

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

Idite Terezinha Demartini

REFLETINDO SOBRE
A FORMAÇÃO DO CONCEITO
DE NÚMERO RACIONAL NA FORMA FRACIONÁRIA

Passo Fundo

2009

Idite Terezinha Demartini

REFLETINDO SOBRE
A FORMAÇÃO DO CONCEITO
DE NÚMERO RACIONAL NA FORMA FRACIONÁRIA

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial e final para a obtenção do grau de Mestre em Educação, sob a orientação da professora Dr. Neiva Ignês Grandó.

Passo Fundo

2009

Quero registrar minha gratidão a Deus por guiar meus passos e por todas as pessoas postas ao meu lado, uma vez que sem elas certamente eu não conseguiria ter realizado esta caminhada. Dentre essas pessoas, destaco e agradeço:

Ao meu pai Martim (*in memorium*) e a minha mãe Maria, que não mediram esforços me incentivando na busca pelo conhecimento e com afeto souberam compreender minha ausência;

Aos familiares, dos quais sempre obtive muito carinho e força para prosseguir;

Ao Olmir, pela presença querida e compreensiva em todos os momentos;

Às minhas irmãs do coração, Rosângela e Marinez, pelo incansável apoio e incentivo para seguir;

À professora Dr. Neiva Ignês Grando, pela orientação e dedicação para a realização desse estudo;

Aos professores do mestrado, que contribuíram para meu desenvolvimento profissional e pessoal;

À Universidade de Passo Fundo que me concedeu bolsa-auxílio;

À Escola Anna Luisa Ferrão Teixeira, que cooperou para a realização deste estudo;

Aos alunos da turma 53, sujeitos da pesquisa, que colaboraram para que este estudo fosse efetivado.

RESUMO

Este estudo, envolvendo alunos de quinta série do ensino fundamental de uma escola estadual do Município de Passo Fundo – RS, teve como objetivo investigar a formação do conceito de número racional na forma fracionária, mais especificamente, identificar dificuldades que os alunos enfrentam na formação do conceito de fração mediante a aplicação de um instrumento diagnóstico em dois momentos distintos. De posse dos dados coletados, que apontaram algumas dificuldades dos alunos na formação do conceito e nas operações com frações, foram elaboradas atividades buscando proporcionar ambientes de aprendizagens que favorecessem a formação do conceito de número racional fracionário e o desenvolvimento da capacidade de interpretar, comparar, analisar, abstrair e generalizar. A análise do segundo momento de aplicação do instrumento diagnóstico revelou indicativos de progresso quanto à formação do conceito, mas também de resistência de algumas dificuldades nas operações, sobretudo, entre frações com denominadores diferentes. Na questão investigativa deste estudo, sobre “o quê” e “como” ensinar para que se obtenha maior êxito cognitivo na formação do conceito de fração, ressalta-se a importância da reflexão da própria prática no processo de construção de novos conhecimentos. Vigotsky, D’Ambrosio, André, Perrenoud, Nunes, dentre outros, constituem a base teórica, juntamente com autores que abordam o processo ensino-aprendizagem de número racional na forma fracionária. Esta investigação revelou potencialidades, tais como o diálogo, o contrato didático estabelecido, a ludicidade e o uso da equivalência de frações nas operações; e fragilidades, como enfatizar as quantidades contínuas e descontínuas na relação parte-todo, o não aprofundamento das significações de fração quociente e operador multiplicativo e a ausência de recursos tecnológicos no desenvolvimento da proposta. Por meio do estudo percebe-se também que é necessário abordar o ensino de frações com diferentes significações, tais como, quociente, medida, número e operador multiplicativo, com variação de situações e grau de complexidade, levando em consideração o conhecimento que os alunos tenham a respeito do tema e contemplando situações cotidianas diversificadas do seu cotidiano, que lhes permitam atribuir sentido às diferentes ideias associadas ao conceito de fração.

Palavras-chave: Educação matemática. Fração. Operações. Significado. Prática reflexiva.

ABSTRACT

This work, involving students of a state school from the city of Passo Fundo – RS, aimed to check up the formation of the concept of rational number in fractional form at a fifth grade elementary school and, mainly, to identify the difficulties that students face in formation of the concepts of fractions by applying a diagnostic tool in two different moments. In possession of the collected data, which demonstrated some of the students' difficulties in forming the concepts and also with the operations with fractions, there were made some activities. These activities aimed to provide the proper learning ambient, which would encourage the formation of the concept of fractional rational number by developing the capacity to interpret, to compare, to analyze, to abstract and to generalize. The analysis of the second moment in the application of the diagnostic tool showed some indicatives of progress about the formation of the concept, but also the resistance of some difficulties in operations, especially between fractions with different denominators. The research questions of this work, that is, “what” and “how” to teach order to obtain a more successful cognition in formation of the concept of fraction emphasizes the importance reflection of own practice in construction's process of new knowledge. Vigotsky, D'Ambrosio, André, Perrenoud, Nunes, among others, are the theoretical base, together with other authors that address the teaching-learning process of rational number in fractional form. This investigation showed some potential as: the dialog; the didactic contract established; the playfully and the use of the equivalence of fractions in operations, and weaknesses as: to emphasize the continuous and discontinuous quantities in relation part-whole; no further of meanings about quotient fractions and multiplicative operator and the absence of technological features in development of the proposal. Through this work, we find also that is necessary to address the teaching of fractions with different meanings as quotient, measure, number and multiplicative operator with varied situations and complexity degree, looking for the knowledge that the students have about the theme and contemplating different daily situations, which enable them assign meaning to the different ideas involving the concept of fraction.

Keywords: Math Education. Fraction. Operations. Meaning. Reflexive Practice.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A fração de numerador um representada pelos egípcios Bonjorno; Olivares p. 125	19
Figura 2 – Exemplo – Equivalência de frações Bonjorno; Olivares p. 125	32
Figura 3 – Exemplo – Simplificação de frações Bonjorno; Olivares p. 127	33
Figura 4 – Exemplo – Forma mista de um número racional fracionário Bonjorno; Olivares p. 129	33
Figura 5 – Exemplo – Comparação de números racionais fracionários Bonjorno; Olivares p. 131	34
Figura 6 – Exemplo – Comparação de frações com denominadores diferentes Bonjorno; Olivares p. 131	34
Figura 7 – Exemplo – Adição e subtração de frações com denominadores iguais Bonjorno; Olivares p. 133	35
Figura 8 – Representação egípcia da fração com numerador 1 Andrini; Vasconcelos p. 165	37
Figura 9 – Recorte de atividade do aluno Representação gráfica e numérica de uma fração	60
Figura 10 – Recorte de atividade do aluno Adição e subtração de frações	60
Figura 11 – Recorte de atividade do aluno Divisão de frações.....	61
Figura 12 – Gráfico – Representação gráfica e numérica de uma fração Primeiro momento de aplicação do instrumento diagnóstico	64
Figura 13 – Gráfico – Representação gráfica e numérica de uma fração Segundo momento de aplicação do instrumento diagnóstico	64
Figura 14 – Gráfico – Adição de frações com denominadores iguais Aplicação do instrumento diagnóstico – primeiro e segundo momento	65
Figura 15 – Recorte de atividade do aluno Adição de frações	66
Figura 16 – Recorte de atividade do aluno Adição de frações	66

Figura 17 – Recorte de atividade do aluno	
Subtração de frações	66
Figura 18 – Gráfico – Adição e subtração de frações com denominadores diferentes	
Aplicação do instrumento diagnóstico – primeiro e segundo momento	67
Figura 19 – Gráfico – Multiplicação de frações	
Aplicação do instrumento diagnóstico – primeiro e segundo momento	67
Figura 20 – Recorte de atividade do aluno	
Multiplicação de frações	68
Figura 21 – Recorte de atividade do aluno	
Divisão de frações.....	68
Figura 22 – Gráfico – Divisão de frações	
Aplicação do instrumento diagnóstico – primeiro e segundo momento	69
Figura 23 – Gráfico comparativo dos acertos – primeiro e segundo momento	
Operações com frações	70
Figura 24 – Jogo da memória – Equivalência	74
Figura 25 – Círculos – equivalência, comparação, simplificação	74
Figura 26 – Desafio: equivalência, relação parte todo	75
Figura 27 – Recorte de atividade do aluno	
Atividade: frações maiores que um inteiro, número misto.....	76
Figura 28 – Jogo batalha de frações - comparação de frações	79
Figura 29 – Recorte de atividade do aluno	
Desafio: Relação parte-todo	83
Figura 30 – Recorte de atividade do aluno	
Frações: ordem crescente	86
Figura 31 – Recorte de atividade do aluno	
Divisão do todo em partes iguais	88
Figura 32 – Recorte de atividade do aluno	
Adição de frações com recurso da representação gráfica	89
Figura 33 – Recorte de atividade do aluno	
Operação resolvida utilizando processo prático - mmc	91

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	08
2	CONTRIBUIÇÕES PARA A PESQUISA.....	13
2.1	Formação de conceitos e o processo ensino-aprendizagem	13
2.2	Origem do número racional	17
2.3	Ensino do número racional na forma fracionária	20
2.4	Revisão bibliográfica	23
2.5	Os PCNs e os números racionais fracionários	28
2.6	Livros didáticos e o ensino de frações	31
2.6.1	Matemática – fazendo a diferença	32
2.6.2	Praticando matemática	36
2.7	Noções da didática da matemática	39
2.7.1	Transposição didática	39
2.7.2	Contrato didático	41
2.7.3	Obstáculos	43
2.8	Importância e função social da matemática	45
2.9	Reflexão sobre a própria prática	47
3	CONTRIBUIÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS.....	52
4	AS AULAS, A ESCOLA, OS SUJEITOS E O OBJETO DE PESQUISA	56
4.1	A escola, sujeitos e objeto da pesquisa	56
4.1.1	Caracterização da escola	56
4.1.2	Caracterização dos sujeitos	57
4.1.3	Caracterização dos objetos de análise	57
4.2	O instrumento diagnóstico e a proposta para o ensino de frações.....	58
5	ANÁLISE DO OBJETO DE PESQUISA	59
5.1	Instrumento diagnóstico – primeiro momento	59
5.2	Instrumento diagnóstico – segundo momento	62
5.3	Descrição do processo ensino-aprendizagem de frações	71
5.4	Análise do processo ensino-aprendizagem de frações	79
5.5	Potencialidades e fragilidades do processo ensino-aprendizagem	92
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	94
	REFERÊNCIAS	98
	APÊNDICE	102

1 INTRODUÇÃO

Na minha caminhada como docente muitas vezes me questionei por que os alunos têm tanta dificuldade para compreender alguns conceitos matemáticos, assim como o processo de resolução de determinados algoritmos, para o que, ao meu entender, bastaria dominar as quatro operações básicas. A esses questionamentos soma-se o que move minha ação investigativa: O quê e como ensinar para desenvolver o conceito de número racional na representação fracionária? Esses questionamentos são pertinentes se acompanhados de observação, de compreensão dos problemas que estão impedindo ou dificultando a aprendizagem do aluno e se, com base nisso, buscarmos uma alternativa que vise sanar essas dificuldades.

Sabemos que, dos conteúdos de matemática, frações e, especialmente, as operações com frações são os que mais provocam tropeços aos estudantes, dificuldade que se perpetua ao longo do ensino fundamental e médio e, muito provavelmente, no ensino superior. Essa foi uma das razões que me motivaram a investigar a formação do conceito sobre fração na 5ª série do ensino fundamental e, mais especificamente, identificar dificuldades que os alunos enfrentam na formação do conceito de fração e proporcionar ambientes de aprendizagens que favoreçam a capacidade de interpretar, comparar, analisar, abstrair e generalizar.

A reflexão motivada por essas situações fez emergir lembranças do meu tempo de estudante do ensino fundamental. Apesar de a minha relação com a matemática ter sido sempre muito tranquila, sem maiores dificuldades, lembro-me muito bem de que o processo de resolução de operações com frações nunca ficou claro para mim, assim como nunca assimilei o conceito de fração. Apesar disso, memorizei o processo e me saía bem nas avaliações. Penso que essa habilidade em lidar com frações devia-se ao fato de ter facilidade para memorizar procedimentos matemáticos, o que vinha ao encontro da metodologia da época. Lembro que bastava o domínio do algoritmo de resolução de cada uma das operações para que o sucesso na avaliação já estivesse garantido, o que, aliás, na minha concepção de estudante, era o principal objetivo do professor.

Apesar do tempo transcorrido, percebemos que as frações insistem em liderar o grupo de conhecimentos que dificultam a formação de conceitos matemáticos, desafiando professores e pesquisadores. Pesquisas em educação matemática denotam preocupação com o processo ensino-aprendizagem desse conhecimento e sua função na formação do cidadão, que precisa estar capacitado a analisar e interpretar de forma crítica as transformações do mundo

em que vive.

O dia-a-dia em sala de aula nos mostra que o estudo de frações geralmente não é bem recebido pelos alunos em razão das dificuldades que eles encontram na formação desse conceito e na realização de operações com estes números. Essa dificuldade é percebida em todos os níveis de escolarização nos quais os alunos se deparam com uma situação que envolva frações.

Acresça-se a isso o fato de que geralmente as escolas adotam o livro didático, o qual muitas vezes é o recurso por meio do qual professores desenvolvem suas aulas. Entretanto, a forma como o autor do livro didático aborda e desenvolve um assunto nem sempre é a mais compreensível para o aluno, ou seja, apesar de as edições atualizadas dos livros didáticos adequarem-se às orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), em muitos o tema frações é ainda introduzido a partir da definição de que fração é a divisão de um inteiro em partes iguais, na qual o denominador indica o número de partes em que o inteiro foi dividido e o numerador, o número de partes pintadas ou o número de partes a que se faz referência. Em seguida, são desenvolvidas as operações com frações por meio de exemplos e exercícios.

Entretanto pelas evidentes dificuldades que os alunos demonstram no trato das frações, que, como educadores, vivenciamos no cotidiano, vemos que esse processo metodológico não tem favorecido uma compreensão mais ampla do conceito e das operações realizadas com esses números. É possível, portanto, que os problemas de aprendizagem que os alunos enfrentam para a formação de conceitos sejam decorrentes de uma prática pragmatista que valoriza excessivamente o “fazer” e o “operar” e desconsidera a importância do pensar e do abstrair. Com a finalidade de encontrar um caminho que nos oriente na investigação a respeito do quê e como ensinar para desenvolver o conceito de número racional na representação fracionária, buscamos subsídios na teoria de Vygotsky sobre a formação de conceitos. Para o autor

um conceito é mais do que a soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais do que um simples ato mental; é o ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento, só podendo ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já tiver atingido o nível necessário. Em qualquer idade, um conceito expresso por uma palavra representa um ato de generalização. Mas os significados das palavras evoluem. [...] à medida que o intelecto da criança se desenvolve, é substituído por generalizações de um tipo cada vez mais elevado – processo este que acaba por levar à formação dos verdadeiros conceitos. (1998, p. 104).

O ensino formal de conceitos, diz Vygotsky, é um trabalho sem efeito, pois “um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio”, uma repetição de palavras sem sentido algum. (1998, p. 104). Por isso, é importante que o professor se aproprie do livro didático como ferramenta que agrega conhecimento, expande sua cultura e serve como meio de informação mais acessível para o aluno, assim como é instrumento de planejamento e desenvolvimento de situações de ensino, auxiliando no processo de ensino-aprendizagem. Cabe-lhe adaptar o livro à realidade de seus alunos, para que cumpra seu papel na formação integral do educando, como ferramenta que auxilia no avanço e na autonomia de estudos, ampliando, aprofundando e integrando os conhecimentos adquiridos.

Outra questão importante a ser lembrada é que os alunos não se encontram todos no mesmo estágio de desenvolvimento mental. Lidamos com alunos que pensam de forma diferente, possuem tempo de aprendizagem e elaboração também distintos, o que requer uma metodologia, não necessariamente diferenciada, para cada aluno – porque isso seria uma utopia, já que dispomos de classes com aproximadamente quarenta estudantes – mas que, pelo menos, atenda a um bom número de peculiaridades e necessidades do grupo. Dessa forma poderemos obter uma melhora qualitativa no processo de formação de conceitos.

É preciso considerar também que a criança vem para a escola em formação, mas já portadora de informações, porque traz as marcas do meio em que vive, das experiências que o cotidiano lhe oferece, às quais é inerente o conhecimento. Portanto, é preciso partir da base que ela traz para o ambiente escolar. É compromisso do professor, então, por meio da comunicação, auxiliá-la na reelaboração do conhecimento de senso comum, ascendendo para o conhecimento científico, assim como auxiliar o aluno a ser um sujeito ético e competente para a vida em sociedade.

Portanto, para atuar na área da educação e pensar educação não é suficiente preparar-se quanto ao conteúdo programático previamente estabelecido ou sentir-se seguro naquilo que é previsível, ou seja, a ação pedagógica não pode se ocupar apenas com o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático dos alunos; precisa pensar uma formação abrangente, que possibilite aos indivíduos desenvolverem capacidades de observação, análise, comunicação e argumentação, contextualizando os conceitos científicos para que eles possam estabelecer relações e resolver problemas de forma significativa.

O comprometimento, a relação entre professor e aluno é que dará sentido ao agir pedagógico, que, nas palavras de Dalbosco, “é um agir dialógico”. (2007, p. 57). Para o autor

o agir pedagógico exige um diálogo claro sobre o conteúdo da aula, e a responsabilidade recai sobre todos os envolvidos, ao professor como condutor e aos alunos como ouvintes ativos, que a qualquer momento podem tomar a palavra. Se todos falarem ao mesmo tempo ou se ninguém se dispõe a dizer algo, nestas circunstâncias, a prática pedagógica permanece no âmbito do fazer e não alcança a esfera do agir. Ou seja, ela não consegue romper o nível instrumentalizado embutido no fazer pedagógico. (DALBOSCO, 2007, p. 57).

Nesse agir pedagógico a que se refere Dalbosco permeia a metodologia adotada pelo professor, que pode ser o fator provocador do diálogo. Por outro lado, sabemos que o uso de metodologias diferenciadas é um processo trabalhoso, que requer tempo para planejamento e um trabalho interdisciplinar, o que nem sempre é bem aceito ou compreendido pela escola e seus educadores. Diante disso, precisamos nos perguntar: Afinal, o que queremos como educadores? É suficiente ter conhecimento e domínio do conteúdo a ser trabalhado? Será que nossa função não tem uma dimensão muito maior?

Nesse sentido, Freire (2007) nos remete ao professor e à educação permanente. Para ele, refletir criticamente sobre a “práxis pedagógica” é uma atitude fundamental e que possibilita ter uma prática totalmente diferenciada. Mais que a reflexão crítica sobre a prática, Freire aponta a pesquisa como outra exigência do ensinar, afirmando que “não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino.” Para Freire, o professor é aquele que se esforça para saber, que busca, que pesquisa; de fato, “o de que se precisa é que, em sua formação permanente, o professor se perceba e se assuma, porque professor, como pesquisador” (2007, p. 29).

Mais do que nunca, hoje é urgente nos darmos conta da grande responsabilidade que temos com nosso educando e de que nosso compromisso não se limita ao cumprimento do conteúdo programático, mas se estende a grande parte da formação social e intelectual do aluno. É preciso capacitá-lo para ser um cidadão ético, capaz de análise e compreensão de dados, de informações que o ritmo tecnológico acelerado do mundo impõe.

Para isso, uma comunicação dialógica entre educando e educador, pelo uso de diferentes metodologias, e a valorização de aprendizagens dentro e fora do ambiente escolar podem contribuir expressivamente nesse processo.

Este estudo está organizado em cinco capítulos, dos quais o primeiro é a “Introdução”, em que constam o problema, a justificativa e os objetivos. O segundo capítulo tem como título “Aspectos metodológicos”, no qual constam a explanação da metodologia utilizada no desenvolvimento do estudo e o método de análise dos dados.

O terceiro capítulo, com o título “Contribuições para a pesquisa”, focaliza a formação

de conceitos, origem e o ensino do número racional, revisão bibliográfica, os PCNs e as frações, livros didáticos e o ensino de frações, noções da didática matemática, além da importância social da matemática e da prática reflexiva.

No quarto capítulo “As aulas, o local, os sujeitos e o objeto de pesquisa”, constam o local e os sujeitos da pesquisa, a caracterização da escola, dos sujeitos e do objeto, o instrumento diagnóstico e a proposta para o ensino de frações. Também é realizada uma análise da formação do conceito de fração por parte dos alunos da 5ª série envolvidos na pesquisa, fundamentada nos pressupostos teóricos de Vygotsky e dos obstáculos teóricos e didáticos evidenciados no processo. O quinto capítulo apresenta a “Análise do objeto de pesquisa”, que abrange a análise do instrumento diagnóstico do primeiro e segundo momento, a descrição e a análise do processo ensino-aprendizagem e as potencialidades e fragilidades percebidas nesse processo. E, por fim, nas “Considerações finais” é feita uma síntese da análise do objeto de pesquisa, bem como do desenvolvimento do aluno por meio das interações entre o sujeito e o objeto de estudo, destacando as sugestões de pesquisadores que contribuam com a questão investigativa desse estudo, sobre o que e como ensinar para que se obtenha maior êxito cognitivo na formação do conceito de número racional na forma fracionária.

2 CONTRIBUIÇÕES PARA A PESQUISA

Esse estudo se apoia em teorias educacionais que fundamentam o processo de ensino e aprendizagem, principalmente na teoria de Vygotsky, sobre formação de conceitos e desenvolvimento e linguagem; nas ideias de Perrenoud, sobre a prática reflexiva, e no pensamento de alguns autores que refletem sobre a prática educativa. Analisamos também publicações sobre o surgimento do número e o ensino das frações.

2.1 Formação de conceitos e o processo ensino-aprendizagem

Vivemos numa sociedade que, em virtude do contínuo desenvolvimento do conhecimento e dos avanços tecnológicos, é submetida a constantes transformações. Nesse sentido, o educador precisa estar ciente desse fato e, assim, comprometer-se com a preparação do aluno para viver e atuar nessa realidade. Para D'Ambrosio (1986), o progresso científico e tecnológico antecipa para a humanidade a crescente incerteza de seus conhecimentos. O saber matemático, apesar de não sofrer defasagem com o passar do tempo, necessita de atenção especial, considerando que é um instrumental para as diversas outras áreas do conhecimento e, também, em razão da complexidade das relações estabelecidas no mundo e da rapidez com que se modificam.

Nesse contexto e diante da diversidade cultural que se apresenta, acreditamos ser importante buscar alternativas para contextualizar as experiências vivenciadas pelos educandos na sala de aula, ou seja, a função do processo ensino-aprendizagem na escola precisa se desenvolver de tal forma que possa associar o conteúdo das vivências com o da escola. Para isso, é necessário pensar a matemática como uma poderosa ferramenta para a gestão da vida diária e como um meio para o desenvolvimento de capacidades mentais que servirão para compreender e interpretar a realidade na qual o aluno está inserido.

No processo ensino-aprendizagem, uma questão de grande relevância é a relação entre aprendizagem e desenvolvimento, tema de interesse de pensadores como Piaget e Vigotsky. Para Piaget (1990) aprendizagem e desenvolvimento são processos que independem um do outro, visto que o desenvolvimento mental é condição necessária para aprendizagem e a maturação antecede a aprendizagem; assim, a aprendizagem não alteraria o desenvolvimento.

Por sua vez, para Vigotsky a aprendizagem resulta em desenvolvimento, criando, em decorrência disso, zonas de desenvolvimento mental. Com seus estudos, Vigotsky demonstrou que crianças com igual nível de desenvolvimento mental, ao serem orientadas por um adulto, demonstravam uma diversidade considerável no índice de aprendizagem, o que não deixaria dúvidas sobre o fato de que possuíam diferentes idades mentais; logo, seu aprendizado não poderia ser o mesmo. Essa diferença foi denominada por Vigotsky de “zona de desenvolvimento proximal”, definida como

a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VIGOTSKY, 1991, p. 97).

Segundo Vigotsky, o nível de desenvolvimento real de uma criança “define funções que já amadureceram, ou seja, os produtos finais do desenvolvimento”, e a “zona de desenvolvimento proximal” compreende o estágio em que a criança não resolve problemas sem ajuda. (1991, p. 97).

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de “brotos” ou “flores” do desenvolvimento, ao invés de “frutos” do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente. (1991, p. 97, grifo do autor).

Vigotsky destaca que algumas afirmações errôneas foram feitas ao se acreditar que com o uso de testes seria possível identificar o nível de desenvolvimento mental, o qual serviria de referencial limite para o processo educativo. Para o autor, tal entendimento encaminharia o aprendizado para um desenvolvimento já considerado. O equívoco foi percebido depois de estudos realizados com crianças que apresentavam retardo mental, os quais “estabeleceram que as crianças retardadas mentais não são muito capazes de ter pensamento abstrato”, o que induziu a pedagogia das escolas especiais a inferirem

[...] que todo o ensino dessas crianças deveria basear-se no uso de métodos concretos do tipo “observar – e – fazer”. E, apesar disso, uma quantidade considerável de experiências com esse método resultou em profunda desilusão. Demonstrou-se que o sistema de ensino baseado somente no concreto – um sistema que elimina do ensino tudo aquilo que está associado ao pensamento abstrato – falha em ajudar as crianças retardadas a superarem suas deficiências inatas, além de reforçar essas deficiências, acostumando as crianças exclusivamente ao pensamento concreto e suprindo, assim, os rudimentos de qualquer pensamento abstrato que essas crianças ainda possam ter. (VIGOTSKY, 1991, p. 100).

Contrariando estudos que determinaram que crianças com retardo mental não possuem capacidade de abstrair e, portanto, precisam ser trabalhadas no nível do concreto, Vigostky (1991) defende o estudo dirigido a níveis mais avançados, pois verificou que essas crianças eram prejudicadas com tal método, dificultando ainda mais a superação de suas deficiências. Isso porque, quando deixado a elas próprias a forma de superar esse “problema”, não conseguirão ter um pensamento abstrato bem elaborado.

De forma idêntica acontece com crianças que não apresentam tal situação. Para o autor,

[...] o aprendizado orientado para os níveis de desenvolvimento que já foram atingidos é ineficaz do ponto de vista do desenvolvimento global da criança. Ela não se dirige para um novo estágio do processo de desenvolvimento, mas, ao invés disso, vai a reboque desse processo. (VIGOTSKY, 1991, p. 100).

Os estudos de Vigotsky apontam no sentido de que as atividades desenvolvidas na escola precisam visar a novos estágios no processo de desenvolvimento do educando, permitindo que ele avance por meio das orientações e interações. Dessa forma, é importante abordar os conteúdos de fração na quinta série utilizando recursos didáticos variados, de forma a favorecer as interações, e, também, levar o aluno a investigar, comparar, analisar e construir um pensamento lógico, o que pode lhe dar maiores condições de abstrair nas séries seguintes, não somente em relação a este item, mas num todo.

Na interpretação de Vigotsky, o processo de formação de conceitos dá-se por meio da relação entre pensamento e linguagem no cotidiano da criança, motivado pela questão cultural no processo de construção de significados, pela internalização e, também, pela função desempenhada pela escola na difusão do conhecimento elaborado pela humanidade, pois desenvolve habilidades diferentes daquelas do cotidiano. As funções psicológicas superiores são processos intencionais, ações conscientes, e que dependem de mecanismos de

aprendizagem. Por essa razão, a formação de conceitos cotidianos desenvolvidos no decorrer das interações sociais diferencia-se dos conceitos científicos adquiridos pelo ensino.

O processo de formação de conceitos nos remete a duas questões fundamentais para a escola: o próprio processo de formação de conceitos e a importância do estudo do desenvolvimento dos conceitos científicos na idade escolar como parte de um sistema organizado de conhecimentos. Estudos realizados por Vygotsky (1998) demonstram que a formação de conceitos se desenvolve ontogeneticamente por meio de três fases principais, que são: pensamento sincrético, pensamento em complexos e pensamento conceitual.

