

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

Área de concentração: Infraestrutura e Meio Ambiente

**Dissertação de Mestrado**

**OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DA SEÇÃO DE TERÇAS DE  
COBERTURA EM PERFIS FORMADOS A FRIO**

Wesley Chimento

Passo Fundo

2023



CIP – Catalogação na Publicação

---

C533o Chimento, Wesley

Otimização geométrica da seção de terças de cobertura em perfis formados a frio [recurso eletrônico] / Wesley Chimento. – 2023.

4 MB ; PDF.

Orientador: Prof. Dr. Zacarias Chamberlain Pravia.

Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de Passo Fundo, 2023.

1. Aço - Estruturas - Normas. 2. Otimização geométrica.  
3. Perfis formados a frio. 4. Simulated annealing (Mathematics). I.  
Pravia, Zacarias Chamberlain, orientador.

II. Título.

CDU: 624.014.2

---

Catalogação: Bibliotecária Jucelei Rodrigues Domingues - CRB 10/1569

WESLEY CHIMENTO

**OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DA SEÇÃO DE TERÇAS DE  
COBERTURA EM PERFIS FORMADOS A FRIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, do Instituto de tecnologia (ITec) da Universidade de Passo Fundo, para obtenção do grau de Mestre em Engenharia.

Data de aprovação: 27/09/2023

Doutor Zacarias Chamberlain Pravia

Orientador

Universidade de Passo Fundo - UPF

Doutor Moacir Kripka

Universidade de Passo Fundo - UPF

Doutor Guilherme Fleith de Medeiros

Universidade de Passo Fundo - UPF

Doutor Carlos Humberto Martins

Universidade Estadual de Maringa - UEM

Passo Fundo 2023

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de expressar minha sincera gratidão a meus amados pais, Vanderlei Chimento e Elisabete Lourdes Frizon Chimento, e a meu querido irmão, Raphael Chimento. Sua inabalável dedicação, apoio e amor foram a âncora que me sustentou ao longo desta jornada desafiador. Agradeço do fundo do coração por estarem sempre ao meu lado, compartilhando minha alegria e aliviando minhas preocupações. Este marco não teria sido possível sem vocês, e por isso, minha jornada é também um reflexo do amor e suporte que vocês gentilmente ofereceram. Sou eternamente grato por tudo que fizeram por mim.

Gostaria de agradecer também ao meu orientador Doutor Zacarias Chamberlain Pravia, por todo o apoio e incentivo no desenvolvimento deste trabalho e pelo compartilhamento do conhecimento que foi de suma importância para a superação dos desafios encontrados durante essa jornada. Agradeço também a todos os professores do Programa de Pós-Graduação da Universidade de Passo Fundo pelas aulas e apoio durante o processo de estudos.

Gostaria de estender meus sinceros agradecimentos à CAPES pelo valioso suporte financeiro fornecido por meio da bolsa durante o período de realização da minha dissertação de mestrado. Essa oportunidade permitiu que eu me dedicasse aos estudos e à pesquisa, contribuindo significativamente para o êxito deste trabalho. Agradeço à CAPES pelo investimento no desenvolvimento acadêmico e profissional dos estudantes.

Por fim gostaria de agradecer a cada amigo que, durante o período de desenvolvimento deste trabalho, apoiou minhas escolhas e acompanhou essa caminhada ao meu lado, dando suporte e aliviando momentos de tensão. Agradeço também ao time da Faculdade CESURG Marau pelo apoio durante esse período, onde muitos tornaram-se amigos e abriram oportunidades que possibilitaram meu desenvolvimento.

## RESUMO

Sabe-se que os perfis formados a frio têm ganhado espaço entre as estruturas de aço por apresentarem características como boa relação resistência/peso, por exemplo. Porém, existem poucas variações de seções transversais desses perfis num âmbito comercial, o que implica muitas vezes em projetos superdimensionados. Assim, este trabalho tem como foco principal a otimização geométrica de terças de aço em perfis formados a frio utilizando restrições de fabricação, para que assim se colabore de modo a gerar economia tanto de matéria prima quanto monetária para os projetos que contenham esse elemento, impactando assim o âmbito econômico e ambiental, e preservando a aplicabilidade desse estudo uma vez que se consideram seções fabricáveis. Para que isso fosse possível foi desenvolvida, a partir da linguagem de programação Python, uma rotina de cálculo de dimensionamento de perfis formados a frio submetidos a solicitações de flexão simples. Como método de dimensionamento é utilizado o Método da Largura Efetiva, o qual se faz presente na ABNT NBR 14762:2010. Para isso, as seções dos perfis foram discretizadas em nós e elementos, a fim de que se pudesse dimensionar perfis de seção qualquer determinada pelo problema. Após desenvolvida a rotina, foi implementado o método de otimização Simulated Annealing, com isso foi possível encontrar qual a forma da seção transversal dos perfis atende as solicitações com o menor consumo de material, encontrando dessa forma as seções ótimas dos mesmos em função do comprimento, e assim encontrando relações dimensionais ótimas e um padrão de convergência da forma geométrica dos perfis otimizados. Foram também por fim analisadas seções geométricas não considerando restrições de fabricação, onde foi possível observar o comportamento da geometria dos perfis convergindo para seções circulares como sendo as ótimas.

**Palavras-chave:** Otimização geométrica; Perfis formados a frio; Terças; Simulated Annealing.

## ABSTRACT

It is known that cold-formed profiles have gained popularity in steel structures due to their favorable strength-to-weight ratio, for instance. However, there are few variations in the cross-sectional shapes of these profiles commercially available, often leading to over dimensioned designs. Therefore, this study focuses on the geometric optimization of purlins in cold-formed steel profiles, considering manufacturing constraints, to promote cost savings in both environmental resources and finances for projects incorporating this element. This has a significant impact on the economic and environmental aspects while preserving the practicality of the study by considering manufacturable sections. To achieve this, a calculation routine for dimensioning cold-formed profiles subjected to simple bending was developed using the Python programming language. The Effective Width Method, as specified in ABNT NBR 14762:2010, was employed for dimensioning. The profiles' sections were discretized into nodes and elements, allowing for the sizing of profiles with any cross-sectional shape defined by the problem. Subsequently, the Simulated Annealing optimization method was implemented to identify the optimal shape of the profile's cross-section, meeting the requirements with the least material consumption. This led to finding the optimal sections based on length, establishing optimal dimensional relationships and a convergence pattern for the geometric shape of the optimized profiles. Finally, geometric sections were also analyzed without considering manufacturing constraints, revealing that the profiles' geometry converged towards circular sections as the optimal shape.

**Keywords:** Geometric Optimization; Cold Formed Profiles; Purlins; Simulated Annealing.

## LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AG	Algoritmos Genéticos
SA	Simulated Anneling
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
MLE	Método das Larguras Efetivas
MRD	Método da Resistencia Direta
MSE	Método da Seção Efetiva
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
PPF	Perfis formados a frio

## LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Aços a serem utilizados no estudo e suas características.....	70
Quadro 02 – Variação dos valores de validação das características geométricas de área, inércia em x e inércia em y dos perfis testados. ....	100
Quadro 03 – Variação dos valores de validação das características geométricas de inércia transversal, raio de giração e centroide em X dos perfis testados. ....	101
Quadro 04 – Variação dos valores de validação das características geométricas de centro de cisalhamento, coeficiente de empenamento e módulo elástico dos perfis testados. ....	102
Quadro 05 – Validação dos dimensionamentos a esforços de tração e compressão para perfis de 1m. ....	105
Quadro 06 – Validação dos dimensionamentos a esforços de tração e compressão para perfis de 6m. ....	105
Quadro 07 – Validação dos dimensionamentos a esforços de cortante para perfis de 1m.....	106
Quadro 08 – Validação dos dimensionamentos a esforços de cortante para perfis de 6m.....	107
Quadro 09 – Validação dos dimensionamentos a esforços de momento para perfis de 1m comparando ao software DimPerfis.....	108
Quadro 10 – Validação dos dimensionamentos a esforços de momento para perfis de 6m comparando ao software DimPerfis.....	108
Quadro 11 – Validação dos dimensionamentos a esforços de momento para perfis de 1m comparando ao software CUFSM. ....	109
Quadro 12 – Validação dos dimensionamentos a esforços de momento para perfis de 1m comparando ao software CUFSM. ....	110
Quadro 13 – Comparação e exposição dos dados do processo de otimização geométrica de perfis de 3m. ....	114
Quadro 14 – Comparação e exposição dos dados do processo de otimização geométrica de perfis de 4m. ....	117
Quadro 15 – Comparação e exposição dos dados do processo de otimização geométrica de perfis de 5m. ....	119
Quadro 16 – Comparação e exposição dos dados do processo de otimização geométrica de perfis de 6m. ....	122

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Diminuição da energia consumida e da emissão de CO <sub>2</sub> na produção de aço ao longo dos anos.....	24
Figura 02 – ODS impactados diretamente pela área da construção civil.....	25
Figura 03 – ODS impactados indiretamente.....	25
Figura 04 – Formação a frio de perfil de aço a partir de linha de perfilação.....	29
Figura 05 – Conformação a frio de perfil metálico a partir de uma prensa dobradeira.....	29
Figura 06 – Perfis formados a frio utilizados como componentes e treliça estrutural.....	31
Figura 07 – Perfis da série comercial de acordo com a NBR 6355:2012.....	32
Figura 08 – Perfis compostos por 2 perfis U.....	33
Figura 09 – Comportamento de PFF em função do modo de instabilidade local.....	35
Figura 10 – Comportamento de PFF em função do modo de instabilidade distorcional.....	36
Figura 11 - Comportamento de PFF em função do modo de instabilidade global.....	37
Figura 12 – Seção efetiva de um perfil U submetido a flexão.....	40
Figura 13 – Digrama simplificado de tensão-deformação.....	41
Figura 14 – Comportamento de placa a instabilidade.....	41
Figura 15 – Discretização da placa com barras em formato de grelha.....	42
Figura 16 – Diagramas de distribuição de tensões na instabilidade de placas.....	43
Figura 17 – Definição da Largura Efetiva.....	44
Figura 18 – Utilização de terças em PFF ligadas a estrutura de PFF e vigas soldadas/laminada.....	51
Figura 19 – Organização das partículas quanto ao estado de energia atingido em função do recozimento.....	58
Figura 20 – Fluxograma do processo de simulated annealing.....	60
Figura 21 – Ranking das linguagens de programação segundo IEEE Spectrum.....	63
Figura 22 – Organograma da metodologia.....	68
Figura 23 – Diagrama de corpo livre representando o elemento de estudo.....	69
Figura 24 – Perfil discretizado em nós e elementos.....	70
Figura 25 – Fluxograma de processos do algoritmo a ser desenvolvido.....	71
Figura 26 – Fluxograma da rotina de cálculo a ser elaborada.....	72
Figura 27 – Fluxograma do processo de caracterização geométrica do perfil.....	73
Figura 28 – Etapa A-B do processo de caracterização geométrica do perfil.....	74

Figura 29 – Etapa C-D do processo de caracterização geométrica do perfil.....	74
Figura 30 - Determinação dos segmentos principais em função das coordenadas dos nós.....	75
Figura 31 – Determinação das retas paralelas aos segmentos principais e determinação dos centros dos semicírculos.....	76
Figura 32 – Determinação das coordenadas dos setores semicirculares e retangulares que formam a silhueta principal do perfil.....	77
Figura 33 – Faixa infinitésima $ds$ de um elemento de perfil de seção aberta.....	79
Figura 34 – Convenções e distâncias tangenciais dos elementos de PFF.....	81
Figura 35 – Distribuição das unidades de empenamento em elementos de placa.....	81
Figura 36 – Janela de inicialização para aplicação do software.....	89
Figura 37 – Janela de inicialização para aplicação do software.....	90
Figura 38 – Janela de inicialização para aplicação do software.....	90
Figura 39 – Janela de inicialização para aplicação do software.....	90
Figura 40 – Janela de inicialização para aplicação do software.....	91
Figura 41 – Gráfico cartesiano do perfil isolado.....	93
Figura 42 – Gráficos do perfil grifando as regiões não efetivas dos perfis.....	93
Figura 43 – Relatório final no terminal do próprio programa.....	94
Figura 44 – Retorno de cada iteração contendo as soluções da função objetivo.....	94
Figura 45 – Geometria dos perfis especiais 01, 02, 03 e 04. ....	97
Figura 46 – Geometria dos perfis especiais 05, 06, 07 e 08. ....	97
Figura 47 – Geometria dos perfis especiais 09, 10 e 11. ....	98
Figura 48 – Perfil inicial de 3m para aplicação do processo de otimização sem enrijecedores. 112	
Figura 49 – Perfil inicial de 3m para aplicação do processo de otimização com enrijecedores 112	
Figura 50 – Geometria transversal otimizada de perfis de 3m sem enrijecedores.....	113
Figura 51 – Geometria transversal otimizada de perfis de 3m com enrijecedores.....	113
Figura 52 – Perfil inicial de 4m para aplicação do processo de otimização sem enrijecedores. 115	
Figura 53 – Perfil inicial de 4m para aplicação do processo de otimização com enrijecedores 115	
Figura 54 – Geometria transversal otimizada de perfis de 4m sem enrijecedores.....	116
Figura 55 – Geometria transversal otimizada de perfis de 4m com enrijecedores.....	116
Figura 56 – Perfil inicial de 5m para aplicação do processo de otimização sem enrijecedores. 117	
Figura 57 – Perfil inicial de 5m para aplicação do processo de otimização com enrijecedores 118	
Figura 58 – Geometria transversal otimizada de perfis de 5m sem enrijecedores.....	118
Figura 59 – Geometria transversal otimizada de perfis de 5m com enrijecedores.....	119
Figura 60 – Perfil inicial de 6m para aplicação do processo de otimização sem enrijecedores. 120	

Figura 61 – Perfil inicial de 6m para aplicação do processo de otimização com enrijecedores	121
Figura 62 – Geometria transversal otimizada de perfis de 6m sem enrijecedores.....	121
Figura 63 – Geometria transversal otimizada de perfis de 6m com enrijecedores.....	122
Figura 64 – Perfil ótimo sem restrições de fabricação com 4m de comprimento.....	123
Figura 65 – Perfil ótimo sem restrições de fabricação com 5m de comprimento.....	124
Figura 66 – Perfil ótimo sem restrições de fabricação com 6m de comprimento.....	124
Figura 67 – Gráfico de relação ótima entre a massa linear pelo comprimento do perfil.....	125
Figura 68 – Gráfico de relação ótima entre a massa linear pelo comprimento do perfil.....	127
Figura 69 – Gráfico de relação ótima entre a altura útil pelo comprimento do perfil.....	127

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	14
<b>1.1. Justificativa</b>	15
<b>1.2. Objetivo Geral</b>	18
<b>1.3. Objetivos Específicos</b>	18
<b>1.4. Estrutura Da Dissertação</b>	18
<b>2. REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO</b>	20
<b>2.1. Estruturas De Aço</b>	20
2.1.2. Vantagens E Desvantagens Das Estruturas De Aço	21
<b>2.2. Perfis Formados A Frio</b>	26
2.2.1. Fabricação	28
2.2.2. Utilização	30
2.2.3. Perfis Comerciais	31
2.2.4. Dimensionamento de PFF	33
2.2.4.1. <i>Comportamento de PFF</i>	33
2.2.4.2. <i>Dimensionamento conforme a ABNT NBR 14762:2010</i>	38
2.2.4.2.1. <i>Método da Largura Efetiva</i>	39
2.2.4.2.1.1. <i>Comportamento de uma placa comprimida</i>	40
2.2.4.2.1.2. <i>Resistência pós-flambagem e determinação da Largura Efetiva</i>	42
2.2.4.2.1.3. <i>Cálculo da largura efetiva</i>	44
2.2.4.2.1.4. <i>Dimensionamento de barras à flexão</i>	45
2.2.4.2.1.5. <i>Dimensionamento ao esforço cortante</i>	48
2.2.4.2.2. <i>MSE e MRD</i>	49
2.2.5. Terças de aço em perfis formados a frio	50
<b>2.3. Otimização</b>	52
2.3.1. Formulação de problemas de otimização	54
2.3.2. Métodos e ferramentas de otimização	56
2.3.2.1. <i>Simulated Annealing</i>	57
2.3.3. Ferramentas de Otimização	61
<b>2.4. Trabalhos Sobre O Tema</b>	64
<b>3. METODOLOGIA</b>	68
<b>3.1. Descrição Do Modelo De Estudo</b>	68
<b>3.2. Desenvolvimento Da Rotina De Cálculo</b>	71

3.2.1. Definições das características geométricas.....	72
3.2.1.1. <i>Definição das coordenadas principais dos elementos constituintes do perfil</i> .....	75
3.2.1.2. <i>Definição dos centroides</i> .....	77
3.2.1.3. <i>Definição das inércias do perfil</i> .....	78
3.2.1.4. <i>Definição do coeficiente de empenamento do perfil (<math>C_w</math>)</i> .....	80
3.2.1.5. <i>Determinação das demais características geométricas do perfil</i> .....	83
3.2.1.6. <i>Definição das características do perfil efetivo</i> .....	84
3.2.1.7. <i>Demais considerações</i> .....	84
3.2.2. Validação da rotina de cálculo.....	85
<b>3.3. Formulação Do Problema De Otimização</b> .....	<b>86</b>
<b>3.4. Implementação Do Algoritmo De Resolução Do Problema De Otimização</b> .....	<b>88</b>
3.4.1. Funcionamento do Software .....	88
3.4.2. Parâmetros de otimização utilizados .....	95
<b>3.5. Validação Do Programa Desenvolvido</b> .....	<b>96</b>
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>99</b>
<b>4.1. Validação Da Determinação Das Características Geométricas</b> .....	<b>99</b>
<b>4.2. Validação Do Processo De Dimensionamento</b> .....	<b>103</b>
<b>4.3. Aplicação Do Processo De Otimização</b> .....	<b>111</b>
4.3.1. Perfis de 3m.....	111
4.3.2. Perfis de 4m.....	114
4.3.3. Perfis de 5m.....	117
4.3.4. Perfis de 6m.....	120
<b>4.4. Perfis Sem Restrições De Fabricação</b> .....	<b>122</b>
<b>4.5. Discussões Gerais</b> .....	<b>124</b>
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>129</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>131</b>
<b>APÊNDICE A – DEDUÇÕES E FORMULAÇÕES PARA ANÁLISE GEOMÉTRICA INICIAL DE PFF.</b> .....	<b>136</b>
<b>APÊNDICE B – DEDUÇÕES E FORMULAÇÕES PARA DETERMINAÇÃO INERCIAL DO PERFIL.</b> .....	<b>142</b>
<b>APÊNDICE C – DADOS BRUTOS REFERENTES ÀS VALIDAÇÕES GEOMÉTRICAS E DE DIMENSIONAMENTO DOS PERFIS TESTADOS.</b> .....	<b>152</b>
<b>APÊNDICE D – EXEMPLO DE RELATÓRIO DE OTIMIZAÇÃO EXPORTADO PELO SOFTWARE APÓS CADA PROCESSO COMPLETO EXECUTADO.</b> .....	<b>165</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Ainda que no Brasil os sistemas construtivos em alvenaria tradicional e concreto armado sejam os mais utilizados, fica evidente que nas últimas décadas houve um crescimento considerável no número de construções executadas em aço.

Duarte (2019) diz que o Brasil é um dos 3 países que mais produz minério de ferro em todo o mundo, juntamente com a China e a Austrália, e ainda possui a quinta maior reserva de minério de ferro, sendo uma das mais puras no âmbito de percentual de ferro contido no minério.

Cortez *et al.* (2017), apoiam que o uso de estruturas de aço no Brasil ainda é muito recente, mas que vem sofrendo um avanço rápido e intenso nos últimos anos. O autor ainda comenta que por mais que o método construtivo mais utilizado até hoje fosse o da alvenaria convencional, com o passar dos anos o cenário nacional foi mudando, uma vez que os projetistas estruturais encontraram nas estruturas de aço vantagens competitivas com o potencial de impulsionar o mercado da construção.

Existem diversos fatores que influenciam diretamente nessa mudança, e entre eles estão a necessidade de se construir com maior rapidez, de forma segura, com maior qualidade e com menos desperdício de matéria-prima, características essas que são encontradas nas edificações executadas em aço.

Porém, por mais que existam diversas vantagens em se construir edificações em estruturas de aço, existem também alguns motivos para que esse tipo de construção não seja tão empregado quanto as demais, e alguns desses são, tanto a necessidade de se precisar de uma mão de obra com um determinado nível de qualificação, quanto o preço do aço em relação aos demais materiais de construção.

De acordo com Grigoletti (2008), uma das vantagens mais relevantes dos perfis formados a frio (PFF) é a grande flexibilidade para a formação da seção geométrica transversal do mesmo, porém, essa flexibilidade torna extensa a gama de possibilidades de geometria de seções, sendo assim, geralmente torna-se difícil apontar a de melhor eficiência. Por isso, geralmente, essa vantagem dos PFF não é levada em consideração, sendo normalmente adotadas seções pré-definidas comerciais.

Ainda, segundo o autor, definir seções para diferentes aplicações é interessante no âmbito estrutural, uma vez que os PFF oferecem inúmeras possibilidades de geometria. Porém

essa definição de seção se torna um desafio quando visto em relação à otimização, e assim vem atraindo diversos pesquisadores para o assunto em questão.

Segundo Danilov e Tushina (2014), a utilização de PFF costumava ser limitada, restringindo-se à indústria aeronáutica e automotiva, onde o peso das estruturas era a principal preocupação. Porém, após as melhorias nas técnicas de fabricação desses perfis, aumento da disponibilidade de produto, técnicas de proteção contra corrosão, melhoria dos métodos de dimensionamento, houve um aumento considerável nas construções compostas por PFF. Segundo o autor, ultimamente é comum ver estruturas de perfis formados a frio, sejam somente eles formando uma estrutura ou em conjunto com perfis laminados, por exemplo.

Segundo Pham *et al.* (2014), quando levadas em conta terças e longarinas em PFF, as seções U e Z, são as mais utilizadas no Brasil e no mundo. No entanto, entre as duas, a seção Z se destaca, uma vez que apresenta a possibilidade de sobreposição de barras, adotando mesas de larguras diferenciadas, proporcionando assim continuidade e dupla espessura em regiões de apoio, fazendo com que muitas vezes se tenha um ganho de desempenho e economia quanto ao dimensionamento.

Pensando nesses aspectos, fica cada vez mais a cargo dos projetistas de estruturas de aço apresentarem soluções viáveis para o emprego desse material em obras, otimizando projetos para que consumam menos material e sejam cada vez mais eficientes. Sendo assim, para que seja possível os projetistas trabalharem dessa maneira, os estudos sobre o material, o dimensionamento do perfil e sobre os sistemas construtivos em aço devem avançar constantemente.

Embora essa possibilidade de otimização citada no parágrafo anterior seja real, por muitas vezes não é viável sua utilização, tendo em vista que por diversas vezes a definição de geometrias ideais demanda um tempo considerável do projetista, tempo este que nem sempre está disponível durante a elaboração de projetos.

## **1.1. Justificativa**

Pelo fato da disponibilidade do minério de ferro com alto teor ser uma vantagem econômica para a industrialização e produção de aço, faz sentido que sejam desenvolvidas pesquisas referentes a utilização e tecnologia envolvendo o material.

O mercado da construção civil no Brasil é de suma importância para a sociedade como um todo, impactando diretamente nos meios econômicos, sociais, ambientais e tecnológicos. Sendo assim, o desenvolvimento do setor da construção, é um fator de alta relevância para uma nação que tem como objetivo evoluir e proporcionar uma melhor qualidade de vida para sua população.

Como os perfis de aço têm sua utilização amplamente difundida por todo o mundo, em especial os perfis formados a frio (PFF). Podendo assumir inúmeras formas, esses perfis podem ser usados para elaboração de qualquer elemento estrutural. Porém, hoje em dia, são limitadas as seções de perfis encontrados comercialmente, mesmo que haja uma certa flexibilização na produção de seções especiais. Uma das soluções para um melhor aproveitamento desses perfis é a otimização de sua seção, onde pode-se reduzir a massa por metro linear e, por consequência, o consumo de material utilizado no mesmo, de forma a se obter a máxima eficiência do perfil.

Segundo Pankau e Werochowski (2005), em estruturas formadas a frio é praticamente impossível alterar a geometria da seção do elemento ao longo de seu comprimento, por isso se recomenda que a forma da seção desses elementos seja a mais econômica possível.

Kumar e Kannan (2021) complementam essa ideia, dizendo que em qualquer projeto de elementos estruturais deve-se garantir a segurança e, ao mesmo tempo, projetar de maneira que o custo seja mínimo. No caso de PFF, isso geralmente é conseguido escolhendo a melhor geometria de seção transversal do perfil para que atenda aos requisitos de projeto da maneira mais eficiente possível tanto em termos econômicos como de segurança.

A otimização, no entanto, pouco é utilizada no mercado pelos profissionais da área, pois além de requerer alguns conhecimentos específicos sobre o assunto, demanda de um tempo hábil que não pode, por muitas vezes, ser utilizado pelos mesmos.

Há um longo tempo, a busca por soluções mais eficazes e com menores custos nos projetos de engenharia se tornou prioridade entre os engenheiros. A atual competitividade entre empresas de engenharia faz com que as empresas estejam sempre à procura de redução de custos e maior eficiência em seus empreendimentos, além de estarem cada vez mais exigentes com os prazos e a qualidade dos mesmos.

Segundo Medeiros e Kripka (2012), a redução de custos atrelados a uma estrutura sem deixar de seguir os parâmetros impostos pelas normas técnicas vigentes, pode ocasionar uma economia considerável nos custos finais de empreendimentos, viabilizando os projetos e trazendo um aumento competitividade entre as construtoras. Para esse processo de redução de custos, a otimização pode ser uma opção interessante segundo os autores, pois a mesma permite alcançar maior eficiência dos projetos sem comprometer sua qualidade.

De acordo com Fabeane (2015), a prioridade dos engenheiros estruturais é elaborar e desenvolver projetos estruturais de maneira que esses atendam os requisitos de sua finalidade, procurando sempre melhorar a eficiência dos mesmos seja com a redução de custos ou de recursos. Quando a finalidade do projeto é atendida utilizando o mínimo de materiais e custando o mínimo, é possível dizer que o projeto foi otimizado.

Sabe-se que a questão ambiental, atualmente, é um fator determinante quanto a elaboração e execução de projetos em geral, uma vez que pode viabilizar ou não o mesmo. Sendo assim, entende-se que é dever da sociedade como um todo prezar pelo bem do meio ambiente e garantir a sustentabilidade, sendo reduzido o consumo de matéria-prima utilizada, como por exemplo, o aço e o concreto.

Conforme Lu *et al.* (2003), a falta da comercialização de padrões otimizados torna a escolha de seções econômicas complexa. Porém, a otimização da forma de PFF se torna altamente complexa devido à natureza não linear referente ao comportamento dos PFF.

Segundo Grigoletti (2008), quando se junta a pesquisa em otimização de perfis formados a frio com a modernização rápida e constante de computadores, estimula-se o desenvolvimento de algumas metodologias que podem ser mais eficientes e consistentes, pois assim elimina-se a necessidade de se utilizar processos simplificados de dimensionamento para simular o comportamento dos PFF.

“Dada a atual expansão no uso de aço conformado a frio, o surgimento de formas transversais cada vez mais complexas, os avanços contínuos na fabricação e a busca cada vez mais importante por soluções de construção eficientes e sustentáveis, a otimização de produtos de aço conformado a frio é um campo de pesquisa extremamente relevante” (BECQUE, 2019).

Com base nos contextos citados anteriormente, fica clara a importância de se pesquisar sobre PFF, e sobre a otimização atrelada aos mesmos, de forma a reduzir custos, monetários e ambientais, e melhorar o processo de dimensionamento dos mesmos de forma a simular o comportamento mais realista dos perfis.

## 1.2. Objetivo Geral

Otimizar a geometria da seção transversal de terças de aço em perfis formados a frio submetidos à flexão simples, dimensionando os mesmos pelo método das larguras efetivas e utilizando de processos de otimização em Simulated Annealing.

## 1.3. Objetivos Específicos

A seguir são listados os objetivos específicos do presente trabalho:

- i. Desenvolver um estudo teórico sobre o dimensionamento de perfis formados a frio de maneira a entender os parâmetros que afetam os resultados;
- ii. Desenvolver uma rotina de cálculo de perfis formados a frio que seja capaz de dimensionar perfis de diferentes geometrias de seção transversal;
- iii. Formular um problema de otimização geométrica onde seja possível prever os aspectos e características dos projetos de terças de aço compostas por PFF;
- iv. Aplicar um método de otimização a esse problema capaz de encontrar as seções geométricas ótimas de perfis formados a frio submetidos à flexão.

## 1.4. Estrutura Da Dissertação

O *Capítulo 1* apresenta uma breve introdução sobre o tema abordado, justifica sua importância, a problemática que deu origem ao tema de estudo e apresenta os objetivos gerais e específicos estipulados para este trabalho.

No *Capítulo 2* é apresentada a revisão bibliográfica que traz diversos trabalhos que servem como embasamento para este trabalho, de maneira a abordar os principais conceitos necessários para elaboração do mesmo. Na revisão bibliográfica são apresentados os fundamentos sobre estruturas de aço, perfis formados a frio e seu dimensionamento, e os conceitos sobre otimização estrutural e suas aplicações.

O *Capítulo 3* mostra o desenvolvimento metodológico seguido para elaborar este trabalho de forma a apresentar todos os procedimentos e condições consideradas.

No *Capítulo 4* são descritos os resultados obtidos para a validação do programa desenvolvido, onde os mesmos afirmam a eficiência da rotina desenvolvida em relação aos parâmetros geométricos e de dimensionamento. Além disso são apresentados os dados obtidos com a aplicação do processo de otimização dos perfis de forma a demonstrar os resultados e pontos de coerência encontrados.

O *Capítulo 5* por sua vez apresenta as considerações finais obtidas a partir do desenvolvimento do trabalho e propõe alguns temas e trabalhos a serem desenvolvidos futuramente.

Por fim, apresentam-se as referências bibliográficas utilizadas no decorrer do trabalho e apêndices de formulações feitas.

## 2. REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

### 2.1. Estruturas De Aço

#### 2.1.1. Breve Histórico

De acordo com Pravia *et al.* (2013), foi por volta de 8.000 anos atrás que houve os primeiros usos do ferro, em civilização como da Babilônia, Egito e Índia. Nessas civilizações, o ferro era utilizado geralmente em materiais para caça, adornos, ferramentas, ou ainda com fins militares, no entanto, o ferro apenas começou a ser utilizado em escala industrial por volta do século XIX, com as revoluções industriais na Alemanha, Inglaterra e França. Segundo o autor, a primeira obra construída em ferro, e que teve uma relevância significativa, foi a ponte sobre o Rio Severn, localizada na Inglaterra e executada no ano de 1779.

Duarte (2019) diz que a grande quantidade do elemento ferro presente na natureza, a relativa facilidade para o obter o material na forma de Fe(s), e as propriedades mecânicas apresentadas pelo mesmo, fazem dele um material de base para a fabricação, principalmente de ferramentas e equipamentos.

Durante o período de 1780 a 1820, foram construídas algumas pontes compostas de elementos de ferro fundido, a grande maioria dessas pontes era executada em forma de arco, e as vigas principais das mesmas, compostas por peças de ferro fundido, que geralmente formavam estruturas em forma de treliças ou barras.

Segundo Duarte (2019), a importância do ferro foi expandida por volta do século XV junto a expansão marítima e, principalmente, junto a Revolução Industrial, no fim do século XVIII até a primeira metade do século XIX.

Conforme o autor, foi a partir daí que dois eventos relevantes aconteceram para a história das estruturas metálicas. O primeiro deles foi o visível progresso nos processos de cálculo de dimensionamento estrutural, que por fim resultou no aparecimento de sistemas estruturais que são estaticamente precisos. O segundo evento foi o começo do processo de laminação de perfis, fator esse que resultou na possibilidade de industrialização da produção de elementos estruturais feitos de ferro.

Pravia *et al.* (2013) diz que a utilização do aço, tanto na construção civil quanto em outros setores, no Brasil, está ligada diretamente com o processo de industrialização do país, onde podem ser distinguidas duas etapas. A primeira etapa, em meados do fim do século XIX,

quando o país necessitava importar grandes quantidades de componentes de aço, principalmente para obras de ferrovias, pontes e estações, de países que já eram industrializados e tinham grande capacidade de produção como a Inglaterra, isso pelo fato do país não possuir indústrias siderúrgicas.

A segunda etapa, segundo o autor, aconteceu entre as duas grandes guerras mundiais, pois nesse período houve diminuições e paralisações de importações, então, tornou-se necessário iniciar a criação e desenvolver empresas nacionais que suprissem a necessidade do mercado interno, sendo que as empresas criadas formam hoje o parque siderúrgico nacional.

Para que se pudesse difundir o aço como sistema construtivo dentro da indústria de construção civil brasileira, a Companhia Siderúrgica Nacional (CSN) criou, por volta do ano de 1953, a fábrica de estruturas metálicas (FEM), onde a principal função da mesma era a de formar mão de obra especializada para que assim se resultasse no aumento de construções de imóveis em estruturas de aço no Brasil (OLIVEIRA, 2013).

Em 1967 foi implantado também o plano siderúrgico nacional, o qual tinha como objetivos ampliar, modernizar e implantar novas usinas siderúrgicas no país, fato esse que fez com que o Brasil se torna-se um excelente exportador de aço e aumentasse significativamente a qualidade e a quantidade de aço produzido no país (BELLEI; PINHO; PINHO, 2008).

“As principais aplicações de estruturas metálicas na atualidade ocorrem em: pontes ferroviárias e rodoviárias, edifícios industriais, comerciais e residenciais, galpões, hangares, coberturas de grandes vãos, torres de transmissão e para antenas, plataformas offshore, construção naval, tanques e tubulações, estacas-prancha etc.” (Pravia *et al.* 2013).

Segundo Freitas (2018), é devido aos aspectos de eficiência apresentado pelo aço para muitos tipos de obra que o mesmo tem sido cada vez mais aplicado nas construções, desde as primeiras pontes metálicas até os mais modernos edifícios.

### 2.1.2. Vantagens E Desvantagens Das Estruturas De Aço

Quando comparadas às estruturas convencionais de concreto armado, as estruturas de aço apresentam diversas vantagens, entre essas, podem se citar algumas de entendimento comum, como, por exemplo, o menor volume dos elementos, resultando num volume final reduzido da estrutura, a maior velocidade de execução da obra como um todo, e a menor relação de peso por metro apresentada pelas estruturas de aço após a finalização da obra. Outras

características do aço que podem ser citadas são as boas características de resistência apresentadas pelo material, em específico a resistência característica à tração.

Fakury *et al.* (2016) fala sobre as diversas vantagens de se utilizar o aço como material estrutural, entre as citadas pelo autor estão a elevada resistência do aço, a elevada ductilidade, o elevado grau de confiança em função da homogeneidade do material, a facilidade de manter o canteiro de obras limpo, organizado e menor, a facilidade de se fazer processos de reforço estrutural e ampliações na estrutura, a possibilidade de reciclar e reaproveitar o aço, e a rapidez de execução de estruturas de aço.

Pravia *et al.* (2013) e Oliveira *et al.* (2020) complementam o citado pelo autor anterior sobre as vantagens apresentadas pelas estruturas de aço, adicionando características como menor carga nas fundações, maior flexibilidade do projeto, menor desperdício de material, maior garantia de qualidade, maiores vãos vencidos de maneira mais eficiente, maior área útil pelo motivo de os elementos possuírem maior esbeltez, conservação do meio ambiente, entre outros.

Duarte (2019) e Oliveira *et al.* (2020) ainda citam algumas características do aço como material, enaltecendo suas propriedades mecânicas como maleabilidade, resistência a esforços em geral como, tração, compressão e flexão, comentam também como vantagens apresentadas pelo material a fácil conformação e boa condutividade térmica do mesmo. Os autores ainda citam que as características do aço podem ser controladas por meio da adição de outros elementos como níquel, cromo, carbono, silício entre outros, e pelo tratamento térmico aplicado ao material.

A partir dessa possibilidade de controle das características do material, o mesmo pode ser modificado de acordo com a necessidade requerida, fazendo com que assim o mesmo se torne mais eficiente do ponto de vista sustentável e econômico.

Segundo Freitas (2018), o aço ainda contribui de certa forma para que se alcancem os objetivos de construção sustentável, uma vez que as estruturas de aço têm características naturais que contribuem para esse aspecto uma vez que o aço é 100% reciclável. A construção sustentável por sua vez tende a minimizar o consumo de recursos naturais em um projeto e maximizar sua reutilização após o fim da vida da estrutura, entre outros benefícios.

Assim como qualquer outro sistema estrutural, o aço apresenta algumas desvantagens. Pravia *et al.* (2013), por exemplo, cita como desvantagens das estruturas de aço o elevado custo da sua construção, dependendo do projeto e planejamento da obra, e a necessidade de possuir mão de obra com qualificação para executar a obra.

O aço ainda é considerado um elemento frágil quando está sob efeito de corrosão, e quando submetido a temperaturas de incêndio, além de possuir baixo isolamento térmico e acústico quando comparado a outros materiais.

Cortez *et al.* (2017) ainda destaca algumas desvantagens, como, por exemplo, necessidade de tratamentos contra corrosão na grande maioria dos casos, transporte pode ficar muito caro de acordo com a distância e complexidade de movimentação da estrutura, e dificuldades de se encontrar perfis específicos dependendo da região e demanda momentânea de mercado.

### 2.1.3. Sustentabilidade das Estruturas

O conceito de sustentabilidade mais aceito atualmente é o descrito no Relatório Brundtland, que diz que sustentabilidade é “satisfazer as necessidades das gerações atuais sem comprometer as gerações futuras” (Relatório Brundtland, 1991, p.12).

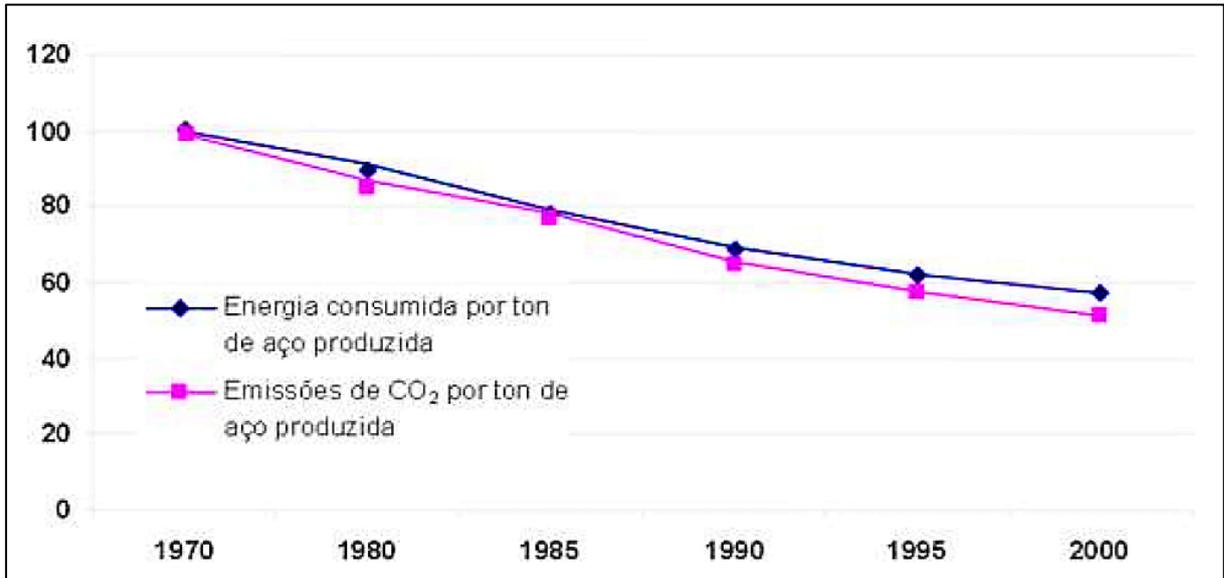
A sustentabilidade está presente em todas as etapas da execução de uma estrutura desde a concepção inicial do projeto até o final da vida útil da edificação. É durante a etapa de concepção do projeto onde se determinam diversos dos fatores que determinarão a eficiência de uma obra, desde os materiais que serão utilizados e seus quantitativos como também, a determinação da vida útil estimada da obra.

Ao entender todas as vantagens e desvantagens do uso de determinado material para a obra em questão, pode-se avaliar qual o material e processo executivo será mais viável, tanto no âmbito econômico quanto nos âmbitos social e ambiental.

Segundo Freitas (2018) o aço tem se tornado uma alternativa cada vez melhor para a execução de obras, uma vez que as seções de seus elementos são menores quando comparadas as do concreto. O autor cita que desde as primeiras pontes metálicas construídas até chegar aos atuais edifícios, o aço vem sendo usado cada vez mais, devido a eficiência apresentada pelo mesmo para diversos tipos de obra.

Freitas (2018) ainda mostra na Figura 01, o avanço na eficiência e da produção de aço na União Europeia de 1970 a 2000, quando levado em consideração fatores como a quantidade de CO<sub>2</sub> emitidas por tonelada de aço produzida e quantidade de energia consumida por tonelada de aço produzida.

Figura 01 – Diminuição da energia consumida e da emissão de CO<sub>2</sub> na produção de aço ao longo dos anos.



Fonte: Freitas (2018)

Além dos fatores citados acima, hoje existem diversos outros conceitos, para que se possa medir a sustentabilidade de uma estrutura. Cada um desses conceitos mede a sustentabilidade baseada em um dos fatores que a mesma engloba, ou seja, econômico, social e ambiental, como é o exemplo da Análise do Ciclo de Vida da estrutura que envolve diretamente as questões econômicas e ambientais apresentadas pela mesma.

#### 2.1.3.1. *Objetivos do Desenvolvimento Sustentável*

Em 2015, chefes de estados e representantes de 193 países membros da Organização das Nações Unidas (ONU), elaboraram a chamada Agenda 2030. Essa agenda é composta por dezessete objetivos gerais chamados de Objetivos do Desenvolvimento Sustentável (ODS). Esses 17 objetivos são por sua vez formados por 196 metas principais que deveriam ser atingidas até o ano de 2030. As mesmas visam apoiar e estimular ações referentes a qualidade de vida, aspectos ambientais, econômicos e sociais que por sua vez são considerados os três pilares principais da sustentabilidade.

Segundo a Plataforma Agenda 2030, os ODS estão alinhados de maneira a contemplar essas três dimensões, que por sua vez nos dizem quais os limites do planeta e da sociedade onde vivemos. Alguns dos ODS estão ligados de forma direta à área da construção civil, onde norteiam de forma a melhorar os processos, ampliar, criar e promover novas legislações quanto

aos impactos causados pela área e definir limites a serem seguidos para que assim se possa obter um menor impacto ao planeta em função das atividades desenvolvidas pela área.

Na Figura 02 são apresentados alguns dos ODS que estão ligados diretamente à área da construção civil.

Figura 02 – ODS impactados diretamente pela área da construção civil.



Fonte: Adaptado de ODS Brasil (2021)

Ainda existem alguns outros ODS que são impactados não diretamente, mas que em função dos ODS citados acima podem ser beneficiados indiretamente, trazendo assim um melhor desempenho à sustentabilidade quando atendidos os parâmetros e metas principais. Alguns desses ODS afetados indiretamente são apresentados na Figura 03.

Figura 03 – ODS impactados indiretamente



Fonte: Adaptado de ODS Brasil (2021)

Todos os ODS são de suma importância para os três pilares principais da sustentabilidade citados anteriormente, e se fazem necessários os esforços de todos para que assim se possa garanti-los e fazer com que os mesmos contribuam para o desenvolvimento

sustentável, respeitando o planeta de forma a garantir a vida sem comprometer a capacidade das gerações futuras se manterem.

## 2.2. Perfis Formados A Frio

De acordo com Silva *et al.* (2014), os PFF são perfis formados a partir do dobramento de chapas finas de aço. Isso só é possível pela maleabilidade apresentada por essas chapas, o que permite com que se formem uma infinidade de seções para esses perfis, desde seções simples como cantoneiras até perfis de seções complexas como, por exemplo, a seção caixão.

Kumar e Kannam (2021) comentam que as seções de PFF modernas são muito complexas pois possuem um grande número de elementos. Esses perfis, segundo os autores, são suscetíveis à diferentes restrições e tipos de instabilidade.

Os autores dizem que nos últimos anos vem sendo criado um escopo considerável de trabalhos relacionados à racionalização e economia nos PFF, e atualmente trabalhos de otimização recebem muita atenção na área de projetos estruturais.

Segundo Javaroni (1999) foi por volta do ano de 1850 que se começou a utilização de perfis de chapa dobrada ou perfis formados a frio na construção civil, nos Estados Unidos e na Inglaterra. Porém, esses perfis não tinham uma grande área de utilização até as proximidades do ano de 1940. Foi devido à necessidade de se ter normas específicas e de se aprimorar o conhecimento sobre os PFF, que o Committee on Building Research and Technology, então chamado Committee on Building Codes, do AISI (American Iron and Steel Institute), iniciou o desenvolvimento de um projeto de pesquisas, no ano de 1939, na universidade de Cornell. O intuito principal era o de estudar o desempenho estrutural apresentado por perfis de chapa fina de aço dobrada a frio, e assim obter informações reais e que pudessem basear a formulação de uma norma específica para os mesmos.

Conforme Mendez (2004), foi somente ao final da década de 60 que os PFF chegaram ao Brasil, pois foi somente nesse período que foram adquiridas as primeiras máquinas para a produção dos mesmos como dobradeiras e mesas de rolete. Segundo o autor, também foi nessa época que foi publicada a primeira norma relacionada ao dimensionamento e cálculo de PFF, a NB 143:1969, intitulada de *Cálculo de estruturas de aço constituídas por perfis leves*, que por sua vez se baseou no AISI, edição de 1962, que tratava do método das tensões admissíveis.

Carvalho *et al.* (2014), traz outras datas em sua obra complementando a linha cronológica da utilização de PFF, onde torna-se interessante citar as principais delas sendo, em agosto de 1981, o início do primeiro curso de estruturas em PFF no Brasil. Na década de 90,

surtem excelentes centros de pesquisas de PFF em universidades brasileiras, e no final dessa mesma década, fica nítido o grande aumento da utilização de PFF, com a inserção de diversos cursos de extensão, e o tema de PFF sendo adotado em cursos de estruturas de aço em geral.

O autor traz em sua obra que foi somente no ano de 2001 que foi publicada a norma brasileira de PFF, intitulada ABNT NBR 14762:2001. E no ano de 2009, um grupo de pesquisadores revisa a norma publicada em 2001 e traz um método inovador de dimensionamento conhecido como Método da Seção Efetiva (MSE). No ano de 2010 então, com o texto revisado, e após passar por consulta nacional, é publicada a ABNT NBR 14762:2010.

Uma das principais características dos perfis formados a frio, e que tem uma importância significativa no estudo de viabilidade de construções com esse sistema, é a flexibilização da geometria da seção transversal desses perfis. Essa característica possibilita que seja possível a criação de geometrias de formas diversas, ou geometrias padrões com diferentes relações dimensionais, características essas que tornam possível a execução de um dimensionamento otimizado da estrutura em geral.

Devido ao grande número de formas e à boa relação de massa/resistência apresentados, os PFF alcançaram uma posição relevante dentre as estruturas de aço, especialmente quando se pensa em obras de menor porte e com carregamentos de menor magnitude.

Grigoletti (2008) destaca várias vantagens em se utilizar os PFF, vantagens essas que, segundo o autor, justificam o crescimento constante da utilização desse tipo de perfil. Algumas das vantagens citadas pelo autor são:

- A simplicidade e baixo custo de produção dos PFF quando comparados aos perfis soldados ou laminados;
- A flexibilidade na fabricação de seções transversais de variadas formas apresentada pelos PFF, fazendo assim com que se tenham diversas alternativas para resolução de uma mesma situação, e conseqüentemente fazendo com que o dimensionamento estrutural seja mais eficiente;
- No geral as estruturas compostas por PFF são mais leves e possuem uma relação resistência/peso elevada, que fica mais clara quando comparamos estruturas de pequeno e médio porte, tornando assim esses perfis mais vantajosos se comparados aos perfis soldados e laminados.

De acordo com Yu e Laboube (2010), as principais vantagens dos PFF sobre outros perfis, laminados ou soldados, geralmente estão atreladas às pequenas espessuras das paredes dos elementos que compõem o mesmo.

Segundo Schiavon (2019), os PFF são perfis mais leves quando comparados a perfis soldados e laminados, por isso destacam-se em termos de eficiência em projetos estruturais, uma vez que apresentam uma ótima relação entre a resistência do perfil e sua massa. O autor ainda diz que a facilidade de fabricação, manuseio e transporte ajuda na redução significativa do tempo de execução das obras, diminuindo os custos gerais da estrutura.

Carvalho *et.al.*, (2014) trazem como destaque as mesmas vantagens apresentadas pelo autor anteriormente citado, confirmando assim que, apesar do tempo passado entre as duas publicações essas vantagens permanecem como diferencial para a utilização de PFF.

Grigoletti (2008), com base nas características citadas acima, ainda expressa o fato de que os perfis formados a frio se tornam uma escolha de sistema estrutural que não pode ser deixada de lado nas construções em aço, principalmente quando se fala de estruturas de pequeno e médio porte.

Carvalho *et.al.*, (2014) destacam que a ideia principal da utilização e produção de PFF reside na sua simplicidade de produção. Os autores ainda destacam que os PFF serão os “perfis do futuro” pelo grande leque de aplicações que apresentam, principalmente quando se olha para países em desenvolvimento.

Como todos os outros sistemas, os PFF também apresentam algumas desvantagens, como por exemplo, a baixa rigidez à torção por possuírem paredes relativamente delgadas, que são suscetíveis a fenômenos de instabilidade em função disso, e seções abertas. Ainda pelo fato de os PFF utilizarem chapas finas em sua formação, isso faz com que os mesmos apresentem uma esbelteza elevada o que aumenta a possibilidade do surgimento do modo de instabilidade local e deformações excessivas, porém esses problemas podem ser suavizados utilizando-se enrijecedores (SCHIAVON, 2019).

### 2.2.1. Fabricação

Segundo Silva *et al.* (2014), são dois os processos de fabricação de perfis formados a frio, são eles o processo contínuo e o processo descontínuo. O funcionamento do processo contínuo, quando correspondente à produção em série de perfis, se dá a partir da condução longitudinal de uma chapa de aço, sobre roletes de uma linha de perfilação como mostrado na Figura 04.

Figura 04 – Formação a frio de perfil de aço a partir de linha de perfilação



Fonte: Sena (2017)

A forma final do perfil nesse caso, é conferida ao mesmo gradativamente pelos roletes. Após isso, quando o perfil deixa a linha de perfilação o mesmo é cortado nas medidas indicadas no projeto em questão.

Já o processo de formação descontínuo, no entanto, é mais utilizado quando a quantidade de perfis necessários é menor. Esse processo é realizado pelo emprego de uma prensa dobradeira como mostrado na Figura 05.

Figura 05 – Conformação a frio de perfil metálico a partir de uma prensa dobradeira



Fonte: Sena (2017)

Nesse processo, a matriz da prensa é pressionada contra a chapa de aço, fazendo com que assim se forme uma dobra na chapa. Quando esse processo é realizado várias vezes na mesma chapa de aço, forma-se a geometria da seção transversal solicitada no projeto em questão. Nesse tipo de formação, no entanto, o comprimento total do perfil formado fica limitado à largura da prensa utilizada para o processo.

