

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

Área de concentração: Infraestrutura e Meio Ambiente

Dissertação de Mestrado

OTIMIZAÇÃO DO CUSTO, IMPACTO AMBIENTAL E
CONFORTO DE PASSARELAS DE ESTRUTURA MISTA
AÇO-CONCRETO

Fernando Luiz Tres Junior

Passo Fundo

2023

UPF

CIP – Catalogação na Publicação

- T798o Tres Junior, Fernando Luiz
Otimização do custo, impacto ambiental e conforto de passarelas de estrutura mista aço-concreto [recurso eletrônico] / Fernando Luiz Tres Junior. – 2023.
3.5 MB ; PDF.
- Orientador: Prof. Dr. Moacir Kripka.
Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Fleith de Medeiros.
Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de Passo Fundo, 2023.
1. Engenharia de estruturas. 2. Construção mista.
3. Otimização estrutural. 4. Aço - Estrutura. 5. Concreto - Estrutura. 6. Sustentabilidade. I. Kripka, Moacir, orientador.
II. Medeiros, Guilherme Fleith de, coorientador. III. Título.

CDU: 624.016

Catálogo: Bibliotecária Juliana Langaro Silveira - CRB 10/2427

Fernando Luiz Tres Junior

OTIMIZAÇÃO DO CUSTO, IMPACTO AMBIENTAL E
CONFORTO DE PASSARELAS DE ESTRUTURA MISTA AÇO-
CONCRETO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, do Instituto de Tecnologia da Universidade de Passo Fundo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia, sob a orientação do Prof. Dr. Moacir Kripka e coorientação do Prof. Dr. Guilherme Fleith de Medeiros.

Data da defesa: 20/04/2023

Membros componentes da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Moacir Kripka, Orientador
Universidade de Passo Fundo – PPGEng/UPF

Prof. Dr. Guilherme Fleith de Medeiros, Coorientador
Universidade de Passo Fundo – PPGEng/UPF

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes
Universidade Federal do Rio Grande do Sul – PPGEC/UFRGS

Prof. Dr. Gustavo Prates Mezzomo
Universidade de Passo Fundo – PPGPPF/UPF

Prof. Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia
Universidade de Passo Fundo – PPGEng/UPF

Passo Fundo

2023

AGRADECIMENTOS

Durante os dois anos de meu mestrado, muitas pessoas participaram de alguma forma na elaboração desta dissertação, as quais dedico meu agradecimento.

Em especial, agradeço à minha família pelo apoio, e principalmente a meu pai Fernando, que foi quem sempre me aconselhou e incentivou a buscar e aprofundar meus conhecimentos, nunca medindo esforços para possibilitar que eu alcançasse meus sonhos.

Agradeço à minha esposa Talia, por compartilhar comigo sua vida durante os anos de graduação e mestrado, por seu apoio incondicional e pela compreensão de minha dedicação aos estudos.

Aos meus amigos, agradeço por tornar essa jornada mais alegre e descontraída, e também por entenderem minhas incontáveis ausências durante esses dois anos.

Também agradeço aos colegas do mestrado, que proporcionaram prazerosas trocas de conhecimento, mesmo que através das telas de computador e de forma remota. Sou muito grato à amizade construída, pela convivência, pelos conselhos e pelas contribuições em minha formação.

Ao professor Dr. Moacir Kripka, agradeço pela incrível oportunidade de tê-lo como orientador durante essa etapa, por fazer disponível seu conhecimento, por sua compreensão em tempos difíceis, e pela importante orientação que possibilitou que os objetivos desta pesquisa fossem alcançados.

Ao professor Dr. Guilherme Fleith de Medeiros, sou grato por me inspirar a ser pesquisador, pela orientação desde minha iniciação científica durante a graduação, e pelas contribuições que com certeza enriqueceram este trabalho.

Agradeço aos professores da banca examinadora, Dr. Herbert Martins Gomes, Dr. Gustavo Prates Mezzomo e Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia, por aceitarem avaliar e por suas contribuições para aperfeiçoar esta dissertação.

Agradeço à Universidade de Passo Fundo, ao Instituto de Tecnologia e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental por possibilitarem a realização desta pesquisa. Também agradeço à CAPES, pela bolsa de mestrado, que possibilitou minha dedicação ao desenvolvimento de todo este trabalho.

Por fim, agradeço a todos aqueles que de alguma forma contribuíram em meu mestrado.

“Tornamos nosso mundo significativo
pela coragem de nossas perguntas e pela
profundidade de nossas respostas.”
Carl Sagan

RESUMO

Técnicas de otimização podem ser de grande auxílio no dimensionamento estrutural, obtendo soluções ótimas através de um método racional de busca. Além da redução de custos do projeto, outros objetivos podem ser considerados, como os impactos ambientais e o conforto dos usuários. Nesse sentido, o presente trabalho propõe a otimização multiobjetivo de passarelas com estrutura mista aço-concreto através do desenvolvimento e aplicação de um programa computacional. Os objetivos do problema de otimização são a minimização dos custos monetários, das emissões de dióxido de carbono e das acelerações verticais geradas por vibrações na estrutura. Para isso, é implementado o método da Busca Harmônica, uma técnica metaheurística que faz analogia à improvisação musical do Jazz. A geometria da passarela é constituída por duas longarinas de aço, ligadas mecanicamente à uma laje maciça de concreto armado por pinos tipo cabeça, considerando diferentes vãos a serem vencidos. Para garantir que as soluções sejam factíveis, são utilizadas restrições que seguem as diretrizes das normativas brasileiras vigentes. As variáveis são a resistência do concreto da laje, a espessura da laje, as dimensões da seção transversal da viga I soldada de aço e o grau de interação da viga mista. Os resultados mostram uma explícita correlação linear direta entre o custo e a emissão da estrutura, indicando que soluções de bom desempenho econômico também são eficientes quanto a emissões de CO₂. A cada R\$ 7,70 reduzidos do custo, evita-se a emissão de 1 kg de CO₂ por metro da passarela. Visando melhorar o nível de conforto dos pedestres do mínimo para o médio, é necessário um considerável acréscimo no custo e na emissão da estrutura dependendo de seu vão, chegando a 89% para o vão de 25 metros. Por outro lado, elevar o nível de conforto do médio para o máximo, implica em acréscimos de apenas 8,57%. Enquanto a viga é responsável por aproximadamente 90% do custo da estrutura, as emissões de CO₂ da laje correspondem a 20% a 40% da emissão total da estrutura. Como razões ótimas entre o vão e a altura da alma da viga, obtiveram-se os valores médios de 20,47 para conforto mínimo, 17,29 para conforto médio e 17,09 para conforto máximo. Por fim, a análise de cenários alternativos mostra que utilizar aparelhos de amortecimento podem ser uma solução eficiente para reduzir acelerações e aumentar o conforto dos pedestres.

