Analucia Gaviraghi

NÚMERO RACIONAL NÃO NEGATIVO NA FORMA FRACIONÁRIA: SENTIDO ATRIBUÍDO POR ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial e final para a obtenção do título de Mestre em Educação, tendo como orientadora a professora doutora Neiva Ignês Grando.

Passo Fundo

2013

Dedico

Aos meus pais, Celestino e Sandra, que, mais
do que me proporcionar uma boa infância e vida acadêmica,
formaram os fundamentos do meu caráter.

A minha tia Rosane, que tantas vezes se preocupou comigo.

Se desejamos ensinar matemática para crianças de uma forma que torne todas as crianças mais numeralizadas no mundo de hoje (e até mesmo no de amanhã), temos que saber muito mais sobre como as crianças aprendem matemática e o que a aprendizagem matemática pode fazer pelo pensamento delas (NUNES; BRYANT,1997).

AGRADECIMENTO

Sou grata a muitas pessoas, as quais, de diferentes formas, contribuíram e estiveram comigo na realização desta pesquisa, em especial:

A Deus, que me proporcionou saúde e paz... e conduziu os meus passos nesta longa caminhada...

Aos meus pais *Celestino e Sandra*, pelo constante e incansável apoio e compreensão pelas minhas muitas ausências.

Aos meus padrinhos *Vicente e Neusa*, e tios *Celso e Rosane*, que sempre me incentivaram a dar continuidade a minha formação.

À UPF, por proporcionar a realização de um curso de qualidade.
À professora doutora Neiva Ignês Grando, pelo apoio e paciência durante a elaboração, acreditando e orientando a presente investigação.

Às professoras doutoras Nilce Fátima Scheffer, Graciela Réne Ormezzano e Ocsana Sônia Danyluk, pela criteriosa e atenta leitura e valiosas contribuições na Banca de Qualificação e de Defesa Final.

À escola da rede estadual do município de Coronel Bicaco (RS), que proporcionou a realização da pesquisa, aos queridos estudantes do 6º ano e à professora de Matemática, pela amizade, carinho e solidariedade.

Agradeço a todos por fazerem parte da minha história!
Muito obrigada!

RESUMO

O objetivo central deste trabalho é investigar como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental lidam com situações-problemas que envolvem números racionais não negativos na sua forma fracionária, em seus diferentes significados. Os dados foram produzidos a partir da coleta e descrição dos planejamentos e da proposta de ensino do número racional não negativo na sua representação fracionária nos 5º e 6º anos do Ensino Fundamental e, ainda, de um instrumento de pesquisa com nove questões que abordaram cinco conceitos: parte-todo, quociente, número, medida e operador multiplicativo. Os sujeitos de pesquisa foram onze alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola da rede estadual de ensino da cidade de Coronel Bicaco/RS. As análises foram realizadas com base em diálogos estabelecidos com referenciais teóricos localizados em Caraça (1986), Nunes et al. (2003) e Duval (2003). Os dados coletados revelam que os alunos demonstram ter atribuído sentidos a alguns significados tais como medida e operador multiplicativo do número racional na sua representação fracionária, enquanto em outros apresentam dificuldade de identificar e representar o objeto matemático.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Ensino de Matemática. Números racionais. Elaboração conceitual.

ABSTRACT

The main objective of this work is to investigate how students in the 6th grade of Elementary School deal with problem situations involving non-negative rational numbers in its fractional form, in their different meanings. The data were generated from the collection and description of the plans and the proposed teaching of non-negative rational number in its fractional representation in the 5th and 6th years of Elementary School, and also a research instrument with nine questions covering five concepts: part-whole, quotient, number, extent and multiplicative operator. The study subjects were 11 students in the 6th grade of Elementary School at a state school in the city of Coronel Bicaco/RS. The analyzes were performed based on established dialogues with theoretical frameworks located in Caraça (1986), Nunes et al. (2003) and Duval (2003). The collected data reveal that students demonstrate that they have assigned signification to some meanings, such as extent and multiplicative operator rational number in its fractional representation, while in others have difficulty in identifying and representing the mathematical object.

Keywords: Elementary Education. Teaching of Mathematics. Rational numbers. Conceptual elaboration.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A vida escolar sempre foi, para mim, um grande divertimento. Gostava muito de ir à escola. As aulas de Matemática, principalmente, eram algo fantástico. Mais tarde, na vida acadêmica, fui surpreendida com conceitos matemáticos que não havia compreendido muito bem na vida escolar, mas as boas notas sempre revelavam algum conhecimento. Comecei, desde então, a olhar o mundo de um modo diferente.

Na minha experiência de formação acadêmica como estagiária no curso de Matemática na disciplina de Prática de Ensino – Estágio Supervisionado I: Matemática no Ensino Fundamental, deparei-me com a necessidade de ensinar frações, porém percebi que não havia ainda construído o conceito, ou seja, nem eu mesmo tinha uma compreensão adequada sobre o assunto. Debrucei-me, então, nos livros, que me auxiliaram a compreender um pouco mais sobre esses números, passando a me questionar: O que está sendo ensinado é o que está realmente sendo aprendido pelos alunos?

No curso de Graduação os estudos sobre número racional na sua representação fracionária tiveram continuidade no Trabalho de Sistematização do Curso (TSC), com o objetivo de identificar quais eram as dificuldades apresentadas pelos alunos de 8ª série do Ensino Fundamental na resolução de problemas que envolvem o conceito de número racional na sua representação fracionária. Neste estudo constatei que os alunos não conseguiram estabelecer relações entre o significado dos conceitos e as situações da vida cotidiana.

Iniciei o curso de Pedagogia e, a partir daí, outras dúvidas foram sanadas e novos aprendizados surgem com a vontade de ir adiante e descobrir formas de ensinar/aprender visando a uma formação plena, embora nesta área as possibilidades de aprendizagem nunca se esgotem. Os questionamentos, então, não pararam por aí. Pensando na formação de conceitos dos Anos Iniciais como um ciclo de cinco anos de estudos, uma de minhas preocupações era sobre a compreensão que alunos no início do 6º ano do Ensino Fundamental têm sobre o significado do conceito de número racional na sua representação fracionária, na relação parte-todo.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1998), para o Ensino Fundamental de oito anos o processo de ensinar o número racional é iniciado formalmente a partir do segundo Ciclo do Ensino Fundamental (3ª série), estendendo-se, pelo menos, até o final do 3º Ciclo (6ª série). Trata-se de um conceito bastante explorado e útil para os cidadãos, uma vez que no Ensino Fundamental os alunos deverão ir que os números aparecem como um instrumento eficaz na resolução de problemas. Atualmente, no Ensino Fundamental de nove anos, nas escolas em geral, o estudo dos números racionais não negativos, na forma fracionária, estende-se até o 7º Ano.

Por outro lado, a prática de sala de aula revela que tanto alunos do Ensino Fundamental quanto do Médio ou Superior apresentam dificuldades, demonstrando não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos.

Os processos de ensino e aprendizagem dos números racionais vêm sendo estudados por pesquisadores como Nunes e Bryant (1997), Merlini (2005), Moutinho (2005), Santos (2011), Campos e Magina (2008), Bher et al. (1983), Campos (2011), Magina, Bezerra e Espinillo (2009) e Nunes et al. (2003, 2005).

Segundo Bher et al., o conceito de número racional é um dos mais complexos e essenciais na área da Matemática, sendo que sua importância no currículo pode ser percebida a partir das perspectivas práticas, psicológicas e matemáticas. Esses autores afirmam que:

> (a) a partir de uma perspectiva prática, a habilidade para lidar efetivamente com esses conceitos vastamente amplia a capacidade de entender e trabalhar situações e problemas no mundo real; (b) a partir de uma perspectiva psicológica, números racionais proporcionam uma rica arena onde crianças podem desenvolver e expandir as estruturas mentais necessárias para a continuidade de seu desenvolvimento intelectual; e (c) de uma perspectiva matemática, números racionais proporcionam o embasamento em que operações elementares algébricas podem mais tarde ser baseadas (1983, p. 91, tradução nossa).

Em âmbito mais geral, as avaliações externas[11] realizadas na última década no Brasil, entre as quais o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), a Prova Brasil, o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Rio Grande do Sul (Saers), têm evidenciado um quadro preocupante em relação à proficiência matemática dos estudantes desde os Anos Iniciais da Educação Básica até o Ensino Superior.

---

[1] Avaliação externa, instrumento que visa diagnosticar a situação atual do ensino escolar a partir do rendimento dos estudantes e orientar a reformulação e o monitoramento de políticas públicas voltadas à qualidade da educação.

Estudos realizados por Nunes e Bryant (1997) vêm confirmar as dificuldades dos alunos em interpretar os números fracionários, indicando que os mesmos podem usar a linguagem das frações sem entender realmente sua natureza.

Segundo Campos e Magina (2008), no ensino do número fracionário há uma ênfase exagerada em introduzir este conceito apenas utilizando a exploração do significado parte-todo, a partir de sua representação $\frac{a}{b}$ com a sendo um número inteiro e b diferente de zero.

A literatura apresenta classificações distintas para situações envolvendo o número racional, a exemplo do trabalho de Nunes et al. (2003), inspirado nos estudos de Kieran (1988). Conforme os autores, as frações podem ser apresentadas por cinco diferentes situações ou significados: parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e número.

A situação de parte-todo é a mais usual no ensino de fração. É a repartição de um todo, podendo ser de quantidade contínua ou discreta, em “n” partes iguais, podendo ainda cada parte ser representada por 1/n. Na situação de quociente traz a ideia de divisão para resolver um determinado problema, o qual envolve duas grandezas. No caso de operador multiplicativo, um valor escalar é aplicado a uma quantidade. O significado de medida está relacionado às quantidades intensivas, sendo medida pela relação entre duas variáveis, isto é, quando a probabilidade de um evento ocorrer é medida pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis. No significado de número, a fração, como as demais classificações numéricas, não precisa se referir à quantidade específica. O sujeito deve reconhecer a fração $\frac{1}{4}$ como um número, e o mesmo tem um ponto correspondente na reta numérica.

Nesse contexto, identifica-se a seguinte questão principal para a presente pesquisa como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental lidam com situações-problemas que envolvem números racionais não negativos na sua forma fracionária em seus diferentes significados?

Diante desta interrogação, define-se como objetivo da pesquisa analisar a forma como os alunos lidam com as diferentes situações-problema do conceito de número racional não negativo na representação fracionária.

As reflexões desta pesquisa estruturam-se em três capítulos, além da introdução, das considerações finais, das referências bibliográficas e dos anexos. No primeiro capítulo explicita-se a escolha do método de investigação, baseado na pesquisa qualitativa, descrevendo o cenário e os sujeitos envolvidos, o instrumento de pesquisa bem como as categorias de análise dos dados.

O segundo capítulo desenvolve-se em torno de aspectos fundamentais para a realização da pesquisa. Expõe-se a fundamentação a partir de tópicos: primeiramente um olhar sobre as pesquisas e as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs –, e, a seguir, as discussões mais teóricas: aspectos relacionados à gênese e aos significados do número racional e algumas noções da Teoria dos Registros de Representação Semiótica proposta por Duval (2003). O terceiro capítulo está divido em dois itens. No primeiro apresenta-se uma descrição sobre os planejamentos do 5º e 6º anos do Ensino Fundamental e, no segundo, a análise dos dados coletados junto aos estudantes, com base nos autores citados.

Finaliza-se a presente dissertação trazendo algumas considerações acerca da pesquisa, questões relevantes na forma com que os alunos lidam com os diferentes tipos de significados propostos para os números racionais não negativos na sua forma fracionária, como também, possibilidades de novas pesquisas. Ainda apresentam-se as referências bibliográficas e os anexos.

2 CAMINHO DA PESQUISA

Este capítulo tem por finalidade explicitar o caminho percorrido para a realização da investigação, com destaque para as escolhas metodológicas, o cenário da pesquisa e os critérios de análise dos dados.

2.1 Escolhas metodológicas

A presente pesquisa, de cunho qualitativo, apresenta algumas especificidades e singularidades próprias. Segundo Minayo, a pesquisa qualitativa,

> [...] responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado, ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (1995, p. 21-22).

Este trabalho configura-se, também, como um estudo de caso, pois "quando queremos estudar algo singular, que tenha valor em si mesmo, devemos escolher o estudo de caso" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 17). Segundo Ponte (2006), esse tipo de pesquisa é "Mais que uma metodologia, um estudo de caso é essencialmente um *design* de investigação" (p. 112), quando o pesquisador não deseja modificar a situação, mas compreendê-la da forma como ela é.

Os dados qualitativos são importantes quando se tem o interesse em verificar como um problema de pesquisa se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações do cotidiano, buscando "compreender em profundidade o 'como' e os 'porquês' dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador" (PONTE, 2006, p. 107). É por intermédio deste tipo de investigação que se procura abordar uma situação específica, buscando o que há de mais essencial e característico em determinado fenômeno.

2.2 Cenário da pesquisa empírica

O campo para o desenvolvimento da pesquisa empírica se deu em uma escola estadual do município de Coronel Bicaco – RS –, com a turma do 6º ano, pela atual modalidade de Ensino Fundamental de nove anos, composta por 20 alunos do turno da tarde. Conforme os planos de ensino da escola, no 6º ano é que o conjunto dos números racionais não negativos tem sua maior ênfase, complementando estudos anteriores do 5º ano.

O perfil dos estudantes desta escola é caracterizado principalmente pela diversidade geográfica e cultural, e, por ser um município agrícola, a maioria dos estudantes reside na zona rural e depende de transporte para chegar à escola. A referida turma é formada por vinte alunos – treze meninos e sete meninas – com idades entre 10 e 13 anos. A grande maioria dos alunos frequenta esta escola desde o início de seus estudos, com dois alunos repetentes de 5ª série, e somente um deles cursou uma série (4ª série) em outra escola.

2.3 Coleta de informações

Após a devida autorização da direção da Escola (Anexo A) para realizar a pesquisa, encaminhou-se ao comitê de ética a proposta bem como os compromissos da pesquisadora e das instituições envolvidas, a fim de garantir os direitos éticos e fundamentais do(s) participante(s) da pesquisa. Diante do exposto, o Comitê, de acordo com as atribuições definidas na Resolução CNS 196/96, manifestou-se pela aprovação do projeto de pesquisa na forma como foi proposto (Anexo B).

Depois de aprovada pelo Comitê de Ética, num primeiro contato com os alunos foi encaminhada a apresentação e a autorização aos pais para que os menores de idade pudessem participar da pesquisa. Num segundo momento, com a autorização e a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE – (Anexo C), foi aplicado um instrumento de pesquisa aos alunos.

A aplicação do instrumento de pesquisa para coleta de informações (Anexo D) foi realizada com os onze alunos presentes na aula, os quais responderam de forma individual e sem consulta. Esta etapa ocorreu na sala de aula durante dois períodos da disciplina de Matemática, a professora cedeu seu horário para a pesquisadora, que acompanhou esta etapa da pesquisa.

Além disso, foram recolhidas informações contidas no planejamento dos 5º e 6º anos do ensino fundamental buscando visualizar como foi proposto o ensino de fração. O planejamento do 5º ano foi obtido com a professora do respectivo ano escolar; do 6º ano a docente informou não ter o seu próprio planejamento, seguindo um caderno mais completo de um dos alunos que frequentava o 6º ano do mesmo período letivo (2012). A referida professora emprestou o caderno desse aluno para consulta.

2.4 Sobre a análise dos dados

O objeto principal de análise está nos dados empíricos, que se constituíram com base na elaboração e aplicação de um instrumento de pesquisa com nove questões[2] a alunos do final do 6º ano do ensino fundamental, baseado nos modelos propostos por Nunes et al. (2003), abordando cinco significados do número racional não negativo na forma fracionária (parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e número), considerando uma variável, que é característica da quantidade (contínua e descontínua).

O objeto deste estudo, portanto, se constituiu dos planejamentos das aulas de Matemática dos 5º e 6º ano do Ensino Fundamental e dos dados da pesquisa composto junto aos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. De posse dessas informações, busca-se analisar como os alunos lidam com as diferentes situações-problema do conceito de número racional não negativo na sua representação fracionária.

Após o trabalho de campo, passou-se à organização dos dados coletados na buscando analisar como os sujeitos envolvidos lidam com as diferentes situações-problema apresentadas pelo número racional na sua representação fracionária. Teve-se muito cuidado na organização dos dados e na extração do maior número de informações

[2] Adaptadas a partir de questões proposta por Nunes et al. (2003, 2005);

pertinentes ao objeto de pesquisa, levando em consideração a fundamentação teórica para definir as categorias de análise.

A seguir apresentam-se as categorias prévias definidas, com base nos aportes teóricos que foram estudados para a elaboração do instrumento de pesquisa, considerando os cinco significados de fração – parte-todo, quociente, número, medida e operador multiplicativo – que exibem uma variável que é característica do conjunto universo da quantidade contínua e descontínua ou discreta.

Na análise da categoria principal, parte-todo, apresenta-se, o que os alunos desenvolveram, ou seja, a identificação da unidade – que representa o todo nas situações concretas – e a realização de divisão em partes iguais.

Na segunda categoria identifica-se como os alunos lidam com situações envolvendo quociente, o qual vai além da ideia parte-todo, em que a divisão pode ser representada por uma fração e, particularmente, há equivalência de fração quando o problema tratar de distribuição equitativa.

Na terceira categoria, envolvendo número, apresenta-se a análise de como o aluno considera o número racional na sua representação fracionária como um “novo” número, podendo representar uma quantidade menor que a unidade (que o todo), e também representar mais que um inteiro.

O significado de medida representa a quarta categoria e estabelece relação entre uma parte e um todo, na qual o todo é dividido em partes iguais e o número racional – fração – indica a relação entre a parte e o todo, representando a quarta categoria.

Já o significado de operador multiplicativo representa a quinta categoria, na qual se observou como os alunos lidam com valor escalar aplicado a uma quantidade.

A análise foi fundamentada, principalmente, por pressupostos da teoria dos Registros de Representações Semióticas, o que para Duval (2003), a aprendizagem supõe a constituição de diferentes registros para um mesmo objeto matemático. O número racional pode ser representado por três tipos de registros de representação: registro simbólico numérico – fracionário ou decimal –, registro figural – representação por desenhos (o todo pode representar grandezas descontínuas ou contínuas) e por meio do registro da língua natural. Exemplificando, considerando a fração $\frac{2}{5}$, ela pode ser representada, por meio de representação simbólica – numérica e algébrica –, figural e pela linguagem natural.

3 ELEMENTOS QUE ORIENTARAM O PROCESSO DE PESQUISA

Neste capítulo trazem-se inicialmente contribuições de autores que desenvolveram pesquisas relacionadas aos números racionais, destacando alguns resultados que levam em consideração ideias sobre os diferentes significados de fração e registros de representação semiótica. Na sequência apresentam-se discussões e proposições à disposição dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs – (BRASIL, 1998) que orientam o ensino de Matemática no Ensino Fundamental – Anos Iniciais e Anos Finais – com ênfase no número racional; fundamentações teóricas relacionadas à gênese do número racional com base em Caraça (1984); os significados de número racional apresentados por Nunes et al. (2003); e alguns elementos da teoria dos registros da representação semiótica de Duval (2003).

3.1 Sobre pesquisas relacionadas ao número racional

Neste subtítulo apresentam-se algumas pesquisas sobre o número racional não negativo na sua representação fracionária, contemplando discussões sobre as pesquisas em todos os níveis escolares, desde os anos iniciais até o ensino superior, tendo em vista que abordam o conceito do número racional a partir dos cinco significados proposto por Nunes et al. (2003).

Moutinho (2005) desenvolveu uma pesquisa sobre o conceito de número racional com o título “Fração e seus diferentes significados: um estudo junto a alunos de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental,” em duas escolas da rede estadual de ensino. Em seu estudo buscou identificar as possíveis concepções que esses alunos têm em relação ao conceito de fração em seus cinco significados (parte-todo, número, quociente, operador multiplicativo e medida).

Esse autor identificou diferentes concepções em relação ao número racional na sua forma fracionária. A estratégia mais utilizada pelos sujeitos envolvidos na pesquisa foi a parte-todo, encontrada como forma de resolução nos significados de operador multiplicativo, parte-todo e medida. A segunda concepção foi a parte-parte. Na 8ª série observou-se um índice elevado de tentativas fracassadas na resolução dos problemas envolvendo operador multiplicativo. Na 4ª série o significado de número teve um baixo índice de acertos, chegando próximo a 0,40%, o que leva a crer que os alunos não tiveram contato com situações-problema envolvendo esse significado. Apesar de essa série apresentar um percentual baixo em relação a alguns significados, quando comparadas todas as questões envolvidas ela tem uma leve vantagem quanto aos acertos.

Na concepção de quociente, a pesquisa aponta um índice elevado de acertos em relação à divisão, porém os sujeitos encontram dificuldades quanto à representação fracionária, atrelada ao significado de parte-todo, com o procedimento da dupla contagem, colocando o valor total das partes como o denominador e a quantidade de partes como o numerador, não levando em conta as duas variáveis envolvidas.

Por fim, a fração é vista pelos alunos das 5ªs e 8ªs séries como "dois números inteiros sobrepostos, separados por um traço, que nos revelou o desconhecimento das duas séries, da relação que existe entre numerador e denominador da fração" (MOUTINHO, 2005, p. 187). Para Moutinho (2005), fica claro que o baixo porcentual de acertos, analisando esse grupo de significados (parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número), deve-se à falta de um trabalho mais amplo no Campo Conceitual de Fração.

A pesquisadora Merlini (2005) desenvolveu um estudo sobre o conceito de número racional sob o título "O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental," realizado em duas Escolas da Rede Estadual do Estado de São Paulo. Em sua pesquisa procurou investigar quais as estratégias que os alunos de 5ª e 6ª séries utilizam diante de problemas que envolvem o conceito de fração, as quais foram baseadas nos significados propostos por Nunes et al. (2003). Seu estudo foi realizado por meio de uma pesquisa descritiva, elaborando um instrumento de diagnóstico que envolveu problemas abordando os cinco significados de fração, sendo eles: número, parte-todo, operador multiplicativo, quociente e medida.