Na fase do pensamento sincrético a criança organiza os elementos sem critérios de ordenação, pode agrupar por proximidade, mas o faz por intuição ou tentativa, ou seja o grupo é formado ao acaso. Por sua vez na fase do pensamento em complexos, os elementos são agrupados com certa ordem, obedecendo às semelhanças, ou seja, dos critérios de relação existente entre eles. A diferença entre esse e o pensamento sincrético é que nessa fase há a preocupação em observar determinados critérios, há coerência, mas o pensamento baseia-se em relações concretas. Evoluindo dentro dessa mesma fase, a criança entra num estágio no qual começa a se orientar pelas semelhanças concretas visíveis e passa a formar grupos com base em conexões perceptíveis.

O pensamento por complexo e o pensamento conceitual mantêm ligação com o pseudoconceito, que representa um elo entre a fase final do pensamento por complexos e o pensamento por conceitos. Os resultados obtidos no pseudoconceitos aproximam-se dos resultados obtidos no pensamento conceitual, porém não ocorre da mesma forma, pois a linguagem é o instrumento do pensamento conceitual e, nesta fase, a generalização ainda se fundamenta no concreto e a criança não dispõe de recursos intelectuais para abstrair. A diferença que existe entre o pensamento em complexos e o pensamento em conceitos é que a generalização passa a acontecer de forma abstrata: o pensamento em complexos identifica-se pelo grande número de conexões e pela inexistência de abstração, ao passo que o conceito pressupõe habilidade de abstrair para além das conexões reais.

Com base nessas concepções, é preciso pensar que o ser humano é um ser com potencial dinâmico, em constante formação e que desenha sua trajetória conforme as interações com o meio em que vive. Isso significa conceber o ser humano como um todo, sempre em evolução, passível de mudanças e adaptações de acordo com a fase intelectual e histórica. Compete ao professor sair do reduzido espaço de mero executor de ideias preconcebidas e atuar como sujeito que produz, apropriando-se de sua experiência e gerando uma riqueza de conhecimentos.

Das pontuações realizadas é importante ressaltar a necessidade de um olhar mais reflexivo e crítico em relação a nossa prática pedagógica. Vivemos um cotidiano de tempo cada vez mais escasso, no qual muitas vezes, preocupados com o cumprimento de um currículo preestabelecido e acreditando na experiência e domínio adquiridos ao longo da caminhada, envolvemo-nos com um “fazer pedagógico” sem atingir o “agir pedagógico”, que pressupõe conhecimento de causa, atenção, envolvimento de todos. (DALBOSCO, 2007).

Pensar que é suficiente para nossas crianças treiná-las para o domínio de determinadas operações é um “pensar” pequeno e insignificante; é fazer perpetuar o previsível, o preestabelecido, limitando a possibilidade de um real crescimento do intelecto do educando e de uma aprendizagem significativa dos conceitos abordados.

2.2 Origem do número racional

Segundo Caraça (2005), o surgimento dos números naturais foi um processo lento e deveu-se à prática diária de contagens, não por um produto puro do pensamento matemático, como possam supor alguns. Da mesma forma, o estudo da geometria surgiu em razão de problemas envolvendo medições de comprimento e de superfície, os quais originaram os números racionais. Conforme o autor, o número racional se fez necessário ainda antes dos números negativos, pois essa era a forma como os povos antigos efetuavam medições.

Portanto, a matemática, assim como outras ciências, evolui de acordo com as necessidades impostas pelo desenvolvimento do conhecimento, que, por sua vez, é impulsionado pela busca do homem em adaptar o meio às suas necessidades básicas de sobrevivência. Essa realidade fica ainda mais clara nas palavras de Caraça: “Sempre que aos homens se põe um problema do qual depende sua vida, individual ou social, eles acabam por resolvê-lo, melhor ou pior”. (2005, p. 3).

Se para esse momento os conjuntos, ou campos numéricos, assim denominados por Caraça, não forem suficientes para a solução do problema em questão, torna-se necessária a criação de um novo conjunto, que, por sua vez elimina as impossibilidades de solução antes detectadas em razão da limitação dos conjuntos já existentes. Portanto, pode-se compreender o surgimento de um novo campo numérico como a busca de solução para problemas oriundos da incapacidade de um campo numérico existente ou pelo trabalho de matemáticos em busca de solução para algum problema que se apresenta, como no caso da aplicação do teorema de

Pitágoras num triângulo retângulo de catetos 1, que deu origem ao número irracional raiz quadrada de dois.

Para Caraça,

é só quando o nível da civilização se vai elevando e, em particular, quando o regime de propriedade se vai estabelecendo, que aparecem novos problemas – determinações de comprimentos, áreas, etc. –, os quais exigem a introdução de novos números. (2005, p. 5).

Caraça (2005), em seu livro *Conceitos fundamentais da matemática*, aponta que a evolução da matemática se deu a partir do surgimento de problemas e da necessidade de solução destes, imposta pela sociedade ou pela época histórica que se vive. Lemos também nesta obra que o rei Sesóstris, segundo Heródoto¹, repartiu em partes iguais e retangulares as terras do Egito entre o seu povo e por elas cobrava impostos proporcionais à área cultivada. Essas medições eram refeitas sempre que as águas do rio Nilo inundavam a região, pois, em consequência disso, a área de cultivo perdia suas demarcações. Para realizar essas medições estabeleciam uma unidade m subdividida em n partes comparando a unidade e suas subdivisões com a área a ser medida.

De acordo com Caraça, pelo desejo de poder sempre expressar uma medida por um número, denominado “princípio de extensão”, o homem se deparou com um problema oriundo da impossibilidade da divisão, ou seja, quando feita a subdivisão da unidade m em n partes iguais, constatou que m não era divisível por n . A fim de resolver essa impossibilidade, houve a necessidade da criação de um novo campo numérico, o conjunto dos números racionais.

Struik relata:

¹ Segundo Caraça (2005, p. 32), “Heródoto – o pai da História – historiador grego que viveu no século V antes de Cristo”.

O aspecto mais notável da aritmética egípcia é o seu cálculo de fracções. Todas as fracções eram reduzidas a somas das chamadas «fracções unitárias», o que quer dizer fracções de numerador 1. Eram indicadas pelo número do denominador com um símbolo em cima, [...]. As únicas excepções eram $1/2$ e $2/3$, para as quais existiam símbolos especiais. A redução a somas de fracções unitárias era possível através de tabelas, que davam a decomposição de fracções da forma $2/n$ – a única decomposição necessária por causa da multiplicação diática. (1992, p. 53).

De acordo com Struik (1992), os egípcios só conheciam a fracção com numerador 1. Entretanto, tinham grande dificuldade de trabalhar com esses números, pois o sistema de numeração egípcio era complexo em razão da forma usada para representar as medidas ou quantidades. O numerador das fracções era representado por um sinal na forma elíptica (Fig. 1); além disso, a simbologia usada para representar os números repetia-se muito, dificultando grandemente a sua compreensão. Essa dificuldade diminuiu quando os hindus criaram o sistema de numeração decimal, no qual a fracção passou a ser representada pela razão entre dois números naturais. A partir daí as fracções foram utilizadas em variadas situações matemáticas.

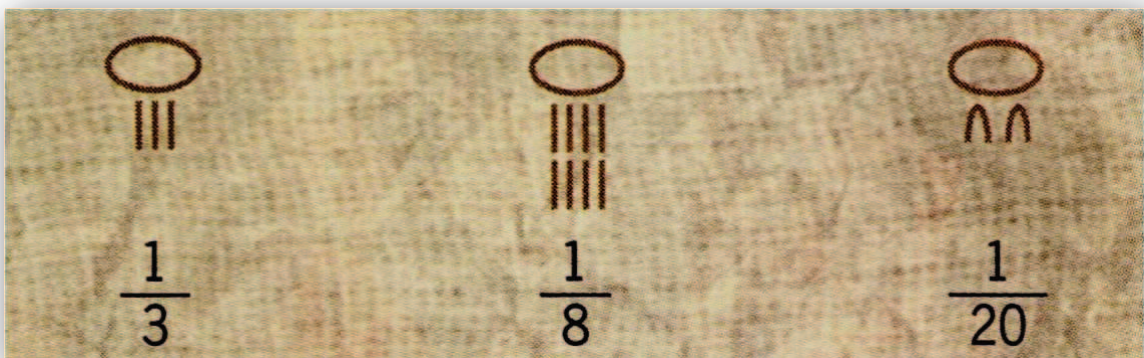


Figura 1 – A fracção de numerador um representada pelos egípcios.
Fonte: BONJORNO; OLIVARES, *Matemática fazendo a diferença*, 2006, p. 125.

No século XVI, em virtude da expansão marítima, comercial e industrial, a Inglaterra fazia amplo uso dos números racionais, o que, segundo Beranger (2006), promoveu a inclusão do ensino dos números racionais fracionários e decimais nos currículos escolares brasileiros, isso no período colonial português por volta do século XVII. O estudo envolvendo esses conjuntos numéricos, segundo o autor, deveu-se às relações comerciais e industriais existentes entre o Brasil e a Inglaterra.

As importações de produtos ingleses feita pelo Brasil traziam o sistema de medidas do país de origem. Assim, segundo Beranger (2006), as escolas brasileiras, preocupadas com a preparação dos jovens para o mercado de trabalho e sabendo que precisavam orientá-los para

lidar com medidas como libra, polegada, milha, jarda, grosa, dúzia etc., imediatamente acrescentaram ao ensino o estudo do conjunto dos números racionais. No relato do autor,

a razão pela qual os ingleses utilizaram as frações durante muitos séculos é que alguns de seus sistemas de medidas não eram decimais como, por exemplo: 1 libra = 20 shillings. Daí, 1 shilling vale $\frac{1}{20}$ da libra. Do mesmo modo, 1 polegada (que era a medida da largura do dedo polegar do rei) era dividida em 64 partes o que originava medidas como $\frac{1}{64}$ de polegada; $\frac{1}{32}$ de polegada; $\frac{1}{4}$ de polegada etc. (BERANGER, 2006, p. 2).

O autor afirma que o fato de alguns sistemas de medidas ingleses não serem decimais, como, por exemplo, o sistema de medida de comprimento e o sistema monetário, levou a Inglaterra a usar as frações por vários séculos.

2.3 Ensino do número racional na forma fracionária

Kalinke relata que uma preocupação atual entre os professores da área é a de trabalhar os conteúdos de matemática de forma contextualizada, com aplicação prática. O autor faz o seguinte comentário: “[...] costuma-se esquecer que ela possui uma prática própria, que seu contexto pode estar nela mesma, e que seu estudo pode, ainda que de forma indireta, agregar importantes subsídios ao desenvolvimento da capacidade intelectual dos indivíduos”. (2002, p. 135). Defende, pois, que o conhecimento matemático é naturalmente contextualizado, ideia que é compreensível uma vez que esse conhecimento faz parte da maioria das ações cotidianas do cidadão.

É importante que o aluno saiba que os números naturais surgiram pela necessidade que os comerciantes tinham de controlar suas mercadorias e suas vendas no comércio. Da mesma forma, os racionais surgiram para suprir situações das quais os naturais não davam conta, como, por exemplo, problemas envolvendo medidas de comprimento e de superfícies. O fato de conhecer a história da evolução do saber matemático pode auxiliar o aluno a compreender o porquê do seu surgimento. A história agrega um elemento que pode ser muito útil para o ensino dos conceitos matemáticos porque, com base no conhecimento de como determinado tema surgiu, o aluno pode compreender sua importância e contribuição para o desenvolvimento das ciências, atribuindo-lhe significado.

No que se refere ao ensino de frações, Nunes (2005) defende que é insuficiente o professor trabalhar com a ideia de que as frações representam parte de um todo, onde o denominador significa o número de partes em que o inteiro foi dividido e o numerador, as partes pintadas, ou seja, as partes às quais estamos nos referindo. A autora afirma que estudos realizados comprovaram que alunos que aprendem frações desse modo, apenas decorando nomes e regras, não se dão conta de aspectos importantes para a compreensão do conceito de fração, como a divisão em partes de mesmo tamanho e a equivalência de frações.

Para ilustrar a situação acima, Nunes et al., mencionam que,

se um todo foi dividido ao meio e depois uma das metades foi dividida em duas partes, se pintarmos os dois quartos e perguntarmos aos alunos “que parte foi pintada?”, uma proporção significativa de alunos responde “dois terços”, pois o todo aparece como dividido em três pedaços, com dois deles pintados (2005, p. 158).

Para Nunes (2005), é fundamental que, ao trabalhar o tema frações, o professor conduza seus alunos a compreenderem que é necessário que as partes em que o inteiro foi dividido tenham o mesmo tamanho, associando a isso a compreensão de frações equivalentes. Para que os alunos percebam a importância de que a divisão seja feita em partes iguais é preciso levá-los a estabelecer uma correlação entre a operação de divisão que resulta em partes iguais e o conceito de frações. Segue a autora afirmando que a representação de quantidades no estudo das frações pode também ser trabalhada como razões ou frações. A autora compreende razões e frações como medidas intensivas, quando envolvem grandezas de unidades diferentes, e medidas extensivas, quando suas quantidades podem ser expressas por um único valor, por exemplo, quatro dias, 7cm^2 ou 2 km.

Conforme Nunes, uma quantidade intensiva pode ser representada por meio de uma razão, por exemplo, na fabricação de uma geleia, 3 kg de açúcar para 5 kg de fruta. Essa situação pode ser expressa na forma de fração: três oitavos de açúcar para cinco oitavos de fruta. Neste caso, são duas unidades diferentes que formam um todo; por isso, essa quantidade intensiva pode ser escrita na forma de uma fração que expressa uma quantidade. No entanto, nem todas as quantidades intensivas podem ser representadas na forma de fração. Como exemplo, a expressão quatro reais por quilo de um produto, de acordo com a autora, não pode ser convertida numa fração com o objetivo de representar o valor da quantidade, pois as duas unidades, por serem diferentes, não podem ser reunidas num todo.

Quanto à abordagem do estudo de quantidades por meio de razões e frações, Nunes

destaca que, quando existem duas possibilidades de se abordar um conceito matemático, o professor, com base nas características dos seus alunos, precisa decidir qual delas é mais acessível a esses.

Com relação ao processo de ensino-aprendizagem, Grando (1995, p. 109), em seu artigo “Dificuldades e obstáculos em educação matemática”, afirma que é comum ao professor na sua prática pedagógica deparar-se com dificuldades que nem sempre consegue sanar. Para a autora,

operações usadas abstratamente, sem vinculação com situações reais ou mesmo simuladas, dificultam a compreensão conceitual; a falta de compreensão do próprio conceito compromete a aprendizagem dos algoritmos; *regras simplificadas*, utilizadas como estratégias nos algoritmos das operações com números naturais, frações e decimais, são inadequados e constituem-se em obstáculos para a aprendizagem dos próprios algoritmos. (1995, p. 111 e 112, grifo da autora).

Assim como Nunes, Grando acredita que decorar regras é uma prática que não beneficia a aprendizagem e a compreensão de conceitos, senão o que, frequentemente, acaba criando mais dificuldades, pois decorar o processo gera uma situação que poderá induzir ao erro.

De acordo com Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr (apud BRASIL, 2002, p. 43), “o estudo das frações é uma ótima oportunidade para consolidar os conhecimentos da divisão entre números inteiros, sobretudo pelo exercício simultâneo da operação abstrata e da repartição concreta”. O estudo de números racionais na forma fracionária auxilia também na resolução de equações fracionárias, na resolução de situações-problema envolvendo regra de três, na aplicação do cálculo de porcentagem usando como denominador da fração o número 100, entre outras.

A preocupação com o processo ensino-aprendizagem de frações no ensino fundamental e a busca por uma didática que auxilie na superação dos obstáculos que temos enfrentado na formação desse conceito têm levado muitos pesquisadores e educadores de matemática a investigar a questão.

2.4 Revisão bibliográfica

Algumas pesquisas em educação matemática sinalizam a preocupação, por parte dos pesquisadores, com o processo de ensino e aprendizagem da matemática, e entre os temas que lideram o número de pesquisas está o estudo das frações. Essa constatação se comprova pelo grande número de pesquisas relacionadas a este assunto publicadas em nível nacional e internacional, em livros, anais de eventos científicos, periódicos e na internet.

Entre os trabalhos considerados está o estudo de doutorado desenvolvido por Jane Bittencourt e pelos professores Diogo C. Sant'Anna e Sandra Olsson, em 2007, com o título "Transposição e mediação didática no ensino de frações". Neste estudo foi analisada a prática docente de dois professores de matemática, um principiante e outro experiente, de duas escolas públicas brasileiras, tendo como objeto o ensino das frações na quinta série.

Segundo os autores, os professores que atuam em escolas geralmente não estão envolvidos em pesquisa acadêmica, ao contrário dos professores universitários, ainda que tanto um quanto o outro estejam empenhados na busca da melhoria do processo de ensino e aprendizagem. O desenvolvimento da pesquisa foi estruturado em três partes: a primeira aborda como o tema está inserido no currículo escolar atual; a segunda analisa o objeto de ensino de forma histórica e epistemológica, procurando identificar possíveis dificuldades de aprendizagens, e a terceira avalia as práticas adotadas pelos dois professores.

Analisando alguns livros didáticos, o grupo pôde observar que, do início do século XX até a década de 1970, houve uma crescente dissociação do ensino das frações em relação à unidade de medida e ao conjunto dos números racionais, acarretando uma perda conceitual e significativa da representação desses números. Além disso, a questão histórica aparece muito mais como cenário ilustrativo dos itens trabalhados do que para mostrar a descoberta e a evolução dos números, bem como não há no estudo das frações nenhuma tendência de tratamento numérico do tema por meio de problematizações envolvendo medidas. Por fim, os pesquisadores Bittencourt, Sant'Anna e Olsson ressaltam que as modificações ocorridas nos livros didáticos atuais, onde se observa a preocupação com a contextualização e com a interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento, não advém da reorganização do "saber sábio", mas de políticas educacionais como os PCNs. Para eles, o livro didático apresenta-se como produto dos seus diferentes sujeitos; portanto, preserva algumas características e interesses dos sujeitos da escola, dos autores, das editoras e das distribuidoras, assim como atende aos interesses de políticas curriculares.

De acordo com as análises feitas, apontam que “[...] os casos estudados exemplificam a complexidade dos processos de transposição e mediação didática, que se faz através de uma multiplicidade de fatores, e de inúmeras contradições”, ressaltando que a transposição didática, apesar de evidente nos materiais avaliados, não se faz notar aos professores que os empregam em sala de aula. (BITTENCOURT; SANT’ANNA; OLSSON, 2007, p. 88). Em relação aos professores colaboradores do estudo, os pesquisadores afirmam que não apresentavam conhecimento sobre as diretrizes curriculares nacionais, nem em relação à influência que podem exercer sobre o livro didático. A análise detalhada a que o estudo se propôs sobre o ensino de frações também foi uma atividade totalmente nova para os colaboradores.

Esse dado nos remete à necessidade de formação continuada de professores, não somente pela importância desta, mas também pelos temas desenvolvidos nesses cursos. Perguntamos: Tais cursos realmente atendem às necessidades dos professores que atuam nas escolas? Propiciam momentos para análise criteriosa da forma como os livros didáticos abordam os temas trabalhados em sala de aula? Sabemos que isso não é uma tarefa muito simples, pois, em geral, a omissão abrevia caminhos, torna o trabalho menos árduo, ao passo que o desafio desestabiliza, é trabalhoso, apresenta-se com muitas incógnitas, obriga a buscar mais, a tomar decisões, além de que toda a situação nova gera insegurança. Apesar de todas as insatisfações que são inevitáveis no ambiente escolar, penso que é preciso ter curiosidade, cultivar a necessidade da descoberta, da informação e da atualização.

Marlene Pires Amorim desenvolveu uma pesquisa sobre o conceito de números racionais com o título “A apropriação de significações do conceito de números racionais: um enfoque histórico-cultural”, realizada em Criciúma, em 2007, na Universidade do Extremo Sul Catarinense. O estudo teve por objetivo analisar a apropriação de conceitos matemáticos e suas significações, estudando a elaboração e o desenvolvimento do pensamento sobre o conceito de números racionais em alunos de 5ª série do ensino fundamental de uma escola pública municipal. O trabalho foi desenvolvido no horário em que os alunos teriam aula com a professora titular e também no turno inverso, do qual participavam, em média, dez alunos voluntários, todos da mesma turma.

Para dar início ao ensino de frações Amorim (2007) reportou-se à história do surgimento dos números racionais, abordando noções sobre medições de terras produtivas próximas ao rio Nilo, no Egito. Após a introdução, solicitou que os alunos comparassem dois segmentos de medidas diferentes a eles fornecidos e que verificassem quantas vezes o menor segmento caberia dentro da medida do maior. Para esse experimento as medidas dos

segmentos eram múltiplas; em seguida, foram fornecidos segmentos com medidas não múltiplas. Para cada experimento a pesquisadora questionou a respeito do número de vezes que o segmento menor caberia na medida do segmento maior.

Conforme Amorim (2007), na segunda situação as respostas não foram unânimes por não se encaixar uma quantidade inteira de vez, ou seja, o segmento menor não coube um número exato de vezes na medida do segmento maior. Alguns ignoraram o resto; outros julgaram que deveriam considerá-lo, e outros, ainda, preferiram não se manifestar. Segundo a autora, pode-se intuir que o comportamento demonstrado pelos alunos diante de uma medida não exata demonstra a expressão do pensamento segundo o conhecimento elaborado no estudo do conjunto dos números naturais.

Outra situação semelhante foi apresentada aos alunos usando pedaços de cartolina, sobre os quais não foram informadas as medidas. Então, eles deveriam verificar quantas vezes o pedaço menor caberia no maior. Os alunos concluíram que isso era possível três vezes e que sobrava um pequeno pedaço. Pelo fato de serem solicitados a representar numericamente a situação, sugeriram usar a régua para verificar o quanto sobrava, porém, não sabendo usá-la, contaram com o auxílio da pesquisadora. Determinadas as medidas, Amorim explicou aos alunos que o pedaço que sobrava fora 1 de 3 partes do pedaço menor, que poderia ser representada pelo número $\frac{1}{3}$, tal situação também poderia ser verificada ao se dividir a medida do retângulo maior pela medida do retângulo menor, sendo para a forma fracionária o resto 1 o numerador da fração e o 3, divisor, o denominador. Assim, lembrou aos alunos que poderiam imaginar a continuidade na divisão.

No estudo de Amorim foram realizadas várias outras atividades de comparação de medidas, no entanto persistiam muitas dúvidas, ocorrendo, inclusive, troca dos termos da divisão, o que, segundo a pesquisadora, levou a concluir que os alunos não teriam compreendido a relação no desenho e a seleção dos dados para a divisão, ou a dificuldade estaria na relação do pensamento geométrico com o aritmético. Para uma das atividades a resposta consistia na representação de uma fração imprópria, sobre a qual os alunos demonstraram certa inquietação.

As frações impróprias caracterizam-se por apresentarem o numerador maior que o denominador. Ao aplicar a divisão do numerador pelo denominador, esta fração se transforma num número misto, ou seja, numa parte inteira e em outra fracionária. Em relação ao ensino dessas frações, Amorim relata que no, “processo lógico-histórico, os números mistos são apresentados logo de início por ser uma das ideias fundamentais dos números racionais. Eles possibilitam identificar e estabelecer relação entre o significado de número inteiro e a parte

fracionária”. (2007, p. 87). A autora destaca a importância de serem trabalhados números mistos pelo fato de possibilitarem a compreensão, por parte do aluno, de número inteiro e número racional. Desse modo, é possível que o aluno se dê conta da diferença existente entre um número racional fracionário com numerador múltiplo e um com numerador não múltiplo do denominador.

Para demonstrar a equivalência de frações, Amorim valeu-se de tiras de papel distribuídas para os alunos, os quais foram estimulados a fazer dobras de tal forma que obtivessem meios, quartos, oitavos e a representá-los geometricamente por meio de segmentos de reta. Paralelamente a essa atividade, foram desafiados a solucionar situações-problema visando à compreensão e significação de suas ações. O ensino das operações com frações seguiu essa mesma linha, sempre trabalhando com o material auxiliar para a visualização e, em seguida, a representação numérica e a generalização algébrica. A pesquisadora não se mostrou surpresa com as dificuldades demonstradas pelos alunos ao operar com frações na sua forma aritmética, sem auxílio do material do qual estavam acostumados a fazer uso.

Amorim observou que, enquanto os alunos se valiam da visualização para representar operações como adição de racionais com denominadores diferentes representada no segmento de reta, conseguiam realizar corretamente; no entanto, no momento em que se defrontavam com a aritmética, normalmente adicionavam numeradores e denominadores entre si. Segundo Amorim, isso é normal, por ser um elemento novo, desconhecido até então, para o aluno, o sinal operatório, que não aparecia no material mediador. Além disso, embora o aluno conseguisse realizar aparentemente com facilidade uma operação usando o material auxiliar, isso não significa que ele já tenha atingido o nível de pensamento conceitual.

Para a autora, os procedimentos adotados por alguns alunos evidenciam um caminho a ser percorrido em termos de desenvolvimento do pensamento aditivo aplicado para os números racionais. Afirma que há dois aspectos a serem desenvolvidos: primeiro, a necessidade de negar as operações válidas para os números naturais e, segundo, admitir a existência de um pensamento aditivo próprio para os números racionais. É possível que parte das dificuldades apresentadas pelos alunos na formação de conceito se dê pelo fato de que algumas crianças ainda não alcançaram plenamente a adolescência, pois, segundo Vygotsky (1998), o último estágio da formação do conceito é alcançado na fase da adolescência, quando as funções mentais elementares se organizam numa combinação peculiar e o desenvolvimento dos conceitos ou dos significados das palavras requer o desenvolvimento de funções intelectuais, como a atenção espontânea, a memória lógica, a abstração, a capacidade para

comparar e distinguir.

Segundo a pesquisadora,

de acordo com a teoria de desenvolvimento de conceitos de Vigotski (2001), os conceitos não são apreendidos de imediato, ou seja, as generalizações elaboradas das propriedades anteriormente estudadas, como o caso da equivalência, não significam que já estão amadurecidas para que o aluno transfira de imediato, sem a interferência do professor, numa primeira situação aditiva de racionais que se apresente. (AMORIM, 2007, p. 108).

Em geral, para melhor interpretar determinada situação, o aluno precisa da interferência do professor. Se, por meio dessa, puder dialogar sobre suas dificuldades, é possível que venha a atingir o desenvolvimento do conceito abordado, ou, pelo menos, obter algum avanço significativo.

Amorim (2007) considera que, nas escolas, o que muitas vezes acontece é uma excessiva preocupação dos professores em vencer a extensa lista de conteúdo apresentada pelas propostas curriculares. Aliada a isso, há a inquietação na busca de um material alternativo visando manter a atenção do aluno, quando, segundo a autora, o mais importante seria abordar os conceitos por meio de uma reflexão teórica. Com relação à abordagem adotada, a pesquisadora acredita que sua proposta procura “atender os pressupostos da abordagem Histórico-Cultural, teoria que, segundo ela, fomos assumindo, não por modismo pedagógico, mas por atender convicções construídas num processo de reflexão sobre a concepção de mundo, homem, sociedade e matemática”. (AMORIM, 2007, p. 144).

Segundo Amorim, o foco de maior atenção do seu trabalho foi direcionado para a aprendizagem, dispensando, na medida do possível, um atendimento individual principalmente àqueles alunos que necessitavam de um tempo maior para assimilar e compreender os mecanismos adotados, ou seja, mantinha um olhar atento para interferir junto ao aluno, visando a novas aprendizagens e à independência intelectual deste. Assim, conclui que a opção pela teoria histórico-cultural e a sequência metodológica adotada propiciam o desenvolvimento do pensamento sobre o conceito de números racionais.

Outro estudo voltado para a formação de conceito de números racionais, sob o título *Processo de formação do conceito de fração: interações em sala de aula*, foi desenvolvido por Cyntia Castoldi em 2005, como dissertação de mestrado em educação realizado na Universidade de Passo Fundo. A pesquisa foi desenvolvida com uma turma de quarta série do ensino fundamental de uma escola particular de Passo Fundo e a problemática abordada foi o

processo de apropriação e elaboração do conhecimento no espaço social de sala de aula na disciplina de matemática, envolvendo o conceito de fração.