Carvalho *et.al.* (2014) citam que para se obter maior rendimento com o método descontínuo, a prensa deve ser utilizada em conjunto com uma prensa-guilhotina, para fazer o corte das chapas. Os autores comentam que pelo fato de o método descontínuo ser mais acessível, geralmente é o mais utilizado por empresas pequenas e médias. Segundo os autores, ainda com a utilização da dobradeira e da prensa guilhotina, geralmente se encontra a possibilidade de fabricar esses perfis com dimensões de até 6m não sendo essa uma regra para a fabricação dos mesmos.

#### 2.2.2. Utilização

Segundo o estudo desenvolvido por Alvez *et al.* (2020), o maior destaque de obras que utilizam estruturas de aço no país acontece em edifícios de cunho comercial e industrial, geralmente por se tratar de obras que geram ganhos em cima da redução do prazo dessas, pois antecipam o retorno financeiro esperado na viabilidade do negócio.

Grigoletti (2008) cita a grande utilização dos perfis de aço formados a frio tendo como fundamento a grande aplicação dos mesmos em diversos setores, por vezes sendo empregados na construção civil convencional como prédios residenciais e industriais, e outras vezes sendo utilizados em estruturas mecânicas, tais como estruturas de veículos. As atuais exigências econômicas fazem com que estes perfis tenham, cada vez mais, alto desempenho estrutural.

Segundo Javaroni e Gonçalves (1999), existem diversas formas de utilização para os perfis de aço formados a frio, como elementos estruturais suas principais utilizações são em edifícios de pequenas alturas, sendo mais nítida sua aplicação em galpões. Porém os PFF têm diversas outras utilidades dentro da área da construção civil como citam os autores, e entre elas estão fôrmas para concretagem, andaimes e escoramentos, terças e armações para fixação de forros, utilidades essas que demonstram a grande versatilidade dos perfis formados a frio dentro da área da construção civil.

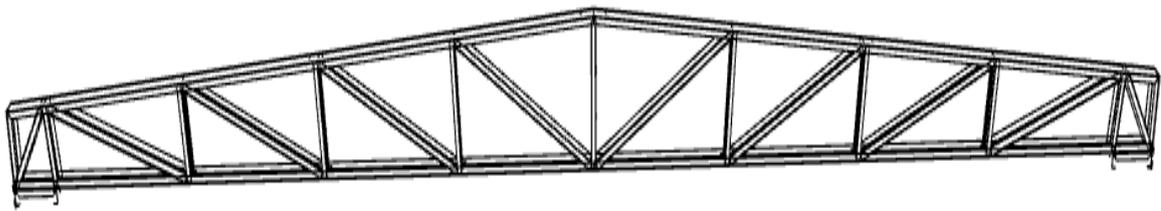
De acordo com Schiavon (2019), estruturas formadas por PFF são amplamente utilizadas na área da construção civil, geralmente em edificações tanto comerciais como

industriais e residenciais, estruturas de fechamento, estruturas de cobertura como treliças, montantes, terças e travamentos, entre outras aplicações.

Carvalho *et.al.*, (2014), complementa as utilizações de perfis formados a frio citando como principais áreas de aplicação a indústria automobilística, indústria aeronáutica, agroindústria, armazenagem e estocagem, construção civil e transportes pesados em carretas rodoviárias, construção naval e carroceria de vagões de trens.

Na Figura 06 está representada uma das utilizações de perfis formados a frio como elementos estruturais de uma treliça da cobertura de galpão e terças para o apoio das placas de fechamento.

Figura 06 – Perfis formados a frio utilizados como componentes de treliça estrutural



Fonte: Autor

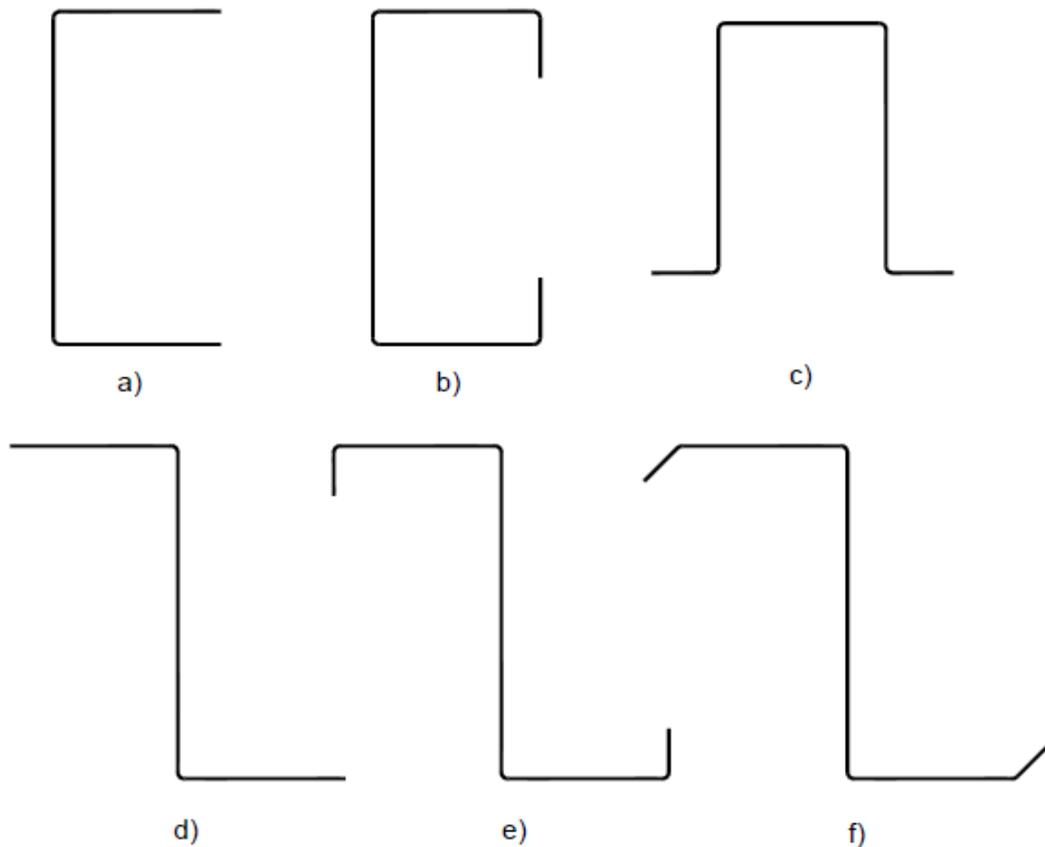
### 2.2.3. Perfis Comerciais

Hoje existem diversas formas possíveis para os perfis de aço formados a frio, porém algumas das seções são muito mais comuns, pois são de fácil fabricação e possuem regulamentação quanto às suas características e dimensionamento, sendo esse o caso dos perfis comerciais encontrados no Brasil.

Os perfis mais comuns são denominados conforme a forma da sua seção transversal, é o caso dos perfis “U”, perfil cartola, cantoneiras e dos perfis “Z”, por exemplo, que são perfis muito comercializados e tem suas características de fabricação descritas pela ABNT NBR 6355:2012. Apesar de os perfis “U” e “Z”, por exemplo, possuírem sempre as mesmas formas de seção transversal, a mesma pode ter suas dimensões variadas assim como a espessura da chapa dobrada, para que assim seja possível dimensionar os mesmos de acordo com a necessidade.

Segundo a ABNT NBR 6355:2012, os perfis de série comercial e mais utilizados são os perfis cantoneira, “U”, “U enrijecido”, “Z”, “Z enrijecido”, a 90° e a 45°, e o perfil cartola conforme mostra a Figura 07 abaixo.

Figura 07 – Perfis da série comercial de acordo com a ABNT NBR 6355:2012



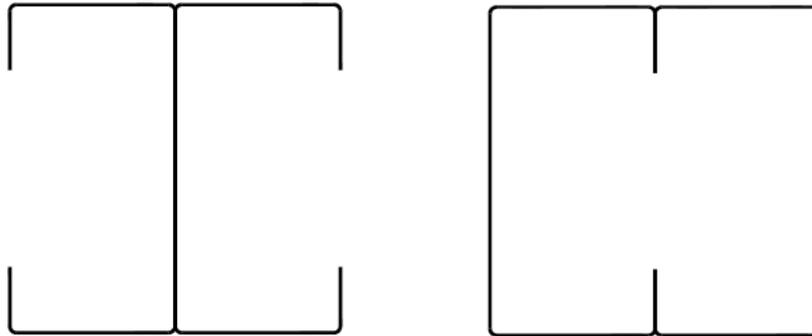
Fonte: Autor.

**Legenda Figura 07:**

- a) Perfil U
- b) Perfis U enrijecido
- c) Perfil Cartola
- d) Perfiz Z
- e) Perfil Z enrijecido 90°
- f) Perfil Z enrijecido 45°

Ainda podem ser encontrados também perfis compostos por outros perfis como é o caso de perfis “duplo U”, que é composto pela junção de dois perfis “U”, unidos entre as mesas, enrijecedores ou alma como mostrado na Figura 08.

Figura 08 – Perfis compostos por 2 perfis U



Fonte: Autor.

#### 2.2.4. Dimensionamento de PFF

No Brasil, o dimensionamento e fabricação de perfis formados a frio são regulamentados por algumas normas, essas que têm o intuito de garantir a segurança e a eficiência de estruturas formadas por PFF. As normas que regulamentam o dimensionamento e a padronização nas fabricações de PFF são respectivamente a ABNT NBR 14762:2010 e a ABNT NBR 6355:2012.

##### 2.2.4.1. Comportamento de PFF

Lewiński e Magnucki (2009) dizem que as principais limitações quanto ao projeto de PFF são as condições de resistência e estabilidade apresentadas pelos mesmos.

Os PFF quando submetidos a esforços de compressão, flexão, cisalhamento ou ambos, podem sofrer de instabilidade com tensões muito inferiores ao limite de escoamento do material de que são compostos. De acordo com Timoshenko e Gere (1961), em diversas situações a ruptura de uma estrutura não está ligada à falta de resistência por parte dos materiais utilizados, mas sim à instabilidade elástica sofrida pelos elementos.

De acordo com Timoshenko e Gere (1961), os problemas de torção de um eixo de seção retangular por exemplo, não são simples, devido ao deslocamento da seção durante a torção da mesma. Esse deslocamento ou empenamento da seção transversal é provocado pelo efeito das tensões tangenciais, em função dos diferentes alongamentos longitudinais das fibras desse elemento. Quando essa seção tem liberdade de deslocamento ocorre um estado de cisalhamento puro na mesma e a torção é então denominada livre.

Os autores ainda afirmam que para vigas em PFF por exemplo, o impedimento aos deslocamentos das seções durante o efeito de torção é seguido de flexão das mesas. Os efeitos de se restringir a seção ao empenamento devem ser estimados tanto na avaliação da instabilidade, quanto na posição do centro de torção, principalmente em perfis de seção aberta.

Quando submetidos a esforços de compressão ou flexão, os perfis estão sujeitos a modos de instabilidade específicos.

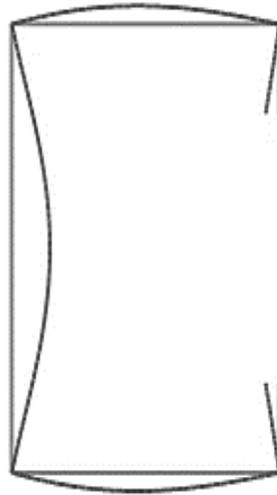
De acordo com Sena (2017), essa instabilidade consiste basicamente na perda de estabilidade de um determinado corpo, em função de tensões de compressão que ocasionam sua flexão. Segundo o autor, essa deformação é representada por uma onda senoidal, chamada comumente de semionda. Os perfis podem ser ainda analisados de duas formas, globalmente, quando se analisa o perfil com comportamento de barra, e local, quando se analisam os elementos que constituem um perfil onde atuam com comportamento de placas.

Para estudar a estabilidade de PFF, é de alta relevância que se conheça o comprimento de semionda associado ao modo de instabilidade ocorrente. No caso específico de PFF de seção aberta, os modos de instabilidade podem ocorrer de três modos possíveis, onde cada um apresenta suas características e tensões críticas, e são denominadas como instabilidade local, global e distorcional. Assim, entende-se que os PFF têm sua resistência determinada a partir de uma combinação complicada entre os modos de instabilidade e a resistência do material utilizado, apresentando dessa maneira um comportamento altamente não-linear (GRIGOLETTI, 2008; SENA, 2017).

#### *2.2.4.1.1. Instabilidade Local*

Sena (2017) diz que o modo de instabilidade local, que também é chamado de modo local de placas, acontece em função das tensões de compressão sobre a seção transversal do perfil, ocasionando assim a instabilidade dos elementos enquanto seus cantos (encontro entre os elementos do perfil), quando vinculados permanecem sem transladar, apenas rotacionando, como demonstrado na Figura 09.

Figura 09 – Comportamento de PFF em função do modo de instabilidade local



Fonte: Adaptado de Sena (2017)

Esse modo é mais presente geralmente em perfis curtos, que são constituídos principalmente de elementos esbeltos, porém, com o uso de enrijecedores de borda ou intermediários é possível por muitas vezes elevar a tensão crítica local suportada pelos elementos do perfil.

No entanto, quando se utilizam esses enrijecedores, os perfis apresentam possibilidade da ocorrência de outro modo de instabilidade, o modo crítico distorcional. Assim, o dimensionamento e a utilização desses enrijecedores deve ser feita de forma adequada, sempre objetivando-se encontrar uma melhor eficiência do perfil (SENA, 2017).

Timoshenko e Gere (1961) apresentaram uma equação (Equação 1), onde é possível determinar a tensão crítica de instabilidade local de uma placa isolada analiticamente, equação essa que é baseada na teoria da estabilidade elástica.

A seguir é apresentada a Equação 1:

$$\sigma_{cr} = k \cdot \left[ \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \right] \quad [1]$$

Onde:

- b = largura da placa que está sob carregamento;
- t = espessura da placa que está sob carregamento;
- E = módulo de elasticidade longitudinal do material;

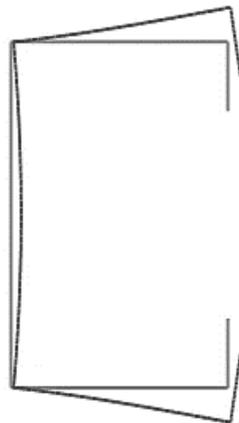
- $\nu$  = coeficiente de Poisson do material;
- $k$  = coeficiente de instabilidade associado às condições de apoio e carregamento.

#### 2.2.4.1.2. *Instabilidade Distorcional*

Segundo Mazzocchi (2019), a instabilidade distorcional pode ser caracterizada como sendo um deslocamento da alma de um perfil seguida da consequente rotação das mesas do mesmo. O autor ainda cita que o estudo desse modo de instabilidade é complexo, por isso as normas tratam esse modo por meio de métodos simplificados e recomendam que sejam analisados numericamente como complemento.

Sena (2017) diz que diferentemente do modo de instabilidade local, essa configuração da deformação de flexão da alma faz com que as mesas e enrijecedores de bordo sofrem deformação de torção, o que permite o deslocamento e rotação dos cantos dobrados, como pode ser visto na Figura 10 a seguir.

Figura 10 – Comportamento de PFF em função do modo de instabilidade distorcional



Fonte: Adaptado de Sena (2017)

Esse modo se apresenta geralmente devido a alguns aspectos que podem ser citados: quando o aço que constitui o perfil analisado é de uma resistência muito elevada, quando o perfil é composto por uma chapa de espessura maior que faz com que existam poucos elementos esbeltos no mesmo, quando a largura dos enrijecedores de borda é relativamente pequena e quando a relação dimensional entre a largura da mesa do perfil pela largura da mesa do perfil é

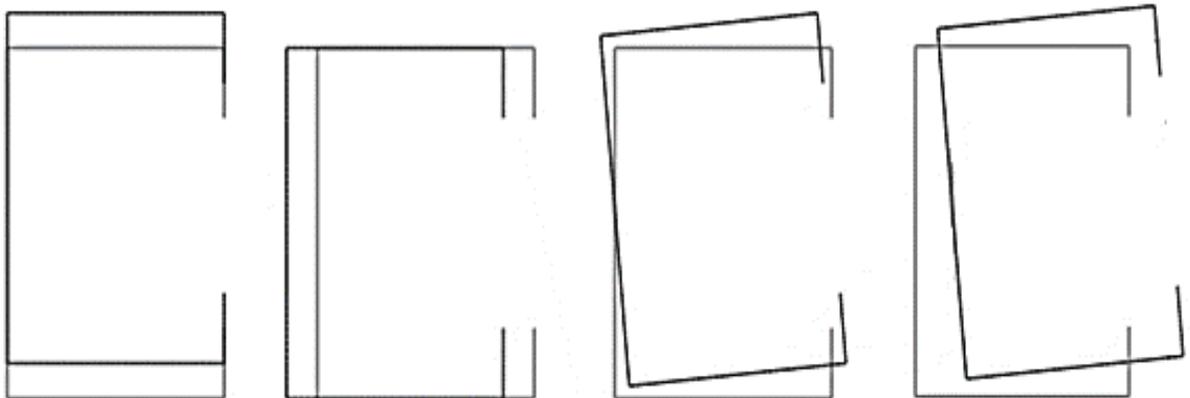
próxima de 1, fazendo com que o perfil tenha um aspecto próximo ao formato quadrado (SILVA *et al.* 2014).

De acordo com Carvalho *et al.* (2014), é possível evitar a necessidade de se analisar a instabilidade por distorção no dimensionamento dos perfis, porém, para que isso seja feito, é necessário limitar as dimensões geométricas dos perfis e da estrutura.

#### 2.2.4.1.3. *Instabilidade Global*

Conforme cita Sena (2017), quando analisado o modo de instabilidade global de um PFF, pode-se identificar que o mesmo não apresenta deslocamentos locais ou distorção da seção transversal, no entanto nesse modo ocorre a flexão e/ou torção do perfil. Segundo o autor, esse modo de instabilidade está diretamente ligado à geometria da seção transversal do perfil e ao comprimento do mesmo, isso faz com que o perfil se comporte de diferentes formas, apresentando flexão, torção, ou ainda uma combinação dos dois a flexo-torção, como mostrado na Figura 11.

Figura 11 - Comportamento de PFF em função do modo de instabilidade global



Fonte: Adaptado de Sena (2017)

Esse modo geralmente será o crítico quando se tem perfis com comprimentos muito longos. Quando analisados perfis sob compressão axial, geralmente de perfis com seção duplamente simétricos ou simétricos em relação a um ponto. A instabilidade se demonstrará como flexão, geralmente em torno de um eixo mínimo ou máximo, ou também por torção que se dará em torno do centro de cisalhamento do mesmo.

Ainda segundo Sena (2017), os perfis monossimétricos sob efeito de instabilidade podem sofrer efeitos de flexão geralmente em torno do eixo mínimo, ou também flexo-torção, em torno do eixo máximo, enquanto perfis assimétricos geralmente tem sua instabilidade global atrelada aos efeitos de flexo-torção. O autor ainda diz que perfis que são submetidos a flexão estão sujeitos a efeitos de instabilidade lateral com torção quando os mesmos não são contidos lateralmente.

#### 2.2.4.2. *Dimensionamento conforme a ABNT NBR 14762:2010*

A norma brasileira ABNT NBR 14762:2010 estabelece os parâmetros gerais para o dimensionamento de perfis estruturais de aço formados a frio, onde de englobam perfis formados por chapas ou tiras de aço-carbono ou aço de baixa liga, com espessura máxima igual a 4,75 mm, podendo ser eles interligados por parafusos ou soldas e propostos a estruturas de edifícios.

Segundo a NBR 14762:2010, fica a cargo do projetista estrutural habituar-se a análise dos estados-limite descritos na norma, e no caso de situações ou soluções que não estejam previstas na mesma, o projetista deve basear-se e munir-se de estudos que conservem o nível de segurança antevisto.

De acordo com a norma, a análise estrutural deve ser realizada considerando todas as situações e carregamentos que possivelmente atuarão sobre a estrutura, considerando assim todas as ações com efeitos permanentes ou variáveis.

A norma também especifica que os projetos devem levar em conta tanto o estado limite último quanto o de serviço onde o estado limite último condiz com o estado no qual a estrutura pode ou não ser utilizada em razão do esgotamento de suas capacidades e segurança, enquanto o estado limite de serviço está diretamente relacionado às questões de conforto, como por exemplo a aparência da estrutura a utilização de modo geral e a durabilidade da mesma.

Após elaboradas as definições de cargas é necessário que se façam as combinações de acordo com cada um dos estados-limite citados anteriormente, que podem dispor de coeficientes de redução e amplificação diferentes conforme a norma, assim resultado em diferentes situações de carregamento podendo influenciar mais ou menos quanto as solicitações em cada um dos elementos.

Definidos os carregamentos e solicitações nos elementos, a norma ABNT NBR 14762:2010 apresenta três métodos para dimensionamento e verificação dos perfis formados a

frio, são eles o Método da Largura efetiva (MLE), o Método da Seção Efetiva (MSE), e o Método da Resistência Direta (MRD). O MLE é um método clássico e já consagrado, que apresenta um processo de cálculo mais complexo, que considera de forma simples o comportamento de cada um dos elementos que formam um perfil, enquanto o MSE é um método brasileiro, baseado no MLE, calibrado com o mesmo, sendo um método com certa facilidade de aplicação, mas limitado a determinados tipos de PFF. O MRD é um método moderno e ainda não totalmente desenvolvido, que considera o comportamento real de um perfil, mas geralmente requer um programa computacional para ser aplicado.

A seguir são apresentados os métodos citados acima, e como a norma apresenta o processo de dimensionamento de PFF pelo MLE.

#### 2.2.4.2.1. *Método da Largura Efetiva*

De acordo com Grigoletti (2015), o MLE é um método aproximado que foi proposto originalmente por Von Karman *et al.* (1932) e algum tempo depois refinado por Winter (1944). Esse método consiste basicamente em reduzir as larguras dos elementos submetidos a compressão de um PFF, formando dessa maneira a seção transversal efetiva, a qual será utilizada para determinação das resistências dos mesmos.

O MLE, no entanto, apresenta desvantagens também, como, por exemplo, a análise considera os elementos que formam o perfil de forma isolada, desconsiderando a interação entre eles, existe uma alta complexidade na análise da interação dos diferentes modos de instabilidade, o modo de instabilidade distorcional não está incluso, sendo necessária fazer essa análise a parte, e a quantidade de cálculos necessários para se fazer a análise dos perfis é muito grande em função da análise ser individual de cada elemento do perfil (GRIGOLETTI, 2015).

De acordo com Schafer (2008), a principal ideia do MLE é levar em consideração que a instabilidade local de placas comprimidas, no caso, elementos de perfis, pode reduzir a resistência dos elementos da seção transversal. Sendo assim o método pressupõe que o dimensionamento deva considerar a resistência desses elementos reduzidos em função da instabilidade local, considerando as propriedades geométricas para a seção reduzida dos perfis.

A redução das larguras deve ser considerada elemento a elemento do perfil, considerando coeficientes de redução atrelados a vinculação entre esses elementos. Esses processos tornam o método trabalhoso para seções complexas. No entanto, há a vantagem de não ter restrições quanto a geometria da seção a ser analisada, podendo assim ser aplicada a

qualquer tipo de seção que se deseje analisar. No entanto, na aplicação do MLE a instabilidade distorcional não está prevista, sendo necessário que se analise esse modo de instabilidade a parte.

Segundo Carvalho *et al.* (2014), no MLE as tensões nos elementos do perfil que são paralelos ao eixo de flexão são constantes, enquanto as tensões nos elementos perpendiculares ao eixo ou com determinada inclinação são variáveis, de maneira que na alma essas tensões podem passar de compressão a tração ao longo do elemento. Sendo assim, os conceitos de largura efetiva presumem que se retire uma parte dos elementos comprimidos, tornando assim o perfil assimétrico como ao fim do processo, como mostrado na Figura 12.

Figura 12 – Seção efetiva de um perfil U submetido a flexão.



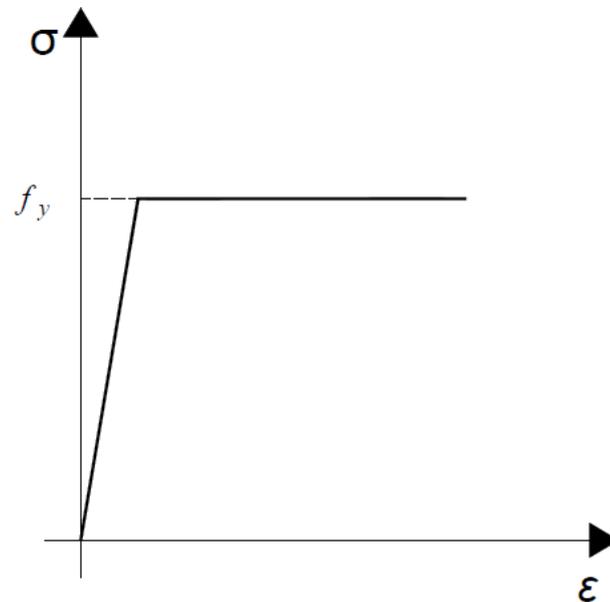
Fonte: Adaptado de Carvalho (2014)

#### 2.2.4.2.1.1. Comportamento de uma placa comprimida

Carvalho *et al.* (2014) apresentam em seu livro a dedução do comportamento estrutural de uma placa comprimida, o que é a base para a formulação do MLE. Segundo os autores, uma placa comprimida pode colapsar de três maneiras que são, por escoamento, por instabilidade ou por uma combinação desses dois outros modos.

O colapso por escoamento geralmente ocorre em placas que apresentam grandes espessuras e comprimentos pequenos, onde a relação largura/espessura é menor que 10. Pode-se identificar na Figura 13 o gráfico tensão-deformação que demonstra de forma clara como ocorre a ruptura da placa por escoamento.

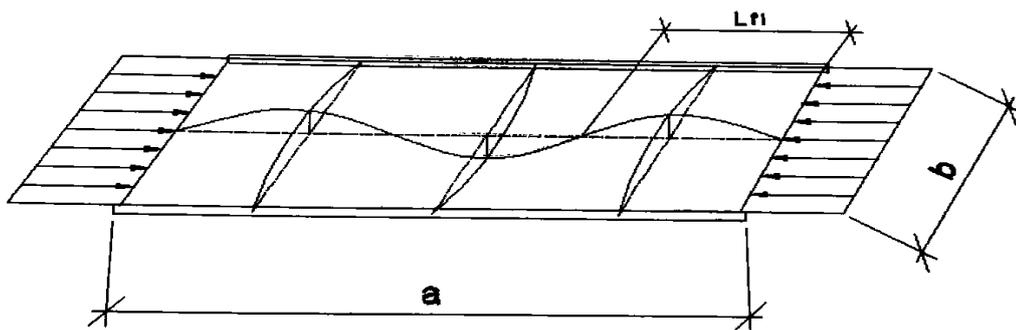
Figura 13 – Digrama simplificado de tensão-deformação



Fonte: Autor.

Quanto ao colapso por instabilidade, a placa apresenta deformações em formatos de semionda, como demonstrado na Figura 14. Para esse caso, a tensão crítica de instabilidade da placa pode ser determinada de acordo com a Equação 1 já apresentada.

Figura 14 – Comportamento de placa à instabilidade



Fonte: Carvalho *et al.* (2014)

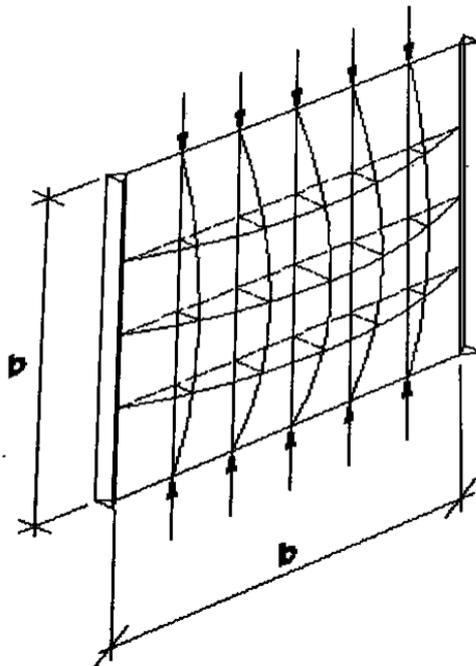
A equação 1 apresentada anteriormente abrange as propriedades tanto geométricas da seção como também do material utilizado, porém ainda possui um coeficiente de instabilidade que depende exclusivamente das condições de carregamento e das condições de apoio da placa.

### 2.2.4.2.1.2. Resistência pós-flambagem e determinação da Largura Efetiva

De acordo com Carvalho *et al.* (2014), diferentemente das placas comprimidas, as placas submetidas a compressão que apresentam ligações nas duas laterais, conhecidas como AA, não entram em colapso assim que flambam. Essas placas são capazes de resistir a acréscimos de carregamento mesmo após terem atingido a tensão crítica de instabilidade, esse fenômeno é conhecido como resistência pós-flambagem.

Dessa forma, essa análise pode ser feita considerando esse fenômeno como um mecanismo discretizado em forma de grelha com barras verticais e horizontais, como mostrado na Figura 15.

Figura 15 – Discretização da placa com barras em formato de grelha



Fonte: Carvalho *et al.* (2014).

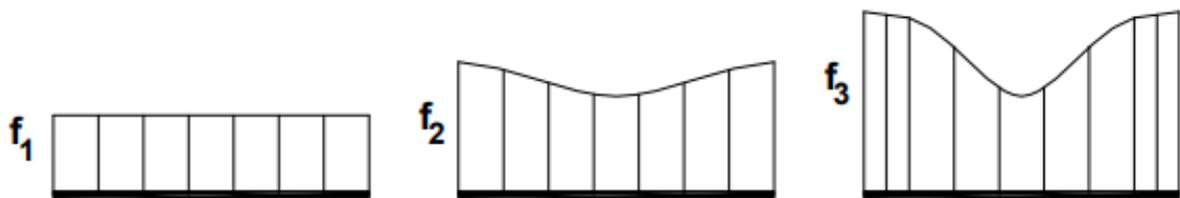
Fazendo essa analogia de comportamento de barras em formato de grelha, pode-se imaginar, segundo Carvalho *et al.* (2014), que as barras horizontais atuam como cintas que amarram as barras verticais. No entanto, essa amarra das barras horizontais é muito mais efetiva próxima aos apoios da placa, enquanto que ao centro da placa essa amarração é menos efetiva, o que permite a instabilidade dos elementos verticais da região.

Pensando nisso, quando se atinge a tensão crítica de instabilidade da placa a área central da placa flamba, enquanto as áreas mais próximas aos apoios permanecem resistindo aos

esforços, mesmo com tensões superiores à crítica de instabilidade. Quando isso ocorre, acontece uma redistribuição dos esforços na placa, onde é possível observar que há uma diminuição do nível de tensões na área central da placa e um acréscimo junto aos apoios da mesma.

Esse aumento de tensão junto aos apoios da placa continua acontecendo até que as tensões nas barras horizontais junto aos apoios atinjam a tensão de escoamento do material, e é nesse ponto onde ocorre o colapso da placa. Carvalho *et al.* (2014) apresenta três diagramas capazes de representar o comportamento da placa em função do aumento das solicitações da mesma, os quais podem ser observados na Figura 16.

Figura 16 – Diagramas de distribuição de tensões na instabilidade de placas

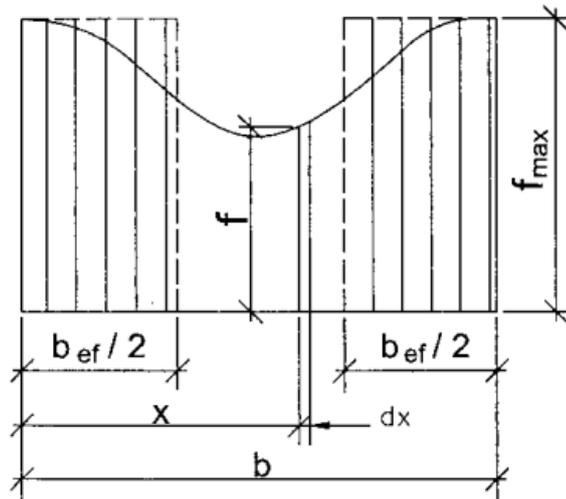


Fonte: Adaptado de Carvalho *et al.* (2014)

No primeiro diagrama pode-se ver a distribuição de tensões antes de se atingir a tensão crítica de instabilidade, no segundo diagrama se vê a redistribuição de tensões após atingir a tensão crítica de instabilidade, e no último dos diagramas é possível observar que essa redistribuição de tensões aumenta para as bordas até que as mesmas atinjam a tensão de escoamento.

Porém, conforme Carvalho *et al.* (2014), essa análise da resistência pós-flambagem é extremamente complexa. Para evitar esses processos complexos no dia a dia dos projetistas estruturais, Von Karman *et al.* (1932) propôs que se considerassem tensões uniformes no lugar da distribuição não uniforme das tensões após a tensão de instabilidade crítica. A proposta de Von Karman é que essas tensões uniformes que substituem as tensões não uniformes sejam divididas em dois trechos, um de cada lado da seção do elemento desconsiderando assim a seção central da placa de forma a considerar apenas a área que realmente resiste aos esforços após a tensão crítica de instabilidade, criando assim o conceito de largura efetiva da placa. Essa definição pode ser vista na Figura 17.

Figura 17 – Definição da Largura Efetiva



Fonte: Carvalho *et al.* (2014)

A partir dessa conceituação, foram deduzidas as equações para cálculo da largura efetiva de placas que são apresentadas mais adiante neste trabalho.

#### 2.2.4.2.1.3. Cálculo da largura efetiva

O MLE considera que um perfil é composto por vários elementos que são analisados separadamente quanto sua resistência à instabilidade, assim, o método considera que área resistente de cada elemento do perfil, é reduzida, ou seja, considera apenas a região efetiva do elemento, e com essas seções somadas encontram-se as propriedades da geometria efetiva do perfil.

Para que se possa calcular a largura efetiva de cada um dos perfis, a norma apresenta a formulação necessária, sendo ela apresentada a seguir com as seguintes equações:

$$\text{Para } \lambda_p \leq 0,673 \quad b_{ef} = b \quad [2]$$

$$\text{Para } \lambda_p > 0,673 \quad b_{ef} = \frac{b \left(1 - \frac{0,22}{\lambda_p}\right)}{\lambda_p} \quad [3]$$

Onde:

$$\lambda_p = \frac{\frac{b}{t}}{0,95 \sqrt{\frac{KE}{\sigma}}} \quad [4]$$

Sendo:

t a espessura do elemento analisado

b a largura do elemento

E o modulo de elasticidade

$\lambda_p$  o índice de esbeltez reduzido

K o coeficiente de instabilidade local do elemento

#### 2.2.4.2.1.4. Dimensionamento de barras à flexão

Para determinação do momento resistente de um perfil metálico formado a frio, a ABNT NBR 14762 implica que seja atendida a seguinte equação:

$$M_{Rd} \geq M_{Sd} \quad [5]$$

Onde:

$M_{Sd}$  é o momento solicitante de projeto

$M_{Rd}$  é o momento resistente de cálculo

Segundo a ABNT NBR 14762:2010 o  $M_{Rd}$  deve ser considerado como o menor dos valores entre, o momento resistente de cálculo quanto ao escoamento da seção transversal do perfil, o momento resistente de cálculo quanto a instabilidade lateral com torção do perfil, e, o momento resistente de cálculo devido à instabilidade distorcional do perfil.

##### 2.2.4.2.1.4.1. Escoamento seção Transversal

De acordo com a ABNT NBR 14762:2010, o momento fletor resistente de cálculo relacionado ao escoamento da seção transversal pode ser calculado de acordo com a seguinte equação:

$$M_{Rd} = \frac{W_{ef} f_y}{\gamma} \quad [6]$$

Onde:

$\gamma$  é um coeficiente de segurança normativo com valor igual a 1,10

$W_{ef}$  é o módulo de resistência elástico da seção efetiva

Segundo a norma, o  $W_{ef}$  pode ser obtido a partir das larguras efetivas, onde nesse caso a tensão está relacionada diretamente ao estado limite último de escoamento, ou seja,  $\sigma = f_y$ .

#### 2.2.4.2.1.4.2. Instabilidade lateral com torção

Vigas não travadas lateralmente fletidas geralmente estão sujeitas a instabilidade lateral com torção. Nesses casos, a norma define para a determinação do momento fletor resistente de cálculo para esse modo de instabilidade a seguinte equação:

$$M_{Rd} = \frac{\chi_{FLT} W_{c,ef} f_y}{\gamma} \quad [7]$$

Onde:

$\gamma$  é um coeficiente de segurança normativo com valor igual a 1,10

$W_{c,ef}$  é o módulo de resistência elástico da seção efetiva em relação a fibra mais extrema comprimida

Nesse modo de instabilidade, para determinação de  $W_{c,ef}$  em relação das larguras efetivas dos elementos, considera-se  $\sigma = \chi_{FLT} f_y$ , onde  $\chi_{FLT}$  é o valor de redução associado a instabilidade do perfil em função da instabilidade lateral com torção, o qual pode ser definido a partir das equações a seguir:

$$\chi_{FLT} = 1,0 \quad \text{para } \lambda_0 \leq 0,6 \quad [8]$$

$$\chi_{FLT} = 1,11(1 - 0,278\lambda_0^2) \quad \text{para } 0,6 < \lambda_0 < 1,336 \quad [9]$$

$$\chi_{FLT} = \frac{1,0}{\lambda_0^2} \quad \text{para } \lambda_0 \geq 1,336 \quad [10]$$

Sendo

$$\lambda_0 = \left( \frac{W_c f_y}{M_e} \right)^{0,5} \quad [11]$$

Onde:

$W_c$  é o módulo de resistência elástico da seção bruta relacionado à fibra mais comprimida

$M_e$  corresponde ao momento fletor crítico de instabilidade lateral com torção

Para determinar  $M_e$  existem diferentes equações conforme a geometria da seção transversal do perfil, as quais podem ser encontradas no item 9.8.2.2 da ABNT NBR 14762:2010.

#### 2.2.4.2.1.4.3. Instabilidade Distorcional

Para o modo de instabilidade distorcional, a norma determina que a determinação do momento resistente de cálculo seja feita a partir da seguinte equação:

$$M_{Rd} = \frac{\chi_{dist} W f_y}{\gamma} \quad [12]$$

Onde:

$\gamma$  é um coeficiente de segurança normativo com valor igual a 1,10

$W$  é o módulo de resistência elástico da seção bruta, relacionado com à fibra mais solicitada que atinge o escoamento

$\chi_{dist}$  é o fator de redução relacionado a instabilidade distorcional, que segundo a ABNT NBR 14762:2010 pode ser calculado de acordo com a seguintes equações:

$$\chi_{dist} = 1 \quad \text{para } \lambda_{dist} \leq 0,673 \quad [13]$$

$$\chi_{dist} = \left( 1 - \frac{0,22}{\lambda_{dist}} \right) \frac{1}{\lambda_{dist}} \quad \text{para } \lambda_{dist} > 0,673 \quad [14]$$

Sendo  $\lambda_{dist}$  o índice de esbeltez reduzido referente à instabilidade distorcional que pode ser calculado a partir da seguinte equação:

$$\lambda_{dist} = \left( \frac{W f_y}{M_{dist}} \right)^{0,5} \quad [15]$$

Onde:

$M_{dist}$  é o momento fletor crítico de instabilidade distorcional elástica, que pode ser calculado a partir da análise linear elástica.

#### 2.2.4.2.1.5. Dimensionamento ao esforço cortante

No caso de perfis submetidos a flexão, é necessário também que se faça a análise da instabilidade local dos elementos a partir dos esforços de cisalhamento. Nesse sentido, a norma estabelece que se atenda à seguinte condição:

$$V_{Rd} \geq V_{Sd} \quad [16]$$

Onde:

$V_{Sd}$  é o esforço cortante solicitante de cálculo

$V_{Rd}$  é o esforço cortante resistente de cálculo

A partir dessa condição, a norma determina outros parâmetros, onde a equação aplicável para determinação da força cortante resistente depende diretamente da esbeltez da alma, como pode ser visto nas equações abaixo.

$$V_{Rd} = \frac{0,6 f_y h t}{\gamma} \quad \text{para } h/t \leq 1,08 \left( \frac{E k_v}{f_y} \right)^{0,5} \quad [17]$$

$$V_{Rd} = \frac{0,65 t^2 (E k_v f_y)^{0,5}}{\gamma} \quad \text{para } 1,08 \left( \frac{E k_v}{f_y} \right)^{0,5} < h/t < 1,4 \left( \frac{E k_v}{f_y} \right)^{0,5} \quad [18]$$

$$V_{Rd} = \frac{0,905 E k_v t^3}{\gamma h} \quad \text{para } h/t > 1,4 \left( \frac{E k_v}{f_y} \right)^{0,5} \quad [19]$$

Onde:

$E$  é o módulo de elasticidade do material

$h$  é a largura da alma

$k_v$  é o coeficiente de instabilidade local por cisalhamento que segundo a norma pode ser encontrado seguindo os seguintes parâmetros:

Para alma sem enrijecedores ou com relação dimensional  $a/h > 3,0$  pode-se admitir que o valor de  $k_v = 5,0$  enquanto, para relação dimensional  $a/h \leq 3,0$  o valor de  $k_v$  deve ser obtido a partir da seguinte equação:

$$k_v = 5,0 + \frac{5,0}{\left(\frac{a}{h}\right)^2} \quad [20]$$

Onde:

$a$  representa a distância entre enrijecedores transversais de alma.

#### 2.2.4.2.2. MSE e MRD

Além do MLE citado anteriormente, a norma também traz outros dois métodos que serão citados a seguir, são eles o Método da Seção Efetiva e o Método da Resistência Direta.

O Método da Seção Efetiva (MSE) segue em princípio os mesmos conceitos utilizados pelo MLE, onde são consideradas as propriedades geométricas efetivas do perfil, porém, diferentemente do MLE, no MSE a redução de seções é aplicada diretamente na seção transversal dos perfis como um todo, e não elemento por elemento. Esse método foi proposto inicialmente por Batista (2010) e logo em seguida foi introduzido na norma ABNT NBR 14762:2010.

De acordo com Silva *et al.* (2014), as expressões utilizadas pelo método são deduzidas a partir do MRD, fazendo com que o MSE seja considerado o método mais indicado para utilizar como método de dimensionamento manual, em função da sua praticidade comparado ao MLE, um dos principais fatores de praticidade é que esse método apresenta valores de coeficiente de instabilidade para seções convencionais completas, como é o caso dos PFF de seção U e Z.

No MSE, quando se consideram seções transversais diferentes das apresentadas na ABNT NBR 14762:2010, é necessário que se faça uma análise por meio de uma ferramenta computacional especializada em estabilidade elástica, da mesma forma que para o MRD, pois não é possível se obter o coeficiente de flambagem de modo analítico. Esse método compreende curvas de resistência onde considera-se a iteração entre os modos de instabilidade global e local.

No entanto, o modo de instabilidade distorcional deve ser analisado a parte assim como no MLE.

O Método da Resistência Direta (MRD) é conhecido hoje como sendo o método mais rápido e prático para o dimensionamento de PFF, uma vez que o mesmo considera as características e propriedades geométricas brutas do perfil como um todo não o discretizando em elementos. Esse método foi proposto por Schafer (2008), e implantado pela primeira vez de modo formal em 2004 como apêndice 1 da norma norte-americana AISI, como um método para ser utilizado alternativamente ao MLE.

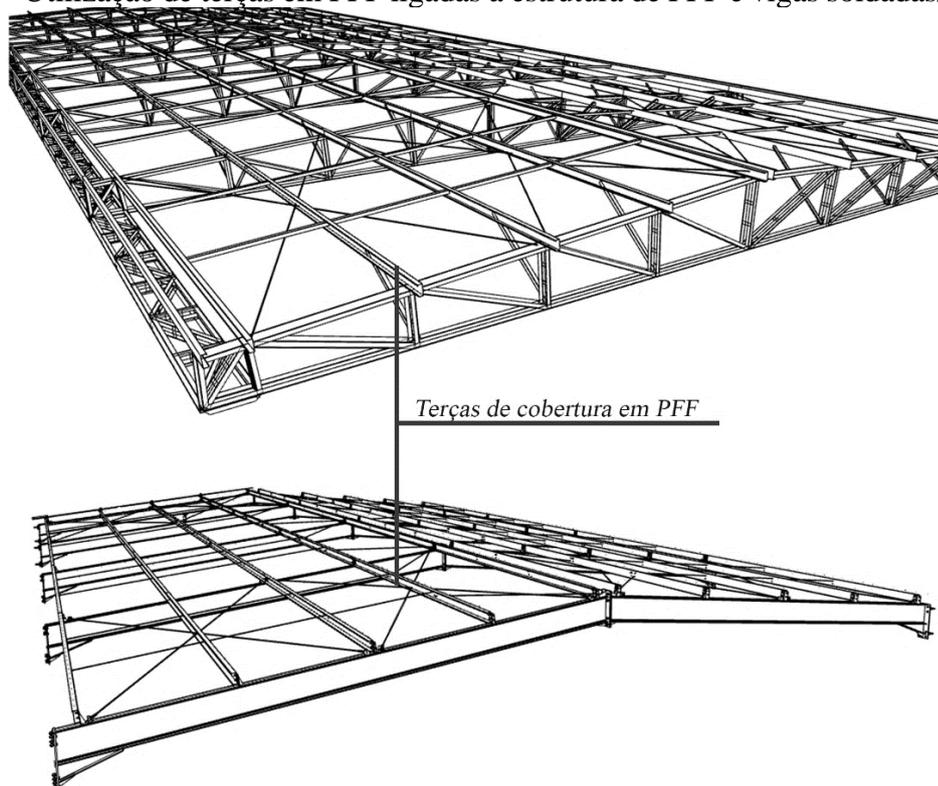
Esse método é aplicável a qualquer tipo de seção com a condição de que se conheçam os parâmetros do mesmo como valores críticos elásticos de todos os modos de instabilidade citados anteriormente nesse trabalho. Esse método está presente no anexo C da ABNT NBR 14762:2010, e é um método recomendado para utilização com o auxílio de ferramentas computacionais de análise estrutural.

Atualmente existem diversos softwares livres que são capazes de calcular as propriedades e resistências de PFF, como por exemplo os softwares CUFSM e o DimPerfis. Cada software utiliza de uma metodologia diferente para fazer o dimensionamento das barras, demonstrando diversos resultados sobre os perfis, o que se torna interessante do ponto de vista analítico, podendo comparar os resultados apresentados por cada um deles.

#### 2.2.5. Terças de aço em perfis formados a frio

Terças são elementos estruturais lineares que se assemelham a vigas, e que tem como principal função suportar os elementos de fechamento, sejam telhas, painéis, entre outros, e podem ser utilizados tanto em estruturas de cobertura também em PFF como combinados com elementos laminados ou soldados, como mostrado na Figura 18. Esses elementos podem ser constituídos de diversos materiais, porém os mais comuns são madeira e aço. Quando constituídos de aço, esses elementos geralmente são fabricados em PFF, pois apresentam menor peso e uma boa relação de resistência, não gerando tanto esforço sobre o sistema principal de fechamento.

Figura 18 – Utilização de terças em PFF ligadas a estrutura de PFF e vigas soldadas/laminadas.



Fonte: Autor.

Segundo Schiavon (2019), é comum que terças de aço que compõe o sistema de fechamento sejam formadas de PFF, onde por sua vez as seções mais comuns utilizadas são as seções “Z”, “U” ou “Sigma”. Segundo o autor, a função principal dessas terças é suportar os elementos de fechamento e transferir os esforços gerados pelos mesmos até a estrutura principal de cobertura ou fechamento.

Chung e Ho (2005) dividem a classificação do sistema de terças em quatro classes, de acordo com a continuidade das mesmas em função das ligações oferecidas, são elas:

- i) Biapoiado;
- ii) Contínuo com dois vãos;
- iii) Múltiplos vãos com transpasse;
- iv) Múltiplos vãos com luvas.

Entre essas quatro classes a mais utilizada é sem dúvidas o sistema de terças biapoiadas, que segundo a literatura é comumente usada para pequenos vãos (até 10m), uma vez que oferecem um menor custo e maior facilidade de montagem e fabricação, tornando assim o sistema mais simples. No caso dos sistemas contínuos de dois ou mais vãos a simplicidade de montagem diminui significativamente, ocasionando um aumento da mão de obra envolvida, fazendo com que assim esses sistemas não sejam tão utilizados.

Segundo Gilio (2016), no caso de grandes vãos, o sistema de terças contínuas se mostra vantajoso quando comparado ao sistema biapoiado, pois possibilita economia de material, uma vez que se reduz a seção dos PFF, em função da redução dos picos de momento e dos deslocamentos solicitados a terça. Porém, segundo o autor, há uma grande dificuldade envolvida na montagem e no transporte desses elementos, uma vez que os mesmos precisam ter comprimentos significativos para vencer mais de um vão considerado grande. Por isso, esses elementos são segmentados, e então é feita uma conexão por meio de luvas ou ligações parafusadas.

### **2.3. Otimização**

Segundo conceitua Martinez (1995), a otimização é um problema matemático com diversas aplicações que podem ser utilizadas praticamente. Segundo o autor, a otimização consiste em encontrar os mínimos ou máximos de uma função de várias variáveis com valores dentro de uma a região de espaço multidimensional específica.

Rao (2009) reforça o conceito de Martinez, e diz que a otimização pode ser definida como o conjunto de procedimentos por meio dos quais busca-se maximizar ou minimizar uma função, denominada como *função objetivo*, sujeita ou não a restrições, as quais podem ser de igualdade, desigualdade e restrições laterais, acabando assim com um resultado mais eficiente dependendo do problema proposto.

Os conceitos de otimização cada vez mais podem ser aplicados a área de engenharia, uma vez que com ela há a possibilidade de se reduzir quantidade de material necessário para se executar uma estrutura ou até mesmo tornar a estrutura mais eficiente, além de na maioria das vezes minimizar o custo da mesma, podendo assim viabilizar ou inviabilizar um projeto.

Conforme cita Tormen *et al.* (2020), há uma ligação direta entre a otimização estrutural, a sustentabilidade e o meio ambiente, uma vez que a otimização tem a capacidade de minimizar o consumo necessário de matéria-prima, para que assim se extraia apenas o suficiente.

Com o atual aumento de ferramentas computacionais, a otimização estrutural se torna cada vez mais presente no dia a dia dos engenheiros. A otimização tornou-se uma ferramenta importante que auxilia na elaboração de projetos otimizados, e é utilizada para resolver problemas onde torna-se necessário encontrar soluções mais eficientes dentre tantas possibilidades (SALES et al. 2019).

Aplicando as técnicas e métodos de otimização torna-se possível desenvolver projetos estruturais mais eficientes e racionalizados, sendo plausível dessa maneira tirar seu máximo proveito. A aplicação dessas técnicas geralmente reduz o peso próprio das estruturas, e faz isso baseada em processos de interações que estabelecem e comparam os resultados encontrados dentro de um campo de resultados possíveis. A partir disso, os métodos de otimização determinam o resultado ótimo, ou por muitas vezes muito perto do ótimo, garantindo a segurança a eficiência e a economia das estruturas.