Merlini (2005) aponta em sua pesquisa um baixo índice de acertos em ambas as séries, ficando aquém de 25%, o que a levou a analisar as estratégias que causaram esse insucesso. A autora observou em sua pesquisa que não houve um desempenho equitativo e nem regularidade na utilização de estratégias entre as duas séries, encontrando diferentes formas de resolução para o mesmo problema.

O melhor desempenho apresentado por ambas as séries foi o significado parte-todo, apesar de que o percentual de acertos das 5ªs e 6ªs séries (32,08% e 35,42%

respectivamente) foi baixo e bem próximo um do outro. Na resolução do problema os alunos desconsideraram a conservação da área, ou seja, não perceberam que a área pintada equivalia duas vezes à área não pintada. No significado de quociente a estratégia de resolução utilizada pelos alunos é a mesma que na parte-todo, o que levou a um percentual de 76,27% de erro, pois consideram o que está sendo dividido (chocolate ou bolinhas), não indo além do significado parte-todo, ou seja, ainda não fazem a conexão entre fração e divisão.

O significado de número e medida, respectivamente, foi o que apresentou pior desempenho com homogeneidade entre as séries. No significado de operador multiplicativo os alunos da 6ª série tiveram um melhor desempenho em relação aos da 5ª, porém, quanto ao quociente, a 5ª série apresentou um melhor desempenho.

O grupo brasileiro, segundo Merlini (2005), está recentemente conhecendo a realidade, e busca compreender quais as estratégias utilizadas por alunos e docentes. A autora já evidenciou em seu estudo que no Brasil os professores valorizam o algoritmo – operador multiplicativo – sendo o significado que mais precisa desse aspecto procedimental (multiplicação e divisão). Merlini conclui que o ensino do conceito de fração privilegia alguns significados (parte-todo e operador multiplicativo), o que evidencia que a "abordagem que se faz do conceito de fração, não garante que o aluno constrói o conhecimento desse conceito" (p. 13).

Nessas duas pesquisas mencionadas, de Merlini (2005) e Moutinho (2005), pode-se evidenciar as dificuldades apresentadas pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, o que vem a confirmar os resultados dos exames nacionais, os quais evidenciam dificuldades/fragilidades em relação a esse conceito, quer seja do ponto de vista de seu ensino, quer do ponto de vista de sua aprendizagem.

Severo (2009) desenvolveu sua pesquisa sobre o conceito de número racional com alunos do Ensino Médio, tendo como título "Números racionais e Ensino Médio: uma busca de significados." Em seu estudo, buscou analisar os registros de representação apresentados pelos alunos do Ensino Médio de uma escola Estadual do município de Porto Alegre/RS em relação aos números racionais, e verificar se os mesmos identificam o significado desse número em situações da vida cotidiana em que eles estão presentes.

A autora aplicou dois testes aos alunos do 1º Ano do Ensino Médio (50 alunos participaram do questionário), com questões adaptadas dos exames como o Saeb e o Saers e do questionário empregado por Campos e Rodrigues (2006), e também por meio de observações de sala de aula e um questionário aplicado a professores da mesma escola.

Quando proposto aos alunos que localizassem na reta numérica a fração onze quartos, Severo (2009) observou um grande índice de erro, chegando aos 40%. O que mais prevaleceu dos erros foi a marcação no número 11 na reta numérica como sendo um número natural. Dos alunos, 28% não responderam e 32% utilizaram a parte-todo para resolver a questão, observando que de zero a 1 a reta está dividida em quatro partes e assim por diante. Como o denominador era quatro, "É só contar até chegar no onze, começando no zero" (p. 41).

Na pesquisa de Severo (2009), a questão "das 15 bolinhas de gude que tinha, Paulo deu 6 para o seu irmão. Considerando-se o total de bolinhas, a fração que representa o número de bolinhas que o irmão de Paulo ganhou é:", que cobrava a habilidade de "Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados" (descritor 22 do Saeb), os alunos apresentaram dificuldade em relação ao entendimento da parte inteira a ser dividida e o que foi dividido, ou seja, eles parecem não saber o que representa o numerador e o denominador de uma fração. Além dos 50% de erros cometidos pelos alunos, outro fato que chama a atenção é a estratégia, em que um dos alunos, por alguma razão, separou em três grupos de seis, relembrando que não havia informação sobre isso, o que demonstra que sequer sabe somar.

A autora conclui seu trabalho "evidenciando dificuldades em termos de atividades cognitivas requeridas pela Matemática" (SEVERO, 2009, p. 60). Por outro lado, em relação aos docentes sobre o significado de fração, a pesquisadora constatou que seria necessário ensinar o conteúdo a partir de problemas da vida real.

Na pesquisa com o título "Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do Saepe sobre números racionais", Santos (2011) buscou analisar as estratégias empregadas pelos alunos da Rede Municipal do Recife ao responderem questões do sistema de avaliação externa, em especial do Saepe, referentes ao número racional. O autor elaborou um instrumento de oito questões similares ao do Saepe, aplicando em oito turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de três escolas públicas da Rede Municipal de Recife/PE. A seguir foram realizadas entrevistas com 26 alunos, buscando identificar as estratégias empregadas. A questão significado parte-todo com quantidade discreta, que poderia ser respondida pelo processo de dupla contagem, apesar de apresentar 8% de acertos a mais em relação ao Saepe, ainda apresenta um percentual muito preocupante de erro, pois a estratégia utilizada pelos alunos é o uso do número racional como números sobrepostos, tratando a fração como dois números naturais e distintos, que são apenas separados por um traço.

Algumas questões trabalham a ideia de medida proposta por Nunes et al. (2003) ou de probabilidade proposta pelos PCNs (1997), como por exemplo a situação proposta por Merlini (2005), “Na escola de Pedro foi feita uma rifa e foram impressos 150 bilhetes. A mãe de Pedro comprou 20 bilhetes dessa rifa. Qual a chance da mãe de Pedro ganhar o prêmio?”(p.104). Nesse item o autor identificou que os alunos empregam os dados de forma descontextualizada, sem se preocupar com a sua pertinência.

As questões que se utilizavam da ideia parte-todo quantidade contínua, em que um retângulo tinha sido dividido em partes desiguais e algumas destas estavam pintadas, exigiam que o aluno identificasse a unidade e realizasse divisões, verificando os números de partes que precisavam ser descobertas por eles por meio da análise da relação parte-todo, para poder, assim, fazer a representação da fração. Houve êxito de 22,8%, ficando muito próximo da avaliação do Saepe, e o erro dos alunos foi o processo da dupla contagem, pois o mesmo contava as partes pintadas para ser o numerador e as partes divididas para ser o denominador, sem observar a conservação da área.

A principal dificuldade encontrada pelo aluno do Ensino Fundamental, segundo Santos (2011), é o emprego de estratégias descontextualizadas da dupla contagem, não percebendo que as partes estavam divididas em partes desiguais, apresentando um porcentual de acerto muito preocupante, o qual não chegou a 50% em nenhuma das questões, dado que revela que os alunos estão chegando ao final do Ensino Fundamental sem minimamente ter o conhecimento de número racional.

A investigação de Santana (2012), intitulada “Saberes conceituais e didáticos de pedagogos em formação, acerca de fração”, pesquisa a formação inicial de pedagogos para o ensino de fração nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental com alunos do final do curso de Pedagogia da Universidade Estadual do Ceará/CE, mediante aplicação de um roteiro de perguntas referenciado no método clínico-piagetiano, que teve por objetivo analisar os conhecimentos nos domínios conceituais e didáticos do conceito de fração.

Na primeira questão o pesquisador solicitava o reconhecimento da fração em seus diferentes registros de representação envolvendo o significado de parte-todo e quociente, sendo realizadas representações pelo registro figural, numérico e em língua natural. As representações com quantidades contínuas foram resolvidas com êxito. Quando envolvia quantidade discreta, evidenciou-se dificuldade na compreensão da fração, pois, em entrevista, afirma não conseguir visualizar o todo, uma vez que, “tem 6 figuras só que tão separadas. O total são seis com quatro pintadas, mas elas estão separadas então não representam um todo” (SANTANA, 2012, p. 101).

Quando solicitado que elaborem situações envolvendo os cinco significados (parte-todo, quociente, operador multiplicativo, número e medida) de fração, o autor percebe somente três significados – parte-todo, quociente (todas as situações elaboradas abordam quantidade contínua – pizza ou barra de chocolate[3]) e número –, não significando que não compreendem os demais.

No significado de medida, apesar de ser resolvido, nota-se dificuldade no uso do registro figural como instrumento para a resolução. A pesquisa de Sousa constata que "[...] o ensino centrado em procedimentos algorítmicos, ou seja, em tratamentos (mudanças dentro do mesmo registro) em um único registro (numérico) tem enclausurado os alunos no mono-registro, limitando a sua compreensão" (2009, p. 63).

Em síntese, o domínio conceitual apresentado pelos alunos do curso de Pedagogia demonstra familiaridade com o ensino tradicional, representando a fração como dois números separados por um traço e a figural contínua (pizzas, barras de chocolate, tortas etc.). Percebe-se dificuldade na compreensão dos diferentes significados da fração, principalmente nas situações que envolvem o significado de número e medida. A fração não era vista como um número. Apenas utilizavam regras e tentavam associar a reta numérica aos aspectos do significado parte-todo.

Estudos realizados por Nunes e Bryant (1997) já chamavam a atenção para as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao trato com frações. No que diz respeito à aprendizagem, segundo eles, os alunos podem até apresentar algumas habilidades em manipular os números racionais sem ter uma compreensão do conceito. Nunes e Bryant argumentam que

> às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre as frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionários; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba (1997, p. 191).

Conforme Nunes e Bryant (1997), as frações são, muitas vezes, apresentadas às crianças mostrando o todo e dividindo em partes, e logo é informado que o número total de

[3] O uso relacionado a alimentos, com por exemplos, pizza ou barra de chocolate só deveriam ser utilizados em sua representação bidimensional.

partes é o denominador e o número de partes pintadas é o numerador, passando, assim, uma falsa impressão sobre a compreensão do conceito de fração.

Para Nunes e Bryant, o conceito de fração não está sendo compreendido e/ou está passando uma falsa impressão de que os alunos sabem, porém, quando se observa o baixo desempenho atingido pelos alunos brasileiros, percebe-se a falsa impressão que se tem sobre o ensino diante das situações que envolvem o conceito do número racional na sua representação fracionária. Os resultados apresentados em pesquisas recentes, como já evidenciados por esses autores, servem de alerta para "os perigos que existem por trás da complexidade e da diversidade dos conceitos envolvidos em fração e números racionais" (1997, p. 193).

A pesquisa de Campos et al. (1995), apresentada por Nunes e Bryant (1997), com crianças de quinta série, evidencia que o método utilizado pelo professor conduz a criança ao erro, conforme o exemplo por eles proposto.

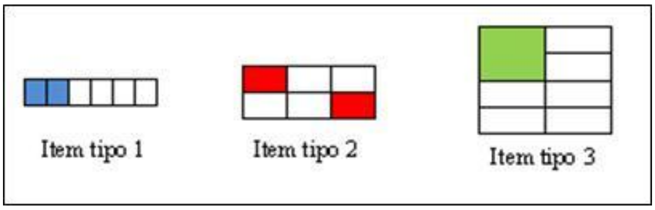


Figura 1– Exemplo de itens para estudar a compreensão das crianças sobre fração
Fonte: CAMPOS et al., 1995 apud NUNES; BRYANT, 1997, p. 193.

Neste teste, Campos et al. (1995 apud Nunes; Bryant, 1997) mostram que os itens 1 e 2 foram resolvidos com um desempenho próximo do esperando; já o item 3 apresentou maior erro, pois as crianças indicaram $\frac{1}{7}$ como a fração correspondente, e se utilizaram do procedimento da dupla contagem, sem qualquer ajuste para a desigualdade que as partes indicam.

Por isso, o conjunto numérico deve ser explorado com bastante cuidado, pois as crianças precisam compreender completamente a sua natureza para não enfrentar dificuldades mais tarde em outros conteúdos. O método que prevalece no ensino e aprendizagem é o da dupla contagem. Nunes e Bryant afirmam que "O método de ensino, alegam, simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas – sem entender o significado desse novo tipo de número" (1997, p. 191).

Como se pôde perceber, pesquisas recentes vêm confirmando estudos os realizados por Nunes e Bryant (1997), que admitem a dificuldade dos alunos em interpretar os números fracionários, apontando que estes podem usar a linguagem das frações sem entender realmente sua natureza.

Neste item apresentou-se uma síntese de algumas pesquisas, que apontam um grau de dificuldade tanto por parte dos estudantes quanto dos docentes no entendimento do número racional e na utilização de estratégias as quais são usadas de forma descontextualizada na resolução dos problemas envolvendo frações. Um tema muito “polêmico”, que tem diferentes entendimentos e formas de compreender o conceito, tornando-se difícil do sua apropriação do significado.

No próximo subtítulo apresentam-se as proposições feitas pelo documento oficial que norteia o Ensino de Matemática – Anos Iniciais e Anos Finais – com ênfase no número racional.

3.2 Orientações propostas por documento oficial

Os PCNs (BRASIL, 1998) organizam as séries do Ensino Fundamental[4] em ciclos e o currículo de Matemática está estruturado em conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais distribuídos em quatro Blocos de Conteúdos: Números e Operações (no campo da Aritmética e Álgebra), Espaço e Forma (no campo da Geometria), Grandezas e Medidas (permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria) e Tratamento da Informação (permite lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos e a raciocinar utilizando ideias relacionadas à probabilidade e à combinatória).

O Bloco Número e Operações, o qual vai ser considerado com mais ênfase nesta investigação, possibilita o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, é no segundo Ciclo (3as e 4as séries do Ensino Fundamental de 8 anos) que

> [...] são apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus

[4] Estruturado em oito séries e cada ciclo corresponde a duas séries.

> significados (quociente, parte todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (BRASIL, 1997, p. 57).

O ensino do conceito de números racionais não se esgota nestas séries, pois

> [...] esse ciclo não constitui um marco de terminalidade da aprendizagem desses conteúdos, o que significa que o trabalho com números naturais e racionais, operações, medidas, espaço e forma e o tratamento da informação deverá ter continuidade, para que o aluno alcance novos patamares de conhecimento (BRASIL, 1997, p. 58).

Espera-se que os alunos do 2º Ciclo do Ensino Fundamental, conforme apresentação dos PCNs das séries iniciais (BRASIL, 1997), leiam, escrevam, comparem e ordenem as representações fracionárias de uso frequente; reconheçam que os números racionais podem ser representados por inúmeras formas fracionárias; identifiquem e produzam frações equivalentes pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas; explorem os diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão; observem que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária; e relacionem as representações fracionárias com os decimais percebendo que é um mesmo número.

Esse documento dá enfoque ao conjunto dos números racionais na sua representação fracionária, o qual ocupa espaço significativo no currículo escolar. As pesquisas evidenciam, no entanto, que estudantes, tanto no final do Ensino Fundamental quanto do Médio, apresentam dificuldades ou um conhecimento insuficiente relacionado ao conjunto dos números racionais.

Os PCNs sugerem três situações para desenvolver o ensino de frações. A primeira apresenta a prática que recorre a situações que estão subentendidas na relação parte-todo, em que a fração indica a relação que existe entre o número de determinadas partes considerando um todo/inteiro. A segunda situação é a do quociente, baseada na ideia de divisão de um número natural por outro. É o caso em que se faz necessário “dividir dois chocolates para três pessoas” (BRASIL, 1997, p. 103). A terceira “é aquela situação em que a fração é usada como índice comparativo entre duas quantidades e uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão” (p. 104). Sob este viés, os PCNs sugerem que no segundo Ciclo do Ensino Fundamental sejam trabalhados os três significados: parte-todo, quociente e razão.

O terceiro e quarto Ciclos "tem como objetivo levar os alunos a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problemas como as que envolvem medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão" (BRASIL, 1998, p. 101). Tendo em vista que nem toda a medida é exata, é nessa etapa escolar que se busca mostrar aos alunos que os números naturais não são suficientes para resolver situações que envolvam medida, e que nem toda a medida será exata, precisando, assim, de um "novo" número para poder resolver as situações.

Nesta perceptiva, os PCNs (BRASIL, 1998) sugerem que o ensino dos números racionais se dê por meio de problemas históricos que envolvam a ideia de medida, a qual deu origem a esse número, oferecendo, assim, bons contextos para o seu ensino. Exemplificando a situação: o modo como os egípcios usavam a fração por volta de 2000 a.C. para operar com seus sistemas de pesos e medidas e para exprimir resultados; usavam apenas frações unitárias (numerador 1), com exceção de $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$. Como eles fariam numa situação que precisava dividir 17 por 6?

Observa-se que nos 3º e 4º Ciclos os PCNs (BRASIL, 1998) reforçam a ideia de exploração dos significados já abordada no 2º Ciclo para o ensino do número racional (relação parte-todo, divisão e razão). Acrescentam-se interpretações diferentes das anteriores ao número racional, sendo visto também como:

a) Um índice comparativo entre duas grandezas: 3 de cada 5 estudantes de uma escola são meninos, isto é, $\frac{3}{5}$ dos estudantes da escola são meninos;
b) Uma probabilidade: Qual a chance de sortear um cartão azul de uma caixa em que há dois cartões azuis e dez cartões vermelhos? É de $\frac{2}{10}$;
c) Uma porcentagem: de cada 100 alunos, 30 gostam de vôlei. Solução $\frac{30}{100}$, 0,30 ou 30%;
d) Abordagem de escalas de mapas e plantas: escala de 1 cm para 100m, representada por 1÷10.000 ou $\frac{1}{1000}$.

Além dos significados já citados no segundo ciclo, acrescenta-se o de operador multiplicativo, o qual "desempenha o papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Exemplo: Que número devo multiplicar por cinco para obter dois?" (BRASIL, 1998, p. 102-103). É visto como uma máquina de transformação de números.

Pode-se observar que os PCNs recomendam que o número racional na sua representação fracionária, chamado de fração, seja abordado a partir do 2º Ciclo com três significados atribuídos a esse número, sendo eles: parte-todo, quociente e razão, e o significado de operador multiplicativo seja abordado no 3º e 4º Ciclos.

3.3 Gênese e significado do número racional

Em sua obra de referência "Conceitos fundamentais da Matemática", Caraça (1984) descreve o surgimento dos números racionais como uma necessidade que o homem tem de comparar as grandezas, pois "medir e contar são operações cuja realização a vida de todos os dias exige com maior freqüência" (p. 29). A construção do número racional surge a partir do problema da medida, ao determinar quantas vezes uma unidade de medida cabe em algo a ser medido, quando no padrão considerado não cabe um número exato de vezes, e de um impasse em que, considerando o conjunto dos números inteiros, não seria possível resolver.

Segundo o autor, o problema da medida se distingue por três aspectos: a escolha da unidade, a comparação com a unidade considerada e a expressão do resultado dessa comparação por um número. Por exemplo, como nos mostra a Figura 2. Quando comparamos o segmento $\overline{AB}$ percebemos que este cabe três vezes no segmento $\overline{CD}$, ou que a medida de $\overline{CD}$, tomando $\overline{AB}$ como unidade, é três.

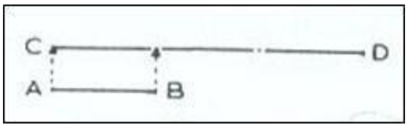


Figura 2 – Comparação entre segmentos
Fonte: CARAÇA, 1984, p. 30.

Considerando dois segmentos (Figura 2), sendo $\overline{AB}$ medindo 11 unidades e o segmento $\overline{CD}$ medindo 3 unidades, faz-se a pergunta: Quantas vezes o segmento $\overline{CD}$ cabe no segmento $\overline{AB}$? Pelo princípio da economia, essa medida é dada pela razão dos dois números 11 e 3, porém essa razão não existe em números inteiros, posto que 11 não é divisível por 3. O autor chama a atenção que, para resolver esta dificuldade, não bastou o conjunto dos números inteiros; fez-se necessária a criação de um novo campo numérico: o conjunto dos números racionais, o qual compreende o conjunto dos números inteiros e os números expressos na forma fracionária $\frac{a}{b}$, em que *a* pertence ao conjunto dos números inteiros e *b* pertence ao conjunto dos números inteiros diferentes de zero.

A_._._._._._._._._._._ B
C_._._ D

Figura 3 – Segmentos considerados na medida
Fonte: CARAÇA, 1984, p. 33.

Busca-se uma solução para esse problema a partir de um longo processo de negação dessa impossibilidade, no qual a divisão, antes tida como impossível, passou a ser vista como um novo número, “[...] um novo conjunto numérico dos números racionais, ou campo racional – que compreende o conjunto dos números inteiros e mais o formado pelos números fraccionários, estes são, de facto, os números novos” (CARAÇA, 1984, p. 36).

E, assim, de acordo com o autor supracitado, surge, a partir do problema da medida, um novo conjunto numérico, formado pelo conjunto dos números inteiros e pelos números fracionários, que atualmente é objeto de estudo na educação básica brasileira.

Outros estudos ampliam a visão de Caraça (1984) sobre o conceito de número racional, pois o mesmo descreve esse conceito a partir do significado de medida – comparação de duas grandezas; tal como os de Nunes et al. (2003), que descrevem com base em de cinco significados: número, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo Além disso, Nunes e Bryant (1997) destacam que se deve levar em consideração dois conjuntos: a quantidade intensiva e a quantidade extensiva. Também podem ser classificadas como grandezas contínuas ou descontínuas.