A autora teve como objetivo compreender se os processos interativos e dialógicos interferem ou não, marcam e constituem o processo de significação do conhecimento científico-escolar e se constituem o processo de elaboração coletiva do conhecimento no espaço social de sala de aula. O trabalho foi desenvolvido a partir da própria prática, ou seja, com a turma em que a pesquisadora trabalhava. As questões que envolveram a pesquisa são análise e reflexão sobre a própria prática pedagógica, bem como a preocupação com o baixo nível de aprendizagem dos alunos, pouco domínio das quatro operações, dificuldade na interpretação de dados de uma situação-problema e leitura de gráficos.

O material usado para a pesquisa foi o conteúdo de gravações das aulas, documentos elaborados pelos alunos, bem como a memória das aulas. A professora/pesquisadora observou que a análise do material escrito produzido individualmente ou em grupo pelos alunos, as observações realizadas, como também as interações que aconteceram na sala de aula entre os próprios alunos, ou entre os alunos e a professora deram significação ao processo de formação do conceito de frações, o que é evidenciado nas situações em que um aluno expõe suas dúvidas e percepções, interage com os colegas e com a professora, possibilitando que ocorram avanços intelectuais.

Com base nas considerações de Castoldi (2005), é possível inferir que a aprendizagem efetiva da matemática não se dá simplesmente pela memorização de conceitos, pela prática do cálculo ou pela realização de uma série de exercícios, mas também em virtude da interação mútua e da significação, ou seja, quando o aluno consegue interagir, estabelecer relações e construir significados.

2.5 Os PCNs e os números racionais fracionários

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) estão fundamentados em normas legais, especialmente na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (lei 9.394/96), constituindo proposta do Ministério da Educação e Cultura ao Conselho Nacional de Educação a respeito de currículos a serem adotados. Os PCNs auxiliam no trabalho docente na medida em que oferecem uma fundamentação teórica específica para cada área, com objetivos, sugestões e conteúdos a serem desenvolvidos.

Conforme os PCNs (BRASIL, 1998), as discussões que ocorrem na esfera da educação matemática no Brasil e também em outros países indicam a necessidade de adequação do trabalho desenvolvido nas escolas para uma nova realidade, marcada pela presença da matemática em diversas situações da atividade humana. Em relação à matemática do ensino fundamental, os PCNs indicam que, de acordo com avaliação dos professores do terceiro ciclo, os alunos vêm do segundo ciclo com um domínio de conhecimentos muito abaixo do desejável. Por isso, acreditam que fazer uma retomada de conteúdo é a solução do problema.

Entretanto, conforme os PCNs, essa revisão é isolada e realizada sem a análise do modo como os conteúdos foram desenvolvidos no ciclo anterior, o que causa desinteresse aos alunos, por ser repetitivo e não atender aos objetivos a que se propôs. Além disso, desperdiça-se a série inicial do terceiro ciclo e contribui-se para o fracasso escolar, evidenciado pelos índices de retenção que surgem no primeiro ano do terceiro ciclo. Para reverter essa realidade os PCNs (1998) sugerem que o conhecimento adquirido pelos alunos em anos anteriores seja levado em consideração e que é essencial dar sequência ao processo de estabilização desses conhecimentos. Portanto, melhorar a capacidade de análise, ampliar os conhecimentos sobre números e operações, descobrir regularidades e propriedades numéricas e estabelecer relações é fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno. Ainda, ele pode desfrutar dos conhecimentos matemáticos como meios de compreender, interpretar e atuar no mundo.

No que se refere ao estudo dos números racionais, os PCNs (BRASIL, 1997) orientam que o estudo deve levar o aluno a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações, havendo, portanto, a necessidade da criação de novos grupos de números. Destacam que no dia-a-dia os números racionais na forma decimal apresentam-se com mais frequência do que os números racionais na forma fracionária. Mesmo assim, o ensino de frações é fundamental por oferecer subsídios no desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos, como equações, proporções, cálculos algébricos, além de favorecer a interpretação de medidas, bem como de dados estatísticos e gráficos veiculados nos meios de comunicação. Em cálculos que envolvem dízimas periódicas a representação por meio de frações oferece um resultado com maior exatidão, uma vez que ao representar na forma decimal é necessário fazer aproximações.

Conforme os PCNs (BRASIL, 1997), no segundo ciclo o ensino de números racionais é construído com base na ideia do quociente entre dois números inteiros positivos, ou seja, número racional é o resultado da divisão entre dois números inteiros positivos, não podendo o segundo ser um valor nulo. A compreensão dos números racionais requer um trabalho cuidadoso, exigindo do aluno um distanciamento da conceituação de número natural, o que

normalmente exige certo tempo para sua elaboração.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) destacam que a forma mais usual de se trabalhar com o ensino de frações é a representação de partes do todo, em que o inteiro está dividido em partes iguais. Normalmente, nestes casos é comum, não havendo material concreto, exemplificar usando a divisão de pizza ou de chocolate em partes iguais.

Um dos aspectos importantes destacados nos PCNs (BRASIL, 1997) refere-se às dificuldades que o aluno encontra ao lidar com os números racionais. Uma delas é compreender que uma mesma quantidade pode ser expressa por diferentes representações fracionárias. Como exemplo, $\frac{3}{5}$ é equivalente² a $\frac{6}{10}$. Outra dificuldade é comparar frações como $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{2}$, pois, ao trabalhar com o conjunto dos números naturais, o aluno aprendeu que 5 é maior que 2, o que poderá levá-lo, equivocadamente, a concluir que o primeiro número representa maior quantidade que o segundo.

A comparação de números decimais também pode ser um fator de dificuldade para estabelecer qual dos números representa maior ou menor quantidade. Por exemplo, ao comparar 6,732 com 9,1, muitas vezes o aluno afirma que o primeiro número é maior que o segundo em razão da quantidade de algarismos que o compõem, equívoco que se deve à transferência de conhecimento adquirido sobre classes e ordens no conjunto dos números naturais. A multiplicação de dois números naturais excluindo o 0 e 1 determina um valor superior aos fatores, mas, ao multiplicar um natural por um fracionário, o resultado é menor que o natural, o que pode vir a se transformar em mais um fator de erro.

Outra dificuldade apontada pelos PCNs (1997) é a sequência com antecessor e sucessor, que é possível para os números naturais, mas não para os racionais, pois entre dois números racionais há infinitos outros números. Esses casos, entre outros, são dificuldades a que, segundo Iglioni (1999), Brousseau denomina de “obstáculo epistemológico”, inerente ao tema estudado. É preciso que esses problemas sejam de conhecimento do professor, para que possa evitá-los ou amenizá-los no processo de apropriação por parte do aluno dos saberes envolvidos nesses procedimentos matemáticos.

As dificuldades de interpretação que os alunos encontram ao trabalhar com números racionais, como equivalência, comparação de frações e de números decimais, antecessor e sucessor, multiplicação de frações, destacadas no segundo ciclo, também são evidenciadas no terceiro ciclo. Sobre este ciclo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) alertam para a

² Segundo Bonjorno e Olivares (2006, p. 125), “duas frações são equivalentes quando, ao multiplicarmos o numerador e o denominador de uma delas por um mesmo número natural diferente de zero, obtemos a outra fração”.

necessidade de se continuar trabalhando com os números naturais, proporcionando a leitura e a escrita destes, pois é pouco provável que o aluno tenha ainda desenvolvido uma compreensão plena do sistema de numeração.

Os PCNs (BRASIL, 1998) destacam que os números admitem diversas significações nos diferentes contextos em que indicam relação parte/todo, quociente e razão. A interpretação dessa relação em partes equivalentes, segundo o documento, supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo, compreenda a inclusão de classes e saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas. “Outra interpretação do número racional como quociente de um inteiro por outro ($a:b = \frac{a}{b}$; $b \neq 0$)”. (p. 102). Esta situação é diferente da relação parte/todo, pois dividir a unidade em três partes iguais considerando duas é diferente do que dividir duas unidades em três partes iguais. No entanto, as duas situações são representadas pelo número $\frac{2}{3}$.

Os PCNs destacam como interpretação diferente das anteriores a questão da representação do número racional como uma razão. Um exemplo dessa situação é que três de cada quatro alunos de uma escola preferem matemática; portanto, $\frac{3}{4}$ dos alunos têm preferência por matemática.

Conforme os Parâmetros Curriculares (1998), a quarta interpretação confere ao número racional o significado de um operador, quando ele age sobre uma situação e a modifica. Exemplos desse caso aparecem em situações-problema do tipo “por que número devo multiplicar 9 para obter 3?” No documento, ressalta-se a importância da aplicação de situações-problema como meio de induzir os alunos a analisar, interpretar e estimar resultados, bem como de se sentirem desafiados a emitir opiniões e argumentar.

2.6 Livros didáticos e o ensino de frações

O livro didático é um instrumento auxiliar tanto para o professor quanto para o aluno. Portanto, é fundamental uma leitura atenta e o esforço de ambos para compreender a forma como o assunto está sendo abordado, bem como reconhecer símbolos e realizar uma interpretação correta dos dados nele apresentados. Para Soares (2002) o livro didático,

além de transferir os conhecimentos orais à linguagem escrita, tornou-se um instrumento pedagógico que possibilita o processo de intelectualização e contribui para a formação social e política do indivíduo. O livro instrui, informa, diverte, mas, acima de tudo, prepara para a liberdade. (p. única).

Na opinião do autor, desenvolver a capacidade de leitura e interpretação do livro didático auxilia na autonomia intelectual, além de que o livro didático é uma fonte para crescimento cultural. De fato pensamos que a adoção de livro didático de matemática pelas escolas, além de facilitar ao aluno a consulta e o acesso relativo a esse conhecimento, tem o importante papel de favorecer a leitura e a interpretação da linguagem matemática, que é universal e, como tal, precisa ser compreendida por todos que dela fazem uso.

Buscando verificar como os livros didáticos de 5ª série abordam o tema frações, selecionaram-se duas obras adotadas pela escola na qual o estudo foi desenvolvido: *Matemática – fazendo a diferença*, de Bonjorno e Ayrton, por ser o livro adotado pelos professores da disciplina para o período de 2008 a 2010, e *Praticando matemática – Coleção atualizada*, de Andrini e Vasconcellos, adotada nos três anos anteriores, ou seja, 2005, 2006 e 2007.

2.6.1 Matemática – fazendo a diferença

Na primeira obra os autores introduzem o tema por meio de ilustrações que exemplificam o uso dos números racionais em atividades cotidianas e, na sequência, abordam a leitura, representação de frações e situações-problema. Para trabalhar frações equivalentes apresentam um quadro mural com “quatro painéis de mesmo tamanho e pintados com as mesmas cores (Fig. 2), observamos que o painel foi dividido em partes de mesmo tamanho e que cada uma das cores ocupa o mesmo espaço” (2006).

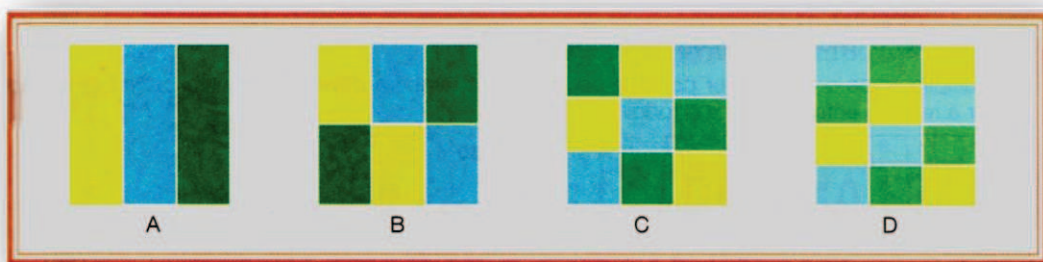


Figura 2 – Equivalência de frações

Fonte: BONJORNO; OLIVARES, *Matemática fazendo a diferença*, 2006, p. 125

A seguir, descrevem as frações de acordo com o número de partes e a cor de cada painel do mural e, em seguida, apresentam o conceito de frações equivalentes.

A simplificação de frações é abordada por meio da ilustração de pizzas particionadas em quantidades diferentes (Fig. 3), situação sobre a qual o aluno é induzido a realizar comparações das partes e do todo, a fim de perceber que com a divisão dos termos da fração por um mesmo número natural, excluindo-se o zero, obtém-se uma fração equivalente à primeira, porém escrita na forma mais simples, ou seja, na forma irredutível.




Figura 3 – Simplificação de fração

Fonte: BONJORNO; OLIVARES, *Matemática fazendo a diferença*, 2006, p. 127

A forma mista de um número fracionário é introduzida pela análise de partes representadas por quartos do círculo (Fig. 4), que, ao serem juntados, formam dois círculos inteiros mais $\frac{3}{4}$, situação que envolve dois conjuntos numéricos. Finalizam este item demonstrando a fração imprópria escrita na forma mista e o inverso, ou seja, a passagem da forma mista para a imprópria.


Cada uma destas peças de quebra-cabeça representa a quarta parte, ou $\frac{1}{4}$, de um círculo.



São onze peças. Então, são $\frac{11}{4}$ de círculo.

Lê-se "onze quartos".

Juntando as peças, formamos dois (2) círculos inteiros e três quartos ($\frac{3}{4}$) de círculo, isto é:



$2\frac{3}{4}$

Lê-se "dois inteiros e três quartos".

Podemos então dizer que:

$$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$$

forma mista
forma fracionária

Figura 4 – Forma mista de um número racional fracionário

Fonte: BONJORNO; OLIVARES, *Matemática fazendo a diferença*, 2006, p. 129.

Para a comparação de frações, no primeiro exemplo os autores partem de uma situação-problema ilustrada, que aborda uma coletânea de contos que cada aluno deve ler (Fig. 5). O problema informa que todos os contos possuem a mesma quantidade de páginas e também os números fracionários de mesmo denominador correspondentes à parte da coletânea que dois alunos leram. Os autores concluem a demonstração justificando que a maior fração é aquela que apresenta o maior numerador.

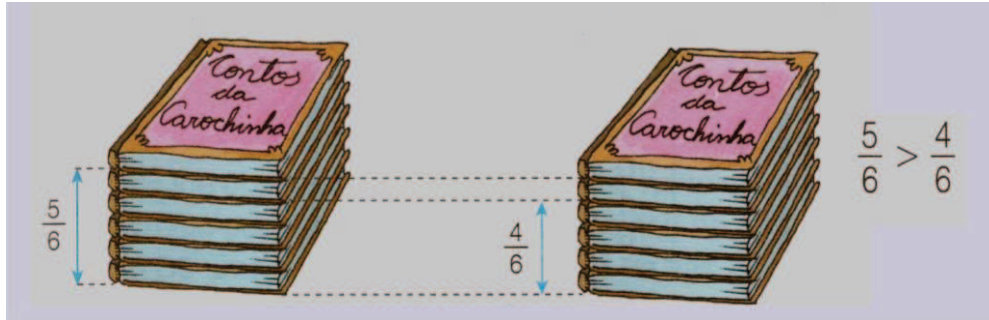


Figura 5 – Comparação de números racionais fracionários
Fonte: BONJORNO; OLIVARES, *Matemática fazendo a diferença*, 2006, p. 131

A comparação de frações com denominadores diferentes é apresentada por meio de uma situação-problema na qual o salário de uma família é distribuído em $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{6}$ para o pagamento de algumas despesas. A resolução é apresentada de duas maneiras, por meio de desenho, em que o salário tomado como unidade é dividido em terços, décimos e sextos (Fig. 6), e pela equivalência de frações.

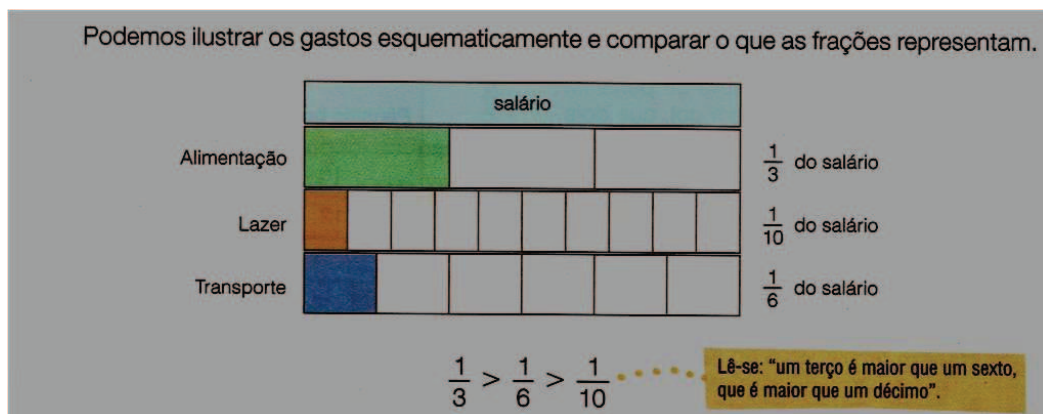


Figura 6 – Comparação de frações com denominadores diferentes
Fonte: BONJORNO; OLIVARES, *Matemática fazendo a diferença*, 2006, p. 131

As operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais (Fig. 7) são abordadas por meio de outra situação-problema, na qual um terreno é dividido em seis partes

iguais, três das quais partes são ocupadas pela casa, duas pelo quintal e uma pelo jardim. A resolução da situação é explorada por meio de questionamentos a serem respondidos com números racionais na representação fracionária.

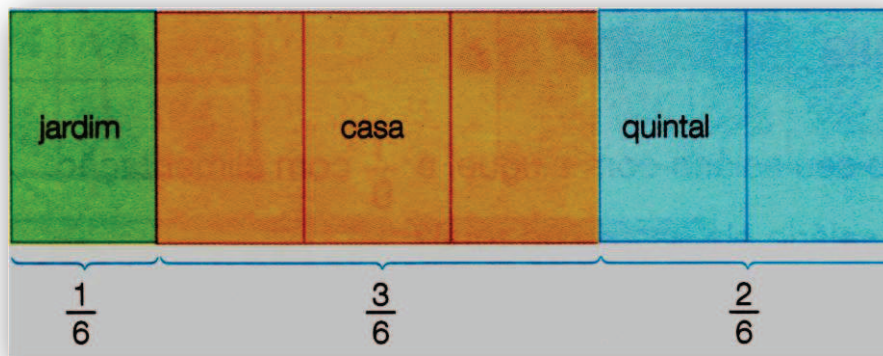


Figura 7 – Adição e subtração de frações com denominadores iguais
 Fonte: BONJORNO; OLIVARES, *Matemática fazendo a diferença*, 2006, p. 133

Para resolver as operações de adição e subtração com denominadores iguais, os autores apresentam também o modo prático, que consiste na conservação dos denominadores e na adição ou subtração dos seus numeradores.

Quando essas mesmas operações são abordadas com denominadores diferentes, a resolução é apresentada por meio do desenho de frações equivalentes e, também, pela redução ao mesmo denominador, o qual é determinado calculando-se o menor múltiplo comum dos denominadores. Essa resolução é apresentada pelo modo prático, que consiste na divisão do mínimo múltiplo comum dos denominadores pelo denominador de cada fração e na multiplicação desse fator pelo respectivo numerador de cada fração.

As operações de multiplicação e divisão são abordadas por meio de problemas envolvendo quantidades. Por exemplo, se para fazer um bolo é usado um oitavo de um tablete de margarina, pede-se que o aluno escreva a fração que representa a quantidade de margarina necessária para fazer quatro bolos. Após a representação gráfica dessa situação, é explanado o modo prático para o produto de um número natural por um fracionário, que consiste na multiplicação do número natural pelo numerador da fração e a conservação do denominador. A multiplicação entre dois números racionais fracionários também é apresentada por meio de uma situação-problema e a solução é dada por meio de desenho e pela multiplicação de numeradores e denominadores entre si.

Para a compreensão da operação de divisão é abordado, de forma resumida, o conceito de “frações inversas”, informando que duas frações cujo produto é igual a 1 são denominadas “frações inversas”. Em seguida são apresentadas três situações-problema em que aparece a

divisão de um número racional fracionário por um natural, a divisão de um natural por um racional fracionário e, por fim, a divisão de um número racional fracionário por outro. A solução de cada caso é apresentada por meio de desenho e numericamente, ou seja, a divisão consiste no produto do dividendo pelo inverso do divisor.

A potenciação de frações é apresentada por desenho e numericamente, por meio de multiplicações sucessivas por $\frac{1}{2}$, observando que $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ é igual a $\left(\frac{1}{2}\right)^2$. Finalizam explicando que para calcular a potência de uma fração elevam-se o numerador e o denominador ao expoente da fração. Após cada item abordado, os autores apresentam alguns exercícios resolvidos como exemplo e propõem uma série de exercícios a serem resolvidos pelos alunos, além de algumas situações-problemas.

2.6.2 *Praticando matemática*

Na segunda obra citada, *Praticando matemática*, coleção atualizada de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, a unidade sobre frações está subdividida em itens, tais como “Inteiro e partes do inteiro”, “Lendo frações”, “Frações e as medidas”, “Frações de uma quantidade”, “Números mistos e frações impróprias”, “Frações equivalentes”, “Comparação de frações”, “Operações de frações” (adição e subtração com denominadores iguais e diferentes, multiplicação e divisão, potenciação e raiz quadrada).

A unidade frações é introduzida a partir do título “Inteiro e partes do inteiro”. Os autores abordam o conceito por meio de um problema envolvendo a divisão de uma pizza em quatro partes, informando que cada uma das partes representa $\frac{1}{4}$ do inteiro. Mostram que o número 1 é o numerador e o 4, o denominador, indicando que o primeiro representa o número de partes consideradas e o segundo, o número de partes em que o inteiro foi dividido. Fazem um breve comentário da representação egípcia de uma fração de numerador um, as quais eram feitas por meio de desenhos de símbolos (Fig. 8).

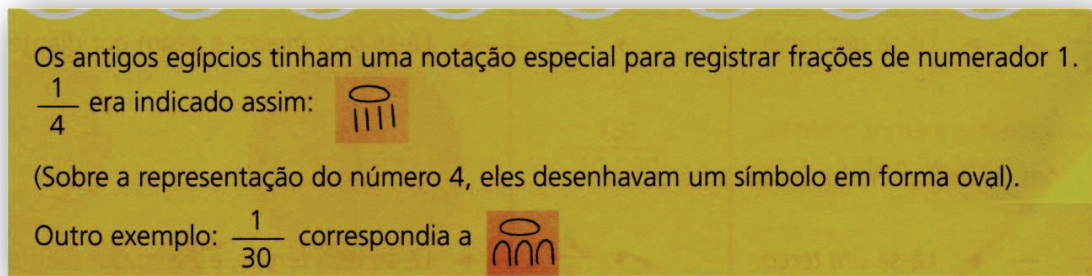


Figura 8 – Representação egípcia da fração com numerador 1
 Fonte: ANDRINI; VASCONCELOS, *Praticando matemática*, 2002, p. 165.

Na sequência exemplificam frações por representação gráfica, ou seja, desenho de um retângulo e de um triângulo divididos em sextos e meios, respectivamente.

No item “Lendo frações” abordam a leitura de frações quaisquer, frações com denominadores de 2 a 9 e frações decimais, ou seja, as que possuem denominador 10 ou seus múltiplos. Os autores informam ainda que o denominador é o termo que dá nome à fração e que nas frações com denominador maior que 10, não decimal, acrescenta-se a palavra “avos” ao final da leitura.

Ilustrações e uma breve história sobre surgimento de novos números introduzem o item “As frações e as medidas”. Para o estudo de “Frações de uma quantidade”, os autores apresentam situações cotidianas nas quais se pode aplicar a ideia de frações. “Números mistos e frações impróprias” são ilustrados por meio de uma situação em que uma menina mede seu caderno usando um palito de fósforo como unidade de medida. A medição é registrada por um número misto porque a medida do caderno não comportou uma quantidade exata de palitos, induzindo à percepção da necessidade do surgimento de novos números. Os números mistos são exemplificados também por representações gráficas, ou seja, por meio de desenhos.

Para trabalhar “frações equivalentes” os autores apresentam duas barras iguais de chocolate, uma dividida em duas partes e a outra, em quatro partes. Com base nessa representação, propõem a questão: Se uma criança come uma parte da primeira barra e outra come duas partes da segunda barra, qual das crianças comeu o maior pedaço? A equivalência também é demonstrada pelo processo prático multiplicando ou dividindo numerador e denominador pelo mesmo valor. Com a divisão dos termos da fração é mencionada a simplificação de frações, processo que as torna irredutíveis.

Os autores trabalham a “comparação de frações” em três situações: na primeira, apresentam numeradores iguais; na segunda, denominadores iguais e, na terceira, numeradores e denominadores diferentes. Os dois primeiros casos são apresentados graficamente, ou seja, por desenhos, ao passo que para o caso em que numeradores e

denominadores são diferentes sugerem a equivalência de frações, de modo que sejam reduzidas ao mesmo denominador por meio da determinação do menor múltiplo comum.

As operações de “adição e subtração de frações com denominadores iguais” são abordadas por meio de uma atividade na qual uma folha de cartolina foi dividida em oito partes iguais, das quais três foram coloridas de verde e duas, de laranja. Esta situação é explorada por meio de questionamentos a serem respondidos pela adição das frações que representam as partes coloridas e a subtração das frações que representam o inteiro e a parte colorida. A seguir, os autores apresentam essas operações de modo prático, mostrando que se operam os numeradores e conservam-se os denominadores.

Quando essas mesmas operações são abordadas com “denominadores diferentes”, a resolução parte de um problema sobre a preparação de um bolo, no qual é usado $\frac{1}{3}$ de tablete de margarina para a massa e $\frac{1}{2}$ para a cobertura. A situação é ilustrada por meio da foto de um tablete de margarina dividido em seis partes iguais, para cuja solução é sugerida a determinação de frações equivalentes a fim de se obterem denominadores iguais, aplicando-se, então, a adição ou subtração para os numeradores, mantendo-se o denominador.

A “multiplicação de frações” é apresentada por questionamentos, como, por exemplo, “qual é o dobro de $\frac{3}{8}$?” “Que quantidade corresponde a $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$?” A primeira situação é resolvida por meio da ilustração da soma de parcelas iguais. A solução do segundo exemplo é ilustrada por meio do desenho de três retângulos, representando $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ dos $\frac{4}{5}$ e $\frac{2}{3}$ da unidade, respectivamente. Em seguida, é apresentado o modo prático, que consiste na multiplicação dos numeradores e denominadores entre si.

Para a compreensão da operação de divisão é abordado, de forma abreviada, o conceito de frações inversas, levando a concluir que, quando o produto de duas frações é igual a 1, são inversas uma da outra. A “divisão de frações” é abordada por meio de problemas envolvendo quantidades. Por exemplo, “quantos copos com capacidade igual a $\frac{1}{4}$ de litro cabem em uma vasilha com capacidade igual a três litros?” Este exemplo é ilustrado com os elementos citados no enunciado do problema. Após a representação gráfica da situação, é explanado o modo prático, que consiste na multiplicação da primeira fração pelo inverso da segunda.

As operações de “potenciação e radiciação” de números racionais fracionários são representadas por meio da potência e da raiz de números naturais, informando que para a resolução dessas operações com números racionais fracionários aplica-se o mesmo processo. Os autores propõem uma lista de atividades na forma de problemas e exercícios variados no

final de cada item estudado.

É possível perceber que as duas obras tratam o tema frações de forma muito semelhante, no entanto a segunda é sucinta na abordagem dos itens e apresenta menor número de exercícios do que a primeira.

A forma como os livros didáticos têm desenvolvido o conceito de número racional fracionário, dando ênfase à relação parte-todo por meio de representação gráfica e à resolução das operações pela equivalência, valendo-se de desenhos e do mínimo múltiplo comum (mmc), não tem contribuído para uma compreensão mais ampla do conceito de fração. O modelo que contempla o conceito, exemplos e exercícios sobre itens isolados parece não proporcionar ao aluno uma visão do todo, tampouco a capacidade de usar esses conhecimentos quando necessário, como, por exemplo, a fração equivalente nas operações entre números racionais fracionários.

Para que o livro didático seja um recurso que agregue benefícios ao processo de ensino-aprendizagem é preciso que contemple mais problemas envolvendo situações cotidianas, e, por sua vez, o educador deve explorar com mais cuidado as situações nele apresentadas.