Palavras-chave: Otimização Multiobjetivo; Busca Harmônica; Passarela Mista Aço-Concreto; Sustentabilidade.

ABSTRACT

Optimization techniques can be of great help in structural design, obtaining optimal solutions through a rational search method. In addition to reducing project costs, other objectives can be considered, such as environmental impacts and user comfort. In this sense, the present work proposes the multiobjective optimization of footbridges with steel-concrete composite structure through the development and application of a computational program. The objectives of the optimization problem are the minimization of monetary costs, carbon dioxide emissions and vertical accelerations generated by vibrations in the structure. For this, the Harmony Search method is implemented, a metaheuristic technique that makes an analogy to jazz musical improvisation. The geometry of the footbridge consists in two steel girders, mechanically connected to a reinforced concrete slab by headed stud bolts, considering different spans to be overpassed. To ensure that the solutions are feasible, restrictions that follow the guidelines of current Brazilian regulations are used. The variables are the concrete strength of the slab, the thickness of the slab, the dimensions of the cross-section of the welded steel I-beam and the interaction degree of the composite beam. The results show an explicit direct linear correlation between the cost and the emission of the structure, indicating that solutions with good economic performance are also efficient in terms of CO₂ emissions. For every R\$7.70 reduced in cost, the emission of 1 kg of CO₂ per meter of the footbridge is avoided. In order to improve the level of pedestrian comfort from minimum to medium, a considerable increase in the cost and emission of the structure is necessary depending on its span, reaching up to 89% for a span of 25 meters. On the other hand, raising the comfort level from medium to maximum implies increases of only 8.57%. While the girder is responsible for approximately 90% of the cost of the structure, the slab's CO₂ emissions correspond to 20% to 40% of the structure's total emission. As optimal ratios between the span and the height of the beam web, it was obtained the average values of 20.47 for minimum comfort, 17.29 for medium comfort and 17.09 for maximum comfort. Finally, sensitivity analysis shows that using damping devices can be an efficient solution to reduce accelerations and increase pedestrian comfort.

Keywords: Multiobjective Optimization; Harmony Search; Steel-Concrete Composite Footbridge; Sustainability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Seção transversal usual de uma viga mista	17
Figura 2 – Tensões de compressão na laje e largura efetiva	19
Figura 3 – Larguras efetivas para vigas de extremidades e internas	19
Figura 4 – Distribuição de tensões em vigas mistas compactas com interação completa.....	23
Figura 5 – Distribuição de tensões em vigas mistas compactas com interação parcial.....	25
Figura 6 – Diagramas de deformações e tensões de uma viga mista semicomcompacta.....	26
Figura 7 – Propriedades geométricas da seção homogeneizada.....	27
Figura 8 – Limites de tolerância para aceleração de pico do <i>Design Guide</i> 11	36
Figura 9 – Soluções dominadas, não dominadas e Fronteira de Pareto	42
Figura 10 – Fluxograma básico da Busca Harmônica.....	46
Figura 11 – Variação dinâmica de <i>PAR</i> e <i>bw</i> ao longo das improvisações.....	47
Figura 12 – Seção transversal da passarela	55
Figura 13 – Seção longitudinal da passarela	56
Figura 14 – Variáveis do problema de otimização	57
Figura 15 – Fluxograma do algoritmo MOHS utilizado	65
Figura 16 – Fluxograma do funcionamento do programa desenvolvido.....	67
Figura 17 – Seção transversal e longitudinal do problema simplificado.....	68
Figura 18 – Exemplo de resultados do suplemento SolveXL no Excel	70
Figura 19 – Mapa de apresentação do capítulo de resultados	74
Figura 19 – Comparação das fronteiras de Pareto obtidas com a MOHS e o NSGA-II	75
Figura 20 – Fronteira de Pareto para o vão de 10 metros.....	80
Figura 21 – Fronteira de Pareto para o vão de 12,5 metros.....	81
Figura 22 – Fronteira de Pareto para o vão de 15 metros.....	82
Figura 23 – Fronteira de Pareto para o vão de 17,5 metros.....	82
Figura 24 – Fronteira de Pareto para o vão de 20 metros.....	83
Figura 25 – Fronteira de Pareto para o vão de 22,5 metros.....	84
Figura 26 – Fronteira de Pareto para o vão de 25 metros.....	84
Figura 27 – Relação entre emissão e custo para o vão de 10 metros	86
Figura 28 – Relação entre emissão e custo para o vão de 17,5 metros	87
Figura 29 – Relação entre emissão e custo para o vão de 25 metros	87
Figura 30 – Comparação das relações entre emissão e custo	88

Figura 31 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 10 metros	89
Figura 32 – Relação entre aceleração vertical e emissão de CO ₂ para o vão de 10 metros	89
Figura 33 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 17,5 metros	91
Figura 34 – Relação entre aceleração vertical e emissão de CO ₂ para o vão de 17,5 metros ..	91
Figura 35 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 25 metros	92
Figura 36 – Relação entre aceleração vertical e emissão de CO ₂ para o vão de 25 metros	93
Figura 37 – Comparação entre aceleração vertical e custos para cada vão	94
Figura 38 – Comparação entre aceleração vertical e emissão de CO ₂ para cada vão	94
Figura 39 – Evolução do custo da estrutura com o vão.....	95
Figura 40 – Evolução da emissão da estrutura com o vão.....	96
Figura 41 – Participação da viga de aço no custo e emissão da estrutura	97
Figura 42 – Seções transversais de menor custo e emissão para o vão de 10 metros	98
Figura 43 – Seções transversais de menor custo e emissão para o vão de 17,5 metros	99
Figura 44 – Seções transversais de menor custo e emissão para o vão de 25 metros	101
Figura 45 – Valores médios do f_{ck} para cada nível de conforto.....	102
Figura 46 – Variabilidade dos valores do f_{ck} para cada nível de conforto.....	103
Figura 47 – Valores médios de h_t para cada nível de conforto.....	104
Figura 48 – Variabilidade dos valores de h_t para cada nível de conforto.....	105
Figura 49 – Valores médios de h_w para cada nível de conforto.....	106
Figura 50 – Variabilidade dos valores de h_w para cada nível de conforto.....	106
Figura 51 – Valores médios de t_w para cada nível de conforto.....	108
Figura 52 – Variabilidade dos valores de t_w para cada nível de conforto.....	108
Figura 53 – Valores médios de b_{fs} para cada nível de conforto.....	109
Figura 54 – Variabilidade dos valores de b_{fs} para cada nível de conforto.....	109
Figura 55 – Valores médios de t_{fs} para cada nível de conforto.....	110
Figura 56 – Variabilidade dos valores de t_{fs} para cada nível de conforto.....	110
Figura 57 – Valores médios de b_{fi} para cada nível de conforto	111
Figura 58 – Variabilidade dos valores de b_{fi} para cada nível de conforto	111
Figura 59 – Valores médios de t_{fi} para cada nível de conforto	112
Figura 60 – Variabilidade dos valores de t_{fi} para cada nível de conforto	112
Figura 61 – Valores médios de grau de interação para cada nível de conforto	113
Figura 62 – Variabilidade dos valores de grau de interação para cada nível de conforto	114
Figura 63 – Emissão e custo para o Cenário A	116
Figura 64 – Aceleração vertical e custo para o Cenário A	116