Segundo Nunes et al. (2005), a quantidade extensiva baseia-se na comparação de duas unidades da mesma natureza e na lógica parte-todo. Já a quantidade intensiva não está baseada na relação parte-todo, mas na relação entre as duas quantidades diferentes. Conforme o exemplo, na sequência:

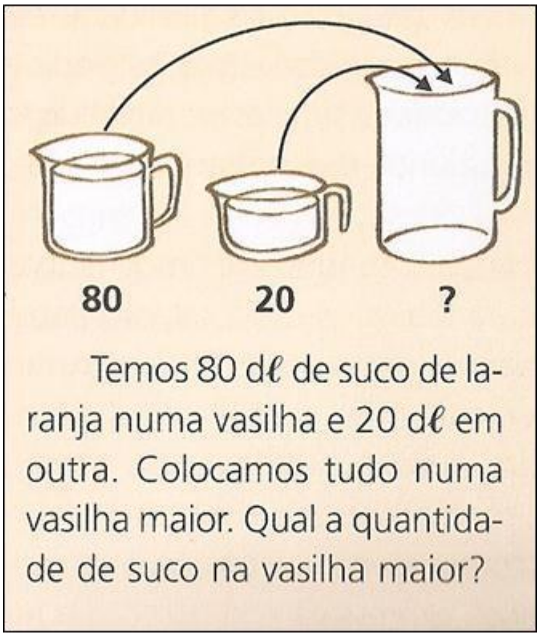


Figura 4 – Exemplo de quantidade extensiva
Fonte: NUNES et al., 2005, p. 122.

Assim, conforme explicação de Nunes et al. (2005), quando juntamos duas quantidades extensivas o todo é igual à soma das partes; quando subtraímos uma parte de um todo, a parte que resta é igual ao todo menos a parte que foi retirada.

Já quando juntamos duas unidades intensivas diferentes não podemos simplesmente adicionar, pois temos de levar em conta, conforme o exemplo da Figura 5, a quantidade de mistura que cada vasilha tem – 80% de suco –, ou seja, tem-se 80 partes de suco concentrado para 20 partes de água; na outra vasilha tem-se 20% de suco, ou seja, tem-se 20 partes de suco concentrado para 80 partes de água. Observa-se que quando se trata de quantidades intensivas não se pode somar as duas vasilha e dizer que se tem uma jarra de 80 + 20, pois as partes de suco concentrado são diferentes, conforme Nunes et al.: "quantidades intensivas são medidas pela relação entre duas unidades diferentes (...) como temos que usar dois valores para representar uma quantidade intensiva, as quantidades intensivas são frequentemente representadas por uma razão ou fração" (2001, p. 130), o que não acontece com as quantidades extensivas, pois se referem a quantidades da mesma natureza.

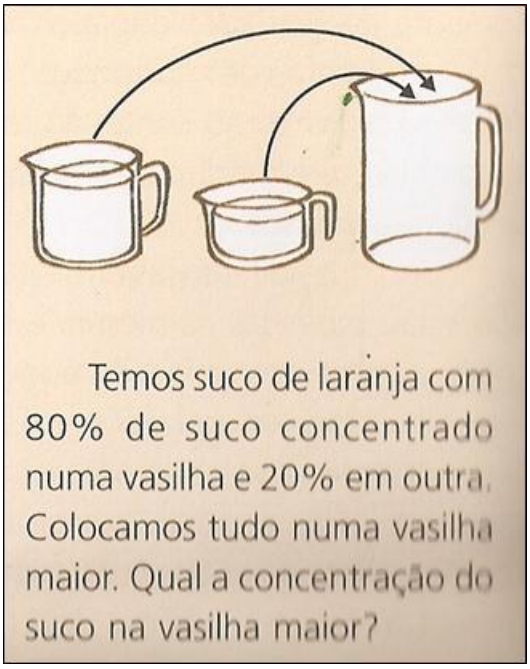


Figura 5 – Exemplo de quantidade intensiva
Fonte: NUNES et al., 2005, p. 122.

Conforme Nunes et al. (2005), as quantidades extensivas referem-se a grandezas de mesma natureza, ao contrário das quantidade intensivas, as quais dizem respeito a grandezas diferentes e, assim, pode-se afirmar: "quantidades extensivas baseiam-se na relação parte todo, portanto raciocínio aditivo. Quantidades intensivas baseiam-se na relação entre duas quantidades, portanto raciocínio multiplicativo" (p. 123).

As frações podem ser classificadas também como grandezas contínuas e descontínuas. Define-se grandeza como: "grandeza é tudo aquilo ao qual podemos associar um valor numérico" (VASCONCELOS; BARBOSA, 2007, p. 3). Grandeza é aquilo que é possível associar a um número. Grandeza contínua é quando o todo é formado por uma área, região ou comprimento, que podem ser divididas em partes menores, compondo as partes fracionárias.

Por outro lado, à grandeza descontínua é possível de ser enumerável/contável, representando o todo, o conjunto de objetos, e o subconjunto do todo compõe as partes fracionárias.

Inspirados em estudos realizados por Kieran (1988), para Nunes et al. (2005) as frações – ou números racionais – são uma forma de descrever quantidades e não podem ser citadas adequadamente com um número inteiro. A autora, juntamente com seus colaboradores, descreveu uma classificação detalhada de situações em que a fração possui diferentes significados: parte-todo, quociente, número, operador multiplicativo e medida.

As definições do estudo realizado por Nunes et al. (2003) também estão apresentadas em pesquisas de Campos, Magina e Nunes (2006), propondo que o número racional, na sua representação fracionária, deve ser explorado por meio dos diferentes significados, tendo em vista que cada um pode ter uma gama diversificada de situações, conforme é explanado a seguir.

Fração como número: O “novo número” serve para descrever quantidades que não possam ser representadas por meio do número inteiro, podendo ser escritas por intermédio do registro algébrico (de forma genérica), $\frac{a}{b}$ sendo b diferente de zero, a e b pertencendo ao conjunto dos números inteiros. Não necessariamente se apresenta com quantidade específica. Conforme Campo, Magina e Nunes (2006), as frações podem ser classificadas como ordinária[5] e decimal[6]. Dentre os exercícios mais usuais no ensino de fração envolvendo esse significado, é apresentado, como o exemplo, a seguir: Na reta numérica abaixo localize a posição do número $\frac{1}{4}$.

Fração como parte-todo: a fração como parte-todo é um todo dividido em “y” partes, considerando que as partes devem ser iguais, e que cada uma representa $\frac{1}{y}$. Esse significado é representado por meio do registro figural – desenho geométrico – um todo, dividido em partes iguais e pintado o número de partes que se deseja tomar. Para a representação da fração coloca-se acima do traço, o número de partes pintadas e abaixo do traço o número de partes em que o todo foi dividido. Esse método é chamado de dupla contagem.

Segundo Nunes e Bryant (1997), é o significado mais usual para o ensino de fração no Brasil. As situações envolvendo a fração como parte-todo podem ser apresentadas por uma quantidade contínua ou descontínua, conforme Nunes et al. (2004), como princípio subjacente à quantidade extensiva.

Fração como quociente: a fração como quociente busca ir além da ideia parte-todo e envolve a divisão entre duas variáveis (número de objetos e número de destinatários). Nas situações que abordam esse significado é mais usual a quantidade contínua, podendo também ser representado por meio da quantidade discreta, pertencendo ao grupo da quantidade extensiva. Esse significado representa ser complexo, pois se deve sempre levar

---

[5] São denominadas frações ordinais as frações que não têm o denominador de potência 10. Exemplo: $\frac{1}{2}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{1}{8}$.

[6] São denominadas frações decimais as frações cujo denominador é uma potência de 10. Exemplo: $\frac{2}{10}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{1000}$.

em conta duas variáveis: o número de objeto e o número de destinatários, conforme Nunes et al. (2004). O numerador representa o número de objetos a ser compartilhado, e o denominador representa o número de destinatários. Essa fração representa a resposta da situação, sem se importar com a forma em que será cortado, conforme o exemplo citado, isto é, pode-se cortar dois chocolates ao meio, uma parte em um quarto, e dar a metade mais um quarto para cada destinatário.

Fração como operador multiplicativo: é um valor escalar aplicado a uma quantidade. É visto como uma máquina de transformação, subjacente à quantidade extensiva. Quando aplicado em quantidades contínuas, amplia ou reduz a quantidade do processo. Já quando aplicado às quantidades descontínuas, sua aplicação funciona como um multiplicador/divisor.

Fração como medida: a fração como medida envolve a relação entre duas variáveis, posto que é o único significado que envolve quantidade intensiva. Esse significado traz como pano de fundo o significado de probabilidade e razão, apesar de o nome atribuído não deixar de ter o mesmo sentido atribuído pelos PCNs.

Percebe-se que quando se utiliza situações envolvendo grandezas intensivas, no caso do significado de medida, pode-se referir à ideia de probabilidade ou de razão, dependendo do contexto em que as situações-problema sejam apresentadas. Por exemplo, se em uma caixa tem três fichas azuis e oito fichas vermelhas, qual a chance de sortear uma ficha azul? A resposta da situação problema é $\frac{3}{11}$. Na fração, lida como três onze avos, está implícita a ideia de probabilidade, a qual é medida pela relação de duas variáveis, ou seja, entre o número de casos favoráveis (três) e o número de casos possíveis (onze).

Quando o significado de medida envolver a ideia de razão, deve-se ter muito cuidado, pois nem sempre às razões pode-se atribuir o *status* de fração. Para tentar exemplificar descrevem-se duas situações-problema: para fazer um determinado suco indica-se a seguinte receita: dois copos de suco de limão concentrado para três copos de água. Essa situação remete à ideia de razão, pois se tem dois copos de suco concentrado para três copos de água, ou $\frac{2}{3}$. Ao mesmo tempo pode ser descrita em forma de fração. Por exemplo, $\frac{2}{5}$, que expressa a quantidade total da mistura em relação ao suco concentrado, e não mais quantidade de suco em relação à quantidade de água.

Existe quantidade intensiva, entretanto, que não pode representar a razão como fração; por exemplo, três reais para cada 5 kg de batata; tem-se uma representação por razão, sendo 3 para 5, ou ainda $\frac{3}{5}$. Conforme Nunes et al. (2005), uma razão só poderá ser descrita em forma de fração quando as duas unidades diferentes (por exemplo suco e água) podem ser adicionadas formando um todo (2 com 3 é igual a cinco), e toda fração é uma razão, mas isso não significa que toda razão seja uma fração. Pode-se ser observar que nem toda razão pode ser somada, como explicitado por Merlini:

> [...] só é possível somar as razões (quantidades intensivas) se elas puderem ser transformadas em frações (quantidades extensivas), expressando uma relação parte-todo de um mesmo todo ou todos iguais, o que não ocorre no caso das frações sugeridas [...], em que não há uma relação parte-todo, concentrado e água (2005, p. 38-39).

O comentário feito aqui cabe apenas para justificar que o significado de razão pode estar implícito no significado de medida. Segundo Nunes et al. (2003), as situações-problema com quantidades intensivas podem ser representadas por fração bem como por razão.

Após a apresentação da gênese e dos significados propostos por Caraça (1984) e Nunes et al. (2003) respectivamente, busca-se entender como ocorre o processo de aprendizagem por meio da teoria dos registros de representação semiótica, proposta por Duval (2003), a qual, por sua vez, contribui nas análises dos dados coletados.

3.4 Registros de representação semiótica no ensino e na aprendizagem do número racional

Ensinar e aprender Matemática não são tarefas simples. Visando a importância da disciplina, que tem por objetivo "contribuir para o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e visualização" (DUVAL, 2003, p. 11), busca-se tratar dos aspectos do funcionamento cognitivo à aquisição do conhecimento matemático.

Segundo a teoria de Duval (2003), para a aquisição de um conceito matemático a representação semiótica é uma condição essencial para o desenvolvimento matemático, pois “o processo de aquisição de conhecimentos matemáticos depende da coordenação de registros de representação semiótica” (p. 29).

As representações semióticas “são as produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais tem suas dificuldades próprias de significados e de funcionamento” (DUVAL, 1993, p. 39).

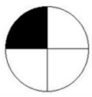
Para Duval (2003), a representação semiótica é essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático, pois é por meio dela que se tornam possíveis as funções cognitivas do pensamento humano. Para o autor, faz-se necessário a *semiósis* (representação), a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e a *noésis* (conceitualização), a apreensão conceitual de um objeto.

Exemplificando, o número racional pode ser representado por três tipos de registro: simbólico (numérico e/ou algébrico), figural e a linguagem natural.

(1) Representação simbólica:

a) numérica: $\frac{1}{4}$

b) algébrica: $\frac{a}{b}, b \neq 0, a\ e\ b \in z;$

(2) Representação figural: 

(3) Representação pela língua natural: um quarto

Tem-se, porém, a representação de um mesmo conteúdo de três formas diferentes. Isso não significa que o aluno tenha aprendido o conceito científico, resolvendo uma atividade que envolve os diferentes tipos de representação do número na forma fracionária.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação (DUVAL, 2003), uma forma de registro apenas não possibilita a apropriação da significação de um determinado conceito. Como este autor afirma, é necessário mobilizar pelo menos dois registros sobre um mesmo objeto/conceito. Então, esta mobilização dos registros, de acordo com Duval (2003), está diretamente ligada à apropriação (aquisição) de conceitos matemáticos.

Duval (2004) destaca que a *semiósis* e a *noésis* estão fortemente ligadas ao desenvolvimento cognitivo do pensamento e considera diversas atividades cognitivas ligadas à *semiósis*. Segundo o autor, a *semiósis* é a representação semiótica, e a *noésis (conceitualização)* é a apreensão conceitual de um objeto, isto é, a conceitualização de um objeto matemático só vai ocorrer quando o sujeito conseguir coordenação de vários registros de representação.

Duval (2003) classifica a diversidade de representação semiótica, necessária ao funcionamento matemático, da seguinte maneira:

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	**REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA**
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Formas de raciocinar: – argumentação a partir de observações, de crenças...; – dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). – apreensão operatória e não somente perceptiva; – construção com instrumento.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: – numéricas (binárias, decimal, fracionária ...); – simbólicas (línguas formais). Cálculo.	Gráficos cartesianos –mudança de sistema de coordenadas; –interpolação, exploração

Figura 6 ─ Diferentes tipos de registros
Fonte: DUVAL, 2003, p. 14.

Para Duval (2003), a aprendizagem de conceitos matemáticos passa por diferentes tipos de representação, ou seja, no mínimo utiliza dois registros de representação semiótica, preferencialmente entre um registro multifuncional e outro monofuncional para o mesmo objeto.

Os tratamentos que não são algoritmizáveis são considerados registros de multifuncionais, os quais provêm da língua natural e figuras geométricas. Por outro lado, os tratamentos que são algoritmos são considerados registros monofuncionais, que se constituem do registro de sistemas de escritas e a representação de gráficos cartesianos.

Considerando os diferentes tipos de registros, e buscando estabelecer a relação existente entre o número racional (representação fracionária e decimal) e os diversos registros de representação, destaca-se a Figura a seguir.

<table>
<tr><th></th><th>Representação Discursiva</th><th>Representação Não-Discursiva</th></tr>
<tr>
<td>Registros Multifuncionais
O tratamento não é algoritmizável, usados para a comunicação e tratamento dos objetos.</td>
<td>Registro na Língua Natural

Um número racional na forma $\frac{a}{b}$ com $a\,e\,b$ inteiros e $b \neq 0$ está representado por uma fração.

Um número racional pode ser escrito seguindo as regras e convenções do Sistema Decimal de Numeração</td>
<td>Registro Figural

Contínuo


Discreto
</td>
</tr>
<tr>
<td>Registros Monofuncionais
Os tratamentos são principalmente algoritmos, desenvolvidos para um tipo de tratamento, a fim de conseguir desempenhos mais econômicos e poderosos.</td>
<td>Registro Simbólico

<table>
<tr><th>Numérico</th><th>Algébrico</th></tr>
<tr><td>Fracionário: $\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{a}{b}, b \neq 0, a, b \in Z$</td></tr>
<tr><td>Decimal exato: $0,5$
Decimal não exato: $0,333...$</td><td>$a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_nx^0$</td></tr>
<tr><td>Potência de 10 ou Notação Científica</td><td>$a.10^n$ ou $a.10^{-n}$</td></tr>
<tr><td>Percentual: 20%</td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>Registro Gráfico</td>
</tr>
</table>

Figura 7 ─ Registros de representação semiótica e o número racional
Fonte: SOARES, 2007, p. 31.

Nesse sentido, levando em consideração os diversos registros de representação conforme figura 7, destacam-se alguns que darão suporte à análise, conforme a classificação de Duval (2003): registros multifuncionais na representação discursiva, registro pela língua natural, sistema semiótico de representação, que é construído por um vocabulário próprio de cada cultura, que é aprendido simultaneamente, e também deve possuir um uso adequado de modo que possa se entender com os demais. O registro figural é classificado como um registro multifuncional na representação não discursiva, considerada uma variável importante na representação e concepção conceitual de fração, sendo classificada como a característica da quantidade (contínua e descontínua).

O registro monofuncional na representação discursiva (simbólico numérico fracionário) é considerado por Duval (2003) há "o sucesso, para grande parte dos alunos em matemática" (p. 21), pois os tratamentos nesse registro são algoritmos, sendo os mais utilizados para trabalhar com o conceito de número racional.

Diante dos diferentes tipos de registros observados, os quais, conforme Duval (2003), são elementos primordiais para que os alunos entendam um conceito matemático, temos de levar em consideração que, conforme Damm, "poderemos falar em conceitualização, aquisição de conhecimentos, somente a partir do momento em que o aluno 'transitar' naturalmente por diferentes registros" (2008, p. 176).

Pergunta-se: Como ocorre a aquisição de um conceito matemático por meio da organização dos diferentes registros de representação? Para responder a esta questão precisamos entender melhor o significado de *tratamento* e *conversão*, pois, conforme Duval (2003), há "uma diferença-chave para analisar a atividade matemática numa perspectiva de aprendizagem (e de ensino) e não numa perspectiva de pesquisa matemática por matemáticos" (p. 15); isso só ocorre quando o sujeito conseguir transitar nos diferentes registros, segundo Duval (2003).

Há dois diferentes tipos de transformação de representação semiótica, que podem ser classificados em Tratamento ou Conversão. A seguir apresenta-se a distinção entre eles. No entendimento de Duval (2003), o tratamento conserva-se no mesmo sistema.

> Quase sempre é somente este tipo de transformação que chama a atenção, porque ele corresponde a procedimentos de justificação. De um ponto de vista "pedagógico", tenta-se algumas vezes procurar o melhor registro de representação a ser utilizado para que os alunos possam compreender (DUVAL, 2003, p. 15).

Já a transformação por meio da conversão muda o sistema, conservando-se a referência do objeto. Conforme Duval,

> este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não-congruência. Isso se traduz pelo fato de os *alunos não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes.* A capacidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados. Os fatores de não-congruência mudam conforme os tipos de registro entre os quais a conversão é, ou deve ser, efetuada (2003, p. 15).

Os tratamentos são transformações de representação dentro de um mesmo registro. Segundo Damm (2008), o tratamento é a transformação interna do registro, ou seja, "são ligados à forma e não ao conteúdo do objeto matemático" (p. 180). Um exemplo de tratamento relacionado à subtração dos números racionais é quando se subtrai ½ – ¼ = ½.

A conversão é a transformação de um registro em outro, isto é, "refere-se às operações onde o registro inicial é transformado em outro registro, por essa razão é dita como uma transformação externa" (SILVA, 2009, p. 36). Por exemplo, quando for feita a transformação de um registro para outro ou a representação fracionária para a representação figural.

Para Duval (2003), a conversão tem dois pontos de vista: o matemático e o cognitivo:

a) Matemático: "é o tratamento mais econômico por ser mais potente, pois serve como suporte ou guia aos tratamentos que se realizam em outro registro" (p. 16).

b) Cognitivo: "a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão" (p. 16).

Na perspectiva de Duval (2003), a conversão é vista como uma forma mais simples e aplicação de regra, uma visão enganadora e superficial no seu ponto vista de aprendizagem teórica.

O autor ressalva que somente as regras não levam à compreensão global e qualitativa, e que as codificações servem apenas para uma leitura pontual das representações gráficas. Segundo este autor, devemos considerar os sistemas de semióticos como estruturas fundamentais no funcionamento do pensamento. Para a inclusão desse sistema na arquitetura cognitiva das pessoas, deve-se levar em consideração quatro ideias essenciais:

> 1. O desenvolvimento da capacidade mental de representação depende do desenvolvimento cultural de sistemas semióticos, porque esses sistemas não preenchem somente uma função de comunicação, mas também uma função de transformação de representações ("tratamento") e de objetivação consciente para o sujeito. [...]
>
> 2. Nos indivíduos em período de desenvolvimento e de formação inicial, o progresso de aquisição de conhecimentos matemáticos depende da coordenação de registros de representação semiótica. Essa coordenação não é espontânea, mas deve ser levada em conta na apropriação de cada um dos sistemas semióticos.
>
> 3. Certas variáveis cognitivas podem ser retomadas como variáveis didáticas.
>
> 4. Na medida em que a matemática tende a diversificar os registros de representação, sua aprendizagem específica pode contribuir fortemente para o desenvolvimento das capacidades cognitivas globais dos indivíduos (DUVAL, 2003, p. 29-30).

Pela teoria de registro de representação semiótica de Duval (2003), para que seja possível o aluno aprender Matemática (aquisição/significação de conceitos) ele deve conseguir transitar pelo mínimo em dois registros de representação, sendo de preferência um registro monofuncional e um multifuncional. Duval (2003) afirma que o reconhecimento da diversidade de registros de representação de um mesmo objeto matemático é essencial para a compreensão em Matemática, apesar de que o enfoque didático não leva em conta esse fato.

Com base nesses elementos da teoria dos registros de representação semiótica descrita esse item, visa-se a auxiliar na descrição da proposta para os números racionais não negativos na sua representação fracionária. Sob a luz dessa teoria, será feita a análise dos dados, buscando observar como os alunos lidam com o conceito de fração e com os diferentes significados e registros, além de considerar os diferentes modos e sentidos atribuídos aos conceitos.