2.7 Noções da didática da matemática

O estudo de temas como transposição didática, que se refere às adequações que o saber sofre ao ser transposto para o processo de ensino-aprendizagem, e contrato didático, que trata das relações que os professores e os alunos mantêm com o saber e obstáculos, que se manifestam por meio dos erros provocados, possivelmente, pela ação didática ou pelas limitações do próprio saber, permitem destacar, analisar e repensar elementos importantes para o processo ensino-aprendizagem.

2.7.1 Transposição didática

Segundo Perrenoud (2002), transposição didática compreende as sucessivas transformações por que passam os saberes vigentes de uma sociedade, como conhecimentos,

práticas, valores, o que deles permanece nos objetivos e planos de ensino da escola, o que deles resta efetivamente na ação escolar e, por fim, o que por meio desse processo alunos constroem em sua mente. Para o autor, esse processo, na compreensão de Chevallard, forma a noção de cadeia de transposição didática, que

designa o conjunto das transformações sofridas pelos conteúdos culturais em seu processo de escolarização, da elaboração dos programas às escolhas do professor sozinho em sua sala de aula. Receia-se que, a cada nova etapa, ocorram descontextualizações, simplificações, desperdícios, esquematizações e mesmo traições, além de emergências. (PERRENOUD, 2002, p. 73-74).

Perrenoud (2002) compreende que os conteúdos culturais, entre os quais os conteúdos estudados em matemática, ao passarem por uma adequação didática pedagógica, podem perder muito de seu significado inicial. Porém, todo saber, antes de ser divulgado, exige certas modificações, ou seja, adequações ao processo de ensino, procedimento que atinge seu ponto máximo no ato de ensinar. Logo, em se tratando das operações com frações, é importante que se evite o processo puramente mecânico, priorizando a compreensão por meio de situações-problema e, quando possível, se forneça ao aluno material por meio do qual possa verificar e comprovar os resultados de forma a minimizar essas perdas.

De acordo com Pais, o conceito de transposição didática abrange toda a rede de influências que o saber escolar recebe do saber científico e de outras fontes, que vão estruturar tanto os conceitos como o processo metodológico. “O conjunto das fontes de influência que atuam na seleção dos conteúdos, que deverão compor os programas escolares e que determinam todo o funcionamento do processo didático, recebeu por parte de Chevallard o nome de *noosfera*.” (1999, p. 17). A seleção de conteúdos escolares, de conteúdos com que a escola irá trabalhar ou não, bem como de procedimentos que garantem o processo de ensino nas instituições, resulta do trabalho dos agentes da educação e que fazem parte da noosfera.

Conforme Pais (1999), a seleção dos conteúdos normalmente é feita segundo os livros didáticos. Para o autor, alguns conteúdos dos livros didáticos apresentam-se como autênticas “criações didáticas”, que servem como suporte para aprendizagens. Este recurso cumpre sua finalidade quando utilizado de forma significativa pelo professor. Segundo Pais, Chevallard, distingue dois tipos de transposição: a transposição didática *stricto sensu*, “quando as transformações das idéias matemáticas são analisadas em relação a um determinado conceito específico”, e a transposição didática *lato sensu*, na qual “a análise é desenvolvida no

contexto mais amplo, não se atendo a uma noção particular.” (1999, p. 19).

Pais analisa a transposição didática com base em três diferentes saberes: “o saber científico, o saber ensinar e o saber ensinado”. Para o autor o “saber científico” está diretamente vinculado ao conhecimento acadêmico, próximo da pesquisa. Esse saber sofre modificações por influências políticas, ideológicas, realidade social, que viabilizam o trabalho didático, ou seja, a sua aplicabilidade na escola. “É necessário, portanto, recorrer à elaboração de forma didática, surgindo assim a importância de uma metodologia fundamentada numa proposta pedagógica”. (1999, p. 23).

O “saber ensinar” é o saber que consta como conteúdo ou programa escolar. O conteúdo que aparece nos livros didáticos, segundo o autor, também é transformado, assumindo uma estrutura própria direcionada para o trabalho do professor.

O saber ensinado está no próprio procedimento de ensino, na estruturação e organização do material do professor que lhe servirá de apoio no momento de sala de aula. “É aquele registrado no plano de aula do professor e que, não necessariamente, coincide com aquela intenção prevista nos objetivos programados no nível do *saber ensinar*”. (PAIS, 1999, p. 24, grifo do autor). Portanto, o saber ensinado é resultado da preparação, do planejamento da aula e da ação pedagógica e que não se limita no planejamento em si, mas envolve uma série de procedimentos, tais como escolha de conteúdo, preparação da aula, definição de métodos utilizados pelo professor para trabalhar determinado conteúdo. Refere-se à trajetória desde o planejamento até o resultado final.

2.7.2 Contrato didático

O contrato didático, segundo Silva (1999), desenvolve-se no processo ensino-aprendizagem, no qual estão envolvidos três pontos: aluno, professor e saber. Assim, os problemas ou sucessos de aprendizagem passam, necessariamente, pelo contrato didático estabelecido numa relação de interação social com o objeto de conhecimento, interligados à escola, com todos os elementos que dela fazem parte, e a comunidade. “O conjunto das cláusulas, que estabelecem as bases das relações que os professores e os alunos mantêm com o saber, constitui o chamado *contrato didático*”. (SILVA, 1999, p. 43). Esse encadeamento de ideias que especifica as relações mestre-aluno com o saber é um processo dinâmico, assim como o saber, que muda constantemente. Contudo, essa dinâmica é limitada de acordo com os

elementos constantes do contrato. Esclarece o autor,

O contrato didático é o conjunto das condições que determinam, quase sempre implicitamente, aquilo que cada um dos dois parceiros (professor e aluno) da relação didática tem a responsabilidade de gerenciar, e do que tem que prestar conta ao outro. Ele depende da estratégia de ensino adotada, adaptando-se diferentes contextos, tais como: as escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho proposto aos alunos, os objetivos de formação, a história do professor, as condições de avaliação, etc. (SILVA, 1999, p. 61).

O contrato didático determina, assim, o que cabe a cada uma das partes – professor e aluno – que estão envolvidas no processo de ensino e aprendizagem. Entretanto, é importante que o aluno busque por si só subsídios para a resolução do problema que lhe foi proposto, ao mesmo tempo em que o professor precisa estar sempre alerta em relação às informações e orientações passadas ao aluno, para não perder a oportunidade de obter e comprovar a aprendizagem que objetiva.

Conforme Silva, Moreira e Grandó (1996), os elementos presentes no contrato didático se constituem de duas naturezas: uma explícita, a qual está clara, determinada, e outra oculta, denominada por Philip Jackson de “currículo oculto”³. O currículo oculto, que aparece de forma paralela ao currículo oficial, numa abordagem sintética da visão dos autores, é o conjunto de influências externas que sofre a relação professor/aluno/saber. “Esses fatores são oriundos das diretrizes pedagógicas da escola e das vivências dos alunos e professores de forma mais direta, e, mais indiretamente, das concepções sociais de educação e conhecimento predominantes num dado momento histórico, das condições históricas concretas de ensino, etc.” (apud SILVA; MOREIRA; GRANDÓ, 1996, p. 11).

Dessa forma, as mensagens veiculadas por meio do conjunto que constitui o currículo oficial ou paralelo compõem a totalidade da ação pedagógica. Assim, fica clara a necessidade de o professor estar ciente do contexto geral do fazer pedagógico, da importância e do determinismo do seu papel no processo de ensino e aprendizagem. Se o professor é conhecedor da direção que deve seguir, certamente suas dificuldades serão menores e o caminho a ser construído terá características muito mais próximas do ideal.

³ “O primeiro emprego da expressão *currículo oculto* é atribuído à Philip Jackson, um educador americano que dela fez uso em seu livro *Life in Classrooms* para referir-se às ‘*características estruturais da sala de aula que contribuíam para o processo de socialização*’” (apud SILVA; MOREIRA; GRANDÓ, 1996, p.15, grifo do autor).

2.7.3 Obstáculos

O tema obstáculo vem despertando muita atenção e, ao mesmo tempo, tem provocado muitas discussões. De acordo com Iglori, o tema incitou maior atenção nos últimos vinte anos, sustentado pelos estudos realizados “pela primeira vez, em 1938 com o epistemólogo francês Gaston de Bachelard” (p. 98). Brousseau foi um dos primeiros a tratar da questão “como se dá o processo de construção do conhecimento pelos estudantes”. (IGLIORI, 1999, p. 99).

Segundo Iglori (1999), é possível identificar algumas causas para os erros apresentados pelos alunos, estudadas na “teoria dos obstáculos” de Brousseau, o qual identificou três diferentes tipos de obstáculos de aprendizagem:

- Os de origem ontogênica, que são aqueles que se processam a partir de limitações de ordem do tipo neuro fisiológicas entre outras, do sujeito, no momento de seu desenvolvimento;
- Os de ordem didática que dependem somente das escolhas realizadas para um sistema educativo;
- E os de ordem epistemológica, que são aqueles dos quais não se pode nem se deve escapar, pois são constitutivos do conhecimento visado. (IGLIORI, 1999, p. 101).

Como o estudo se desenvolve no âmbito educacional, vamos nos limitar aos obstáculos de ordem epistemológica e aos de ordem didática.

De acordo com Brousseau,

[...] a noção de obstáculo epistemológico como sendo aquele obstáculo ligado à resistência de um saber mal-adaptado, no sentido de Bachelard, e o vê como um meio de interpretar alguns dos erros recorrentes e não aleatórios, cometidos pelos estudantes, quando lhes são ensinados alguns tópicos de Matemática. (apud IGLIORI, 1999, p. 99).

Iglori afirma que o conhecimento adquirido sobre um determinado conteúdo, num momento, mostra-se eficiente, correto, porém, em outro, poderá representar uma dificuldade para compreender outros conceitos. Por exemplo, o conhecimento sobre a ordem numérica e o processo para realizar as operações entre números naturais podem se tornar obstáculos

epistemológicos para o aluno ao estudar o conjunto dos números racionais. Em geral, até a 5ª série o aluno trabalha com operações e situações que envolvem o conjunto dos números naturais. Assim, ele aprende que nesse conjunto todo número é maior que qualquer antecessor e que não é possível a divisão na situação em que o dividendo é menor que o divisor, o que é possível no conjunto dos números racionais.

Portanto, é fundamental que o professor esteja consciente da necessidade de esclarecer para o aluno que relações e operações possíveis para um determinado conjunto numérico podem não sê-lo para outro, e, também, de situar historicamente o aluno, mostrando-lhe que, como afirma Caraça (2005), o surgimento de um conjunto numérico se dá pelo fato de um determinado conjunto não dar conta de resolver novas situações.

Acredita-se que dessa forma o professor estará contribuindo para que o aluno avance na sua aprendizagem. Assim, tendo clareza daquilo que está realizando, evitará que o conhecimento assimilado pelo aluno se cristalice como verdade única, tornando-se um obstáculo para um novo conhecimento. Ao abordar obstáculos didáticos, Igliori (1999) destaca que se configuram a partir das escolhas das estratégias de ensino adotadas pelo professor. Portanto, os obstáculos didáticos têm origem no planejamento de atividades, bem como no trabalho que é desenvolvido na sala de aula.

De acordo com Grandó, Brousseau acredita que não há como evitar o surgimento de obstáculos cognitivos, “que um obstáculo se manifesta através de erros” e que “são os erros [por exemplo, a retenção de um conhecimento como verdadeiro para qualquer situação] que se constituem em obstáculos”. (GRANDÓ, 1995, p. 110). Brousseau crê que o reconhecimento e a identificação de obstáculos servirão como suporte essencial para o estudo e a elaboração de propostas didáticas.

Miranda, em seus estudos, destaca:

Embora caminemos para três décadas do surgimento da expressão “obstáculo didático”, ainda é escassa a literatura referente a este tema e, como não poderia ser diferente, não se encontram disponíveis, na literatura pesquisada, registros sobre o que caracteriza um obstáculo didático e como estudá-lo. O que há, e nisso se baseiam todos os autores, é um certo consenso entre os interessados em estudar tais obstáculos sobre a íntima relação entre a *existência de erros* e os *obstáculos*, em particular o *obstáculo didático*. (2007, p. 23, grifo do autor).

Segundo Miranda (2007), os estudiosos deste assunto entendem que erros e obstáculos

estão muito próximos um do outro e que os obstáculos se estruturam a partir de erros. O autor sinaliza que, apesar de existirem poucos estudos relacionados a obstáculos didáticos, as práticas de abordagem do conhecimento adotadas e as interações que acontecem em sala de aula poderão produzir erros, que, por sua vez, irão desencadear obstáculos de aprendizagem.

Acredita-se que estar atento e provocar motivos que impulsionem o aluno na busca de resolução de problemas é fundamental, mas é necessário também que, associadas a isso, haja a análise, a observação e as adaptações necessárias para cada situação vivenciada no processo de ensino-aprendizagem. É neste sentido que os estudiosos alertam que os educadores precisam estar sempre vigilantes.

Apesar de os teóricos estabelecerem distinção clara entre as duas formas de obstáculos, referindo-se aos epistemológicos como sendo o resultado de um conhecimento fixado e que encontra dificuldades em se ajustar a um novo saber, e aos didáticos como aqueles relacionados à prática do professor, é possível inferir que não há uma separação evidente entre ambos, ou seja, os obstáculos epistemológicos podem se configurar como didáticos dependendo da forma como os conteúdos são desenvolvidos na sala de aula. É imprescindível que o professor esteja sempre atento às interpretações e conclusões dos alunos, haja vista que os obstáculos se manifestam num meio onde interagem aluno, saber e professor.

2.8 Importância e função social da matemática

A matemática, incontestavelmente, tem uma importância fundamental na vida dos sujeitos, pois as relações com quantidades, formas, números estão presentes nas ações cotidianas, das mais simples como na compra de um produto, nos passeios, na caminhada ou mesmo na refeição que preparamos, aos pensamentos e ações mais complexos, que definem, estruturam ou conduzem o destino social e político de um grupo social, ou mesmo de uma nação.

Para Santos e Mühl (2006), a matemática faz uso de uma linguagem peculiar e complexa. Contudo,

como conhecimento, a Matemática tem características especiais que, se tratadas adequadamente, permitem o desenvolvimento de um caráter bastante interessante do ponto de vista de uma educação que vise ao desenvolvimento de habilidades numéricas, de raciocínio, competências e autonomia na resolução de problemas cotidianos, fatores que contribuem significativamente para a qualificação da vida de cada estudante. (2006, p. 76).

Por ser a ciência que trata das quantidades, a matemática é um instrumento de importância fundamental para o desenvolvimento das diversas áreas do conhecimento. Profissionais de áreas distintas utilizam cálculos matemáticos para aprofundar seus estudos a fim de evidenciar e relacionar determinadas teorias por meio de números, e ainda que a matemática seja concebida por muitos como complexa, por meio dela “pode-se perceber que caminhos lógicos são construídos ou ampliados conforme o momento social e a história de vida de cada um”. (SANTOS; MÜHL, 2006, p. 80).

Igualmente, a matemática tem demonstrado, especialmente por meio das pesquisas desenvolvidas na área da modelagem matemática e da aplicação dos resultados obtidos nas diversas áreas do conhecimento, sua função social incontestavelmente relevante e decisiva para o desenvolvimento científico e tecnológico dos países. Para exemplificar, a sociedade moderna é dominada pela tecnologia, que se faz mediante progressos computacionais, que, por sua vez, só foram possíveis em razão do desenvolvimento da lógica matemática. Dessa forma, a matemática, sendo a ciência elementar da tecnologia, abarca um amplo poder social.

Ainda, a medicina tem usufruído, com ganhos consideráveis, dessa ferramenta, que, aliada à tecnologia, desenvolve modelos “que permitem a maior compreensão dos fenômenos médicos, permitindo diagnósticos, prognósticos e tratamentos simultaneamente mais eficientes e eficazes. Trata-se de uma linguagem do pensamento lógico, linguagem essa cada vez mais necessária na área de saúde”. (A MATEMÁTICA ... 2009).

Se a matemática tem função social determinante, o ensino dessa ciência precisa desenvolver habilidades e capacidades imprescindíveis que o trato desse conhecimento exige do sujeito, pois, de acordo com Lellis e Imenes, (1994), “vivemos num mundo de taxas percentuais, coeficientes multiplicativos, diagramas, gráficos e verdades estatísticas. Para decodificar esse tipo de informação, precisa-se de instrução matemática”. (p. 10-11). Portanto, ter conhecimento e domínio dos símbolos e significações matemáticas é condição necessária para abarcar um fator qualificador da vida e para exercer cidadania.

Nesse sentido, Santos e Mühl (2006, p. 72) apontam que “pensar o ensino da Matemática, segundo o enfoque de um currículo que promova a qualidade de vida, implica lançar um olhar que permita transcender a atual estrutura e o papel desse conhecimento no

presente sistema de ensino”. (p. 72). Em outro momento, as autoras defendem que “o ensino da Matemática, portanto, tem o importante papel de instrumentalizar cada indivíduo para a percepção de quantidades, na forma de defini-las e administrá-las”, e essa capacidade, sem dúvida, lhe imprime uma qualidade no seu agir como cidadão, como ser social. (p.79).

Entretanto, para que a matemática possa desempenhar sua função social é necessário desenvolver práticas pedagógicas que priorizem a investigação, a comparação, propiciando ao aluno estabelecer relação com os fenômenos, com as situações que o acompanham no cotidiano, assim como o estimulem à criatividade, o autodesafiar-se, ao trabalho em conjunto, promovendo segurança, oriunda da convicção na aptidão de resolver situações desafiadoras e que possam contribuir efetivamente na sua formação como cidadão capaz. Por fim, é fato aceito e reconhecido que a matemática é elemento constitutivo do cidadão.

2.9 Reflexão sobre a própria prática

Este item busca pensar alguns fundamentos e características do professor reflexivo e da ação que conjectura a própria prática.

De acordo com Pimenta (2005), a ação de refletir é própria do homem, o que o qualifica como ser humano e o diferencia dos outros animais. Essa capacidade lhe permite organizar, planejar e até reestruturar, se necessário, a sua ação ou mesmo o meio no qual está inserido.

O ato de refletir implica para o educador exercer algo mais que uma ação que lhe é própria. Conforme Pimenta, “desde os inícios dos anos 1990 do século XX, a expressão ‘professor reflexivo’ tomou conta do cenário educacional [...]”. (2005, p. 18, grifo do autor). Segundo a autora, o adjetivo “reflexão”, como característica do ser humano, passou a ser confundido com um movimento teórico de compreensão do trabalho dos educadores. Para elucidar essa diferença, Pimenta vale-se dos estudos realizados por Schön relacionados com reformas curriculares nos cursos de formação de profissionais, os quais propunham “[...] que a formação dos profissionais não mais se dê nos moldes de um currículo que apresenta a ciência, depois a sua aplicação e por último um estágio [...]”, pois um profissional recém-formado não consegue aplicar seus conhecimentos técnicos para dar resposta às circunstâncias que se apresentam no cotidiano de um profissional. (2005, p. 19).

Pimenta (2005) refere que,

valorizando a *experiência e a reflexão na experiência*, conforme Dewey, e o conhecimento tácito conforme Luria e Polanyi, Schön propõe uma formação profissional baseada numa *epistemologia da prática*, ou seja, na valorização da prática profissional como momento de construção de conhecimento, através da reflexão, análise e problematização desta, e o reconhecimento do conhecimento tácito, presente nas soluções que os profissionais encontram em ato. (2005, p. 19, grifo do autor).

Para a autora, esse conhecimento na ação é o conhecimento implícito, que resulta da ação; é aquele do qual os profissionais se valem no seu cotidiano, apesar de insuficiente. Os profissionais surpreendidos por situações até então desconhecidas arquitetam novas saídas, o que se dá por meio do método de “reflexão na ação”. Desse modo, é construída uma série de experiências que se articulam em casos parecidos, caracterizando o que Pimenta denomina de “conhecimento prático”. Da mesma forma que o conhecimento na ação, o conhecimento prático não corresponde aos moldes das novas circunstâncias, expondo dificuldades que superam o repertório construído; é necessário, então, uma reordenação e nova assimilação de teorias sobre o problema, ou seja, um novo processo investigativo. A esse movimento, segundo a autora, Schön “denomina de *reflexão sobre a reflexão na ação*, com isso, abre perspectivas para a valorização da pesquisa na ação dos profissionais, colocando as bases para o que se convencionou denominar o *professor pesquisador* de sua prática”. (PIMENTA, 2005, p. 20, grifo do autor).

De acordo com Pimenta, Schön valoriza fortemente a prática na formação de profissionais, mas uma prática refletida, capaz de corresponder às circunstâncias novas. Defende para a formação de professores um currículo que favoreça o desenvolvimento da habilidade de refletir. Refletir sobre a própria prática é mais do que tentar se compreender como professor; é refletir sobre aprendizados e fatos, uma oportunidade de crescimento e também de melhorar o ensino.

Na opinião de Perrenoud (2002), dizer para um professor que é preciso refletir sobre a própria prática parece um tanto desnecessário, considerando que por si só ela já existe. O autor questiona se os jovens aprovados em concursos de vestibular ou outros já não teriam começado sua reflexão ainda no ensino médio. Porém, a questão é saber se farão uso disso na sua atuação profissional futura. Perrenoud acredita que futuros professores não serão tão dependentes de uma formação profissional para aprender a pensar, pois o caminho percorrido já deu conta disso. Entretanto, essa posição de Perrenoud parece-nos não ser uma via comum, pois vemos um número considerável de alunos que demonstram grande dificuldade para pensar ou, mesmo, para elaborar um texto no qual precisem refletir ou ponderar sobre

determinado tema.

A respeito dessa capacidade que futuros professores deveriam ter o autor interroga: “Será que eles possuem as posturas e os hábitos mentais próprios de um profissional reflexivo? Entre a forma comum de refletir e uma prática reflexiva não há a mesma diferença que aquela existente entre a respiração de qualquer ser humano e a de um cantor ou um atleta?” (PERRENOUD, 2002, p. 47). Destaca, portanto, que não é uma reflexão em que se analisam pequenas situações comuns do cotidiano escolar, que pouco ou nada vão interferir na ação profissional, mas uma prática reflexiva que fundamente os procedimentos didáticos, que instigue um pensar provocador de mudanças.

Para Perrenoud (2002), o desenvolvimento de uma prática reflexiva consiste em aprender a obter benefícios dessa reflexão, nutrindo um saber agir de forma mais coerente e decisiva sobre os fatos, maior credibilidade como profissional reflexivo em busca de crescimento. Enfim, desenvolver, por meio da prática reflexiva, a capacidade de usufruir do saber acumulado para administrar e compreender dificuldades profissionais. A reflexão sobre a própria prática denota tomada de consciência, bem como a necessidade de buscar desenvolvimento profissional e, conseqüentemente, a melhoria da ação pedagógica. Refletir sobre a própria prática implica pensar, reorganizar as metodologias, rever conceitos. Perrenoud acredita que, “em geral, a reflexão é mais fecunda se também for cultivada com leituras, formações e saberes acadêmicos ou profissionais”. (2002, p. 52).

No intuito de responder às razões de formar professores capazes de refletir sobre sua própria prática, Perrenoud destaca dez motivos vinculados aos anseios atuais dos sistemas de ensino: compensar a superficialidade da formação profissional; propiciar a acumulação de saberes provenientes da experiência; tornar possível uma evolução para a profissionalização; preparar para assumir uma responsabilidade política e ética; poder enfrentar a crescente complexidade das tarefas; ajudar a vivenciar um ofício impossível; oferecer os meios de trabalhar sobre si mesmo; estimular para enfrentar a irredutível alteridade do aprendiz; possibilitar a cooperação com colegas; o aumento das capacidades de inovação. (PERRENOUD, 2002, p. 48-62).

Não há como discordar da importância de todos os motivos que para o autor justificam as razões de refletir sobre a própria prática. Entretanto, para este estudo não pretendemos comentar cada um deles e, sim, aqueles que acreditamos estarem mais diretamente ligados aos objetivos a que propomos. Portanto, a ordem e atenção dada a estes, bem como os motivos que serão considerados, não têm significado de maior ou menor importância sobre os demais.

Ao falar sobre “propiciar a acumulação de saberes provenientes da experiência”,

Perrenoud (2002, p. 51) destaca que nem toda a experiência é sinônimo de aprendizagem; às vezes, “só é fonte de auto-informação no sentido restrito de reforço daquilo que está funcionando bem”. O autor refere-se à experiência que se limita a resolver situações momentâneas, pois os saberes concebidos dessa forma não são competentes para serem reaproveitados em outras ocasiões. Considera que as aprendizagens precisam estar associadas às formações didáticas, transversais e tecnológicas, pois aprendemos a refletir sobre os aspectos relevantes da prática.

A respeito de “tornar possível uma evolução para a profissionalização”, Perrenoud conclui que é importante ter a intenção de formar profissionais visando à prática reflexiva, reforçando a identidade correspondente. (p. 53). Quanto a preparar para assumir uma responsabilidade política e ética aponta que a prática reflexiva “tem vínculos com suas finalidades e com seus valores subjacentes” e, ainda, que a postura do educador e a competência reflexiva auxiliam na análise dos dilemas que ocorrem no âmbito educacional, e também a estabelecer escolhas e a assumi-las. (PERRENOUD, 2002, p. 54-55). Ainda para esse autor, a prática reflexiva sozinha não é suficiente para enfrentar a crescente complexidade das tarefas do educador, porém é condição necessária para esse enfrentamento, sendo que sua ação será mais eficiente se fundamentada numa ampla cultura na esfera das ciências humanas. (p. 56).

No que se refere a oferecer os meios de trabalhar sobre si mesmo, Perrenoud pondera que, diferentemente de outras profissões humanistas, o educador é o supervisor de si próprio e para tanto precisa se valer de bom senso para ser ao mesmo tempo generoso e exigente. (2002, p. 58). Ao estimular a enfrentar a irredutível alteridade⁴ do aprendiz, o autor propõe que, para poder dar conta da diversidade cultural ou psicossocial na relação com o aprendiz, o educador dirija um olhar sobre si mesmo, aliado a um pouco de sociologia e de psicanálise, a fim de compreender a origem de suas reações nas relações com os outros. (p. 60).

Sobre o aumento das capacidades de inovação, Perrenoud aponta que os inovadores são poucos e, portanto, insuficientes para mudar o sistema, pois “a ampliação das bases da mudança é uma razão suplementar para desenvolver a postura e as competências reflexivas no âmbito da formação inicial e contínua”. (2002, p. 62). Logo, é preciso um número considerável de inovadores, que, mudando sua própria prática, promovam também alterações significativas no sistema.

⁴ Alteridade (ou outridade) é a concepção que parte do pressuposto básico de que todo o homem social interage e interdepende de outros indivíduos. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Alteridade>. Acesso em: 15 mar. 2009.

Os dez motivos citados pelo autor resumem-se na seguinte passagem de sua obra:

A construção do sentido, seja do trabalho e da escola (Develay, 1996), seja da própria vida, pois dificilmente eles podem ser separados em uma profissão humanista e, em geral, em uma sociedade na qual o trabalho é fonte crucial de identidade e de satisfação, mas também de sofrimento (Dejours, 1993). Talvez haja sentido na imobilidade, na falta de decisão e na mais absoluta rotina. Em outras palavras, uma vida tranqüila e metódica pode *anestésiar a busca de sentido*, levando as pessoas a *nunca* se perguntarem o porquê, com que direito e em virtude de que sonhos escolhem determinados caminhos. (PERRENOUD, 2002, p. 63, grifo do autor).

Perrenoud resume a ação da prática reflexiva na ideia da construção de sentido e compreende que, apesar de a prática reflexiva não responder a essa questão, permite pensar o problema e oferece algumas ferramentas, instigando ao abandono das certezas, das seguranças e dos pareceres egocêntricos. Em outras palavras, a reflexão sobre a própria prática, na pior das hipóteses, desestabiliza e, assim, inibe a perpetuação de meias-verdades e a estagnação de práticas nocivas ao processo de ensino-aprendizagem.