Figura 65 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário A.....	117
Figura 66 – Emissão e custo para o Cenário B.....	118
Figura 67 – Aceleração vertical e custo para o Cenário B	118
Figura 68 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário B.....	119
Figura 69 – Emissão e custo para o Cenário C.....	120
Figura 70 – Aceleração vertical e custo para o Cenário C	120
Figura 71 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário C.....	121
Figura 72 – Emissão e custo para o Cenário D	122
Figura 73 – Aceleração vertical e custo para o Cenário D	122
Figura 74 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário D.....	123
Figura 75 – Emissão e custo para o Cenário E.....	124
Figura 76 – Aceleração vertical e custo para o Cenário E	124
Figura 77 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário E.....	125
Figura 78 – Entrada de dados do programa.....	136
Figura 79 – Finalização da execução do programa	137
Figura 80 – Resultados exportados.....	138
Figura 81 – Fronteiras de Pareto apresentadas pelo programa.....	138
Figura 82 – Relação entre emissão e custo para o vão de 12,5 metros	169
Figura 83 – Relação entre emissão e custo para o vão de 15 metros	169
Figura 84 – Relação entre emissão e custo para o vão de 20 metros	170
Figura 85 – Relação entre emissão e custo para o vão de 22,5 metros	170
Figura 86 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 12,5 metros	171
Figura 87 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 15 metros	171
Figura 88 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 20 metros	172
Figura 89 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 22,5 metros	172
Figura 90 – Relação entre aceleração vertical e emissão para o vão de 12,5 metros	173
Figura 91 – Relação entre aceleração vertical e emissão para o vão de 15 metros.....	173
Figura 92 – Relação entre aceleração vertical e emissão para o vão de 20 metros.....	174
Figura 93 – Relação entre aceleração vertical e emissão para o vão de 22,5 metros.....	174

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Faixas de frequência de risco.....	34
Tabela 2 – Nível de conforto e acelerações limites da ABNT NBR 7187	37
Tabela 3 – Coeficientes de ponderação para as ações	56
Tabela 4 – Custos unitários dos materiais	59
Tabela 5 – Emissões unitárias dos materiais	60
Tabela 6 – Valores dos parâmetros da Busca Harmônica	66
Tabela 7 – Custos e emissões unitários do problema de validação.....	69
Tabela 8 – Parâmetros do NSGA-II	70
Tabela 9 – Parâmetros alterados no Cenário A	71
Tabela 10 – Parâmetros alterados no Cenário B.....	72
Tabela 11 – Parâmetros alterados no Cenário C.....	72
Tabela 12 – Parâmetros alterados no Cenário D	72
Tabela 13 – Parâmetros alterados no Cenário E.....	73
Tabela 14 – Soluções não-dominadas obtidas pela MOHS.....	77
Tabela 15 – Soluções não-dominadas obtidas pelo NSGA-II.....	78
Tabela 16 – Razões ótimas entre o vão e a altura da alma do perfil	107
Tabela 17 – Resultados da otimização para o vão de 10 metros	139
Tabela 18 – Resultados da otimização para o vão de 12,5 metros	142
Tabela 19 – Resultados da otimização para o vão de 15 metros	145
Tabela 20 – Resultados da otimização para o vão de 17,5 metros	146
Tabela 21 – Resultados da otimização para o vão de 20 metros	149
Tabela 22 – Resultados da otimização para o vão de 22,5 metros	151
Tabela 23 – Resultados da otimização para o vão de 25 metros	153
Tabela 24 – Resultados da otimização para o Cenário A	157
Tabela 25 – Resultados da otimização para o Cenário B	159
Tabela 26 – Resultados da otimização para o Cenário C	161
Tabela 27 – Resultados da otimização para o Cenário D	164
Tabela 28 – Resultados da otimização para o Cenário E	166

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 JUSTIFICATIVA	15
1.2 OBJETIVOS	16
1.2.1 Objetivo Geral	16
1.2.2 Objetivos Específicos.....	16
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO	17
2.1.1 Considerações Iniciais	17
2.1.2 Largura Efetiva	18
2.1.3 Grau de Interação.....	20
2.1.4 Verificação Antes e Depois da Cura do Concreto	21
2.1.5 Dimensionamento das Vigas Mistas ao Momento Fletor.....	22
2.1.6 Dimensionamento das Vigas Mistas ao Esforço Cortante	28
2.1.7 Verificação da Flecha em Vigas Mistas	29
2.2 DIMENSIONAMENTO DE LAJE MACIÇA DE CONCRETO ARMADO	30
2.3 AÇÕES	32
2.3.1 Vibração em Passarelas.....	33
2.4 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL.....	38
2.5 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	40
2.6 BUSCA HARMÔNICA	43
2.6.1 Busca Harmônica Multiobjetivo	47
2.7 OTIMIZAÇÃO APLICADA A OBRAS DE ARTE DE ESTRUTURAS MISTAS	50
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	54
3.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	54
3.1.1 Variáveis de Projeto	57
3.1.2 Funções Objetivo	58