4 SENTIDO ATRÍBUIDO AO CONCEITO DE FRAÇÃO

Este capítulo destina-se à análise dos dados, no qual, primeiramente, apresentam-se os planejamentos, vistos como a proposta de ensino do número racional não negativo na sua representação fracionária nos 5º e 6º anos do Ensino Fundamental, com o objetivo de relacionar com os procedimentos que os alunos apresentam ante aos cinco significados propostos. Em seguida expõem-se as análises dos dados propriamente ditos do objeto matemático investigado, que foram obtidos por meio do instrumento de coleta de informações aplicado aos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, conforme estabelecido nos planejamentos de ensino.

4.1 Um olhar sobre os planejamentos para ensino de fração no 5º e 6º ano

Este subitem apresenta a descrição da proposta para os números racionais não negativos na sua representação fracionária, considerando os 5º e o 6º ano do Ensino Fundamental, conforme os Planos de Ensino da escola que participou da pesquisa. O conteúdo de números racionais não negativos na forma fracionária inicia-se no 5º ano do Ensino Fundamental, e no 6º ano se evidencia com maior ênfase, complementando estudos anteriores.

4.1.1 Recorte do planejamento do 5º ano – turma 2011

Ao analisar o planejamento da professora do 5º ano (2011), observa-se que o conceito de número racional não negativo, na sua representação fracionária, começa a ser desenvolvido no 3º trimestre com foco no conceito de fração. Para tanto, a professora inicia com o título "*Frações,*" dizendo que "*os números que formam as frações são chamados de numerador e denominador*" (Planejamento da professora do 5º ano, 2011).

Ex.: $\frac{1}{4}$ → número de partes consideradas (numerador).
→ número de partes iguais como o inteiro foi divido.

> Se o <u>denominador</u> for igual a 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9, se lê: meio terço, quarto, quinto, sexto, sétimo, oitavo ou nono.
> Se o <u>denominador</u> for igual a 10, 100, 1000, se lê: décimo, centésimo ou milésimo.
> Nas demais frações devemos ler o numeral que representa o denominador acompanhado da palavra <u>avos.</u>
> Ex.: $\frac{1}{12}$ um doze avos. (Planejamento da professora do 5º ano, 2011).

Após esta breve explicação do registro simbólico (numérico) de frações e a exploração de como se lê as mesmas, a professora apresenta, em seu planejamento, algumas atividades relacionadas ao significado parte-todo por meio de figuras geométricas divididas em partes iguais. Na primeira atividade proposta solicita para pintar as partes de cada fração, conforme o exemplo a seguir.

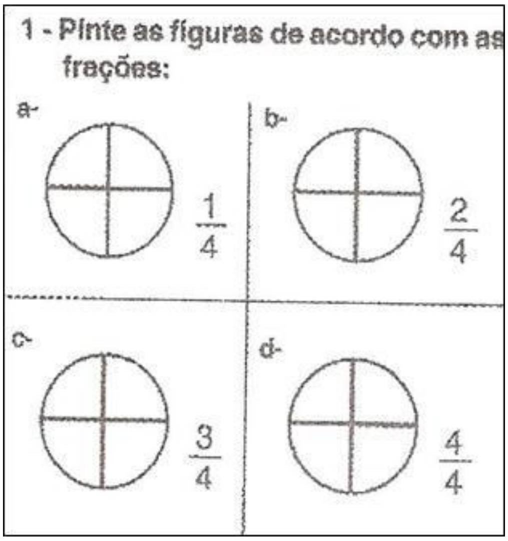


Figura 8 – Representação figural das frações.
Fonte: Planejamento da professora do 5º ano, 2011.

Na tarefa seguinte exige a representação fracionária de cada parte, conforme se pode visualizar no exemplo, na sequência.

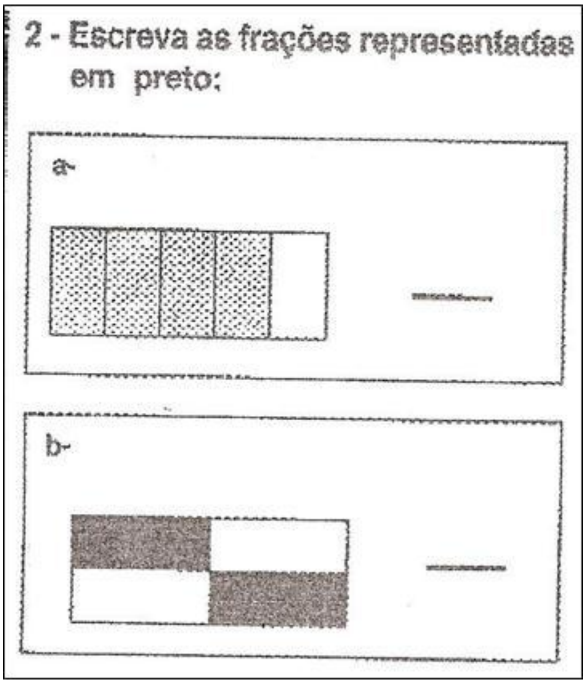


Figura 9 – Representação numérica de frações
Fonte: Planejamento da professora do 5º ano, 2011.

Nesta atividade solicita-se uma conversão do registro figural para o numérico (representação de fração) e as quantidades também são contínuas. Pode ser resolvida pelo método da dupla contagem, no qual se conta o número de partes pintadas e indica o numerador e o número de partes em que a figura foi dividida que é o denominador, pois nenhuma figura apresentada exige do aluno a ideia de conservação da área.

O significado parte-todo continua sendo estudado de forma não contextualizada por meio da conversão dos registros numéricos (representação fracionária) e figural. Observa-se na atividade três tipos de conversão, explorados somente com representações de quantidade contínua e frações próprias, conforme o exemplo a seguir.

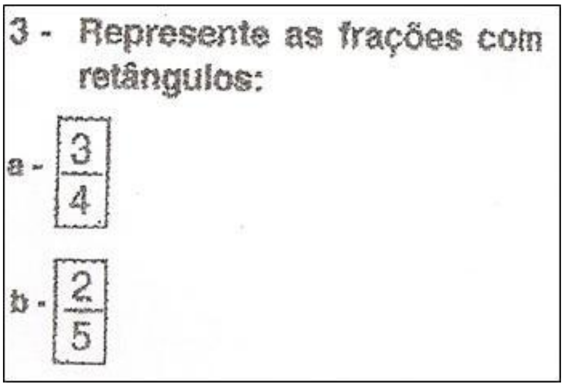


Figura 10 – Conversão dos registros numéricos em figural
Fonte: Planejamento da professora do 5º ano, 2011.

Em outro momento observa-se a atividade que explora a leitura de uma fração envolvendo, principalmente, a conversão do registro numérico (representação fracionária) para o registro na língua natural. Conforme o exemplo.

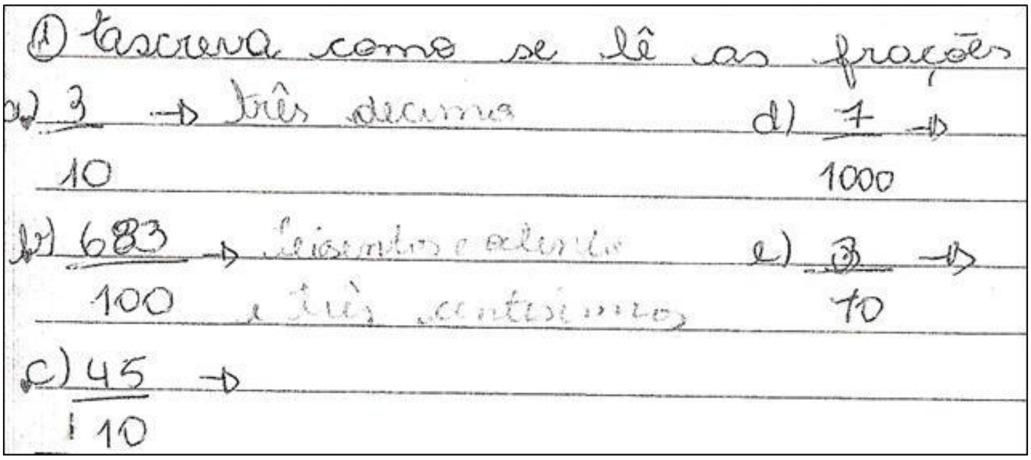


Figura 11 – Leitura de fração
Fonte: Planejamento da professora do 5º ano, 2011.

Conforme observa-se no planejamento da professora do 5º ano, foram exploradas apenas conversões do número racional não negativo na sua representação fracionária, do registro figural para o registro simbólico e vice-versa, com quantidades contínuas, representações figurais e registro da linguagem natural.

A seguir apresenta-se a análise do caderno de um aluno do 6º ano e as informações descritas pela professora regente da turma de 2012.

4.1.2 Recorte do planejamento do 6º ano – turma 2012

A partir de informações obtidas da docente e observação do caderno de um aluno indicado pela professora regente do 6º ano, o ensino do número racional não negativo dá continuidade ao ensino de fração a partir do conteúdo já apresentado no 5º ano, e neste ano a professora apresenta a ideia do número racional na sua representação fracionária por meio do registro figural para o numérico (representação de fração), conforme nota-se no planejamento da professora do 5º ano. Já os tipos de fração, número misto, simplificação e as operações envolvendo o número racional não negativo na sua representação fracionária, são prioridade do 6º ano do Ensino Fundamental.

Os conteúdos relativos ao conceito de número racional não negativo começam a ser desenvolvidos pela professora no segundo trimestre do ano letivo. A docente inicia com números racionais não negativos, dizendo: "*Existem números naturais que representam uma parte do inteiro. Estes novos números são uma aplicação dos naturais e constituem o conjunto dos números racionais não negativos*" (Professora do 6º Ano, 2012). Os números racionais não negativos são representados pelo conjunto Q_+.

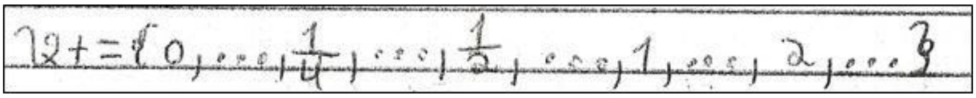
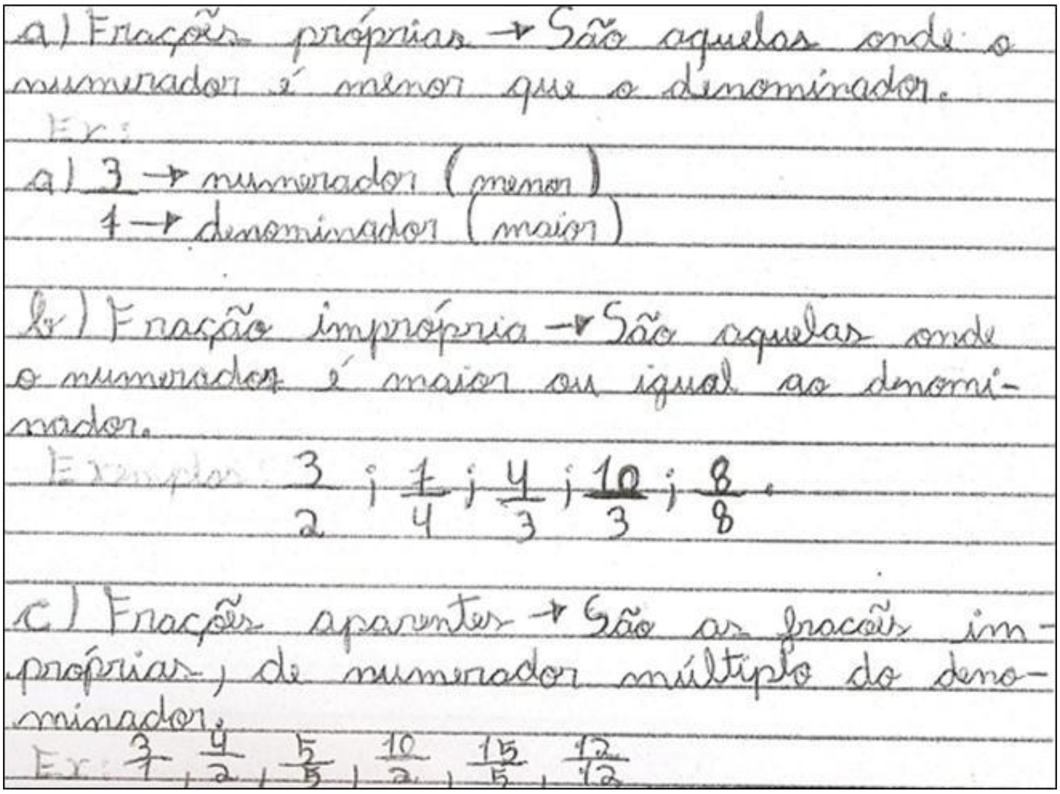

$Q_+ = \{0, \ldots, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2}, \ldots, 1, \ldots, 2, \ldots\}$

Figura 12 – Representação do conjunto Q_+
Fonte: Caderno do aluno do 6º ano, 2012.

No trabalho desenvolvido no tópico "tipos de frações" utiliza-se a língua natural para explicitar as regras de classificação, seguido de um exemplo numérico, conforme a Figura 13. Destaca-se que não há atividade para o aluno realizar em relação a esse tópico.


a) Frações próprias → São aquelas onde o numerador é menor que o denominador.

Ex:

a) 3 → numerador (menor)
4 → denominador (maior)

b) Fração imprópria → São aquelas onde o numerador é maior ou igual ao denominador.

Exemplos: $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{10}{3}$; $\frac{8}{8}$.

c) Frações aparentes → São as frações impróprias, de numerador múltiplo do denominador.

Ex: $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{10}{2}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{12}{12}$

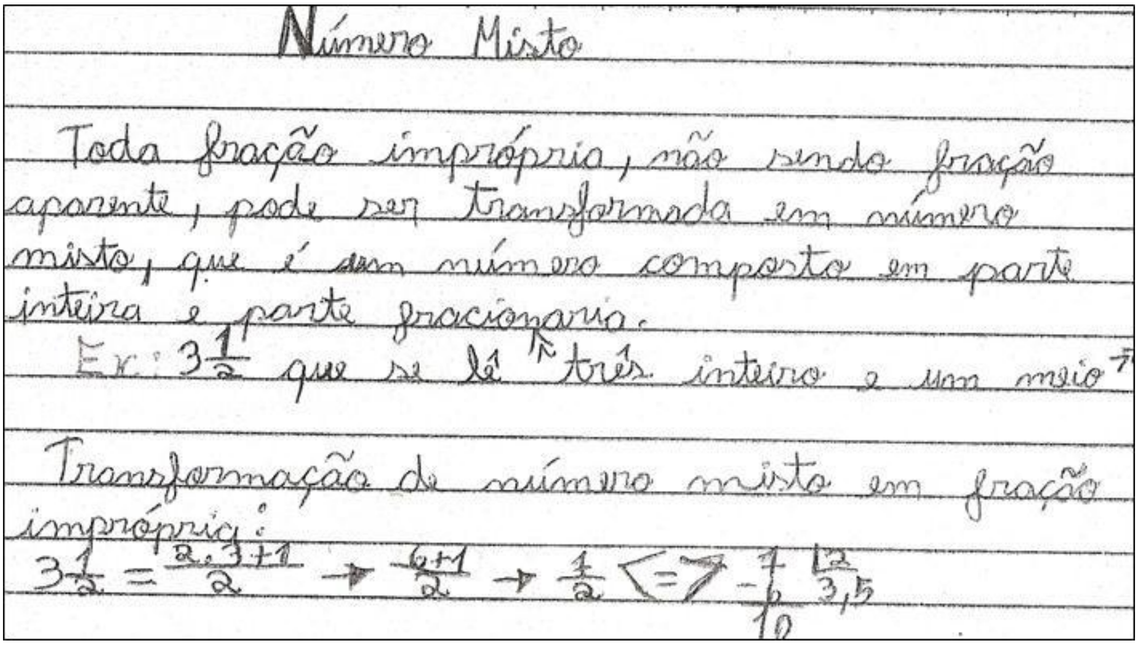
Figura 13 – Regra para determinar os tipos de frações
Fonte: Caderno do aluno do 6º ano, 2012.

A forma apresentada aos alunos não permite que façam conjecturas e observações sobre as características de cada tipo de fração, pois os registros numéricos já são dados prontos. Além disso dessa forma, os alunos não conseguem percebem os vários registros de representação para o mesmo objeto matemático. Sobre essa questão, de acordo com Duval (2003), é necessário utilizar pelo menos dois registros de representação, aconselhando-se um multifuncional e outro monofuncional, isto é, representar o objeto – fração – por meio do registro numérico e figural, permitindo que o sujeito produza significado para o objeto e perceba a construção das regras existentes quanto à classificação da fração. Em acréscimo Soares afirma que,

> apresentar várias frações no registro figural e solicitar o registro numérico (representação fracionária), em seguida, solicitar que os alunos observem se as frações formam inteiros ou não, bem como se formam inteiros e algumas partes para então construir uma regra no registro da língua natural para classificar as frações, possibilitando aos alunos mobilizar vários registros de representação para o mesmo objeto matemático (2007, p. 66).

É importante incentivar os alunos a pensar sobre as regras por intermédio da conversão (conversão figural para a numérica), para entender/compreender a classificação das frações não apenas analisando o denominador e o numerador, que o leva a entender que as frações são números um em cima do outro.

Outra tarefa de frações é aquela com o número misto, que também é apresentada por meio de regra, conforme o exemplo a seguir.


Número Misto

Toda fração imprópria, não sendo fração aparente, pode ser transformada em número misto, que é um número composto em parte inteira e parte fracionaria.

Ex: $3\frac{1}{2}$ que se lê três inteiro e um meio

Transformação de número misto em fração imprópria:

$3\frac{1}{2} = \frac{2.3+1}{2} \rightarrow \frac{6+1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \Leftarrow 7$ $\quad 7 \div 2 = 3,5$

Figura 14 – Número misto
Fonte: Caderno do aluno do 6º ano, 2012.

No tópico “simplificação de fração” trabalha-se também da mesma forma, apresentando apenas um registro numérico, no qual se deve utilizar da língua natural para explicar a regra, ou seja, divide-se o numerador e o denominador pelo mesmo número até encontrar a forma irredutível, seguido de inúmeros exercícios de repetição, sem contextualização.

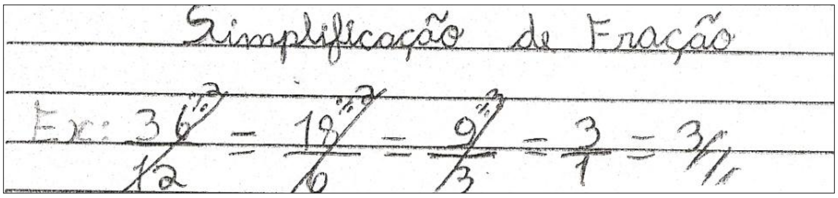


Figura 15 – Exemplificação da regra para simplificação de frações
Fonte: Caderno do aluno do 6º ano, 2012.

Na sequência de seu planejamento a professora apresenta as quatro operações básicas, iniciando pela adição e subtração com denominadores diferentes, propostas por meio de macete, sem contextualização, conforme o exemplo a seguir:

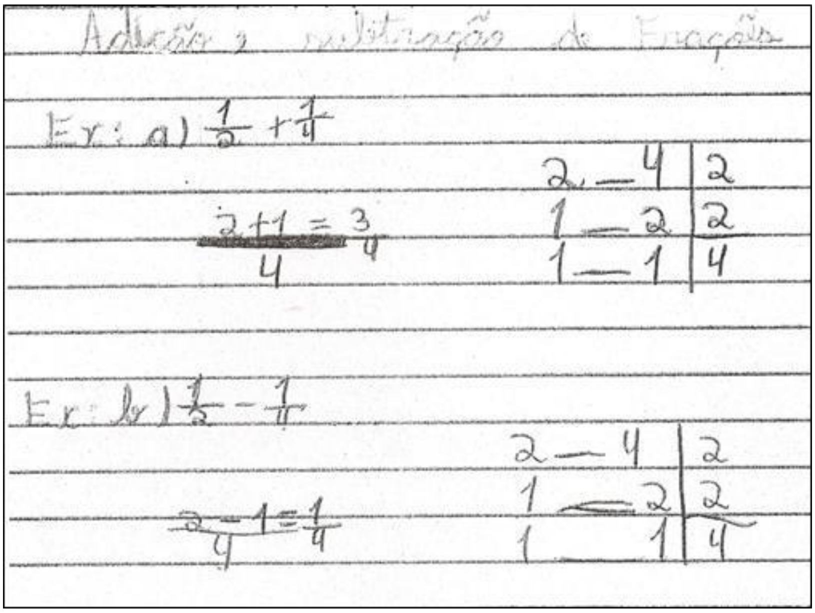


Figura 16 – Exemplificação da regra da adição e subtração de frações com denominadores diferentes
Fonte: Caderno do aluno do 6º ano, 2012.

Seguindo seu planejamento, continua-se observando o uso de regra prática utilizando somente registro numérico, com 15 atividades, de acordo com o exemplo a seguir:

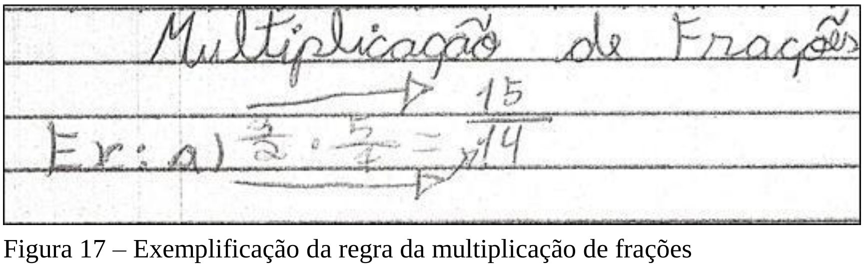


Figura 17 – Exemplificação da regra da multiplicação de frações
Fonte: Caderno do aluno do 6º ano, 2012.