3 CONTRIBUIÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

Para a realização desta pesquisa optamos pelo método qualitativo, pelo seu caráter dialógico e investigativo dos processos em desenvolvimento e por promover uma abordagem do objeto de pesquisa que valoriza o processo, não apenas o resultado. Este método favorece a presença da pesquisadora no espaço em que o estudo está sendo desenvolvido. De acordo com D'Ambrosio, a pesquisa qualitativa

é focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sócio cultural e natural. [...] Naturalmente a interação pesquisador-pesquisado é fundamental e por isso essa modalidade é muitas vezes chamada pesquisa-ação. (2004, p. 103).

A interação pesquisador-pesquisado, apontada como fundamental por D'Ambrosio, é consideravelmente favorecida num ambiente de sala de aula, o que justifica a escolha do método qualitativo. Para Minayo,

os dados “qualitativos” são importantes na construção do conhecimento e, também eles, podem permitir o início de uma teoria ou a sua reformulação, refocalizar ou clarificar abordagens já consolidadas, sem que seja necessária a comprovação formal quantitativa. O princípio geral é de que todos os dados devem ser articulados com a teoria. A observação científica, seja a partir de hipóteses bem delineadas, seja com pressupostos mais gerais, é sempre polêmica, confirma ou infirma teses anteriores. (2004, p. 96, grifo do autor).

A análise qualitativa do objeto, na visão do autor, pode confirmar ou negar as hipóteses levantadas. Dessa forma, a opção pelo método qualitativo justifica-se por corresponder à expectativa de possibilitar, por meio da ação dialógica do pesquisador, a superação por parte dos alunos das dificuldades que se manifestaram durante o processo de investigação sobre a formação do conceito de fração, ou, então, permitir a reformulação da proposta.

André (1995) afirma que é possível destacar vários tipos de pesquisa associados à abordagem qualitativa. Segundo a autora, em 1944, Lewin, ao descrever o processo pesquisa-ação, apontava que suas características essenciais eram “análise, coleta de dados e

conceituação dos problemas; planejamento da ação, execução e nova coleta de dados para avaliá-la; repetição desse ciclo de atividades”. Com base nessa orientação, Corey, em 1953, desenvolveu uma das linhas de pesquisa-ação, que se “caracteriza como o processo pelo qual os práticos objetivam estudar cientificamente seus problemas de modo a orientar, corrigir e avaliar suas ações e decisões.” (p. 31). Ainda esclarece a autora:

Com a denominação de investigação-ação (*action research*), os livros de pesquisa da década de 1950 descrevem essa metodologia como uma ação sistemática e controlada desenvolvida pelo próprio pesquisador. Um exemplo clássico é o professor que decide fazer uma mudança na sua prática docente e a acompanha com um processo de pesquisa, ou seja, com um planejamento de intervenção, coleta sistemática dos dados, análise fundamentada na literatura pertinente e relato dos resultados. (ANDRÉ, 1995, p. 31, grifo do autor).

As citações de André são condizentes com a perspectiva deste estudo, no qual, após um levantamento de dados, foram observados alguns obstáculos na compreensão do conceito de número racional fracionário. Assim, desenvolvemos atividades didáticas que possibilitassem aos sujeitos da pesquisa superá-los. Posteriormente, realizamos nova coleta de dados a fim de avaliar, para, se necessário, corrigir e repensar a proposta.

Visando alcançar os objetivos propostos neste trabalho, tais como investigar a formação do conceito de número racional na sua forma fracionária na quinta série, identificar potencialidades e dificuldades que os alunos apresentam na formação desse conceito, realizar atividades variadas para que o aluno se aproprie do conhecimento relativo às operações com frações, além de proporcionar ambientes de aprendizagem que favoreçam a capacidade de interpretar, comparar, analisar, abstrair e generalizar, num primeiro momento elaboramos um instrumento diagnóstico (Apêndice A), estruturado de forma a permitir identificar fragilidades no ensino e na aprendizagem de frações, tema que é abordado nas séries iniciais do ensino fundamental, mais especificamente na quarta série. O instrumento foi aplicado aos alunos de uma turma da 5ª série do ensino fundamental na qual a pesquisadora era professora titular, em uma escola pública estadual de Passo Fundo.

As aulas ministradas para os sujeitos participantes da pesquisa foram pensadas visando desenvolver a formação do conceito de número racional na sua representação fracionária, uma vez que o aluno terá uma abordagem mais aprofundada do conjunto dos números racionais somente na 6ª série, com o conhecimento de seus elementos, propriedades e operações. Na redação deste estudo usaremos o termo “número racional na forma fracionária”, “número

racional fracionário” ou “fração”. Pretendemos também, por meio das aulas, obter subsídios metodológicos e materiais para a análise do objeto da pesquisa.

A descrição dos livros didáticos não visa a uma análise ou crítica dos mesmos, mas, sim, situar o leitor quanto à abordagem de fração feita pelo livro didático da série anterior e, também, da 5ª série. O desenvolvimento metodológico foi pensado considerando as dificuldades apresentadas pelos alunos sobre o conceito de fração e suas operações, verificadas no instrumento diagnóstico aplicado no primeiro momento. O trabalho pautou-se no processo de mediação e interação entre a pesquisadora, o conhecimento e os elementos do grupo participante da pesquisa.

Inicialmente, promoveu-se um debate estabelecendo um comparativo entre a evolução tecnológica e a criação dos conjuntos numéricos com a finalidade de justificar a criação de novos conjuntos. O debate procurou estabelecer também uma relação do conceito científico com as experiências cotidianas das crianças.

Visando contextualizar o tema, foi solicitado aos alunos que descrevessem situações cotidianas em que as frações estavam presentes e, a seguir, foi desenvolvido o conceito de fração utilizando-se pedaços de cartolina em que as frações eram representadas por meio de sucessivas dobras. Esse material foi também utilizado para a identificação da equivalência de frações, além da utilização de círculos, os quais apresentavam variadas partições, ou seja, meios, terços, quartos, sextos e oitavos. Com esses círculos foi possível desenvolver a comparação e simplificação de frações. As operações com frações foram abordadas por meio de situações-problema, da equivalência, reutilizando o material elaborado nas atividades anteriores e desafios.

Num segundo momento foram desenvolvidas atividades sobre frações contemplando o lúdico, por meio de representação gráfica, jogos, recortes, pintura, visando ampliar a formação do conceito de fração e de equivalência, por meio da observação, interação, diálogo, ou seja, proporcionando um ambiente de comunicação e socialização. A maior parte das atividades foi desenvolvida em grupos, formados, em alguns momentos, por afinidades e, em outros, pela professora/pesquisadora, buscando proporcionar maior interação de todos, especialmente daqueles que se pronunciam menos nas aulas.

Com o objetivo de obter um registro em tempo real e assim, dispor de mais dados e informações sobre as atividades desenvolvidas, além do registro escrito de observações realizadas durante as aulas, foi feito o registro por meio de fotos e filmagens, focadas nos procedimentos utilizados e na fala dos alunos, evitando-se capturar a imagem dos mesmos.

Durante todo o processo de investigação foram coletadas informações a fim de

planejar e definir princípios que pudesse auxiliar os alunos a superar algumas das dificuldades evidenciadas. Após o término do estudo dos números racionais fracionários, foi aplicado novamente o instrumento diagnóstico com o intuito de constatar se o trabalho desenvolvido com os alunos possibilitara-lhes a superação de dificuldades pré-existentes com relação à formação do conceito de fração, de equivalência e das operações com números racionais fracionários.

De posse dos dados obtidos, procedeu-se à análise do objeto de pesquisa, composto pelo instrumento diagnóstico aplicado em dois momentos, com o registro das aulas, fotos, filmagens e observações, procurando identificar dificuldades e avanços na aprendizagem dos alunos, ilustrados por meio de gráficos percentuais comparativos. A análise do objeto de pesquisa foi norteada, como já evidenciado neste estudo, pelo método qualitativo e buscou identificar potencialidades e fragilidades do processo como uma forma de análise da própria prática docente.

A fundamentação teórica, bem como a revisão bibliográfica, que buscou estudos e publicações relacionadas ao tema, permeou todo o processo de investigação visando identificar e definir princípios que possibilitassem observar a formação do conceito à luz das teorias que dão suporte à pesquisa.

4 AS AULAS, A ESCOLA, OS SUJEITOS E O OBJETO DE PESQUISA

Este capítulo apresenta os temas trabalhados nas aulas de matemática, envolvendo o ensino de frações e também a metodologia por meio da qual foram desenvolvidos. A metodologia foi pensada com base na análise do instrumento diagnóstico, com o qual foi possível identificar algumas dificuldades dos alunos.

Nesta seção o leitor se apropriará do conhecimento sobre o local e os sujeitos da pesquisa, as aulas elaboradas para o ensino de frações, bem como a análise parcial do instrumento diagnóstico e das aulas.

4.1 Escola, sujeitos e objeto da pesquisa

A determinação do local da pesquisa deu-se em razão de a pesquisadora atuar na escola e como professora de matemática da quinta série, a fim de contemplar a reflexão da própria prática. Contemplar o maior número de alunos da escola desde as séries iniciais foi o critério estabelecido para a seleção de uma das turmas como sujeito da investigação. O objeto da pesquisa, por sua vez, foi constituído pelo conjunto dos fenômenos do processo ensino-aprendizagem do número racional fracionário.

4.1.1 Caracterização da escola

O estudo foi realizado numa escola pública estadual, no município de Passo Fundo/RS, no período de setembro a novembro do ano de 2008.

O Projeto Político-Pedagógico da escola “expressa os sonhos, as aspirações e as necessidades da comunidade educativa, estabelecendo as diretrizes gerais para o sucesso do processo educativo, numa perspectiva democrática, participativa e dialógica”. A escola acredita que “planejar e organizar a ação educativa é favorecer a construção do conhecimento, levando em conta as exigências do contexto social, respeitando as características dos grupos, suas aspirações, projetos e necessidades”. (ESCOLA PÚBLICA ESTADUAL, 2007).

4.1.2 Caracterização dos sujeitos

Em 2008, ano em que a pesquisa foi desenvolvida, a escola atendia três turmas de quinta série. O critério adotado para a seleção de uma dessas turmas para a investigação foi que contemplasse o maior número de alunos da escola desde as séries iniciais, visando, assim, garantir um nivelamento de conteúdo para todos. Atendendo ao critério estabelecido, a turma selecionada foi a que, no seu grupo de alunos, continha apenas seis alunos oriundos de outras escolas.

O grupo participante da pesquisa constituiu-se de uma turma de 5^a série do ensino fundamental composta por 33 alunos, sendo 17 meninas e 16 meninos, na faixa etária de 10 a 14 anos. O grupo mostrou-se participativo, entretanto um olhar mais atento sinalizava que alguns alunos precisavam de “ajuda” no sentido de conseguir espaço para se expressar e expor suas dúvidas. As respostas obtidas no instrumento diagnóstico para a pergunta sobre reprovação indicam que 45% dos alunos reprovaram em alguma série dos anos iniciais, o que ocorreu em maior número nas disciplinas de Português e Matemática.

A turma selecionada caracteriza-se por ser bastante ativa e envolvida nas atividades propostas pela escola, respondendo às questões com interesse e seriedade, o que, em geral, é uma característica dos alunos de quinta série.

4.1.3 Caracterização dos objetos de análise

O objeto deste estudo constituiu-se das memórias das aulas registradas por meio de apontamentos feitos pela professora/pesquisadora a partir dos comentários, debates, perguntas e argumentações manifestadas durante as aulas (fala dos alunos), dos registros nos cadernos e do instrumento diagnóstico aplicado antes e após o desenvolvimento das aulas.

O tema que norteia a investigação é o processo de formação do conceito de número racional fracionário e a investigação está pautada em buscar definir “o quê” e “como” ensinar frações e no processo reflexivo da prática docente. Os dados são analisados segundo uma abordagem qualitativa.

4.2 O instrumento diagnóstico e a proposta para o ensino de frações

O estudante, quando questionado sobre um conteúdo de matemática visto no ano anterior, geralmente responde: “Vi, lembro de alguma coisa, mas não sei o que é e como se resolve”. É possível que, ao dar tal resposta, o aluno espere obter nova explicação sobre o assunto por parte do professor, ficando, assim, isento de qualquer esforço.

Entretanto, é natural que o aluno não recorde todo o conteúdo estudado e até cometa algum erro ao efetuar operações em determinados tópicos, dificuldade que pode ser facilmente solucionada com uma breve retomada do conteúdo. Se, tal situação persistir, pode-se estar diante de um obstáculo decorrente de uma metodologia pouco adequada para a abordagem do assunto, ou, talvez, o aluno não tenha conseguido superar determinadas dificuldades ou obstáculos epistemológicos na aprendizagem.

Visando diagnosticar a aprendizagem, elaboramos um instrumento de sondagem (Apêndice A), aplicado antes do trabalho com frações, por meio do qual buscamos identificar equívocos conceituais e dificuldades operacionais. O instrumento foi elaborado com 11 questões, a primeira parte envolvendo opinião, informações, concepções e aprendizagem, ou seja, a resposta dada pelo aluno informava se havia repetido alguma série, se o tema frações lhe despertava interesse, dificuldades e, havendo, indicava em que parte do conteúdo ocorriam. A segunda parte do instrumento compunha-se de questões envolvendo o conceito, a representação e as quatro principais operações com números racionais fracionários, a fim de verificar o conhecimento e domínio operacional dos alunos.

Assim, com base nos indicativos assinalados, elaboramos atividades didáticas que contemplassem possíveis soluções. Esse procedimento vem ao encontro do que, para Vigotsky, seria partir do nível de desenvolvimento real dos alunos: “O nível de desenvolvimento real de uma criança define funções que já amadureceram, ou seja, os produtos finais do desenvolvimento”. (1991, p. 97).

De posse dessas informações, a metodologia de trabalho foi desenvolvida buscando promover a formação do conceito sobre fração, bem como esclarecer possíveis dúvidas referentes às operações com números racionais fracionários. As atividades desenvolvidas priorizaram as discussões e reflexões por meio da utilização de material de apoio, resolução de problemas, representações gráfica, trabalhos em grupo, jogos, desafios.

5 ANÁLISE DO OBJETO DE PESQUISA

Neste capítulo apresentamos uma análise atenta do objeto de pesquisa, o qual se constitui das aulas ministradas pela pesquisadora, do primeiro e do segundo momento de aplicação do instrumento diagnóstico e das observações e anotações feitas durante todo o processo. Essa análise se deu pelo método qualitativo, em razão do caráter dialógico e investigativo dos processos em desenvolvimento e por promover uma abordagem do objeto de pesquisa que valoriza o processo, não apenas o resultado.

Como este estudo se propõe trabalhar a formação do conceito de fração e avaliar esse processo, para, se necessário, corrigir e repensar os métodos adotados, procedemos com uma análise centrada nas resoluções dos alunos ao resolverem as questões propostas.

5.1 Instrumento diagnóstico – primeiro momento

Neste item procuramos fazer uma análise das respostas obtidas pelos alunos no instrumento diagnóstico aplicado antes do ensino de frações. Apresentamos percentuais de erros e acertos nas questões, bem como analisamos alguns processos utilizados pelos alunos participantes da pesquisa nas respostas dadas ao instrumento.

No momento da entrega do instrumento diagnóstico aos alunos, informamos que iríamos desenvolver um trabalho com a turma o qual traria informações importantes para a pesquisa que estava sendo desenvolvida. Para tanto, estaríamos naquele momento entregando um material com questões sobre o tema frações, as quais seriam respondidas por eles individualmente. Também orientamos que as questões fossem respondidas de acordo com o conhecimento que possuíam sobre frações, conteúdo que haviam estudado na 4ª série.

O instrumento diagnóstico revelou que aproximadamente 50% dos alunos do grupo já haviam repetido alguma série. O maior número de reprovações ocorreu na disciplina de Língua Portuguesa, seguida pela Matemática (representando, aproximadamente, 22% de reprovações nesta última disciplina).

No que se refere ao gosto pelo estudo de frações, as respostas indicam que um grande número de estudantes gosta e quer rever o conteúdo, no entanto admitem que permaneceram muitas dúvidas e que encontram dificuldades ao estudar as operações com frações.

Quando solicitados a explicar o que é fração, demonstraram conhecimento considerável quanto à leitura e aos termos da fração; inclusive, alguns conseguiram exemplificar sua resposta por meio de representação numérica e outros responderam que fração “é uma parte do inteiro”.

Na questão que solicitava a representação gráfica e numérica de uma fração, aproximadamente 40% dos alunos responderam corretamente; 21% fizeram a representação gráfica, porém numericamente escreveram a fração inversa, ou seja, o numerador indicava o total de partes em que o inteiro fora dividido e o denominador, o número de partes consideradas; os 39% restantes não responderam ou não fizeram as representações, demonstrando não terem entendido o que fora solicitado, pois não conseguiram estabelecer uma ordem para a escrita, expressando uma série de palavras soltas e, por vezes, uma contradizendo outra, como pode ser visto na resposta dada por um aluno na Figura 9.

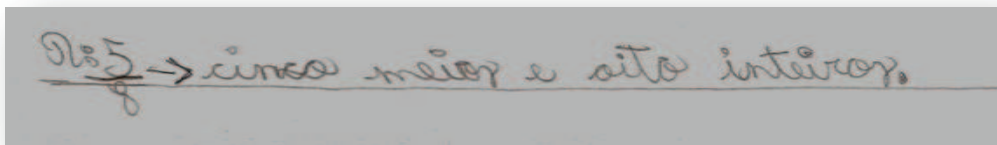


Figura 9 – Recorte de atividade do aluno

A situação envolvendo a operação de adição de frações de mesmo denominador apresentou um número de acertos superior ao número de erros, ou seja, 51,51%. Entretanto, as respostas dadas para as operações de adição e subtração com denominadores diferentes mostraram que os alunos não lembraram que é necessário encontrar frações equivalentes e de mesmo denominador antes de efetuar a operação indicada; portanto, não houve acertos. Nestes casos, simplesmente adicionaram ou subtraíram numeradores e, inclusive, denominadores entre si. Esse procedimento, constatado na resposta de alguns, aparece na Figura 10.

Handwritten mathematical work showing two operations. The first is $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{5}{7}$. The second is $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$.

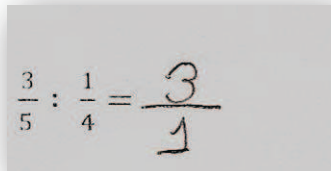
Figura 10 – Recorte de atividade do aluno

Ainda nos referindo à resolução de frações com denominadores diferentes, um aluno resolveu o processo de modo parcialmente correto, ou seja, apenas reduziu as frações ao mesmo denominador, porém não usou a equivalência para os numeradores antes de aplicar a operação.

O erro mais frequente observado na adição e subtração de frações, tanto naquelas que apresentam denominadores iguais como nas de denominadores diferentes, é a aplicação de procedimentos válidos para o conjunto dos números naturais, gerando, assim, um erro que, segundo Iglioni (1999), Brousseau caracteriza como “um obstáculo ligado à resistência de um saber mal adaptado”. A retenção do conhecimento sobre o processo de resolução de operações com os números naturais induz ao erro quando o mesmo procedimento é aplicado em operações com números racionais na sua forma fracionária. A forma como os alunos operam com esses números nos leva a intuir que eles não percebem a fração como um número e, sim, como dois números naturais escritos um abaixo do outro, separados por um traço.

A questão envolvendo a operação de multiplicação de números racionais apresentou um índice de acerto de 42,4%, com uma variação bastante grande de respostas erradas, revelando falha no domínio do produto entre naturais (tabuada).

Na divisão entre números racionais fracionários houve apenas uma resposta correta, representando um índice de apenas 3,03%. Os alunos que não responderam correspondem a 9,1% e os que responderam, porém de forma errônea, a 87,87%, com uma grande variação de “caminhos” utilizados para demonstrar o resultado. Houve predomínio dos que dividiram numeradores e denominadores entre si, mesmo não sendo possível a divisão exata entre denominadores. Esse procedimento, adotado por um número expressivo de alunos, é apresentado na Figura 11.



$$\frac{3}{5} : \frac{1}{4} = \frac{3}{1}$$

Figura 11 – Recorte de atividade do aluno

Outros usaram o processo apresentado no livro didático como caminho de resolução, que consiste na multiplicação da primeira fração pelo inverso da segunda. Porém, não realizaram o processo corretamente, pois aplicaram o inverso da primeira fração multiplicada pela segunda; outros, ainda, reduziram as frações ao mesmo denominador e dividiram os numeradores entre si.

Um dado comum no cotidiano de sala de aula, que chama a atenção e preocupa, é o elevado índice de alunos que nas operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais ou diferentes aplicam as operações de adição e subtração para numeradores e denominadores entre si. O percentual dessa prática, verificado no instrumento

é de 65%. Esse fato foi observado também na operação de divisão entre frações, atingindo um percentual de 24,2%. Se considerados os que a aplicaram apenas para os numeradores, deixando sem resolver o denominador, talvez pelo fato de a divisão não ter resultado exato, esse percentual sobe para 33,3%.

Os “erros” observados nesse instrumento, especialmente nas operações com números racionais fracionários, revelam a transferência, por parte dos alunos, do conhecimento que possuem sobre procedimentos que são válidos para as operações no conjunto dos números naturais para as operações com elementos do conjunto dos números racionais fracionários, o que, de acordo com Iglioni (1999), configura-se como um obstáculo epistemológico.

5.2 Instrumento diagnóstico – segundo momento

O objetivo neste item é analisar os resultados obtidos, com base nas respostas dadas pelos alunos participantes da pesquisa ao instrumento diagnóstico aplicado após as aulas do ensino de frações, que denominamos de “segundo momento”. Nesta análise procuramos identificar estratégias utilizadas pelos alunos para responder às questões propostas e, desse modo, avaliar se o trabalho desenvolvido atingiu os objetivos a que nos propúnhamos, especialmente em relação à compreensão do conceito de fração e suas operações.

Ao responder à questão do instrumento sobre em quais séries eles haviam estudado o tema frações, aproximadamente 45% dos alunos disseram lembrar que o fizeram na terceira série; com exceção de um aluno, os outros afirmaram ter trabalhado também na quarta série.

À questão na qual os alunos deveriam opinar sobre se haviam gostado de estudar frações apenas um aluno respondeu, dizendo “não muito pois é um pouco difícil”; os demais afirmaram gostar e justificaram dizendo, entre outras razões, que serviu para esclarecer-lhes dúvidas preexistentes, que as frações fazem parte da vida, são úteis no dia a dia e que, estudando-as “aprende-se a dividir em partes iguais”.

Sobre a questão que indagou se o aluno gostaria de estudar mais sobre frações e o porquê, as respostas obtidas foram muito semelhantes àquelas apresentadas na primeira aplicação do instrumento, ou seja, os alunos consideraram o conhecimento de fração necessário tanto para a compreensão de determinados fatos do cotidiano quanto como base para a aprendizagem de outros conteúdos, além do que a maioria afirmou gostar de trabalhar com frações. Quanto à importância do estudo de frações, os alunos evidenciaram que o tema é

importante para estudos posteriores e, também, para compreender situações cotidianas nas quais essa representação numérica é utilizada, tal como em receitas culinárias, em algumas medidas e em determinadas profissões.

Quando questionados se haviam aprendido todo o conteúdo estudado sobre frações, 53% afirmaram terem aprendido ou acreditavam ter aprendido; 47% disseram não ter aprendido ou apenas parcialmente. Alguns destes alunos explicaram essa parcialidade justificando que nas séries seguintes iriam continuar estudando frações. Nosso objetivo quando da elaboração desta questão era que o aluno respondesse sobre o que havia aprendido do conteúdo visto até aquele momento. No entanto, algumas respostas apresentadas nos levam a acreditar que a pergunta, da forma como foi elaborada, induziu a uma interpretação diferente da esperada.

Solicitados a responder o que é fração, 56,67% responderam que é a divisão do inteiro em partes iguais, 16,67% disseram que é a divisão de um número natural por outro número natural e 6,66% associaram as duas concepções, ou seja, definiram como sendo a divisão do inteiro em partes iguais, evidenciando que os termos dessa divisão são números naturais. É possível classificar as respostas obtidas nessa questão como variações escritas de uma mesma concepção conceitual, o que compreende um percentual de 80%. O fato dos alunos definirem o termo fração como sendo a divisão do inteiro em partes iguais não garante que eles tenham compreendido o conceito de fração, uma vez que não é possível afirmar que tenham pensando na relação entre os termos parte-todo da divisão a que se referem.

Conforme Nunes et al., “para que os alunos compreendam a importância fundamental da igualdade das partes, é essencial que eles estabeleçam uma conexão entre a operação de divisão, que produz sempre partes iguais, e o conceito de frações”. (2005, p. 159). Podemos supor que alunos, ao se apropriarem de tal conhecimento sobre frações, não terão dificuldade de trabalhar questões que envolvam representação gráfica de uma quantidade ou uma medida fracionária contínua, além de que terão desenvolvido a capacidade de perceber que o todo ao ser dividido deverá, necessariamente, ter todas as partes iguais, conhecimento que Nunes et al. (2005) considera importante na formação do conceito de frações.

Dentre os demais alunos, que representam 20% do grupo, um escreveu que não sabia responder, outro não respondeu à questão e quatro não apresentaram coerência em suas respostas.

Na questão que solicitava a representação numérica e gráfica de uma fração, 86,66% dos alunos responderam corretamente; 6,66% não responderam e 6,66% responderam de forma errônea. Destes últimos, um apresentou como resposta uma adição de frações e outro

aluno dividiu o todo em sete partes, indicando a fração como sendo oitavos. Por isso é possível intuir que, neste caso, o erro ocorreu por falta de atenção.

O percentual de 87% de acertos, obtidos na segunda aplicação do instrumento (Fig. 13), relativo à representação gráfica e numérica de uma fração, comparado com o percentual de 39% de acertos, na mesma questão, obtidos na primeira aplicação do instrumento (Fig. 12) no qual verificamos que muitos alunos escreviam o total de partes em que o todo fora dividido como numerador e as partes consideradas, como denominador mostram que esse percentual ficou acima do dobro, o que nos leva a intuir que os alunos tinham o conhecimento de fração como significado de parte-todo, porém não estavam totalmente seguros quanto ao significado dos termos da fração (numerador e denominador).



Figura 12 – Representação gráfica e numérica de uma fração.
Primeiro momento de aplicação do instrumento diagnóstico.



Figura 13 – Representação gráfica e numérica de uma fração.
Segundo momento de aplicação do instrumento diagnóstico.

Na operação de adição com frações de mesmo denominador, 76,67% dos alunos apresentaram resolução correta, um índice obviamente superior àquele obtido com a aplicação do instrumento no primeiro momento, o qual fora de 51,51%.

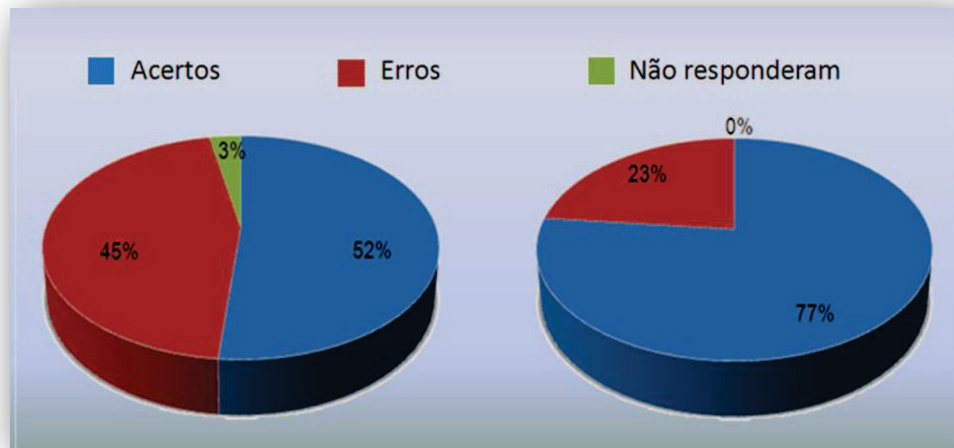


Figura 14 – Adição de frações com denominadores iguais.
Aplicação do instrumento diagnóstico – primeiro e segundo momento.