3.1.3 Verificações e Restrições	60
<i>3.1.3.1 Análise Estrutural</i>	<i>63</i>
3.2 IMPLEMENTAÇÃO	64
3.3 VALIDAÇÃO	68
3.4 ANÁLISES DE CENÁRIOS ALTERNATIVOS	71
3.4.1 Cenário A	71
3.4.2 Cenário B	71
3.4.3 Cenário C	72
3.4.4 Cenário D	72
3.4.5 Cenário E	73
3.5 APLICAÇÃO NUMÉRICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS	73
4 APLICAÇÕES NUMÉRICAS	75
4.1 VALIDAÇÃO DA BUSCA HARMÔNICA MULTIOBJETIVO	75
4.2 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE PASSARELAS MISTAS	79
4.2.1 Fronteiras de Pareto	79
4.2.2 Avaliação de Custos e Emissões	95
4.2.3 Seções Transversais e Variáveis de Projeto Ótimas	97
4.2.4 Avaliação das Variáveis de Projeto	102
4.2.5 Análises de Cenários Alternativos	115
<i>4.2.5.1 Cenário A</i>	<i>115</i>
<i>4.2.5.2 Cenário B</i>	<i>117</i>
<i>4.2.5.3 Cenário C</i>	<i>119</i>
<i>4.2.5.4 Cenário D</i>	<i>121</i>
<i>4.2.5.5 Cenário E</i>	<i>123</i>
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	126
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	129
APÊNDICE A – Apresentação do Programa Desenvolvido	136

APÊNDICE B – Conjuntos de Soluções Não-Dominadas Obtidas	139
APÊNDICE C – Projeções da Fronteira de Pareto para Demais Vãos	169

1 INTRODUÇÃO

A indústria da construção civil possui um importante papel no desenvolvimento econômico e social dos países, ao mesmo tempo em que resulta em grandes impactos ambientais. Em 2021, o setor foi responsável por 34% de todo o consumo de energia e 37% do total de emissões de gás carbônico (UNEP, 2022). Somente a produção do cimento Portland corresponde a 8% das emissões de gases de efeito estufa a cada ano (LEHNE; PRESTON, 2018). Por isso, a busca por soluções sustentáveis nesse setor vem crescendo consideravelmente.

Passarelas de pedestres são construções que apresentam grandes impactos sociais, já que visam proporcionar ao usuário uma travessia segura em relação a obstáculos, como rodovias e ferrovias. Em vias de tráfego intenso, podem reduzir consideravelmente o número de vítimas de atropelamento, tendo uma importância social muito significativa para a população que as utilizam. Sua estrutura é, na maioria das vezes, constituída em concreto armado, em concreto protendido, em aço, ou em estruturas mistas aço-concreto. Milani, Yepes e Kripka (2020) afirmam que a performance da sustentabilidade de estruturas como pontes está diretamente ligada às etapas iniciais do projeto, como a própria definição do material estrutural a ser empregado. Nesse sentido, a escolha de estrutura mista aço-concreto se justifica com base em estudos anteriores de Milani (2020), os quais apontam as pontes mistas como as de menores impactos ambientais dentre as alternativas estudadas pelo autor.

Ainda na fase de projeto, o dimensionamento apresenta grande influência na sustentabilidade da estrutura. Esse processo é comumente realizado por um método iterativo de tentativa e erro, onde os conhecimentos prévios do projetista apresentam grande influência nas soluções adotadas. Entretanto, não há garantia de que tais soluções sejam as de menores custos e impactos ambientais, ou as de melhor conforto para os usuários. Isso se dá pelo grande número de possíveis soluções que atendem às verificações pertinentes das estruturas, em conjunto com limitações de tempo para o desenvolvimento dos projetos.

O emprego de técnicas de otimização estrutural são ferramentas de grande auxílio nessas situações, fornecendo subsídios para tomadas de decisões baseadas em algoritmos de busca mais racionais, rápidos e eficientes que o dimensionamento convencional. Com sua utilização, é possível encontrar soluções ótimas para cada situação que cumpram às restrições do projeto e apresentem um melhor aproveitamento dos materiais, reduzindo os custos e os impactos ambientais da estrutura.

A resolução dos problemas de otimização pode ser realizada com a utilização de métodos determinísticos (matemáticos) ou probabilísticos (heurísticos). Os últimos são os mais empregados na otimização estrutural, tendo em vista o seu melhor desempenho com funções não-convexas, descontínuas e com vários pontos extremos locais, que costumam estar envolvidas no dimensionamento de estruturas. Dentre as heurísticas, a Busca Harmônica (GEEM; KIM; LOGANATHAN, 2001) é uma técnica que apresenta resultados competitivos em comparação a outros métodos. Baseado na improvisação musical do Jazz, o algoritmo busca a harmonia perfeita a partir de novas combinações entre as notas dos instrumentos, tomando como base o conhecimento prévio dos músicos ou tentativas repetidas.

No caso de passarelas de pedestres, além de garantir que a estrutura resista aos esforços solicitantes e apresente o menor custo, outros critérios podem ser inclusos na busca pelo projeto ótimo. As emissões de dióxido de carbono, por exemplo, podem ser minimizadas a fim de encontrar uma solução de menores impactos ambientais. Além disso, devido à grande esbeltez de suas estruturas, as passarelas são altamente suscetíveis às vibrações induzidas por humanos (NIMMEN *et al.*, 2016; JIMÉNEZ-ALONSO; SÁEZ, 2017a; KILIKEVIČIUS *et al.*, 2020). As acelerações geradas por essas vibrações são fontes de desconforto aos pedestres que utilizam a passarela, além de poderem ocasionar danos estruturais em casos mais graves. Por isso, também é possível incluir critérios de conforto dos pedestres, como o controle das acelerações originadas pelo carregamento dinâmico.

Nessa situação, obtém-se um problema de otimização multiobjetivo, com objetivos que podem ou não ser conflitantes. Diferente de quando existe apenas um objetivo e uma única solução ótima pode ser obtida, o resultado da otimização multiobjetivo consiste em um conjunto de soluções chamadas pareto-ótimas ou não-dominadas, que compõem a Fronteira de Pareto. Essa fronteira pode ser avaliada *a posteriori* da otimização, o que possibilita a comparação entre as soluções pareto-ótima de cada objetivo, bem como a sua utilização como base para tomadas de decisões em projetos.

Nesse contexto, este estudo propõe a otimização de passarelas de pedestres com estrutura mista aço-concreto, considerando três objetivos distintos: minimizar os custos, as emissões de dióxido de carbono e as acelerações verticais da estrutura. A partir das soluções não-dominadas obtidas pela otimização, foram geradas as fronteiras de Pareto para diferentes vãos a serem vencidos. A partir disso, uma análise foi realizada buscando identificar relações entre cada objetivo, de modo a auxiliar no projeto de passarelas mistas aço-concreto sustentáveis. Por fim, uma análise de cenários alternativos é apresentada, avaliando a influência

de diferentes parâmetros no comportamento dos resultados, destacando a sensibilidade dos resultados em relação a formulação do problema.