Na divisão de frações constatamos o uso do registro numérico e a utilização da linguagem natural, "*Para dividir frações multiplica-se os extremos e os meios*", como sendo um macete, conforme se pode observar na sequência:

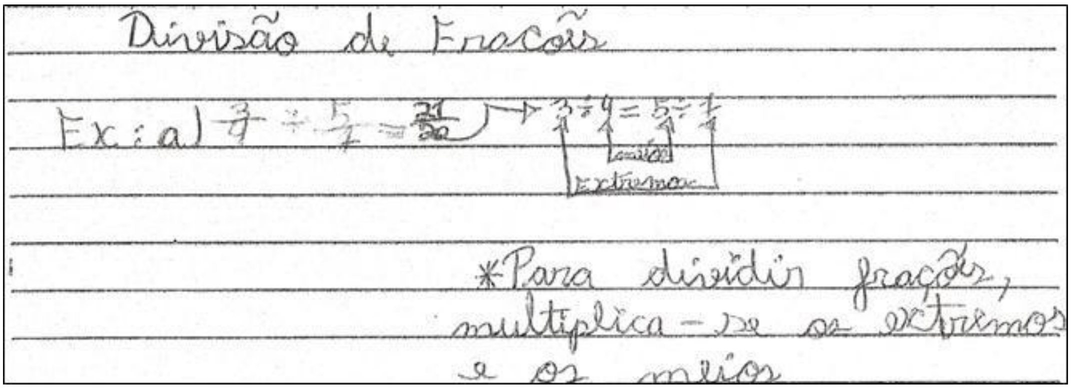


Figura 18 – Exemplificação da regra da divisão de frações
Fonte: Caderno do aluno do 6º ano, 2012.

O emprego do macete é proveniente da linguagem de proporções, sendo a possibilidade de multiplicar meio por extremos entre si, obtendo o mesmo resultado, provém da demonstração da propriedade fundamental das proporções, não sendo uma linguagem ideal para a utilização em frações.

Ao desenvolver os tópicos de potenciação, radiciação e expressões numéricas envolvendo números racionais, a professora prioriza os tratamentos no registro fracionário. Também se observou que não foi trabalhada a localização de números racionais na reta numérica.

Encontram-se também situações-problema envolvendo o significado de operador multiplicativo com a utilização de grandeza discreta, considerando que todas elas envolvem tratamentos com registro numérico. As situações-problema são do mesmo tipo, envolvendo valores monetários, doces, etc., conforme se observa no exemplo a seguir.

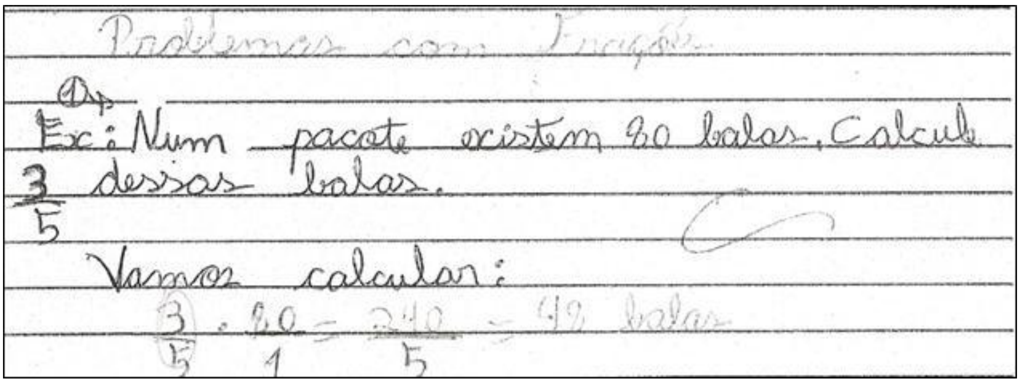


Figura 19 – Operador multiplicativo
Fonte: Caderno do aluno do 6º ano, 2012.

Das dez situações-problema, pode-se constatar que todas envolvem um tratamento com números racionais não negativos na representação fracionária. Há o uso de um significado no qual o número racional pode ser classificado dentre aqueles apresentado tanto por Nunes et al. (2003) quanto pelos próprios PCNs (BRASIL, 1998).

Como pôde-se observar, nessas propostas para a introdução do estudo de fração no 5º ano é empregado o significado de parte-todo, em que o aluno deve utilizar somente um tipo de representação – a numérica – de frações próprias. A complementação do estudo é feita no 6º ano, com a definição de fração própria, imprópria e aparente, número misto, simplificação de fração, seguido das quatro operações básicas. Além disso, o "plano" contém um item sobre problemas com frações aplicando o significado de operador multiplicativo com quantidades descontínuas, em cujas soluções foi identificada a multiplicação de fração por número inteiro/natural.

4.2 Processos de resolução de situações envolvendo fração

O conceito de número fracionário envolve vários aspectos que são relevantes levando em conta a significação conceitual pelo aluno. Estes aspectos estão relacionados as suas representações figural, linguagem simbólica, linguagem natural e aos seus significados.

Cada significado abordará duas questões, sendo uma com quantidade contínua e outra discreta, não tendo uma forma linear de analisar as categorias – significados – e será analisado cada significado respectivamente com a variável, que é característica da quantidade (contínua e descontínua/discreta).

Tendo-se exposto os critérios para a análise, a seguir serão apresentadas e discutidas as respostas dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

a) Significado parte-todo

A ideia do significado parte-todo é a divisão de um todo em partes iguais, e a representação numérica pode ser feita por $\frac{1}{n}$, (sendo $n \neq 0$).

Para Walle (2009), é importante considerar que o número racional na sua representação fracionária – parte-todo – para a significação conceitual do número, não deve ser tratado como dois números naturais, mas sim um número que representa partes iguais ou proporções de tamanhos iguais de um todo ou unidade. Segundo o referido autor, é de extrema importância que o aluno entenda o significado do número na parte superior e inferior de uma fração, e que compreenda o que significa cada um de seus termos. Segundo esse autor, as partes fracionárias são denominadas para que se possa entender quantas partes são necessárias para formar o todo; por exemplo, se denominamos quartos, precisamos de quatro partes para formar o todo.

Na questão, envolvendo a ideia de parte-todo com quantidade contínua, solicitava que os alunos representassem, por meio de desenho e numericamente, um terço de uma fita, na qual eles teriam de fazer a conversão da língua natural "um terço" para o registro numérico fracionário e o figural. Foram evidenciadas duas respostas com a formação do significado parte-todo, em que o aluno faz a conversão da linguagem natural para o registro numérico$\left(\frac{1}{3}\right)$, mostrando o quanto é um terço, e no registro figural, mesmo não representando em partes iguais, pode-se identificar a ideia de fração, conforme os exemplos na sequência.

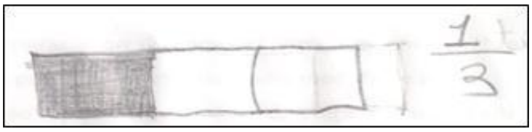


Figura 20 – Representação do significado parte-todo: aluno A_1
Fonte: Dados da pesquisa.

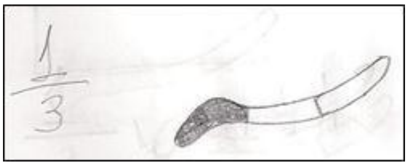


Figura 21 – Representação do significado parte-todo: aluno A_2
Fonte: Dados da pesquisa.

Sobre esse aspecto que condiciona o conceito de fração, Nunes et al., revelam em seus estudos que "[...] os alunos aprendem fração como uma rotina que leva a encontrar um nome para um pedaço de algo e não dão conta de aspectos de grande importância para a compreensão do conceito de frações, como a necessidade de termos iguais e a equivalência de fração" (2005, p. 158). Verifica-se que os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental representaram as frações sem levar em consideração a necessidade de partes iguais.

Ao analisar a Figura 21, percebe-se que o aluno, tem a ideia de fração, mas ao representa-la, não faz a divisão em partes iguais, pois não utiliza régua para representar a fita em duas dimensões.

A pesquisa mostra que os demais sujeitos envolvidos têm dificuldade na representação figural, os quais não conseguiram destacar o quanto representa um terço, nesse caso no registro figural, pois representam três terços, como se pode visualizar a seguir.

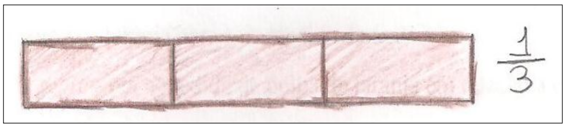


Figura 22 – Representação do significado parte-todo – quantidade contínua: aluno A_3
Fonte: Dados da pesquisa.

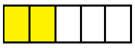
Em contrapartida, os estudos de Moutinho (2005), Merlini (2005) e Malaspina (2007) mostram que há um maior acerto nas questões envolvendo o significado parte-todo quando envolviam quantidades contínuas com representação icônica[7]. Na pesquisa realizada por Merlini (2005), os alunos da 5ª série chegaram a um resultado muito baixo em relação a um desempenho satisfatório; apenas 32,08% dos alunos acertaram a questão envolvendo o significado parte-todo. A pesquisadora argumenta que a introdução do conceito de número racional na sua representação fracionária começa com esse significado, o que levaria a um maior percentual de acertos.

A pesquisa de Demartini, com aplicação do instrumento de sondagem aos alunos da 5ª série, apresenta um porcentual de 39% de acertos na questão que solicitava a representação numérica e gráfica de uma fração, apontando dificuldade quanto ao significado dos termos (numerador e denominador), pois, segundo a autora, contavam o "total de partes em que o todo fora dividido como numerador e as partes consideradas, como denominador" (2009, p. 64).

Os dados encontrados na presente investigação contrapõem-se aos das pesquisas de Merlini (2005) e Demartini (2009), pois quando tratado o significado parte-todo este representa um dos piores desempenhos apresentados pelos alunos desta pesquisa, se considerada a ideia dos alunos. Chega-se a 18,18%, e a dificuldade apresentada pelos alunos é em destacar as partes consideradas de um todo, e não a inversão dos termos da fração como mostram as pesquisas supracitadas.

[7] "Representação icônica, o conjunto de imagens relativo ao assunto, ou seja, o uso do desenho para ilustrar a situação" (MERLINI, 2005, p.97).

Constata-se, tanto na pesquisa de Merlini (2005) quanto no planejamento da professora do 5º ano da presente pesquisa, uma maior relevância ao ensino introdutório com quantidades contínuas. Conforme Magina, Bezerra e Spinillo (2009), é dessa forma que o ensino de fração é introduzido; leva-se à ideia de que a fração é pedaço de alguma coisa (pizza, barra de chocolate).

Para que os alunos compreendam a necessidade da divisão de partes iguais, “[...] é essencial que eles estabeleçam uma conexão entre a operação de divisão, que produz sempre partes iguais, e o conceito de frações” (Nunes et al., 2005, p. 159). De acordo com Magina e Malaspina, o uso de uma questão, na qual solicita ao aluno que “represente em forma de fração as partes pintadas em amarelo em relação ao total de partes do desenho ao lado”  $= \frac{2}{5}$ (2013, p. 91), e conforme já constatado também por Nunes e Bryant (1997), esse tipo de situação leva o sujeito a desenvolver um raciocínio de percepção e prejuízo lógico-matemático a respeito de fração.

A forma como as atividades são propostas aos alunos, muitas vezes, acabam induzindo ao erro, como no exemplo anterior, que o método da dupla contagem não é válido em todas as situações, impedindo que o aluno não pense sobre os termos – numerador e denominador.

Segundo Magina e Malaspina, “resume-se em dividir a área em partes iguais, a nomear fração como sendo um número de partes pintadas sobre o número total de partes” (2013, p. 91), o que leva o aluno a considerar apenas como sendo dois números naturais e não conseguindo perceber “quanto” e “o que contar”.[8] Nos problemas que envolvem esse tipo de abordagem – “corte em tantas partes. Pinte tantas. Agora, conte as partes pintadas; esse número vai ficar em cima do tracinho: chama-se numerador” (NUNES et al., 2003, p. 128) –, é chamada a atenção para o ensino tradicional quando se utiliza modelos como de pizza e/ou barra de chocolate em relação às partes pintadas ou não. É que “não há relações entre números, mas duas contagens: uma contagem das partes que você comeu e uma das partes em que você tinha dividido a pizza” (NUNES et al., 2003, p. 128).

Magina e Malaspina (2013) afirmam que esse tipo de raciocínio sobre fração pode levar o aluno a um raciocínio baseado na percepção em detrimento das relações lógico-matemáticas. Essa constatação confirma a premissa apontada na Teoria dos Registros de

[8] Segundo Walle (2009), é de extrema importância que o aluno entenda o número na parte superior e inferior de uma fração, e que compreenda o que significa cada um de seus termos. Têm-se duas ideias centrais no simbolismo fracionário:
a) O número da parte superior *conta*.
b) O número da parte inferior diz o *que está sendo contado*.

Representação Semiótica acerca da necessidade da diversificação dos registros. Para Duval (2003), é necessária a mobilização de pelo menos dois registros sobre um mesmo objeto, pois isso faz com que o aluno transite pelas diferentes representações da fração, o que o levará a uma percepção ampla do conceito.

Voltando à presente pesquisa, verificou-se que grande parte dos alunos (81,81%) fez a repartição da figura geométrica, não conseguindo destacar a parte considerada do todo, o que representaria o registro figural do número fracionário. Ao mesmo tempo verifica-se que no planejamento do 5º ano a introdução do conceito de fração é com esse tipo de problema, o que pode ter acarretado essa dificuldade entre os alunos.

A segunda questão, envolvendo a ideia de parte-todo com quantidade descontínua, solicitava que os alunos representassem, por intermédio de desenho e numericamente, três quartos de 12 bolinhas de gude. Nesse item o aluno precisa fazer a conversão da língua natural "três quartos" de 12 bolinhas para o registro numérico e figural. Foram identificadas quatro representações da fração ¾, não levando em consideração as 12 bolinhas, conforme se pode ver no exemplo, a seguir.

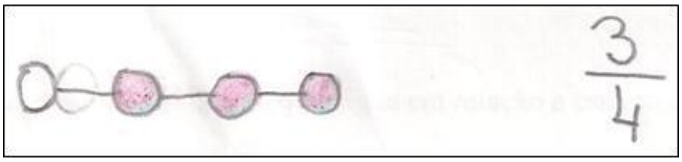


Figura 23 – Representação do significado parte-todo – quantidades descontínuas: aluno A_4
Fonte: Dados da pesquisa.

Verifica-se que na Figura 23, o aluno, faz a representação da quantidade descontínua, sem levar em consideração o conjunto de bolinhas que forma o todo. A representação figural deve levar em consideração o total de elementos do conjunto de objetos distintos, o que não foi percebido pelo aluno, considerando que o denominador indicado deveria ter sido doze.

Os alunos expressaram numericamente o termo três quartos, encontrando dificuldade no registro multifuncional na representação não discursiva (registro figural). Conforme Duval (2003), o registro monofuncional na representação discursiva (simbólico numérico) é visto como "o sucesso, para grande parte dos alunos em matemática" (p. 21), sendo o tratamento mais usado para trabalhar os números racionais. Para Duval,

> um "enclausuramento" de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já

> adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem (2003, p. 21).

Esse enclausuramento acontece devido ao trabalho somente com quantidades contínuas, pois na grande parte dos problemas envolvendo quantidades contínuas pede-se ao aluno que represente uma determinada fração como, por exemplo, $\frac{1}{4}$ do retângulo, fazendo com que ele nem pense no todo, e em quem são as partes e na noção de área. Essa é uma situação diferente daquela que envolve quantidades descontínuas, que exige primeiramente a identificação do conjunto de objetos que representa o todo e a quantidade de objetos a ser tomado, o que não aconteceu no exemplo anterior, pois se percebe que o aluno visualiza somente a fração que indica a parte do todo a ser tomada.

Nessa mesma referida questão, dos onze sujeitos envolvidos na pesquisa oito deles representou a fração na forma figural, dividindo o conjunto de bolinhas em três grupos, mas não destacaram nenhum deles, o que leva a supor que para eles a atribuição de sentido para três quartos ainda não está completa (Figura 24). Na representação numérica também não conseguiram indicar quanto é três quartos de 12 bolinhas de gude, que representaria nove.

Segundo Walle (2009), os termos, *numerador* e *denominador* não são palavras comuns para as crianças; se considerados no ensino e aprendizagem, por si só podem não ter significado para os alunos. Vigotski contribui nas discussões relacionadas aos referidos termos ao afirmar que a palavra "[...] em princípio tem o papel de meio na formação de um conceito e, posteriormente, torna-se seu símbolo" (VIGOTSKI, 2001, p. 161). De acordo com o referencial vigotskiano, no processo de elaboração conceitual a significação não acontece de imediato, numa forma pronta e acabada; há, no processo, sempre um *devir*.

Há a hipótese de que, os alunos responderam a questão sem raciocinar; como 12 é divisível por 4 e por 3, é muito fácil de confundir o aluno, pois as duas divisões dão exatas, o que pode levá-los a representar a situação sem pensar conforme o exemplo na sequência (Figura 24):

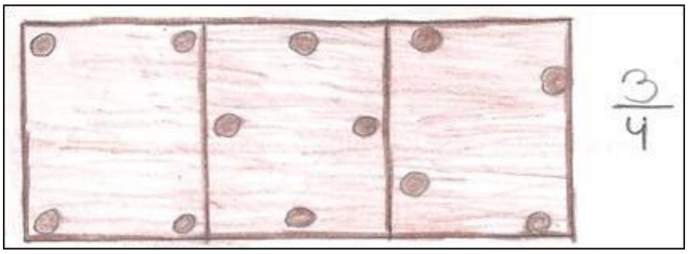


Figura 24 – Representação do significado parte-todo – quantidades descontínuas: aluno A_2
Fonte: Dados da pesquisa.

Para Behr et al. (1983), a interpretação de um número racional como parte-todo está diretamente relacionada à habilidade de dividir uma quantidade contínua ou um conjunto discreto de objetos em subpartes de tamanhos iguais. O que se observa, porém, é que para os alunos o nome língua natural não está sendo significado, ou seja, não identifica quantas partes fracionárias são necessárias para formar o todo.

Parece um significado bastante simples, no entanto muito complexo para interpretações, pois a criança, conforme Nunes et al. (2005), deve identificar a unidade, a conservação das partes a realizar divisão quando necessário. Piaget afirma:

> Não compreendem a conservação da quantidade, é porque eles não chegaram a construir a noção da própria quantidade, no sentido de quantidade total, e se a isso não chegam é por não poderem compor as relações ou as partes em jogo, pois o seu espírito não ultrapassa o nível das qualidades ou das quantidades "brutas" (1971, p. 35-36).

Percebe-se, portanto que os alunos não conseguem identificar o total das partes, e que o conjunto de objetos deveria ser repartido, além de terem dificuldade nos diferentes tipos de registro do mesmo conceito, o que, para Duval (2003), é essencial na apropriação de qualquer conceito matemático. Walle (2009) corrobora com estas ideias ao destacar que as atividades relacionadas à representação fracionária do número racional são desafiadoras e podem contribuir para que aconteça a compreensão do significado de numerador e denominador, e não é apenas uma tarefa de recitar definições.

Já para Nunes et al.(2005), "as quantidades contínuas e descontínuas são baseadas na mesma estrutura lógica, que é a relação parte-todo: a soma das unidades é igual ao valor do todo" (p. 121). Paras esses autores, é mais difícil a criança compreender uma quantidade contínua, pois a mesma não é percebida separadamente.

Nesta pesquisa verificou-se que uma grande parte dos sujeitos da pesquisa (63,63 %) representou o conjunto de objetos, não conseguindo destacar a parte considerada do todo, o que representaria o registro figural do número fracionário.

Essa situação não é muito explorada no ensino de fração, conforme Canova (2006) e Vasconcelos (2007) mesmo porque os livros didáticos apresentam poucas situações-problema envolvendo quantidade descontínua. Ao mesmo tempo verifica-se que no planejamento dos 5º ano e 6º anos do Ensino Fundamental da presente pesquisa, não há evidências de situações envolvendo quantidade descontínua, fato que pode ter interferido no fator da complexidade da questão.

Em síntese, verificou-se que somente dois (18,18%) sujeitos da pesquisa, no registro figural, apresentaram a ideia de fração no significado parte-todo com quantidades contínuas; os demais, apesar de terem dividido o inteiro no mesmo número de partes, não conseguiram destacar a parte do todo.

Quanto à ideia de parte-todo com quantidades descontínuas, observou-se que alguns alunos (27,27%) não conseguiram identificar o todo, e outros (72,73%) não tiveram êxito, para destacar, na representação figural, a parte solicitada $\left(\frac{3}{4}\right.$ de doze bolinhas de gude, o que representaria nove bolinhas pintadas). Por outro lado, não é uma situação muito explorada. Verifica-se que nos planejamentos dos 5º e 6º anos não se evidenciam situações envolvendo quantidades descontínuas, o que pode ter causado dificuldade entre os alunos.

b) Significado quociente

A fração como significado de quociente indica uma divisão, envolvendo sempre duas grandezas distintas, podendo envolver situações que abordam quantidades contínuas ou discretas.

A terceira questão do instrumento de pesquisa solicitava que distribuíssem três fitas igualmente entre quatro crianças. “Que parte da fita cada criança vai receber? Escreva na forma de fração quanto cada uma vai ganhar”. Abordando o significado de quociente com quantidade contínua, este significado supera a ideia de parte-todo, pois quanto à estratégia de resolução utilizada para resolver esse tipo de problema pode-se usar a divisão, e temos duas variáveis (três fitas para quatro crianças).

O quociente, segundo Magina e Malaspina (2013), serve para ajudar a entender que quanto maior o denominador (nesse caso representando o número de crianças) menor vai ser o pedaço de fita que cada uma ganhará. Conforme as autoras, “o professor poderia também usar razão para ajudar as crianças a entender o invariante de equivalência de fração: dada a mesma razão entre criança e bolos, a fração correspondente será equivalente, mesmo que o número de bolos e crianças possa diferir” (p. 92).