Na área da engenharia civil, também existem algumas outras possíveis aplicações de otimização, como por exemplo, na dosagem de materiais, no gerenciamento de linhas de transporte, e no projeto de redes de abastecimento de água ou de esgoto, sempre visando a economia ou o melhor desempenho dos sistemas.

Segundo Lima (2011), a otimização pode ser classificada de três formas principais, que são otimização convencional, que é aquela que busca o melhor arranjo entre nós e posicionamento dos elementos, otimização paramétrica, a qual otimiza os parâmetros de projeto relacionados geralmente às características construtivas utilizadas para desenvolver determinada solução, ou otimização topológica.

De acordo com Maia (2009), o conceito de otimizar uma estrutura deixa implícito a liberdade de alterar seus parâmetros em busca da solução desejada.

Segundo Rao (2019), como a otimização é a ação de obter a melhor solução em determinada ocasião, pode-se dizer que os engenheiros utilizam diariamente da mesma pois, tanto na construção, na elaboração de projetos ou na manutenção de obras, os mesmos tomam decisões tecnológicas e gerenciais com o intuito de maximizar a eficiência das mesmas ou de reduzir ao máximo os custos e esforços necessários.

Porém, apesar de todas as contribuições e utilidades dos processos de otimização, o progresso foi mínimo até meados do século XX, pois só a partir do momento em que os computadores digitais tornaram o processo de otimização mais veloz é que ele se tornou realmente viável, estimulando assim o desenvolvimento de pesquisas nessa área, principalmente voltados a determinar métodos mais eficientes. Foram esses grandes avanços que permitiram também o surgimento de novas áreas de estudo dentro da otimização (RAO, 2019).

Silva (2018) diz que quando se fala de otimização aplicada a terças de cobertura, geralmente o que se encontra é voltado à otimização de seções transversais, envolvendo a relação das dimensões das seções de um perfil ou a presença e enrijecedores de borda ou intermediários, onde se encontram soluções eficientes, pois os enrijecedores conferem aos

perfis um melhor desempenho estrutural quanto à instabilidade local em função do momento fletor e/ou força cortante.

### 2.3.1. Formulação de problemas de otimização

Quando se trabalha na resolução de problemas de otimização, é necessário que se atenda a alguns fatores para chegar a uma solução adequada. Entre esses fatores, um dos mais importantes é provavelmente a formulação correta do problema que se pretende resolver. Segundo Maia (2009), geralmente esses problemas possuem uma estrutura base similar, onde a formulação é composta pelos elementos que geralmente são função objetivo, o qual é o fator que se pretende otimizar, as variáveis de onde irá derivar a função objetivo, e as restrições, que delimitarão os valores atribuídos as variáveis ou outros fatores de projeto.

Secchi (2015) diz que um dos primeiros passos para se formular um problema de otimização é fazer o levantamento e definição de quais são as variáveis de projetos a serem adotadas, pois são elas as responsáveis por ordenar e reger todas as decisões a serem tomadas. O autor ainda cita que as variáveis podem ser subdivididas em duas categorias, que se denominam como variáveis discretas e variáveis contínuas.

As variáveis contínuas são todas aquelas que podem assumir qualquer valor independentemente de sua grandeza, desde que estejam dentro do espaço de busca delimitado, podendo ser números inteiros ou fracionários, como por exemplo a dimensão da alma de um perfil de aço. Já as variáveis discretas são todas aquelas que ficam restritas a valores pré-determinados que são condicionados à aplicação prática de sua dimensão, como por exemplo a espessura da chapa de um perfil dobrado, já que as chapas de aço são vendidas com espessuras específicas, e uma vez que se o resultado obtido para a variável em questão for diferente das espessuras comerciais, não representaria o sentido prático de sua aplicação (SECCHI, 2015).

Segundo Santos e Kripka (2018), geralmente um projeto estrutural parte de um pré-dimensionamento que leva em consideração as características geométricas iniciais das estruturas, assim como suas possíveis melhorias e a verificação da estabilidade das mesmas. Nesse sentido, os projetos estruturais geralmente apresentam diversas soluções para seu dimensionamento, e isso se dá em função das variáveis, pois podem existir diversas combinações de variáveis que satisfaçam o problema solicitado, mas dentre todas essas possíveis soluções somente uma será a melhor, ou como pode-se dizer, a solução ótima.

De acordo com Tormen *et al.* (2020), tanto as variáveis quanto os parâmetros de projeto, descrevem o problema físico proposto, porém as mesmas devem satisfazer as restrições a que estão sujeitas, restrições essas que são responsáveis por delimitar o espaço de busca da solução ótima.

Não há nem um processo de dimensionamento ou de otimização estrutural que não apresente restrições de projeto, uma vez que qualquer condicionante como a delimitação do número de elementos ou os parâmetros impostos por normas podem ser considerados como restrições. As restrições são, por sua vez, uma gama de especificações técnicas, requisitos e condicionantes de projetos que devem ser atendidos quando desenvolvido um processo de otimização, a fim de garantir a segurança e a validade do projeto conforme as normas vigentes e conforme a disponibilidade de material ou mão de obra envolvida.

De forma resumida, podemos descrever um problema de otimização da seguinte maneira:

Minimizar (ou maximizar)

$$f(x_i) \quad i= 1, n \quad (\text{Função objetivo})$$

Sujeito a:

$$g_j(x_i) \leq 0 \quad j= 1, m \quad (\text{Restrições de desigualdade})$$

$$h_k(x_i) = 0 \quad k= 1, 1 \quad (\text{Restrições de igualdade})$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad (\text{Restrições laterais ou canalizadas})$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T: \quad (\text{Variáveis de projeto})$$

$$x \in R^n$$

Dentre as restrições, é possível separá-las em três tipos principais, que são as restrições de desigualdade, que garantem que determinado valor da rotina de otimização seja diferente de um valor em específico, as restrições de igualdade que, contrariamente às restrições de desigualdade garantem que um fator da rotina de otimização seja igual a um valor específico e pré-determinado, e por fim as restrições laterais, as quais garantem que um fator da rotina de otimização tenha seu valor definido dentro de um intervalo específico pré-determinado, ou que esse valor seja menor ou maior que um valor pré-determinado.

### 2.3.2. Métodos e ferramentas de otimização

Atualmente existem diversos métodos de otimização e algoritmos conhecidos para se resolver problemas de otimização, porém, existem diferenças significativas entre eles. Diferenças essas que podem ser determinantes quanto à eficiência da aplicação de um método a um problema específico.

São dois os tipos de algoritmos usados para solucionar um problema de otimização, ou são algoritmos determinísticos ou probabilísticos. Os métodos de otimização determinísticos, também conhecidos como métodos clássicos ou de gradiente, são métodos que incluem basicamente conceitos de programação matemática para convergir a um determinado ponto. Os métodos determinísticos são baseados em cálculos de derivadas, sendo elas de primeira ou segunda ordem, ou de uma aproximação das mesmas.

Por sua vez, os métodos que são baseados em algoritmos probabilísticos, no entanto, envolvem no processo de otimização dados e parâmetros estocásticos, convergindo a uma solução ótima do ponto de vista probabilístico.

Segundo Liu *et al.* (2004), pelo fato de o dimensionamento e o controle dos modos de instabilidade dos PFF serem complexos, e apresentarem um comportamento não linear, observa-se que a maioria dos processos de otimização baseados no cálculo de gradientes, que se utilizam de formulações para descrever o comportamento de PFF à função objetivo, são limitados e altamente ineficientes quanto à capacidade de encontrar soluções de seção transversal ótimas.

No entanto, hoje existem diversos métodos e algoritmos de otimização que são capazes de resolver problemas altamente não lineares, como é o caso dos Algoritmos Genéticos (AGs), por exemplo. Segundo Grigoletti (2008), os AGs são uma alternativa de alta eficiência e que já é reconhecido como sendo um método robusto. Segundo o autor, o AG tem como característica um formato estocástico, portanto utiliza uma gama de ações capazes de buscar a solução ótima de forma aleatória, necessitando apenas de informações do valor contida na função objetivo e sem necessitar de muitas informações quanto às características da própria função de estudo.

Dentro destas características, os Algoritmos Genéticos são uma alternativa, já que os mesmos são reconhecidos como uma ferramenta de robustez elevada, pois tendo um caráter estocástico, utilizam um conjunto de ações que buscam a solução ótima aleatoriamente, sem necessitar de muitas informações a respeito do comportamento da função estudada, apenas das informações contidas no valor da própria função objetivo (GRIGOLETTI, 2008).

Hoje existem diversas ferramentas computacionais que possibilitam que se dimensione uma estrutura de forma otimizada. Alguns dos métodos de otimização mais usados, segundo Kripka *et al.* (2011) e Sales *et al.* (2019), são baseados em descendência como é o caso dos AGs. Segundo os autores, esses métodos comparam os resultados encontrados das iterações feitas e selecionam o melhor dos resultados que segue com o intuito de gerar a população seguinte. Nesse tipo de processo, as iterações acontecem até que não seja encontrada solução mais efetiva dentro da precisão previamente estimada. A facilidade de programação desses algoritmos, a grande possibilidade de aplicação dos mesmos, e a eficiência do método quanto a resolução de problemas fez com que os AGs se difundissem rapidamente tanto no meio acadêmico quanto no técnico.

#### 2.3.2.1. *Simulated Annealing*

Outro método de otimização, dentre os tantos já utilizados para otimização de PFF, é o Método do Recozimento Simulado (MRS), também conhecido como Simulated Annealing (SA), que é um método meta-heurístico para otimização global de problemas.

O SA foi originalmente proposto por Kirkpatrick *et al.* (1983), e apresenta-se como sendo um método de otimização combinatória. Pode-se entender que os autores apresentaram o SA como sendo uma relação entre a otimização combinatória e a mecânica estatística, onde foram inspirados principalmente por um algoritmo desenvolvido por Metropolis *et al.* (1953).

Segundo Pravia e Kripka (2008), esse método também utiliza uma estratégia diferente das utilizadas pelos métodos determinísticos, pois o mesmo tenta evitar a convergência da função objetivo para um ponto de mínimo local, que não condiz com uma solução eficiente de otimização. O método procede de forma a aceitar, segundo critérios algumas soluções que acarretem na solução temporária contrária ao objetivo da função objetivo, como por exemplo aceitando um aumento no valor da função quando o objetivo principal do problema é a minimização do mesmo. Segundo os autores, esse método é reconhecido como sendo eficaz para a resolução de problemas de difícil solução, e foi desenvolvido em semelhança ao processo de recozimento de um sólido, quando se busca obter um resultado de estado de energia mínima.

De acordo com Mundin e Delavy (2008), o simulated annealing baseia principalmente em processos de otimização combinatória referenciando a conceituação de termodinâmica. O termo Annealing segundo os autores provém do inglês e significa recozimento, processo que é

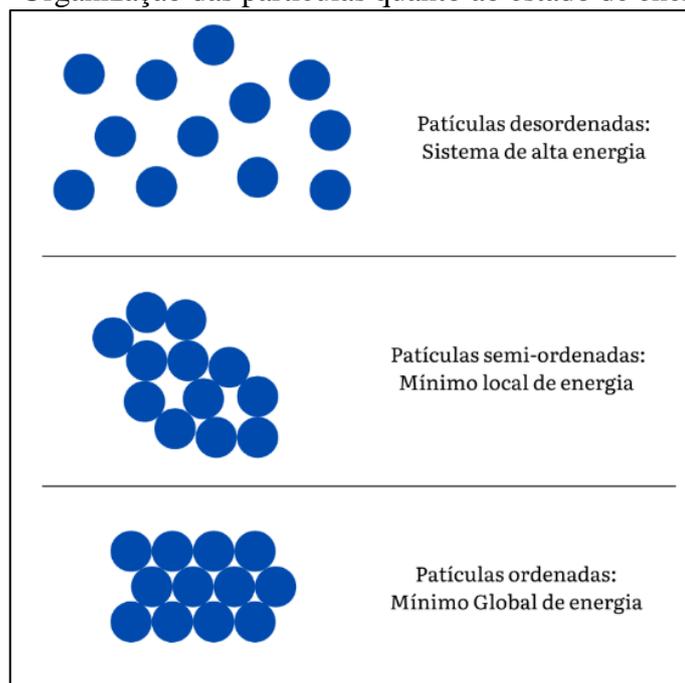
utilizado principalmente em indústrias metalúrgicas para moldar e alterar as características de um material de acordo com um controle de mudanças de temperatura.

De acordo com Rosa *et al.* (2009), o processo do recozimento é um processo de caráter físico, que tem como objetivo principal modificar as propriedades de um material, entre os mais comuns o vidro e o aço. Esse processo é feito inicialmente aquecendo o material a altas temperaturas, e em seguida resfriado lentamente até que a temperatura se aproxime de um ponto de solidificação do material para que assim o mesmo encontre um estado de baixa energia.

Quando o material está em estado líquido, os átomos do mesmo se organizam de forma aleatória, o que faz com que esse material atinja uma configuração de alta energia. Ao ser resfriado de forma lenta, há tempo suficiente para que os átomos se reorganizem e atinjam assim seu estado fundamental, estado esse que representa o estado de mínima energia do material, ou uma estrutura sólida e cristalina, que não apresenta descontinuidades como é o caso de um cristal. No entanto, se o controle do resfriamento não for feito de forma cuidadosa, o material pode não alcançar seu estado fundamental, o que resultaria em um estado onde as partículas se encontrariam semi-ordenadas, ou um estado de mínima energia local, como é o caso de um processo de tempera, onde formam-se estruturas amorfas (EGLESE. 1990; MUNDIM e DELAVY. 2008).

Na Figura 19 são representadas as situações de alta energia do material, de mínima local de energia e mínimo global de energia como citado anteriormente.

Figura 19 – Organização das partículas quanto ao estado de energia atingido



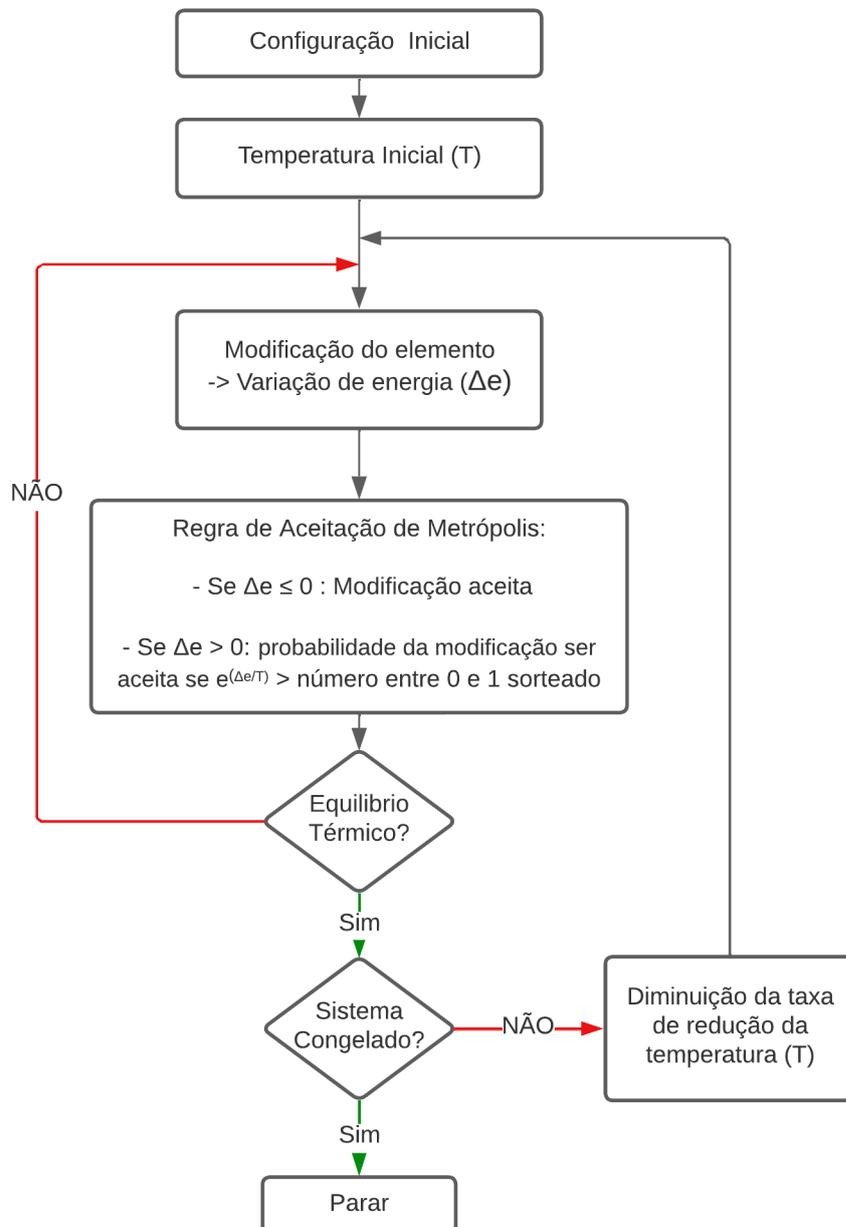
Fonte: Autor

De acordo com Eglese (1990), quando se faz a analogia entre o processo de recozimento físico e o SA, pode-se entender que os estados do material correspondem diretamente as diversas soluções factíveis englobadas no problema de otimização combinatória, enquanto, o estado de energia do mesmo representa a função objetivo que tende a ser minimizada nesse mesmo problema.

Quando se refere ao SA, há a necessidade de que se controle a redução da “temperatura”, para assim poder garantir que o estado de mínima energia global será encontrado. Essa “temperatura” não é representativa à temperatura física, mas representa um valor artificial que atua como um parâmetro estocástico que possibilita que o método consiga fugir de pontos de mínimo local. O SA apenas ficará confinado muito próximo se não exatamente no ponto de mínimo global quando essa “temperatura diminuir o suficiente” (MUNDIM e DELAVY, 2008).

Dréo *et al.* (2006) apresentam um fluxograma que descreve de forma breve o funcionamento do método de otimização de SA, como visto na Figura 20.

Figura 20 – Fluxograma do processo de Simulated Annealing



Fonte: Adaptado de Dréo *et al.* (2006)

De acordo com Dréo *et al.* (2006), quando o sistema alcança o equilíbrio térmico a uma certa temperatura, a probabilidade de que o sistema tenha uma determinada energia “E” é proporcional ao fator de Boltzmann “ $e^{-E/k_B T}$ ”, onde “ $k_B$ ” representa a constante de Boltzmann.

Além de considerado o fator de Boltzmann, para que se possa simular o andamento de um sistema em direção ao equilíbrio térmico, o algoritmo de Metropolis *et al.* (1953) pode ser usado. Baseado em uma configuração inicial, o sistema está sujeito a uma transformação elementar, se essa transformação ocasionar uma variação ( $\Delta E$ ) diminutiva na energia do sistema (diminuição da função objetivo), essa modificação é aceita, no entanto, se a modificação causar

uma variação ( $\Delta E$ ) positiva na energia do sistema, essa modificação pode ser aceita de acordo com uma probabilidade tida como  $e^{-\Delta E/T}$ . Na prática, essa condição de aceite é realizada da seguinte maneira, primeiro é sorteado um número aleatório ente 0 e 1, e então o estado de majoração de energia é aceito uma vez que esse número sorteado seja menor ou igual a equação probabilística citada anteriormente ( $e^{-\Delta E/T}$ ).

O papel atribuído a função temperatura pela regra de Metropolis pode ser entendido uma vez que quando a temperatura do sistema for alta a função  $e^{-\Delta E/T}$  é próxima de 1, nesse caso o sistema tende a aceitar grande parte das modificações da função objetivo. Segundo Dréo *et al.* (2006), essa alta taxa de aceitação pode ser entendida como um passeio aleatório do algoritmo no espaço da função objetivo. No entanto quando em baixas temperaturas a função  $e^{-\Delta E/T}$  aproxima-se de zero, sendo assim grande parte dos movimentos que tendem a aumentar a energia do sistema são recusados

De acordo com Dréo *et al.* (2006), quando em uma temperatura intermediária, o algoritmo autoriza as modificações de degradam a função objetivo, ou seja, permite que a função objetivo ou energia do sistema seja elevada, porém, o algoritmo deixa um escopo para que o sistema seja retirado de um mínimo local. Ainda de acordo com o autor, na prática o processo de otimização só termina quando o sistema é “solidificado”, ou “congelado”, ou seja, quando a temperatura do sistema atingiu o valor de zero ou é impossível de se mover por ter atingido o mínimo global.

Haeser e Ruggiero (2008) complementam dizendo que a ideia principal do algoritmo é inicialmente aceitar quase todas as transições propostas, a fim de fazer com que o sistema escape de mínimos locais durante essas transições, e em seguida aceitar as transições com uma probabilidade cada vez menor as soluções que pioram o valor da função objetivo, sendo que quanto mais a temperatura tende a zero menos o sistema aceitará as transições pra pontos de piora do sistema.

### 2.3.3. Ferramentas de Otimização

A análise e o processo de dimensionamento de qualquer estrutura geralmente são processos muito complexos que envolvem diversos fatores. Destaca-se a importância e a necessidade de se testar todas as possibilidades de dimensões em uma estrutura para assegurar a otimização da mesma, porém, quanto maior o número de variáveis e elementos, maior o

número de possibilidades vindas deste processo, tornando assim um problema com uma alta complexidade.

A análise desses problemas pode ser um processo exaustivo, demorado e ineficiente, quando não utilizadas ferramentas adequadas, assim a utilização de ferramentas computacionais se torna indispensável para resolução de problemas com alta complexidade. A utilização das ferramentas computacionais aliadas aos métodos de otimização corretos permita atingir uma alta eficiência na resolução do problema, atingindo a solução rapidamente e sempre garantindo as condições de projeto predeterminadas como, por exemplo, as condições normativas de segurança e desempenho estrutural.

Como citado anteriormente, existem diversos métodos de otimização, mas também existem diversas ferramentas hoje que possibilitam a aplicação desses métodos, são softwares e linguagens de programação que permitem a e controlam a aplicação das iterações e das formulações dos métodos.

Entre essas ferramentas existem algumas que podem ser citadas, pela sua ampla utilização e eficiência na aplicação das rotinas de cálculo e dos métodos de otimização, entre elas estão softwares como o MS Excel e o RStudio, e linguagens de programação como Python, R linguagem de programação, Java, entre outros.

Entre as ferramentas mais utilizadas atualmente se encontra o Python, que segundo Cabral (2013) é uma linguagem de programação dinâmica e baseada em bytecode, podendo ser executada em máquinas virtuais. Segundo o autor, essa ferramenta pode ser utilizada em diversos domínios e em uma ampla gama de aplicações, e é reconhecida por ser uma ferramenta simples e possuir uma boa curva de aprendizado além de possuir um grande suporte de bibliotecas. Porém, o autor ainda cita a ferramenta como sendo muito lenta quando se compara a programas implantados a outras linguagens de programação atuais.

Cabral (2013) cita a linguagem de programação python como sendo uma linguagem de alto nível, que pode ser aplicada a propósitos gerais e tem uma tipagem dinâmica. Segundo o autor essa linguagem vem sendo empregada em uma ampla gama de domínios, onde, essa popularidade da linguagem se deve a diversos fatores como por exemplo:

- Possui uma sintaxe clara e expressiva;
- Possui uma biblioteca padrão com programas já inclusos;
- Tem uma excelente documentação;
- Possui um vasto ecossistema com diversas bibliotecas e ferramentas.

De acordo com Millman e Aivazis (2011), por mais que o Python não tenha sido desenvolvido pensando em atender em específico às necessidades computacionais da comunidade científica, o mesmo chamou atenção de cientistas e engenheiros de forma muito rápida.

Por mais que o Python apresente uma sintaxe expressiva e uma rica biblioteca de dados embutida, como por exemplo listas dicionários e strings, é nítido que para que ele possa fornecer o framework necessário para utilização em computação científica é necessário que se complemente a linguagem. Por mais que o Python seja usado seriamente para computação numérica desde os anos 90, foi somente nos últimos anos que a linguagem se tornou popular para computação simbólica (MILLMAN e AIVAZIS, 2011).

Segundo Cabral (2013), o Python está sendo cada vez mais utilizado pela comunidade científica, o autor cita que um dos fatores que influencia para isso é a facilidade de se encontrar bibliotecas para qualquer área e, raramente faltam ligações de outras linguagens de programação para python, onde muitas das vezes essas bibliotecas são escritas na própria linguagem. Segundo o autor, isso se torna um fato bastante curioso, uma vez que esses fatos não ocorrem com a linguagem Ruby, que é muito similar ao Python.

Como se pode ver na Figura 21, a linguagem de programação Python está em primeiro lugar no ranking das linguagens, segundo IEEE Spectrum (2021), no âmbito de abrangência e utilização.

Figura 21 – Ranking das linguagens de programação segundo IEEE Spectrum

Rank	Language	Type	Score
1	Python	  	100.0
2	Java	  	95.4
3	C	  	94.7
4	C++	  	92.4
5	JavaScript		88.1
6	C#	   	82.4
7	R		81.7

Fonte: Adaptado de IEEE Spectrum (2021)

## 2.4. Trabalhos Sobre O Tema

Uma análise bibliométrica foi elaborada sobre o assunto principal de pesquisa, onde foram encontrados artigos de relevância significativa em revistas de impacto, e que se assemelham ao tema principal deste trabalho de forma a contribuir de forma positiva com o mesmo. Para isso, foi elaborada uma busca nas plataformas *Web of Science* e *Scopus*, onde diversos artigos foram encontrados. Os termos utilizados para as buscas dos artigos foram “*Purlins optimization*” e “*Steel shape optimization*”, a partir daí foi utilizado o software R para que se fizessem alguns filtros e assim se selecionassem os artigos mais relevantes.

O primeiro filtro foi o de duplicidade, onde foram eliminados os artigos duplicados, após isso foram feitos alguns outros filtros como seleção por relevância do título apresentado, e pela relevância do resumo apresentado para que assim se pudesse garantir que os mesmos se encontravam dentro do escopo desejado.

A seguir apresenta-se o desenvolvido de alguns dos artigos encontrados, que são relevantes quanto ao tema deste trabalho, foram encontrados cerca de vinte e oito trabalhos considerados relevantes, mas após filtrados de acordo com o título e o resumo foram mantidos onze deles para embasamento inicial do trabalho.

Seaburg e Salmon (1971) desenvolveram um estudo com o intuito de reduzir o peso de perfis com seção cartola. Para isso, os autores utilizaram dos métodos direto e do gradiente, onde utilizaram como função objetivo a minimização do peso do perfil. Nesse estudo, os autores apresentaram um exemplo apenas em função da complexidade de resolução do problema.

Lu *et al.* (2003) utilizaram algoritmos genéticos para trabalhar com a otimização de terças contínuas de aço em perfis formados a frio, considerando seções Z e Sigma para o projeto. Segundo os autores, toda a formulação do algoritmo genético se baseou na norma Eurocode 3 e nas restrições de fabricação encontradas. O método de dimensionamento utilizado pelos autores foi o MLE. Após a elaboração do trabalho, os autores concluem que todos os tipos de instabilidade foram investigados nos perfis estudados, e que um conjunto de seções otimizadas foram mostradas, seções essas que podem ser facilmente utilizadas por projetistas estruturais e fabricantes de perfis.

Pankau e Werochowski (2005) publicaram um artigo que consistiu basicamente em otimizar terças em Z formadas a frio de aço, em função de diferentes vãos e cargas. Os autores consideraram como variáveis para o desenvolvimento do estudo, a geometria da seção transversal das terças e a classe do aço utilizada para os mesmos. O estudo se baseou nas normas

européias (Eurocode 3), e para resolução do problema foram utilizados algoritmos genéticos como método de otimização. Ao final do estudo os autores demonstram alguns parâmetros que foram observados durante o artigo, como a melhoria considerável das seções quando comparadas as fornecidas comercialmente, largura do reforço que deve ser alterado conforme a altura dos perfis e os tipos mais usuais de aço encontrados a partir do processo de otimização.

Lewiński e Magnucki (2009), desenvolveram um trabalho voltado a seção transversal ótima de PFF com três seções distintas. Os autores utilizaram como função de otimização um valor adimensional, visando buscar a eficiência máxima dos perfis baseados em alguns fatores, condições de resistência, e instabilidade local e global dos perfis, onde, ao fim do estudo, apresentam as seções obtidas na forma de tabelas e figuras.

Kripka *et al.* (2011), desenvolveram um estudo focado na otimização numérica de perfis “U” formados a frio fletidos. O trabalho teve como objetivo principal, fornecer parâmetros para um dimensionamento otimizado, e o processo de otimização aplicado pelos autores teve como função a minimização da seção transversal. O método de dimensionamento utilizado pelos autores foi o MSE presente na norma ABNT NBR 14762:2010. Ao final do estudo os autores encontraram relações “ $L/bw$ ” com uma boa significância, onde também observaram que os perfis com enrijecedores se mostraram cerca de 17% mais eficientes se comparados aos perfis sem enrijecedores.

Um trabalho foi desenvolvido por Nguyen *et al.* (2017), onde por meio de combinação entre técnicas de otimização, testes experimentais e modelagens numéricas pelo método dos elementos finitos, foram desenvolvidas as seções ótimas de terças em PFF. Para determinar as resistências dos perfis e segundo os autores, superar as dificuldades de se usar a norma Eurocode 3 e o método das larguras efetivas, os mesmos utilizaram do Método da Resistência Direta para fazer essa determinação. Os testes experimentais e os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos serviram para validar as relações encontradas pelo método da resistência direta, onde segundo os autores, o MRD mostrou uma convergência robusta entre os valores dos testes anteriores e os valores encontrados pelo método.

Parastesh *et al.* (2019), apresentou um estudo, onde seu principal objetivo era apresentar um método prático de otimização de vigas colunas, em PFF monossimétricas. Para desenvolver o estudo foi utilizado algoritmos genéticos, onde para que se conseguisse chegar a seções praticáveis uma série de restrições foram impostas ao problema de otimização. Segundo os autores, foram analisadas um total de 132 vigas colunas, onde utilizou-se do método da resistência direta (MRD) para fazer a verificação dos mesmos. Ao final do estudo os autores

citam que os resultados apresentados provavelmente são úteis para um projeto mais eficiente de vigas colunas.

Becque (2019) desenvolveu um estudo com o intuito principal de analisar e explorar o estado da arte de publicações que remetem à otimização de perfis formados a frio, a fim de discutir o contexto geral desse tema e, discutir sobre aspectos que mostram os avanços necessários nesse campo. Segundo o autor, diversos algoritmos de otimização foram aplicados com êxito a esses problemas, no entanto, o autor diz que essa aplicação não é o principal desafio da otimização, mas sim a correta formulação desses problemas de otimização de forma que as seções otimizadas sejam possíveis na prática. Outro ponto relevante encontrado é o de que o peso mínimo do perfil quase nunca é o objetivo, na grande maioria dos trabalhos desenvolvidos a função objetivo principal é o custo atrelado a fabricação dos perfis. Porém como o peso de material envolvido geralmente é diretamente proporcional ao custo, tende-se a se obter seções com menor área e consecutivamente menos peso.

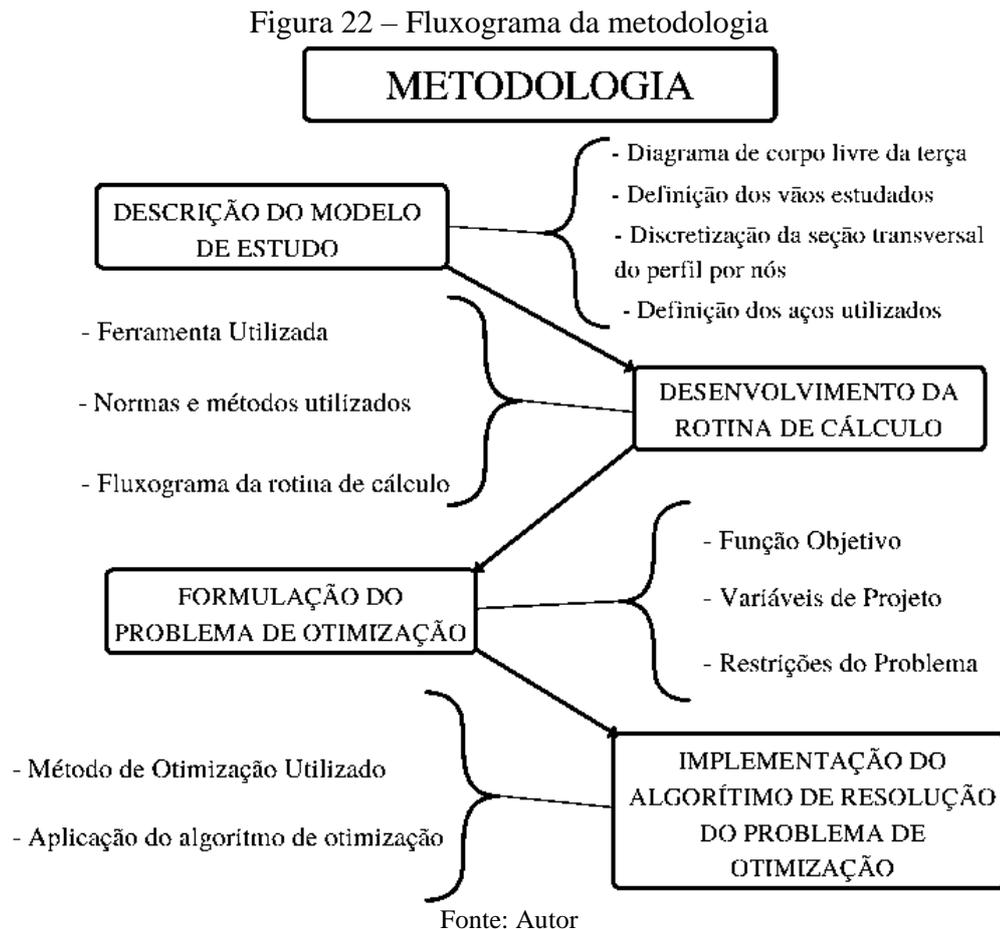
Nowicki (2019), desenvolveu um estudo com o objetivo principal de obter as formas de PFF mais vantajosas economicamente, aumentando a relação capacidade de carga por peso da seção. Os perfis estudados pelo autor foram perfis de seção C, onde o mesmo adotou três diferentes alturas e quatro diferentes espessuras de chapa. O estudo foi baseado na norma PN-EM 1993-1-3, e segundo o autor dividiu-se em duas etapas, sendo a primeira a parte de estudo, onde se apresentam diferentes conceitos e aplicações dos PFF assim como propriedades e métodos de cálculos dos mesmos. A segunda etapa se define pelo autor como parte computacional onde são elaborados exemplos de cálculo dos perfis, verificando a capacidade de carga de cada um em função da altura e espessuras de chapa dos mesmos. O autor apresenta ao final do estudo os resultados obtidos em forma de gráficos onde podem ser observadas as relações de capacidade de carga em função das características dos perfis.

Guimarães *et al.* (2021), desenvolveu um estudo, onde teve como principal objetivo otimizar a seção de terças de aço formadas a frio monométricas. Para o desenvolvimento o autor utilizou do algoritmo chamado de “*self-shape*” o qual segundo o autor é comprovadamente robusto e converge para soluções conhecidas e eficientes. Como função objetivo foi utilizada a minimização da área da seção transversal dos perfis, que por sua vez, foram discretizados em segmentos, e divididos em quatro, seis e oito elementos respectivamente. Ao final do estudo, entende-se que os resultados obtidos com o processo de otimização, convergem a soluções consistentes, satisfazendo as restrições impostas e resultando em terças utilizáveis, que por sua vez, quando comparadas as referências são até 6,6% mais econômicas em relação à quantidade de aço.

Kumar e Kannam (2021), desenvolveram um trabalho baseado em um estudo numérico, para poder encontrar as dimensões ótimas de perfis de aço formados a frio de seção C, Z e Retangular, quando utilizados de forma que sejam submetidos a tensões de flexão. Para o desenvolvimento do estudo os autores utilizaram algoritmos genéticos para que se pudessem obter os valores ótimos baseados na variação da capacidade de momento resistente dos mesmos. Para que se pudesse validar os modelos os autores também utilizaram a análise pelo método dos elementos finitos não linear, usando um software específico. Nesse estudo em específico os autores optaram por não variar a forma da seção dos perfis, variaram somente as dimensões dos mesmos.

### 3. METODOLOGIA

Neste capítulo é mostrada a sequência metodológica seguida para o desenvolvimento do estudo, que também pode ser compreendida de melhor maneira pelo fluxograma apresentado como Figura 22.



#### 3.1. Descrição Do Modelo De Estudo

Neste item, pretende-se discutir o modelo de estudo utilizado para a elaboração deste trabalho, para que se possa aproximar o mesmo o máximo possível da situação real de aplicação. Nesse intuito, como o elemento de estudo trata-se de uma terça de aço em PFF, a mesma irá ser considerada como biapoiada, por ser o modelo mais utilizado para vãos de até 10m, suprimindo assim a maior gama de aplicações das mesmas.

Para o caso desse estudo também se estipulará que a terça biapoiada terá seu comprimento destravado (L) variado de 3m a 6m, em incrementos de 1m, valores esses representativos das possibilidades de fabricação mais encontradas a partir de prensas

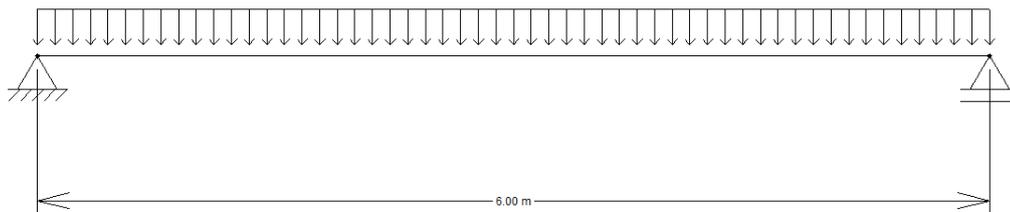
dobreiras para que assim o mesmo possa ser executado em qualquer lugar. Entende-se que o vão livre de até 6m para terças em PFF é muito usual sendo que assim o mesmo também atende a maioria das possibilidades de aplicações dessas terças.

Essa variação de comprimentos destravados possibilita também que seja possível encontrar relações dimensionais ótimas se existirem entre os modelos ótimos considerados.

Para fins de dimensionamento foi considerado um carregamento distribuído sobre o comprimento da terça estudada, carregamento esse que foi relativo às cargas aplicadas ao modelo em questão como, peso próprio, carga das telhas de cobertura e esforços devido ao vento, que para o presente estudo foi definido como 1,5kN/m.

Pode-se ver na Figura 23 o modelo considerado para a barra estudada no formato de diagrama de corpo livre para que assim se tenha uma melhor compreensão do objeto de estudo.

Figura 23 – Diagrama de corpo livre representando o elemento de estudo.



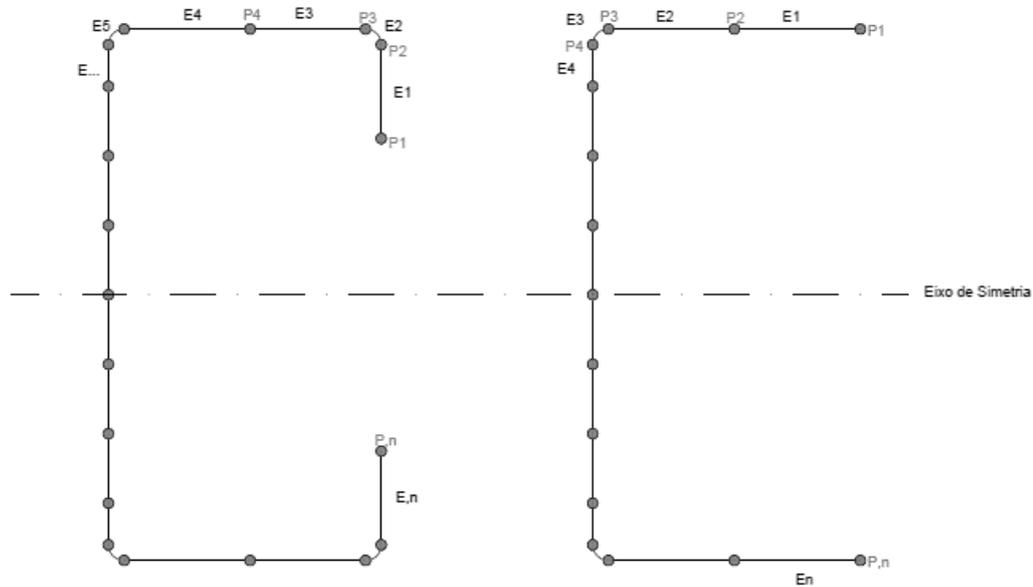
Fonte: Autor.

Quanto a seção considerada para estudo da otimização geométrica, como visto durante o corpo desse trabalho, autores citam como sendo os perfis mais usuais para terças os PFF com seção U e Z.

Pensando nisso, o modelo de estudo parte das seções U e U enrijecido para que se tenha um parâmetro inicial de balizamento conciso e que represente a realidade da melhor maneira. Durante o processo de cálculo os perfis foram discretizados por nós que tem como parâmetro de entrada as coordenadas de cada um dos mesmos. A quantidade de nós também foi variada considerando as limitações e restrições a serem implementadas.

Para critérios de dimensionamento foi considerado que entre cada um dos nós que formarão o perfil, existirá um elemento, que para fins de discretização foi representado por um segmento de reta, e serão esses os elementos utilizados para que se faça o dimensionamento dos perfis. A discretização desses perfis pode ser vista na Figura 24.

Figura 24 – Perfil discretizado em nós e elementos



Fonte: Autor

Junto a essa discretização dos perfis são considerados que os primeiros nós e os últimos nós no caso de perfis U e os nós mais próximos aos enrijecedores no caso de perfis U enrijecidos, terão a mesma coordenada no eixo Y para que assim se criem bases de apoio tanto para as telhas de cobertura nos perfis quanto dos perfis nas treliças ou elementos em que se apoiam.

Por questões de simplificação, outro fator adotado para este trabalho será o de monossimetria do perfil, ou seja, o perfil será simétrico em relação ao eixo X como mostrado na figura anterior. Sendo assim, a variação dos nós acontecerá apenas para a parte superior do perfil onde os nós abaixo da linha neutra serão espelhados dos superiores.

Outro parâmetro considerado para o modelo de estudo é o aço constituinte do PFF, onde por questão de facilidade de aplicação, e grande disponibilidade e já utilização desses aços em todo território nacional se optou por utilizar os aços CF-36 e ZAR 345, aços esses que também são citados pela ABNT NBR 6355:2012 como alguns dos aços que podem ser utilizados na formação de PFF. As características do aço escolhido podem ser vistas no Quadro 01 a seguir.

Quadro 01 – Aços a serem utilizados no estudo e suas características.

Aço	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$E$ (GPa)	Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )
CF-36	260	400	200	7850
ZAR 345	345	430	200	7850

Fonte: Autor

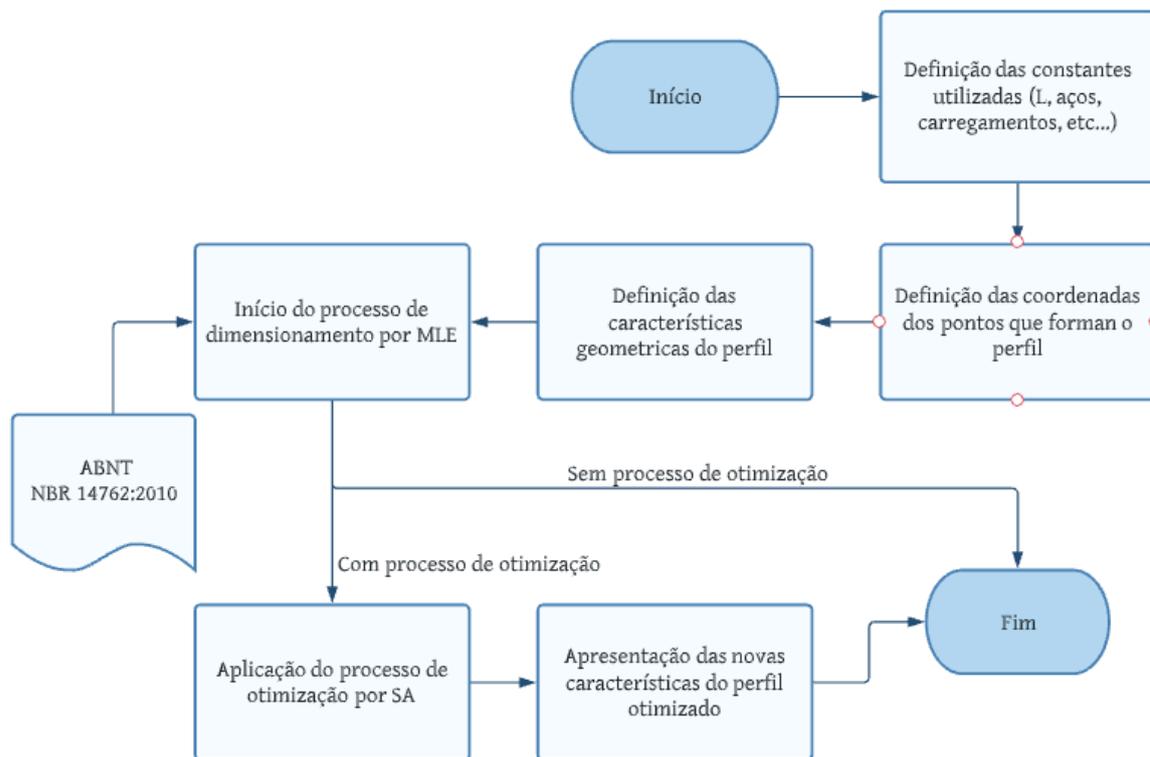
### 3.2. Desenvolvimento Da Rotina De Cálculo

Para que se possa realizar o estudo, uma rotina de cálculo de dimensionamento de PFF foi desenvolvida. Para elaborar esse trabalho, uma rotina de cálculo de PFF foi desenvolvida com a linguagem de programação Python pensando nos benefícios citados anteriormente neste trabalho para o mesmo.

Para a elaboração da rotina, foram seguidos os critérios de dimensionamento de PFF estabelecidos pela ABNT NBR 14762:2010, onde, para que o perfil seja dimensionado corretamente dentro das normas vigentes, as metodologias apresentadas pela norma são utilizadas.

Apresenta-se na Figura 25, o fluxo de processos elaborados na rotina em Python para que se consiga desenvolver o algoritmo de forma organizada.

Figura 25 – Fluxograma de processos do algoritmo a ser desenvolvido



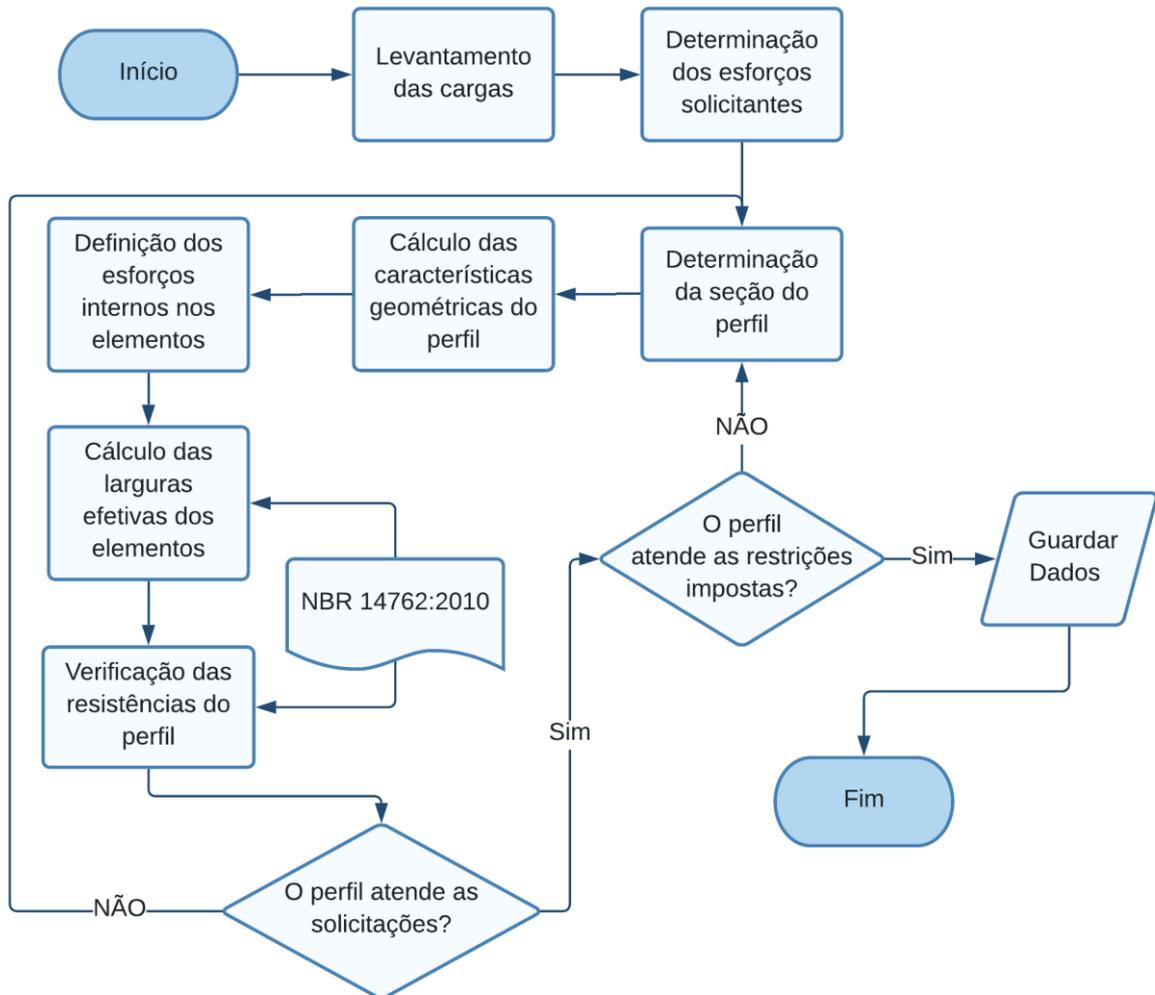
Fonte: Autor

Como metodologia de dimensionamento e verificação de PFF, foi escolhido o MLE, método descrito anteriormente nesse trabalho, pelo fato de o mesmo poder ser aplicado a qualquer tipo de seção transversal de perfis, e como a rotina de cálculo será utilizada por meio computacional, sua complicada e demorada execução não será um problema a ser considerado.

A rotina de cálculo contará com a aplicação do método de otimização escolhido, e assim chegar à geometria da seção transversal ótima da terça. A seguir é apresentado um fluxograma

que demonstra de forma simples como a rotina de cálculo elaborada e a aplicação do método de otimização procedeu para o desenvolvimento do trabalho, como Figura 26.

Figura 26 – Fluxograma da rotina de cálculo a ser elaborada.