Embora muito tenhamos enfatizado com relação ao processo de resolução das operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais ou diferentes, observamos que alguns alunos ainda continuam presos aos procedimentos válidos para operações no conjunto dos números naturais, ou seja, aplicam a adição ou subtração de numeradores e denominadores entre si. É possível que o aluno precise de algum tempo para desenvolver competência de diferenciação, ou seja, que gradativamente identifique quais procedimentos são válidos quando se opera com cada conjunto. Ou, ainda, esta prática talvez possa ser atribuída à abordagem adotada pelo livro didático em questão para o ensino de frações, pautada na relação parte todo e no uso do processo prático, ou seja, do menor múltiplo comum dos denominadores, na resolução das operações com números racionais fracionários. Observamos que a ênfase do livro didático não está na equivalência de frações, nem em situações que contemplem quantidades contínuas e descontínuas.

Na adição de frações com denominadores diferentes o percentual de acertos foi de 82% e a de erros, 18%. Observa-se que esses erros, na sua maior parte, deveram-se à falta de atenção ou a uma operação errônea, por vezes de divisão, no processo de simplificação ou de multiplicação, conforme ilustrado nas Figuras 15 e 16.

$$b) \frac{1}{5} + \frac{4}{10} = \frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Figura 15 – Recorte da resolução do aluno
 Fonte: Instrumento diagnóstico – segundo momento

$$c) \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{5}{12} = \frac{7}{6}$$

Figura 16 – Recorte da resolução do aluno
 Fonte: Instrumento diagnóstico – segundo momento

A subtração de frações com denominadores diferentes apresentou 66,67% de acertos e 33,33% de erros. Esperava-se que o índice de acertos atingisse o mesmo percentual obtido na operação de adição, entretanto observamos que a defasagem no índice de acertos ocorreu, em parte, pela falta de atenção, ou seja, a troca da operação de subtração pela adição, conforme mostra a Fig. 17. Essa inversão de operação corresponde ao percentual de 20% das respostas. Outros erros se devem à aplicação incorreta da equivalência ou em operações que envolvem números naturais, possivelmente por equívoco ou descuido.

$$d) \frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$$

Figura 17 Recorte da resolução do aluno
 Fonte: Instrumento diagnóstico – segundo momento

O índice de acertos para operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes no segundo momento de aplicação do instrumento diagnóstico foi de 75%, ao passo que no primeiro momento não houve acertos (Fig. 18).

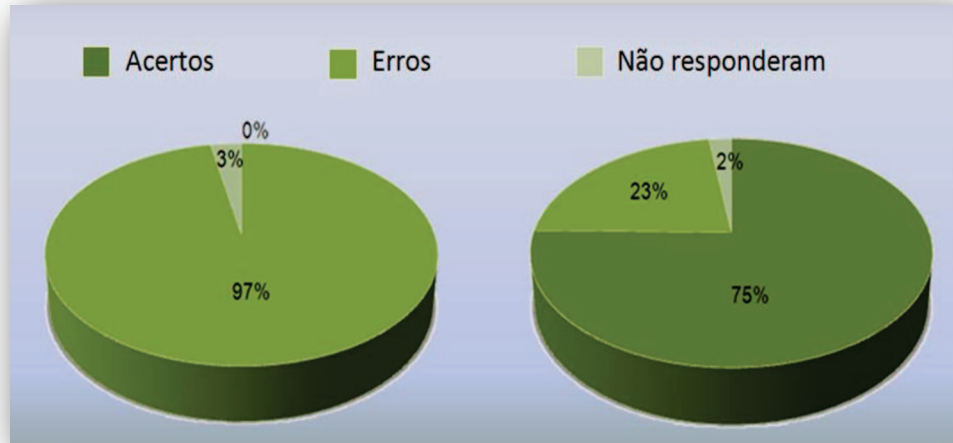


Figura 18 – Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.
Aplicação do instrumento diagnóstico – primeiro e segundo momento.

Essa diferença percentual apresenta um acréscimo considerável em relação aos acertos obtidos no primeiro momento, o que endossa o benefício do uso da equivalência em detrimento do processo prático, nessas operações.

Na operação de multiplicação entre frações os acertos atingiram o percentual de 83,33% e os erros, 16,67%. De acordo com o gráfico comparativo abaixo, (Fig. 19), percebemos que o índice de acertos obtido após o ensino-aprendizagem de números racionais fracionários ficou próximo do dobro, se comparado com o índice obtido no primeiro momento de aplicação do instrumento diagnóstico.



Figura 19 – Multiplicação de frações.
Aplicação do instrumento diagnóstico – primeiro e segundo momento.

Observamos que todos fizeram uso do processo de resolução correto e que os erros ocorreram por falta de domínio da operação de multiplicação entre números naturais, com exceção da resposta de um aluno, que, além do equívoco mencionado, fez sucessivas

simplificações, dividindo os termos da fração por um mesmo valor, mesmo que a divisão de um dos termos não fosse exata e, neste caso, considerando somente a parte inteira. (Fig. 20). Este procedimento errôneo pode ser observado também nas questões envolvendo a operação de divisão de frações resolvidas por esse aluno, (Fig. 21). O procedimento adotado por ele nos leva a intuir que não compreendeu o que é fração irredutível.

$$e) \frac{6}{7} \times \frac{4}{9} = \frac{24}{72} = \frac{12}{36} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$$

Figura 20 – Recorte da resolução do aluno
Fonte: Instrumento diagnóstico – segundo momento

$$f) \frac{3}{5} : \frac{1}{4} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{1} = \frac{12}{5} = \frac{6}{5} = \frac{3}{2} = \frac{1}{1}$$

Figura 21 – Recorte da resolução do aluno
Fonte: Instrumento diagnóstico – segundo momento

Para a operação de divisão de frações, na primeira aplicação do instrumento diagnóstico, mais de 33% dos alunos dividiram numeradores e de denominadores entre si; na segunda aplicação, este índice baixou para 3%. Outros erros cometidos nesta questão se devem, possivelmente, à falta de atenção. O percentual de 86,67% de acerto obtido nessa operação no segundo momento de aplicação do instrumento diagnóstico foi o mais expressivo entre as questões que envolvem operações com frações e representa, em termos de aprendizagem, um crescimento de 84% em comparação com os resultados obtidos no primeiro momento de aplicação do instrumento. (Fig. 22).

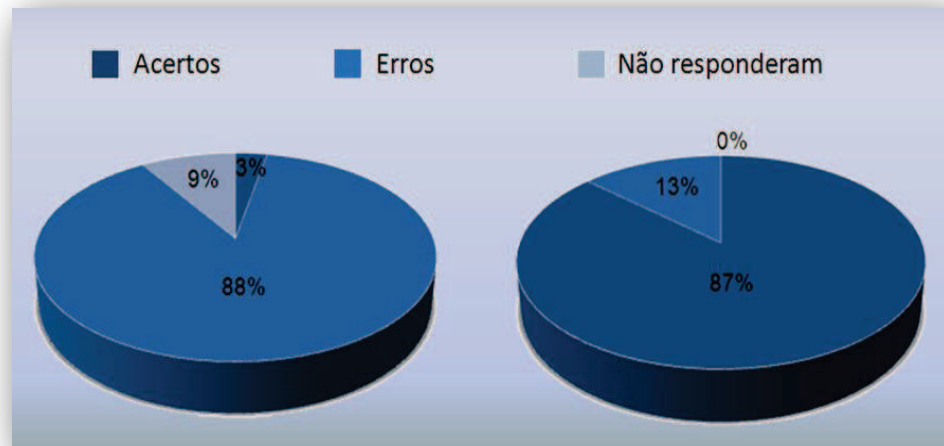


Figura 22 – Divisão de frações.
Aplicação do instrumento diagnóstico – primeiro e segundo momento.

Comparando os dados percentuais obtidos nas operações com números racionais fracionários nos dois momentos de aplicação do instrumento diagnóstico, conforme mostra o gráfico comparativo da Figura 23, percebemos que houve uma melhora considerável no índice de acertos, o que era esperado, uma vez que a aplicação do instrumento no segundo momento ocorreu após o estudo do conteúdo abordado.

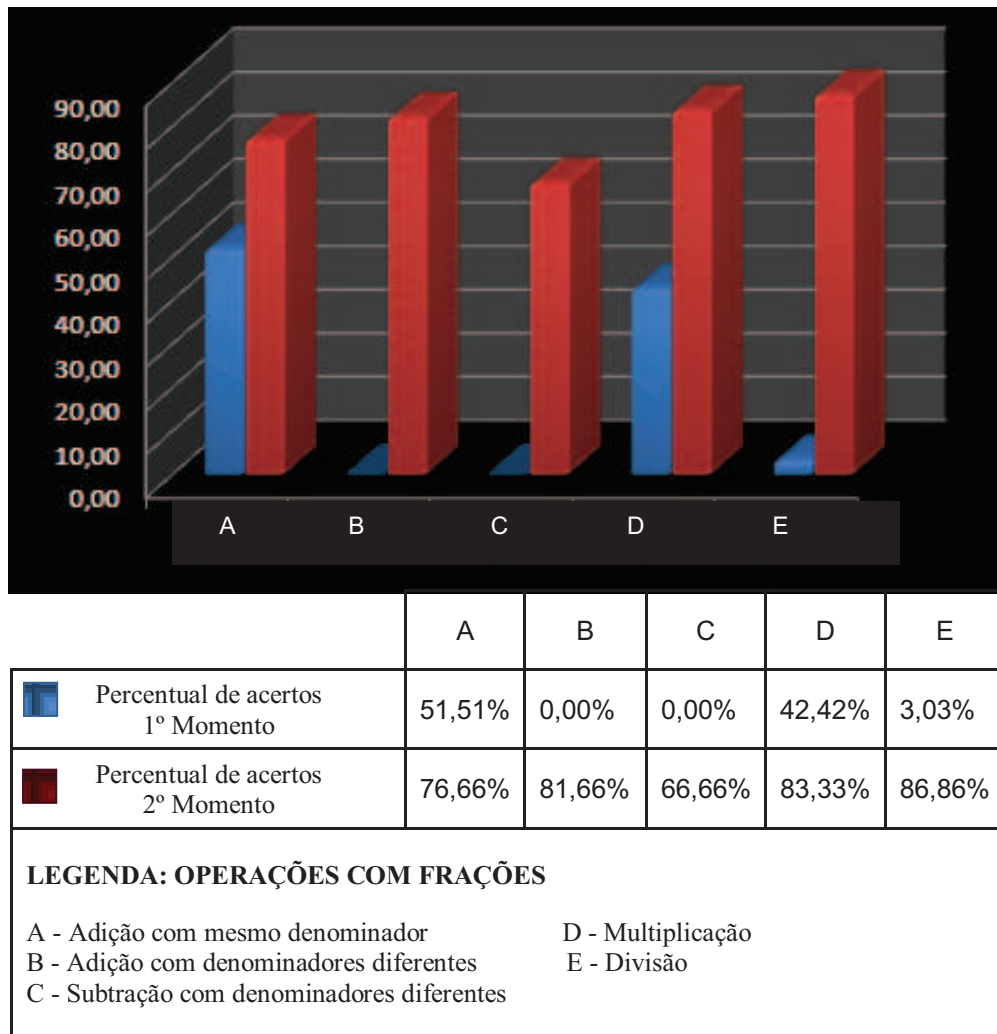


Figura 23 - Gráfico comparativo do percentual de acertos – primeiro e segundo momento

É importante observar que os alunos, ao trabalharem o conteúdo sobre frações, no ano de 2008, encontravam-se num estágio de desenvolvimento real mais avançado do que aquele que apresentavam quando o mesmo conteúdo fora trabalhado no ano anterior. Ainda é preciso considerar que este fato pode aumentar as possibilidades mentais da criança para a formação de conceitos, segundo estudos de Rimat citados por Vigotsky (1991), já evidenciado anteriormente neste trabalho. No período de um ano na escola as crianças estudam também vários outros conhecimentos das diferentes áreas do saber, os quais certamente as levam a um nível de desenvolvimento intelectual mental maior, ou seja, a cada nova experiência vivenciada por elas ampliam-se as potencialidades.

Com relação aos pontos em que os alunos ainda sentem dificuldades, os dados obtidos apontam que estas se concentram nas operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, na resolução de situações-problema e, com menor destaque, nas operações de multiplicação e divisão de frações.

5.3 Descrição do processo ensino-aprendizagem de frações

Procurando contemplar a reflexão sobre a própria prática e a formação do conceito de fração, foram constituídos, como exposto anteriormente, dois critérios para a escolha da turma: o primeiro estabeleceu que a pesquisadora fosse titular da turma, e o segundo, que a turma tivesse o maior número de crianças estudando na escola desde as séries iniciais, garantindo, assim, um nivelamento de conteúdo para todos. Os alunos de 5ª série da escola selecionada já trabalharam em anos anteriores com números racionais, tanto na forma fracionária como na forma decimal. No entanto, em geral, não são informados de que se trata de um novo conjunto numérico, ou seja, o conjunto dos números racionais, e de que os métodos utilizados ao trabalhar com números desse conjunto são diferentes daqueles válidos para o conjunto dos naturais.

Pensamos que é preciso levar o aluno a direcionar um olhar criterioso aos fatos, acontecimentos e conhecimentos. Por isso, antes de iniciar o ensino propriamente dito dos números racionais na forma fracionária, procurei estabelecer uma comparação, por meio de questionamentos, entre a evolução tecnológica e a evolução dos números, com o objetivo de promover um conhecimento que justificasse a criação de novos conjuntos numéricos. Essa abordagem provocou no grupo maior participação, interação e curiosidade, gerando uma série de situações que propiciaram a compreensão dos fatos. Além disso, esse ambiente despertou maior interesse pelo estudo.

A questão inicial foi sobre o porquê do surgimento do computador, questionamento que gerou um silêncio, seguido de respostas diversificadas, entre as quais: “Ah, porque é útil para digitar os trabalhos”, ou “como navegar na internet sem computador?” Outro lembrou o colega “mas o computador surgiu antes da internet”. Outro ainda disse: “Mas a máquina de escrever surgiu antes do computador”. Então questionei: “Uma vez que o computador, entre outros recursos, possibilita editar textos, por que não inventaram logo o computador? Chegamos então, a um momento interessante para pensar sobre o porquê do surgimento de novos números. Depois de alguns minutos de inquietação, um aluno falou: “Tudo o que é descoberto tem um anterior mais simples. Olha, eu tinha um celular com algumas funções, inventaram outro com as mesmas funções do anterior e mais alguma novidade”. Outro comentou: “Eu conheci uma máquina de escrever bem velhinha”, ao que um colega complementou: “Depois inventaram as elétricas, depois o computador e assim continua”. Procurando, então, conduzir o debate para o tema pensado, realizei a seguinte exposição,

fazendo, após, a demonstração no quadro:

Vimos que o homem, nas suas invenções, sempre busca satisfazer as necessidades que o mundo moderno lhe impõe, sejam voltadas às exigências profissionais ou de lazer, sociais ou individuais. É importante que se perceba, como já foi colocado, que uma tecnologia com mais sofisticação tem origem em outra com menos recursos e que o avanço acontece pela necessidade de se atender a novas exigências. Nesta mesma perspectiva é que se deu a evolução da matemática, dos números, ou seja, existiram determinados problemas em que os números naturais, os quais estamos acostumados a trabalhar, se mostraram insuficientes para solucioná-los; por isso, houve a necessidade de se criar um novo grupo de números, o qual foi denominado conjunto dos números racionais. Esse conjunto, então, passaria a dar conta da nova situação até que outros problemas insolúveis surgissem e se precisasse da criação de mais um grupo de números. Um exemplo que mostra a impossibilidade de resolução com os números naturais é a operação de divisão quando o dividendo é menor que o divisor.

Ao iniciar o ensino das frações solicitei aos alunos exemplos de situações em que eles se deparavam com frações no cotidiano. Uma menina deu como exemplo uma quantidade que normalmente aparece em receitas culinárias: meia xícara de leite. Diante do exemplo, questionei: “Como representar essa quantidade usando linguagem matemática? E como representá-la por meio de desenho?”

Representar a fração $\frac{1}{2}$ foi uma tarefa simples para a maioria dos alunos, o que se justifica pelo fato de ser uma quantidade com que já haviam trabalhado em séries anteriores e por estar presente em várias situações do seu cotidiano. Então, propus que verificassem quantas canetas havia no meu estojo – havia sete canetas, das quais quatro eram azuis. Após, solicitei-lhes que escrevessem a fração que representava as canetas azuis para o total de canetas e a que representava as canetas não azuis para o total de canetas.

Para responder à primeira questão, alguns alunos escreveram $\frac{4}{3}$, justificando que havia quatro canetas azuis para três não azuis; na segunda questão apenas escreveram a fração inversa. Percebe-se que os alunos estabeleceram uma comparação entre as duas cores de caneta, ou seja, a razão das canetas azuis para as não azuis, sem considerá-las como parte de um todo. Orientei-os que ficassem atentos à pergunta, que foi retomada: “Qual a fração indica as canetas azuis para o total de canetas?” Com isso, buscava-se o entendimento de que era necessário comparar cada cor de caneta com o total de canetas para representar as frações correspondentes.

Após essa atividade foram distribuídos aos alunos pedaços de cartolina que deveriam ser dobrados ao meio; imediatamente alguns identificaram os meios. Então, solicitei-lhes que os dobrassem novamente ao meio. Alguns alunos, antecipando-se, disseram obter terços, sendo, porém, contestados por outros ao perceberem que seriam quartos. A seguir, foi

solicitado que marcassem com lápis e régua as divisões em quartos determinadas pelas dobras e que pintassem três delas. Questionei-os, então, a respeito da fração que representava a parte pintada em relação ao inteiro, considerando que o inteiro era representado pelo retângulo de cartolina que fora dobrado.

As curiosidades e dúvidas dos alunos ao executar as tarefas passaram a ser provocadoras de diálogo e foram direcionadas para a abordagem do conceito de fração. Com base no diálogo estabelecido, nas observações e argumentos expressados por eles, foi possível inferir que esta atividade promoveu avanços na compreensão no grupo a respeito da representação de fração.

A fração $\frac{3}{4}$ simulada pelas dobras na cartolina foi representada numérica e graficamente, salientando-se que as dobras determinaram uma divisão em partes de mesmo tamanho que o 3 é o numerador e o 4, o denominador, o primeiro indicando as partes consideradas de um total de quatro partes em que o inteiro foi dividido. A seguir foram propostas várias atividades na forma de problemas e questões que indicavam uma determinada quantidade a ser representada com algarismos.

Retomando a atividade de dobradura, foi distribuído outro pedaço de cartolina e solicitado que o dobrassem ao meio e escrevessem a fração obtida, pintando uma das duas partes. Os alunos foram unânimes em relacionar a parte colorida ao número racional fracionário $\frac{1}{2}$. Ao ser solicitado que dobrassem novamente ao meio, vários alunos comentaram: “Agora temos quatro partes”. Questionei-os, então, sobre o que acontecera com a parte que havia sido pintada antes. Como resposta obtive: “Foi dividida em duas partes menores”. As respostas obtidas para as questões levantadas foram representadas gráfica e numericamente no quadro e relacionadas com as dobras feitas na cartolina. Assim, foi possível demonstrar que, apesar do número de partes aumentarem, a parte colorida permaneceu a mesma, ou seja, a fração representada é a mesma. Portanto, as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ representam a mesma quantidade, razão por que são chamadas de “frações equivalentes”. Foi explicado que também podemos obter uma fração equivalente a outra multiplicando numerador e denominador desta por um mesmo número natural diferente de zero.

Visando proporcionar a compreensão do conceito de fração equivalente, propus aos alunos o “jogo da memória” (Fig. 24), no qual foram dispostas sobre a mesa cartas com números racionais na forma fracionária, voltadas para baixo. Então, um jogador por vez desvirava um par de cartas verificando se eram equivalentes.

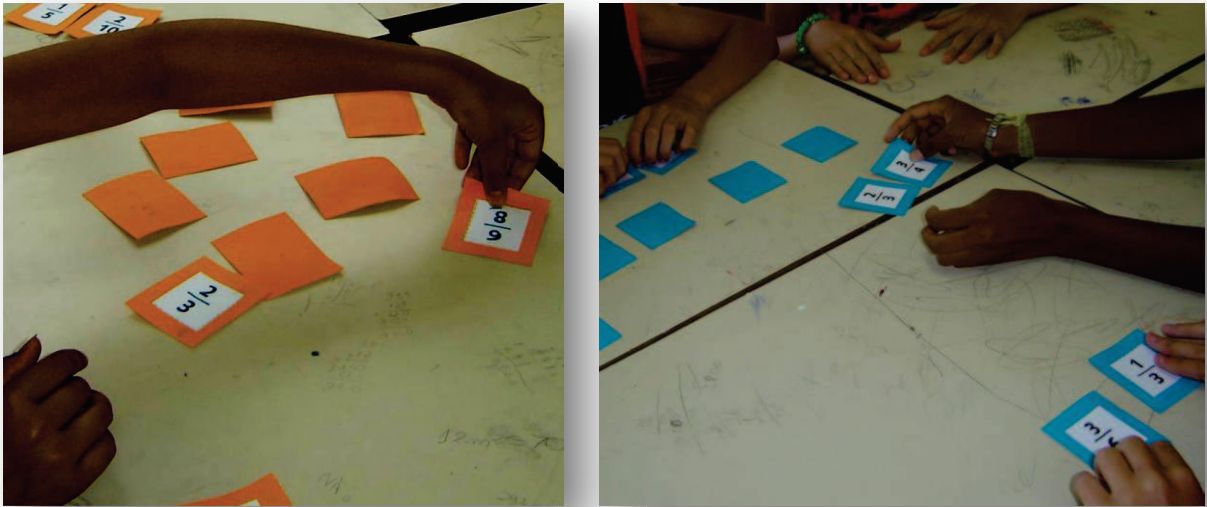


Figura 24 – Jogo da memória - Equivalência

Além dos materiais citados para trabalhar a equivalência de fração, foram também usados círculos de cartolina divididos em meios, terços, quartos, sextos e oitavos (Fig. 25), com os quais eles visualizaram a equivalência, sobrepondo os setores.

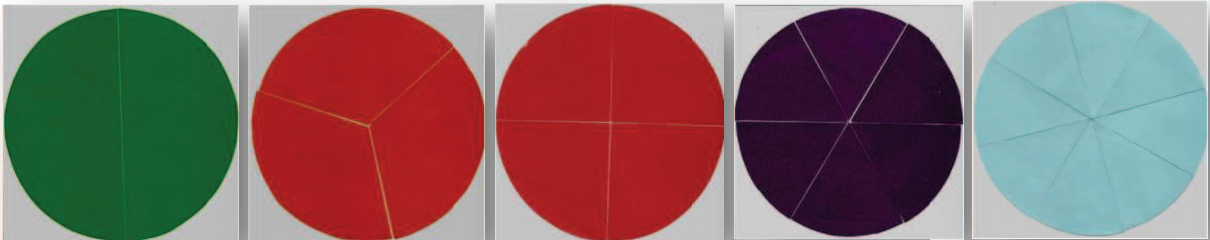


Figura 25 – Equivalência de frações

A representação da equivalência possibilitou a demonstração da simplificação de frações, que consiste na divisão do numerador e do denominador por um mesmo número natural diferente de zero, por meio da qual podemos escrever uma fração de igual valor, porém “mais simples”, pelo fato de usar algarismos de menor valor absoluto. Para verificar se o conceito de equivalência estava sendo compreendido, foi proposto um desafio a partir de uma folha na qual constava uma figura (Fig. 26) e a informação de que era formada por quatro triângulos de mesmo tamanho, alguns dos quais estavam subdivididos em nove triângulos menores, também de mesmo tamanho. Aos alunos foi solicitado que escrevessem a fração correspondente à parte colorida da figura e também a fração equivalente na sua forma mais simples (fração irredutível).

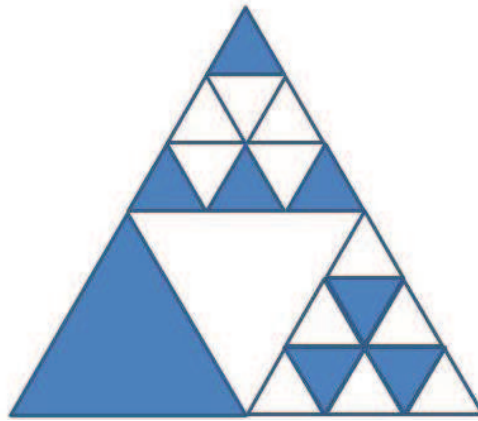


Figura 26 – Desafio: equivalência de frações

Ao observar a figura um aluno comentou: “Isso não está certo”; outro complementou: “As partes não são iguais, por isso eu preciso antes deixá-las todas iguais, daí sim posso representar a fração”.

A observação feita pelo aluno demonstra que, embora as partes não sejam todas de mesmo tamanho, ele sabe que precisa considerar tal situação para que a sua representação esteja correta. Isso permite intuir que este aluno poderá ter compreendido o conceito de fração o que, segundo Nunes (2005), se dá pela da compreensão da necessidade de se ter partes iguais.

Com os círculos foi desenvolvida também a comparação de frações, sendo solicitado aos alunos que escrevessem a fração correspondente a uma parte de cada círculo e as dispusessem em ordem crescente. Assim que a orientação foi dada, alguns alunos disseram que bastava observar o denominador e colocá-los na ordem crescente, já que o numerador de todas as frações era o número natural um. Diante dessa fala do aluno, indaguei: “Quando falamos em ordem numérica crescente, nos faz pensar em quê?” “O que é fundamental?” Os alunos responderam: “É colocar do menor para o maior”. No entanto, persistiu a ideia de que bastava ordenar as frações em razão dos seus denominadores, iniciando pela fração que apresentava o menor denominador. Diante disso, foi sugerido que observassem o tamanho de cada parte correspondente à fração que haviam escrito em seu caderno para se darem conta de que a interpretação feita estava equivocada. No entanto, mesmo de posse do material, nem todos conseguiam perceber que, por exemplo, $\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{2}$. Com várias interferências, e a discussão nos grupos, diálogo e a observação do tamanho das peças, eles perceberam como deveria ser a ordenação correta das frações para que ficassem na ordem crescente.

Antes mesmo de trabalhar com frações impróprias os alunos levantaram a questão:

“Como será uma fração em que o numerador é maior que o denominador?” Procurando elucidar a questão, cada aluno recebeu um pedaço de cartolina para dividi-lo em três partes de mesmo tamanho. Em seguida, foi solicitado que pintassem cinco partes, o que a maioria disse ser impossível, pois eles só tinham três partes. Um aluno, então, sugeriu que se tomasse outro pedaço de cartolina do mesmo tamanho e se dividisse como o anterior, observando que precisaria de dois inteiros. Por sua vez, outro aluno o alertou de que não precisaria de dois inteiros, mas, sim, de “um inteiro e mais duas partes do outro”. Interferindo, expliquei-lhes que esse tipo de fração é denominado “fração imprópria” e que para representá-la sempre se faz necessário tomar mais que um inteiro.

Os diálogos que se seguiram mostraram que havia muitas dúvidas, pois vários alunos escreviam como denominador a soma das partes em que os inteiros tinham sido divididos; escreviam a fração $\frac{5}{6}$, ou seja, $\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$. Por isso, foram propostos vários exercícios de representação numérica e gráfica (desenho) com partições diversas. Porém, para alguns alunos a dificuldade permanecia, aos quais foi dado um atendimento individual, bem como outros exemplos na intenção de esclarecer as dúvidas.

As diversas atividades realizadas com as frações impróprias levaram a maioria dos alunos a perceber que para representar essas frações um inteiro era insuficiente. Foi evidenciado, então, que as frações impróprias são compostas de uma parte inteira e outra fracionária e que, ao separar essas duas partes da fração, obtém-se o número misto. As demonstrações dessas situações foram apresentadas e discutidas a partir da representação no quadro. Para promover o desenvolvimento da compreensão dos conceitos abordados foram distribuídas folhas contendo diversas atividades envolvendo-os. (Fig. 27).