Para resolver a questão proposta aos alunos era preciso fazer a conversão da língua natural para numérico, também podendo representar por meio do registro figural. Tal questão teria como resultado $\frac{3}{4}$ de cada fita, e fazendo um tratamento, que seria $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$, ou, ainda, podendo ser distribuída $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$, para a divisão de toda a fita igualmente para cada criança.

Encontram-se diversas respostas em relação a essa situação. Ocorreu um único acerto, no qual o aluno A_5 põe como resposta numericamente, sem maiores detalhes de como teria feito a divisão no desenho ou algum cálculo numérico, conforme o exemplo na sequência: (Figura 25).

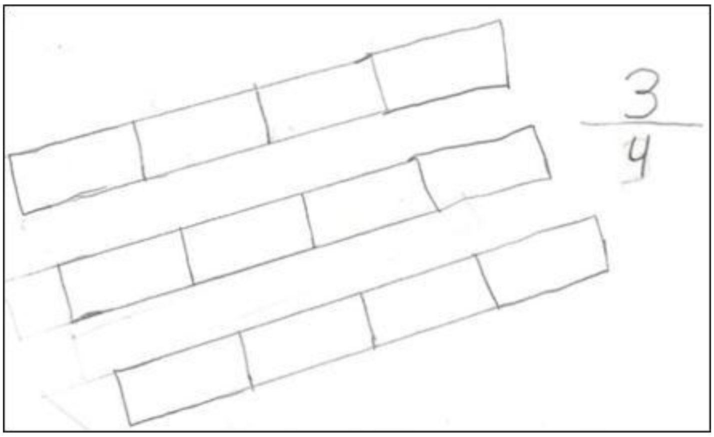


Figura 25 – Representação do quociente: aluno A_3.
Fonte: Dados da pesquisa.

Dentre as respostas verifica-se que seis alunos representaram, por meio do registro figural, a distribuição da fita sobre quantos “pedaços” caberia a cada criança. Em duas respostas não escreveram nada numericamente e em quatro delas consideram todas as partes (doze) como sendo o todo, conforme o exemplo a seguir (Figura 26):

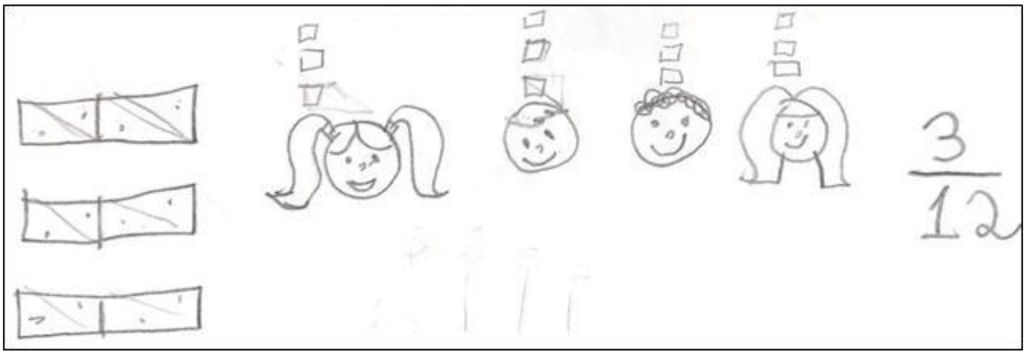


Figura 26 – Representação do significado de quociente: aluno A_4
Fonte: Dados da pesquisa.

Percebe-se que o aluno fez a divisão por distribuição, repartindo a fita em partes iguais e distribuindo uma parte a cada criança, isto é, divide um todo em partes iguais e distribui até que o todo se esgote. Para a representação do registro numérico – forma fracionária – o aluno não leva em consideração as duas variáveis, considerando somente o que foi dividido, o que está relacionado à situação que envolve parte-todo.

Segundo Merlini (2005), "podemos inferir que, sendo a relação parte-todo o início do ensino de fração, o aluno tende a procurar o Todo, o que será dividido, repartido, quer seja chocolate (quantidade contínua) ou bolinhas (quantidade descontínua)" (p. 177). Pode-se afirmar que o aluno ainda não faz a relação entre fração e divisão.

Dentre as respostas dadas pelos alunos há três representações figurais, nas quais dividiram cada fita em quatro pedaços e numeraram cada pedaço, supondo que cada número pertenceria a uma criança, conforme a Figura 27, o que indicaria quantas partes cada criança iria receber, mas a conversão para o registro numérico considerou como resposta $\frac{1}{3}$.

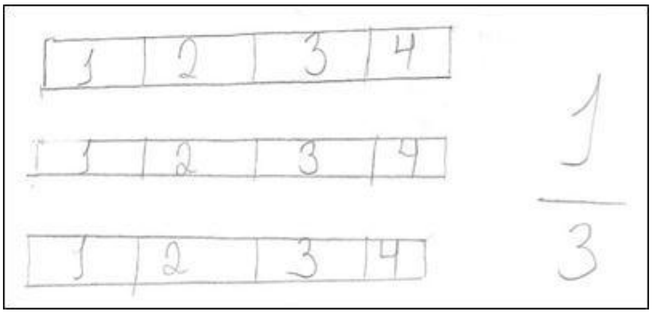


Figura 27 – Representação do significado quociente: aluno A_5
Fonte: Dados da pesquisa.

Esse tipo de erro é comum entre crianças. Nos resultados da pesquisa de Moutinho (2005), Malaspina (2007) e Merlini (2005), observa-se que, quando propuseram uma questão de mesmo caráter, a justificativa dada por um aluno entrevistado por Merlini

(2005) é que considera as três barras de chocolate como sendo o todo da relação parte-todo, e que cada criança iria receber uma parte, na qual justifica a resposta considerando "3 (barras de chocolate) sendo denominador e o 1 (um pedaço de chocolate que cabe a cada uma das crianças) como sendo o numerador" (MERLINI, 2005, p. 177), o que leva a crer que o aluno pode não estar conseguindo ir além da ideia parte-todo, ou seja, não considera as duas variáveis (fita e crianças).

No significado de quociente, o usual no ensino de situações que envolvem grandezas contínuas, para resolver essa situação-problema deve-se levar em consideração duas variáveis para a representação fracionária, sem influenciar como a divisão da fita foi feita.

Observe que se repartiram três fitas com quatro crianças. Pode-se dividir duas fitas ao meio e a outra em quatro partes, e matematicamente eu tenho $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, para cada criança. Isso significa que cada criança ganhará $\frac{3}{4}$ de fita, em outra possibilidade de divisão, que pode ser $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$, tem-se $\frac{3}{4}$ para cada criança. Essa questão vai além da conversão dos registros e exige dos alunos um tratamento, que envolve transformações de representação dentro de um mesmo registro.

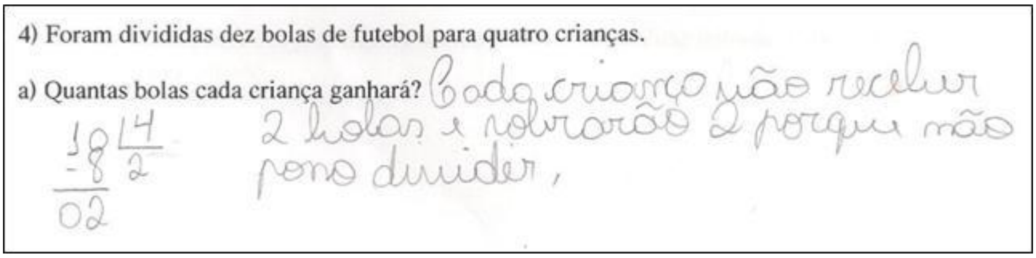
Conforme Nunes et al. (2004), situações de quociente com quantidades contínuas são as mais usadas, afirmando ainda que o denominador representa o número de destinatários e o numerador o número de coisas a serem repartidas. Observa-se, então, que, "[...] porque 3 dividido por 4 é igual a $\frac{3}{4}$, esse número representa ainda a fração de barra de chocolate recebida por cada criança, sem importar como os chocolates foram cortados (pode-se cortar dois chocolates ao meio, uma em um quarto, e dar a metade mais um quarto para cada destinatário)" (Nunes et al., 2004, p. 2, tradução nossa).

Apesar de parecer uma questão complexa, outras pesquisas apontam um índice considerável de acertos em relação a essa questão junto a alunos do Ensino Fundamental, como destacado por Vasconcelos (2007) que releva que os alunos do grupo II (classificados com maior dificuldade na disciplina de Matemática) desempenharam situações-problema do mesmo tipo com um índice de 40% de acertos com o significado de quociente com quantidade contínua, e o grupo I (classificado com menor dificuldade em Matemática) chega a 84% de acertos ante a essa questão. Merlini (2005) mostra que o significado de quociente tem o segundo melhor desempenho apresentado pelos alunos da 5ª série.

Um fator que pode ter levado a um índice praticamente nulo nesta pesquisa é que em nenhum momento se visualiza junto aos planejamentos dos 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, propostos pelas professoras o significado de quociente.

A quarta questão aborda o mesmo significado, porém relacionando a quantidade descontínua, que, por sua vez apresenta um grau maior de complexidade por ser uma quantidade não muito explorada no ensino de fração. Solicitou-se aos alunos que resolvessem a seguinte questão-problema: Foram divididas dez bolas de futebol para quatro crianças. Quantas bolas cada criança ganhou? Que fração representa essa divisão?

Para responder a questão do número de bolas que cada criança ganharia, dez dos onze alunos que participaram da pesquisa efetuaram uma operação de divisão (dez divido por quatro). Sete deles forneceram uma resposta correta (Figura 28) para a pergunta, inclusive justificando que sobrariam duas bolas porque as mesmas não poderiam ser divididas. A explicação desses alunos tem relação com o conceito de quantidade descontínua, quando se subentende que no momento em que se divide a bola ela perde sua característica. O exemplo a seguir ilustra essa situação:


4) Foram divididas dez bolas de futebol para quatro crianças.

a) Quantas bolas cada criança ganhará? Cada criança vão receber 2 bolas e sobrarão 2 porque não pode dividir,

Figura 28 – Representação do significado quociente: aluno A_6
Fonte: Dados da pesquisa.

Destes dez alunos, três, mesmo solucionando a questão por meio de divisão correta, não perceberam que a situação envolvia quantidades descontínuas (bolas), o que leva à falsa possibilidade de obter um quociente com resposta decimal como resposta dada à questão. O exemplo da Figura 29 a seguir representa a impossibilidade de fornecer esse tipo de resposta a essa questão:

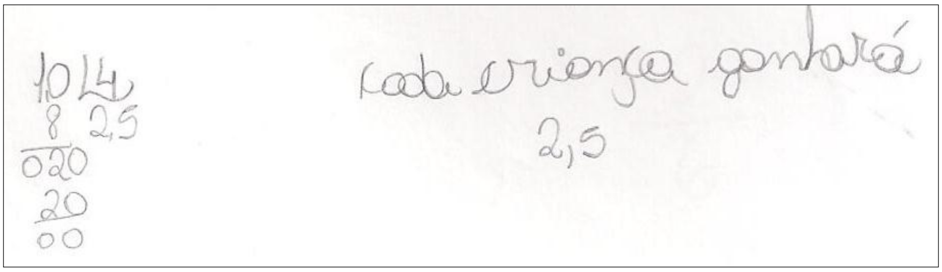


Figura 29 – Representação do significado quociente: aluno A_8
Fonte: Dados da pesquisa.

Identificou-se um procedimento e resposta com representação figural, com a ideia de divisão, conforme a ilustração a seguir:

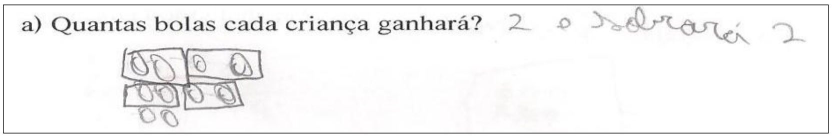


Figura 30 – Representação do significado quociente: aluno A_6
Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão que solicitava qual fração representaria a divisão, foi identificado que seis dos dez alunos (que efetuaram uma operação de divisão dez dividido por quatro) conseguiram associar a divisão com a fração correspondente, conforme ilustração a seguir:

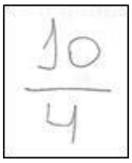


Figura 31– Representação do significado quociente por meio de fração: aluno A_6
Fonte: Dados da pesquisa.

Identificou-se que dois alunos representaram a fração, na qual possivelmente tenham referido o denominador ao número de crianças (quatro) e o numerador ao número de bolas que cada criança iria ganhar (duas bolas), conforme o exemplo na sequência.

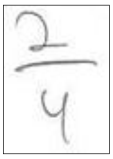


Figura 32 – Representação do significado quociente por meio de fração: aluno A_7
Fonte: Dados da pesquisa.

. Na pesquisa realizada por Merlini (2005), esse significado teve o segundo melhor desempenho apresentado pelos alunos da 5ª série, sendo um resultado satisfatório ao ser comparado com os demais significados, considerando que para esta pesquisadora nas situações-problemas que envolvem quantidade discreta a divisão deve ser exata, ou seja, somente em forma de frações aparentes $\left(\frac{10}{4}\ \textit{não é aparente}\right)$.

Silva e Lins (2007), na observação de algumas das aulas de Matemática junto a Educação de Jovens e Adultos (EJA), bem como pela entrevista realizada com a professora, evidenciam que no ensino de número misto, partindo de uma situação envolvendo quociente com quantidade contínua, teria mais sentido a introdução de número misto o que proporcionaria uma melhor compreensão pelos alunos. O quociente com quantidade descontínua, também poderia ser uma possibilidade de introduzir o número misto.

Ainda que para Malaspina (2007) e Santana (2012) a forma como foi proposta aos alunos a situação-problema não tenha sido a melhor escolha, percebe-se que, por meio dessa questão, podem ser abordados vários aspectos sobre fração, desde a falsa impossibilidade de divisão, na qual matematicamente poderia sim dividir 10 por 4, mas por envolver quantidades descontínuas não se pode fazer uma distribuição equitativa entre os destinatários, o que foi muito bem destacado pelos alunos da presente pesquisa. 54,55% dos alunos apresentaram em suas justificativas que não poderiam dividir 10 por 4, observando-se que o conceito de fração com quantidade discreta faz sentido a esses alunos.

O significado da fração como quociente também é uma possibilidade de introdução do número misto. Para transformar uma fração imprópria não aparente em um número misto (número que consiste em parte inteira e parte fracionária) deve-se fazer a divisão. O quociente representa a parte inteira e a fração formada pelo resto da divisão (numerador) e pelo o divisor (denominador).

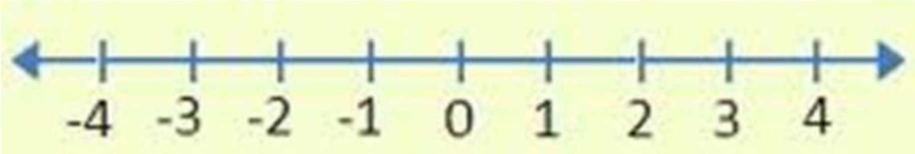
Em síntese, considerando as duas situações-problema, observa-se que a fração como quociente envolvendo quantidade contínua chega a um índice praticamente nulo de acerto, no qual é possível perceber que os alunos não identificam as duas variáveis envolvidas (fita e crianças), envolvidas na situação-problema, considerando apenas a variável fita para a representação fracionária, o que leva à ideia de parte-todo. Nas atividades de frações do significado quociente com quantidade descontínua, observa-se que a representação fracionária da divisão atingiu um índice de 54,54% de êxito.

c) Significado de Número

O significado de número em fração não necessariamente precisa referir a quantidades específicas, uma vez que o mesmo é representado por $\frac{a}{b}$ e b ≠ 0, podendo ser uma fração ordinal ou decimal.

A questão que aborda o significado de fração como número, apresentando: Na reta numérica a seguir, localize os possíveis números que podem estar entre um e dois.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{6}{4}$ f) $\frac{4}{3}$ g) $\frac{5}{4}$



Além de observar como o aluno lida com número racional na representação fracionária, observa-se também a estratégica utilizada para localizar os números fracionários na reta numérica. Para resolver a questão pode-se utilizar da conversão do registro numérico (forma fracionária) para o registro figural, ou fazer a conversão da fração em número decimal. É uma questão que para analisar o entendimento de fração, além da localização, exige uma relação de ordem entre as frações.

Dos onze alunos que participaram da pesquisa cinco deles tentaram resolver, e seis deixaram em branco. Identificou-se que um dos cinco alunos, em seu procedimento utilizou um tratamento, identificado quando o aluno faz apenas transformação interna dentro do mesmo registro simbólico. Fazendo essa transformação para uma única fração $\frac{3}{2}$ resultando no número decimal 1,5, indicou na reta numérica o número decimal correspondente a fração, conforme exemplo, Figura 33 a seguir:

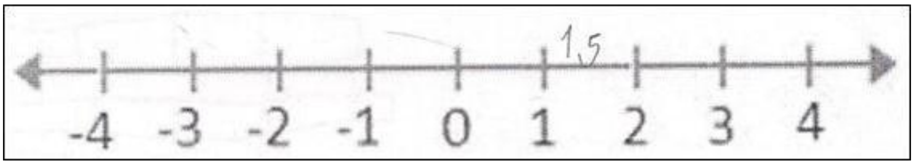


Figura 33 – Localização do número na reta numérica: aluno A_2
Fonte: Dados da pesquisa.

Outro aluno localizou na reta a fração $\frac{3}{2}$, não sendo observada nenhuma transformação de registro de representação, conforme exemplo, na sequencia Figura 34:

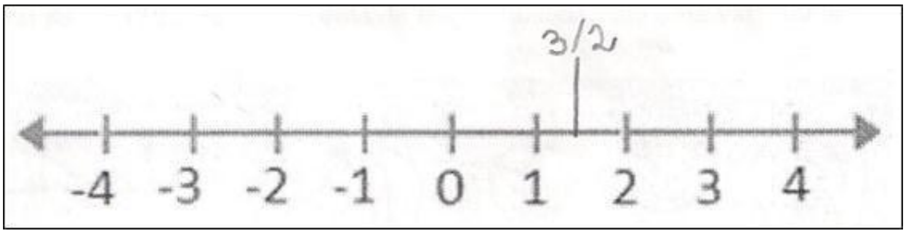


Figura 34 – Localização do número na reta numérica: aluno A_4
Fonte: Dados da pesquisa

Identificou-se que outros três alunos tentaram localizar mais de uma fração na reta numérica, mas não se observou transformação de representação semiótica (tratamento ou conversão) de como teria feito para a localização da mesma. Conforme o exemplo, a seguir (Figura 35):

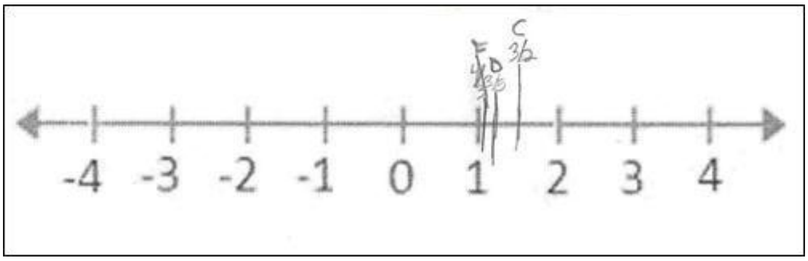


Figura 35 – Localização do número na reta numérica: aluno A_7
Fonte: Dados da pesquisa.

Vê-se na Figura 35 que esse aluno, teve sucesso somente na localização da fração $\frac{3}{2}$. Na tentativa de localizar a fração $\frac{4}{3}$ (que está entre o número um e dois), mesmo que $\frac{4}{3}$ foi indicada bem próxima do número "um," a qual deveria estar próxima da fração $\frac{3}{2}$, pois representa 1,3333... . Já a localização da fração $\frac{3}{5}$ (a fração $\frac{3}{5}$ é igual ao número decimal 0,6), foi marcada entre o número um e dois, posto que a mesma deveria ser localizada entre o número zero e um.

Apesar de cinco alunos (45,45%) conseguirem localizar corretamente a fração $\frac{3}{2}$ na reta numérica, ao observar a proposta para os números racionais não negativos do 6º ano do Ensino Fundamental constata-se que nos exercícios em geral, a fração $\frac{3}{2}$, é bastante usual, o que leva a crer que os mesmos já estejam familiarizados com essa representação. No entanto, no geral, percebe-se que não se trata de um significado abordado pela professora, o que justifica o fato dos alunos não terem se apropriaram desse significado ainda.

Esse fato vai ao encontro dos resultados da pesquisa realizada por Merlini (2005) em que o percentual para o certo foi de 2,5%, evidenciou que os alunos fizeram a leitura da fração "um meio" indicando literalmente na reta, entre o 1 e o 2. Também na pesquisa de Santos (2011), o porcentual de êxito é de 14,5%, observando que os alunos fizeram cálculos descontextualizados para localizar o número na reta.

A representação do número racional na reta numérica faz com que o aluno vá se apropriando do conceito e ainda percebendo que a fração pode representar um valor maior que o todo ou um valor menor. Segundo Santos (2011), essa situação pode ser considerada um caso particular da relação parte-todo, pois o aluno poderá utilizar o raciocínio referente ao significado parte-todo. Um exemplo dessa pesquisa que pode ser citado para localizar $\frac{3}{4}$, toma-se o segmento de 0 a 1, divide em quatro partes e toma três delas, da esquerda para a direita.

Nesse contexto, pela apresentação de Caraça (1984), ao descrever o surgimento da fração a partir do problema da medida, tendo como pergunta principal quantas vezes a unidade de medida cabe em algo a ser medido, também da margem perguntar quantas vezes $\frac{2}{3}$ cabe no segmento de 0 a 1.