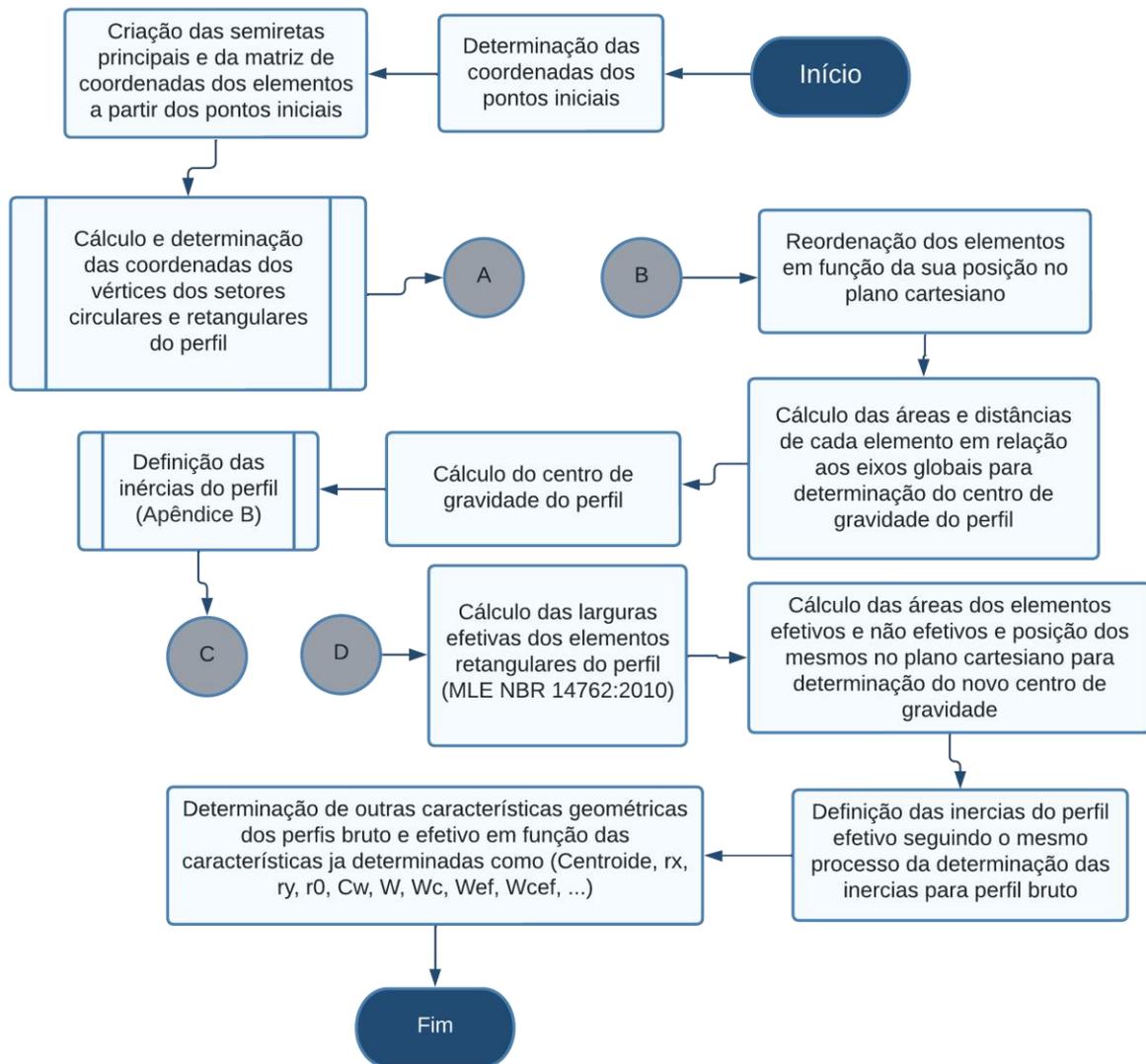
Fonte: Autor

### 3.2.1. Definições das características geométricas

Neste item é demonstrado o procedimento adotado para cálculo e caracterização das propriedades geométricas do perfil de estudo, onde, o processo para que se pudesse identificar todas as características geométricas do mesmo é demonstrado de forma a simplificar a compreensão de tal procedimento.

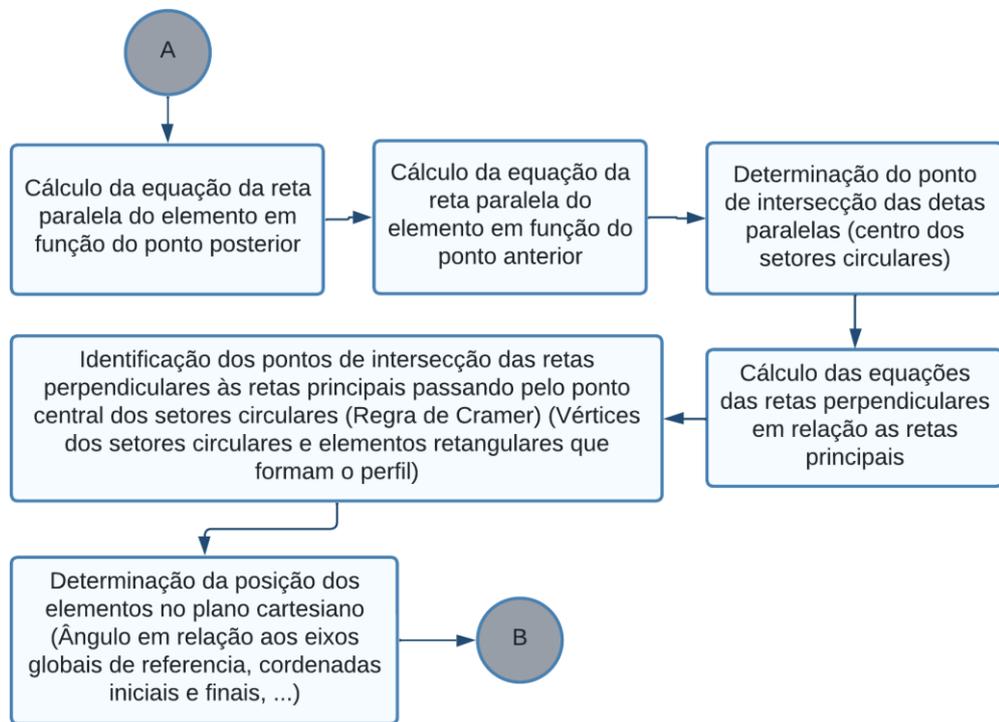
A discretização do processo pode ser visualizada de melhor forma nos fluxogramas apresentados como figuras 27, 28 e 29, onde em seguida são descritos de forma breve todos os processos apresentados.

Figura 27 – Fluxograma do processo de caracterização geométrica do perfil.



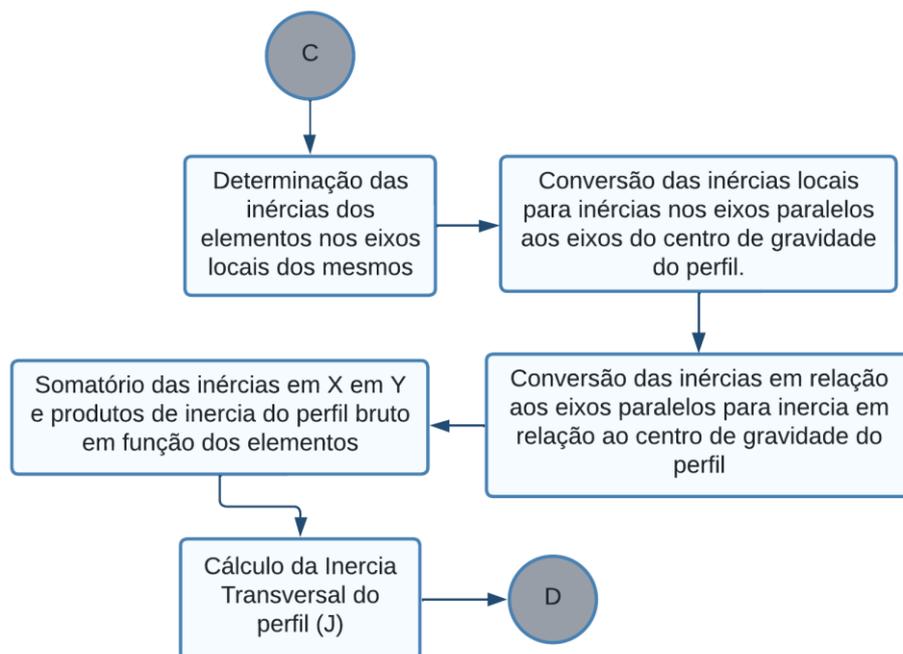
Fonte: Autor.

Figura 28 – Etapa A-B do processo de caracterização geométrica do perfil.



Fonte: Autor.

Figura 29 – Etapa C-D do processo de caracterização geométrica do perfil.



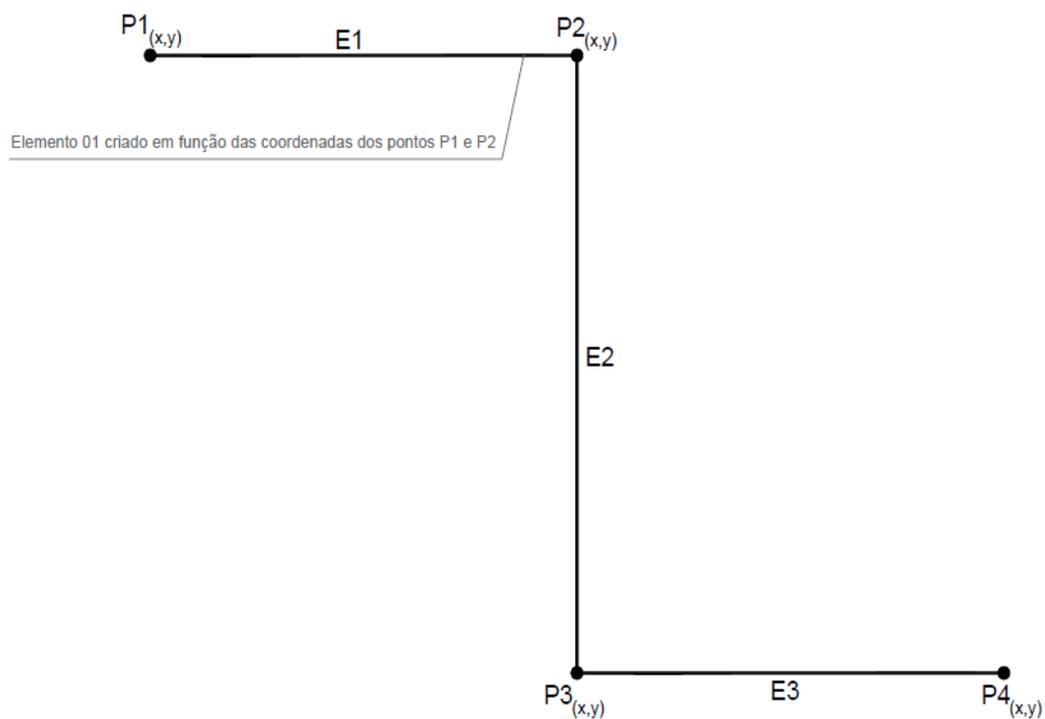
Fonte: Autor.

Como citado anteriormente, os primeiros dados definidos relevantes às características geométricas são as coordenadas dos nós que formam as principais ligações dos perfis, onde a partir destes todas as outras características geométricas do perfil são definidas.

### 3.2.1.1. Definição das coordenadas principais dos elementos constituintes do perfil

Após definidas as coordenadas dos nós de base do perfil é necessário que se encontrem as retas principais que ligam cada um deles, e, que formam os segmentos de retas principais que, por sua vez formam os elementos do perfil em questão como demonstrado na Figura 30.

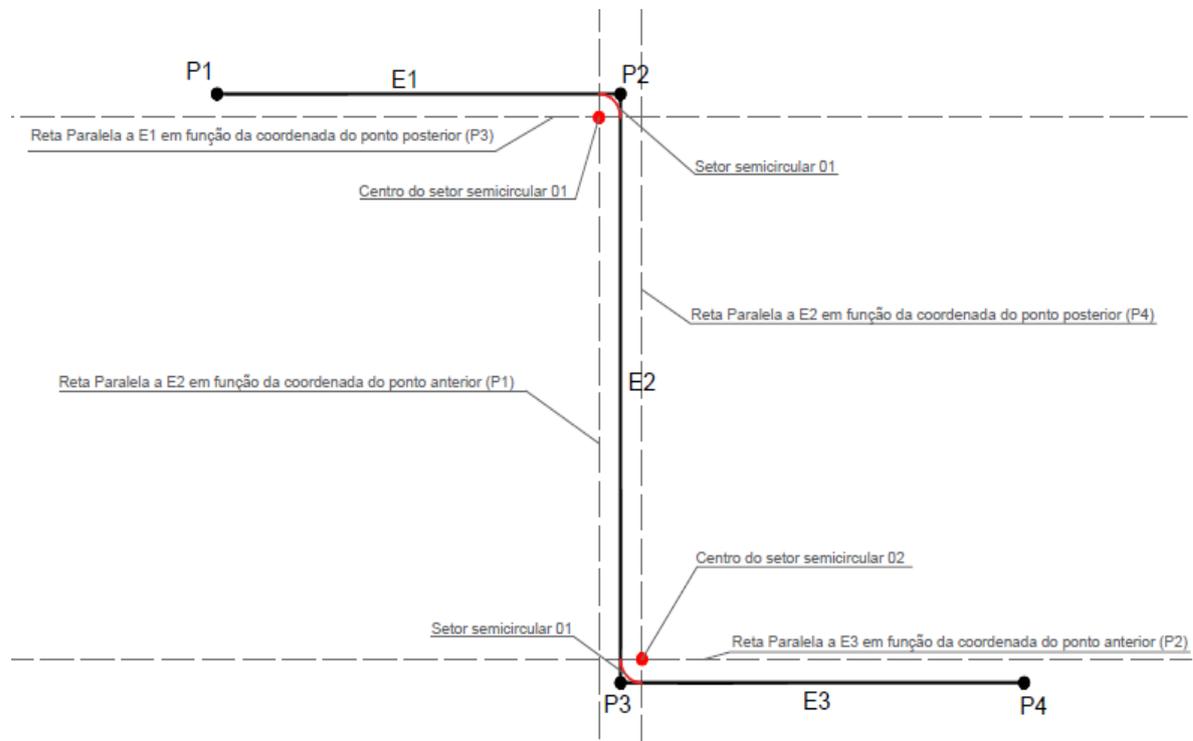
Figura 30 - Determinação dos segmentos principais em função das coordenadas dos nós



Fonte: Autor.

Em seguida foram então encontradas retas paralelas aos segmentos principais em função dos pontos anteriores e posteriores referentes a cada segmento de reta principal, de modo a identificar os pontos de encontro dessas retas auxiliares paralelas. As retas paralelas foram condicionadas a estarem a uma distância de “ $rm$ ” ou seja  $t + 0,5t$  dos segmentos de reta principais. Desse modo foi possível definir que o encontro dessas retas auxiliares paralelas é o centro do segmento circular uma vez que o raio de dobra considerado para os perfis é igual a espessura de chapa utilizada como pode ser visto na Figura 31.

Figura 31 – Determinação das retas paralelas aos segmentos principais e determinação dos centros dos semicírculos.

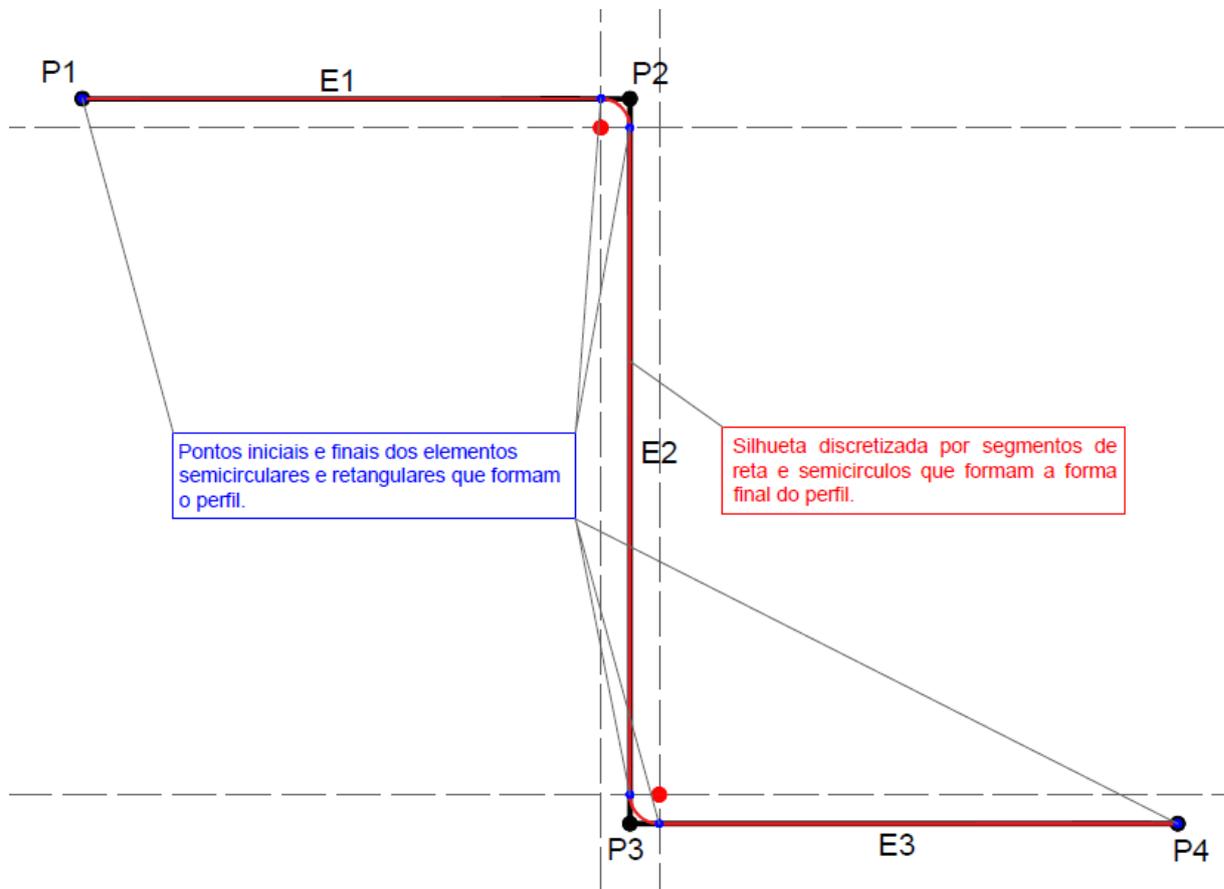


Fonte: Autor.

Após a criação das retas auxiliares paralelas aos segmentos principais, foram criadas ainda as retas auxiliares perpendiculares às retas principais, onde em função dessas retas e de dados como, o ângulo dos segmentos de reta em função do plano cartesiano e a diferença entre esses ângulos, foi possível posteriormente utilizando-se de determinações matemáticas como a Regra de Cramer identificar a posição das coordenadas de início e fim dos segmentos dos elementos que compõem o perfil, sendo eles tanto os elementos retangulares que posteriormente sofrerão as considerações do método das larguras efetivas, quanto os elementos semicirculares que permanecem intactos uma vez que na dobra de PFF agregam tensões residuais e formam pontos de apoios para os elementos retangulares.

A identificação final dessas coordenadas pode ser identificada na Figura 32 apresentada a seguir.

Figura 32 – Determinação das coordenadas dos setores semicirculares e retangulares que formam a silhueta principal do perfil.



Fonte: Autor.

Toda a formulação matemática deduzida para que se pudessem efetuar esses passos pode ser vista como Apêndice A deste trabalho.

### 3.2.1.2. Definição dos centroides

Encontradas as coordenadas principais dos elementos que constituem o perfil, foi possível identificar o centroide de cada uma das mesmas de acordo com a equação padrão mostrada a seguir:

$$C(x, y) = \sum \frac{A_i \times C(x, y)_i}{A_i} \quad [21]$$

Onde:

$C(x, y)$  – Corresponde à coordenada em relação ao eixo arbitrário em x ou em y do centroide do perfil.

$A_i$  – Corresponde à área do elemento i constituinte do perfil.

$C(x, y)_i$  – Corresponde à distância entre o centroide de elemento i, aos eixos de arbitrários.

A mesma equação foi utilizada para calcular inicialmente o centroide de cada um dos elementos que compõem o perfil em questão, e posteriormente o centroide em relação ao perfil total, onde ao final desse processo foi possível identificar que o centroide do perfil como um todo, se mostrou coerente em função de o perfil ser monossimétrico em relação ao eixo X, pelo fato de a coordenada em Y do centroide do perfil igualar-se a 0.

### 3.2.1.3. *Definição das inércias do perfil*

Quanto a definições das inércias dos perfis, se optou por discretiza-las de forma a facilitar a verificação de cada um dos processos de cálculo relacionados a esta etapa, uma vez que a inércia relativa do perfil em função dos eixos de flexão, é um dos fatores mais determinantes quanto as características dos mesmos.

Dessa forma a primeira etapa para a determinação dos valores de inércia do perfil se deu pela obtenção da inercia efetiva de cada elemento em relação ao eixo local dos mesmos onde foi possível utilizar de formulações deduzidas de cunho simples e de conhecimento comum que podem ser obtidas através de diversas bibliografias.

Após a obtenção da inércia de cada um dos elementos tanto retangulares quanto circulares em relação ao seu eixo local, foram feitas as deduções matemáticas necessárias para que essa inércia pudesse ser convertida a eixos arbitrários que correspondem aos pontos iniciais de cada um dos elementos estudados, onde esses eixos arbitrários são sempre paralelos aos eixos que passam pelo centróide do perfil.

Por fim, os valores de inércias já convertidas aos eixos paralelos aos eixos do centroide foram transportadas e ponderadas em função das coordenadas dos eixos principais do centroide do perfil em questão onde, após as conversões e transposições de inércias de cada um dos elementos é feito o somatório de todas as inércias finais dos elementos tanto retangulares quanto circulares para determinação das inércias definitivas do perfil em torno do centroide do mesmo.

O processo foi o mesmo tanto para inércia em torno do eixo de flexão ( $I_x$ ), em torno do eixo perpendicular ao eixo de flexão ( $I_y$ ), e para o produto de inercia final do perfil ( $I_{xy}$ ).

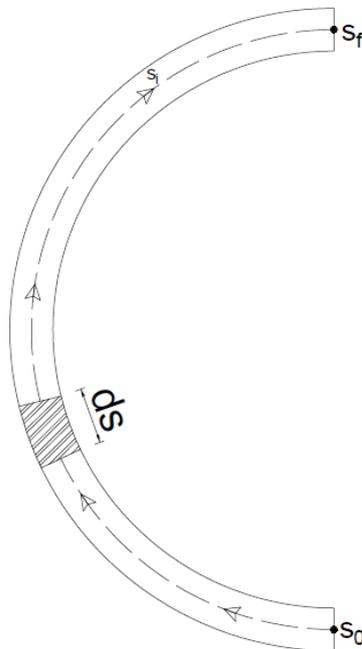
Com o processo discretizado dessa maneira é possível, mais que determinar a inercia do perfil como um todo, verificar a influência que cada elemento tem na inercia definitiva, podendo identificar possíveis discrepâncias entre os resultados esperados e obtidos de cada caso.

Após a determinação das inercias principais do perfil, também foi elaborado o processo de cálculo para determinar a inércia transversal ou momento polar de inércia ( $J$ ) do perfil como um todo, onde a equação determinante para que se possa determinar a inercia transversal de perfis abertos segundo Pilkey e Kitis (1996) é dado por:

$$J = \frac{1}{3} \int_s t^3 ds \quad [22]$$

Onde  $t$  é a espessura do elemento analisado e,  $\int_s$  corresponde à faixa infinitésima de distância correspondente ao elemento analisado conforme pode ser visto na Figura 33.

Figura 33 – Faixa infinitésima  $ds$  de um elemento de perfil de seção aberta



Fonte: Autor.

Dessa maneira a equação 22 pode ser deduzida em função do comprimento de cada um dos elementos do perfil de forma se converter na seguinte equação:

$$J = \sum \frac{1}{3} \times b \times t^3 \quad [23]$$

Onde:

b – Comprimento total de cada elemento que forma o perfil

t – Espessura do elemento

Toda a formulação matemática deduzida para cálculo e determinação das inércias principais do perfil podem ser vistas como Apêndice B deste trabalho.

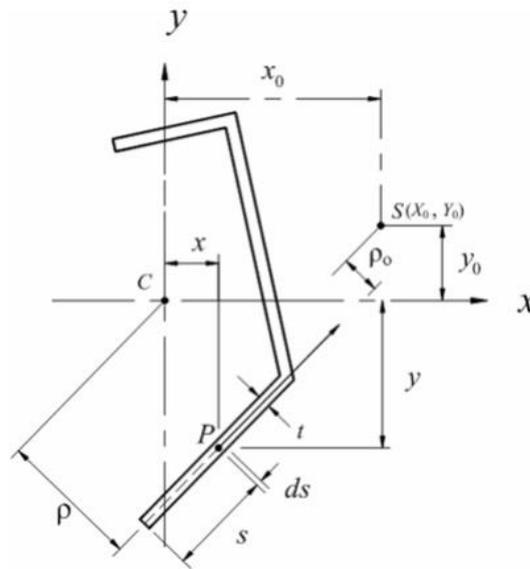
#### 3.2.1.4. Definição do coeficiente de empenamento do perfil ( $C_w$ )

Outro parâmetro relevante para o dimensionamento do perfil, é o coeficiente de empenamento ( $C_w$ ), parâmetro esse que diz respeito as capacidades de empenamento do perfil em questão. Lue *et.al.*, (2007), descreve em seu trabalho o procedimento para cálculo e determinação da constante de empenamento em PFF, onde o processo utilizado para determinação da constante pode ser visto a seguir.

A constante de empenamento é uma característica de difícil obtenção, e nesse sentido o procedimento de cálculo determinado por Lue *et.al.*, (2007), o qual deriva das deduções feitas a partir da primeira edição de Galambos (1968), torna-se uma boa opção para inclusão de uma rotina de cálculo.

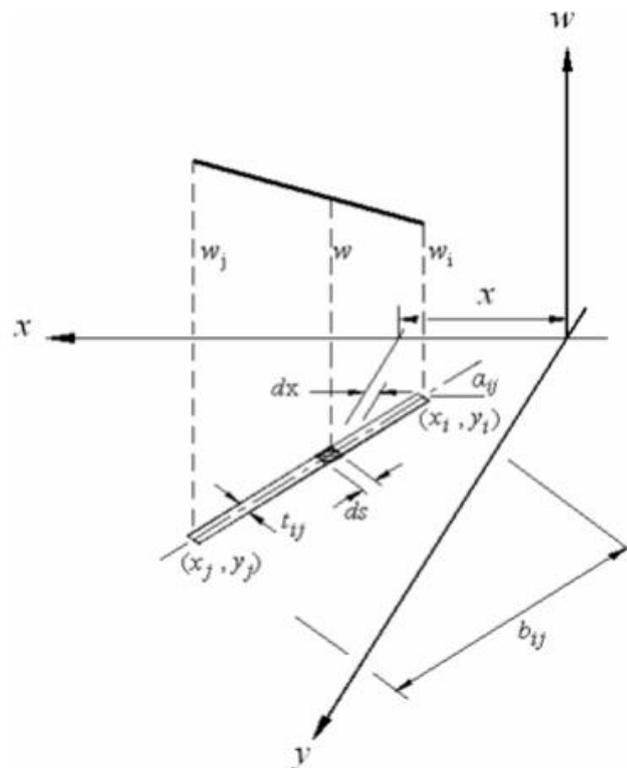
A partir do procedimento obtido é possível se obter as coordenadas do centro de cisalhamento do perfil a partir das inercias setoriais e das distâncias tangenciais dos elementos em função do centro de cisalhamento como mostrado na Figura 34 e na Figura 35.

Figura 34 – Convenções e distâncias tangenciais dos elementos de PFF.



Fonte: Lue *et.al.*, (2007)

Figura 35 – Distribuição das unidades de empenamento em elementos de placa.



Fonte: Lue *et.al.*, (2007)

Com base nas convenções mostradas é possível identificar como equações para obtenção do centro de cisalhamento do perfil as seguintes equações:

$$X_o = \frac{I_{xy}I_{wx} - I_y I_{wy}}{I_{xy}^2 - I_x I_y} \quad [24]$$

$$Y_o = \frac{I_x I_{wx} - I_{xy} I_{wy}}{I_{xy}^2 - I_x I_y} \quad [25]$$

Onde:

$X_o$  – Coordenada do centro de cisalhamento no eixo X.

$Y_o$  - Coordenada do centro de cisalhamento no eixo Y.

$I_x$  – Inércia do perfil no eixo X.

$I_y$  – Inércia do perfil no eixo Y.

$I_{xy}$  – Produto de inércia do perfil.

$I_{wx}$  e  $I_{wy}$  por sua vez podem ser dados pelas equações 26 e 27:

$$I_{wx} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n (w_i x_i + w_j x_j) t_{ij} L_{ij} + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (w_i x_j + w_j x_i) t_{ij} L_{ij} \quad [26]$$

$$I_{wy} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n (w_i y_i + w_j y_j) t_{ij} L_{ij} + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (w_i y_j + w_j y_i) t_{ij} L_{ij} \quad [27]$$

Onde após a obtenção do centro de cisalhamento e aplicações das formulações do processo apresentado por Lue *et.al.*, (2007), é possível obter como equação generalizada para a obtenção do coeficiente de empenamento em perfis abertos de paredes finas equação 28:

$$C_w = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n (W_{ni}^2 + W_{ni} W_{nj} + W_{nj}^2) t_{ij} L_{ij} \quad [28]$$

Recomenda-se, portanto, que para o bom entendimento do processo utilizado para determinação do centro de cisalhamento e coeficiente de empenamento de PFF utilizado leia-se o trabalho de Lue *et.al.*, (2007).

O trabalho de Lue *et.al.*, (2007) no entanto, não considera os setores semicirculares para determinação do coeficiente de empenamento, onde esse efeito acarreta um erro não tão expressivo para perfis de paredes finas. Dessa forma durante o decorrer deste trabalho, foram

deduzidas as formulações utilizadas pelo autor de forma a integralizar as mesmas no caso de setores semicirculares, porém, após deduzidas as formulações necessárias e aplicadas as mesmas ao cálculo do coeficiente de empenamento, notou-se que as mesmas não são efetivas e tampouco necessárias para a determinação do coeficiente com uma precisão satisfatória.

### 3.2.1.5. *Determinação das demais características geométricas do perfil*

Além das características citadas anteriormente, foram determinadas algumas outras características que puderam ser calculadas a partir das já existentes, como é o caso do raio de giração do perfil que pode ser determinado a partir do posicionamento do centroide do perfil e da área do mesmo utilizando a equação a seguir:

$$r_{(i)} = \sqrt{\frac{I_{(i)}}{A}} \quad [29]$$

Onde:

$r_{(i)}$  – Raio de giração em torno do eixo  $i$ .

$I_{(i)}$  - Inércia do perfil em torno do eixo  $i$ .

$A$  – Área total do perfil.

Após a determinação de  $r_x$  e  $r_y$ , foi possível a determinação de  $r_0$ , conforme equação apresentada pela ABNT NBR 14762:2010.

Foram também determinados os módulos de resistência elásticos pela seguinte equação:

$$W = \frac{I}{y} \quad [30]$$

Onde:

$W$  – Módulo de resistência elástico do perfil.

$I$  – Inércia do perfil em relação ao eixo de flexão.

$y$  – Distância da linha neutra do perfil a fibra mais solicitada.

Com a mesma formulação foram determinados também as características  $W_c$ ,  $W_{ef}$  e  $W_{c,ef}$ , mudando o referencial em relação à fibra mais solicitada e no caso do perfil efetivo a inércia efetiva considerada para o perfil.

### 3.2.1.6. *Definição das características do perfil efetivo*

Para a determinação das características do perfil efetivo, ou seja, o perfil após tratamento do MLE conforme prescrito por norma e apresentado anteriormente neste trabalho, foram utilizadas as mesmas formulações e convenções utilizadas anteriormente para determinação das características do perfil bruto, porém foram desconsideradas as regiões tidas como não efetiva de acordo com a ABNT NBR 14762:2010.

Dessa maneira pode-se ter em mãos todas as características necessárias para o dimensionamento efetivo do perfil em função apenas das coordenadas dos nós gerados inicialmente que formam os segmentos de reta primários da constituição do perfil.

### 3.2.1.7. *Demais considerações*

Considerou-se de forma a descrever o melhor funcionamento do trabalho que apenas são validos para as determinações os números pertencentes ao conjunto dos racionais ( $\mathbb{Q}$ ) onde:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid x = \frac{p}{q}, p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z} \right\} \quad [31]$$

Dessa maneira, utilizou-se como base de raciocínio para as deduções geométricas os axiomas apresentados por Euclides e suas proposições demonstradas e traduzidas por Bicudo (2009). Além dessas, também foram utilizadas as bases axiomáticas apresentadas por Hilbert (2003), o qual apresenta fundamentos geométricos com base axiomática euclidiana, além de outras bases as quais mostram uma interpretação com diferentes proposições.

Para que o procedimento de determinação das características geométricas do perfil pudesse ser elaborado em função das coordenadas iniciais, foi necessário que se impusessem algumas considerações como soluções de procedimento durante o decorrer da formulação principal.

A primeira solução elaborada foi decorrente da característica de angulação do último elemento antes do eixo do centroide do perfil, pois em consideração ao procedimento elaborado, na posição do nó que fica sobre o eixo do centroide, ou seja, o último nó determinado para o procedimento de cálculo, existiria um elemento de semicírculo decorrente de uma dobra do perfil, e onde o elemento se encerraria e se iniciaria outro elemento espelhado em função da monossimetria do perfil.

Dessa forma, foi elaborada a solução de consideração que quando esse em virtude de o último elemento do perfil antes do centroide for perpendicular ao eixo do mesmo, o nó final é desconsiderado, e o elemento em questão é considerado inteiro quando espelhado. Dessa forma o dimensionamento pelo MLE condiz com os parâmetros apresentados pela tabela 5 e 6 da ABNT NBR 14762:2010, para determinação do coeficiente  $k$  quando o elemento está sobre influência de tensões tanto de compressão quanto de tração.

Outra solução implantada no procedimento, faz-se referente ao ângulo entre os elementos que compõem o perfil, onde quando um elemento estiver a  $180^\circ$  em relação ao elemento anterior ou posterior, o setor circular que deveria se fazer presente entre os mesmos é desconsiderado e considerado nulo, uma vez que esse elemento age como um elemento único.

Dessa forma após aplicadas essas soluções no procedimento de determinação das características geométricas há uma reordenação dos elementos e setores circulares em função de sua posição pois elementos a um referencial de  $180^\circ$  em relação ao seu vizinho posterior ou anterior é considerado um só e o setor circular que deveria ser considerado tanto nessa hipótese quanto na hipótese referente à angulação do último elemento da primeira seção do perfil são considerados nulos.

Foram necessários também se considerar alguns critérios como a dedução de algumas formulações já apresentadas, para que se pudessem considerar nos cálculos os elementos semicirculares, que, na formulação principal estudada não eram considerados. Dessa maneira as deduções que tiveram de ser feitas visaram a calcular a integração do perfil como um todo utilizando dos critérios de cálculo para que se pudessem verificar a sua efetividade.

### 3.2.2. Validação da rotina de cálculo

A validação do processo criado para o cálculo das características geométricas do perfil, assim como dos resultados referentes a resistência dos perfis adotados dá-se por meio da comparação entre os resultados obtidos através da programação desenvolvida e de exemplos já calculados os quais encontram-se presentes em bibliografias diversas. Além de usar como método de comparação os resultados apresentados por outros softwares já validados, como é o caso do software DimPerfis de autoria do Cento Brasileiro da Construção em Aço (CBCA), e de outros softwares mencionados posteriormente neste item.

Para análise das características geométricas principais da rotina, foram utilizados perfis apresentados e calculados por Carvalho (2014), onde o mesmo além de o dimensionamento dos

próprios perfis, apresenta a resolução de exercícios de dimensionamento e determinação das características geométricas e esforços resistentes dos mesmos.

Os mesmos perfis também foram calculados por softwares livres e já validados, sendo eles os softwares CUF<sup>1</sup> e FStr<sup>2</sup>, desenvolvidos respectivamente pela Johns Hopkins University e Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

A partir dos dados coletados tanto dos perfis demonstrados por Carvalho (2014), e dos dados obtidos a partir da reprodução dos mesmos perfis pelos softwares já citados anteriormente, montaram-se planilhas onde são feitas as comparações dos resultados coletados e dos resultados obtidos a partir da programação desenvolvida como parte deste estudo.

A validação, portanto, é feita a partir da análise da variação dos resultados obtidos nos meios citados anteriormente, onde, em função da máxima variação podem se considerar válidos ou não os resultados obtidos pelos meios criados para a elaboração deste trabalho.

### 3.3. Formulação Do Problema De Otimização

Como principal fator de um problema de otimização se tem a função objetivo que para o caso desse estudo será considerado como sendo a minimização da área da seção transversal do perfil de aço, área essa que será determinada em função da soma das áreas dos elementos que constituem o perfil individualmente. Sendo assim pode-se descrever como problema de otimização:

Minimizar  $f(x)$

Onde:

$$f(x) = A_t = \sum(b_{el,n} \times t) \quad [\text{Área total do perfil formado a frio}]$$

Sendo:

$A_t$  a área da seção transversal total do perfil de aço.

$b_{el,n}$  a largura do elemento  $n$  que constitui o perfil.

---

<sup>1</sup> CUF<sup>1</sup> versão 5.04

<sup>2</sup> FStr versão 1.4.0

Essas características foram determinadas em função de algumas variáveis, como as coordenadas dos nós que constituem o perfil discretizado e conseqüentemente determina o posicionamento e dimensões dos elementos do perfil.

Portanto pode-se dizer que a função objetivo está sujeita às variáveis descritas a seguir

$p_{n,x}$  [Coordenadas no eixo X do nó  $n$  que constitui o perfil]

$p_{n,y}$  [Coordenadas no eixo Y do nó  $n$  que constitui o perfil]

$t$  [Espessura da chapa utilizada para formar o perfil]

$Aço = 1 \text{ ou } 2$  [Aço a ser utilizado]

Como visto anteriormente, o perfil de estudo foi discretizado por diversos nós, onde cada um deles tem duas variáveis quanto ao processo de otimização sendo uma a coordenada X e outra a coordenada Y do nó em questão.

No entanto todo o problema de otimização deve seguir algumas restrições, no caso desse estudo essas restrições podem ser divididas em dois grupos principais, que são, primeiramente as restrições quanto a parâmetros de projeto, que são estipuladas de acordo com o normatizado pela ABNT NBR 14762:2010. Além dessas também foram impostas restrições quanto ao processo fabricação de perfis, que dependem exclusivamente das características geométricas do perfil, e do tipo de aparelho utilizado para a dobra, que como citado anteriormente, foi considerado como sendo uma prensa dobradeira convencional de até 6m de comprimento.

As restrições para o problema de otimização proposto são:

$t = 1,9mm \text{ a } 4,75mm$  [Espessura da chapa comercial utilizada para formar o perfil]

$b_{el,n} \geq 25mm$  [Dimensão do elemento  $n$  que constitui o perfil]

$30^\circ \leq \alpha_n \leq 330^\circ$  [Ângulo entre os elementos do perfil]

$\frac{b}{t} < 60, 90 \text{ ou } 200$  [Limites de relações dos elementos do perfil segundo a NBR 14762:2010]

$\delta \leq \delta_{m\acute{a}x}$  [Limite de flecha estipulado pela NBR 14762]

$$V_{Rd} \geq V_{Sd} \quad [\text{Cortante Resistente do perfil}]$$

$$M_{Rd} \geq M_{Sd} \quad [\text{Momento Resistente do perfil}]$$

$p_{n,y(i)} = p_{n,y(j)}$  [Coordenadas dos dois pontos em relação ao eixo Y iguais para atender apoios necessários para telhas, e apoio da terça na treliça]

$Eq_{r,el,n-1} \neq Eq_{r,el,n}$  [Equação da semirreta de um elemento não cruza pela semirreta de qualquer outro elemento]

### 3.4. Implementação Do Algoritmo De Resolução Do Problema De Otimização

O método de otimização utilizado para o desenvolvimento do trabalho foi o Simulated Annealing, pelo fato de ser um método robusto e que apresenta resultados eficientes quando aplicado a casos de otimização geométrica de PFF como já comentado anteriormente.

O algoritmo desse método de otimização foi desenvolvido e aplicado à rotina desenvolvida em Python de maneira a seguir o problema de otimização descrito anteriormente com o intuito de encontrar as soluções ótimas procuradas em função da modificação das variáveis definidas e das restrições estipuladas.

A programação do processo de otimização, foi desenvolvida em um diretório externo à programação principal do algoritmo de dimensionamento de forma a facilitar a aplicação e o entendimento dos segmentos da programação.

#### 3.4.1. Funcionamento do Software

A aplicação do software se dispôs da seguinte maneira, como o processo de otimização foi elaborado em um diretório externo e vinculado ao software de cálculo de propriedades geométricas e dimensionamento do perfil, foi possível criar uma janela de inicial de configuração de parâmetros, seja para o cálculo e dimensionamento de um perfil isolado e já definido ou para a aplicação do processo de otimização sobre um perfil inicial.

A janela pode ser vista a seguir como Figura 36.

Figura 36 – Janela de inicialização para aplicação do software.

The image shows a software window titled "Parametros Iniciais Geometria" and "Parametros Iniciais Otimização".

**Parametros Iniciais Geometria**

L =  mm  
q =  kN/m  
t =    
Aço =    
Perfil Inicial (x,y)

**Parametros Iniciais Otimização**

Restrições

Temperatura =    
Resfriamento =    
N° Tentativas =    
Tempo =    
Largura minima dos elementos =    
Distancia minima ponto a reta =    
Angulo entre os elementos (graus) =    
Dois pontos mais altos =     
 Ultimo Elemento na vertical   
 Enrijecedor a 90°   
 Variar espessura   
 Ultimo ponto interno

**Operação**

Fonte: Autor.

Dentro dessa janela podem-se observar as diversas configurações iniciais que podem ser utilizadas no programa, seja a respeito do cálculo e dimensionamento do perfil isolado, seja quanto as configurações do processo de otimização. Onde essas configurações podem ser independentes quando considerado apenas o cálculo do perfil isolado, mas necessária a aplicação de um perfil inicial para a inicialização da aplicação do processo de otimização da seção geométrica do perfil. Nas figuras a seguir são demonstradas algumas possibilidades de configurações, e representado o processo de configuração inicial para execução do programa.

Figura 37 – Janela de inicialização para aplicação do software.

**Parametros Iniciais Geometria**

L =  mm

q =  kN/m

t =

Aço =

Perfil Inicial (x y)

Fonte: Autor.

Na figura 37 acima, são representados na grifagem como número 1 o painel inicial de configuração e lançamento da análise de geometria predefinida para análise, e como número 2, o botão para execução do programa de análise da geometria.

Figura 38 – Janela de inicialização para aplicação do software.

**Parametros Iniciais Otimização**

Restrições

Temperatura =

Resfriamento =

N° Tentativas =

Tempo =

Largura mínima dos elementos =

Distancia minima ponto a reta =

Angulo entre os elementos (graus) =

Dois pontos mais altos =

Ultimo Elemento na vertical

Enrijecedor a 90°

Variar espessura

Ultimo ponto interno

Fonte: Autor.

Figura 39 – Janela de inicialização para aplicação do software.

**Operação**

Fonte: Autor.

Na figura 39 apresentada anteriormente temos como indicação de grifagem, como número 1º painel de operação onde é possível controlar a execução do programa, iniciando, pausando e parando o mesmo. E como número 2, é apresentada a barra de progresso do desenvolvimento do processo de otimização.

Figura 40 – Janela de inicialização para aplicação do software.

The screenshot shows a software window titled 'asddsasdsda' with standard window controls. The main content is divided into three sections:

- Parametros Iniciais Geometria:**
  - L = 3000 mm
  - q = 1.5 kN/m
  - t = 2.65 mm (dropdown)
  - Aço = CF-36 (dropdown)
  - Perfil Inicial (x y):
 

75	50
75	75
0	75
0	40
0	0
  - Rodar Geometria (button)
- Parametros Iniciais Otimização:**
  - Temperatura = 2000
  - Resfriamento = 0,8
  - Nº Tentativas = 15000
  - Tempo = 600
  - Restrições:
    - Largura minima dos elementos = 25
    - Distancia minima ponto a reta = 25
    - Angulo entre os elementos (graus) = 30
    - Dois pontos mais altos = 2 | 3
    - Ultimo Elemento na vertical
    - Enrijecedor a 90°
    - Variar espessura
    - Ultimo ponto interno
- Operação:**
  - ▶ || ◻ ▶▶ (control buttons)
  - Mostrar Solução Atual (button)

Fonte: Autor.

Após definida essa configuração inicial é possível fazer a execução do software de acordo com o requerido no painel de inicialização, onde ao final da execução por sua vez o programa irá retornar algumas informações de diferentes maneiras em função da configuração escolhida.

Se na configuração escolhida foi determinada o dimensionamento de um perfil qualquer, mas sem a aplicação do processo de otimização, o software ao final da execução do programa irá retornar os seguintes itens:

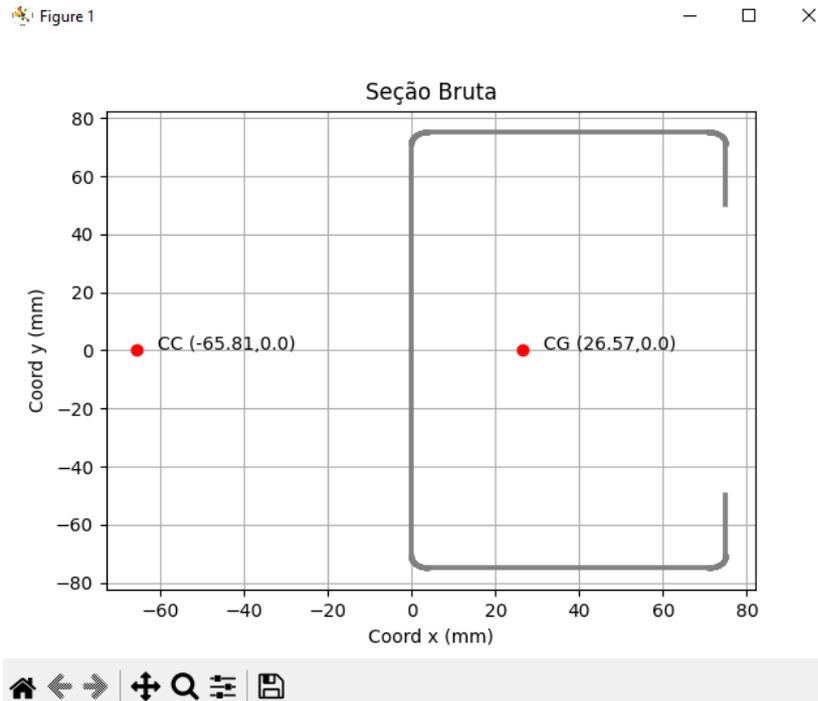
- Gráfico cartesiano do perfil isolado demonstrando o formato total do perfil e sua espessura
- Gráfico do perfil destacando as regiões não efetivas dos elementos a compressão
- Gráficos do perfil destacando as regiões não efetivas dos elementos a flexão
- Relatório do dimensionamento, características geométricas e gráficos já apresentados pelo software em formato “.docx”
- Relatórios com as características geométricas e verificações de solicitações no terminal de saída do próprio programa em python

Quanto ao caso onde é aplicado processo de otimização sobre o perfil inicial determinado os parâmetros e itens de retorno do software se repetem em sua maioria, porém ainda há alguns itens que não estão presentes no primeiro caso, entre eles estão o retorno durante o processo de otimização no terminal do próprio programa o retorno dos valores das funções objetivo corrente (*current fitness*), a melhor solução da função objetivo para o ciclo de iterações com a variação da temperatura atual para o software (*best fitness*), e a melhor solução da função objetivo encontrada perante toda a execução do programa de otimização até o momento (*great fitness*).

Além desses também é apresentado nos casos de otimização o gráfico relacionando as iterações e as soluções para as funções objetivos encontradas durante o decorrer do processo de otimização.

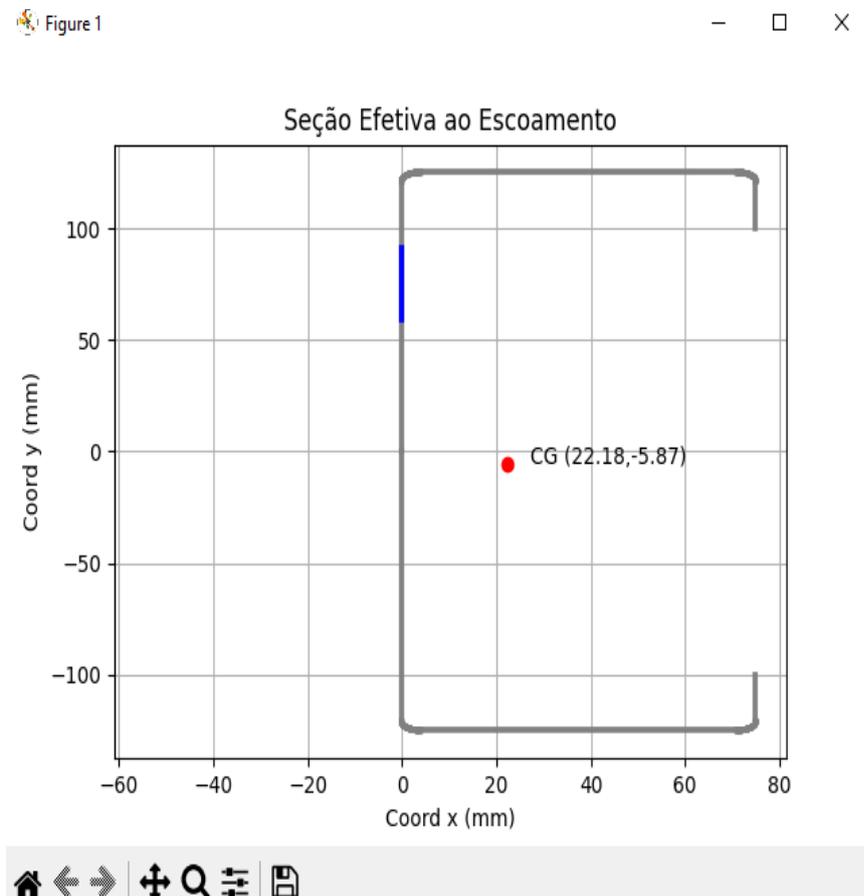
A seguir são apresentadas as Figuras 41, 42, 43 e 44, que apresentam respectivamente, o gráfico cartesiano do perfil isolado, seja ele o único no caso de cálculo de perfil isolado ou o ótimo no caso da aplicação do processo de otimização, os gráficos do perfil grifando as regiões não efetivas dos perfis, o relatório final no terminal do próprio programa mostrando as características geométricas e de resistência dos perfis, e o retorno de cada iteração contendo as soluções da função objetivo dos casos de otimização.

Figura 41 – Gráfico cartesiano do perfil isolado.



Fonte: Autor.

Figura 42 – Gráficos do perfil grifando as regiões não efetivas dos perfis.



Fonte: Autor.