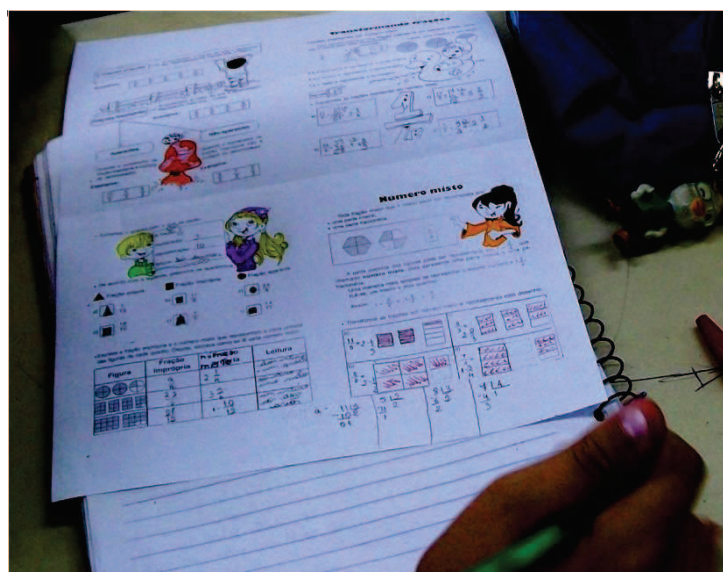


Figura 27 – Número misto

Para explicar a adição e subtração de frações com denominadores iguais propôs-se a resolução do seguinte problema: “O proprietário de uma área de terra pretende destinar $\frac{3}{7}$ para plantio de árvores nativas, $\frac{1}{7}$ para jardim e $\frac{3}{7}$ para área de lazer e moradia. Que fração representa a área destinada para o plantio de árvores nativas e para o jardim? Sabendo-se que $\frac{1}{7}$ da área reservada para lazer será ocupada para a construção da moradia, que fração passará representar a área destinada ao lazer?” Procurando compreender o problema proposto, um aluno questionou a respeito da primeira pergunta: “Não é só juntar a fração das árvores nativas com a do jardim?”, ao que alguns alunos concordaram. Após outros questionamentos e suposições, a maioria dos alunos solucionou o problema com aparente facilidade. Apesar disso, não se pode ter certeza se com essa atividade todos os alunos compreenderam que o problema trata da adição e subtração de frações com mesmo denominador, pois, quando desafiados a efetuar essas operações aritmeticamente, alguns ainda adicionavam numeradores e denominadores.

Para a adição e subtração de frações com denominadores diferentes foram distribuídos dois retângulos de cartolina de igual medida para cada aluno, um dos quais deveria ser dobrado em meios e o outro, em quartos; além disso, as dobras deveriam ser reforçadas com uso de lápis e régua. A seguir, deveriam colorir $\frac{1}{2}$ no retângulo dividido em meios e $\frac{3}{4}$ no retângulo dividido em quartos. A mesma situação foi representada graficamente no quadro. Solicitados, então, a alinhar $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ (um abaixo do outro) e a comparar as partes coloridas, gerou-se o comentário: “Um meio é a mesma coisa que dois quartos”. Alguém interferiu: “É assim, um meio equivale a dois quartos”. É provável que tanto uma quanto a outra criança tenha respondido à pergunta com base no conhecimento obtido no estudo sobre equivalência de frações, contudo a segunda apropriou-se de termos adequados da linguagem da matemática.

A fim de abordar a multiplicação de números racionais fracionários, os alunos foram desafiados a representar graficamente $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$. A questão proposta implicou uma situação nova, ou seja, a ideia de representar não uma parte de um todo, mas uma parte de outra parte, para a qual os alunos sozinhos não encontraram uma correspondência satisfatória. Alguns pedagogos certamente teceriam crítica severa à abordagem feita, entretanto o que motivou tal proposta foi justamente desafiá-los propondo uma situação desconhecida, pois muitas vezes os alunos nos surpreendem ao encontrarem soluções para situações que se julgam complicadas para eles, ou que necessitem de outra abordagem anterior como pré-requisito. Além disso,

situações desafiadoras muitas vezes funcionam como uma boa estratégia para despertar a curiosidade do aluno.

No intuito de auxiliar os alunos na compreensão da situação proposta, procedi, inicialmente, à multiplicação de um número inteiro por um fracionário, o que é possível demonstrar a partir da soma de parcelas iguais, operação que lhes era familiar. Para resolver a situação proposta, inicialmente orientei-os que representassem $\frac{2}{5}$ do inteiro e, depois, $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$. Analisamos, então, que cada quinto fora dividido em três partes iguais, o que implicava dividir o inteiro em 15 partes iguais, logo $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$ é igual a $\frac{2}{15}$. Com base nisso, um aluno observou que seria possível obter o mesmo resultado multiplicando numeradores e denominadores entre si.

A divisão de frações foi introduzida por meio da seguinte situação-problema: “Uma mãe pretende dividir igualmente a metade de um bolo entre quatro irmãos. Que fração do bolo caberá a cada um dos irmãos?” A maioria dos alunos pensou na fração $\frac{1}{4}$, o que foi contestado por um deles, que questionou: “Mas não é preciso considerar o bolo todo?” A fala deste aluno provocou dúvidas àqueles que acreditavam que $\frac{1}{4}$ seria a resposta correta. Então, interfeiri: “Por que você acredita que precisa ser considerado o bolo todo?” Confiante na sua resposta, disse: “Apesar de ser a metade do bolo dividida entre os quatro irmãos, é preciso considerar o bolo todo para representar a fração”. Por sua vez, outro aluno argumentou: “Acontece que a metade do bolo será dividida em quatro partes”. Porém, antes mesmo de concluir a fala, ele próprio se deu conta de que justamente por essa razão não seria $\frac{1}{4}$ de bolo que caberia a cada um dos irmãos. Com o debate estabelecido, foi demonstrado graficamente que a fração do bolo que cada irmão comeria correspondia a $\frac{1}{8}$.

As situações descritas foram utilizadas para introduzir as operações entre números fracionários. Após as discussões e sínteses elaboradas pelo grupo, a partir de orientações e interferências feitas, as operações foram trabalhadas por meio de exercícios e resolução de problemas propostos pelo livro didático. Também foram propostos desafios e jogos como “Batalha de frações” (Fig. 28), que trabalha a comparação de frações. Neste jogo leva as cartas da mesa quem dispõe da carta de maior número fracionário e vence quem arrecada o maior número de cartas. Com o “Dominó de frações” foi trabalhada a igualdade de frações por meio de representações gráficas e numéricas.

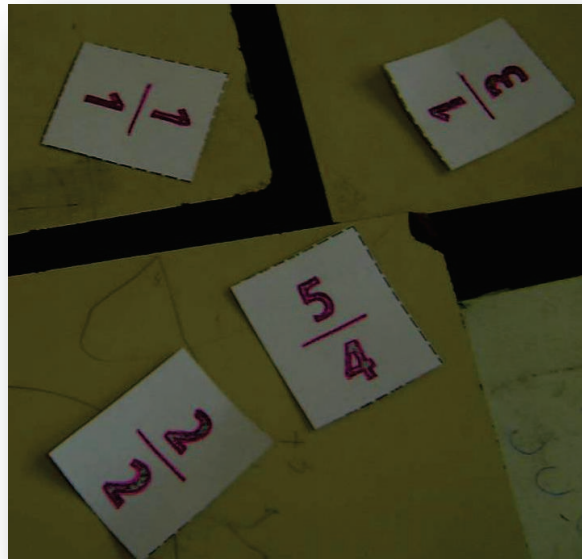


Figura 28 – Batalha de frações - Comparação

Sempre que era observada alguma dificuldade pontual de um aluno, era prestado atendimento individual a este com outros exemplos e outras formas de orientação. Observei que, normalmente, os alunos, ao fazerem uso de material manipulável ou resolverem problemas que envolvem elementos ou situações que lhes são familiares, obtêm maior êxito que nas operações aritméticas. Essa questão tem sido um problema que muitos professores têm apontado, ou seja, a necessidade de se encontrar uma forma de levar a que os conceitos abordados por meio do uso de materiais manipuláveis ou situações familiares aos alunos, via resolução de problemas produzam ganhos reais no momento de se trabalhar aritmeticamente esses conceitos.

5.4 Análise do processo ensino-aprendizagem de frações

As primeiras análises feitas foram pautadas na aplicação do instrumento diagnóstico em dois momentos antes e após o estudo sobre o número racional na sua forma fracionária. Todas as resoluções do primeiro momento da aplicação do instrumento foram representadas por índices percentuais, assim como as resoluções das mesmas questões no segundo momento. Isso permitiu uma comparação dos dois momentos de aprendizagem dos alunos, utilizando-se como parâmetro o desempenho num mesmo conjunto de questões.

A análise qualitativa foi utilizada no sentido de identificar se houvera a formação do conceito de número racional na sua representação fracionária e a superação das dificuldades de

operações com esses números por parte dos alunos. A análise qualitativa busca identificar elementos que não puderam ser captados durante a análise dos dados percentuais do instrumento diagnóstico.

Buscando compreender se os objetivos propostos foram atingidos, é necessário analisar o objeto de análise da pesquisa constituído das memórias das aulas, fala dos alunos e do instrumento diagnóstico, por meio de uma análise qualitativa das atividades desenvolvidas visando à formação do conceito de número racional na sua forma fracionária e às operações com frações.

O conteúdo de frações é um tema abordado em séries anteriores. Mesmo assim, o instrumento diagnóstico aplicado aos alunos da quinta série antes do estudo de frações mostrou que havia muitas dúvidas e dificuldades: para alguns alunos, na representação numérica e gráfica da fração e na identificação do numerador e denominador; para a maioria, nas operações com frações.

Com base nos indicativos assinalados nas respostas dos alunos, obtidas no primeiro momento de aplicação do instrumento diagnóstico, elaborou-se atividades didáticas que contemplassem possíveis soluções das dificuldades identificadas. Esse procedimento vem ao encontro do que para Vigotsky seria partir do nível de desenvolvimento real dos alunos. Para o autor, “o nível de desenvolvimento real de uma criança define funções que já amadureceram, ou seja, os produtos finais do desenvolvimento” (1991, p. 97).

As atividades desenvolvidas priorizaram as discussões e reflexões por meio da utilização de material de apoio, resolução de problemas, representações gráfica, trabalhos em grupo, jogos, desafios.

A respeito da importância das atividades lúdicas no processo de ensino e aprendizagem Almeida argumenta que,

experimentando e manipulando as coisas do ambiente é que a criança descobre a possibilidade desse material, dando-lhe forma, de acordo com as suas impressões. A criança aprende a definir valores, a formar juízos, a fazer escolhas. Na atividade de jogo, a inteligência, sob todos os aspectos, é altamente estimulada e a própria linguagem torna-se mais rica, pela aquisição de novas formas de expressão. Experiências em todo o mundo têm demonstrado que, se a criança receber estímulos constantes de atividades lúdicas antes da idade escolar, isto é, nos primeiros anos, ela terá suas faculdades intelectuais mais aprimoradas. (ALMEIDA, 1984, p. 27).

Sem dúvida as atividades lúdicas trazem benefícios ao desenvolvimento intelectual e na formação integral do aluno, entretanto o desenvolvimento de um conceito requer também que seja estimulado o desenvolvimento das estruturas mentais complexas do aluno de forma

que sejam desenvolvidas as capacidades de pensar e abstrair. A esse respeito Libâneo (2009) escreve que, a didática, no intuito de atender as carências da atualidade relacionadas às formas de aprendizagem, necessita fortalecer a investigação a respeito da função do professor na preparação do aluno para o pensar. Libâneo esclarece que o conhecimento requer o desenvolvimento do pensamento e este processo supõe metodologia e procedimentos sistemáticos do pensar. Em síntese, o autor reforça que é preciso procedimentos metodológicos que desenvolvam as capacidades investigadoras visando o desenvolvimento das estruturas mentais dos alunos.

Quanto à formação do pensamento abstrato, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008) defende que a matemática é um lugar muito apropriado para se trabalhar com os elementos do par “concreto/abstrato” e considera que os objetos matemáticos, apesar de abstratos, são exemplos que favorecem muito a compreensão do movimento que existe entre as abstrações e a realidade concreta. A situação é exemplificada tomando o número abstrato 5 e associando a ele qualquer elemento concreto, por exemplo, mesas, cadernos, brinquedos, numa correspondência biunívoca. A proposta ressalta que

em qualquer assunto, não é possível conhecer sem abstrair. A realidade costuma ser muito complexa para uma apreensão imediata; as abstrações são simplificações que representam um afastamento provisório da realidade, com a intenção explícita de mais bem compreendê-la. Nesse sentido a Matemática é comparável às histórias infantis, no que se refere aos valores. Ainda que na realidade as situações sejam frequentemente complexas, bem distantes da nitidez dos contos de fadas (com relação ao bem e ao mal, ao herói e ao vilão), tal nitidez é necessária na formação inicial, para a fixação de um repertório de papéis e de situações que irão orientar as ações no futuro. (SÃO PAULO, 2008. p. 43).

Em síntese, da mesma forma que precisamos das histórias infantis em que o bem e o mal sejam espontaneamente notáveis, precisamos das simplificações que as abstrações matemáticas oferecem, com apontamentos claros entre o certo e o errado, que agem como subsídios orientadores para o desenvolvimento da capacidade de argumentação consistente, da imaginação ao se deparar com novos contextos e o desenvolvimento do pensamento crítico para enfrentar as mais diversas situações que a realidade nos apresenta.

Para o desenvolvimento do conceito de número racional na forma fracionária, procuramos introduzir o tema por meio de situações diversificadas de aprendizagem, de forma que o aluno pudesse desenvolver o raciocínio, a capacidade de argumentação e, também, sua

capacidade de abstrair.

A comparação entre a evolução tecnológica e a evolução dos números, com o objetivo de perceber a necessidade da criação de novos conjuntos numéricos propiciou um ambiente descontraído e participativo pelo fato de os questionamentos abordarem situações cotidianas vivenciadas pelos alunos, como evolução tecnológica, receitas culinárias, medidas, entre outras. Isso incentivou a participação de quase a totalidade dos alunos, tanto que houve a necessidade de uma organização da fala para que todos tivessem oportunidade de se pronunciar e, ao mesmo tempo, de ouvir os colegas.

Ao ser solicitado aos alunos, exemplos de números fracionários citaram $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, pronunciando-os corretamente, o que dá a impressão de que dominam o tema. Entretanto, quando questionados sobre que quantidade representa $\frac{2}{3}$ de uma xícara, eles não conseguiram responder adequadamente, o que nos leva a supor que o fato de dizerem corretamente o número racional na forma fracionária decorre muito mais da memória de leitura do que da compreensão do seu significado.

Por outro lado, é possível que o aluno que não consegue desenvolver uma linha coerente de pensamento diante de situações que necessitem de um mesmo conceito, como no exemplo acima, caracterize-se por um pensamento que Vygotsky (1998) denomina de “pensamento por complexo”, que pertence a uma fase anterior à fase conceitual. Vygotsky, em seus estudos, refere-se ainda, a outra fase anterior à formação de conceito na criança, a fase do “pseudoconceito”, que identifica como uma etapa de transição do pensamento por complexo para o pensamento por conceito, noutras palavras, o pseudoconceito é a fase final do desenvolvimento da formação de conceitos. Esta fase, segundo Vygotsky, não é percebida pela criança porque seus pseudoconceitos têm conteúdos que coincidem com os conteúdos dos conceitos dos adultos. O autor esclarece que,

assim, a criança começa a operar com os conceitos, a praticar o pensamento conceitual antes de ter uma consciência clara da natureza dessas operações. Essa situação genética peculiar não se limita à aquisição de conceitos; mais que uma exceção, é a regra no desenvolvimento intelectual da criança. (1998, p. 86).

Na sequência o autor escreve que “a semelhança externa entre o pseudoconceito e o conceito real, que torna muito difícil ‘desmascarar’ esse tipo de complexo, é um dos maiores obstáculos para a análise genética do pensamento”, o que nos leva a intuir que é muito difícil

perceber em que fase um aluno se encontra. (1998, p. 84).

De acordo com Nunes e Bryant (1997), com as frações, as aparências podem não ser verdadeiras, pois há a possibilidade de alunos passarem pela escola e não superarem as dificuldades com as frações sem que ninguém perceba isso. Ocorre que muitas vezes os alunos parecem compreender as frações usando corretamente os termos fracionais, resolvendo problemas, falando sobre frações com coerência, contudo não têm clareza quanto a alguns aspectos que são fundamentais. Os autores acreditam que essa impressão errônea de que as crianças dominam frações está associada à forma como são apresentadas aos alunos, ou seja, mostrando *todos* divididos em *partes*, acompanhado de poucas regras para calcular, o que induz à falsa ideia de que as crianças dominam o conteúdo de frações.

Os autores sugerem que a ideia de fração seja desenvolvida em termos de raciocínio sobre a relação parte-todo e a variação de área explorando a ideia de equivalência, para que o aluno se torne capaz de analisar a relação parte-todo e de descobrir o número de partes em que o todo está dividido, quando essa divisão não se apresenta explícita. O procedimento de resolução adotado por um aluno (Fig. 29) ilustra a situação referida pelos autores.

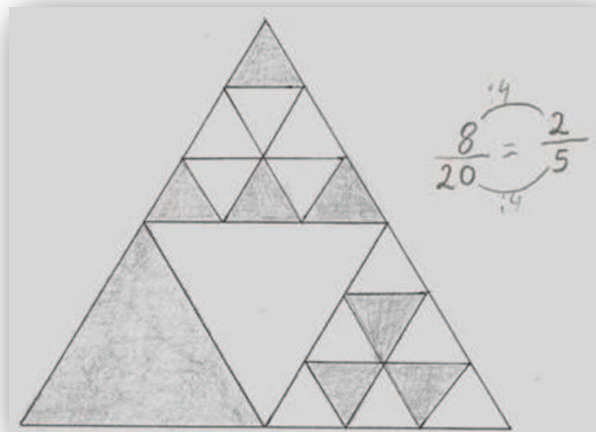


Figura 29 – Desafio: relação parte-todo

Nesse caso, o aluno representou a fração como se fosse um caso de contagem dupla, que, segundo Nunes e Bryant (1997), consiste em considerar a parte pintada para o numerador e o total de partes para o denominador. O número de partes deveria ser expresso, pelo aluno, utilizando a relação parte-todo.

As dificuldades provocadas por uma abordagem simplificada do conceito parte-todo apontadas pelos autores citados foram observadas ao desenvolver o conceito de fração com pedaços de cartolina, na qual eram feitas dobras que dividiam a área do inteiro em áreas

menores e iguais. Quando orientados a pintar um número determinado de partes resultantes dessas dobras e escrever a fração correspondente, eles não apresentaram dificuldades, assim como nos exercícios propostos a partir de situações semelhantes. Porém, quando se depararam com casos envolvendo situações-problema que exigiam a transferência desse conceito para uma situação envolvendo outras grandezas, como, por exemplo, no problema que solicitava o cálculo da distância percorrida por um aluno para ir da sua casa até a escola, sendo informado que os 600m por ele percorridos correspondiam a $\frac{2}{3}$ do total da distância, surgiram questionamentos como: “Precisa dividir por 3?” Outro aluno acrescentou: “Eu sei que falta $\frac{1}{3}$, como faço para encontrar essa quantidade?” Diante da colocação do aluno, a professora/pesquisadora indagou: “Por que você supõe que falta $\frac{1}{3}$?” “Sim, professora, é o mesmo que as dobras na cartolina. A distância total é $\frac{3}{3}$; então, se ele andou $\frac{2}{3}$, ainda falta $\frac{1}{3}$. Mas como fazer isso com número?”.

As dificuldades encontradas pelos alunos na transferência de conhecimento de uma situação para outra nos remetem à questão apresentada no vídeo sobre Matemática, o qual faz parte da série DVDescola, volume II, distribuído às escolas estaduais e municipais pelo Ministério da Educação - Secretaria de Educação a Distância. No item “frações” uma professora mostra-se satisfeita com o desempenho dos alunos ao trabalhar com representações por meio de desenhos, até que os submete a uma situação-problema envolvendo apenas representações numéricas, as quais os alunos mostraram-se “incapazes” de solucionar. A questão é analisada pela apresentadora com o seguinte foco: as representações gráficas induzem os alunos a compreender a fração como parte de uma figura ou de uma superfície; portanto, a abordagem como frações de quantidades, como é o caso $\frac{2}{3}$ de 600m, não tem para o aluno qualquer significado. Sugere, então, que sejam desenvolvidas essas duas formas de representação.

Quanto ao uso de símbolos na elaboração de conceitos Amorim afirma:

A representação geométrica em segmento de reta, barras coloridas e pedaços de cartolinas pode causar leitura equivocada do par categorial concreto e abstrato. O concreto numa concepção materialista dialética, não se refere à exclusividade do material didático adotado nas atividades. As situações visuais, como ponto de partida tomam-se elementos motivadores, mas por si só se esvaie, se não tiver a participação decisiva do professor, lançando a “pergunta-guia”. É ela que orienta o aluno para dar sentido, inicialmente difuso em seu processo nebuloso de formação de conceito. (AMORIM, 2007, p. 146).

Amorim evidencia a importância da atuação do professor como orientador do processo na formação de conceitos. Nesse contexto, muitos autores apontam para a importância da busca de significados, nas vivências dos alunos, para o ensino de frações.

Segundo Figueiredo⁵ (2004), para que se possa ensinar frações para a vida faz-se necessário minimizar o uso de simbolismo em prol de uma efetiva significação do que se está fazendo, ou seja, fazer uma educação matemática mais sintonizada com as possibilidades da criança proporcionando-lhe oportunidade de poder se expressar e falar sobre o que pensa, sobre as representações mentais advindas das suas vivências, que o professor pode, então, manipular por meio de exercícios.

A fim de aprofundar a aprendizagem do conceito de fração propomos o jogo de cartas “Batalha de frações”, o qual consistia em comparar e identificar a maior fração, pois cada jogador, na sua vez, largava uma carta na mesa, e levava todas as cartas da rodada aquele que havia largado a carta de maior valor fracionário. Além do jogo de cartas, foram usados círculos divididos em meios, terços, quartos, sextos e oitavos e foi solicitado aos alunos que separassem uma parte de cada círculo e as dispusessem em ordem crescente.

Acredita-se que a ordenação de frações que apresentam o mesmo denominador é uma situação simples e que não oferece dificuldade para o aluno, pois, quanto maior for o numerador, maior será a fração, estratégia semelhante àquela usada na comparação com os números naturais. Porém na situação proposta aos alunos, na qual o numerador era o número 1, quanto maior o denominador, menor a fração, exigindo que eles estabelecessem uma relação inversa entre o denominador e a quantidade que essa fração representa. Para resolver essa situação os alunos deveriam analisar e identificar a menor fração, ordená-las e escrevê-las na ordem crescente. No entanto, alguns alunos, mesmo visualizando a representação geométrica de meios, terços, quartos, ordenaram as frações pelos seus denominadores como sendo números naturais, como mostra a representação de um aluno na Figura 30.

⁵ José Maurício Figueiredo – Professor do Departamento de Educação da Universidade Federal de Pernambuco. Participante da mesa redonda sobre o tema: Frações para a vida. Salto para o futuro. DVD TVescola



Figura 30 – Frações: ordem crescente
Fonte: Caderno do aluno

Podemos supor que os alunos que responderam dessa forma aplicaram o conhecimento e procedimentos empregados no conjunto dos números naturais. Essa situação é apontada pelos PCNs (1997) como uma das dificuldades que os alunos podem encontrar ao estudar os números racionais na forma fracionária, pois no ensino de números naturais aprendem que, por exemplo, 6 é maior que 3, o que poderá levá-los a concluir inadequadamente que a fração $\frac{1}{6}$ é maior que $\frac{1}{3}$.

Esse fato pode também ser observado nas operações com números fracionários quando, durante as aulas, alguns alunos ainda evidenciavam uma retenção do saber referente aos procedimentos válidos para a resolução de situações que envolvem o conjunto dos números naturais, adicionando numeradores e denominadores entre si. Disso deduzimos que eles concebem o número fracionário como dois números naturais, um abaixo do outro, separados por um “tracinho”, sem perceber que a relação entre numerador e denominador gera um outro número, o qual também representa uma quantidade.

É possível compreender que esse fato constitui um obstáculo epistemológico, que Brousseau define “como sendo aquele obstáculo ligado à resistência de um saber mal-adaptado” (apud IGLIORI, 1999, p. 99), ou seja, um conhecimento verdadeiro adquirido para um determinado tema poderá, em outro momento, representar uma barreira na compreensão de novos conceitos. Essas barreiras nem sempre podem ser evitadas, porém o educador, por meio de sua proposta e interferência, pode desenhar um caminho alternativo que possibilite ao aluno superar algumas delas.

Essa mesma dificuldade foi abordada nos estudos desenvolvidos por Mack (1993, apud

NUNES; BRYANT, 1997), nos quais foram propostos problemas do cotidiano ou problemas simbólicos aplicados a estudantes de sexta série nos Estados Unidos. A pergunta dirigida aos alunos referia-se à seguinte situação: “Tendo duas pizzas de mesmo tamanho, uma foi dividida em 6 partes e outra em outra em 8 partes, e você recebe um pedaço de cada pizza, de qual você recebe mais?” A outra pergunta foi: “Diga qual é a maior fração $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{8}$?” Segundo os autores, Mack observou que os alunos não mostraram dificuldades para resolver problemas do dia-a-dia, no entanto um grande número deles não conseguiam resolver os problemas representados simbolicamente. Por exemplo, ao comparar os números $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{6}$, eles afirmaram que $\frac{1}{8}$ é maior que $\frac{1}{6}$, justificando que 8 é maior que 6.

De acordo com Nunes e Bryant (1997), atividades simbólicas demandam um conhecimento abstrato diferente do tipo dominado pelos alunos. Uma hipótese alternativa aceitável, segundo os autores, é que essa lacuna seja proveniente de uma aprendizagem do aluno sobre fração, pelo procedimento de dupla contagem. Segundo os autores,

a desconexão entre a compreensão dos alunos da divisão de quantidades contínuas e descontínuas desenvolvida fora da escola e sua aprendizagem de frações poderia ocorrer exatamente porque os alunos não pensam sobre frações como tendo qualquer relação com divisão e apenas relacionam frações à linguagem parte-todo. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 213).

Os estudos desenvolvidos por Mack (1993, apud NUNES; BRYANT, 1997) asseguram que, se a desconexão feita pelas crianças entre a compreensão da divisão e a fração desenvolvida fora da escola e as representações simbólicas aprendidas na escola deve-se à forma como esses conteúdos são introduzidos na aprendizagem das crianças, é possível que essa lacuna desapareça por meio de um trabalho de movimento entre esses conhecimentos e as representações simbólicas, conduzindo as crianças a compreenderem as conexões que podem ser feitas.

Streefland (1990) e Gravemeijer (1990), citados por Nunes e Bryant, defendem que trabalhar com casos que envolvam duas variáveis e oferecer ao aluno os meios para representá-las é “a chave para o desenvolvimento de representações simbólicas em conexão íntima com a compreensão das crianças de situações de divisão e frações”. (1997, p. 214). Apontam, ainda, que, em vez de apresentar situações como dividir uma pizza em pedaços e ensinar aos alunos a linguagem de frações, é mais indicado trabalhar com problemas

envolvendo as duas variáveis, como na situação apresentada pelos autores, que propõe o arranjo de 18 pizzas para 24 crianças, as quais não podem se sentar todas ao redor de uma mesma mesa, de forma que a distribuição dos pedaços entre as crianças seja justa.

Os problemas suscitados pelos autores nos remetem à questão principal do nosso estudo, ou seja, a formação do conceito de número racional na sua representação fracionária. O processo, naturalmente, passa pelas ações que implicam a escolha de atividades e recursos metodológicos que sejam mais adequados para trabalhar o conceito de fração, pois se percebe nos vários estudos publicados sobre o tema um consenso de que o ensino de frações precisa, essencialmente, superar a ideia da comparação simples das partes com o todo e também os processos práticos de resolução das operações com frações, métodos que não têm se mostrado eficientes para que a criança consiga formar o conceito de fração.

Nunes alerta para a importância do uso de uma metodologia adequada, pois, segundo a autora, as dificuldades na elaboração do conceito de fração podem ser produto de uma metodologia inadequada, ou seja, trabalhar o conceito de frações apenas como partes do inteiro não é suficiente, porque é importante para a compreensão do conceito de fração “a necessidade de termos partes iguais e a equivalência de frações”. (2005, p. 158).