Pela presente pesquisa, verifica-se que os alunos não conseguiram lidar com o número racional na sua representação fracionária quando abordado o significado de número, apenas conseguiram localizar uma ou duas frações mais usuais. Para levantar qualquer hipótese seria necessário um estudo mais aprofundado, buscando entender a forma com que os alunos lidam com o número na forma fracionária, se a dificuldade está em estabelecer relação existente entre o número racional (representação fracionária e decimal) e os diversos tipos de representação, ou se não está entendendo a fração como um “novo número”.

d) Significado de medida

O significado de fração como medida, referindo-se a quantidades intensivas, envolve a comparação entre duas variáveis. Para abordar esse significado apresenta-se aos sujeitos dessa pesquisa a seguinte situação: para preparar suco de laranja para suas amigas, Maria usou a seguinte receita: duas medidas de polpa de laranja para seis medidas de água. a) Que fração representa a medida de polpa de laranja em relação a essa receita? b) Que fração representa a medida de água em relação a essa receita?

Na questão que solicitava qual a fração que representa a medida de polpa de laranja em relação à receita, verifica-se que seis dos onze alunos (54,54%), indicaram corretamente por meio da fração $\frac{2}{8}$, representando o denominador (oito) o total da receita e o numerador (dois) a medida de suco concentrado, conforme o exemplo, na sequencia (Figura 36):

Figura 36 – Representação de medida - quantidade continua: aluno A_8
Fonte: Dados da pesquisa

Apesar de nenhum aluno ter deixado explicitado a forma pensada para escrever a fração, subentende-se que o número dois (numerador) corresponde à parte concentrada de suco e o número oito (denominador) ao todo [quantidade de água (6) + quantidade de suco concentrado (2)]. Ao representar uma situação de medida, muitas vezes leva-se ao engano ou à confusão da representação fracionária, o que se evidencia no índice satisfatório em relação à questão, pois, além de conseguirem identificar o todo, os alunos conseguem associar a representação a uma fração.

Identificaram-se duas respostas em que os alunos fizeram a inversão do denominador e o numerador $\left(\frac{8}{2}\right)$, acreditando que eles entenderam a situação-problema, mas não tem clareza do conceito de fração propriamente dito, ou seja, o que representa os termos (numerador e denominador). Um outro aluno escreveu na forma de razão $\left(\frac{2}{6}\right)$, na resposta de outros dois alunos não foi possível identificar o que quiseram dizer explicitar.

Na questão solicitava que fração representaria a medida de água em relação a essa receita, identificou-se maior dificuldade em relação à questão anterior, mesmo tendo em estrutura a mesma ideia da questão anterior, identificaram-se quatro respostas corretas, conforme o exemplo, na sequencia (Figura 37):

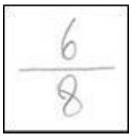


Figura 37 – Representação de fração como medida - quantidade continua: aluno A_8
Fonte: Dados da pesquisa

Também, duas respostas nas quais houve a inversão dos termos, denominador e o numerador, conforme o exemplo, na sequência: (Figura 38):

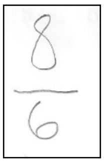


Figura 38 – Representação de fração como medida – inversão dos termos: aluno A_6
Fonte: Dados da pesquisa

Outros dois alunos responderam como sendo a medida de água usada nessa receita (6), o que leva a supor que não entenderam a pergunta. Ainda evidenciam-se três respostas que não foram possíveis de analisar.

Na pesquisa de Campos e Magina (2008), na qual os alunos respondem uma questão relacionada ao número racional – significado de medida – e é apresentada aos professores para verificar se a resposta está correta ou não, se evidencia uma confusão entre fração e razão. Apesar de os alunos terem respondido como razão, 62% dos professores entrevistados, julgam que a resposta esteja correta, não percebendo que para a representação fracionária deve-se levar em consideração o todo e não somente as partes.

Nas pesquisas de Silva (2007), Merlini (2005) e Moutinho (2005), é observado um alto índice de erro, tendo um porcentual de 81,95%, 76,6% e 83,7% respectivamente, e qual representaram por meio de razão. Exemplificando que para fazer um suco usam-se três medidas de suco concentrado e cinco de água. “Qual a fração que representa a medida de suco concentrado em relação ao total de suco?” As respostas evidenciadas nessas pesquisas são $\frac{3}{5}$, três correspondente à parte concentrada de suco e cinco à parte de água, o que estabelece ligação à relação parte-parte e não parte-todo, como solicita a questão.

Tanto na situação-problema proposta aos alunos desta pesquisa, como quanto em questões de outras pesquisas, esses tipos situação exige do sujeito, que “forme o todo”, isto é, misturar o suco concentrado com a água para fazer o suco (todo), no qual seria indicado por $\frac{3}{8}$ de suco concentrado. Para Magina e Malaspina (2013), a maior dificuldade encontrada nesse significado é o desprezo do todo envolvido, no qual os alunos consideram somente as partes. Esse fato não foi observado com tanta ênfase na presente pesquisa, e sim a inversão do denominador e do numerador. Isso não é observado com tanta ênfase nesta pesquisa, e sim a inversão do denominador e do numerador. Além do não entendimento da pergunta, houve várias respostas de forma descontextualizada, não tendo nem um tipo de relação com a fração.

A questão abordava o significado de medida com quantidades descontinuas, envolvendo a lógica de quantidade extensiva, a qual foi apresentada da seguinte forma: em uma caixa estão seis bolitas, sendo duas bolitas leitosas. Qual a chance de tirar uma bolita leitosa?

A questão envolvia duas grandezas de mesma natureza (bolitas comuns e bolitas leitosas), sendo que quatro dos onze alunos que participaram da pesquisa, responderam por meio do registro numérico, e registo figural ou registro da linguagem natural, e quatro responderam a questão somente pelo registo numérico, conforme os exemplos, a seguir (Figura 39 e Figura 40):

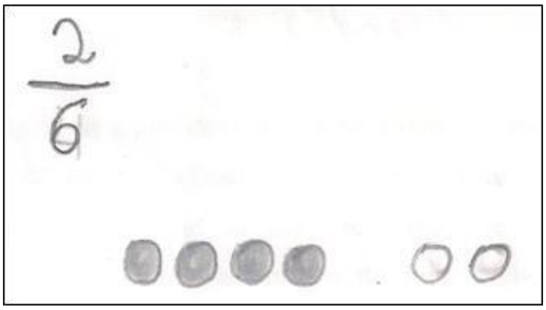


Figura 39 – Representação de medida – quantidade descontínua: aluno A_4
Fonte: Dados da pesquisa.

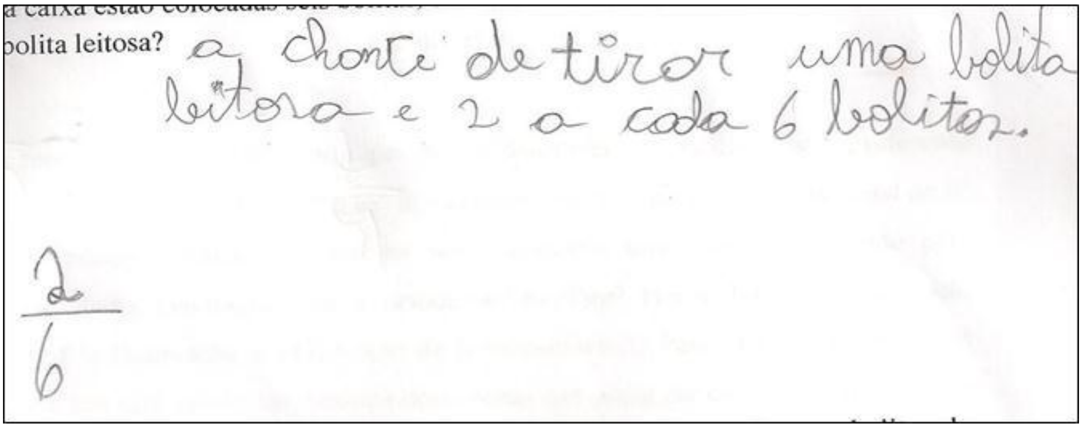


Figura 40 – Representação de medida – quantidade descontínua: aluno A_8
Fonte: Dados da pesquisa.

Considerando essas respostas independentemente da representação utilizada, chega-se a um índice de aproximadamente 72% de êxito. Por outro lado observou-se que um aluno inverteu os termos da fração, e duas respostas não foi possível de identificar o que quiseram dizer/representar.

Na pesquisa de Canova (2006) e Santos (2005), os autores constatam que os alunos focam nas partes e não no todo e considerando parte-parte. Para exemplificar, questionam: se tem oito fichas em uma caixa e duas são azuis e o restante vermelhas, qual a chance de tirar uma ficha azul? Consideram como denominador o número de fichas vermelhas (seis) e como numerador, o que é o número de fichas azuis. A mesma situação é encontrada por Silva (2007), ao pesquisar professores que atuam junto a 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental, questão que apresenta o mesmo contexto, evidencia que o erro cometido nesse tipo de questão é muito parecido com o significado parte-todo, o que leva a autora a crer que o problema é resolvido pelo método da dupla contagem, isto é, contam as fichas vermelhas como sendo o denominador e as brancas como sendo numerador, considerando somente parte-parte e não visualizando o todo. Também Merlini (2005), verificou um porcentual apenas de 14,58% de acerto, juntamente com os alunos da 5ª série, um índice baixo em relação ao encontrado na presente pesquisa (72%).

Canova (2006) e Santos (2005), tinham por objetivo investigar os tipos de questões que são elaboradas envolvendo a ideia de fração pelos professores do Ensino Fundamental, não se observando nem uma incidência envolvendo o significado de medida. Para Canova (2006), o índice de 40,7% de êxito envolvendo esse tipo de questão não lhe pareceu baixo, pelo fato de os professores não trabalharem esse significado, o que também é uma supressa na presente pesquisa, um índice considerado satisfatório, no qual não há incidência de problemas sobre o significado de medida nos planejamentos dos professores dos 5º e 6º ano do Ensino Fundamental.

Em síntese, o significado de medida tem índices diferentes quando se considerado a variável quantidade: para a quantidade contínua, 54% de êxito, situação-problema envolvendo quantidade descontinua, 72% de êxito. Nos planejamentos em nenhum momento se observa a utilização de outros significados (além do parte-todo), para a introdução do conceito de fração.

Quando a situação-problema envolve quantidade continua, a pesquisa revela que os alunos conseguem identificar o todo, mas os mesmos têm dificuldade em relação aos termos da fração (denominador e numerador) pois a invertem na representação da fração.

Quando relacionado a ideia de medida com quantidade descontinua, nessa pesquisa verifica-se que a maioria os sujeitos conseguem identificar do todo (quatro bolitas comuns + duas bolitas leitosas igual a seis bolitas), por meio de dois registro, o registro numérico e registro figural ou linguagem natural, e uma pequena parcela responderam de forma descontextualizada que três alunos responderam a questão.

e) Significado de operador multiplicativo

Esse significado de fração é visto como uma máquina de transformação, possibilitando o emprego de técnicas operatórias e fórmulas para resolução, pois primeiro se multiplica um determinado número por “x” e em seguida divide-se por “y,” o que leva a ter uma resposta maior ou menor do que a inicial.

Considerando que cada significado envolvido continha duas questões, sendo uma para quantidade contínua e outra para quantidade descontínua, para abordar o significado de operador multiplicativo com quantidades descontínuas, apresentou-se aos sujeitos desta pesquisa a seguinte situação: Pedro tem 15 bolitas. Em um jogo ele perdeu $\frac{2}{3}$ de suas bolitas. Quantas bolitas ele perdeu?

A situação-problema pode ser resolvida por meio de uma multiplicação e de uma divisão, técnicas operatórias muito utilizadas para resolver esse tipo de questão. Verificou-se que três dos onze alunos indicaram sua resposta corretamente, por meio do registro figural, conforme o exemplo na sequência (Figura 41):

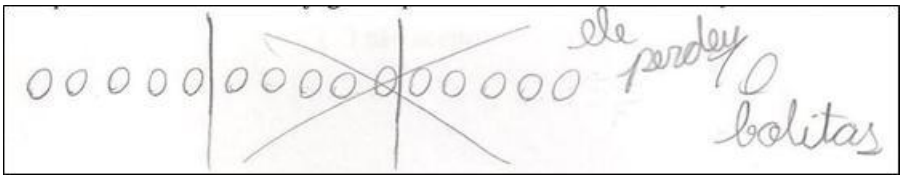


Figura 41 – Representação de operador multiplicativo – quantidade descontínua: alunoA_5
Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que a situação-problema, foi resolvida por meio do significado parte-todo, o que também é uma possibilidade de resolução. Outros seis alunos indicaram suas resposta por intermédio do significado parte-todo, dividindo o total das bolitas em três subconjuntos de cinco cada e destacaram duas bolitas por subconjunto, afirmando que Pedro teria perdido seis bolitas, conforme Figura 42, na sequência:

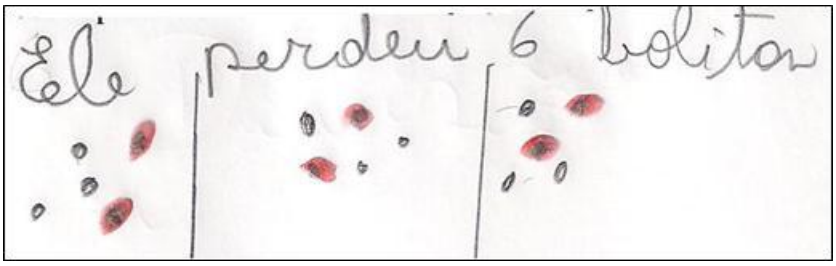


Figura 42: Representação de operador multiplicativo – quantidade descontínua: aluno A_8
Fonte: Dados da pesquisa.

Ao visualizar a forma como foi resolvida, a situação-problema, verifica-se que os alunos ainda têm dificuldade na relação parte-todo. Subentende-se que o aluno dividiu o todo em três subconjuntos e destaca duas bolitas de cada subconjunto, não considerando que os três subconjuntos são parte integrante do todo. Para ele, cada subconjunto passa a ser outra unidade (todo). Ele utiliza o denominador para ver em quantas partes o todo deve ser dividido, e o numerador como indicador de quantas partes deve-se pintar/tomar de cada subconjunto. Na resposta de dois alunos não foi possível identificar o que quiseram explicitar.

Santos (2005) afirma que os professores têm uma tendência em utilizar problemas que envolvam a utilização de algoritmos do tipo; calcule $\frac{2}{5}$ de 15. O autor ressalta que a concepção do professor para a disciplina de Matemática resume-se em fazer cálculos, sendo o único significado que possibilita o uso de um conjunto de técnicas e procedimentos na resolução.

Ao observar o caderno do aluno do 6º ano do Ensino Fundamental da referida pesquisa, verificou-se situações-problema com quantidades descontínuas, que foram utilizadas com problemas de multiplicação de fração, aplicando-se como resolução dos problemas a interpretação de operador "multiplicador/divisor", na qual parte-se de um estado inicial, aplica-se o operador e obtém-se o estado final (resposta).

Embora as situações-problema envolvendo número racional tendem a apresentar uma vinculação mais forte com determinado "método de resolução" – operador multiplicador/divisor – pode-se pensar diferentes formas de resolução bem como de registro. Apesar de serem abordadas situações-problema com a ideia de operador, e serem resolvidas por meio do "multiplicador/divisor", nenhum aluno utiliza essa técnica para resolver esta situação-problema.

A questão que aborda o mesmo significado, porém com quantidade contínua, foi a seguinte: Maria ganhou um chocolate e comeu $\frac{3}{4}$. Pinte a quantidade que Maria comeu. Em situações que envolvem representações que parecem ser materiais concretos – pizza, chocolate, bolos, tortas, entre outros –, se considerada somente a representação bidimensional, a representação figural a partir de pedaços de pizza, barra de chocolate, etc., pode ser considerada válida para o ensino de fração.

Para responder a questão, identificou-se que nove dos onze alunos, em seu procedimento utilizaram o registro figural, para a representação de quanto Maria teria comido do chocolate, conforme o exemplo, a seguir (Figura 43):

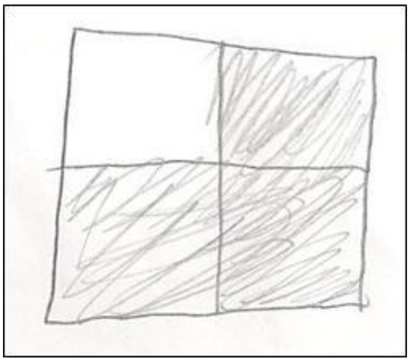


Figura 43 – Representação de operador multiplicativo – quantidade contínua: aluno A_9
Fonte: Dados da pesquisa.

A representação por meio do registro figural mostra que os alunos têm uma ideia do conceito de operador multiplicativo, pois se observa que as partes fracionárias não foram divididas em partes iguais, pois possivelmente, não têm a mesma área, mais uma vez reforçando que a representação figural deve ter a mesma área – partes iguais – como determinam as características fundamentais do conceito de fração.

Vasconcelos (2007) revela que os alunos do grupo I e grupo II apresentaram o melhor desempenho em comparação aos demais significados na questão que envolvia o significado de operador multiplicativo com quantidades contínuas, atingindo um porcentual de 96% e 80% de êxito respectivamente para o grupo I e II.

A hipótese levaria os alunos a chegar a um porcentual de 81%, pois a questão se assemelha à forma como o conceito de fração é introduzido por meio de figuras geométricas – retângulos (conforme observa-se na introdução feita pela professora do 5º ano do Ensino Fundamental) – para a representação da quantidade de chocolate que Maria teria comido. Busca-se delimitar a quantidade que Maria comeu, reduzindo o inteiro em quatro partes iguais e pintando três partes que seriam as partes consumidas por Maria.

Fato que chama a atenção é que na questão envolvendo o significado de parte-todo, com quantidade contínua, que solicitava aos alunos “represente, por meio de desenho e numericamente, um terço de uma fita”, verificou-se que os alunos têm dificuldade em representar um terço, no caso do registro figural, posto que nove dos onze alunos envolvidos na pesquisa não conseguiram destacar o quanto é um terço, representando três terços. Já na questão envolvendo operador multiplicativo com quantidade contínua, nove dos onze alunos (81,82%) conseguiram, por meio do registro figural, mesmo não representando em partes iguais, perceber a ideia de fração.

Em síntese, é o único significado abordado pela professora do 6º ano da presente pesquisa envolvendo somente quantidade descontínua. O que chama atenção é um dos significados em que os alunos tiveram maior dificuldade de resolver a questão. Além disso, a forma como os sujeitos resolveram os exercícios proposto pela professora do 6º ano, não é a mesma utilizada na questão da pesquisa, que resolveram por meio do modelo parte-todo.

Na situação-problema envolvendo operador multiplicativo com quantidade contínua, situação não abordada no 5º ano e nem no 6º, chega-se a um índice aproximadamente de 81% de acertos. Trata-se de uma situação-problema que solicitava a resolução por meio do registro figural, fato que se assemelhou à forma como o conceito de fração foi introduzido, para os sujeitos desta pesquisa.

Apresenta-se, neste momento, uma síntese dos principais achados do estudo. Quanto aos planejamentos, no 5º ano o ensino de frações é iniciado com determinação dos termos, leitura de fração, registro figural e registro simbólico – numérico –; o significado de parte-todo é trabalhando somente com figuras geométricas (círculo e retângulo), e conversões do registro figural para o registro simbólico e vice-versa. Já no 6º ano, a complementação do estudo de fração é realizada com a definição dos tipos de fração, e simplificação de fração, seguida das quatro operações básicas, com alguns problemas de operador multiplicativo com quantidade descontínua.

Verifica-se que no 5º ano o conceito de fração é abordado apenas com dois tipos de registro de representação (numérica e figural, com quantidade contínua), apresentando conversão do registro figural para o registro simbólico numérico e vice-versa. No 6º ano, a complementação dos estudos anteriores é feita com a utilização de regras para as operações básicas, seguido de exercícios.

O instrumento de pesquisa contava, com nove questões abordando cinco significados diferentes para o mesmo objeto matemático. Um aspecto muito importante a ser considerado no ensino da Matemática é que precisamos de representações para "mostrar" o objeto matemático, que devem ser exploradas para que o aluno consiga atribuir sentido aos conceitos matemáticos.

Apesar de mostrar alguns significados que no ensino de fração no 5º e 6º anos não foram abordados pelas professoras, uma parte dos alunos conseguiu resolver com bastante facilidade. Por exemplo, no caso do operador multiplicativo com quantidades contínuas (aproximadamente 81% de acertos), significado de medida com quantidade contínua (aproximadamente 54% de acertos) e com quantidade descontínua (aproximadamente 72% de acertos), e quociente com quantidade descontínua (aproximadamente 54% de acertos).

Também o significado de quociente com quantidade contínua (aproximadamente 9% de acertos), significado de número (índice praticamente nulo de acertos), significado de parte-todo com quantidade descontínua (índice praticamente nulo de acertos), apesar de não ter sido abordado no ensino de frações. A maior parte dos alunos não soube lidar com as situações-problema propostas, pois em algumas consideraram somente uma das variáveis envolvidas nos problemas, por exemplo, quociente. Verificou-se, ainda que os alunos sabem identificar as partes fracionárias nas representação figural de fração.

Por outro lado, no significado parte-todo com quantidade contínua abordado na introdução de fração, tem-se que apenas dois (18,18%) dos onze alunos dão a ideia dessa representação. No significado de operador multiplicativo com quantidade descontínua, os alunos tentaram resolver a questão por meio do modelo parte-todo, e foi evidenciado que não atribuíram sentido aos termos da fração. Para exemplificar, identificam o todo, mas não conseguem atribuir sentido aos termos da fração – numerador e denominador.

Ao longo da análise dos resultados, verificou-se certa regularidade nos procedimentos feitos pelos alunos. Há, no entanto, uma dificuldade de representação do número racional e de passar de um registro para o outro. Isso é observado quando solicitado por meio do registro na linguagem natural e o aluno precisa fazer a conversão para o registro simbólico e também da linguagem natural para o registro numérico fracionário.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização desta pesquisa teve o seguinte questionamento: como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental lidam com situações-problema que envolvem números racionais não negativos na sua forma fracionária em seus diferentes significados?