1.1 JUSTIFICATIVA

Devido ao setor da construção civil ser responsável por grande parte dos impactos econômicos, ambientais e sociais no mundo, o interesse pela busca por soluções sustentáveis está em rápido crescimento. Como a escolha do material representa grande influência nos impactos da estrutura, ainda em projeto se buscam aqueles de maior sustentabilidade. As estruturas mistas aço-concreto, por unirem as características positivas dos dois materiais, podem ter soluções melhores do ponto de vista ambiental, como apontam os resultados de Medeiros e Kripka (2014), Tormen *et al.* (2019), Milani (2020) e Martínez-Muñoz, Martí e Yepes (2021).

Durante o dimensionamento dessas estruturas, a otimização é uma ferramenta de grande auxílio, encontrando soluções ótimas para cada objetivo analisado. Além de serem independentes dos conhecimentos prévios do projetista, essas técnicas empregam um sistema de busca racional e mais eficiente que a tentativa e erro, comumente utilizada no dimensionamento convencional de estruturas.

Em estruturas como passarelas mistas aço-concreto, além de questões como a segurança, impactos econômicos e ambientais, deve-se garantir o conforto aos pedestres que a utilizam. Isso pode ser feito a partir do controle das vibrações induzidas pela caminhada dos pedestres, tendo em vista que a minimização das acelerações aumenta o conforto dos usuários que transitam pela estrutura. Porém, pode-se supor que esse é um objetivo conflitante à minimização dos custos e impactos ambientais, devido à necessidade de um maior consumo de material para aumentar a rigidez da estrutura. Nesse contexto, é possível empregar a otimização multiobjetivo e encontrar um conjunto de soluções chamadas não-dominadas, que servirão como base para posterior tomada de decisão no projeto final.

Esta pesquisa deu continuidade aos trabalhos relativos à minimização do impacto ambiental de estruturas desenvolvidos pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental (PPGEng) da Universidade de Passo Fundo (UPF), destacando-se: Medeiros (2012), Santoro (2015), Tormen (2019) e Santoro (2021).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo efetuar uma otimização multiobjetivo de estruturas mistas aço-concreto para passarelas, considerando o custo monetário, o impacto ambiental e o conforto dos pedestres.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Formular matematicamente o problema de otimização de estruturas mistas aço-concreto, com objetivos de minimizar os custos, as emissões de CO₂ e a aceleração vertical gerada por vibrações induzidas por humanos;
- Desenvolver um programa computacional para implementar o problema de otimização, empregando o método metaheurístico da Busca Harmônica;
- Otimizar passarelas de pedestres de estruturas mistas aço-concreto com diferentes vãos, considerando os três objetivos de forma simultânea;
- Identificar correlações entre os objetivos visando o projeto de passarelas sustentáveis.

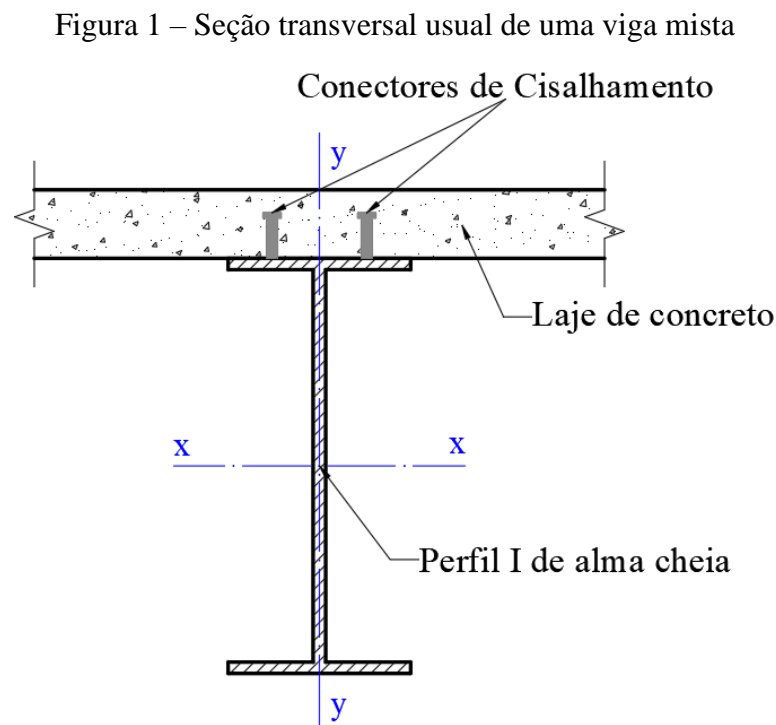
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo reúne uma revisão bibliográfica sobre os temas relevantes a serem abordados para o desenvolvimento desta dissertação. São apresentadas uma breve descrição sobre o processo de dimensionamento da estrutura e uma apresentação sobre os conceitos gerais da otimização, da otimização multiobjetivo, do método da Busca Harmônica e, por fim, uma revisão de literatura sobre os estudos recentes sobre a aplicação da otimização em obras de arte especiais de estruturas mistas aço-concreto.

2.1 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO

2.1.1 Considerações Iniciais

Vigas mistas de aço e concreto são elementos estruturais onde uma laje de concreto e um componente de aço (tanto perfil de alma cheia quanto treliça) trabalham de forma conjunta para resistir ao momento fletor (FAKURY et al., 2016). A Figura 1 ilustra a seção de uma viga mista genérica.



Fonte: Próprio autor

Para garantir que os materiais trabalhem de forma solidária, eles devem ser ligados mecanicamente por elementos chamados de conectores de cisalhamento. Os mais usuais são os pinos com cabeça, também chamados de *stud bolt*, e perfis U laminados ou formados a frio. Caso a interface entre os materiais não ocorra de forma adequada, haverá um deslizamento relativo entre a viga e a laje, dado que cada elemento estrutural passa a se comportar de forma desassociada.