A divisão do inteiro em partes iguais parece ser o fato mais presente no conhecimento que o aluno retém após ter estudado frações, como percebemos ao analisar as respostas dos alunos obtidas por meio do instrumento diagnóstico. Neste, eles demonstraram cuidado ao dividir as figuras para que tivessem partes iguais, mesmo não dispondo de material adequado, como régua, transferidor ou compasso, como podemos visualizar nas ilustrações da Figura 31.

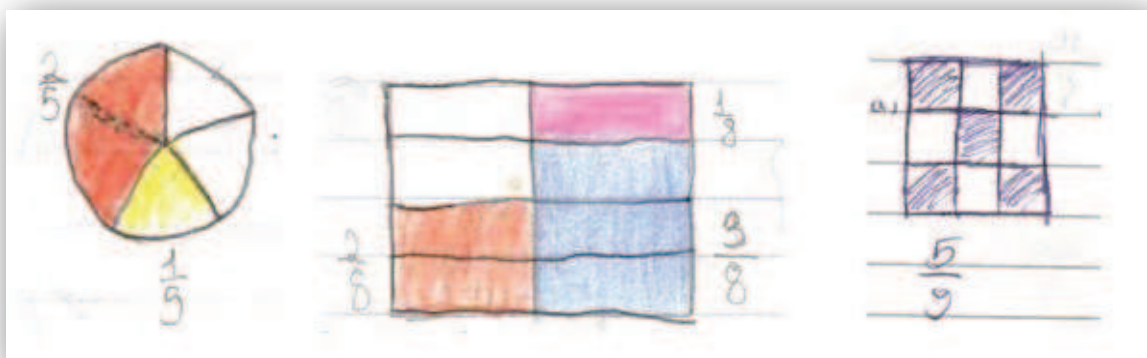


Figura 31 – Representação gráfica de frações
Fonte: Caderno do aluno

Entretanto, a dificuldade demonstrada por eles neste primeiro momento ao operar com número racional na representação fracionária deixa claro que sua compreensão de frações não vai muito além da representação do todo em partes iguais.

É importante destacar que a formação de um conceito requer tempo e depende do nível de desenvolvimento da criança. Vygotsky apresenta estudos relacionados à formação de conceitos desenvolvidos por Rimat com adolescentes que comprovaram que “a verdadeira formação de conceitos excede a capacidade dos pré-adolescentes e só tem início no final da puberdade”. Para o autor, a formação de conceitos constitui uma exigência acima das possibilidades mentais de uma criança de doze anos. (1998, p. 67).

Diante disso, parece-nos apropriado levantar uma questão: as dificuldades que os alunos da 5ª série, que estão na fronteira dos 12 anos, apresentam no trato com operações ou conceitos que exijam certo grau de abstração podem ter origem nessa questão apontada por Rimat e Vygotsky?

As operações de adição e subtração de frações foram desenvolvidas, inicialmente, por meio do uso de material de apoio, ou seja, a partir das frações resultantes das dobras nos pedaços de cartolina. Foi possível perceber que o manuseio do material facilitou a adição de frações, mesmo quando apresentavam denominadores diferentes. Nessa forma de representação simbólica percebemos que os alunos não encontravam dificuldade, porque sobrepunham os pedaços, analisavam e comparavam os elementos da situação que estava sendo resolvida.

A visualização favoreceu também operar com representações gráficas de figuras, como a elaboração de um aluno (Fig. 32), e, do mesmo modo, na resolução de problemas para os quais os dados podem ser representados graficamente.

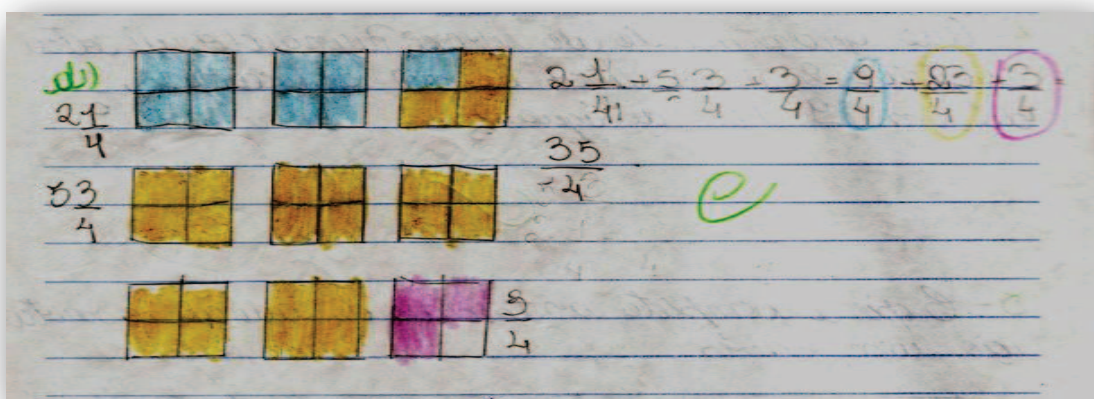


Figura 32 – Adição de frações
Fonte: Caderno do aluno

Entretanto, como já apontamos na descrição das aulas, quando o aluno se vê diante de situações como a resolução de um problema que não se enquadre numa representação simbólica ou de operações de adição ou subtração de números racionais na representação

fracionária, que exigem certo grau de abstração, observa-se que não há uma transferência do saber expresso nas atividades anteriores. As operações de adição e subtração com denominadores iguais foram resolvidas com facilidade pelos alunos, que procederam corretamente, com algumas exceções quanto ao uso indevido das operações de numeradores e denominadores entre si.

Para operar com frações que apresentam denominadores diferentes retomamos o conceito de equivalência abordado ainda na introdução de frações, nas atividades com círculos divididos em meio, terços, quartos, sextos e oitavos e com jogo da memória. Nessas atividades os alunos manusearam os círculos e as cartas do jogo sem demonstrar maiores dificuldades, buscando solucionar as dúvidas decorrentes da atividade na interação e socialização com seus colegas.

Os jogos proporcionaram interação e socialização entre os alunos, em momentos que permitiram que confrontassem suas concepções sobre equivalência, comparassem e decidissem se uma carta virada na mesa era ou não equivalente a outra carta virada anteriormente. A compreensão do conceito de equivalência de frações mostra-se importante para que o aluno possa realizar as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes sem a necessidade de memorizar processos práticos como a decomposição em fatores primos (mmc).

Para Bertoni⁶ (2004), o mmc deve ser banido até a quarta série, sugere empregar um múltiplo comum e trabalhar com famílias de frações que são compostas por denominadores múltiplos. Entretanto, o mmc é indicado por alguns livros didáticos como processo prático para a resolução de adição e subtração de frações com denominadores diferentes e, como tal, o aluno o memoriza sem, no entanto compreendê-lo, como fica evidente quando questiona se a divisão se faz pelo numerador ou pelo denominador, toda vez que faz uso desse processo. Pensamos que a utilização das frações equivalentes para operar com frações representa um ganho cognitivo em comparação ao uso do mmc (modo prático), pois, ao identificar que as frações possuem denominadores diferentes, o aluno raciocina realizando cálculos mentais ou aritméticos de forma a obter frações de mesmo denominador, geralmente comparando os múltiplos dos denominadores e identificando, assim, o menor múltiplo a ser usado como denominador das frações equivalentes.

Quanto à sugestão de Bertoni para utilizar famílias de denominadores, pensamos que, pelo fato de as operações não ocorrerem somente entre famílias de frações, o uso de frações

⁶ Nilza Eigeheer Bertoni – Professora do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília-DF. Participante do debate sobre o tema: “Frações para a vida. Salto para o futuro”. DVD Tvescola.

equivalentes nas operações com denominadores diferentes é mais indicado, a fim de evitar que ao se deparar com dois números racionais na representação fracionária que não sejam de mesma família, o aluno pense estar diante de uma situação nova.

Ainda que os resultados apresentados pela maioria dos alunos nas operações com frações após o seu estudo indiquem que, de certa forma, houve a compreensão do conceito de fração e, conseqüentemente, do processo de resolução das operações, percebemos que muitas vezes o aluno memoriza o procedimento sem entender o que realmente acontece. A memorização não permite que o aluno raciocine sobre uma situação que lhe é apresentada e tente buscar nos seus recursos intelectuais uma solução. Quando se vale da memorização, o aluno não apresenta um padrão nas suas resoluções, as quais muitas vezes são desconexas, e situações semelhantes são resolvidas de formas diferentes. (Fig. 33).

Handwritten student work showing two examples of fraction addition using the least common multiple (mínimo múltiplo comum) method.

Example b) shows the addition of $\frac{1}{5} + \frac{4}{10}$. The student finds the common denominator 10, converts $\frac{1}{5}$ to $\frac{2}{10}$, and adds $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10}$.

Example c) shows the addition of $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$. The student finds the common denominator 12, converts $\frac{3}{4}$ to $\frac{3 \cdot 3}{12} = \frac{9}{12}$ and $\frac{2}{3}$ to $\frac{2 \cdot 4}{12} = \frac{8}{12}$, and adds $\frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12}$.

Figura 33 – Resolução do aluno por meio do mínimo múltiplo comum
Fonte: Instrumento diagnóstico – segundo momento

O ensino de frações é um tema, na visão do aluno, bastante complexo conforme respostas de dois alunos, dadas à questão: “Você gostou de estudar frações? Por quê?” Eles declararam: “Mais ou menos, porque eu não entendi muito”; “Não muito pois é um pouco difícil”.

Uma parcela significativa dos estudos publicados a respeito do ensino-aprendizagem de frações aponta que as falhas nesse processo decorrem, possivelmente, da forma como os conteúdos são abordados nos livros didáticos, com ênfase dada à representação parte-todo, e também da forma como é desenvolvido pelos educadores, como já mencionado nesse estudo.

5.5 Potencialidades e fragilidades do processo ensino-aprendizagem

Durante o processo de ensino-aprendizagem do ensino de número racional na forma fracionária buscamos identificar elementos que possam apontar fragilidades e potencialidades na proposta desenvolvida, bem como subsídios que possibilitem esclarecer as questões levantadas ao longo deste trabalho e atingir os objetivos da pesquisa.

O processo de ensino-aprendizagem e as leituras realizadas mostraram que a abordagem do ensino do número racional fracionário apresentou potencialidades, tais como:

- as discussões e reflexões provocadas, pois contribuíram para que os alunos estabelecessem relações e generalizações de fatos e situações cotidianas, bem como proporcionaram momentos propícios para participação e contribuição de todos;
- o contrato didático estabelecido entre a professora, o grupo de alunos participantes da pesquisa e o conhecimento, que, de acordo com Silva (1999), desenvolve-se numa relação de interação social entre esses três elementos, gerando um ambiente de cooperação, participação e afetividade, propício à apropriação de significados;
- as atividades lúdicas pelo envolvimento, interação e socialização que promovem entre os alunos. É importante destacar que os momentos de atividades lúdicas em que os alunos tiveram a oportunidade de recortar, dobrar, colorir ou, mesmo, jogar proporcionaram o desenvolvimento de outras habilidades que não somente a do intelecto referente ao conhecimento matemático, pois nesses momentos os alunos desenvolvem, respectivamente, a motricidade fina, a coordenação motora, bem como a capacidade de observação, de argumentação, de organização, de tolerância. A empiria mostrou que os alunos têm dificuldades, mas que, no momento do jogo, da discussão, da interação, da argumentação, conseguem movimentar o objeto matemático efetivamente. É possível observar que o jogo, por proporcionar o diálogo, a troca, a argumentação, desencadeia um processo de comunicação importante para o desenvolvimento social, emocional e intelectual da criança;
- o uso da equivalência de frações, que, de acordo com Nunes (2005), é um aspecto importante para a compreensão do conceito de fração.

Entendemos que a abordagem do processo ensino-aprendizagem de frações desenvolvida neste estudo apresenta fragilidades, tais como:

- o ensino de frações na abordagem inicial enfatizando as quantidades contínuas e

descontínuas na relação parte-todo: os estudos sobre o ensino-aprendizagem de frações apontam esta questão como um dos fatores que dificultam a formação do conceito de fração. De fato, a análise da prática desenvolvida apontou que nem todos os alunos atingiram o objetivo proposto;

- o não aprofundamento das significações de fração quociente e operador multiplicativo, pois, segundo estudos citados por Nunes e Bryant (1997), trabalhar com duas variáveis possibilita a vinculação íntima com a compreensão dos alunos de situações de divisão e frações;
- os recursos tecnológicos não contemplados no processo de ensino-aprendizagem, pois se sabe que a escola precisa preparar os alunos para atuarem numa sociedade que se encontra num acelerado e amplo processo de informatização.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscar aperfeiçoamento em cursos de pós-graduação, seja de especialização, seja de mestrado ou doutorado, é uma ação decorrente da busca que move um considerável número de educadores em torno do processo ensino-aprendizagem, especialmente sobre o quê e como ensinar. Percebe-se em vários estudos publicados sobre o tema frações um consenso de que o ensino desse conhecimento precisa superar a ideia da comparação simples das partes com o todo e, também, dos processos práticos de resolução das operações com números racionais na representação fracionária.

Na introdução desse trabalho apontamos a preocupação de educadores com as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos em relação ao conteúdo de frações. Lembramos que a ação pedagógica não pode se ocupar apenas com o raciocínio lógico-matemático, tampouco com o conteúdo preestabelecido pelas propostas curriculares e pelos livros didáticos, bem como não é suficiente ao aluno memorizar processos de resolução e saber operar com números fracionários. Entendemos que é preciso proporcionar ao aluno uma formação integral, que lhe possibilite desenvolver as capacidades de análise comparação e interpretação coerente, de fatos, situações e fenômenos presentes no meio em que vive.

Para tanto, neste estudo buscamos por meio da ação e da reflexão da própria prática desenvolver um processo que possibilitasse aos alunos ir além do “saber resolver”, visando desenvolver condições intelectuais e sociais para que sejam capazes de estabelecer relações e novas aprendizagens.

A análise qualitativa do processo de ensino-aprendizagem e a análise da própria prática nesse processo permitiram-me intuir que os conhecimentos construídos e aplicados constituem-se em momentos de descobertas positivas e esclarecedoras quanto ao “o quê ensinar” e “como ensinar”. Para Perrenoud (2002), a prática reflexiva consiste em aprender a obter benefícios dessa reflexão, nutrindo um saber agir de forma mais coerente e decisivo sobre os fatos.

Estudos desenvolvidos por Streefland para o ensino de frações, citados por Nunes (2005), apontam que os alunos compreendem a ideia da representação fracionária e equivalência de frações, quando lhes é solicitado que façam uma distribuição justa. Como exemplo, o autor cita o problema: “Temos três chocolates para distribuir igualmente entre quatro garotos. Como pode ser feita a distribuição? Que parte do chocolate os garotos vão receber? Mostre a distribuição no desenho. Escreva em frações quanto cada um vai ganhar”.

No caso, faz referência a um problema de divisão, que os alunos não têm dificuldade de compreender em razão do esquema de distribuição, ou seja, nessa situação as frações apresentam relação com o conceito de divisão. Além disso, a divisão não é de uma unidade em áreas, mas de três unidades, proporcionando aos alunos um grande número de soluções e o contato com a equivalência e adição de frações. (NUNES, 2005, p. 159). Caso as variações de divisões não surjam diretamente, o autor sugere que o professor as provoque por meio de questionamentos.

Ressaltamos, assim como Nunes (2005), que ao trabalhar a representação fracionária é necessário estabelecer uma relação entre o raciocínio multiplicativo⁷ e as frações; promover a compreensão do conceito de equivalência e a conexão entre frações e divisão, assim como trazer para a reflexão a ideia de relação entre representação fracionária e representação por razões.

Ao comparar os percentuais de acertos obtidos nos dois momentos de aplicação do instrumento diagnóstico foi possível observar uma elevação considerável desses percentuais, ou seja, na representação gráfica e numérica de fração houve um aumento na ordem de 48%; a adição com denominadores iguais atingiu 25%; a adição e subtração com denominadores diferentes, 75%; a multiplicação, 41%, e a divisão obteve o aumento mais expressivo, atingindo 84%.

Apesar de levarmos em consideração que, no segundo momento, os alunos estavam mais bem preparados que no primeiro, quando o instrumento diagnóstico foi aplicado, é possível constatar que as atividades desenvolvidas, os jogos, o diálogo, os debates, as interações provocaram progresso na aprendizagem dos alunos após o programa trabalhado. Entretanto, a análise qualitativa do objeto de pesquisa nos mostra que ainda precisamos avançar no ensino do número racional fracionário, buscando contemplar um conjunto de situações diferentes e seus diferentes significados dentro de um contexto de quantidades contínuas e descontínuas, de forma a possibilitar que tanto alunos quanto professores superem obstáculos de ordem epistemológica e didática.

É preciso levar em conta também que, recentemente, a duração do ensino fundamental foi ampliada, passando de oito para nove anos. Assim, uma criança que não tenha sofrido reprovação, ao passar para a quinta-série do ensino fundamental terá 10 ou 11 anos, ou seja, será um ano mais nova e, portanto, encontra-se com um nível de desenvolvimento intelectual

⁷ O raciocínio multiplicativo, segundo Nunes (1997), é uma relação entre duas variáveis. Refere-se às situações que envolvem as operações de multiplicação e divisão. A resolução de situações que envolvem operações com fração faz parte das estruturas multiplicativas.

mental menor daquele em que se encontrará daqui a um ano. É possível deduzir tal situação com base nos estudos de Rimat citados por Vigotsky (1991), já evidenciado anteriormente neste trabalho. Diante desse quadro, é preciso repensar o currículo para saber o quê e como ensinar considerando que, de acordo com Vygostky (1998), a formação de conceitos tem uma exigência acima das possibilidades mentais de uma criança de doze anos.

Na busca de saber como desenvolver o ensino de frações, consideramos importante, como sugere Nunes (2005), abordar a lógica das quantidades extensivas e intensivas, levando os alunos a perceberem aspectos essenciais para a equivalência no contexto dessas quantidades, pois as quantidades extensivas referem-se à comparação de duas quantidades de mesma natureza e na lógica parte-todo; portanto, é um raciocínio aditivo. A equivalência para essas quantidades depende do todo, ou seja, duas frações pertencerão a uma classe de equivalência se os dois todos forem equivalentes. As quantidades intensivas estão baseadas na comparação entre duas quantidades diferentes; portanto, raciocínio multiplicativo. Nessas quantidades podemos falar em equivalência entre duas frações de todos diferentes.

Estudos indicam também que é necessário abordar o ensino de frações com diferentes significações, tais como quociente, medida, número e operador multiplicativo, com variação de situações e grau de complexidade, levando em consideração o conhecimento que os alunos têm a respeito do tema e contemplando situações cotidianas diversificadas da vida destes, o que lhes permitirá atribuir significado às diferentes ideias associadas ao conceito de fração.

Diante disso, a reflexão sobre a própria prática no processo de construção de novos conhecimentos constitui-se em momento de descobertas positivas e esclarecedoras quanto a o quê e como ensinar, possibilitando ao professor modificar de forma consciente sua prática pedagógica. A formação do conceito de número racional na forma fracionária tem sido um tema bastante frequente de pesquisas na área da educação matemática, o que nos leva a intuir que o desenvolvimento do conceito de fração e as operações com frações apresentam-se como desafios que professores e alunos precisam enfrentar, uma vez que se percebem obstáculos didáticos e epistemológicos recorrentes, como a adição ou a subtração dos denominadores e numeradores entre si.

O trabalho a que nos propusemos desenvolver junto aos alunos exigiu muito empenho, no sentido de dar ênfase à formação do conceito de fração e as operações com esses números, exigindo, portanto, cuidado especial na elaboração e na aplicação das atividades de forma que os alunos desenvolvessem um pensamento coerente e lógico em cada situação ou significação.

O ambiente de sala de aula se constitui em momentos novos e desafiadores, por isso havia grande expectativa a cada situação proposta. Em alguns momentos nos surpreendiam as

estratégias e argumentos bem elaborados apresentados pelos alunos, em outros, causava-nos estranheza que o simples fato de trocar um valor numérico criava um obstáculo para eles. Tais situações de insegurança ocorriam nas operações (adição de frações com denominadores diferentes), especialmente quando lhes era proposto um distanciamento do material de apoio.

Acreditamos que a metodologia e as atividades desenvolvidas possibilitaram para a maioria dos alunos o desenvolvimento da formação do conceito de número racional fracionário e suas operações.

Por fim, acredito que as reflexões sobre a própria prática e o desenvolvimento de um estudo tendo como objeto de pesquisa a prática de sala de aula conduzem à plena consciência daquilo que realmente pode ser significativo no processo ensino-aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Paulo Nunes. *Dinâmica lúdica: técnicas e jogos pedagógicos*. São Paulo: Edições Loyola, 1984.

AMORIM, Marlene Pires. *Apropriação de significações do conceito de números racionais: um enfoque histórico-cultural*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma. SC, 2007. Disponível em: <www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000031/00003118.pdf>. Acesso em: 21 nov.2008

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. *Etnografia da prática escolar*. Campinas, SP: Papirus, 1995. (Série Prática pedagógica).

ANDREOLLA, Neusa. *Aulas de ciências naturais: interações discursivas e construção de conhecimentos*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2003.

ANDRINI, Álvaro, VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando matemática*. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

BERANGER, Renato J. G. Para somarmos frações é preciso calcular o MMC dos denominadores. *Jornal do Anglo*, Rio de Janeiro, n. 6, 30 ago. 2006. Disponível em: <http://www.angloamericano.edu.br/jornaldoanglo/edicao06/artigos_colegio.asp> . Acesso em: 21 nov. 2008.

BITTENCOURT, Jane; OLSSON, Sandra; SANT'ANNA, Diogo C. Transposição e mediação didática no ensino de frações. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro: Unesp, ano 20, n. 27, p. 71-79, 2007.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. São Paulo: FTD, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. V. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*. Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação a distância. *TV Escola - Matemática*. Brasília, v. II.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação a distância. *TV Escola – Salto para o futuro*. Brasília.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. 6. ed. Reservados os direitos para Portugal por Gradiva – Publicações Ltda. 2005.

CASTOLDI, Cyntia. *Processo de formação do conceito de fração: interações em sala de aula*. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Passo Fundo. PF, 2005.

DALBOSCO, Cláudio Almir. *Pedagogia filosófica: cercanias de um diálogo*. São Paulo: Paulinas, 2007. (Coleção Educação em foco).

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. São Paulo: Summus; Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1986.

_____. *Educação matemática: da teoria à prática*. 11. ed. Campinas: Papirus, 2004.

DICKEL, Adriana. Que sentido há em se falar em professor-pesquisador no contexto atual? Contribuições para o debate. In: GERALDI, Corinta M. G.; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete M. de A. (Org). *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas: Mercado de Letras, 2001. p. 33-71.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 2007.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR. *A conquista da matemática: a + nova*. São Paulo: FTD, 2002.

GRANDO, Neiva I. Dificuldades e obstáculos em educação matemática. *Espaço Pedagógico*, Passo Fundo: UPF, v. 2, n. 1, p. 109-122, 1995.

IGLIORI, Sonia B. C. A noção de “obstáculo epistemológico” e a educação Matemática. In: MACHADO, S. D. (Org.). *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: Educ, 1999. p. 89-113. Série Trilhas.

KALINKE, Marco Aurélio. Conceitos Fundamentais da Matemática. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro: Unesp, ano 15, n. 17, p. 135-141, 2002.

LELLIS, Marcelo; IMENES, Luiz Márcio P.. O ensino de matemática: e a formação do cidadão. *Temas & Debates*: SBEM, ano VII, n. 5, p. 9-13, out. 1994.

LIBÂNEO, José Carlos. *A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: Davídov e a teoria histórico-cultural da atividade*. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/26/outrostextos/tegt04.doc>. Acesso em: 16 jul. 2009.

A MATEMÁTICA e a Medicina. In: *IATROS – Estatísticas e Pesquisa Científica para Profissionais de Saúde*. Disponível em: <<http://www.vademecum.com.br/iatros/tópicos.htm>>. Acesso em: 08 mar. 2009.

MINAYO, Maria C. de Souza. *O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde*. 8. ed. São Paulo: Hucitec, 2004.

MIRANDA, Werventon S. *Erros e obstáculos: os conteúdos matemáticos do ensino fundamental no processo de avaliação*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2007. Disponível em: <[http://www.ufpa.br/ppgecm/media/Dissertacoes_Werventon dos Santos Miranda.pdf](http://www.ufpa.br/ppgecm/media/Dissertacoes_Werventon%20dos%20Santos%20Miranda.pdf)>. Acesso em: 27 jan. 2009.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha. et al. *Educação matemática: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez, 2005.

PAIS, Luiz C. Transposição didática. In: MACHADO, S. D. (Org.). *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: Educ, 1999. (Série Trilhas).

PERRENOUD, Philippe; BARBOSA, Maria Carmen Silveira (Rev.). *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

_____. PERRENOUD, Philippe; SCHILLING, Cláudia (Trad.). *A prática reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica*. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PIAGET, Jean. *Epistemologia genética*. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

PIMENTA, Selma Garrido; GHEDIN, Evandro (Org.). Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: _____. *Professor reflexivo no Brasil gênese e crítica de um conceito*. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2005. p. 12-52.

SANTOS, Rosângela Salles dos; MÜHL, Vera Jussara Lourenzi. Aproximações entre matemática, arte, informática e educação em prol de uma vida longa com qualidade. In: CASARA, Miriam Bonho; CORTELLETTI, Ivonne Assunta; BOTH, Agostinho. (Org.) *Educação e envelhecimento humano*. Caxias do Sul: Educus, 2006. p. 71-95.

SÃO PAULO. *Proposta curricular: Matemática (Ensino Fundamental e Médio) – Estudo e ensino*. I. Fini, Maria Inês. II. São Paulo: SEE, 2008.

SILVA, Benedito A. Contrato didático. In: MACHADO, S. D. (Org.). *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: Educ, 1999. (Série Trilhas).

SILVA, Elcio O.; MOREIRA, Mariano; GRANDO, Neiva I. O contrato didático e o currículo oculto: um duplo olhar sobre o fazer pedagógico. *Zetetiké*, Campinas, v. 4, n. 6, p. 9-23, jul/dez. 1996.

SOARES, Wander. *O livro didático e a educação*. 2002. Disponível em: www.abrelivros.org.br/abrelivros/texto.asp?id=154. Acesso em: 17 nov. 2008.

STRUIK, Dirk J. *História concisa das matemáticas*. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1992.

VIGOTSKY, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

_____. *A formação social da mente*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

_____. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

APÊNDICE

APÊNDICE A – Instrumento diagnóstico aplicado aos alunos antes e após o ensino de números racionais na forma fracionária.

Nome:

Série: Data de nascimento:/...../..... Sexo: () M () F

1) Você sempre estudou nesta escola?

() Sim () Não

2) Você já repetiu alguma série?

() Sim () Não Em quais disciplinas?

3) Você já estudou frações?

() Sim () Não Em quais séries?

4) Você gostou de estudar frações? Por quê?

5) Você gostaria de estudar mais sobre frações? Por quê?

6) Na sua opinião, você aprendeu todo o conteúdo estudado sobre frações?

7) Você ficou com alguma dificuldade no conteúdo de frações?

Sim Não

Em que parte do conteúdo você ficou com dificuldade?

8) Você acha importante estudar frações? Por quê?

9) O que é fração?

10) Escreva uma fração e represente-a graficamente.

11. Efetue as operações:

$$\text{a) } \frac{2}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$\text{b) } \frac{1}{5} + \frac{4}{10} =$$

$$\text{c) } \frac{3}{4} + \frac{2}{3} =$$

$$\text{d) } \frac{2}{3} - \frac{1}{5} =$$

$$\text{e) } \frac{6}{7} \times \frac{4}{9} =$$

$$\text{f) } \frac{3}{5} \div \frac{1}{4} =$$

D372r Demartini, Idite Terezinha
Refletindo sobre a formação do conceito de número racional na forma fracionária / Idite Terezinha Demartini. – 2009.
104 f. ; 30 cm.
Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, 2009.
Orientação: Dr. Neiva Ignês Grando.
1. Matemática recreativa. 2. Educação. 3. Frações.
4. Matemática – Estudo e ensino. I. Grando, Neiva Ignês, orientadora. II. Título.

CDU: 372.851