Figura 43 – Relatório final no terminal do próprio programa.

```

DEFINIÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS INICIAIS:
Condição de Simetria= Monosimetrico
Comprimento do Perfil= 3.0 m
Carga distribuída na terço= 1.5 kN/m
Aço Utilizado= CF-36
fy= 260 MPa
fu= 400 MPa
E= 205000 MPa
G= 78925.0 MPa
Espessura da chapa de aço= 2.65 mm
Peso Específico do Material= 7850 kg/m³

DEFINIÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES MÁXIMOS:
Vsd= 2.25 kN
Msd= 1.6875 kN.m
Nc,sd= 1 kN
Nt,sd= 1 kN

ESFORÇOS RESISTENTES DO PERFIL
Nc,rd= 85.25398156022852 kN
Nt,rd= 198.41792797734612 kN
Mrd= 9.186837057090483 kN.m
Vrd= 53.38497272727273 kN

FATOR DE SOLICITAÇÃO
Nc,fs= 1.1729657450585345 %
Nt,fs= 0.5030867164101709 %
Mfs= 18.36867236799528 %
Vfs= 4.214669194446445 %

VERIFICAÇÕES DE ESTABILIDADE DO PERFIL
Nc,rd= OK!
Nt,rd= OK!
Mrd= OK!
Vrd= OK!
Combinação entre Momento Fletor e Cortante OK!
Combinação entre Flexão-Compressão OK!
Deslocamento máximo OK!

PROPRIEDADES GEOMETRICAS DOS PERFIS:
At, Ix, Iy, Ixy, J, rx, ry, r0, W, Mc, Cm, xc, yc, xs, ys, lch, m_lincar
Perfil Bruto:
[909.4155032295031, 3403391.697250599, 797506.0240625296, 0.0, 2128.7901238097284, 61.17511448029939, 29.613232020044617, 94.60270606645572, 45378.55596334132, 45378.55596334132, 4370871882.970792, 26.572651648547783, 0.0, -65.80538838536943, -1.4698631047466198e-12, 343.17566159603894, 7.138911700351599]
Perfil Efetivo ao Escoramento:
[909.4155032295031, 3403391.697250599, 797506.0240625296, 0.0, 2128.7901238097284, 61.17511448029939, 29.613232020044617, 45378.55596334132, 45378.55596334132, 26.572651648547783, 0.0]
Perfil Efetivo a Flambagem Lateral com Torção:
[909.4155032295031, 3403391.697250599, 797506.0240625296, 0.0, 2128.7901238097284, 61.17511448029939, 29.613232020044617, 45378.55596334132, 45378.55596334132, 26.572651648547783, 0.0]
Perfil Efetivo a Compressão:
[909.4155032295031, 3403391.697250599, 797506.0240625296, 0.0, 2128.7901238097284, 61.17511448029939, 29.613232020044617, 45378.55596334132, 45378.55596334132, 26.572651648547783, 0.0]

VETOR DE RESTRIÇÕES:
[0.04214669194446445, 0.1836867236799528, 0.011729657450585344, 0.005839867164191799, 1.0, 0.09070041060499022, 1.1890606420927463, 1, 0.6, 0.4466981132075472, 0.3333333333333333]

```

Fonte: Autor.

Figura 44 – Retorno de cada iteração contendo as soluções da função objetivo.

```

current: 7.412352499827012 , best: 7.412352499827012 Great: 7.412352499827012
Tentativa: 72
current: 11230712309.42917 , best: 7.412352499827012 Great: 7.412352499827012
Tentativa: 73
current: 11237707430.370836 , best: 7.412352499827012 Great: 7.412352499827012
Tentativa: 74
current: 10823531412.623318 , best: 7.412352499827012 Great: 7.412352499827012
Tentativa: 75
current: 8.069405661975832 , best: 7.412352499827012 Great: 7.412352499827012
Tentativa: 76
current: 7.915166894127544 , best: 7.412352499827012 Great: 7.412352499827012
Tentativa: 77
current: 10696394696.684803 , best: 7.412352499827012 Great: 7.412352499827012
Tentativa: 78

```

Fonte: Autor.

Quanto ao relatório final expedido pelo software em formato “.docx”, o modelo do mesmo pode ser visto ao final desse trabalho como Apêndice D.

#### 3.4.2. Parâmetros de otimização utilizados

Como parâmetros adotados para a aplicação do processo de otimização foram definidos valores com base em pré-testes feitos onde a combinação dos parâmetros escolhidos mostrou-se de melhor desempenho quando levado em consideração fatores como determinação da geometria ótima, tempo e número de iterações para a conversão até a geometria ótima dos perfis.

Entre os parâmetros definidos estão a temperatura inicial do sistema, que foi adotada com o valor de 2000° representando a desordem do sistema inicial. Em seguida foi adotado como valor para a taxa de resfriamento o valor de 0,8 ou seja redução na temperatura inicial a cada ciclo de iterações em 20% para a determinação do fator de aceitação para soluções que apresentam uma função objetivo pior.

Após foi então definido o número de iterações por ciclo de otimização e o tempo de execução do sistema onde o número de iterações definido por ciclo de iterações foi definido igual a 5000, onde por base dos pré-testes feitos ser um número superior a mais de 10% o limite de iterações necessários para se atingir a geometria otimizada disponibilizada pelo software. O tempo de execução do programa por sua vez foi estimado com um limite máximo de 1200 segundos, que da mesma forma é superior ao necessário para que o computador execute o processo de otimização e superior ao tempo necessário para se atingir a geometria otimizada.

Para a aplicação do processo de otimização alguns outros parâmetros determinantes foram considerados, como a carga linear aplicada sobre cada um dos perfis e a quantidade de nós para a otimização de cada perfil, assim como o perfil inicial para aplicação da otimização em cada um dos casos escolhidos.

Como carga linear, foi estimada uma carga de 1,5kg/cm ou 1,5kN/m dos perfis testados uma vez que essa carga estimada é equivalente e superior a grande parte dos projetos de coberturas metálicas usuais desenvolvidas como carga aplicada diretamente em terças metálicas.

Além disso foram considerados como perfis iniciais para o processo de otimização um perfil padrão U enrijecido capaz de suportar a carga aplicada sobre o mesmo que apresentasse

um fator de utilização superior a 80%, para que desse modo fosse possível já se partir de uma solução eficiente para as terças.

Como fator de penalização foi utilizado um valor de  $1 \times 10^6$  como multiplicador para cada restrição definida não atendida.

Quanto a quantidade de nós estimados para os perfis otimizados, foram utilizados 6 nós considerando o ponto central para os perfis U enrijecidos e 5 nós para os perfis U sem enrijecedores. Para que dessa forma os fatores de fabricação ficassem dentro do espectro viável uma vez que o aumento na quantidade de nós implicaria numa maior dificuldade e possível inviabilização na fabricação desses perfis.

### **3.5. Validação Do Programa Desenvolvido**

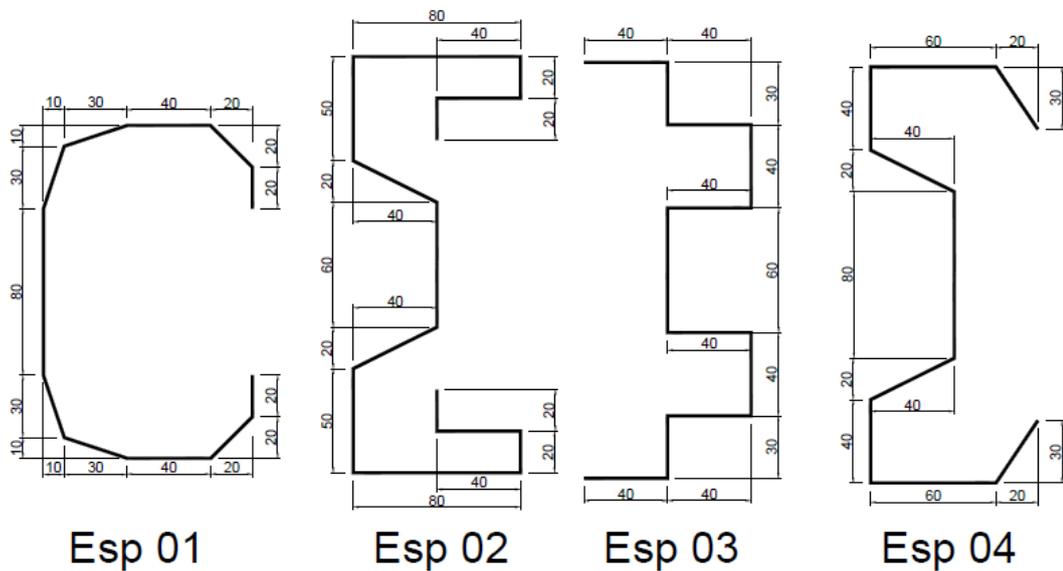
Para a validação tanto das características geométricas quando do processo de dimensionamento da rotina desenvolvida para os fins desse trabalho, foram escolhidos aleatoriamente 14 perfis monossimetricos padrões apresentados nas tabelas demonstradas por Carvalho (2014), sendo eles os seguintes:

- Perfil 01: Perfil U com seção 75x40mm e espessura de chapa de 2,65mm;
- Perfil 02: Perfil U com seção 100x50mm e espessura de chapa de 3,00mm;
- Perfil 03: Perfil U com seção 125x75mm e espessura de chapa de 2,65mm;
- Perfil 04: Perfil U com seção 150x50mm e espessura de chapa de 2,65mm;
- Perfil 05: Perfil U com seção 150x75mm e espessura de chapa de 4,25mm;
- Perfil 06: Perfil U com seção 200x75mm e espessura de chapa de 2,65mm.
- Perfil 07: Perfil U com seção 300x100mm e espessura de chapa de 3,00mm.
- Perfil 08: Perfil U enrijecido com seção 75x40x15mm e espessura de chapa de 3,00mm.
- Perfil 09: Perfil U enrijecido com seção 100x50x17mm e espessura de chapa de 2,65mm.
- Perfil 10: Perfil U enrijecido com seção 125x50x17mm e espessura de chapa de 2,65mm.
- Perfil 11: Perfil U enrijecido com seção 150x60x20mm e espessura de chapa de 3,00mm.
- Perfil 12: Perfil U enrijecido com seção 200x75x25mm e espessura de chapa de 3,75mm.
- Perfil 13: Perfil U enrijecido com seção 250x85x25mm e espessura de chapa de 4,25mm.
- Perfil 14: Perfil U enrijecido com seção 300x100x25mm e espessura de chapa de 4,75mm.

Além desses perfis para base de comparação foram criados aleatoriamente mais 11 perfis especiais com seções transversais não padrões, para que assim, se pudessem comparar os resultados para perfis que apresentam um maior número de dobra e um maior número de elementos, a fim de validar de forma consistente tanto os fatores geométricos quanto os fatores de dimensionamento dos perfis estudados.

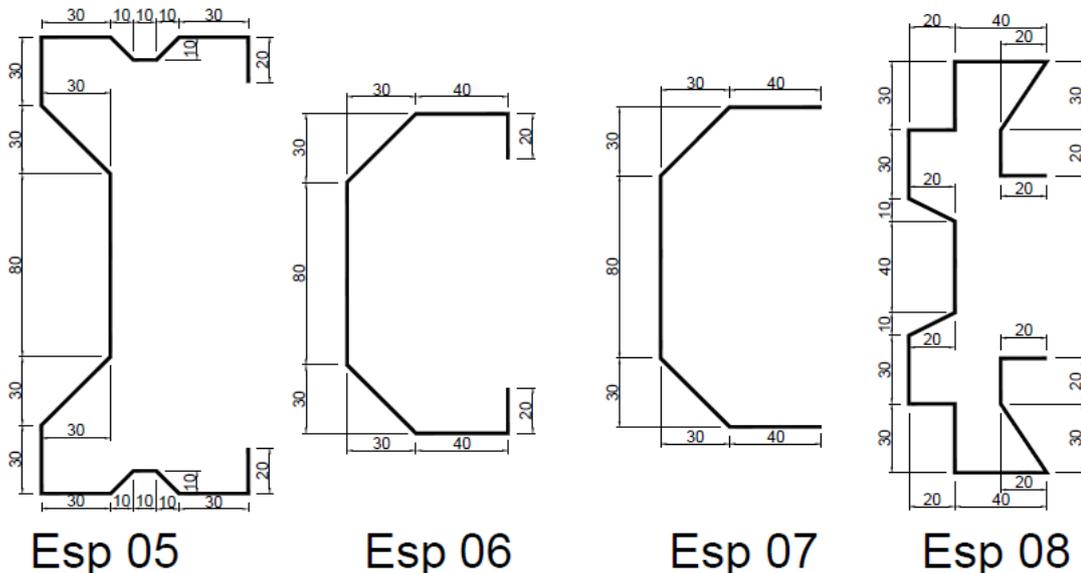
As seções dos perfis especiais utilizados para os ensaios de validação podem ser vistas nas figuras 45, 46 e 47 a seguir.

Figura 45 – Geometria dos perfis especiais 01, 02, 03 e 04 (dimensões em mm).



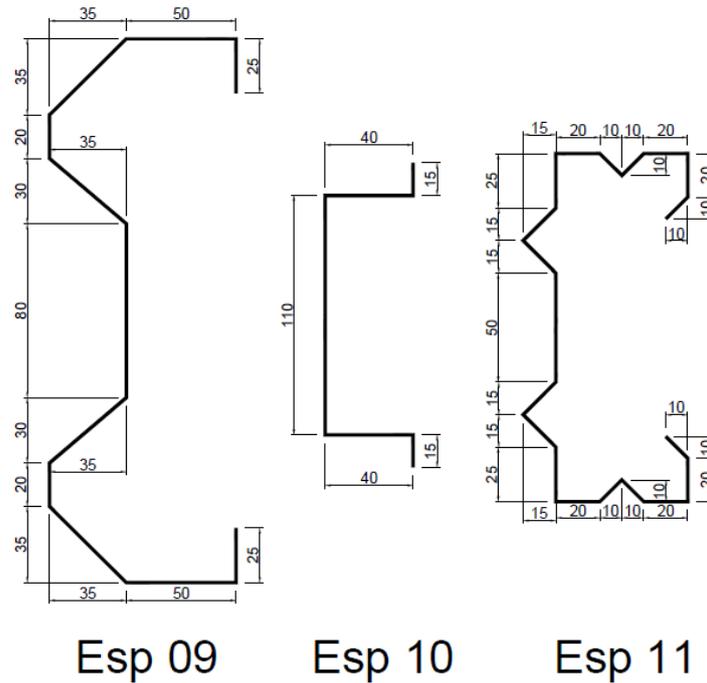
Fonte: Autor.

Figura 46 – Geometria dos perfis especiais 05, 06, 07 e 08 (dimensões em mm).



Fonte: Autor.

Figura 47 – Geometria dos perfis especiais 09, 10 e 11 (dimensões em mm).



Fonte: Autor.

Após coletados os dados geométricos de cada um dos perfis, de três diferentes bases como citado anteriormente, os dados foram organizados e comparados levando em consideração como base de comparação os dados obtidos a partir do programa desenvolvido.

Os dados obtidos pela execução do programa no caso da análise das características geométricas foram comparados com os mesmos dados coletados dos softwares CUFSM, FStr e pelos dados apresentados por Carvalho (2014), porém, alguns destes não apresentavam em seus relatórios algumas das informações necessárias para a comparação dos parâmetros geométricos dos perfis. Em função dessa não apresentação dos dados por parte dos programas, as comparações de desvio dos valores apresentados por cada programa, foi feito utilizando o máximo de informações possíveis.

## **4. RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos após o desenvolvimento da metodologia de forma a demonstrar os critérios de validação da rotina de programação, e as características principais dos resultados obtidos após a aplicação do processo de otimização. Também são discutidos os resultados obtidos de maneira a compará-los, visando identificar os principais parâmetros críticos ao dimensionamento ótimo e possíveis relações entre os resultados de cada análise.

Todos os gráficos e dados apresentados condizem aos dados obtidos após aplicação do processo metodológico citado anteriormente.

### **4.1. Validação Da Determinação Das Características Geométricas**

A rotina de cálculo das propriedades geométricas do programa desenvolvido nesta pesquisa foi validada a partir da comparação dos resultados com os perfis descritos na metodologia. Dessa forma, foram gerados os seguintes quadros demonstrando os resultados de cada um dos perfis analisados, identificando cada uma das características geométricas principais calculadas e necessárias para o dimensionamento. Nos quadros a seguir os desvios são representados por cores variando de verde a vermelho em relação ao desvio ou taxa de erro apresentada por cada comparativo, onde a cor verde representa uma diferença de 0% e a cor vermelha uma diferença de 10%.

Tanto para as validações de características geométricas quanto para as validações de dimensionamento apresentadas no item a seguir foram estimados desvios máximos de 10% como aceitáveis.

Quadro 02 – Variação dos valores de validação das características geométricas de área, inércia em x e inércia em y dos perfis testados.

Geometria	A			Ix			Iy		
	CUFSM	FStr	Carvalho (2014)	CUFSM	FStr	Carvalho (2014)	CUFSM	FStr	Carvalho (2014)
U 75x40x2.65	0,05%	0,00%	0,09%	0,20%	0,07%	0,04%	0,33%	0,10%	0,36%
U 100x50x3.00	0,05%	0,00%	0,07%	0,16%	0,05%	0,09%	0,27%	0,07%	0,34%
U 125x75x2.65	0,03%	0,00%	0,05%	0,08%	0,02%	0,11%	0,10%	0,03%	0,21%
U 150x50x2.65	0,03%	0,00%	0,06%	0,09%	0,02%	0,21%	0,22%	0,04%	0,32%
U 150x75x4.25	0,04%	0,00%	0,03%	0,14%	0,05%	0,09%	0,24%	0,07%	0,32%
U 200x75x2.65	0,02%	0,00%	0,05%	0,06%	0,01%	0,21%	0,10%	0,02%	0,20%
U 300x100x3.00	0,02%	0,00%	0,03%	0,04%	0,01%	0,24%	0,07%	0,01%	0,19%
Ue 75x40x15x3.00	0,11%	0,00%	0,04%	0,39%	0,16%	0,07%	0,76%	0,31%	0,55%
Ue 100x50x17x2.65	0,37%	0,00%	0,29%	1,07%	0,07%	0,80%	0,69%	0,15%	0,57%
Ue 125x50x17x2.65	0,08%	0,00%	0,12%	0,22%	0,05%	0,51%	0,28%	0,14%	0,16%
Ue 150x60x20x3.00	0,41%	0,00%	0,32%	1,10%	0,05%	0,81%	0,66%	0,12%	0,55%
Ue 200x75x25x3.75	0,01%	0,00%	2,60%	0,02%	0,04%	2,35%	0,31%	0,12%	9,35%
Ue 250x85x25x4.25	0,11%	0,00%	0,04%	0,29%	0,04%	0,02%	0,43%	0,12%	0,32%
Ue 300x100x25x4.75	0,20%	0,00%	0,15%	0,52%	0,04%	0,20%	0,49%	0,12%	0,38%
Esp. 01	0,00%	0,00%	-	0,03%	0,02%	-	0,06%	0,04%	-
Esp. 02	0,00%	0,00%	-	0,03%	0,02%	-	0,18%	0,13%	-
Esp. 03	0,01%	0,01%	-	0,04%	0,03%	-	0,27%	0,16%	-
Esp. 04	0,00%	0,00%	-	0,02%	0,02%	-	0,13%	0,08%	-
Esp. 05	0,00%	0,00%	-	0,02%	0,02%	-	0,11%	0,07%	-
Esp. 06	0,00%	0,00%	-	0,05%	0,04%	-	0,12%	0,08%	-
Esp. 07	0,00%	0,00%	-	0,11%	0,08%	-	0,21%	0,06%	-
Esp. 08	0,01%	0,01%	-	0,08%	0,06%	-	0,52%	0,26%	-
Esp. 09	0,00%	0,00%	-	0,02%	0,02%	-	0,15%	0,10%	-
Esp. 10	0,00%	0,00%	-	0,02%	0,00%	-	0,43%	0,23%	-
Esp. 11	0,00%	0,00%	-	0,04%	0,04%	-	0,20%	0,13%	-

Fonte: Autor

Quadro 03 – Variação dos valores de validação das características geométricas de inércia transversal, raio de giração e centroide em X dos perfis testados.

Geometria	J			r0		Centroide X	
	CUFSM	FStr	Carvalho (2014)	CUFSM	FStr	CUFSM	FStr
U 75x40x2.65	0,05%	0,00%	0,28%	0,01%	0,69%	0,15%	0,08%
U 100x50x3.00	0,05%	0,00%	0,07%	0,00%	0,47%	0,13%	0,09%
U 125x75x2.65	0,03%	0,00%	0,11%	0,01%	0,37%	0,06%	0,01%
U 150x50x2.65	0,03%	0,00%	0,22%	0,01%	0,15%	0,09%	0,06%
U 150x75x4.25	0,04%	0,00%	0,12%	0,00%	0,42%	0,12%	0,07%
U 200x75x2.65	0,02%	0,00%	0,33%	0,00%	0,17%	0,05%	0,02%
U 300x100x3.00	0,02%	0,00%	0,03%	0,00%	0,03%	0,04%	0,01%
Ue 75x40x15x3.00	0,11%	0,00%	0,17%	0,04%	0,18%	0,04%	0,02%
Ue 100x50x17x2.65	0,37%	0,00%	0,56%	0,01%	0,01%	0,19%	0,02%
Ue 125x50x17x2.65	0,08%	0,00%	0,24%	0,00%	0,15%	0,15%	0,02%
Ue 150x60x20x3.00	0,41%	0,00%	0,44%	0,00%	0,05%	0,22%	0,03%
Ue 200x75x25x3.75	0,01%	0,00%	2,63%	0,00%	1,94%	0,09%	0,01%
Ue 250x85x25x4.25	0,11%	0,00%	0,16%	0,01%	0,11%	0,01%	0,00%
Ue 300x100x25x4.75	0,20%	0,00%	0,27%	0,01%	0,15%	0,05%	0,01%
Esp. 01	0,00%	0,00%	-	0,01%	-	0,00%	0,00%
Esp. 02	0,00%	0,00%	-	0,01%	-	0,01%	0,03%
Esp. 03	0,01%	0,01%	-	0,01%	-	0,06%	0,08%
Esp. 04	0,00%	0,00%	-	0,01%	-	0,02%	0,03%
Esp. 05	0,00%	0,00%	-	0,01%	-	0,00%	0,00%
Esp. 06	0,00%	0,00%	-	0,01%	-	0,00%	0,00%
Esp. 07	0,00%	0,00%	-	0,01%	-	0,06%	0,05%
Esp. 08	0,01%	0,01%	-	0,01%	-	0,09%	0,13%
Esp. 09	0,00%	0,00%	-	0,01%	-	0,17%	0,22%
Esp. 10	0,00%	0,00%	-	0,01%	-	0,00%	0,02%
Esp. 11	0,30%	0,00%	-	0,00%	-	0,02%	0,02%

Fonte: Autor

Quadro 04 – Variação dos valores de validação das características geométricas de centro de cisalhamento, coeficiente de empenamento e módulo elástico dos perfis testados.

Geometria	Centro de Cisalhamento x			Cw			W	
	CUFSM	FStr	Carvalho (2014)	CUFSM	FStr	Carvalho (2014)	CUFSM	FStr
U 75x40x2.65	0,14%	0,06%	1,43%	0,26%	0,04%	6,32%	0,07%	3,49%
U 100x50x3.00	0,12%	0,05%	1,33%	0,21%	0,02%	5,23%	0,05%	2,92%
U 125x75x2.65	0,06%	0,03%	1,00%	0,11%	0,01%	3,12%	0,02%	2,02%
U 150x50x2.65	0,07%	0,03%	1,30%	0,12%	0,00%	3,05%	0,02%	1,56%
U 150x75x4.25	0,11%	0,05%	1,39%	0,19%	0,02%	4,85%	0,05%	2,74%
U 200x75x2.65	0,04%	0,01%	0,85%	0,07%	0,00%	2,08%	0,01%	1,12%
U 300x100x3.00	0,03%	0,02%	0,72%	0,05%	0,00%	1,53%	0,01%	0,76%
Ue 75x40x15x3.00	0,13%	0,17%	0,29%	0,37%	0,03%	9,36%	0,16%	4,08%
Ue 100x50x17x2.65	0,16%	0,06%	0,23%	2,06%	0,01%	4,36%	0,07%	2,83%
Ue 125x50x17x2.65	0,03%	0,05%	0,23%	0,63%	0,00%	7,13%	0,05%	1,66%
Ue 150x60x20x3.00	0,16%	0,05%	0,56%	2,15%	0,00%	3,81%	0,05%	2,19%
Ue 200x75x25x3.75	0,01%	0,05%	5,71%	0,18%	0,00%	8,96%	0,04%	4,19%
Ue 250x85x25x4.25	0,02%	0,04%	0,55%	0,51%	0,00%	5,98%	0,04%	1,59%
Ue 300x100x25x4.75	0,05%	0,04%	0,62%	0,98%	0,00%	5,70%	0,04%	1,55%
Esp. 01	0,04%	0,05%	-	0,00%	0,01%	-	0,02%	-
Esp. 02	1,44%	1,42%	-	0,01%	0,00%	-	0,02%	-
Esp. 03	0,04%	0,03%	-	0,01%	0,02%	-	0,03%	-
Esp. 04	0,02%	0,02%	-	0,00%	0,00%	-	0,02%	-
Esp. 05	0,02%	0,01%	-	0,00%	0,00%	-	0,02%	-
Esp. 06	0,04%	0,05%	-	0,00%	0,01%	-	0,04%	-
Esp. 07	0,08%	0,06%	-	0,00%	0,06%	-	0,05%	-
Esp. 08	0,06%	0,06%	-	0,02%	0,01%	-	0,06%	-
Esp. 09	0,02%	0,03%	-	0,00%	0,00%	-	0,02%	-
Esp. 10	0,01%	0,01%	-	0,02%	0,00%	-	0,00%	-
Esp. 11	0,04%	0,03%	-	0,01%	0,01%	-	1,04%	-

Fonte: Autor

Após analisados os dados obtidos com o processo de validação das características geométricas dos perfis, alguns apontamentos podem ser feitos. Como primeiro ponto de análise, pode-se citar a convergência do programa elaborado a similaridade de apresentação dos valores das características geométricas a os valores apresentados por outros programas e à bibliografia de Carvalho (2014). Dessa forma, como análise generalista pode-se identificar uma convergência que valida o sistema de determinação das características geométricas dos perfis estudados.

A pesar da validação da determinação das características geométricas do sistema, é importante destacar algumas discrepâncias quanto aos valores obtidos quando comparados aos valores demonstrados por Carvalho (2014), onde essas incoerências de valores são respondidas pelo próprio autor durante o decorrer de sua obra, não de forma direta, mas identificada quando o autor cita que para determinação de tais características usa um método simplificado transformando o perfil discretizado em elementos lineares e contabilizando esses valores de forma a atingir valores de características geométricas muito próximos do esperado.

Pode-se notar também que as inconsistências dos valores obtidos pelo autor são baixas quando comparadas aos parâmetros geométricos de simples análise como é o caso de área dos perfis e inércias assim como o dos softwares comparados. Porém, quando levados em considerações parâmetros que, utilizam da geometria dos setores curvos e de análise mais complexa, nota-se um aumento no erro desses valores como é o caso das características de coeficiente de empenamento ( $C_w$ ) e módulo de resistente ( $W$ ) do perfil, uma vez que o  $C_w$  é uma característica que leva em consideração fatores exponenciais, um erro mínimo nos parâmetros iniciais gera um acúmulo ao longo da determinação da característica do  $C_w$ .

Por mais que as características apresentadas, demonstrem uma divergência significativa em seu valor quando comparadas aos dados apresentados por Carvalho (2014), quando comparadas aos outros softwares já citados as características mencionadas apresentam valores com uma boa similaridade, o que implica num dimensionamento posterior eficiente, uma vez que as características geométricas dos perfis, são os principais fatores para o dimensionamento posterior.

A partir disso, é possível constatar que os resultados da rotina de cálculo desenvolvida desta pesquisa apresentam uma precisão adequada, validando sua aplicação para posterior verificação dos perfis durante o processo de otimização.

#### **4.2. Validação Do Processo De Dimensionamento**

Para a validação do processo de dimensionamento do software, foram utilizados os mesmos perfis escolhidos para a validação da determinação das características geométricas, para que dessa forma seja possível identificar alguma possível relação entre as divergências geométricas que influenciam no dimensionamento dos perfis de teste.

A validação do processo de dimensionamento dos perfis em questão foi efetuada comparando os resultados obtidos a partir de outros softwares apresentados anteriormente

durante o capítulo de metodologia deste trabalho, são eles, CUFSM e DimPerfis, onde os mesmos dimensionam os perfis testados pelos métodos de faixas finitas e MLE respectivamente. A validação dos parâmetros de dimensionamento pelo MLE foi efetuada com os mesmos perfis apresentados anteriormente uma vez que o trabalho se propõe a trabalhar com perfis monossimétricos para perfis convencionais padrões de mercado, no entanto, para os perfis não padrões, a validação de dimensionamento foi feita utilizando um programa que utiliza como método de dimensionamento o método das faixas finitas.

As validações de dimensionamento dos perfis utilizados como base de testes para este estudo podem ser vistas nos quadros a seguir onde cada um dos mesmos apresenta o dimensionamento a diferentes tipos de instabilidade. Foram também validados perfis de diferentes comprimentos para cada caso de instabilidade, uma vez que o estudo em questão traz como proposta uma análise variando os comprimentos base dos perfis estudados.

Os quadros por sua vez foram divididos quando referenciado a análise comparativa dos momentos resistentes, uma vez que utilizando o software CUFSM, é possível se obter apenas o momento resistente a flambagem lateral com torção quando comparado ao software DimPerfis, que traz as informações de momentos resistentes ao escoamento da seção transversal e a flambagem lateral com torção.

Nos quadros 05 e 06 a seguir são demonstradas as diferenças entre os valores calculados para os esforços resistentes a forças normais de tração e compressão, para perfis de um metro e de seis metros respectivamente, pelo programa desenvolvido para este trabalho e o obtido a partir dos relatórios apresentados pelo software DimPerfis que utiliza como método de dimensionamento o MLE como é o caso desse estudo. Nota-se que a divergência entre os valores, mesmo que não significativa, aconteceu apenas no caso de esforços resistentes a compressão uma vez que para o dimensionamento a tração todos os elementos são considerados totalmente efetivos.

Quadro 05 – Validação do dimensionamento a esforços de tração e compressão para perfis de 1m.

Esforços Resistentes (1 m)						
Perfis	Nt,rd			Nc,rd		
	Programa	DimPerfis	%	Programa	DimPerfis	%
U 75x40x2.65	84,58	84,58	0,00%	55,29	54,98	0,58%
U 100x50x3.00	124,45	124,45	0,00%	89,59	89,05	0,61%
U 125x75x2.65	153,96	153,96	0,00%	97,58	97,09	0,50%
U 150x50x2.65	139,51	139,51	0,00%	94,48	93,98	0,53%
U 150x75x4.25	265,23	265,23	0,00%	213,58	212,83	0,35%
U 200x75x2.65	197,33	197,33	0,00%	111,63	111,11	0,47%
U 300x100x3.00	320,82	320,82	0,00%	154,32	153,64	0,44%
Ue 75x40x15x3.00	108,18	108,18	0,00%	77,58	77,38	0,27%
Ue 100x50x17x2.65	125,22	125,22	0,00%	97,95	97,84	0,11%
Ue 125x50x17x2.65	139,67	139,68	0,00%	111,58	111,48	0,09%
Ue 150x60x20x3.00	190,00	190,00	0,00%	156,48	156,40	0,06%
Ue 200x75x25x3.75	307,10	307,10	0,00%	258,80	258,72	0,03%
Ue 250x85x25x4.25	409,91	409,91	0,00%	337,38	337,28	0,03%
Ue 300x100x25x4.75	537,63	537,63	0,00%	435,29	435,19	0,02%

Fonte: Autor.

Quadro 06 – Validação dos dimensionamentos a esforços de tração e compressão para perfis de 6m.

Esforços Resistentes (6 m)						
Perfis	Nt,rd			Nc,rd		
	Programa	DimPerfis	%	Programa	DimPerfis	%
U 75x40x2.65	84,58	84,58	0,00%	2,54	2,53	0,09%
U 100x50x3.00	124,45	124,45	0,00%	5,79	5,79	0,07%
U 125x75x2.65	153,96	153,96	0,00%	16,98	16,97	0,03%
U 150x50x2.65	139,51	139,51	0,00%	5,84	5,84	0,04%
U 150x75x4.25	265,23	265,23	0,00%	27,85	27,83	0,06%
U 200x75x2.65	197,33	197,33	0,00%	19,63	19,63	0,02%
U 300x100x3.00	320,82	320,82	0,00%	51,97	51,96	0,01%
Ue 75x40x15x3.00	108,18	108,18	0,00%	4,37	4,36	0,29%
Ue 100x50x17x2.65	125,22	125,22	0,00%	8,13	8,12	0,14%
Ue 125x50x17x2.65	139,67	139,68	0,00%	8,79	8,78	0,14%
Ue 150x60x20x3.00	190,00	190,00	0,00%	17,27	17,25	0,12%
Ue 200x75x25x3.75	307,10	307,10	0,00%	43,08	43,03	0,12%
Ue 250x85x25x4.25	409,91	409,91	0,00%	69,41	69,32	0,12%
Ue 300x100x25x4.75	537,63	537,63	0,00%	120,05	119,91	0,11%

Fonte: Autor.

Nos quadros 07 e 08 a seguir são apresentadas as validações quanto a resistência a esforços cortantes de cada um dos perfis de teste, para perfis com um metro de comprimento e perfis de seis metros de comprimento respectivamente, onde da mesma forma, são comparados os resultados obtidos pelo programa desenvolvido com os resultados obtidos a partir do relatório de dimensionamento pelo MLE do software DimPerfis, onde é possível notar que não há nenhuma divergência de valores quando dimensionados os perfis às forças resistentes os esforços cortantes.

Quadro 07 – Validação dos dimensionamentos a esforços de cortante para perfis de 1m.

Esforços Resistentes (1 m)			
Perfis	Vrd		
	Programa	DimPerfis	%
U 75x40x2.65	24,20	24,20	0,00%
U 100x50x3.00	37,44	37,44	0,00%
U 125x75x2.65	42,99	42,99	0,00%
U 150x50x2.65	52,39	52,39	0,00%
U 150x75x4.25	80,16	80,16	0,00%
U 200x75x2.65	67,74	67,41	0,49%
U 300x100x3.00	79,06	78,29	0,98%
Ue 75x40x15x3.00	26,80	26,80	0,00%
Ue 100x50x17x2.65	33,60	33,60	0,00%
Ue 125x50x17x2.65	42,99	42,99	0,00%
Ue 150x60x20x3.00	58,71	58,71	0,00%
Ue 200x75x25x3.75	98,39	98,39	0,00%
Ue 250x85x25x4.25	140,44	140,44	0,00%
Ue 300x100x25x4.75	189,29	189,29	0,00%

Fonte: Autor.

Quadro 08 – Validação dos dimensionamentos a esforços de cortante para perfis de 6m.

Esforços Resistentes (6 m)			
Perfis	Vrd		
	Programa	DimPerfis	%
U 75x40x2.65	24,20	24,20	0,00%
U 100x50x3.00	37,44	37,44	0,00%
U 125x75x2.65	42,99	42,99	0,00%
U 150x50x2.65	52,39	52,39	0,00%
U 150x75x4.25	80,16	80,16	0,00%
U 200x75x2.65	67,74	67,74	0,00%
U 300x100x3.00	79,06	79,06	0,00%
Ue 75x40x15x3.00	26,80	26,80	0,00%
Ue 100x50x17x2.65	33,60	33,60	0,00%
Ue 125x50x17x2.65	42,99	42,99	0,00%
Ue 150x60x20x3.00	58,71	58,71	0,00%
Ue 200x75x25x3.75	98,39	98,39	0,00%
Ue 250x85x25x4.25	140,44	140,44	0,00%
Ue 300x100x25x4.75	189,29	189,29	0,00%

Fonte: Autor.

Da mesma forma que anteriormente, são apresentados nos quadros 09 e 10 a seguir os esforços resistentes de momento ao escoamento da seção transversal dos perfis e de momento à flambagem lateral com torção dos perfis estudados, para perfis de um metro e de seis metros respectivamente, onde nesse caso são apresentados os valores obtidos pelo software desenvolvido e comparados aos valores obtidos a partir do software DimPerfis utilizando o MLE. É possível observar que houve algumas discrepâncias quanto aos valores obtidos que serão discutidos posteriormente ainda nesse capítulo.

Quadro 09 – Validação dos dimensionamentos a esforços de momento para perfis de 1m comparando ao software DimPerfis.

Esforços Resistentes (1 m)						
Perfis	Mrd esc (kN.m )			Mrd flt (kN.m )		
	Programa	DimPerfis	%	Programa	DimPerfis	%
U 75x40x2.65	2,15	2,08	3,29%	2,06	2,00	3,01%
U 100x50x3.00	4,01	3,91	2,74%	4,00	3,90	2,47%
U 125x75x2.65	5,13	5,04	1,77%	4,98	5,04	1,15%
U 150x50x2.65	5,95	5,85	1,68%	5,88	5,80	1,37%
U 150x75x4.25	12,56	12,25	2,56%	12,53	12,25	2,33%
U 200x75x2.65	9,96	9,84	1,23%	9,78	9,84	0,59%
U 300x100x3.00	19,27	18,84	2,26%	17,84	18,84	5,32%
Ue 75x40x15x3.00	2,76	2,65	4,32%	2,76	2,65	4,32%
Ue 100x50x17x2.65	4,35	4,23	2,79%	4,35	4,23	2,79%
Ue 125x50x17x2.65	5,85	5,72	2,22%	5,85	5,72	2,22%
Ue 150x60x20x3.00	9,57	9,38	2,09%	9,57	9,38	2,09%
Ue 200x75x25x3.75	20,39	20,00	1,95%	20,39	20,00	1,95%
Ue 250x85x25x4.25	33,35	32,77	1,77%	33,35	32,77	1,77%
Ue 300x100x25x4.75	52,25	51,41	1,64%	52,25	51,41	1,64%

Fonte: Autor.

Quadro 10 – Validação dos dimensionamentos a esforços de momento para perfis de 6m comparando ao software DimPerfis.

Esforços Resistentes (6 m)						
Perfis	Mrd esc (kN.m )			Mrd flt (kN.m )		
	Programa	DimPerfis	%	Programa	DimPerfis	%
U 75x40x2.65	2,15	2,08	3,12%	0,46	0,46	1,37%
U 100x50x3.00	4,01	3,91	2,57%	0,98	0,97	1,30%
U 125x75x2.65	5,13	5,05	1,56%	1,81	1,80	0,74%
U 150x50x2.65	5,95	5,86	1,52%	0,99	0,98	1,11%
U 150x75x4.25	12,56	12,27	2,38%	4,74	4,69	1,17%
U 200x75x2.65	9,96	9,85	1,07%	2,76	2,74	0,64%
U 300x100x3.00	19,27	18,92	1,83%	8,56	8,56	0,04%
Ue 75x40x15x3.00	2,76	2,65	4,32%	0,79	0,77	1,57%
Ue 100x50x17x2.65	4,35	4,23	2,79%	1,10	1,08	1,28%
Ue 125x50x17x2.65	5,85	5,72	2,22%	1,25	1,24	1,20%
Ue 150x60x20x3.00	9,57	9,38	2,09%	2,49	2,46	1,08%
Ue 200x75x25x3.75	20,39	20,00	1,95%	7,00	6,93	0,94%
Ue 250x85x25x4.25	33,35	32,77	1,77%	12,68	12,57	0,87%
Ue 300x100x25x4.75	52,25	51,41	1,64%	24,00	23,81	0,78%

Fonte: Autor.

Nos quadros 11 e 12 a seguir são apresentados os valores de divergência entre os esforços resistentes ao momento à flambagem lateral com torção dos perfis de teste citados anteriormente, para perfis de um metro e perfis de seis metros respectivamente, onde por sua vez esses quadros trazem as comparações entre os valores obtidos pelo programa desenvolvido e os valores obtidos através do software CUFSM citado anteriormente neste trabalho, onde pode observar que as discrepâncias entre os valores encontrados, por mais que permaneçam dentro de um espectro aceitável, mostram divergências maiores que quando comparados aos obtidos a partir do software DimPerfis.

Quadro 11 – Validação dos dimensionamentos a esforços de momento para perfis de 1m comparando ao software CUFSM.

Esforços Resistentes (1 m)			
Descrição	Mrd flt (kN.m )		
	Programa	CUFSM	%
U 75x40x2.65	2,06	2,07	0,59%
U 100x50x3.00	4,00	4,23	5,51%
U 125x75x2.65	4,98	5,28	5,62%
U 150x50x2.65	5,88	6,21	5,25%
U 150x75x4.25	12,53	13,66	8,23%
U 200x75x2.65	9,78	9,38	4,31%
U 300x100x3.00	17,84	19,38	7,95%
Ue 75x40x15x3.00	2,76	2,68	3,17%
Ue 100x50x17x2.65	4,35	4,26	1,99%
Ue 125x50x17x2.65	5,85	5,74	1,82%
Ue 150x60x20x3.00	9,57	9,41	1,70%
Ue 200x75x25x3.75	20,39	20,05	1,65%
Ue 250x85x25x4.25	33,35	32,82	1,61%
Ue 300x100x25x4.75	52,25	51,46	1,54%
Esp. 01	11,60	11,79	1,63%
Esp. 02	23,05	23,40	1,47%
Esp. 03	16,19	16,49	1,83%
Esp. 04	15,48	15,69	1,30%
Esp. 05	17,91	18,14	1,30%
Esp. 06	7,37	7,51	1,85%
Esp. 07	9,97	10,27	2,96%
Esp. 08	18,01	18,44	2,29%
Esp. 09	21,92	22,19	1,18%

Esp. 10	4,53	4,61	1,60%
Esp. 11	12,40	12,77	2,88%

Fonte: Autor.

Quadro 12 – Validação dos dimensionamentos a esforços de momento para perfis de 1m comparando ao software CUFSM.

Esforços Resistentes (6 m)			
Descrição	Mrd flt (kN.m )		
	Programa	CUFSM	%
U 75x40x2.65	0,46	0,45	3,56%
U 100x50x3.00	0,98	0,95	3,44%
U 125x75x2.65	1,81	1,85	2,13%
U 150x50x2.65	0,99	0,96	3,17%
U 150x75x4.25	4,74	4,58	3,46%
U 200x75x2.65	2,76	2,70	2,06%
U 300x100x3.00	8,56	8,98	4,71%
Ue 75x40x15x3.00	0,79	0,74	5,65%
Ue 100x50x17x2.65	1,10	1,05	4,65%
Ue 125x50x17x2.65	1,25	1,20	4,59%
Ue 150x60x20x3.00	2,49	2,38	4,54%
Ue 200x75x25x3.75	7,00	6,69	4,62%
Ue 250x85x25x4.25	12,68	12,10	4,79%
Ue 300x100x25x4.75	24,00	22,87	4,90%
Esp. 01	7,14	7,01	1,84%
Esp. 02	8,13	7,92	2,61%
Esp. 03	5,15	5,01	2,68%
Esp. 04	4,68	4,57	2,58%
Esp. 05	5,95	5,80	2,57%
Esp. 06	2,29	2,23	2,60%
Esp. 07	3,60	3,51	2,66%
Esp. 08	5,87	5,71	2,81%
Esp. 09	7,18	7,00	2,60%
Esp. 10	1,08	1,06	2,77%
Esp. 11	4,14	4,04	2,63%

Fonte: Autor.

Após a análise feita sobre os dados obtidos do processo de validação do dimensionamento dos perfis, algumas considerações quanto aos pontos de discrepância podem

ser feitas. O primeiro ponto de interesse surge quando se observa uma maior diferença de valores para os índices de comparação de momentos resistentes, onde esses valores ficam nitidamente mais divergentes que os valores obtidos quanto a comparação de esforços normais e cortantes resistentes dos perfis.

Essa variação ocorre principalmente pela divergência já citada anteriormente no que se refere à influência dos parâmetros geométricos na fase de dimensionamento dos perfis.

Quando observadas as variações obtidas para resistências normais e cortantes dos perfis é possível notar que, a variação tende a aumentar em função do comprimento, quando comparados os perfis de um metro de comprimento e de seis metros de comprimento.

Ao final da análise foi possível notar que mesmo com as diferenças apresentadas principalmente quanto ao momento resistente dos perfis, as divergências apresentadas ficam dentro de um limite aceitável para o dimensionamento dos mesmos anteriormente definidos com o limite de 10%, mesmo quando levado em consideração que os perfis das terças metálicas sofrem principalmente flexão simples.

### **4.3. Aplicação Do Processo De Otimização**

Nos itens a seguir são apresentados os resultados obtidos a partir da otimização dos perfis U e U enrijecidos para os vãos definidos anteriormente no capítulo 3.

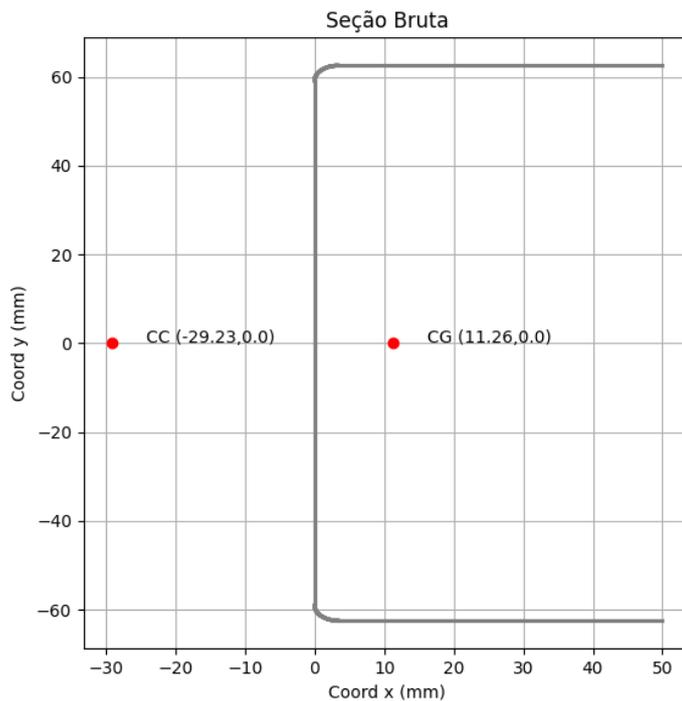
#### **4.3.1. Perfis de 3m**

Como citado anteriormente, para que se possa aplicar o processo de otimização é necessário se partir de uma geometria inicial que servirá como *input* inicial para o programa e como base de comparação, por se tratar de perfis que já apresentam uma boa relação de solicitação/resistência à carga aplicada, onde a eficiência do perfil inicial se referindo ao nível de solicitação contribui para um bom desenvolvimento do processo de otimização.

Para perfis de três metros de comprimento destravado foram utilizados perfis de aço CF-26, com as geometrias demonstradas nas Figuras 48 e 49 a seguir, para perfis de tipo normal e com enrijecedores respectivamente.

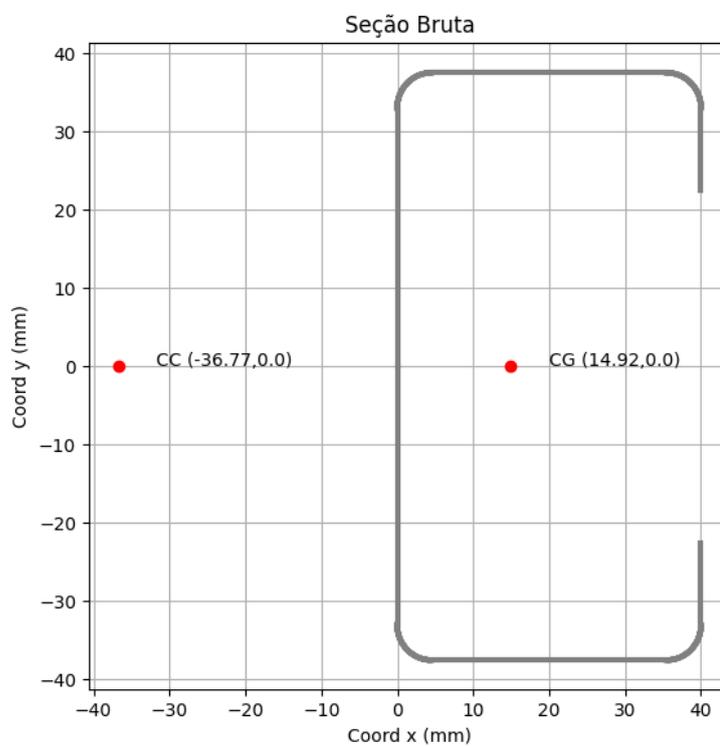
Para o caso do perfil não enrijecido utilizou-se como seção, um perfil U 125x50x2,25mm, já para o caso do perfil inicial com enrijecedores se utilizou um perfil Ue 75x40x15x3,00mm.

Figura 48 – Perfil inicial de 3m para aplicação do processo de otimização sem enrijecedores.



Fonte: Autor.

Figura 49 – Perfil inicial de 3m para aplicação do processo de otimização com enrijecedores.



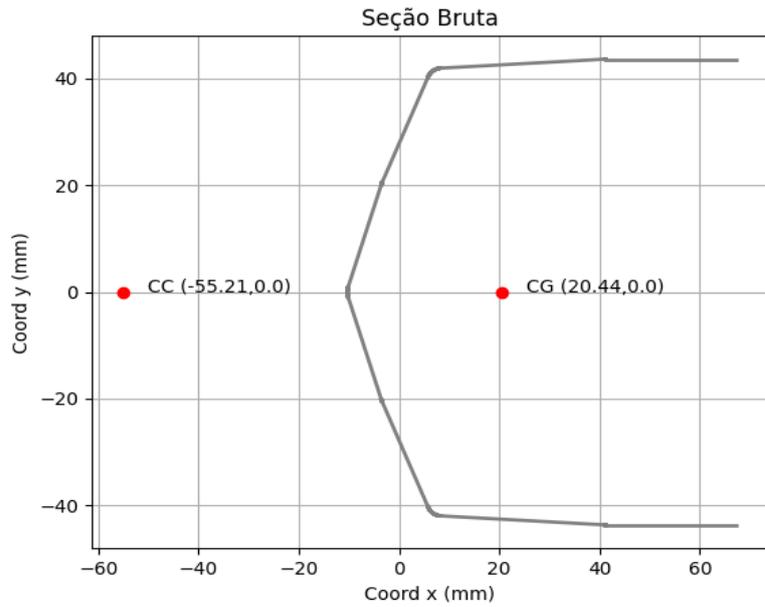
Fonte: Autor.

Os perfis mostrados acima apresentaram níveis de solicitação de 88,9% e 83,8% respectivamente, mostrando que os perfis escolhidos já partiram de um perfil com um

desempenho satisfatório para a carga aplicada. O nível de sollicitação dos perfis otimizados pode ser visto no quadro apresentado posteriormente a figura dos perfis otimizados.