O sistema misto aço-concreto foi concebido de modo que as vantagens próprias de cada material sejam aproveitadas e, em conjunto, formem um sistema altamente eficiente (GUPTA e SHARMA, 2015). Musa e Diaz (2007) afirmam que essa eficiência se dá pela possibilidade de posicionar o aço e o concreto nas partes em que apresentam melhor performance, com o aço trabalhando à tração e o concreto à compressão. Além de serem soluções com perfis de aço mais leves e de menor altura (FAKURY *et al.*, 2016), as vigas mistas se tornam alternativas de maior sustentabilidade, devido à reciclabilidade dos componentes de aço da estrutura (MARTINEZ-MUÑOZ, MARTÍ; YEPES, 2021).

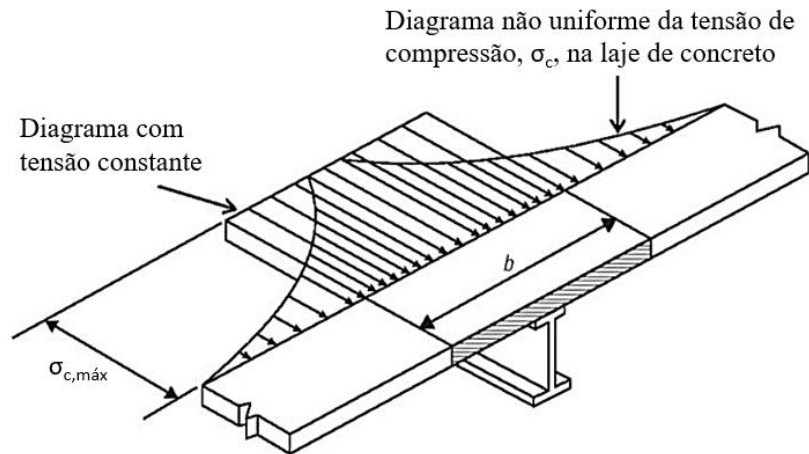
Devido à utilização de elementos de aço, existe a possibilidade de executar a construção de forma não escorada. Nesse caso, as vigas de aço suportam as ações da fase de construção até que o concreto atinja sua resistência. Dessa forma, os elementos devem ser dimensionados de forma a atender a essas solicitações. Por outro lado, a utilização de escoras permite o dimensionamento das vigas mistas apenas para os carregamentos permanentes e acidentais.

A seguir, são apresentados os procedimentos para o dimensionamento e verificações pertinentes de vigas mistas de aço-concreto, seguindo a ABNT NBR 8800 (2008). Também foi utilizado o livro de Fakury *et al.* (2016) como base para organizar os processos descritos.

2.1.2 Largura Efetiva

Quando a laje de concreto trabalha junto com o perfil de aço, a tensão de compressão nela é máxima sobre a mesa superior do perfil e decresce de forma não linear ao se afastar da mesa, como ilustrado na Figura 2. Esse diagrama é substituído por um diagrama de tensão constante, de tal maneira que a força resultante de compressão dada pelo produto da tensão máxima de compressão $\sigma_{c,m\acute{a}x}$ pela largura da laje b seja a mesma que a dada pelo diagrama não uniforme de tensões. Dessa forma, b é considerada como a largura efetiva, correspondendo à faixa da laje que trabalha conjuntamente com o perfil de aço.

Figura 2 – Tensões de compressão na laje e largura efetiva



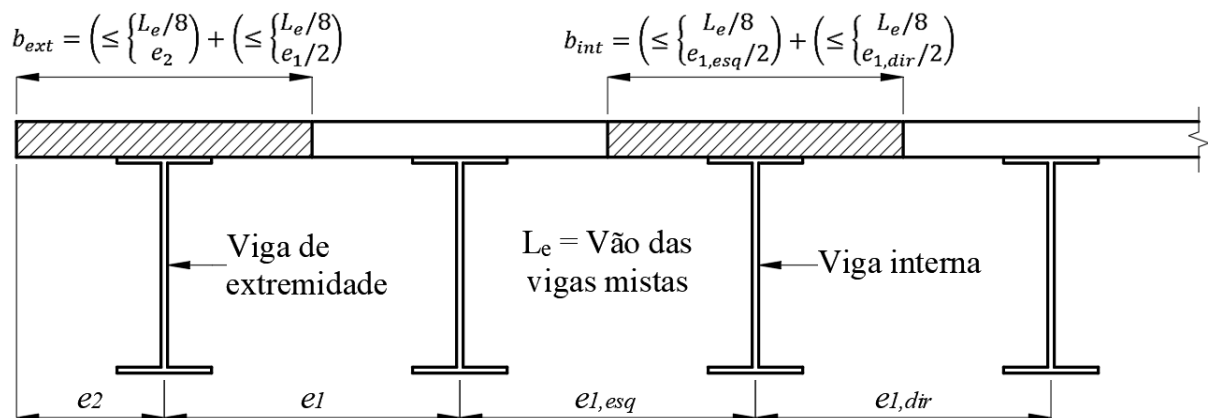
Fonte: Fakury *et al.* (2016).

No caso de vigas mistas biapoiadas, que representam o caso do presente trabalho, a ABNT NBR 8800 (2008) apresenta que o valor da largura efetiva deve ser menor ou igual à:

- 1/8 do vão da viga mista, considerado entre linhas de centro dos apoios;
- Metade da distância entre a linha de centro da viga analisada e a linha de centro da viga adjacente;
- Distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço.

A Figura 3 ilustra a determinação da largura efetiva em vigas de extremidade (b_{ext}) e interna (b_{int}).

Figura 3 – Larguras efetivas para vigas de extremidades e internas



Fonte: Próprio autor

2.1.3 Grau de Interação

A determinação do grau de interação entre a laje de concreto e o perfil de aço (α) é feita a partir no número de conectores de cisalhamento (n), da força resistente de cálculo de um conector (Q_{Rd}) e do esforço horizontal de cálculo F_{hd} , conforme a Equação (1).

$$\alpha = \frac{nQ_{Rd}}{F_{hd}} \quad (1)$$

O valor de Q_{Rd} , para conectores pino com cabeça, é calculado conforme a Equação (2), onde a primeira expressão se relaciona com a ruptura do conector por tração, e a segunda com a ruína do concreto por esmagamento ou fendilhamento. Na equação, R_g é um coeficiente de ajuste para consideração do efeito de atuação de grupos de conectores com valor obtido no item O.4.2.1.2 da ABNT NBR 8800 (2008), R_p é um coeficiente para consideração da posição do conector com valor obtido no item O.4.2.1.3 da ABNT NBR 8800 (2008), A_{cs} é a área da seção transversal do fuste do conector, f_{ucs} é a resistência à ruptura do aço do conector, f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto, E_{ci} é o módulo de elasticidade inicial do concreto e γ_{cs} é o coeficiente de ponderação da resistência do conector, de valor igual a 1,25.