Para isso, buscaram-se subsídios em torno dos aspectos fundamentais para auxiliar no desenvolvimento da pesquisa. Primeiramente com um olhar sobre os estudos já realizados, seguido das orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Os aspectos mais teóricos são fundamentados em: Caraça (1984), que aborda a gênese dos números racionais, em Nunes et. al (2003), que descrevem o conceito com base em cinco significados: número, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo; e algumas noções da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003), a qual explicita que para a aprendizagem, o sujeito deve reconhecer e se valer de diferentes tipos de representação de um mesmo objeto matemático.

Para tentar responder à questão desta pesquisa, foram recolhidas informações contidas no planejamento dos 5º e 6º anos do Ensino Fundamental buscando descrever como foi proposto o ensino de fração, além da aplicação de um instrumento de pesquisa, abordando os cinco significados: parte-todo, quociente, medida, número e operador multiplicativo, para alunos do 6º ano de uma escola estadual do município de Coronel Bicaco – RS.

Com base nos procedimentos dos alunos e nas propostas para o conceito de fração para os alunos desta pesquisa, percebe-se que estes não conseguiram atribuir sentido a algumas representações do número racional não negativo na forma fracionária. Por exemplo, quando solicitados a representar a fração um terço por meio do registro figural, percebe-se uma dificuldade em destacar a parte que representaria um terço, além de não representarem as figuras em partes iguais. Pode-se observar que os alunos têm dificuldade em identificar o todo e que as representações das partes devem ser iguais quando envolve quantidade contínua. Também tiveram dificuldade em identificar o subconjunto que representa a parte de um todo com quantidades descontínuas.

No significado de quociente (quantidade contínua e descontínua) observou-se que há uma dificuldade em atribuir sentido quando a situação-problema é abordada com quantidade contínua, situação em que devem ser consideradas as duas variáveis, no caso da pesquisa com fita e crianças, o que não foi identificado pelos alunos. Na quantidade descontínua percebeu-se que há um entendimento, mas alguns detalhes do conceito devem ser trabalhados para que haja o entendimento, principalmente, do que é uma quantidade descontínua.

A fração com o significado de número merece ser objeto de futura investigação para verificar qual é associação dos números racionais na representação fracionária feita pelos alunos para a localização dos pontos na reta numérica. Na presente pesquisa não ficou claro se os alunos conseguem identificar que cada fração tem um ponto na reta numérica, e que a mesma pode ser representada por um número decimal. O decimal e a fração são diferentes tipos de representação do número racional. Além de fazer com que os alunos percebam que assim como os naturais, os números fracionários e decimais identificam a existência de ordem.

No significado de medida, apesar de não ser evidenciado nos planejamentos das professoras, observa-se que há um sentido atribuído pelos alunos, pois conseguem identificar o todo e descrever na forma de fração a relação que existe entre o suco concentrado e a quantidade de água, no caso das quantidades contínuas. Já nas quantidades descontínuas, também percebe-se entendimento da situação-problema, podendo-se “avançar” em termos de significado, pois, quando se solicita qual a chance de tirar uma bolita leitosa de uma caixa quando se tem seis bolitas, sendo dessas, duas leitosa, tem-se, além da fração relacionada à ideia de parte-todo, o significado de porcentagem, que pode ser abordado a partir de situações-problema desse tipo.

Conforme se observou no planejamento da professora do 6º ano da presente pesquisa e também no estudo de Santos (2005), o significado de operador multiplicativo é abordado pelos professores, pois são situações-problema que envolvem a utilização de algoritmos. Apesar de ser abordada pelo emprego de algoritmos, os alunos desta pesquisa não resolvem o mesmo desta forma. Quando solicitado aos alunos para resolverem situação-problema com esse significado, tanto na quantidade contínua quanto na descontínua, eles resolvem por meio do modelo parte-todo. Na presente pesquisa verificou-se que há um maior sentido atribuído às quantidades contínuas do que às quantidades descontínuas, as quais conseguem resolver com mais facilidade do que o próprio significado de parte-todo. Já nas quantidades descontínuas observa-se que há dificuldade em relação aos termos da fração, conceito de extrema importância para que o aluno compreenda o significado de cada um de seus termos para a apropriação do que é de fração.

Acredita-se que é necessário um trabalho que aborde o conceito de fração a partir de diferentes contextos explorando os cincos significados, além dos diferentes tipos de representação do conceito. Conforme Nunes e Bryant (1997), há uma forte tendência, por parte dos professores, em abordar o conceito de número racional na forma fracionária, privilegiando o significado parte-todo, o que é observado na descrição do planejamento da professora do 5º ano desta presente pesquisa.

Apesar de o documento oficial (PCN), recomendar que fração seja abordada a partir de três significados atribuídos a esse número, sendo eles parte-todo, quociente e razão, e o significado de operador multiplicativo seja abordado no 3º e 4º Ciclos, tal fato não está ocorrendo no ensino, e vem acarretando em prejuízos no sentido atribuído pelos alunos, pois, segundo Nunes et al (2003), o estudo desse conceito abordando os cinco significados de fração pode melhorar significativamente o entendimento do sujeito.

Além de tratar dos diferentes significados, percebe-se, ao longo da pesquisa, que há uma necessidade também, junto aos cinco significados, de abordar os diferentes tipos de representação do mesmo objeto.

Outros aspectos considerados são a forma como a fração é abordada na sala de aula e o material concreto utilizado pelos professores, que trazem como conteúdo situações-problema com pizza, barras de chocolate, frutas, tortas, bolos, entre outros, os quais possuem três dimensões e, em geral, não são objetos regulares.

Essas representações podem parecer o que não é, pois, quando empregados como uma representação contínua de noção de fração, seu conceito refere-se a áreas iguais, porém jamais teremos dois pedaços exatamente iguais, pois envolve peso em relação à massa e o recheio utilizado, quando quebrado ou cortado um pedaço de pizza, bolo ou chocolate, e se tem "uma perda" de massa, além de não conseguir fazer a massa perfeitamente da mesma espessura. Se considerar essas representações somente em duas dimensões, sem contemplar a terceira dimensão, e espessura desses materiais concretos, pode-se achar válida a ideia de representação, mas não como material concreto.

É uma forma em geral utilizada para a representação principalmente do significado parte-todo, por meio de barras de chocolate, pizza, figuras geométricas, caracterizando-os como objetos. Esses objetos servem para auxiliar no entendimento da matemática, sendo apenas uma representação, não podendo impor como regra a representação, por isso a necessidade de vários registros para um mesmo conceito matemático. Conforme Duval (2003), os diferentes registros de representação vão auxiliar no entendimento do objeto matemático.

Ao concluir esta dissertação, entende-se que, apesar de os alunos terem atribuído sentido ao conceito de fração, há uma série de questões a respeito do ensino que deve ser repensada, ou falta um conhecimento dos professores que atuam junto aos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental que devem ser revistos. Este trabalho é uma forma de desencadear discussões sobre o tema e tentar motivar os colegas na busca “soluções” para as dificuldades de apropriação que os alunos têm em relação ao conceito, considerando que a Matemática é uma ferramenta fundamental para que os cidadãos consigam interpretar o mundo.

REFERÊNCIAS

BEHR, M. et al. Rational Number Concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: Academic Press, 1983. p. 91-125.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Brasília: MEC; SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Brasília: MEC; SEF, 1997. v. 3.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Brasília: MEC; SEF, 1997. V. 3. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 20 de julho de 2012.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática*. 1. ed. Lisboa: Codex, 1984.

CAMPOS, Tânia M. M.; MAGINA, Sandra; NUNES, Terezinha. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CAMPOS, Tânia; MAGINA, Sandra. A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. *Bolema*, Rio Claro, SP, a. 21, n. 31, p. 23-40, 2008.

CAMPOS, Tânia M. M. Sobre ensino e aprendizagem de frações. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. *CIAEM 2011*, Recife: UFPE, 2011. p. 1-8.

CANOVA, Raquel F. *Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclo do ensino fundamental com relação à fração.* 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

DAMM, Regina F. Registros de representação. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação Matemática:* uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo, SP: Educ, 2008. p. 167-188.

DAUSTER, Tânia. Construindo pontes – a prática etnográfica e o campo da educação. In: DAYRELL, Juarez. *Múltiplos olhares sobre educação e cultura*. Belo Horizonte: Ed. UFMG, 2006. p. 65-72.

DEMARTINI, Idite T. *Refletindo sobre a formação do conceito de número racional na forma fracionária.* 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – UPF/RS, 2009.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática*. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco B.; SPINILLO, Alina. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. *R. Bras. Est. Pedag.*, Brasília, v. 90, n. 225, p. 441-432, maio/ago. 2009.

MAGINA, Sandra; MALASPINA, Maria da C. O. A fração nos anos iniciais: uma perspectiva para seu ensino. In: SMOLE, K. S.; MUNIZ, C. A. (Org.). *A Matemática em sala de aula:* reflexão e propostas para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Porto Alegre: Penso, 2013. p. 89-114.

MALASPINA, Maria da C. O. *O início do ensino de fração:* uma intervenção com os alunos de 2ª série do ensino fundamental. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MERLINI, Vera L. *O conceito de fração em seus diferentes significados*: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MINAYO, M. C. S. *O desafio do conhecimento:* pesquisa qualitativa em saúde. São Paulo: Hucitec, 1995.

MOUTINHO, Leonel V. *Fração e seus diferentes significados*: um estudo junto a alunos de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo, 2005.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. *Crianças fazendo Matemática.* Porto Alegre: Artmed, 1997.

NUNES, Terezinha. et al. *The effect of situations on children's understanding of fractions.* Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, june, 2003.

NUNES, Terezinha et al. *Compreensão de frações por crianças*. *Paper* apresentado no simpósio Ardeco. Paris, fev. 2004.

NUNES, Terezinha. et al. *Educação Matemática:* números e operações numéricas. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

PIAGET, Jean. *A gênese do número na criança*. Trad. Christiano Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

PONTE, João P. Estudo de caso em educação Matemática. *Bolema*, a. 19, n. 25, p. 105-132, 2006.

SANTANA, Larissa E. L. *Saberes conceituais e didáticos de pedagogos em formação, acerca de fração.* 2012. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012.

SANTOS, Aparecido dos. *O conceito de fração em seus diferentes significados*: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SANTOS, Rosivaldo S. *Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do Saepe sobre números racionais*. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

SEVERO, Daniela F. *Números racionais e Ensino Médio:* uma busca de significados. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

SILVA, Angélica F.. G. *O desafio do desenvolvimento profissional docente; análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das* *frações*. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

SILVA, Graziele C. M. *O ensino e aprendizagem de expressões numéricas para 5ª série do Ensino Fundamental com a utilização do jogo contig 60.* 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVA, Welington R. da. *O ensino de Matemática na escola pública:* um (inter)invenção pedagógica no 7º ano com o conceito de fração. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, 2011.

SILVA, Everaldo José da; LINS, Abigail Fregni. *Intervenção docente na construção do conhecimento de frações de alunos EJA*: um estudo de caso. Cruzeiro do Sul: Universidade Cruzeiro do Sul – Unicsul. [2007]. Disponível em: <http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&frm=1&source=web&cd=1&ved=0CCwQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.sbem.com.br%2Ffiles%2Fix_enem%2FPoster%2FTrabalhos%2FPO29885017852T.doc&ei=ShVMUtrUEYrK9gTXu4CgDg&usg=AFQjCNFa_mDnHtcSbvmS3RQWUZMNsZ4oxA>. Acesso em: 20 de maio de 2013.

SOARES. Maria A. S. *Os números racionais e os registros de representação semiótica:* análise de planejamentos das séries finais do Ensino Fundamental. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2007.

SOUSA, Ana Cláudia Gouveia de. *Representações semióticas e formação docente para o trabalho com números e operações nos anos iniciais do ensino fundamental.*2009, Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza – Ceará, 2009.

VASCONCELOS, Cleiton B.; BARBOSA, Gerardo, O. *Caderno de aritmética* – frações.2007. Disponível em: < http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/fedathi/fedathi-cadernos-de-aritm%E9tica-fracoes.pdf >. Acesso em: 25 maio 2013.

VASCONCELOS, Isabel C. P. *Números fracionários:* a construção dos diferentes significados por alunos de 4ª à 8ª séries de uma escola do ensino fundamental. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

VIGOTSKI, Lev. S. *A construção do pensamento e da linguagem.* São Paulo: Martins Fontes, 2001.

WALLE, John A. Van de. *Matemática no Ensino Fundamental:* formação de professores e aplicações em sala de aula. Tradução Paulo H. Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ANEXOS

ANEXO A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO

Eu, ____, RG n° ____, diretor da Escola ____, no direito das minhas atribuições, autorizo a pesquisadora **Analucia Gaviraghi,** RG n° 7088422196, aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo – UPF –, a produzir dados empíricos a partir da aplicação de um instrumento de diagnóstico com os alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental desta instituição de ensino para o trabalho de pesquisa, cujo objetivo é investigar o processo de ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, e possam ser usados integral ou parcialmente na elaboração da Dissertação de Mestrado da referida aluna, sob orientação da professora doutora Neiva Ignês Grando.

Declaro, ainda, conceder à pesquisadora o direito de dispor dos mesmos dados para outras pesquisas que possa vir a realizar posteriormente. Estou ciente, também, de que a identidade de cada aluno será preservada. Igualmente, declaro estar ciente de que a participação dos alunos na pesquisa tem caráter voluntário, reservando-lhes o direito de participar ou não, sem por isso ficar sujeito a prejuízo de qualquer natureza.

E, por ser verdade, firmamos o presente.

Passo Fundo, ________ de________________ de 20__.

____

Diretor da Escola

____

Analucia Gaviraghi

ANEXO B – APROVAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO/ PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: DIFICULDADES NO APRENDIZADO DOS NÚMEROS RACIONAIS NA SUA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA

Pesquisador: ANALUCIA GAVIRAGHI

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 12279813.0.0000.5342

Instituição Proponente: FUNDACAO UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 235.466

Data da Relatoria: 03/04/2013

Apresentação do Projeto:

O projeto é proposto com o objetivo de investigar as dificuldades dos alunos do 2º ciclo do Ensino Fundamental para representar e resolver problemas com número racional na representação fracionária. Para tanto, a pesquisadora pretende desenvolver atividades com desenhos e textos, envolvendo grandezas continuas e discretas, junto a um grupo de 20 alunos em uma escola no município Coronel Bicaco. Não haverá intervenção da pesquisadora com os alunos. As atividades serão corrigidas, analisadas, após terem sido organizadas em tabelas, e discutidas (o projeto não diz com quem!) para identificar o elemento causador das dificuldades apresentadas pelos sujeitos.

Objetivo da Pesquisa:

Investigar as dificuldades dos alunos do 2º ciclo do Ensino Fundamental para representar e resolver problemas com número racional na representação fracionária.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

A pesquisa não oferece nenhum risco aos sujeitos da pesquisa.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Trata-se de uma pesquisa descritiva, do tipo estudo de caso, com abordagem qualitativa, com 20 sujeitos, alunos do 2º ciclo do Ensino Fundamental em uma escola no município Coronel Bicaco, por meio de atividades de ensino-aprendizagem que trazem a ideia de que o número fracionário se classifica em cinco significados/ideias: (a) parte-todo; (b) quociente; (c) razão; (d) medida; (e) número. As questões serão apresentadas ao aluno em forma de desenho ou texto envolvendo tanto grandezas contínuas quanto grandezas discretas. Os alunos responderão as questões de acordo com seu conhecimento, sem a intervenção da pesquisadora.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os direitos fundamentais do (s) participante (s) foi (ram) garantido (s) no projeto e no TCLE. O protocolo foi instruído e apresentado de maneira completa e adequada. Os compromissos do (a) pesquisador (a) e das instituições envolvidas estavam presentes. O projeto foi considerado claro em seus aspectos científicos, metodológicos e éticos.

Recomendações:

Sugere-se a devolução dos resultados da pesquisa aos sujeitos.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Diante do exposto, este Comitê, de acordo com as atribuições definidas na Resolução CNS 196/96, manifesta-se pela aprovação do projeto de pesquisa na forma como foi proposto.

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Considerações Finais a critério do CEP:

PASSO FUNDO, 03 de Abril de 2013

Assinador por:
Nadir Antonio Pichler
(Coordenador)

ANEXO C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

SENHORES PAIS OU RESPONSÁVEIS

Seu(ua) filho(a) está sendo convidado(a) a participar da pesquisa sobre os entendimentos que os alunos no final do 6º Ano têm em relação ao número racional na sua forma fracionária, de responsabilidade da pesquisadora Analucia Gaviraghi.

A participação de seu(ua) filho(a) na pesquisa será em um encontro durante a aula de Matemática, pela parte da tarde, com duração de duas horas/aulas, para responder um instrumento diagnóstico. Algumas informações serão gravadas, transcritas e posteriormente destruídas. A identificação ficará em sigilo. Os resultados da pesquisa serão divulgados na forma de Dissertação e/ou de artigos, sempre com a garantia do sigilo e da confidencialidade dos dados.

Sua participação nessa pesquisa não é obrigatória e você pode desistir a qualquer momento, retirando seu consentimento.

Você terá a garantia de receber esclarecimentos sobre qualquer dúvida relacionada à pesquisa e poderá ter acesso aos seus dados em qualquer etapa do estudo, basta entrar em contato com a pesquisadora.

Caso você tenha dúvidas sobre o comportamento da pesquisadora ou sobre as mudanças ocorridas na pesquisa que não constam no TCLE, e caso se considerar prejudicado(a) na sua dignidade e autonomia, pode entrar em contato com a pesquisadora Analucia Gaviraghi pelo telefone (55) 9914 1208, com o Curso de Mestrado da UPF, ou também pode consultar o Comitê de Ética em Pesquisa da UPF pelo telefone (54) 3316 8370.

Para que seu(ua) filho(a) possa participar da pesquisa, você deverá preencher o TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, ____, RG n° _______________________________, Pai ou Responsável por ____, declaro meu consentimento para que o mesmo participe da pesquisa feita pela pesquisadora Analucia Gaviraghi, RG nº 7088422196, aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo – UPF –, sirva de dados para o trabalho de pesquisa, cujo objetivo é investigar o processo de ensino aprendizagem de conceitos matemáticos, e possa ser usado integral ou parcialmente na elaboração da Dissertação de Mestrado da referida aluna, sob orientação da professora doutora Neiva Ignês Grando.

Declaro, ainda, conceder à pesquisadora o direito de dispor dos mesmos dados para outras pesquisas que possa vir a realizar posteriormente. Estou ciente, também, de que a identidade do aluno será preservada. Igualmente, declaro estar ciente de que a participação do aluno na pesquisa tem caráter voluntário, reservando-me o direito de desistir a qualquer momento, sem por isso ficar sujeito a prejuízo de qualquer natureza.

E, por ser verdade, firmamos o presente.

Passo Fundo, ____ de ________________ de 20__.

____

Pai ou Responsável

____

Analucia Gaviraghi

ANEXO D – INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO PARA ALUNOS DO 6º ANO – NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA

Você está sendo convidado(a) a participar de um instrumento para diagnóstico referente a um projeto de pesquisa que abordará o tema: os entendimentos que os alunos no final do 6º Ano têm em relação ao número racional na sua forma fracionária que será desenvolvido pela mestranda Analucia Gaviraghi, sob a orientação da professora Neiva Ignês Grando, pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo. Informamos que seu nome não será citado em nenhum documento que possa ser publicado.
(   ) aceito (   ) não aceito

1) Represente, por meio de desenho e numericamente, um terço de uma fita.

2) Represente, por intermédio de desenho e numericamente, três quartos de 12 bolinhas de gude.

3) Temos três fitas para distribuir igualmente entre quatro crianças. Que parte da fita cada criança vai receber? Escreva na forma de fração quanto cada uma vai ganhar?

4) Foram divididas dez bolas de futebol para quatro crianças.
   a) Quantas bolas cada criança ganhará?

b) Que fração representa essa divisão?

5) Para preparar suco de laranja, para suas amigas, Maria usou a seguinte receita: duas medidas de polpa de laranja para seis medida de água.

a) Que fração representa a medida de polpa de laranja em relação a essa receita?

b) Que fração representa a medida água em relação a essa receita?

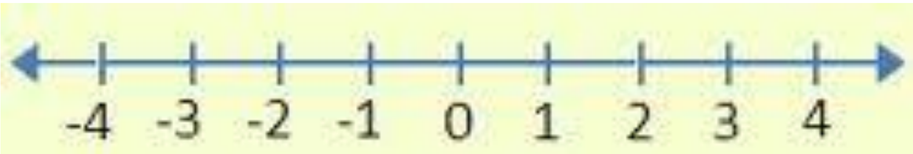
6) Em uma caixa estão seis bolitas, sendo duas bolitas leitosas. Qual a chance de tirar uma bolita leitosa?

7) Pedro tem 15 bolitas. Em um jogo ele perdeu 2/3 de suas bolitas. Quantas bolitas ele perdeu?

8) Maria ganhou um chocolate e comeu ¾ . Pinte a quantidade que Maria comeu.

9) Na reta numérica a seguir, localize os possíveis números que podem estar entre 1 e 2.

a) ½
b) ¾
c) 3/2
d) 3/5
e) 6/4
f) 4/3
g) 5/4



CIP – Catalogação na Publicação

G283n Gaviraghi, Analucia
Número racional não negativo na forma fracionária : sentido atribuído por alunos do 6º ano do ensino fundamental / Analucia Gaviraghi. – 2013.
92 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, 2013.
Orientadora: Professora Doutora Neiva Ignês Grando.

1. Educação. 2. Números racionais. 3. Matemática (Ensino fundamental) - Coronel Bicaco (RS). 4. Aprendizagem. 5. Frações. I. Grando, Neiva Ignês, orientadora. II. Título.

CDU: 372.851

Catalogação: Bibliotecária Jucelei Rodrigues Domingues - CRB 10/1569