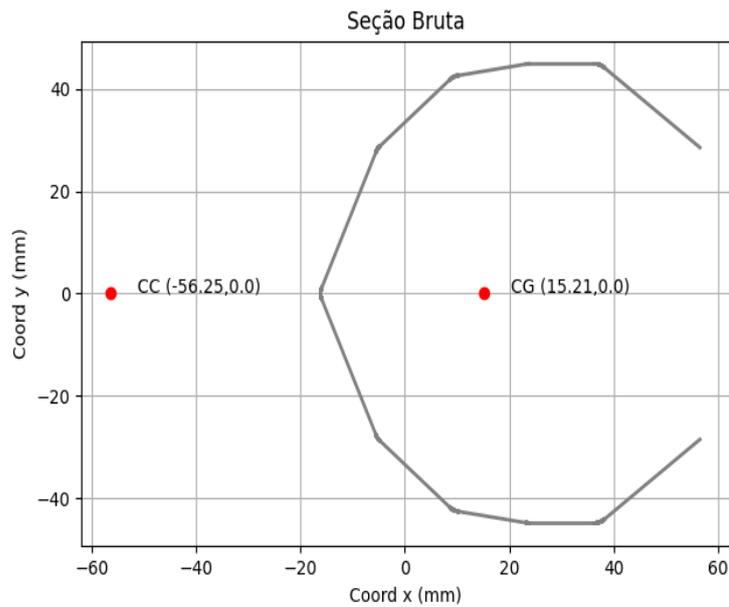
Após a aplicação do processo de otimização conforme citado anteriormente neste trabalho, os perfis ótimos encontrados apresentaram as geometrias demonstradas a seguir como Figura 50 para perfil sem enrijecedores e Figura 51 para perfis com enrijecedores.

Figura 50 – Geometria transversal otimizada de perfis de 3m sem enrijecedores.



Fonte: Autor.

Figura 51 – Geometria transversal otimizada de perfis de 3m com enrijecedores.



Fonte: Autor.

Os dados obtidos antes e posterior ao processo de otimização foram tabelados e comparados de forma a entender as melhorias obtidas após o processo de otimização do perfil. Esses dados podem ser visualizados no quadro 13 a seguir.

Quadro 13 – Comparação e exposição dos dados do processo de otimização geométrica de perfis de 3m.

Perfis 3m						
Característica	Perfil U Inicial	Perfil U ótimo	Variação (%)	Perfil Ue inicial	Perfil Ue ótimo	Variação (%)
A (mm <sup>2</sup> )	522,2315	408,6902	-28%	531,8230	400,9498	-33%
I <sub>x</sub> (mm <sup>4</sup> )	1.456.638,7566	544.829,1935	-167%	492.629,8092	481.738,8934	-2%
I <sub>y</sub> (mm <sup>4</sup> )	127.003,4277	231.257,6335	45%	134.929,7388	207.983,5371	35%
C <sub>w</sub> (mm <sup>6</sup> )	401.591.146,4881	197.246.078,7267	-104%	204.009.118,3711	307.800.827,0436	34%
W (mm <sup>3</sup> )	21.579,8334	12.477,2601	-73%	13.136,7949	10.728,2374	-22%
F <sub>s_máx</sub> (%)	88,9202	90,1910	1%	83,8322	91,2540	8%
Massa/m (kg/m)	4,0995	3,2082	-28%	4,1748	3,1475	-33%

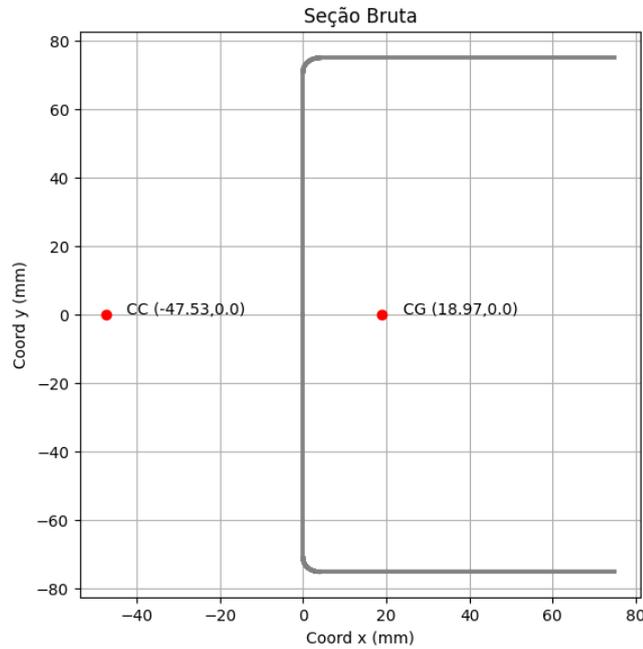
Fonte: Autor.

#### 4.3.2. Perfis de 4m

Para perfis de quatro metros de comprimento destravado foram utilizados perfis de aço CF-26, com as geometrias demonstradas nas Figuras 52 e 53 a seguir, para perfis de tipo normal e com enrijecedores respectivamente.

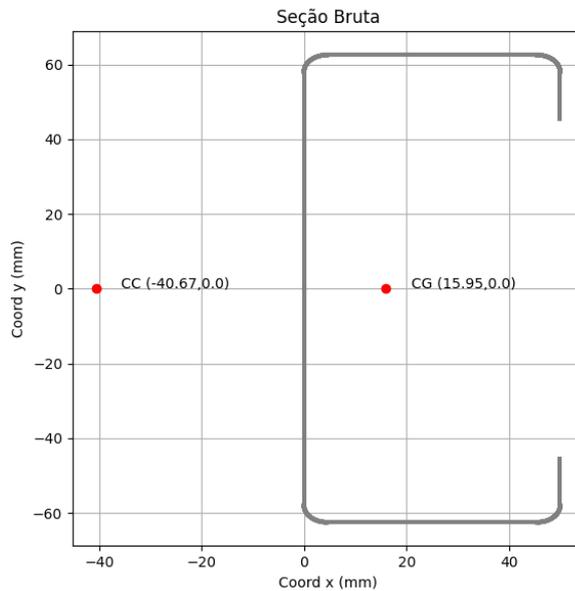
Para o caso do perfil não enrijecido utilizou-se como seção, um perfil U 150x75x2,65mm, já para o caso do perfil inicial com enrijecedores se utilizou um perfil Ue 125x50x17x3,00mm.

Figura 52 – Perfil inicial de 4m para aplicação do processo de otimização sem enrijecedores.



Fonte: Autor.

Figura 53 – Perfil inicial de 4m para aplicação do processo de otimização com enrijecedores.

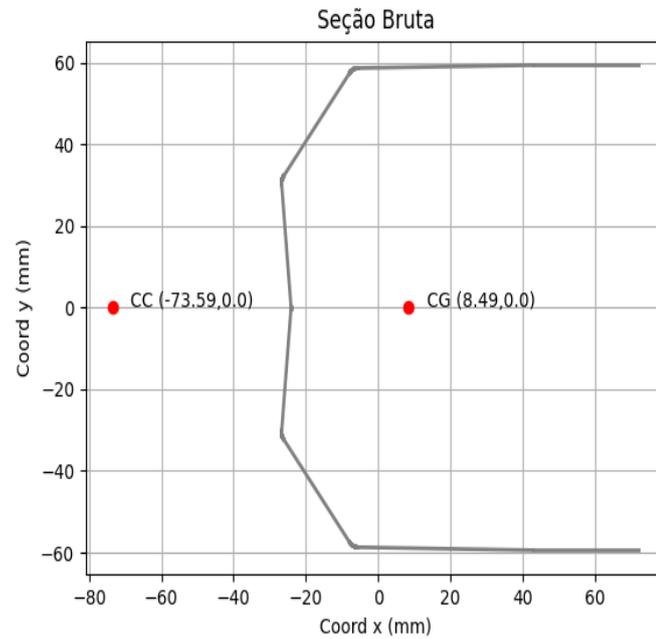


Fonte: Autor.

Os perfis mostrados acima apresentaram níveis de solicitação de 83,25% e 99,86% respectivamente, mostrando que os perfis escolhidos já partiram de um perfil com um desempenho satisfatório para a carga aplicada.

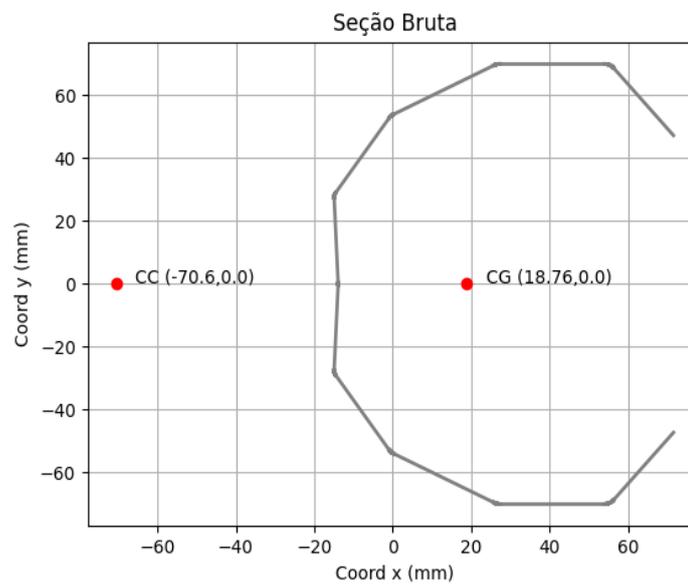
Após a aplicação do processo de otimização conforme citado anteriormente neste trabalho, os perfis ótimos encontrados apresentaram as geometrias demonstradas a seguir como Figura 54 para perfil sem enrijecedores e Figura 55 para perfis com enrijecedores.

Figura 54 – Geometria transversal otimizada de perfis de 4m sem enrijecedores.



Fonte: Autor.

Figura 55 – Geometria transversal otimizada de perfis de 4m com enrijecedores.



Fonte: Autor.

Os dados obtidos antes e posterior ao processo de otimização foram tabelados e comparados de forma a entender as melhorias obtidas após o processo de otimização do perfil. Esses dados podem ser visualizados no quadro 14 a seguir.

Quadro 14 – Comparação e exposição dos dados do processo de otimização geométrica de perfis de 4m.

Perfis 4m						
Característica	Perfil U Inicial	Perfil U ótimo	Variação (%)	Perfil Ue inicial	Perfil Ue ótimo	Variação (%)
A (mm <sup>2</sup> )	785,9578	561,0597	-40%	753,8230	567,1906	-33%
I <sub>x</sub> (mm <sup>4</sup> )	2.930.197,5754	1.394.658,9822	-110%	1.868.712,7517	1.625.203,7176	-15%
I <sub>y</sub> (mm <sup>4</sup> )	462.730,2350	569.773,2917	19%	284.294,8471	497.431,8226	43%
C <sub>w</sub> (mm <sup>6</sup> )	1.787.033.554,607	1.015.330.004,218	-76%	990.614.103,7964	1.473.218.850,571	33%
W (mm <sup>3</sup> )	39.069,3010	23.465,9078	-66%	29.899,4040	23.213,7581	-29%
F <sub>s_máx</sub> (%)	83,2440	91,1105	9%	99,8623	86,2859	-16%
Massa/m (kg/m)	6,1698	4,4043	-40%	5,9175	4,4524	-33%

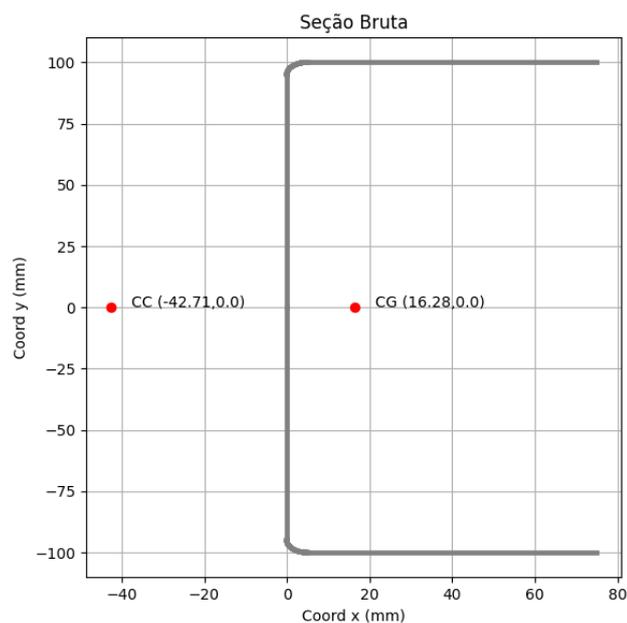
Fonte: Autor.

#### 4.3.3. Perfis de 5m

Para perfis de cinco metros de comprimento destravado foram utilizados perfis de aço CF-26, com as geometrias demonstradas nas Figuras 56 e 57 a seguir, para perfis de tipo normal e com enrijecedores respectivamente.

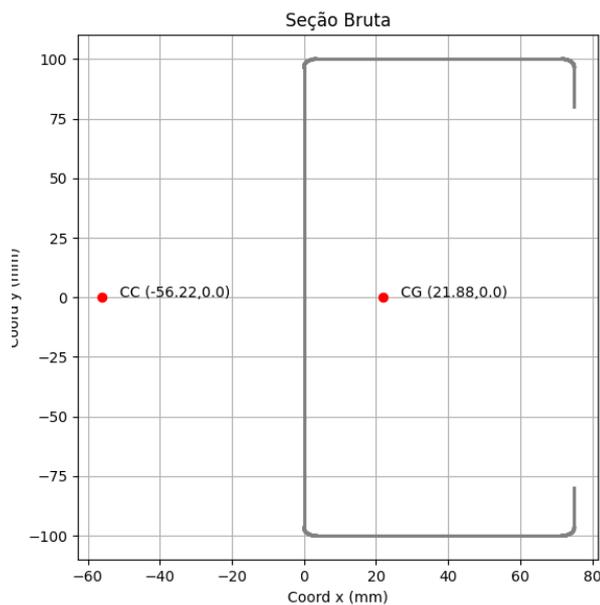
Para o caso do perfil não enrijecido utilizou-se como seção, um perfil U 200x75x3,25mm, já para o caso do perfil inicial com enrijecedores se utilizou um perfil Ue 200x75x20x2,25mm.

Figura 56 – Perfil inicial de 5m para aplicação do processo de otimização sem enrijecedores.



Fonte: Autor.

Figura 57 – Perfil inicial de 5m para aplicação do processo de otimização com enrijecedores.

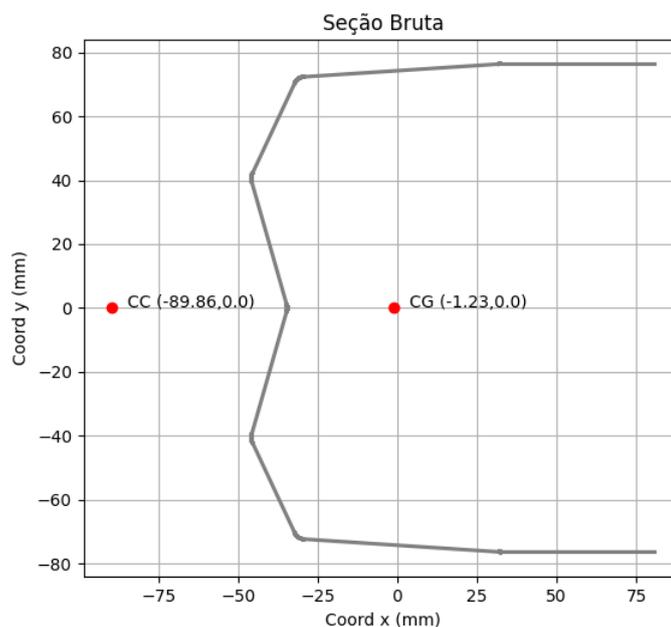


Fonte: Autor.

Os perfis mostrados acima apresentaram níveis de solicitação de 86,17% e 91,51% respectivamente, mostrando que os perfis escolhidos já partiram de um perfil com um desempenho satisfatório para a carga aplicada.

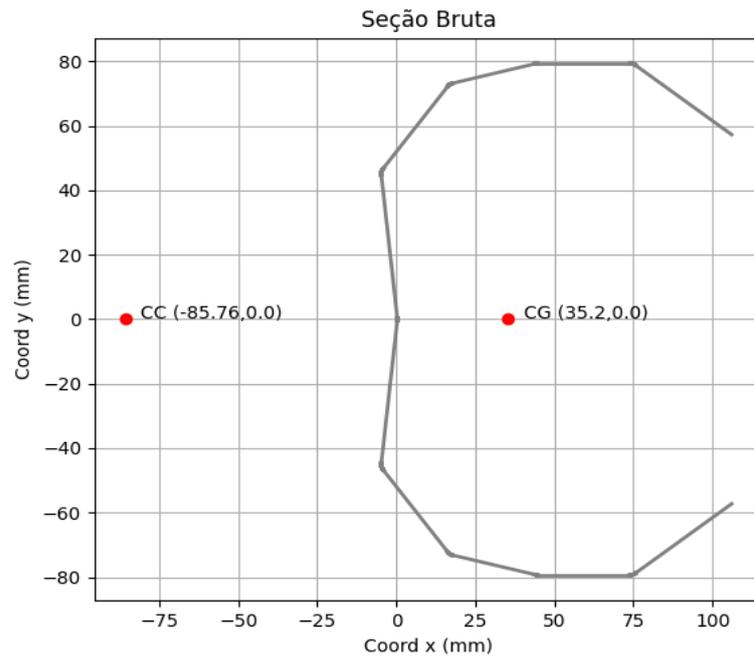
Após a aplicação do processo de otimização conforme citado anteriormente neste trabalho, os perfis ótimos encontrados apresentaram as geometrias demonstradas a seguir como Figura 58 para perfil sem enrijecedores e Figura 59 para perfis com enrijecedores.

Figura 58 – Geometria transversal otimizada de perfis de 5m sem enrijecedores.



Fonte: Autor.

Figura 59 – Geometria transversal otimizada de perfis de 5m com enrijecedores.



Fonte: Autor.

Os dados obtidos antes e posterior ao processo de otimização foram tabelados e comparados de forma a entender as melhorias obtidas após o processo de otimização do perfil. Esses dados podem ser visualizados no quadro 15 a seguir.

Quadro 15 – Comparação e exposição dos dados do processo de otimização geométrica de perfis de 5m.

Perfis 5m						
Característica	Perfil U Inicial	Perfil U ótimo	Variação (%)	Perfil Ue inicial	Perfil Ue ótimo	Variação (%)
A (mm <sup>2</sup> )	1.158,0498	733,8729	-58%	864,4629	691,0857	-25%
I <sub>x</sub> (mm <sup>4</sup> )	7.113.163,4241	3.005.060,5337	-137%	5.476.082,6270	2.696.566,1181	-103%
I <sub>y</sub> (mm <sup>4</sup> )	636.002,9193	1.194.831,6126	47%	688.389,2686	926.910,6260	26%
C <sub>w</sub> (mm <sup>6</sup> )	4.410.506.591,03	3.892.815.134,60	-13%	5.618.609.970,4440	4.344.386.739,91	-29%
W (mm <sup>3</sup> )	71.131,6342	39.347,0329	-81%	54.760,8263	33.999,9099	-61%
F <sub>s_máx</sub> (%)	86,1731	92,6952	7%	91,5122	94,5413	3%
Massa/m (kg/m)	9,0907	5,7609	-58%	6,7860	5,4250	-25%

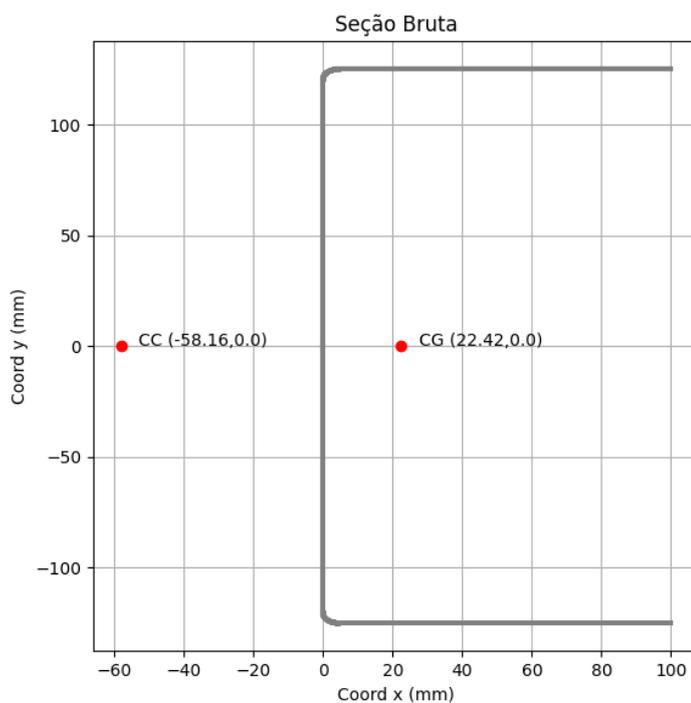
Fonte: Autor.

#### 4.3.4. Perfis de 6m

Para perfis de seis metros de comprimento destravado foram utilizados perfis de aço CF-26, com as geometrias demonstradas nas Figuras 60 e 61 a seguir, para perfis de tipo normal e com enrijecedores respectivamente.

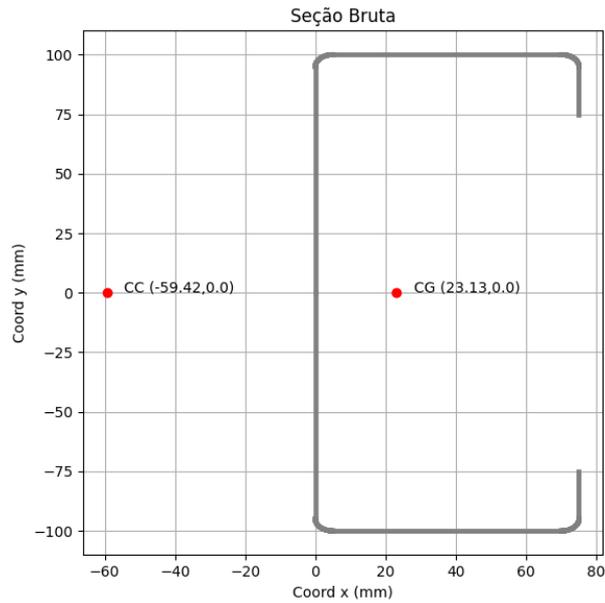
Para o caso do perfil não enrijecido utilizou-se como seção, um perfil U 250x100x3,00mm, já para o caso do perfil inicial com enrijecedores se utilizou um perfil Ue 200x75x25x3,25mm.

Figura 60 – Perfil inicial de 6m para aplicação do processo de otimização sem enrijecedores.



Fonte: Autor.

Figura 61 – Perfil inicial de 6m para aplicação do processo de otimização com enrijecedores.

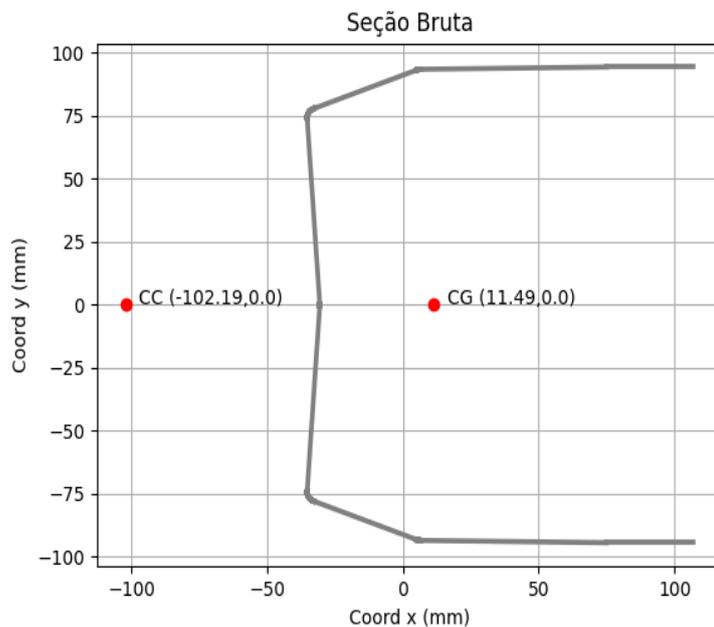


Fonte: Autor.

Os perfis mostrados acima apresentaram níveis de sollicitação de 94,45% e 98,04% respectivamente, mostrando que os perfis escolhidos já partiram de um perfil com um desempenho satisfatório para a carga aplicada.

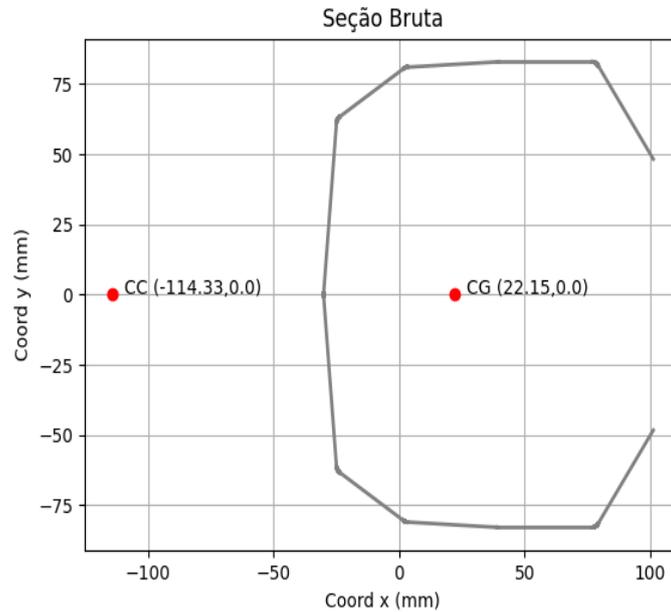
Após a aplicação do processo de otimização conforme citado anteriormente neste trabalho, os perfis ótimos encontrados apresentaram as geometrias demonstradas a seguir como Figura 62 para perfil sem enrijecedores e Figura 63 para perfis com enrijecedores.

Figura 62 – Geometria transversal otimizada de perfis de 6m sem enrijecedores.



Fonte: Autor.

Figura 63 – Geometria transversal otimizada de perfis de 6m com enrijecedores.



Fonte: Autor.

Os dados obtidos antes e posterior ao processo de otimização foram tabelados e comparados de forma a entender as melhorias obtidas após o processo de otimização do perfil. Esses dados podem ser visualizados no quadro 16 a seguir.

Quadro 16 – Comparação e exposição dos dados do processo de otimização geométrica de perfis de 6m.

Perfis 6m						
Característica	Perfil U Inicial	Perfil U ótimo	Variação (%)	Perfil Ue inicial	Perfil Ue ótimo	Variação (%)
A (mm <sup>2</sup> )	1.338,4115	865,9463	-55%	1.311,0996	828,2072	-58%
I <sub>x</sub> (mm <sup>4</sup> )	13.099.608,6991	5.339.786,0684	-145%	8.258.669,4061	3.698.961,5675	-123%
I <sub>y</sub> (mm <sup>4</sup> )	1.327.939,7774	1.870.641,3960	29%	1.101.736,9469	1.733.009,7816	36%
C <sub>w</sub> (mm <sup>6</sup> )	14.446.429.681,66	9.293.544.042,077	-55%	9.594.174.397,4623	11.572.818.635,43	17%
W (mm <sup>3</sup> )	104.796,8696	56.559,2051	-85%	82.586,6941	44.609,8479	-85%
F <sub>s</sub> máx (%)	94,4513	93,9059	-1%	98,0403	94,4289	-4%
Massa/m (kg/m)	10,5065	6,7977	-55%	10,2921	6,5014	-58%

Fonte: Autor.

#### 4.4. Perfis Sem Restrições De Fabricação

Além de aplicado o processo de otimização a perfis com restrições de fabricação, o processo foi aplicado de maneira a gerar perfis ótimos sem a aplicação dessas restrições, com o intuito de assim identificar possíveis critérios de geometria ótima para os perfis testados.

Os perfis sem restrições de fabricação foram otimizados para os comprimentos de quatro, cinco e seis metros, uma vez que são os comprimentos mais usuais para terças metálicas.

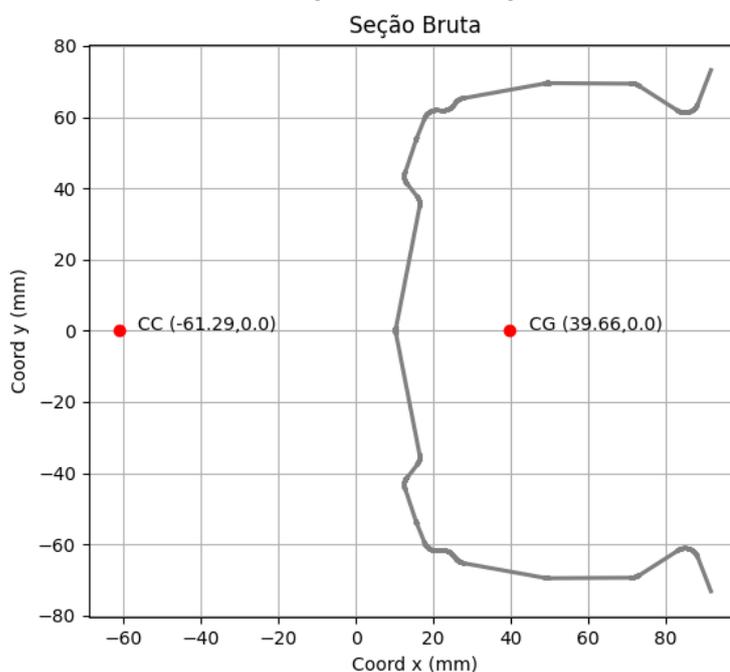
A aplicação do processo de otimização sem restrições de fabricação nos perfis se deu de maneira a replicar o procedimento adotado para os perfis com restrições de fabricação, porém como o intuito principal era avaliar a forma geométrica ótima desses perfis foram considerados mais pontos de dobra nos mesmos de forma a possibilitar um melhor trabalho da seção geométrica dos perfis.

Além disso foi necessário se aumentar o número de iterações e o tempo de otimização dos perfis para garantir que se encontrasse uma geometria otimizada, próxima da, se não a, melhor geometria possível para a solicitação aplicada aos perfis. Os demais parâmetros de dimensionamento e de aplicação do processo de otimização continuaram da mesma forma que para os perfis com restrições de fabricação.

Os perfis iniciais utilizados foram os perfis escolhidos como perfis iniciais para os referidos comprimentos como perfis enrijecidos do processo de otimização para perfis com restrições de fabricação.

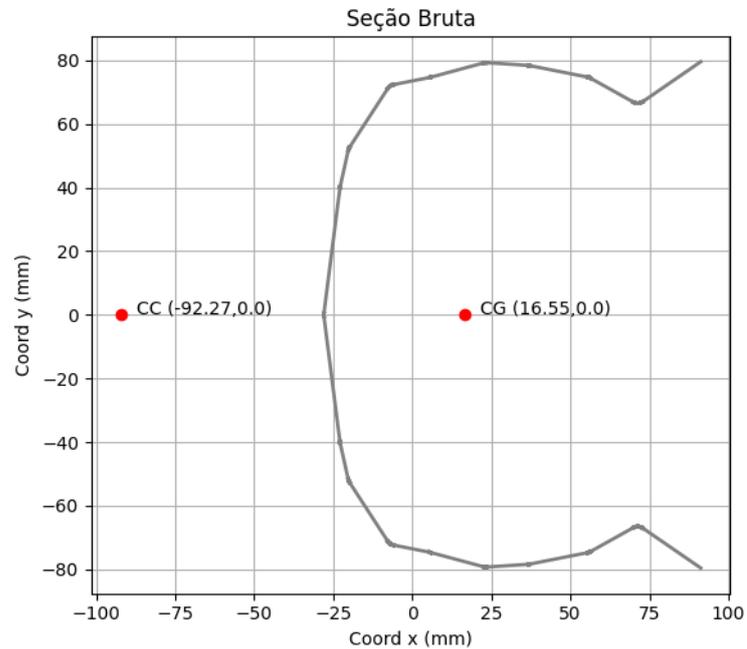
Os perfis ótimos encontrados podem ser vistos nas figuras a seguir como Figuras 64, 65 e 66, para perfis de quatro metros, cinco metros e seis metros respectivamente. Tais perfis foram discretizados diferentemente dos demais com restrições de fabricação, onde cada um dos perfis a seguir apresenta 10 coordenadas como pontos iniciais.

Figura 64 – Perfil ótimo sem restrições de fabricação com 4m de comprimento.



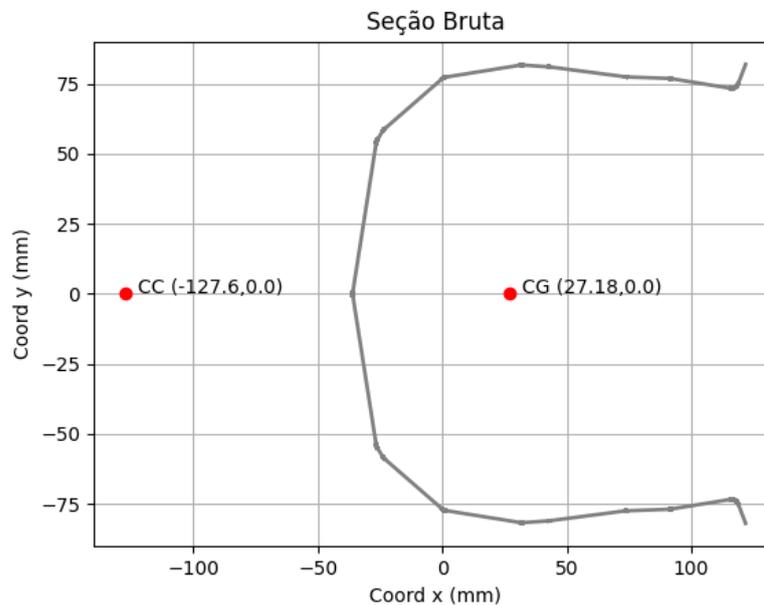
Fonte: Autor.

Figura 65 – Perfil ótimo sem restrições de fabricação com 5m de comprimento.



Fonte: Autor.

Figura 66 – Perfil ótimo sem restrições de fabricação com 6m de comprimento.



Fonte: Autor.

#### 4.5. Discussões Gerais

Após elaborado todo o processo de otimização e feita a análise dos perfis otimizados encontrados, alguns pontos de interesse foram observados, onde entre esses pontos, encontram-

se critérios que melhoram o desempenho dos perfis estudados uma vez que aplicados na fabricação dos mesmos.

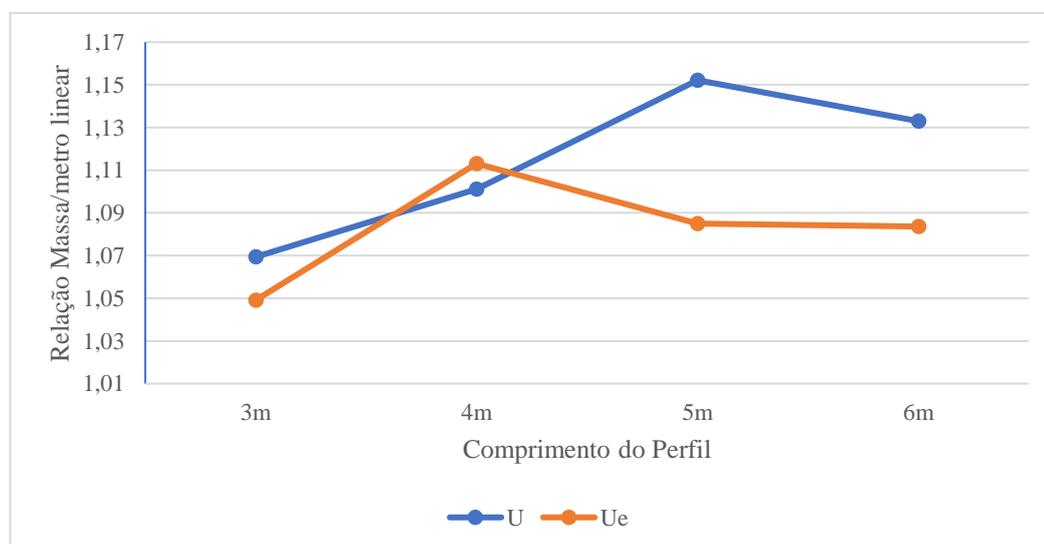
O primeiro ponto de interesse destacar é a espessura dos perfis otimizados, que mesmo não representada anteriormente em figuras e quadros, tanto para os perfis com restrições de fabricação quanto para os perfis otimizados sem restrições de fabricação, o perfil ótimo final sempre apresentou uma espessura de 1,95mm, ou seja, a menor espessura configurada no programa desenvolvido.

A baixa espessura apresentada pelos perfis ótimos demonstra mais uma vez a importância da geometria ideal para o desempenho dos perfis, pois além da redução da espessura, como é o caso dos perfis otimizados, foi reduzida com a otimização também a altura útil de grande parte dos perfis estudados.

Outro ponto a ser discutido é a presença de enrijecedores de borda no desempenho dos perfis, onde é possível notar de maneira significativa a eficiência dos mesmos quando comparados à perfis sem enrijecedores.

Para confirmar essa significância basta atentar-se para a massa por metro linear apresentado pelos perfis, onde é possível notar que os perfis com enrijecedores apresentam uma massa linear menor na grande maioria dos casos quando comparados aos perfis sem enrijecedores. A partir dessas informações é possível traçar um gráfico da relação ótima de massa linear por comprimento dos perfis otimizados, onde traçando uma linha de tendência, é possível notar a melhor eficiência apresentada por perfis com a presença de enrijecedores de borda. O gráfico é apresentado a seguir como Figura 67.

Figura 67 – Gráfico de relação ótima entre a massa linear pelo comprimento do perfil (kg/m).



Fonte: Autor.

É possível notar também ainda referindo-se aos enrijecedores que mesmo partindo de enrijecedores que fazem ângulos retos com o elemento adjacente aos mesmos, após otimizadas as geometrias os perfis que continham enrijecedores converteram esses enrijecedores para ângulos mais abertos, ou seja, uma tendencia de que enrijecedores a  $45^\circ$  são mais eficientes quando pensado na forma geométrica dos perfis.

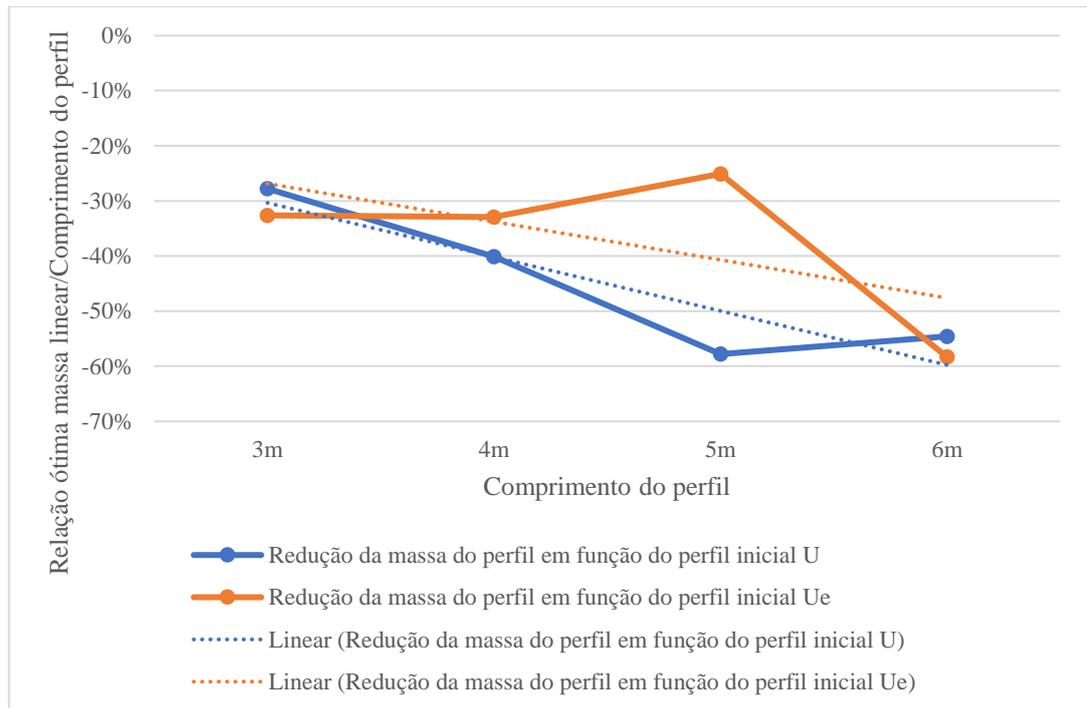
Outro fator de relevância notado na análise das geometrias otimizadas é a convergência das mesmas para um formato geométrico semelhante, onde após aplicado o processo de otimização das geometrias as mesmas convergiram para formas que tendem a formatos mais circulares quando considerados perfis enrijecidos, e perfis com almas mais retas quando comparados os perfis sem enrijecedores, ainda que mesmo os perfis sem enrijecedores tenham apresentado, formatos convergindo a circulares nos elementos que não ligados à alma dos perfis.

É possível observar essa convergência em todos os processos de otimização aplicados, tanto para perfis com restrições de fabricação quanto para perfis sem restrições de fabricação. Além do formato circular apresentado pelos perfis é possível notar uma característica nos perfis que na maioria dos perfis otimizados se fez presente, sendo essa a quebra o elemento central para a parte interna do perfil. Após analisadas essas características entende-se que grande parte da responsabilidade dessa conversão do elemento central para a parte interna do perfil dá-se de forma a minimizar a distância do centro de cisalhamento do mesmo, uma vez que a posição do centro de cisalhamento de perfil influencia diretamente na resistência do mesmo.

Nota-se ainda analisando os dados obtidos a partir dos processos de otimização que as geometrias otimizadas obtiveram resultados significativos de redução de massa, onde essa por sua vez apresentou uma redução de em média 40% do valor do perfil original. Essa redução foi mais significativa em perfis com comprimentos maiores uma vez que qualquer alteração geométrica que influencie na eficiência do perfil, afeta perfis com maiores comprimentos de forma mais significativa.

A representação dessa redução pode ser vista no gráfico a seguir apresentado como Figura 68.

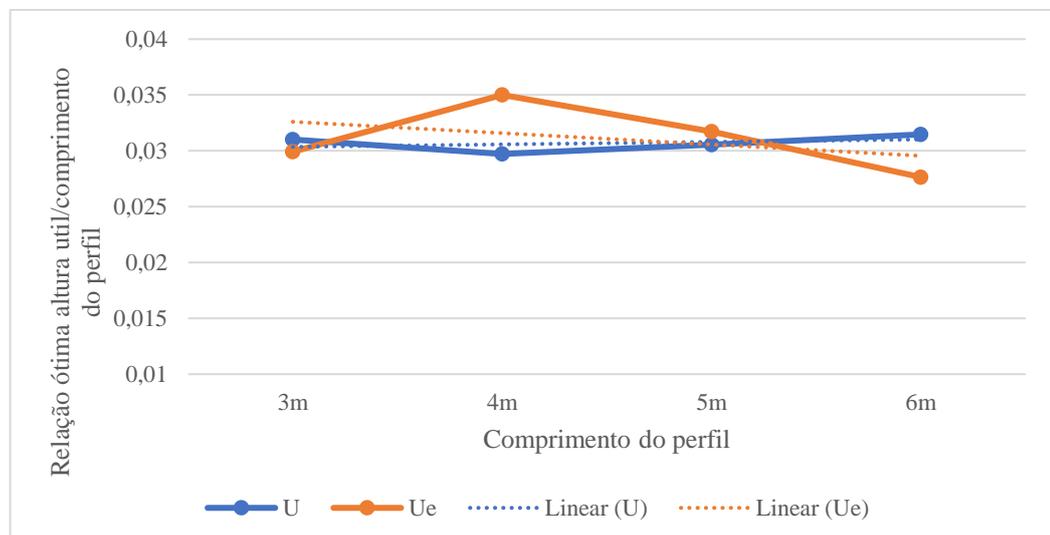
Figura 68 – Gráfico de relação ótima entre a massa linear pelo comprimento do perfil.



Fonte: Autor

Quando se analisam as características de relações geométricas dos perfis otimizados podem ser encontradas algumas relações ótimas dos perfis que convergem para um valor em comum em todos os comprimentos e perfis ótimos encontrados, como é o caso da altura relacional do perfil em função do comprimento do mesmo. Essa relação pode ser vista no gráfico demonstrado a seguir como Figura 69, onde se relacionam a altura útil do perfil ótimo pelo comprimento do mesmo.

Figura 69 – Gráfico de relação ótima entre a altura útil pelo comprimento do perfil.



Fonte: Autor

Nota-se ao observar o gráfico anterior que a altura útil ótima dos perfis otimizados fica entre uma estreita faixa que varia de 0,0297 a 0,0350, onde quando geradas as linhas de tendência dos dados obtidos é possível perceber que o valor ideal para a altura útil do perfil ótimo fica com valor de em torno de 3% o comprimento total do perfil.

Quando analisados os perfis otimizados sem restrições de fabricação, é possível observar certa semelhança aos perfis otimizados com as restrições de fabricação, uma vez que os perfis apresentam geometria que tende para o aspecto circular como é o caso dos perfis otimizados com restrições de fabricação.

Essa convergência de ambos os tipos de perfis para uma geometria próxima, afirma a existência de uma possível geometria monossimétricos mais eficiente para o caso de perfis submetidos apenas a esforços de flexão simples como é o caso dos perfis deste estudo.

Como ponto crítico de análise dos perfis ótimos obtidos, é possível identificar que a determinação do perfil ótimo apresentou gargalos quanto ao dimensionamento da combinação de esforços de combinação de momento fletor e esforço cortante, uma vez que o fator de sollicitação atingido pelos perfis ótimos apenas quanto ao momento fletor não ultrapassou o valor de 95%, onde se não críticos pelo esforço de combinação, esse fator de sollicitação poderia influenciar na busca pelo perfil ótimo, onde os mesmos poderiam ter atingido o fator de 99,99%.

A aplicação do processo de otimização pelo método do Recozimento Simulado, se mostrou de grande eficiência uma vez que foi capaz de aumentar a eficiência dos perfis aumentando o fator de sollicitação dos mesmos, reduzir significativamente as massas lineares apresentadas para os perfis, e abranger uma região de busca relativamente grande quando pensado no número de variáveis presentes no problema de otimização.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a finalização do processo de análise e discussões dos resultados diversas considerações podem ser feitas.

Em suma, este trabalho foi capaz de atingir os objetivos propostos com sucesso, proporcionando conteúdos relevantes para a área de dimensionamento e otimização de perfis formados a frio para aplicação em terças.

Inicialmente com a realização do estudo teórico para o desenvolvimento do trabalho foi possível se obter uma base sólida de conhecimento sobre o tema de estudo, conhecimento esse que possibilitou o bom desenvolvimento subsequente da pesquisa em questão, entendendo os principais fatores de influência em cada etapa desenvolvida.

A partir da criação da rotina de cálculo e o desenvolvimento do programa de dimensionamento de perfil, foi possível elaborar processos de validação para testar o programa de definição de características geométricas e dimensionamento dos perfis. Após analisados os dados de validação, pode-se considerar a rotina de cálculo desenvolvida eficiente, uma vez que os resultados apresentados pela mesma, não apresentam discrepâncias significativas quando comparadas a outros métodos e programas de dimensionamento de perfis metálicos.

Apesar de a programação desenvolvida, ter se tornado um desafio realmente grande, foi possível obter resultados consistentes com ela, essa que se mostrou uma ferramenta poderosa para o projetista, uma vez que facilitou o processo de dimensionamento de perfis, garantindo a eficiência e segurança estrutural.

Foi possível também elaborar a formulação de um problema de otimização eficiente, que tem como função objetivo a minimização da massa por metro linear dos perfis. Junto a esse problema de otimização foram possíveis incluir restrições de fabricação ao problema, restrições essas que foram determinantes na geometria ótima encontrada pela aplicação do processo de otimização em Simulated Annealing.

O desenvolvimento do programa de otimização com o método do recozimento simulado e a aplicação do mesmo na otimização da seção geométrica de perfis se mostrou um método bastante eficiente uma vez que os resultados encontrados para os perfis ótimos trouxeram perfis com uma eficiência estrutural elevada e com uma redução significativa de consumo de material para os mesmos.

Após a aplicação do processo de otimização foi possível tirar algumas conclusões referentes à otimização da seção geométrica das terças com restrições de fabricação. A primeira consideração se dá referente à forma geométrica ótima para terças, onde foi possível se observar

uma convergência quase que padrão para todos os perfis testados, onde por sua vez os mesmos tenderam a apresentar uma geometria mais circular e com o elemento central do elemento voltado ao centro da geometria, sendo isso uma solução para a redução da distância do centro de cisalhamento do mesmo, uma vez que a posição do centro de cisalhamento influencia diretamente no dimensionamento dos perfis.

Outros fatores críticos puderam ser observados como por exemplo, a espessura dos perfis ótimos sempre manter-se a mínima configurada, sendo essa a espessura de 1,95mm, o ponto crítico de dimensionamento ser o fator de sollicitação ao esforço combinado de momento fletor e esforço cortante e, a possível relação dimensional ótima de altura útil pelo comprimento dos perfis de terça que convergiram para um valor de cerca de 3%.

Além dos aspectos descritos anteriormente, ainda foram otimizados perfis sem restrições de fabricação para que se tivessem dados sobre as características geométricas dos mesmos quando não restritos. Nesse caso foi possível observar de mesma forma que os perfis otimizados com restrições de fabricação uma conversão da geometria para um formato circular como pode ser visto no capítulo de resultados e discussões deste trabalho.

Diante dos aspectos apresentados, entende-se que, este trabalho representa uma valiosa contribuição para a área de engenharia estrutural, oferecendo novas perspectivas e ferramentas para o dimensionamento eficiente de perfis metálicos formados a frio. Os critérios estabelecidos e os métodos desenvolvidos podem ser utilizados como referência e guia para futuros projetos, proporcionando ganhos econômicos, ambientais e de segurança na construção de estruturas metálicas. Além disso, os avanços alcançados neste estudo abrem caminho para novas investigações e aplicações em áreas correlatas, impulsionando o desenvolvimento contínuo do conhecimento nessa importante área da engenharia.

Para futuros trabalhos ficam como sugestões a adaptação do código de dimensionamento de perfis formados a frio para trabalho com perfis assimétricos em todas as direções, uma vez que trabalhando com perfis monossimétricos as possibilidades de geometrias ótimas a serem encontradas ficam restritas.