$$Q_{Rd} \leq \begin{cases} \frac{R_g R_p A_{cs} f_{ucs}}{\gamma_{cs}} \\ \frac{1}{2} \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_{ci}}}{\gamma_{cs}} \end{cases} \quad (2)$$

O valor de esforço horizontal de cálculo, F_{hd} é considerado entre a seção de momento máximo e cada seção adjacente de momento nulo, dado pela Equação (3). Nela, f_{cd} é a resistência à compressão do concreto de cálculo, b é a largura efetiva, t_c é a altura da laje de concreto, A_a é área do perfil de aço e f_{yd} é a resistência à tração de cálculo do aço. A primeira expressão se refere à força que causa colapso da laje por compressão, e a segunda ao escoamento do perfil por tração.

$$F_{hd} \leq \begin{cases} 0,85 f_{cd} b t_c \\ A_a f_{yd} \end{cases} \quad (3)$$

O valor de α é utilizado para caracterizar o tipo de interação da viga. Caso:

- $\alpha \geq 1,0$, a viga mista possui interação completa (adotando-se $\alpha = 1$);
- $\alpha_{mín} \leq \alpha < 1,0$, a viga mista possui interação parcial;
- $\alpha < \alpha_{mín}$, a interação é considerada inexistente, e a viga deve ser dimensionada como viga de aço.

O valor mínimo para o grau de interação é determinado segundo as equações a seguir, onde f_y é a resistência do aço à tração. A Equação (4) é empregada quando o perfil de aço possui mesas de áreas iguais e vão L_e menor ou igual a 25 metros. A Equação (5) é aplicada quando o perfil possui mesas de áreas diferentes, com a área da mesa inferior igual a três vezes a área da mesa superior, e a viga possui vão menor ou igual a 20 metros. Quando a razão entre as áreas das mesas inferior e superior estiver ente 1 e 3, e a viga possuir vão menor ou igual a 20 metros, deve ser realizada uma interpolação linear entre o resultado das duas equações. Nos demais casos, se adota $\alpha_{mín} \geq 1,0$.

$$\alpha_{mín} \geq \begin{cases} 1 - \frac{E}{578f_y} (0,75 - 0,03L_e) \\ 0,40 \end{cases} \quad (4)$$

$$\alpha_{mín} \geq \begin{cases} 1 - \frac{E}{578f_y} (0,30 - 0,015L_e) \\ 0,40 \end{cases} \quad (5)$$

2.1.4 Verificação Antes e Depois da Cura do Concreto

A interação entre a viga de aço e a laje de concreto só ocorre após o concreto atingir a sua resistência de projeto, com sua cura completa. No caso vigas construídas de forma não escorada, é necessário realizar a verificação da estrutura antes da cura do concreto, onde se considera apenas a resistência do perfil metálico trabalho isoladamente, e uma verificação após a cura do concreto, onde os materiais trabalham conjuntamente para resistir aos esforços.

Antes da cura do concreto e durante a execução da estrutura, as ações atuantes correspondem aos pesos próprios do perfil, da laje de concreto, dos conectores de cisalhamento e demais componentes da estrutura. Considera-se também uma carga acidental, decorrente da construção da estrutura, normalmente com um valor inferior a sobrecarga de utilização. Como

nesse estágio ainda não há transmissão de esforços cisalhantes entre os materiais, o perfil de aço deve ser dimensionado isoladamente para resistir aos esforços gerados pelas ações citadas, seguindo as diretrizes da ABNT NBR 8800 (2008).

Após a cura do concreto, a interação parcial ou total entre os elementos passa a ser considerada no dimensionamento da estrutura, que apresentará comportamento misto. Nesse estágio, além das ações consideradas antes da cura, atuam os pesos próprios de revestimentos, acabamentos e outras ações permanentes, bem como as ações variáveis de utilização. Os esforços gerados são resistidos por ambos os materiais trabalhando conjuntamente, como uma viga mista. O processo de dimensionamento das vigas mistas, após a cura do concreto, é descrito no item a seguir.

2.1.5 Dimensionamento das Vigas Mistas ao Momento Fletor

Para vigas mistas, o estado-limite último (ELU) causado pelo momento fletor está associado à instabilidade local da alma (FLA) do perfil de aço. A instabilidade lateral com torção (FLT) não ocorre devido a união contínua da mesa superior do perfil com a laje. A instabilidade local da mesa (FLM) também não representa um ELU, visto que o elemento principal de resistência à compressão é a laje de concreto. A ocorrência da FLA nas vigas mistas depende da relação entre a altura da alma (h) e sua espessura (t_w).

Caso a Equação (6) seja satisfeita, a viga é classificada como compacta e a instabilidade local da alma não ocorre. Nessa situação, o colapso ocorre por plastificação total da seção transversal, na qual o momento fletor é máximo. Por outro lado, se a relação da Equação (7) for verdadeira, a viga é semcompacta. Nesse caso, a FLA pode ocorrer, em regime elastoplástico, e para que essa instabilidade não ocorra, se considera como ELU o início do escoamento por tração da face inferior do perfil do aço ou esmagamento da face superior da laje de concreto por compressão, garantindo que a viga trabalhe dentro do regime elástico. Caso a relação seja maior que o limite superior da Equação (7), a viga é esbelta e deve ser dimensionada a partir das propriedades elásticas do perfil.

$$\frac{h}{t_w} \leq 3,76 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}} \quad (6)$$