Também fica como sugestão a adaptação do código para que dimensione os perfis baseados em outros métodos de análise previstas em norma, como é o caso do MRD e do MSE, uma vez que o programa já determina as características geométricas dos perfis de forma coerente. Dessa maneira seria possível identificar diferenças significativas entre os pontos críticos de análise para os perfis ótimos encontrados baseados em cada um dos métodos de dimensionamento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT. Norma Brasileira – **Associação Brasileira de Normas Técnicas NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**. Rio de Janeiro, 2010.
- BATISTA, E. M. Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local–global buckling interaction. **Thin-Walled Structures**, v. 48, n. 4-5, p. 345-356, 2010.
- BECQUE, Jurgen. Optimization of cold-formed steel products: achievements, challenges and opportunities. **ce/papers**, v. 3, n. 3-4, p. 211-218, 2019.
- BELLEI, Ildony H.; PINHO, Fernando O.; PINHO, Mauro O. **Edifícios de múltiplos andares em aço**. Pini, 2008.
- BICUDO, Irineu. **Os elementos**. Unesp, 2009.
- BRUNDTLAND, G. H. Nosso futuro comum: comissão mundial sobre meio ambiente e desenvolvimento. 2.ed. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1991.
- CABRAL, Gustavo Tavares. **Um otimizador estático para a linguagem Python**. 2013.
- CARVALHO, Paulo Roberto M. de; GRIGOLETTI, Gladimir; BARBOSA, Giovana Daltrozo. **Curso básico de perfis de aço formados a frio**. 4. ed. atual. Porto Alegre: [s. n.], 2014. 384 p. ISBN 978-85-905944-2-0.
- CHUNG, K F.; HO, H C. (2005). **Analysis and design of lapped connections between cold-formed steel Z sections**. *Thin-Walled Structures*, v.43, p.1071-1090, 2005
- CORTEZ, Lucas Azevedo da Rocha et al. Uso das estruturas de aço no Brasil. **Caderno de Graduação-Ciências Exatas e Tecnológicas-UNIT-ALAGOAS**, v. 4, n. 2, p. 217-217, 2017.
- DANILOV, Alexander; TUSNINA, Olga. The joints of cold-formed purlins. **Journal of applied engineering science**, v. 12, n. 2, 2014.
- DE MEDEIROS, Guilherme Fleith; KRIPKA, Moacir. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. **Revista CIATEC-UPF**, v. 4, n. 1, p. 19-32, 2012.
- Dréo, J.; Pétrowski, A.; Siarry, P.; Taillard, E. **Metaheuristics for hard optimization: methods and case studies**. Springer Science & Business Media, 2006.
- DUARTE, Hélio A. Ferro-Um elemento químico estratégico que permeia história, economia e sociedade. **Química Nova**, v. 42, p. 1146-1153, 2020.
- EGLESE, R. W. Simulated Annealing: A tool for Operational Research. **European Journal of Operational Research**, v.46, p.271-281, 1990.
- FABEANE, Ricardo; KRIPKA, Moacir. **Pontes mistas aço-concreto: estudo de diretrizes para dimensionamento otimizado**. 2015.

FAKURY, Ricardo Hallal; SILVA, Ana Lydia Reis de Castro e; CALDAS, Rodrigo Barreto. **Dimensionamento de Elementos Estruturais de Aço e Misto de Aço e Concreto**. São Paulo: Pearson, 2016.

FREITAS, Duann Rennê Ferreira. COELHO, Mauro Frank Oguino. **A importância do aço na construção civil**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 03, Ed. 09, Vol. 07, pp. 05-10 setembro de 2018. ISSN:2448-0959.

GALAMBOS, Theodore V. **Structural members and frames**. Courier Dover Publications, 2016.

GILIO, F.H.S. (2016). **Terças de aço formadas a frio com continuidade nos apoios por meio de Iuvas**. 2016. 120 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2016.

GRIGOLETTI, G. C. Dimensionamento de Perfis de Aço Formados a Frio: Método da resistência direta versus método da largura efetiva. In: **Anais da XI Semana de Extensão, Pesquisa e Pós-Graduação SEPesq**, Centro Universitário Ritter Dos Reis, Rio Grande do Sul, 2015.

GRIGOLETTI, Gladimir de Campos. **Otimização via algoritmos genéticos de perfis U formados a frio submetidos à compressão utilizando o Método da Resistência Direta**. 2008.

GUIMARÃES, V. M. et al. Shape optimisation of singly-symmetric cold-formed steel purlins. **Thin-Walled Structures**, v. 161, p. 107402, 2021.

HAESER, Gabriel; RUGGIERO, M. Gomes. Aspectos teóricos de simulated annealing e um algoritmo duas fases em otimização global. **Trends in Computational and Applied Mathematics**, v. 9, n. 3, p. 395-404, 2008.

HILBERT, D. **Fundamentos da Geometria**. Lisboa, Portugal: Gradiva, 2003.

IEEE Spectrum. Top **Programming Languages** 2021. Disponível em: <https://spectrum.ieee.org/top-programming-languages/>. Acesso em: 20 de novembro de 2021.

INDICADORES BRASILEIROS PARA OS OBJETIVOS DE DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL. **ODS BRASIL**, 2021. Disponível em: <https://odsbrasil.gov.br>. Acesso em 22, set. de 2021.

JAVARONI, Carlos Eduardo; GONÇALVES, Roberto Martins. **Perfis de aço formados a frio submetidos à flexão: Análise teórico-experimental**. 1999. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos–Universidade de São Paulo, São Carlos.

Kirkpatrick. S. Gelatti. C. D. Vecchi. M. P. 1983. Optimization by Simulated Annealing. **Science**, vol. 220, n. 4598, pp. 671-680, 1983

KRIPKA, Moacir; BORDIGNON, Rodrigo; PRAVIA, Zacarias Martin Chamberlain. Parâmetros para o dimensionamento otimizado de perfis u conformados a frio submetidos à flexão simples. **Revista Sul-americana de Engenharia Estrutural**, v. 7, n. 1, 2011

KUMAR, P. S.; KANNAN, G. Dhamodhara. Optimization of CFS sections under flexure using Genetic Algorithm. **Informes de la Construcción**, v. 73, n. 563, p. e399, 2021.

LEWIŃSKI, Jerzy; MAGNUCKI, Krzysztof. Optimization of anti-symmetrical open cross-sections of cold-formed thin-walled beams. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 47, n. 3, p. 553-571, 2009.

LIMA, Marina Lemos Rio. **Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. 2011. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

LIU, H.; IGUSA, T.; SCHAFER, B. W. Knowledge-based global optimization of cold-formed steel columns. **Thin-Walled Structures**, v. 42, n. 6, p. 785-801, 2004.

LU, Wei et al. **Optimum design of cold-formed steel purlins using genetic algorithms**. Helsinki University of Technology, 2003.

LUE, Dung M.; LIU, Jui-Ling; LIN, Ching-Hau. Numerical evaluation on warping constants of general cold-formed steel open sections. **Steel Struct**, v. 7, p. 297-309, 2007.

MAIA, J. P. R. **Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta Solver**. 2009. 83 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, 2009.

MARTINEZ, José Mario; SANTOS, Sandra Augusta. Métodos computacionais de otimização. **Colóquio Brasileiro de Matemática, Apostilas**, v. 20, 1995.

MAZZOCCHI, Luís Henrique. Otimização paramétrica para minimização de massa de perfil de aço formado a frio empregado em estrutura modular. 2019.

MENDES, C. L. (2004). *Estudo sobre perfis formados a frio em situação de incêndio*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A.; ROSENBLUTH, M. TELLER, A.; TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. **Journal of Chemical Physics**. v.21.D.1087-1092.1953.

MILLMAN, K. Jarrod; AIVAZIS, Michael. Python for scientists and engineers. **Computing in Science & Engineering**, v. 13, n. 2, p. 9-12, 2011.

MUNDIM, K. C.; DELAVY, V. C. Otimização Global de Processos Usando o Método Generalized Simulated Annealing. **Revista Processos Químicos**. n.4, p. 9-23. JulDez. 2008.

NGUYEN, Van Bac et al. Design of new cold rolled purlins by experimental testing and Direct Strength Method. **Thin-Walled Structures**, v. 118, p. 105-112, 2017.

NOWICKI, Łukasz. **Optimization of geometric parameters of purlin cold-formed type of C**. 2019. Tese de Doutorado. Instytut Budownictwa.

OLIVEIRA, Ana Beatriz de Figueiredo. **Inserção de sistemas construtivos industrializados de ciclo aberto estruturados em aço no mercado da construção civil residencial brasileira**. Ouro Preto. 2013

OLIVEIRA, Douglas Henrique; SOARES, Renato Alberto Brandão; SANTOS, Victor Hugo Diniz. Comparação entre as vantagens da utilização de estrutura metálica e estrutura de concreto armado. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 4, p. 17783-17793, 2020.

PANKAU, R.; WEROCHOWSKI, W. Shape and cost optimization of cold formed "Z" purlin using genetic algorithms. 2005.

PARASTESH, H.; HAJIRASOULIHA, I.; TAJI, H.; SABBAGH, A. B. Shape optimization of cold-formed steel beam-columns with practical and manufacturing constraints. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 155, p. 249-259, 2019.

PHAM, C. H.; DAVIS, A. F.; EMMETT, B. R. Numerical investigation of cold-formed lapped Z purlins under combined bending and shear. **Journal of Constructional Steel Research**, vol. 95, p. 116-125. 2014.

PILKEY, Walter; KITIS, Levent. **Notes on the Linear Analysis of Thin-walled Beams**. University of Virginia. Department of Mechanical Engineering. Charlottesville, Virginia. 1996.

PLATAFORMA AGENDA 2030. ONU, 2021. Disponível em: [Plataforma Agenda 2030](#). Acesso em 22, set. de 2021.

PRAVIA, Zacarias M. Chamberlain; KRIPKA, Moacir. Numerical and experimental optimization of cold formed steel c-sections under compression. **Rem: Revista Escola de Minas**, v. 61, p. 371-377, 2008.

\_\_\_\_\_; FICANHA, Ricardo; FABEANE, Ricardo. Projeto e cálculo de estruturas de aço: Edifício industrial detalhado. **Rio de Janeiro**, 2013.

RAO, S.S., RAO, S.S., 2009, **Engineering Optimization: Theory and Practice**. S.l., John Wiley & Sons

ROSA, A. F.C.; LIBRANTZ, A.F. H.; COPPINI, N. L.; BAPTISTA, E. A. Simulated Annealing Technique Applied for Parameters Optimization in Machining Processes. In: **30th Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia–CILAMCE**. 2009. p. 1-10.

SALES, Gabriel Costa Silva; SIMONETTI, Hélio Luiz; ALMEIDA, Virgil Del Duca. In: Seminário de Iniciação Científica, 2019, Minas Gerais. **Anais do Seminário de Iniciação Científica - IFMG**. Minas Gerais, 2019.

SCHAFER, Benjamin W. Designing cold-formed steel using the direct strength method. 2006.

SCHAFER, Benjamin W. The direct strength method of cold-formed steel member design. **Journal of constructional steel research**, v. 64, n. 7-8, p. 766-778, 2008.

SCHIAVON, L. A P. **Terças de aço em perfis formados a frio com alma enrijecida: ênfase ao estudo da continuidade nos apoios por meio de luva**. 2019. 180p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2019.

SEABURG, Paul A.; SALMON, Charles G. Minimum weight design of light gage steel members. **Journal of the Structural Division**, v. 97, n. 1, p. 203-222, 1971.

SENA, Janderson Leitão. Análise da flambagem elástica de perfis de aço formados a frio com seções assimétricas na compressão axial e na flexão oblíqua. 2017

SILVA, E. L.; PIERIN, I.; SILVA, V. P. **Manual de Construção em Aço: Estruturas compostas por perfis formados a frio - dimensionamento pelo método das larguras efetivas e aplicação conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012**. Instituto Aço Brasil, Centro Brasileiro Da Construção Em Aço. Rio de Janeiro, 2014.

SILVA, Juliana Maria Mazzeti. **Terças de aço em perfis formados a frio com alma enrijecida: ênfase na força cortante e na interação momento fletor-força cortante**. 2018. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M., Theory of Elastic Stability, **2 ed.**, McGrawHill, New York. 1961.

TORMEN, A. F.; PRAVIA, Z. M. C.; RAMIREZ, F. B.; KRIPKA, M. Optimization of steel concrete composite beams considering cost and environmental impact. **Steel and Composite Structures**, Passo Fundo, v. 34, n. 3, p. 409–421, 2020.

VON KARMAN, T.; SECHLER, E. E.; DONNELL, L. H. The Strength of Thin Plates in Compression. United States, 1932.

WINTER, G. Strength of Slender Beams. ASCE Transactions, United States, 1944.

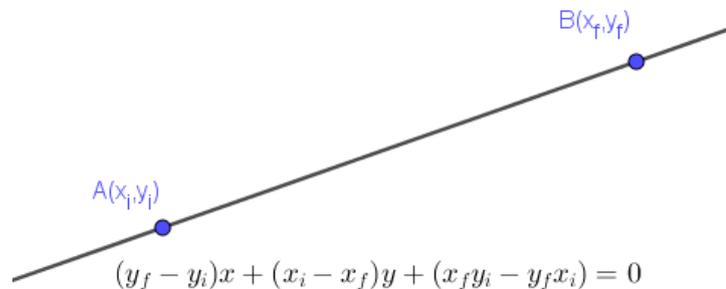
YU, W. W.; LaBOUBE, R. A. Cold-Formed Steel Design. New Jersey, 2010.

**APÊNDICE A – DEDUÇÕES E FORMULAÇÕES PARA ANÁLISE GEOMÉTRICA  
INICIAL DE PFF.**

**A.1. Definição dos Pontos**

A seguir apresentam-se as formulações e deduções utilizadas para a determinação dos pontos de formação para análise dos elementos do perfil.

**A.1.1. Formulação para equação da reta, definida por dois pontos**



$Ax_i + By_i + C = 0 \rightarrow (1)$  #Substituir as coordenadas do 1º ponto na equação

$Ax_f + By_f + C = 0 \rightarrow (2)$  #Substituir as coordenadas do 2º ponto na equação

(2) – (1):

$$A(x_f - x_i) + B(y_f - y_i) = 0$$

$$\mapsto A = y_f - y_i$$

$\mapsto B = x_i - x_f$  #para a expressão acima ser VERDADEIRA, ou seja, igual a 0, essa é uma possível solução

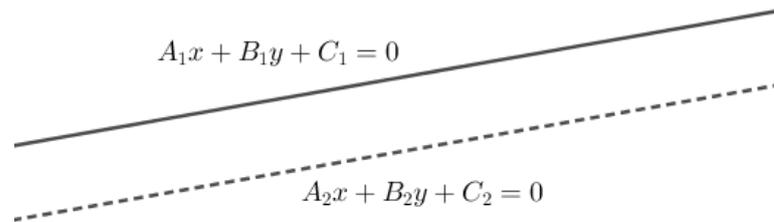
$(y_f - y_i)x_i + (x_i - x_f)y_i + C = 0$  #substituir A e B, na equação principal, e achar C

$$y_f x_i - y_i x_i + x_i y_i - x_f y_i + C = 0$$

$$C = x_f y_i - y_f x_i$$

$$(y_f - y_i)X + (x_i - x_f)Y + (x_f y_i - y_f x_i) = 0 \quad \# \text{Equação final}$$

### A.1.2. Equação das retas paralelas



$$A_1x + B_1y + C_1 = 0 \rightarrow (1) \quad \# \text{Reta principal, aquela que se tem os dados}$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0 \rightarrow (2) \quad \# \text{Reta paralela (Incógnita)}$$

$$B_1 \cdot (2): A_2B_1x + B_1B_2y + B_1C_2 = 0$$

$$B_2 \cdot (1): A_1B_2x + B_1B_2y + B_2C_1 = 0 \quad \# \text{Resolução do sistema de equação}$$

$$B_1 \cdot (2) - B_2 \cdot (1): (A_2B_1 - A_1B_2)x + B_1C_2 - B_2C_1 = 0 \quad \# \text{Resolução}$$

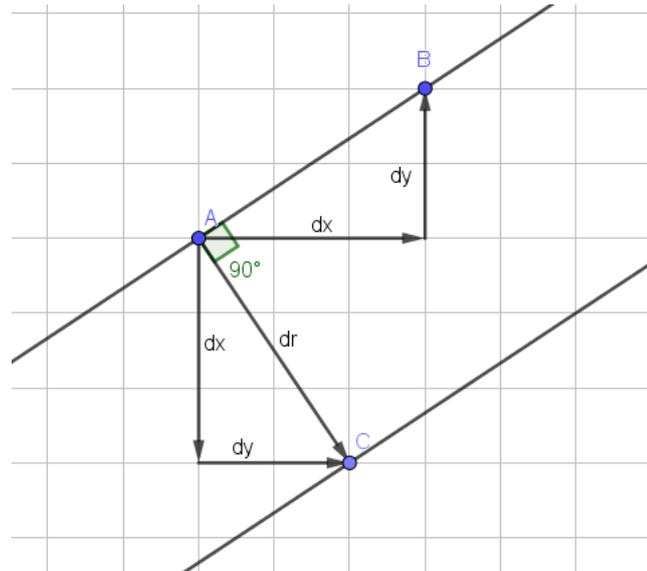
$$(A_2B_1 - A_1B_2)x = B_2C_1 - B_1C_2 \quad \# \text{Isolando o 'x'}$$

$$x = \frac{B_2C_1 - B_1C_2}{A_2B_1 - A_1B_2} \rightarrow A_2B_1 - A_1B_2 = 0 \quad \# \text{Criar indefinição para que as retas sejam paralelas}$$

$$A_2(x_i - x_f) - (y_f - y_i)B_2 = 0$$

$$\mapsto A_2 = (y_f - y_i) = A_1$$

$$\mapsto B_2 = (x_i - x_f) = B_1 \quad \# \text{Posíveis soluções para } A_2 \text{ e } B_2$$



$$A_1x + B_1y + C_1 = 0$$

$$A_1(x + dx) + B_1(y + dy) + C_1 = 0$$

$$A_1x + A_1dx + B_1y + B_1dy + C_1 = 0$$

$$A_1x + B_1y + C_1 + A_1dx + B_1dy = 0$$

$$A_1dx + B_1dy = 0$$

$$\mapsto dx = n \cdot B_1$$

$$\mapsto dy = -n \cdot A_1$$

$$dx^2 + dy^2 = dr^2 \leftrightarrow (n \cdot B_1)^2 + (-n \cdot A_1)^2 = dr^2$$

$$n^2 \cdot B_1^2 + n^2 \cdot A_1^2 = dr^2 \leftrightarrow n^2 \cdot (B_1^2 + A_1^2) = dr^2$$

$$n^2 = \frac{dr^2}{(B_1^2 + A_1^2)} \leftrightarrow \sqrt{n^2} = \frac{\sqrt{dr^2}}{\sqrt{B_1^2 + A_1^2}} \leftrightarrow n = \frac{dr}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$$

$$A_1(x - (-1)^k dy) + B_1(y + (-1)^k dx) + C_1 = 0 \leftrightarrow k = \{0,1\}$$

$$A_1x - A_1(-1)^k dy + B_1y + B_1(-1)^k dx + C_1 = 0$$

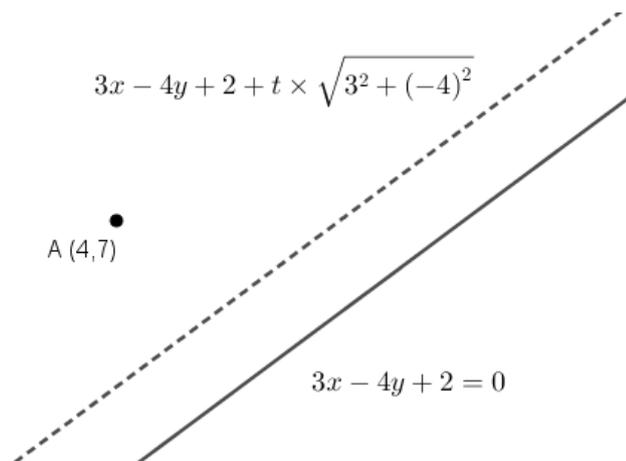
$$A_1x + B_1y + (-A_1(-1)^k dy + B_1(-1)^k dx + C_1) = 0$$

$$C_2 = C_1 + (-1)^k(-A_1 dy + B_1 dx) = C_1 + (-1)^k(-A_1(-n \cdot A_1) + B_1(n \cdot B_1))$$

$$C_2 = C_1 \pm \left( A_1^2 \left( \frac{dr}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \right) + B_1^2 \left( \frac{dr}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \right) \right)$$

$$C_2 = C_1 \pm dr \left( \frac{A_1^2 + B_1^2}{(A_1^2 + B_1^2)^{\frac{1}{2}}} \right) = C_2 = C_1 \pm dr(A_1^2 + B_1^2)^{\frac{1}{2}}$$

Exemplo:



$$3x - 4y + 2 = 0$$

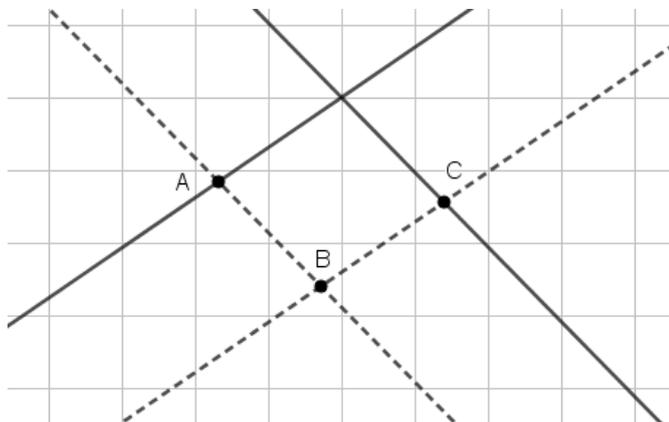
$$3(4) - 4(7) + 2 = 0$$

$$12 - 28 + 2 = 0$$

$$-14 = 0$$

$$3x - 4y + 2 + t \cdot \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 0$$

### A.1.3. Regra de Cramer



$$A_1x + B_1y = C_1$$

$$A_2x + B_2y = C_2$$

$$D = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = A_1B_2 - A_2B_1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} C_1 & B_1 \\ C_2 & B_2 \end{vmatrix} = C_1B_2 - C_2B_1$$

$$D_y = \begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix} = A_1C_2 - A_2C_1$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{C_1B_2 - C_2B_1}{A_1B_2 - A_2B_1}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{A_1C_2 - A_2C_1}{A_1B_2 - A_2B_1}$$

### A.1.5. Equações para determinação das retas perpendiculares

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

$$A_2x + B_2y + (-A_2dy + B_2dx + C_2) = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2 + (-A_2dy + B_2dx) = 0$$

$$-A_2dy + B_2dx = 0$$

$$B_2dx = A_2dy$$

$$B_2B_1 = A_2(-A_1)$$

$$\mapsto B_2 = -A_1$$

$$\mapsto A_2 = B_1$$

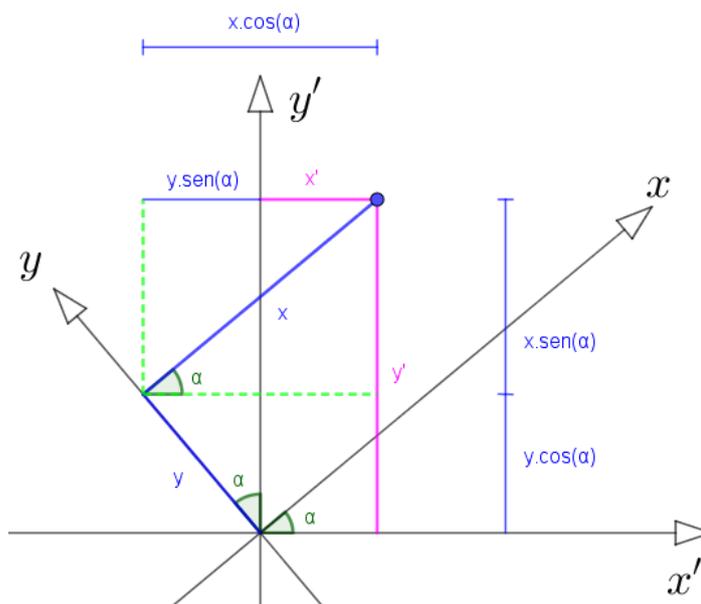
$$B_1x - A_1y + C_2 = 0$$

$$B_1x_{\text{centro}} - A_1y_{\text{centro}} + C_2 = 0$$

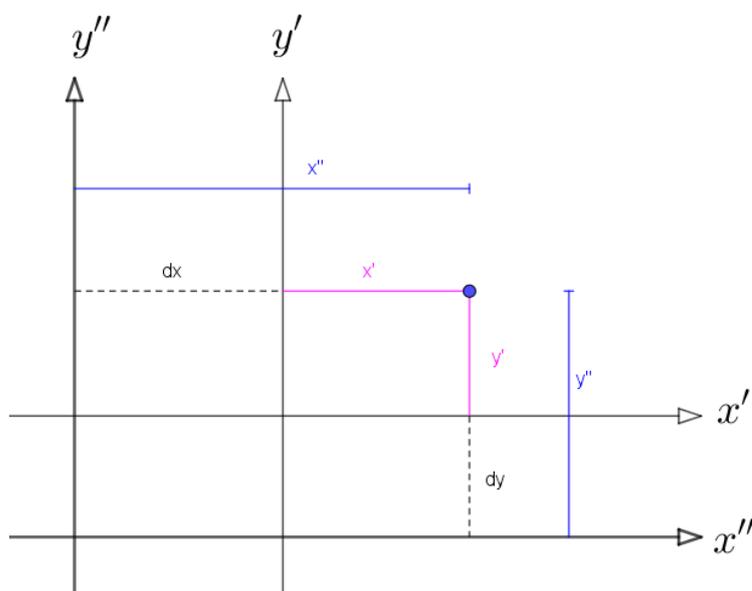
$$\mapsto C_2 = A_1y_{\text{centro}} - B_1x_{\text{centro}}$$

$$B_1x - A_1y + A_1y_{\text{centro}} - B_1x_{\text{centro}} = 0$$

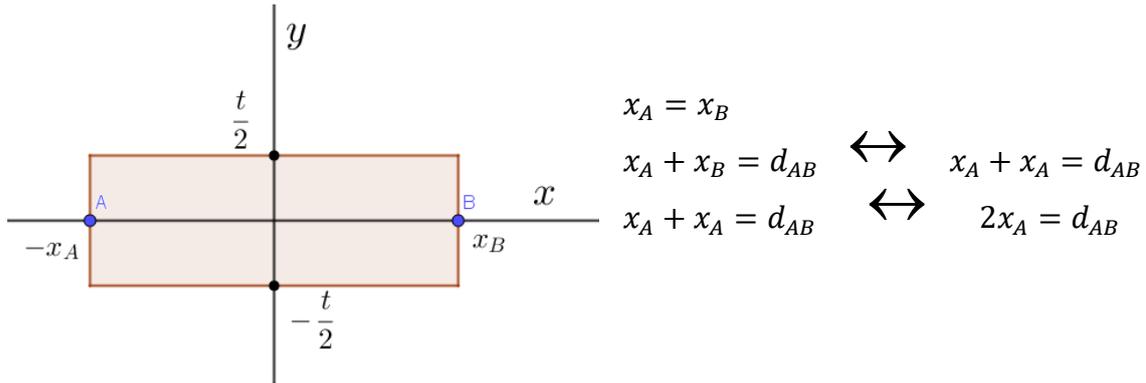
**APÊNDICE B – DEDUÇÕES E FORMULAÇÕES PARA DETERMINAÇÃO  
INERCIAL DO PERFIL.**



$$\begin{aligned}x' &= x \cdot \cos(\alpha) - y \cdot \sin(\alpha) \\y' &= y \cdot \cos(\alpha) + x \cdot \sin(\alpha)\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}x'' &= x' + dx \\y'' &= y' + dy\end{aligned}$$



$$I_x = \int y^2 dA = \int_{-x_A}^{x_B} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} y^2 dy dx = \int_{-x_A}^{x_B} \left\langle \frac{y^3}{3} \right\rangle_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} dx = \int_{-x_A}^{x_B} \left[ \frac{\left(\frac{t}{2}\right)^3}{3} \right] - \left[ \frac{\left(-\frac{t}{2}\right)^3}{3} \right] dx =$$

$$\int_{-x_A}^{x_B} \left[ \frac{1}{3} \times \left(\frac{t}{2}\right)^3 \right] - \left[ \frac{1}{3} \times \left(-\frac{t}{2}\right)^3 \right] dx = \int_{-x_A}^{x_B} \left[ \frac{1}{3} \times \frac{t^3}{2^3} \right] - \left[ \frac{1}{3} \times \frac{(-t)^3}{2^3} \right] dx =$$

$$\int_{-x_A}^{x_B} \left[ \frac{t^3}{24} \right] - \left[ \frac{(-t)^3}{24} \right] dx = \int_{-x_A}^{x_B} \frac{t^3}{24} + \frac{t^3}{24} dx = \int_{-x_A}^{x_B} \frac{2t^3}{24} dx = \int_{-x_A}^{x_B} \frac{t^3}{12} dx =$$

$$\frac{t^3}{12} \int_{-x_A}^{x_B} dx = \frac{t^3}{12} \langle x \rangle_{-x_A}^{x_B} = \frac{t^3}{12} \{ [x_B] - [-x_A] \} = \frac{t^3}{12} \{ x_B + x_A \} = \boxed{I_x = \frac{d_{AB} \times t^3}{12}}$$

$$I_y = \int x^2 dA = \int_{-x_A}^{x_B} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} x^2 dy dx = \int_{-x_A}^{x_B} \langle x^2 y \rangle_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} dx = \int_{-x_A}^{x_B} [x^2 \left(\frac{t}{2}\right)] - [x^2 \left(-\frac{t}{2}\right)] dx =$$

$$\int_{-x_A}^{x_B} x^2 \left(\frac{t}{2}\right) + x^2 \left(\frac{t}{2}\right) dx = \int_{-x_A}^{x_B} 2x^2 \left(\frac{t}{2}\right) dx = 2 \times \frac{t}{2} \int_{-x_A}^{x_B} x^2 dx = \frac{2t}{2} \left\langle \frac{x^3}{3} \right\rangle_{-x_A}^{x_B} =$$

$$t \left\{ \left[ \frac{(x_B)^3}{3} \right] - \left[ \frac{(-x_A)^3}{3} \right] \right\} = t \left\{ \frac{x_A^3}{3} + \frac{x_A^3}{3} \right\} = t \left\{ \frac{2}{3} \times (x_A)^3 \right\} = t \left\{ \frac{2}{3} \times \left(\frac{2x_A}{2}\right)^3 \right\} =$$

$$\frac{2t}{3} \times \left(\frac{d_{AB}}{2}\right)^3 = \frac{2t}{3} \times \frac{d_{AB}^3}{2^3} = \frac{2t \times d_{AB}^3}{24} = \boxed{I_y = \frac{t \times d_{AB}^3}{12}}$$

$$I_{xy} = \int xy dA = \int_{-x_A}^{x_B} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} xy dy dx = \int_{-x_A}^{x_B} x dx \times \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} y dy = \left\langle \frac{x^2}{2} \right\rangle_{x=-x_A}^{x=x_B} \times \left\langle \frac{y^2}{2} \right\rangle_{y=-\frac{t}{2}}^{y=\frac{t}{2}} =$$

$$\left\{ \left[ \frac{(x_B)^2}{2} \right] - \left[ \frac{(-x_A)^2}{2} \right] \right\} \times \left\{ \left[ \frac{\left(\frac{t}{2}\right)^2}{2} \right] - \left[ \frac{\left(-\frac{t}{2}\right)^2}{2} \right] \right\} =$$

$$\left\{ \frac{x_B^2}{2} - \frac{x_A^2}{2} \right\} \times \left\{ \frac{1}{2} \times \left(\frac{t}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times \left(-\frac{t}{2}\right)^2 \right\} =$$

$$\left\{ \frac{x_A^2}{2} - \frac{x_A^2}{2} \right\} \times \left\{ \frac{1}{2} \times \frac{t^2}{2^2} - \frac{1}{2} \times \frac{t^2}{2^2} \right\} = \{0\} \times \{0\} = \boxed{I_{xy} = 0}$$

$$\int \sin^2(\theta) d\theta = \int \sin(\theta) \sin(\theta) d\theta = \boxed{\int u dv = u \cdot v - \int v \cdot du}$$

$u = \sin(\theta) \leftrightarrow du = \cos(\theta) d\theta$	$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$
$dv = \sin(\theta) d\theta \leftrightarrow v = -\cos(\theta)$	$\cos^2(\theta) = 1 - \sin^2(\theta)$

$$\int \sin(\theta) \sin(\theta) d\theta = \sin(\theta) \cdot [-\cos(\theta)] - \int [-\cos(\theta)] \cdot \cos(\theta) d\theta = -\sin(\theta) \cos(\theta) + \int \cos^2(\theta) d\theta$$

$$\int \sin^2(\theta) d\theta = -\sin(\theta) \cos(\theta) + \int 1 - \sin^2(\theta) d\theta = -\sin(\theta) \cos(\theta) + \int d\theta - \int \sin^2(\theta) d\theta$$

$$\int \sin^2(\theta) d\theta + \int \sin^2(\theta) d\theta = -\sin(\theta) \cos(\theta) + \theta$$

$$2 \int \sin^2(\theta) d\theta = \theta - \sin(\theta) \cos(\theta) \leftrightarrow \boxed{\int \sin^2(\theta) d\theta = \frac{\theta - \sin(\theta) \cos(\theta)}{2}}$$

$$\int \cos^2(\theta) d\theta = \int \cos(\theta) \cos(\theta) d\theta = \boxed{\int u dv = u \cdot v - \int v \cdot du}$$

$u = \cos(\theta) \leftrightarrow du = -\sin(\theta) d\theta$	$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$
$dv = \cos(\theta) d\theta \leftrightarrow v = \sin(\theta)$	$\sin^2(\theta) = 1 - \cos^2(\theta)$

$$\int \cos(\theta) \cos(\theta) d\theta = \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) - \int \sin(\theta) \cdot [-\sin(\theta)] d\theta = \sin(\theta) \cos(\theta) + \int \sin^2(\theta) d\theta$$

$$\int \cos^2(\theta) d\theta = \sin(\theta) \cos(\theta) + \int 1 - \cos^2(\theta) d\theta = \sin(\theta) \cos(\theta) + \int d\theta - \int \cos^2(\theta) d\theta$$

$$\int \cos^2(\theta) d\theta + \int \cos^2(\theta) d\theta = \sin(\theta) \cos(\theta) + \theta$$

$$2 \int \cos^2(\theta) d\theta = \theta + \sin(\theta) \cos(\theta) \leftrightarrow \boxed{\int \cos^2(\theta) d\theta = \frac{\theta + \sin(\theta) \cos(\theta)}{2}}$$

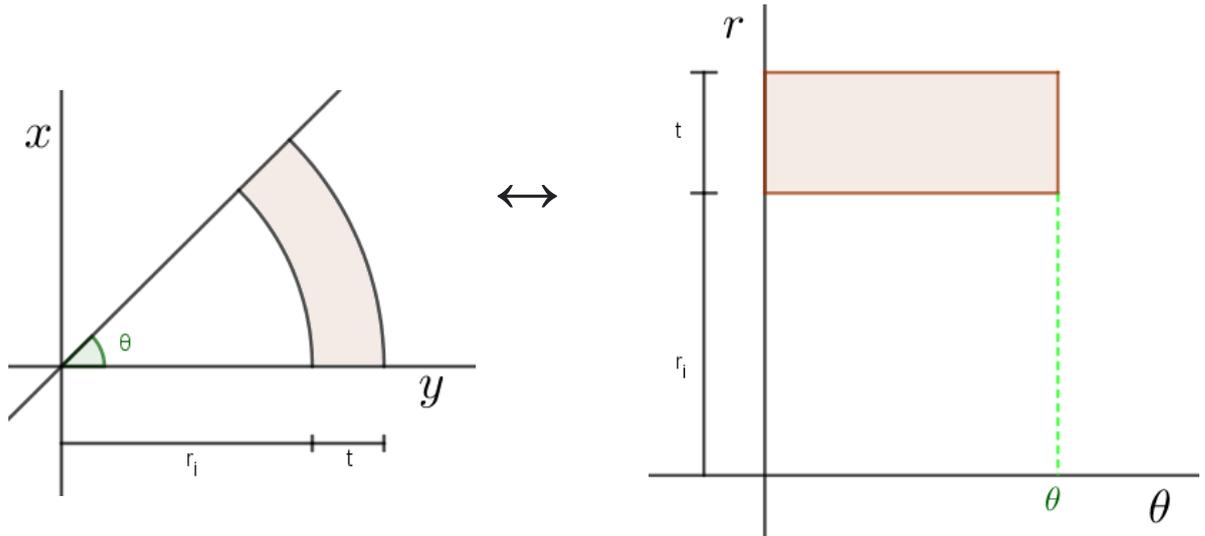
$$\int \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = \boxed{\int u dv = u \cdot v - \int v \cdot du}$$

$u = \sin(\theta) \leftrightarrow du = \cos(\theta) d\theta$
$dv = \cos(\theta) d\theta \leftrightarrow v = \sin(\theta)$

$$\int \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = \sin(\theta) \cdot \sin(\theta) - \int \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) d\theta$$

$$\int \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta + \int \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = \sin^2(\theta)$$

$$2 \int \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = \sin^2(\theta) \leftrightarrow \boxed{\int \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = \frac{\sin^2(\theta)}{2}}$$



$$I_x = \int y^2 dA = \int_0^\theta \int_{r_i}^{r_f} (r \cdot \sin(\theta))^2 r dr d\theta = \int_0^\theta \int_{r_i}^{r_f} \sin^2(\theta) r^3 dr d\theta = \int_{r_i}^{r_f} r^3 dr \times \int_0^\theta \sin^2(\theta) d\theta =$$

$$\left\langle \frac{r^4}{4} \right\rangle_{r_i}^{r_f} \times \left\langle \frac{\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)}{2} \right\rangle_0^\theta = \left\{ \left[ \frac{(r_f)^4}{4} \right] - \left[ \frac{(r_i)^4}{4} \right] \right\} \times \left\{ \left[ \frac{\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)}{2} \right] - \left[ \frac{(0\text{rad}) - \sin(0^\circ)\cos(0^\circ)}{2} \right] \right\} =$$

$$\left\{ \frac{r_f^4 - r_i^4}{4} \right\} \times \left\{ \left[ \frac{\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)}{2} \right] - \left[ \frac{0 - 0 \cdot 1}{2} \right] \right\} = \boxed{I_x = \frac{(r_f^4 - r_i^4) \times (\theta - \sin(\theta)\cos(\theta))}{8}}$$

$$I_y = \int x^2 dA = \int_0^\theta \int_{r_i}^{r_f} (r \cdot \cos(\theta))^2 r dr d\theta = \int_0^\theta \int_{r_i}^{r_f} \cos^2(\theta) r^3 dr d\theta = \int_{r_i}^{r_f} r^3 dr \times \int_0^\theta \cos^2(\theta) d\theta =$$

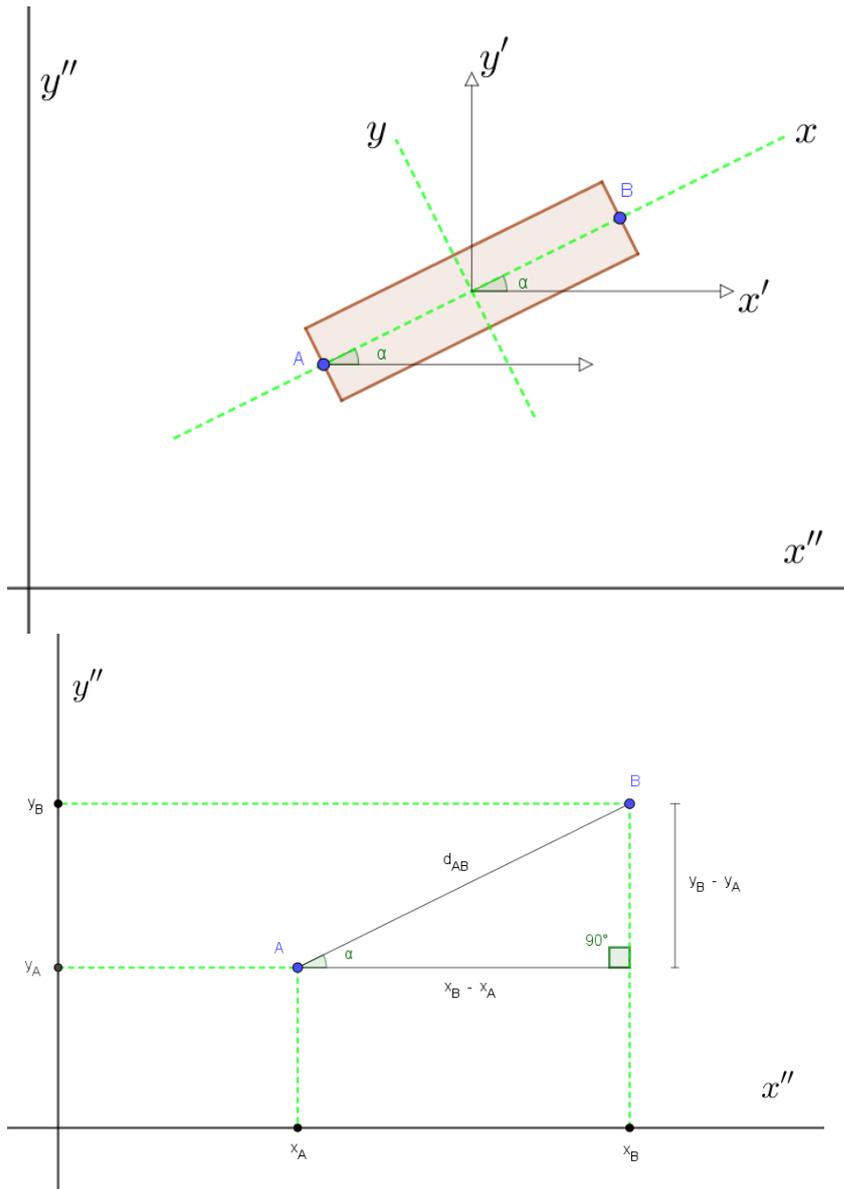
$$\left\langle \frac{r^4}{4} \right\rangle_{r_i}^{r_f} \times \left\langle \frac{\theta + \sin(\theta)\cos(\theta)}{2} \right\rangle_0^\theta = \left\{ \left[ \frac{(r_f)^4}{4} \right] - \left[ \frac{(r_i)^4}{4} \right] \right\} \times \left\{ \left[ \frac{\theta + \sin(\theta)\cos(\theta)}{2} \right] - \left[ \frac{(0\text{rad}) + \sin(0^\circ)\cos(0^\circ)}{2} \right] \right\} =$$

$$\left\{ \frac{r_f^4 - r_i^4}{4} \right\} \times \left\{ \left[ \frac{\theta + \sin(\theta)\cos(\theta)}{2} \right] - \left[ \frac{0 + 0 \cdot 1}{2} \right] \right\} = \boxed{I_y = \frac{(r_f^4 - r_i^4) \times (\theta + \sin(\theta)\cos(\theta))}{8}}$$

$$I_{xy} = \int xy dA = \int_0^\theta \int_{r_i}^{r_f} (r \cdot \cos(\theta))(r \cdot \sin(\theta)) r dr d\theta = \int_0^\theta \int_{r_i}^{r_f} \sin(\theta)\cos(\theta) r^3 dr d\theta =$$

$$\int_{r_i}^{r_f} r^3 dr \times \int_0^\theta \sin(\theta)\cos(\theta) d\theta = \left\langle \frac{r^4}{4} \right\rangle_{r_i}^{r_f} \times \left\langle \frac{\sin^2(\theta)}{2} \right\rangle_0^\theta = \left\{ \left[ \frac{(r_f)^4}{4} \right] - \left[ \frac{(r_i)^4}{4} \right] \right\} \times \left\{ \left[ \frac{\sin^2(\theta)}{2} \right] - \left[ \frac{\sin^2(0^\circ)}{2} \right] \right\} =$$

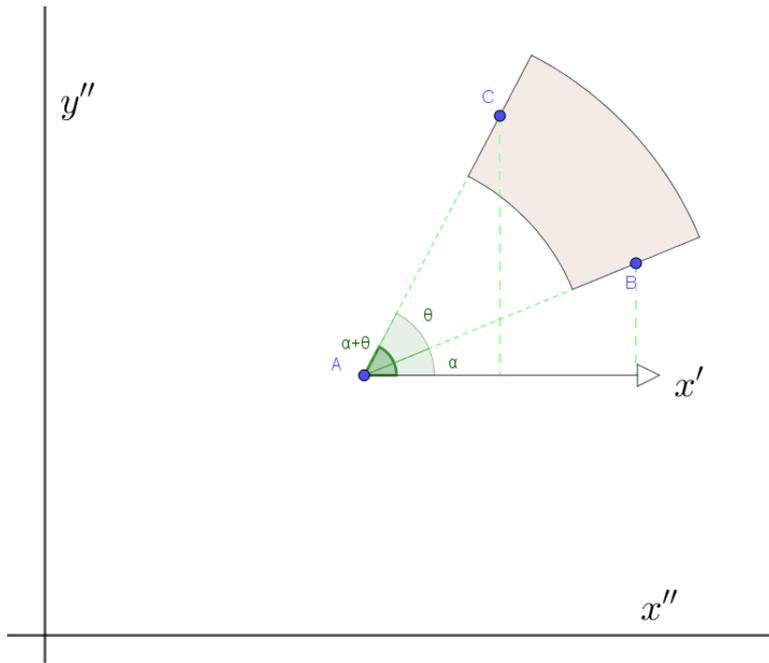
$$\left\{ \frac{r_f^4 - r_i^4}{4} \right\} \times \left\{ \left[ \frac{\sin^2(\theta)}{2} \right] - \left[ \frac{0^2}{2} \right] \right\} = \boxed{I_{xy} = \frac{(r_f^4 - r_i^4) \sin^2(\theta)}{8}}$$



$$(d_{AB})^2 = (y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2 \quad \leftrightarrow \quad d_{AB} = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{C.O.}{C.A.} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$\arctan(\tan(\alpha)) = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right) \quad \leftrightarrow \quad \alpha = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$



$$\tan(\alpha) = \frac{C.O.}{C.A.} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$\arctan(\tan(\alpha)) = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$

$$\tan(\alpha + \theta) = \frac{C.O.}{C.A.} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

$$\arctan(\tan(\alpha + \theta)) = \arctan\left(\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}\right)$$

$$\alpha + \theta = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right) + \theta = \arctan\left(\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}\right)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}\right) - \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$

$$\begin{aligned}
I_x' &= \int (y')^2 dA = \int (y \cdot \cos(\alpha) + x \cdot \sin(\alpha))^2 dA = \\
&\int (y^2 \cdot \cos^2(\alpha) + x^2 \cdot \sin^2(\alpha) + 2 \cdot y \cdot \cos(\alpha) \cdot x \cdot \sin(\alpha)) dA = \\
&\int y^2 \cos^2(\alpha) dA + \int x^2 \sin^2(\alpha) dA + \int 2xy \sin(\alpha) \cos(\alpha) dA = \\
&\cos^2(\alpha) \int y^2 dA + \sin^2(\alpha) \int x^2 dA + 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \int xy dA =
\end{aligned}$$

$$\boxed{I_x' = \cos^2(\alpha) \cdot I_x + \sin^2(\alpha) \cdot I_y + 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \cdot I_{xy}}$$

$$\begin{aligned}
I_y' &= \int (x')^2 dA = \int (x \cdot \cos(\alpha) - y \cdot \sin(\alpha))^2 dA = \\
&\int (x^2 \cdot \cos^2(\alpha) + y^2 \cdot \sin^2(\alpha) - 2 \cdot x \cdot \cos(\alpha) \cdot y \cdot \sin(\alpha)) dA = \\
&\int x^2 \cos^2(\alpha) dA + \int y^2 \sin^2(\alpha) dA - \int 2xy \sin(\alpha) \cos(\alpha) dA = \\
&\cos^2(\alpha) \int x^2 dA + \sin^2(\alpha) \int y^2 dA - 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \int xy dA =
\end{aligned}$$

$$\boxed{I_y' = \cos^2(\alpha) \cdot I_y + \sin^2(\alpha) \cdot I_x - 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \cdot I_{xy}}$$

$$\begin{aligned}
I_{xy}' &= \int (x')(y') dA = \int (x \cdot \cos(\alpha) - y \cdot \sin(\alpha)) \cdot (y \cdot \cos(\alpha) + x \cdot \sin(\alpha)) dA = \\
&\int (xy \cos^2(\alpha) + x^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) - y^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) - xy \sin^2(\alpha)) dA = \\
&\int xy \cos^2(\alpha) dA + \int x^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) dA - \int y^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) dA - \int xy \sin^2(\alpha) dA = \\
&\cos^2(\alpha) \int xy dA + \sin(\alpha) \cos(\alpha) \int x^2 dA - \sin(\alpha) \cos(\alpha) \int y^2 dA - \sin^2(\alpha) \int xy dA = \\
&\cos^2(\alpha) I_{xy} + \sin(\alpha) \cos(\alpha) I_y - \sin(\alpha) \cos(\alpha) I_x - \sin^2(\alpha) I_{xy} =
\end{aligned}$$

$$\boxed{I_{xy}' = I_{xy} (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) + \sin(\alpha) \cos(\alpha) \times (I_y - I_x)}$$

$$\int x' dA = \int x \cdot \cos(\alpha) - y \cdot \sin(\alpha) dA = \boxed{\int x' dA = \cos(\alpha) \int x dA - \sin(\alpha) \int y dA}$$

$$\int y' dA = \int y \cdot \cos(\alpha) + x \cdot \sin(\alpha) dA = \boxed{\int y' dA = \cos(\alpha) \int y dA + \sin(\alpha) \int x dA}$$

$$\int x dA = \int_0^{\theta} \int_{r_i}^{r_m} (r \cdot \cos(\theta)) r dr d\theta = \int_0^{\theta} \int_{r_i}^{r_m} r^2 \cos(\theta) dr d\theta = \int_0^{\theta} \cos(\theta) d\theta \times \int_{r_i}^{r_m} r^2 dr =$$

$$\langle \sin(\theta) \rangle_0^{\theta} \times \left\langle \frac{r^3}{3} \right\rangle_{r_i}^{r_f} = \{[\sin(\theta)] - [\sin(0^\circ)]\} \times \left\{ \left[ \frac{(r_f)^3}{3} \right] - \left[ \frac{(r_i)^3}{3} \right] \right\} =$$

$$\{\sin(\theta) - 0\} \times \left\{ \frac{r_f^3}{3} - \frac{r_i^3}{3} \right\} = \boxed{\int x dA = \frac{\sin(\theta) \times (r_f^3 - r_i^3)}{3}}$$

$$\int y dA = \int_0^{\theta} \int_{r_i}^{r_m} (r \cdot \sin(\theta)) r dr d\theta = \int_0^{\theta} \int_{r_i}^{r_m} r^2 \sin(\theta) dr d\theta = \int_0^{\theta} \sin(\theta) d\theta \times \int_{r_i}^{r_m} r^2 dr =$$

$$\langle -\cos(\theta) \rangle_0^{\theta} \times \left\langle \frac{r^3}{3} \right\rangle_{r_i}^{r_f} = \{[-\cos(\theta)] - [-\cos(0^\circ)]\} \times \left\{ \left[ \frac{(r_f)^3}{3} \right] - \left[ \frac{(r_i)^3}{3} \right] \right\} =$$

$$\{-\cos(\theta) + 1\} \times \left\{ \frac{r_f^3}{3} - \frac{r_i^3}{3} \right\} = \boxed{\int y dA = \frac{(1 - \cos(\theta)) \times (r_f^3 - r_i^3)}{3}}$$

$$I_x'' = \int (y'')^2 dA = \int (y' + dy)^2 dA =$$

$$\int (y')^2 + 2y' dy + dy^2 dA = \int (y')^2 dA + \int 2y' dy dA + \int dy^2 dA =$$

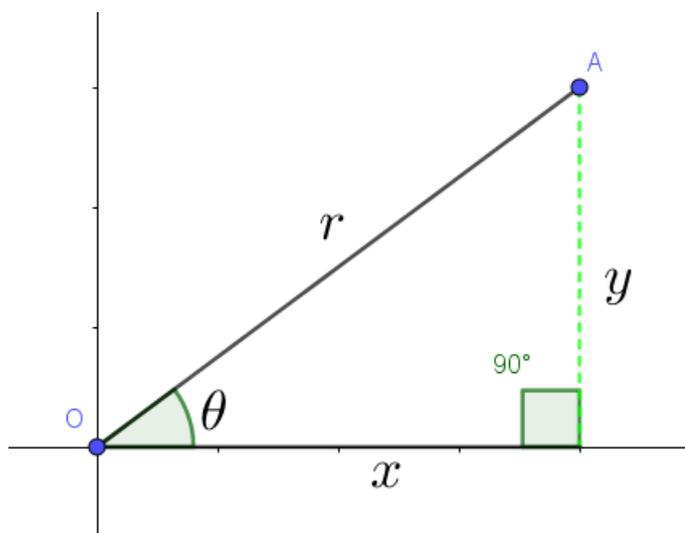
$$\int (y')^2 dA + 2dy \int y' dA + dy^2 \int dA = \boxed{I_x'' = I_x' + A \cdot dy^2 + 2dy \int y' dA}$$

$$I_y'' = \int (x'')^2 dA = \int (x' + dx)^2 dA =$$

$$\int (x')^2 + 2x' dx + dx^2 dA = \int (x')^2 dA + \int 2x' dx dA + \int dx^2 dA =$$

$$\int (x')^2 dA + 2dx \int x' dA + dx^2 \int dA = \boxed{I_y'' = I_y' + A \cdot dx^2 + 2dx \int x' dA}$$

## Definições de Coordenadas Polares



$$\tan(\theta) = \frac{C.O.}{C.A.} = \frac{y}{x}$$

$$\arctan(\tan(\theta)) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad \rightarrow \quad \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos(\theta) = \frac{C.A.}{hip} = \frac{x}{r}$$

$$x = r \cdot \cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{C.O.}{hip} = \frac{y}{r}$$

$$y = r \cdot \sin(\theta)$$

## RESUMO

### Secção Retangular:

$$d_{AB} = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$

$$I_x = \frac{d_{AB} \times t^3}{12}$$

$$I_y = \frac{d_{AB}^3 \times t}{12}$$

$$I_{xy} = 0$$

### Secção Circular:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}\right) - \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$

$$I_x = \frac{(r_f^4 - r_i^4) \times (\theta - \sin(\theta) \cos(\theta))}{8}$$

$$I_y = \frac{(r_f^4 - r_i^4) \times (\theta + \sin(\theta) \cos(\theta))}{8}$$

$$I_{xy} = \frac{(r_f^4 - r_i^4) \sin^2(\theta)}{8}$$

$$\int x dA = \frac{\sin(\theta) \times (r_f^3 - r_i^3)}{3} \quad \rightarrow \quad \int x' dA = \cos(\alpha) \int x dA - \sin(\alpha) \int y dA$$

$$\int y dA = \frac{(1 - \cos(\theta)) \times (r_f^3 - r_i^3)}{3} \quad \rightarrow \quad \int y' dA = \cos(\alpha) \int y dA + \sin(\alpha) \int x dA$$

### Inércia no Eixo Global:

$$I_x' = \cos^2(\alpha) \cdot I_x + \sin^2(\alpha) \cdot I_y + 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \cdot I_{xy}$$

$$I_y' = \cos^2(\alpha) \cdot I_y + \sin^2(\alpha) \cdot I_x - 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \cdot I_{xy}$$

$$I_{xy}' = I_{xy}(\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) + \sin(\alpha) \cos(\alpha) \times (I_y - I_x)$$

$$I_x'' = I_x' + A \cdot dy^2 + 2dy \int y' dA$$

$$I_y'' = I_y' + A \cdot dx^2 + 2dx \int x' dA$$

**APÊNDICE C – DADOS BRUTOS REFERENTES ÀS VALIDAÇÕES  
GEOMÉTRICAS E DE DIMENSIONAMENTO DOS PERFIS TESTADOS.**

C.1. Dados de validação geométrica

Perfil	Geometria	A			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	387,6627516	387,4505	387,65	388
2	U 100x50x3.00	570,4115008	570,1395	570,4	570
3	U 125x75x2.65	705,6627516	705,4505	705,65	706
4	U 150x50x2.65	639,4127516	639,2005	639,4	639
5	U 150x75x4.25	1215,617526	1215,0717	1215,6	1216
6	U 200x75x2.65	904,4127516	904,2005	904,4	904
7	U 300x100x3.00	1470,411501	1470,1395	1470,4	1470
8	Ue 75x40x15x3.00	495,8230016	495,279	495,8	496
9	Ue 100x50x17x2.65	575,6519296	573,501	575,63	574
10	Ue 125x50x17x2.65	639,2491416	639,751	639,23	640
11	Ue 150x60x20x3.00	873,8320042	870,279	873,81	871
12	Ue 200x75x25x3.75	1406,599003	1406,686	1406,56	1370
13	Ue 250x85x25x4.25	1879,798115	1877,6433	1879,75	1879
14	Ue 300x100x25x4.75	2467,713967	2462,7828	2467,66	2464
15	Esp. 01	1011,645157	1011,641	1011,64	-
16	Esp. 02	1655,012521	1654,9616	1654,96	-
17	Esp. 03	1559,46485	1559,3797	1559,38	-
18	Esp. 04	1153,798201	1153,7817	1153,78	-
19	Esp. 05	1199,243021	1199,2192	1199,22	-
20	Esp. 06	744,0046827	743,9941	743,99	-
21	Esp. 07	1035,961195	1035,9557	1035,96	-
22	Esp. 08	1833,064574	1832,9039	1832,9	-
23	Esp. 09	1366,54333	1366,5261	1366,53	-
24	Esp. 10	636,8230016	636,8012	636,8	-
25	Esp. 11	1116,953976	1116,9037	1116,9	-

Perfil	Geometria	Ix			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	339956,315	339287,09	339723,025	340100
2	U 100x50x3.00	885235,536	883846,48	884776,086	886000
3	U 125x75x2.65	1831820,68	1830332,3	1831409,345	1833900
4	U 150x50x2.65	2057462,66	2055597	2056958,317	2061700
5	U 150x75x4.25	4261972,84	4255869,2	4.260.001	4266000
6	U 200x75x2.65	5410982,81	5407931,1	5410284,473	5422200
7	U 300x100x3.00	19326076	19317977	19324488,65	19372200
8	Ue 75x40x15x3.00	421094,557	419442,62	420426,97	420800
9	Ue 100x50x17x2.65	903118,907	893426,03	902474,608	895900

10	Ue 125x50x17x2.65	1507507,62	1510789,3	1506686,229	1515200
11	Ue 150x60x20x3.00	3005015,75	2972107,7	3003568,356	2980700
12	Ue 200x75x25x3.75	8448229,9	8450294,3	8444448,737	8250000
13	Ue 250x85x25x4.25	17361456,6	17310301	17354484,9	17364600
14	Ue 300x100x25x4.75	32761537,4	32592291	32749742,07	32695600
15	Esp. 01	3925194,82	3924004,4	3924270,152	-
16	Esp. 02	9753411,26	9750680,8	9751355,973	-
17	Esp. 03	6848334,75	6845296,2	6846297,828	-
18	Esp. 04	6550351,7	6548835,6	6549161,206	-
19	Esp. 05	7576072,8	7574261,1	7574586,171	-
20	Esp. 06	2183783,42	2182734,8	2182921,498	-
21	Esp. 07	2952213,97	2949039	2949818,708	-
22	Esp. 08	6858968,48	6853750,3	6854918,278	-
23	Esp. 09	11594501,3	11591770	11592217,32	-
24	Esp. 10	1342067,89	1341848,8	1342020,077	-
25	Esp. 11	4243447,85	4241560	4241909,689	-

Perfil	Geometria	ly			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	61724,54495	61519,8934	61664,749	61500
2	U 100x50x3.00	140983,2618	140599,0382	140877,586	140500
3	U 125x75x2.65	413371,7021	412944,6674	413245,353	412500
4	U 150x50x2.65	142260,7904	141944,7763	142203,646	141800
5	U 150x75x4.25	677982,1832	676327,4555	677528,708	675800
6	U 200x75x2.65	477947,2864	477473,2736	477.850,52300	477000
7	U 300x100x3.00	1335681,878	1334699,216	1335505,874	1333200
8	Ue 75x40x15x3.00	106381,4056	105572,4502	106053,661	105800
9	Ue 100x50x17x2.65	198537,4621	197162,8766	198240,152	197400
10	Ue 125x50x17x2.65	213834,0347	213243,301	213536,124	213500
11	Ue 150x60x20x3.00	421738,2964	418974,0714	421215,931	419400
12	Ue 200x75x25x3.75	1048279,659	1045050,092	1047002,94	950300
13	Ue 250x85x25x4.25	1690531,118	1683290,761	1688421,975	1685100
14	Ue 300x100x25x4.75	2926074,351	2911812,381	2922584,105	2914900
15	Esp. 01	1463538,803	1462672,82	1463000,126	-
16	Esp. 02	1097868,21	1095874,19	1096437,001	-
17	Esp. 03	726149,0821	724162,7717	724988,58	-
18	Esp. 04	660952,5646	660103,0634	660452,644	-
19	Esp. 05	965826,4214	964758,4247	965139,935	-
20	Esp. 06	522305,3389	521664,2483	521912,96	-
21	Esp. 07	520577,8124	519476,2526	520255,917	-
22	Esp. 08	608239,2423	605059,7603	606649,937	-
23	Esp. 09	974137,7556	972628,2128	973205,666	-
24	Esp. 10	154536,4592	153873,0748	154179,375	-
25	Esp. 11	721297,8355	719862,8444	720349,913	-

Perfil	Geometria	J			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	907,4538911	906,9571	907,434	910
2	U 100x50x3.00	1711,234502	1710,4185	1711,202	1710
3	U 125x75x2.65	1651,838891	1651,3421	1651,819	1650
4	U 150x50x2.65	1496,758683	1496,2619	1496,739	1500
5	U 150x75x4.25	7319,030521	7315,7439	7318,899	7310
6	U 200x75x2.65	2117,079516	2116,5827	2117,06	2110
7	U 300x100x3.00	4411,234502	4410,4185	4411,202	4410
8	Ue 75x40x15x3.00	1487,469005	1485,8371	1487,404	1490
9	Ue 100x50x17x2.65	1347,505225	1342,4704	1347,465	1340
10	Ue 125x50x17x2.65	1496,375699	1497,5506	1496,336	1500
11	Ue 150x60x20x3.00	2621,496013	2610,8371	2621,431	2610
12	Ue 200x75x25x3.75	6593,432825	6593,8405	6593,273	6420
13	Ue 250x85x25x4.25	11317,95115	11304,9774	11317,688	11300
14	Ue 300x100x25x4.75	18559,26546	18522,1791	18558,854	18510
15	Esp. 01	2368,092706	2368,0829	2368,083	-
16	Esp. 02	4965,037562	4964,8849	4964,884	-
17	Esp. 03	7309,991485	7309,5923	7309,592	-
18	Esp. 04	2700,849289	2700,8106	2700,811	-
19	Esp. 05	2807,228039	2807,1722	2807,173	-
20	Esp. 06	1741,590962	1741,5661	1741,566	-
21	Esp. 07	6237,349693	6237,3168	6237,317	-
22	Esp. 08	11036,57629	11035,6087	11035,608	-
23	Esp. 09	4099,62999	4099,5783	4099,578	-
24	Esp. 10	1910,469005	1910,4036	1910,404	-
25	Esp. 11	3350,861928	3340,711	3350,711	-

Perfil	Geometria	rx			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	29,61314405	29,59208421	29,60346842	29,6
2	U 100x50x3.00	39,39447191	39,3729408	39,38464448	39,4
3	U 125x75x2.65	50,94984673	50,93680489	50,94458632	51
4	U 150x50x2.65	56,72510842	56,70879764	56,71872107	56,8
5	U 150x75x4.25	59,211609	59,18248321	59,19833797	59,2
6	U 200x75x2.65	77,34900628	77,33626694	77,34456008	77,4
7	U 300x100x3.00	114,6442812	114,6308606	114,6400214	114,8
8	Ue 75x40x15x3.00	29,1424781	29,10122847	29,12004372	29,1
9	Ue 100x50x17x2.65	39,60887293	39,46955325	39,59549583	39,5
10	Ue 125x50x17x2.65	48,56178941	48,59554539	48,54928463	48,7
11	Ue 150x60x20x3.00	58,64208494	58,43903315	58,6286987	58,5
12	Ue 200x75x25x3.75	77,49928743	77,50635881	77,48301659	77,6
13	Ue 250x85x25x4.25	96,10311724	96,01647557	96,08504927	96,1
14	Ue 300x100x25x4.75	115,2218191	115,0388115	115,2023349	115,2

15	Esp. 01	62,28973812	62,28041976	62,28255958	-
16	Esp. 02	76,76754048	76,75797492	76,76066961	-
17	Esp. 03	66,26812687	66,255233	66,26007361	-
18	Esp. 04	75,34724558	75,33906401	75,3409925	-
19	Esp. 05	79,481942	79,47322712	79,47490618	-
20	Esp. 06	54,17724892	54,1646252	54,16709064	-
21	Esp. 07	53,37553641	53,35432981	53,36127148	-
22	Esp. 08	61,17028746	61,14969429	61,15496968	-
23	Esp. 09	92,11160173	92,10133173	92,10297784	-
24	Esp. 10	45,90688992	45,9039281	45,90690131	-
25	Esp. 11	61,63704297	61,62471769	61,62735997	-

Perfil	Geometria	ry			Carvalho (2014)
		Programa	CUFSM	FSTR	
1	U 75x40x2.65	12,61833088	12,60084514	12,6124248	12,6
2	U 100x50x3.00	15,72134291	15,70365009	15,71560817	15,7
3	U 125x75x2.65	24,20314344	24,19427754	24,1996629	24,2
4	U 150x50x2.65	14,91598583	14,90188317	14,91313845	14,9
5	U 150x75x4.25	23,61623513	23,59269515	23,60850602	23,6
6	U 200x75x2.65	22,98828971	22,97958399	22,98612457	23
7	U 300x100x3.00	30,13922435	30,13092257	30,13735641	30,1
8	Ue 75x40x15x3.00	14,64770305	14,59991554	14,62546124	14,6
9	Ue 100x50x17x2.65	18,57125489	18,54152637	18,55769792	18,5
10	Ue 125x50x17x2.65	18,2895634	18,25711754	18,27709222	18,3
11	Ue 150x60x20x3.00	21,96886127	21,94139933	21,95552816	21,9
12	Ue 200x75x25x3.75	27,29942041	27,25649272	27,28316938	26,3
13	Ue 250x85x25x4.25	29,98858539	29,94146347	29,9702559	29,9
14	Ue 300x100x25x4.75	34,43461797	34,38496908	34,4144512	34,4
15	Esp. 01	38,03540257	38,02422616	38,02849912	-
16	Esp. 02	25,75576555	25,73276113	25,73938055	-
17	Esp. 03	21,57869125	21,54974617	21,56202786	-
18	Esp. 04	23,93427173	23,91905684	23,92540722	-
19	Esp. 05	28,37892505	28,36351191	28,36911002	-
20	Esp. 06	26,49563901	26,47956164	26,48594614	-
21	Esp. 07	22,4166692	22,39299883	22,40975047	-
22	Esp. 08	18,21580364	18,16892733	18,19280618	-
23	Esp. 09	26,69921451	26,67868787	26,68656823	-
24	Esp. 10	15,57779943	15,54459386	15,56007239	-
25	Esp. 11	25,41204848	25,38732918	25,39595849	-

Perfil	Geometria	r0		
		Programa	FSTR	Carvalho (2014)

1	U 75x40x2.65	40,98150416	40,985	40,7
2	U 100x50x3.00	52,54457976	52,546	52,3
3	U 125x75x2.65	75,17583062	75,18	74,9
4	U 150x50x2.65	64,29753906	64,294	64,2
5	U 150x75x4.25	78,9327154	78,935	78,6
6	U 200x75x2.65	90,85583329	90,854	90,7
7	U 300x100x3.00	129,8413682	129,839	129,8
8	Ue 75x40x15x3.00	46,61479313	46,633	46,7
9	Ue 100x50x17x2.65	59,89158245	59,898	59,9
10	Ue 125x50x17x2.65	64,206582	64,205	64,3
11	Ue 150x60x20x3.00	77,25835367	77,257	77,3
12	Ue 200x75x25x3.75	99,01732832	99,013	97,1
13	Ue 250x85x25x4.25	116,1754219	116,166	116,3
14	Ue 300x100x25x4.75	136,6977011	136,686	136,9
15	Esp. 01	120,1532539	120,167	-
16	Esp. 02	93,36402062	93,357	-
17	Esp. 03	73,6198751	73,609	-
18	Esp. 04	81,54647954	81,539	-
19	Esp. 05	93,16832412	93,162	-
20	Esp. 06	86,18024517	86,188	-
21	Esp. 07	74,45721442	74,464	-
22	Esp. 08	78,26821866	78,263	-
23	Esp. 09	103,4464719	103,438	-
24	Esp. 10	57,04325692	57,039	-
25	Esp. 11	87,69669831	87,697	-

Perfil	Geometria	Centroide X			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	10,23203675	10,2476	10,24	11,6
2	U 100x50x3.00	12,37852277	12,3943	12,39	13,9
3	U 125x75x2.65	20,3879856	20,3996	20,39	21,7
4	U 150x50x2.65	9,823630363	9,8329	9,83	11,2
5	U 150x75x4.25	18,57690878	18,5984	18,59	20,7
6	U 200x75x2.65	15,90760634	15,9156	15,91	17,2
7	U 300x100x3.00	19,79775848	19,8052	19,8	21,3
8	Ue 75x40x15x3.00	13,46292025	13,4574	13,46	15
9	Ue 100x50x17x2.65	16,42289079	16,4549	16,42	17,8
10	Ue 125x50x17x2.65	14,77243894	14,7509	14,77	16,1
11	Ue 150x60x20x3.00	17,65466627	17,6931	17,65	19,2
12	Ue 200x75x25x3.75	21,39853072	21,3794	21,4	21,9
13	Ue 250x85x25x4.25	22,09916776	22,0974	22,1	24,2
14	Ue 300x100x25x4.75	24,64868695	24,6613	24,65	27
15	Esp. 01	41,17908033	41,179	41,18	-
16	Esp. 02	-4,888706407	-4,889	-4,89	-
17	Esp. 03	10,60839965	10,6024	10,6	-

18	Esp. 04	-8,867593926	-8,8658	-8,87	-
19	Esp. 05	4,779879711	4,7797	4,78	-
20	Esp. 06	27,86125736	27,8608	27,86	-
21	Esp. 07	21,55991672	21,5723	21,57	-
22	Esp. 08	6,881030805	6,8875	6,89	-
23	Esp. 09	0,199551516	0,19921	0,2	-
24	Esp. 10	12,46258381	12,4623	12,46	-
25	Esp. 11	19,024288	19,0214	19,02	-

Perfil	Geometria	Centríode Y			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	0	-2,9E-15	0,005	0
2	U 100x50x3.00	0	0	0	0
3	U 125x75x2.65	0	-2,9E-15	0,005	0
4	U 150x50x2.65	0	-2,9E-15	-0,005	0
5	U 150x75x4.25	0	0	0,005	0
6	U 200x75x2.65	0	-2,9E-15	-0,005	0
7	U 300x100x3.00	0	0	0	0
8	Ue 75x40x15x3.00	0	0	0	0
9	Ue 100x50x17x2.65	0	-2,9E-15	0,005	0
10	Ue 125x50x17x2.65	0	-2,9E-15	0,005	0
11	Ue 150x60x20x3.00	0	0	0	0
12	Ue 200x75x25x3.75	0	0	0,005	0
13	Ue 250x85x25x4.25	0	0	-0,005	0
14	Ue 300x100x25x4.75	0	0	0,005	0
15	Esp. 01	0	0	0	-
16	Esp. 02	0	0	0	-
17	Esp. 03	0	0	0	-
18	Esp. 04	0	0	0	-
19	Esp. 05	0	0	0	-
20	Esp. 06	0	0	0	-
21	Esp. 07	0	0	0	-
22	Esp. 08	0	0	0	-
23	Esp. 09	0	0	0	-
24	Esp. 10	0	0	0	-
25	Esp. 11	0	0	0	-

Perfil	Geometria	Centro de Cisalhamento x			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	-25,36381494	-25,4005	25,38	-25
2	U 100x50x3.00	-31,01367154	-31,0499	31,03	-30,6
3	U 125x75x2.65	-49,69634268	-49,7274	49,71	-49,2

4	U 150x50x2.65	-26,34291121	-26,3614	26,35	-26
5	U 150x75x4.25	-46,54709828	-46,5969	46,57	-45,9
6	U 200x75x2.65	-41,75466688	-41,7731	41,76	-41,4
7	U 300x100x3.00	-52,98204241	-52,9997	52,99	-52,6
8	Ue 75x40x15x3.00	-33,30314857	-33,3475	33,36	-33,4
9	Ue 100x50x17x2.65	-40,90534594	-40,9692	40,93	-41
10	Ue 125x50x17x2.65	-37,81176605	-37,8003	37,83	-37,9
11	Ue 150x60x20x3.00	-45,24741119	-45,3177	45,27	-45,5
12	Ue 200x75x25x3.75	-55,25426137	-55,2473	55,28	-52,1
13	Ue 250x85x25x4.25	-57,97934338	-57,9938	-58	-58,3
14	Ue 300x100x25x4.75	-64,99577658	-65,0311	65,02	-65,4
15	Esp. 01	-95,44684966	-95,4884	95,49	-
16	Esp. 02	-46,47822732	-47,1482	47,14	-
17	Esp. 03	23,72301529	23,733	23,73	-
18	Esp. 04	-19,99428784	-19,9991	19,99	-
19	Esp. 05	-39,46636706	-39,4742	39,47	-
20	Esp. 06	-61,56168833	-61,5889	61,59	-
21	Esp. 07	-46,82330439	-46,8604	46,85	-
22	Esp. 08	-45,30225692	-45,3294	45,33	-
23	Esp. 09	-38,77856776	-38,78611	38,79	-
24	Esp. 10	-30,06364552	-30,0664	30,06	-
25	Esp. 11	-56,97204244	-56,9939	56,99	-

Perfil	Geometria	Centro de Cisalhamento y			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	1,02E-13	-2,9E-15	0,06	0
2	U 100x50x3.00	-1,42E-13	0	0,07	0
3	U 125x75x2.65	-3,72E-13	-2,9E-15	0,03	0
4	U 150x50x2.65	-6,14E-13	-2,9E-15	0,12	0

5	U 150x75x4.25	2,80E-13	0	0,1	0
6	U 200x75x2.65	-8,65E-13	-2,9E-15	0,06	0
7	U 300x100x3.00	6,77E-13	0	0,07	0
8	Ue 75x40x15x3.00	-2,29E-13	0	0,07	0
9	Ue 100x50x17x2.65	-1,02E-12	-2,9E-15	0,05	0
10	Ue 125x50x17x2.65	5,72E-13	-2,9E-15	0,06	0
11	Ue 150x60x20x3.00	1,51E-12	0	0,07	0
12	Ue 200x75x25x3.75	2,54E-12	0	0,09	0
13	Ue 250x85x25x4.25	1,04E-12	0	0,13	0
14	Ue 300x100x25x4.75	1,52E-12	0	0,15	0
15	Esp. 01	2,09E-12	0	0	-
16	Esp. 02	1,08E-13	0	0	-
17	Esp. 03	-1,47E-12	0	0	-
18	Esp. 04	-4,28E-13	0	0	-
19	Esp. 05	-3,50E-13	0	0	-
20	Esp. 06	-1,07E-12	0	0	-
21	Esp. 07	-7,26E-13	0	0	-
22	Esp. 08	1,31E-12	0	0	-
23	Esp. 09	-5,10E-14	0	0	-
24	Esp. 10	5,24E-13	0	0	-
25	Esp. 11	2,46E-12	0	0	-

Perfil	Geometria	Cw			
		Programa	CUFSM	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	53876791,82	53734736,65	53898006	57280000
2	U 100x50x3.00	223139059,4	222664425,9	223194668	234810000
3	U 125x75x2.65	1057859584	1056712503	1058008983	1090880000
4	U 150x50x2.65	538189425,6	537530189,4	538204324	554610000
5	U 150x75x4.25	2429903537	2425190487	2430434328	2547820000
6	U 200x75x2.65	3244699331	3242317999	3244758101	3312180000
7	U 300x100x3.00	20792426209	20781621987	20792492084	21110310000
8	Ue 75x40x15x3.00	141980262,3	141449585,5	142020596	155270000
9	Ue 100x50x17x2.65	455863688,9	446490145,7	455909122	475740000
10	Ue 125x50x17x2.65	694753885,7	699107093,1	694772094	744300000
11	Ue 150x60x20x3.00	2014257551	1970946189	2014294024	2090940000
12	Ue 200x75x25x3.75	8587081490	8602903860	8587135055	7817800000
13	Ue 250x85x25x4.25	20606174808	20501733450	20605858497	21837620000
14	Ue 300x100x25x4.75	49829772393	49343624407	49828587275	52671430000
15	Esp. 01	10401611613	10401526770	10402310443	-
16	Esp. 02	16095540220	16094408354	16096189671	-
17	Esp. 03	3711410624	3711111295	3712291914	-
18	Esp. 04	8922097837	8921885547	8922156836	-
19	Esp. 05	10103349709	10102910158	10103302832	-
20	Esp. 06	1399880453	1399837337	1400049684	-
21	Esp. 07	798337223,2	798319851,2	798818307	-

22	Esp. 08	6177477263	6176249795	6177976706	-
23	Esp. 09	14537941051	14537493906	14538160098	-
24	Esp. 10	235151472,8	235109022,6	235162103	-
25	Esp. 11	4406523443	4406254053	4406758428	-

Perfil	Geometria	W		
		Programa	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	9397,548	9391,1	9070
2	U 100x50x3.00	18252,28	18242,806	17720
3	U 125x75x2.65	29943,94	29937,219	29340
4	U 150x50x2.65	27926,2	27919,353	27490
5	U 150x75x4.25	58483,33	58456,277	56880
6	U 200x75x2.65	54836,41	54829,333	54220
7	U 300x100x3.00	130141,9	130131,237	129150
8	Ue 75x40x15x3.00	11697,07	11678,527	11220
9	Ue 100x50x17x2.65	18441,3	18428,181	17920
10	Ue 125x50x17x2.65	24648,47	24635,055	24240
11	Ue 150x60x20x3.00	40630,09	40610,614	39740
12	Ue 200x75x25x3.75	86105,28	86066,747	82500
13	Ue 250x85x25x4.25	141161,4	141104,712	138920
14	Ue 300x100x25x4.75	221403,8	221324,155	217970
15	Esp. 01	49064,94	49053,377	-
16	Esp. 02	97534,11	97513,56	-
17	Esp. 03	68483,35	68462,978	-
18	Esp. 04	65503,52	65491,612	-
19	Esp. 05	75760,73	75745,862	-
20	Esp. 06	31196,91	31184,593	-
21	Esp. 07	42162,85	42140,267	-
22	Esp. 08	76210,76	76165,759	-
23	Esp. 09	92756,01	92737,739	-
24	Esp. 10	19172,4	19171,715	-
25	Esp. 11	52476,38	53023,871	-

Perfil	Geometria	Wc		
		Programa	FSTR	Carvalho (2014)
1	U 75x40x2.65	9397,548	9391,1	9070
2	U 100x50x3.00	18252,28	18242,806	17720
3	U 125x75x2.65	29943,94	29937,219	29340
4	U 150x50x2.65	27926,2	27919,353	27490
5	U 150x75x4.25	58483,33	58456,277	56880
6	U 200x75x2.65	54836,41	54829,333	54220
7	U 300x100x3.00	130141,9	130131,237	129150
8	Ue 75x40x15x3.00	11697,07	11678,527	11220
9	Ue 100x50x17x2.65	18441,3	18428,181	17920
10	Ue 125x50x17x2.65	24648,47	24635,055	24240

11	Ue 150x60x20x3.00	40630,09	40610,614	39740
12	Ue 200x75x25x3.75	86105,28	86066,747	82500
13	Ue 250x85x25x4.25	141161,4	141104,712	138920
14	Ue 300x100x25x4.75	221403,8	221324,155	217970
15	Esp. 01	49064,94	49053,377	-
16	Esp. 02	97534,11	97513,56	-
17	Esp. 03	68483,35	68462,978	-
18	Esp. 04	65503,52	65491,612	-
19	Esp. 05	75760,73	75745,862	-
20	Esp. 06	31196,91	31184,593	-
21	Esp. 07	42162,85	42140,267	-
22	Esp. 08	76210,76	76165,759	-
23	Esp. 09	92756,01	92737,739	-
24	Esp. 10	19172,4	19171,715	-
25	Esp. 11	52476,38	53023,871	-

## C.2. Dados de validação de dimensionamento para perfis de 1m de comprimento destravado

Perfil	Descrição	Método	Esforços Resistentes (1 m)				
			Nt,rd (kN)	Nc,rd (kN)	Mrd esc (kN.m)	Mrd flt (kN.m)	Vrd
1	U 75x40x2.65	DimPerfil	84,581	54,977	2,07947	1,99974	24,203
		CUFSM			2,072202697	2,072202697	
		Programa	84,58096399	55,293554	2,147851627	2,059912289	24,20269091
2	U 100x50x3.00	DimPerfil	124,453	89,046	3,90706	3,90235	37,44
		CUFSM			4,231802253	4,231802253	
		Programa	124,4534184	89,58965806	4,014258724	3,998600529	37,44
3	U 125x75x2.65	DimPerfil	153,963	97,094	5,03659	5,03659	42,994
		CUFSM			4,758389953	5,275320662	
		Programa	153,9627822	97,57850475	5,125635752	4,97889447	42,9936
4	U 150x50x2.65	DimPerfil	139,508	93,982	5,84966	5,80217	52,389
		CUFSM			6,20766079	6,20766079	
		Programa	139,5082367	94,47749823	5,947871163	5,881535826	52,38905455
5	U 150x75x4.25	DimPerfil	265,226	212,833	12,2473	12,2473	80,163
		CUFSM			13,66	13,66	
		Programa	265,225642	213,5783266	12,56125577	12,53262551	80,16272727
6	U 200x75x2.65	DimPerfil	197,326	111,112	9,83895	9,83895	67,411
		CUFSM			8,314299872	9,375945052	
		Programa	197,3264185	111,6316118	9,960080226	9,780428737	67,74246974
7	U 300x100x3.00	DimPerfil	320,817	153,643	18,84286	18,84286	78,288
		CUFSM			15,99	19,38	
		Programa	320,8170547	154,3218978	19,26791343	17,83948456	79,05894886
8	Ue 75x40x15x3.00	DimPerfil	108,18	77,377	2,65019	2,65019	26,804
		CUFSM			2,679751622	2,67975238	
		Programa	108,179564	77,58386089	2,764762242	2,764762242	26,80363636
9	Ue 100x50x17x2.65	DimPerfil	125,22	97,839	4,22959	4,22959	33,598
		CUFSM			4,262654696	4,262654696	
		Programa	125,2201098	97,94823799	4,347613266	4,347613266	33,59814545
10	Ue 125x50x17x2.65	DimPerfil	139,675	111,475	5,72077	5,72077	42,994
		CUFSM			5,743240718	5,743240718	

		Programa	139,6746553	111,5775785	5,84758371	5,84758371	42,9936
11	Ue 150x60x20x3.00	DimPerfil	189,998	156,396	9,3777	9,3777	58,713
		CUFSM			9,413417578	9,413417578	
		Programa	189,9977458	156,4836719	9,573300221	9,573300221	58,71272727
12	Ue 200x75x25x3.75	DimPerfil	307,099	258,716	19,99619	19,99619	98,386
		CUFSM			20,05481749	20,05481749	
		Programa	307,0987506	258,8034036	20,38652262	20,38652262	98,38636364
13	Ue 250x85x25x4.25	DimPerfil	409,906	337,278	32,76817	32,76817	140,435
		CUFSM			32,81739795	32,81739795	
		Programa	409,9058295	337,3786182	33,3468728	33,3468728	140,4354545
14	Ue 300x100x25x4.75	DimPerfil	537,632	435,189	51,41105	51,41105	189,292
		CUFSM			51,46419254	51,46419254	
		Programa	537,6319751	435,2909577	52,25492901	52,25492901	189,2918182
15	Esp. 01	DimPerfil					
		CUFSM			11,78890303	11,78890303	
		Programa	220,7225798	201,4957934	11,59716451	11,59716451	29,58060873
16	Esp. 02	DimPerfil					
		CUFSM			23,39803414	23,39803414	
		Programa	361,0936409	330,6591226	23,05353113	23,05353113	23,1607644
17	Esp. 03	DimPerfil					
		CUFSM			16,48895787	16,48895787	
		Programa	340,2468764	301,0251073	16,18698193	16,18698193	25,92613636
18	Esp. 04	DimPerfil					
		CUFSM			15,68691259	15,68691259	
		Programa	251,7377893	226,906216	15,48265468	15,48265468	28,21892069
19	Esp. 05	DimPerfil					
		CUFSM			18,14319624	18,14319624	
		Programa	261,6530229	243,049773	17,90709162	17,90709162	28,82788609
20	Esp. 06	DimPerfil					
		CUFSM			7,512470702	7,512470702	
		Programa	162,3282944	130,3739366	7,373818491	7,373818491	28,82788609
21	Esp. 07	DimPerfil					
		CUFSM			10,26954836	10,26954836	
		Programa	226,027897	165,5674856	9,965764401	9,965764401	45,03504473
22	Esp. 08	DimPerfil					
		CUFSM			18,43501946	18,43501946	
		Programa	399,9413616	337,7328638	18,01349111	18,01349111	19,35964017
23	Esp. 09	DimPerfil					
		CUFSM			22,18520711	22,18520711	
		Programa	298,1549084	274,5662682	21,92415442	21,92415442	32,27523101
24	Esp. 10	DimPerfil					
		CUFSM			4,605297789	4,605297789	
		Programa	138,9432004	95,55757054	4,531657795	4,531657795	42,97090909
25	Esp. 11	DimPerfil					
		CUFSM			12,77134454	12,77134454	
		Programa	243,6990493	217,1680502	12,40350905	12,40350905	19,68666589

### C.3. Dados de validação de dimensionamento para perfis de 6m de comprimento destravado

Perfil	Descrição	Método	Esforços Resistentes (6m)			
			Nt,rd (kN)	Nc,rd (kN)	Mrd esc (kN.m)	Mrd flt (kN.m)

1	U 75x40x2.65	DimPerfil	84,581	2,533	2,08282	0,45638	24,203
		CUFSM			0,446700473	0,446700473	
		Programa	84,58096399	2,535288286	2,147851627	0,46261868	24,20269091
2	U 100x50x3.00	DimPerfil	124,453	5,787	3,91375	0,97055	37,44
		CUFSM			0,950454836	0,950454836	
		Programa	124,4534184	5,79077922	4,014258724	0,983127537	37,44
3	U 125x75x2.65	DimPerfil	153,963	16,974	5,04681	1,79774	42,994
		CUFSM			1,850513368	1,850513368	
		Programa	153,9627822	16,97892524	5,125635752	1,811078111	42,9936
4	U 150x50x2.65	DimPerfil	139,508	5,841	5,85854	0,97932	52,389
		CUFSM			0,95978925	0,95978925	
		Programa	139,5082367	5,843252727	5,947871163	0,990174255	52,38905455
5	U 150x75x4.25	DimPerfil	265,226	27,83	12,26897	4,68753	80,163
		CUFSM			4,58394215	4,58394215	
		Programa	265,225642	27,84759756	12,56125577	4,742506391	80,16272727
6	U 200x75x2.65	DimPerfil	197,326	19,627	9,85478	2,74183	67,742
		CUFSM			2,703598139	2,703598139	
		Programa	197,3264185	19,63131778	9,960080226	2,759302781	67,74246974
7	U 300x100x3.00	DimPerfil	320,817	51,961	18,92085	8,56456	79,059
		CUFSM			8,984620117	8,984620117	
		Programa	320,8170547	51,96537736	19,26791343	8,561387231	79,05894886
8	Ue 75x40x15x3.00	DimPerfil	108,18	4,357	2,65019	0,77495	26,804
		CUFSM			0,744966845	0,744966845	
		Programa	108,179564	4,369534544	2,764762242	0,7870938	26,80363636
9	Ue 100x50x17x2.65	DimPerfil	125,22	8,12	4,22959	1,08445	33,598
		CUFSM			1,049488851	1,049488851	
		Programa	125,2201098	8,131526782	4,347613266	1,098299308	33,59814545
10	Ue 125x50x17x2.65	DimPerfil	139,675	8,782	5,72077	1,23725	42,994
		CUFSM			1,197110188	1,197110188	
		Programa	139,6746553	8,794089681	5,84758371	1,25208992	42,9936
11	Ue 150x60x20x3.00	DimPerfil	189,998	17,252	9,3777	2,4624	58,713
		CUFSM			2,380896443	2,380896443	
		Programa	189,9977458	17,27191559	9,573300221	2,488961356	58,71272727
12	Ue 200x75x25x3.75	DimPerfil	307,099	43,031	19,99619	6,93244	98,386
		CUFSM			6,68887473	6,68887473	
		Programa	307,0987506	43,08110926	20,38652262	6,997762544	98,38636364
13	Ue 250x85x25x4.25	DimPerfil	409,906	69,324	32,76817	12,56669	140,435
		CUFSM			12,09645031	12,09645031	
		Programa	409,9058295	69,40570388	33,3468728	12,67616192	140,4354545
14	Ue 300x100x25x4.75	DimPerfil	537,632	119,913	51,41105	23,81019	189,292
		CUFSM			22,87499022	22,87499022	
		Programa	537,6319751	120,0489654	52,25492901	23,99575362	189,2918182
15	Esp. 01	DimPerfil					
		CUFSM			7,013143281	7,013143281	
		Programa	220,7225798	33,50772339	11,59716451	7,141980483	29,58060873
16	Esp. 02	DimPerfil					
		CUFSM			7,923948113	7,923948113	
		Programa	361,0936409	45,09423165	23,05353113	8,130910151	23,1607644
17	Esp. 03	DimPerfil					
		CUFSM			5,012859807	5,012859807	
		Programa	340,2468764	29,82608327	16,18698193	5,147276431	25,92613636
18	Esp. 04	DimPerfil					

		CUFSM			4,565916152	4,565916152	
		Programa	251,7377893	27,14814704	15,48265468	4,683826599	28,21892069
19	Esp. 05	DimPerfil					
		CUFSM			5,801558363	5,801558363	
		Programa	261,6530229	39,67064736	17,90709162	5,95083711	28,82788609
20	Esp. 06	DimPerfil					
		CUFSM			2,231878222	2,231878222	
		Programa	162,3282944	18,74167014	7,373818491	2,28983386	28,82788609
21	Esp. 07	DimPerfil					
		CUFSM			3,510667212	3,510667212	
		Programa	226,027897	21,3823339	9,965764401	3,603909282	45,03504473
22	Esp. 08	DimPerfil					
		CUFSM			5,70617232	5,70617232	
		Programa	399,9413616	24,98317564	18,01349111	5,866644678	19,35964017
23	Esp. 09	DimPerfil					
		CUFSM			7,002232188	7,002232188	
		Programa	298,1549084	40,01200758	21,92415442	7,183969049	32,27523101
24	Esp. 10	DimPerfil					
		CUFSM			1,055729194	1,055729194	
		Programa	138,9432004	6,347466394	4,531657795	1,08497545	42,97090909
25	Esp. 11	DimPerfil					
		CUFSM			4,035961351	4,035961351	
		Programa	243,6990493	29,62686259	12,40350905	4,142167118	19,68666589

**APÊNDICE D – EXEMPLO DE RELATÓRIO DE OTIMIZAÇÃO EXPORTADO  
PELO SOFTWARE APÓS CADA PROCESSO COMPLETO EXECUTADO.**

**DIMENSIONAMENTO DE PERFIL FORMADO A FRIO PELO MÉTODO DA  
LARGURA EFETIVA (NBR 14761:2010)**

**DEFINIÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS INICIAIS:**

Condição de Simetria = Monosimetrico  
 Comprimento do Perfil = 5.0 m  
 Carga distribuida na terça = 1.5 kN/m  
 Aço Utilizado = CF-36  
 $f_y = 260$  MPa  
 $f_u = 400$  MPa  
 $E = 205000$  MPa  
 $G = 78925.0$  MPa  
 Espessura da chapa de aço = 1.95 mm  
 Peso Específico do Material = 7850 kg/m<sup>3</sup>

**DEFINIÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES MÁXIMOS:**

$N_{c\_sd} = 1$  kN  
 $N_{t\_sd} = 1$  kN  
 $V_{sd} = 3.75$  kN  
 $M_{sd} = 4.6875$  kN.m

**ESFORÇOS RESISTENTES DO PERFIL**

$N_{c\_rd} = 19.487293014079594$  N  
 $N_{t\_rd} = 150.78234217840213$  N  
 $V_{rd} = 12.337149301909408$  N  
 $M_{rd} = 4.958148169913319$  N.m

**FATOR DE SOLICITAÇÃO**

$N_{c\_fs} = 5.131549052387618$  %  
 $N_{t\_fs} = 0.6632076313132366$  %  
 $V_{fs} = 30.396000795901987$  %  
 $M_{fs} = 94.54134566700432$  %

**VERIFICAÇÕES DE ESTABILIDADE DO PERFIL**

$N_{c+rd} = \text{OK!}$   
 $N_{t+rd} = \text{OK!}$

Mrd = OK!  
 Vrd = OK!  
 Combinação entre Momento Fletor e Cortante OK!  
 Combinação entre Flexo-Compressão OK!  
 Deslocamento máximo OK!

### **PROPRIEDADES GEOMETRICAS DOS PERFIS:**

#### **Perfil Bruto:**

At: 691.085734984343  
 Ix: 2696566.118128996  
 Iy: 926910.6259518977  
 Ixy: 0.0  
 J: 875.9511690926547  
 rx: 62.46540676771181  
 ry: 36.622919818356  
 r0: 112.23834396200418  
 xc: 35.19581089374531  
 yc: 0.0  
 xs: -85.75710207706257  
 ys: -2.7436642101335054e-12  
 Cw: 4344386739.908621  
 W: 33999.909931592076  
 Wc: 33999.909931592076

#### **Perfil Efetivo ao Escoamento:**

At: 676.2710443253424  
 Ix: 2643015.3073418913  
 Iy: 857386.1386628269  
 Ixy: -62284.76563320571  
 J: 857.1735486823713  
 rx: 62.51574957507065  
 ry: 35.60638083514682  
 xc: 33.711804921596  
 yc: -1.3025480537256116  
 W: 32786.2509869441  
 Wc: 32786.2509869441

#### **Perfil Efetivo a Flambagem Lateral com Torção:**

At: 685.9293724408438  
 Ix: 2678938.9833450248  
 Iy: 901433.2530270834  
 Ixy: -21188.853535190963  
 J: 869.4154795687696  
 rx: 62.4944874954789  
 ry: 36.25159230860184

xc: 34.67137137755864  
yc: -0.4362193114735908  
W: 33592.89184111945  
Wc: 33592.89184111945

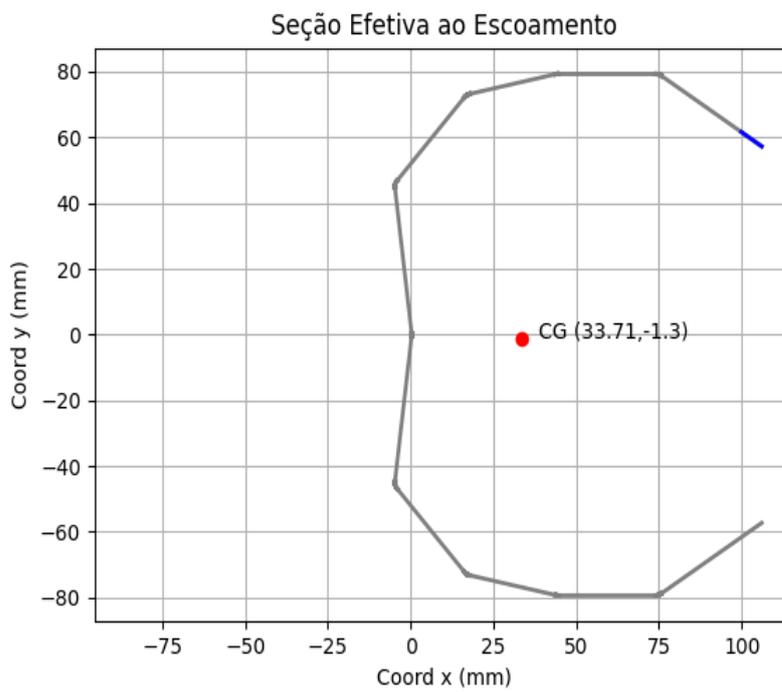
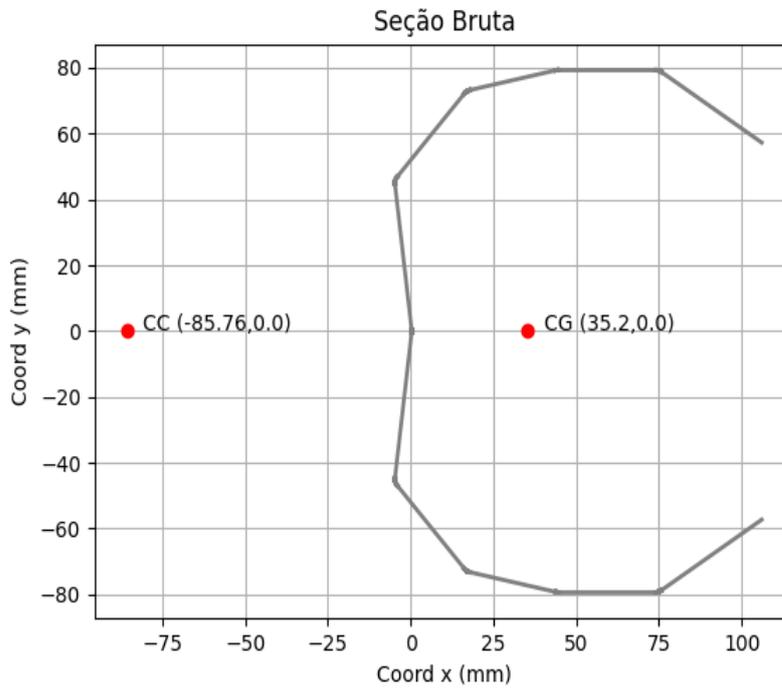
#### **Perfil Efetivo a Compressão:**

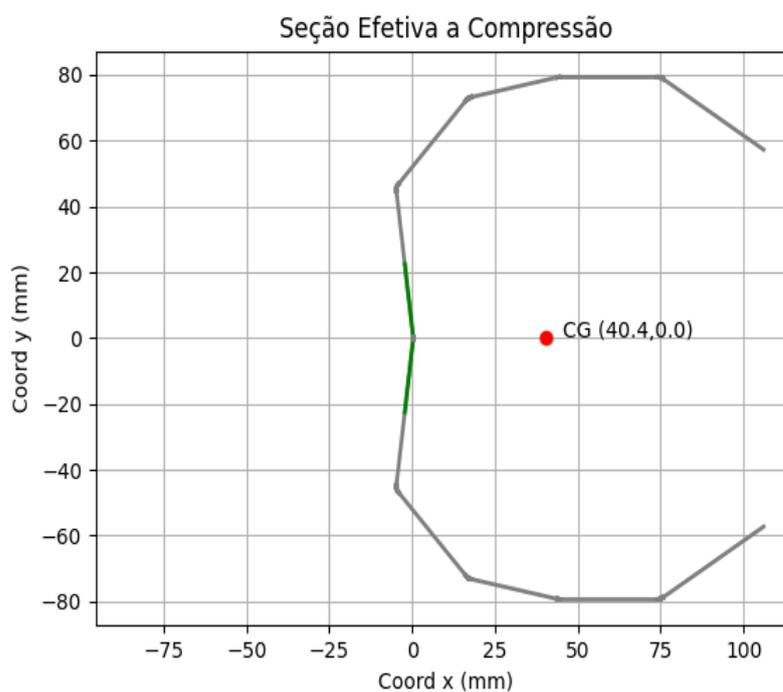
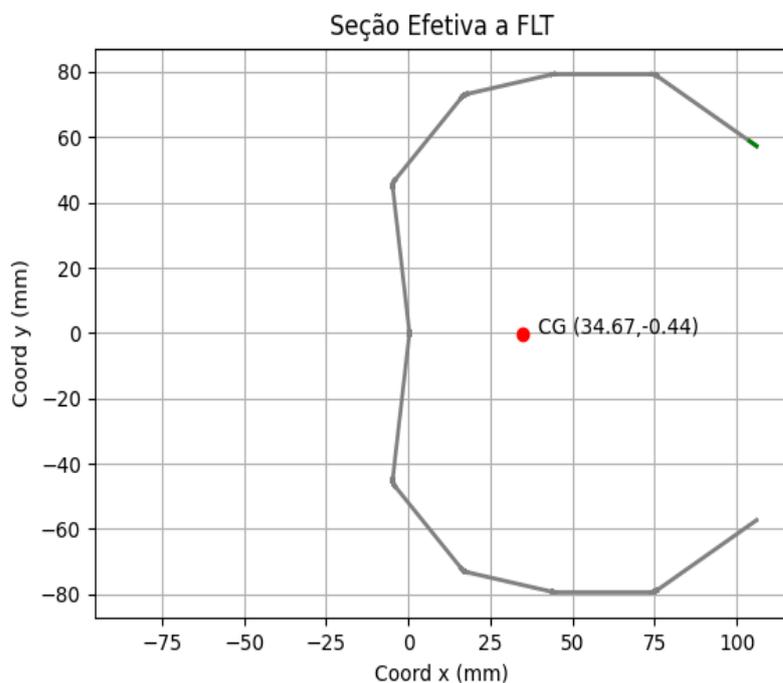
At: 604.0930155478023  
Ix: 2681675.6332812146  
Iy: 796948.3378129627  
Ixy: 0.0  
J: 820.8195331497471  
rx: 66.62714679554587  
ry: 36.32144996082203  
xc: 40.39828435314562  
yc: 0.0  
W: 33812.16183958031  
Wc: 33812.16183958031

#### **VETOR DE RESTRIÇÕES:**

Resistencia ao Esforço Cortante: 0.30396000795901984  
Resistência ao Momento Fletor: 0.9454134566700432  
Resistência à compressão: 0.051315490523876184  
Resistência à tração: 0.006632076313132365  
Limite de deslocamento: 0.5299761960408093  
Largura mínima dos elementos: 0.9376310787307446  
Segmentos de reta que não se cruzam: 1  
Ângulo entre os elementos: 0.3014961358221825  
Limite de esbeltez dos elementos: 0.6362193726216506  
Distância mínima ponto a reta: 2.5000025000025e-05  
Combinação entre fletor e cortante: 1  
Combinação flexo-compressão: 1

#### **GRÁFICOS:**





**Coordenadas dos Pontos:**

106.0388221395726 57.264367155905404  
 74.90462640816989 79.31097828066295  
 44.200890093060615 79.31097828066295  
 16.91267744880262 72.99019043725878  
 -4.847662363618899 45.86705381012702  
 0.36611244234932494 0

**Massa Linear (kg/m):**

5.425023019627093



**UPF**  
UNIVERSIDADE  
DE PASSO FUNDO

UPF Campus I - BR 285, São José  
Passo Fundo - RS - CEP: 99052-900  
(54) 3316 7000 - [www.upf.br](http://www.upf.br)