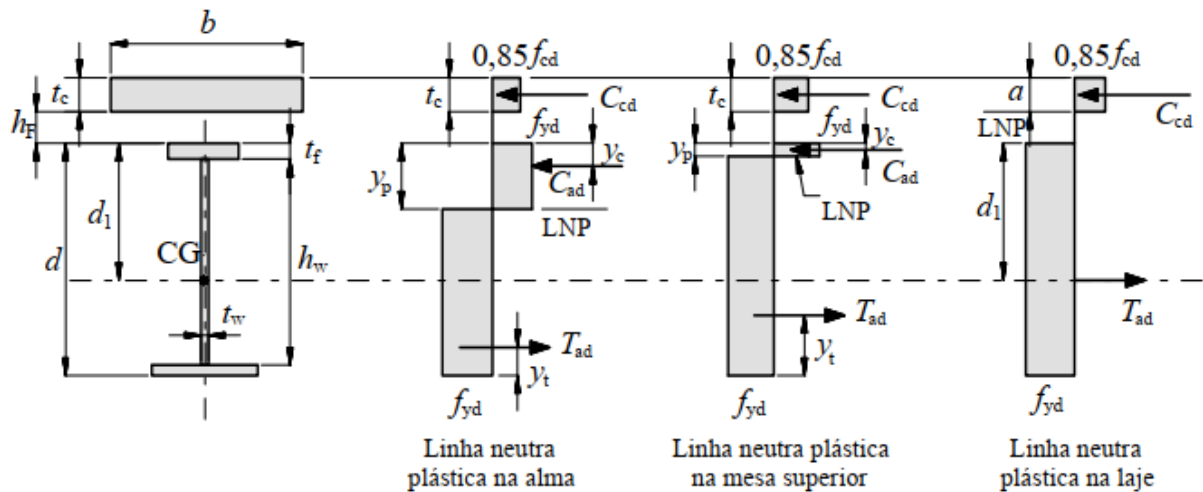
$$3,76 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}} < \frac{h}{t_w} \leq 5,70 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}} \quad (7)$$

A determinação do momento fletor resistente de cálculo é feita de diferentes maneiras considerando essas relações e o grau de interação da viga mista, conforme os casos a seguir.

a) Vigas mistas compactas e interação completa ($\alpha \geq 1$)

O momento fletor é obtido considerando a seção mista totalmente plastificada. Nesse caso, a força máxima que pode atuar na laje de concreto é $0,85f_{cd}bt_c$. Para o perfil de aço, a máxima força de tração é dada por $A_a f_{yd}$. A Figura 4 ilustra a distribuição das tensões nas vigas mistas que se enquadram nesse caso, mostrando as diferentes posições da linha neutra.

Figura 4 – Distribuição de tensões em vigas mistas compactas com interação completa



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008).

Em uma situação ideal, em que o valor de $0,85f_{cd}bt_c$ é igual a $A_a f_{yd}$, a linha neutra plástica (LNP) se situa na interface entre a laje e o perfil, com o concreto trabalhando totalmente à compressão e o aço trabalhando totalmente à tração. Se $0,85f_{cd}bt_c$ for superior a $A_a f_{yd}$, a LNP passa pela laje de concreto. Nesse caso, a força resistente de cálculo da espessura comprimida da laje e a força resistente de cálculo do perfil de aço totalmente tracionado são respectivamente calculadas por:

$$C_{cd} = 0,85f_{cd}ba \quad (8)$$

$$T_{ad} = A_a f_{yd} \quad (9)$$

Onde a representa a espessura comprimida da laje, e é determinada por:

$$a = \frac{T_{ad}}{0,85f_{cd}b} \quad (10)$$

Por fim, o momento fletor resistente de cálculo é dado por:

$$M_{rd} = T_{ad} \left(d_1 + h_f + t_c - \frac{a}{2} \right) \quad (11)$$

Em que d_1 é distância do centro geométrico do perfil de aço até a face superior, e h_f é igual a zero para lajes maciças.

Se $A_a f_{yd}$ superar $0,85f_{cd}bt_c$, a LNP passa pela alma ou mesa superior do perfil. Nesse caso, os valores das forças resistentes de cálculo da laje totalmente comprimida, da região comprimida do perfil de aço e da região tracionada são dados, respectivamente, por:

$$C_{cd} = 0,85f_{cd}bt_c \quad (12)$$

$$C_{ad} = \frac{1}{2}(A_a f_{yd} - C_{cd}) \quad (13)$$

$$T_{ad} = C_{cd} + C_{ad} \quad (14)$$

A posição da LNP é calculada a partir da Equação (15), onde a primeira expressão se refere à linha neutra passando pela mesa superior do perfil, e a segunda à linha neutra passando pela alma do perfil. Nela, A_{fs} é área da mesa superior, t_{fs} é a espessura da mesa superior e h_w é a distância entre faces internas das mesas.

$$y_p = \begin{cases} \frac{C_{ad}}{A_{fs}f_{yd}} t_{fs}, & \text{caso } C_{ad} \leq A_{fs}f_{yd} \\ t_{fs} + h_w \left(\frac{C_{ad} - A_{fs}f_{yd}}{(h_w t_w)f_{yd}} \right), & \text{caso } C_{ad} > A_{fs}f_{yd} \end{cases} \quad (15)$$

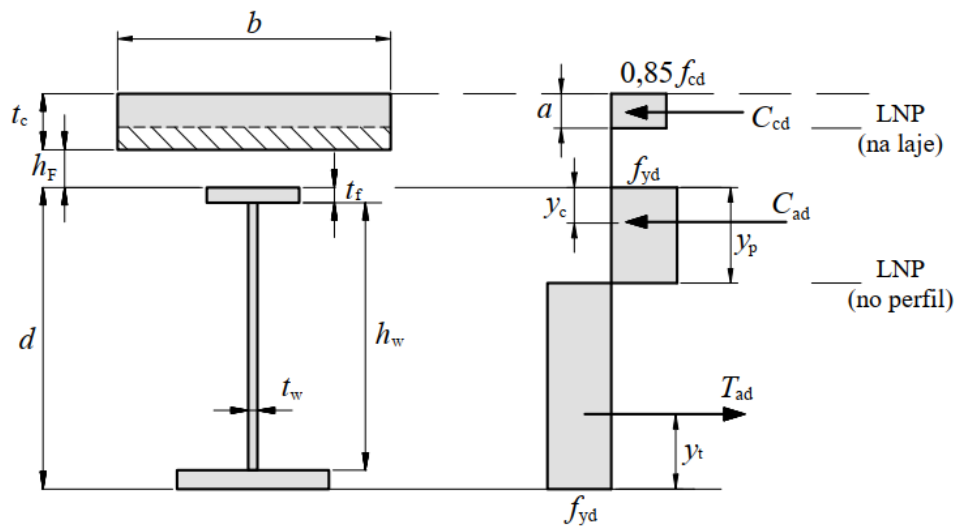
Finalmente, o momento fletor resistente de cálculo é calculado pela Equação (16), onde d é altura total do perfil, y_t é a distância do centro geométrico da parte tracionada do perfil de aço até sua face inferior e y_c é a distância do centro geométrico da parte comprimida do perfil até sua face superior.

$$M_{rd} = C_{ad}(d - y_t - y_c) + C_{cd} \left(\frac{t_c}{2} + h_f + d - y_t \right) \quad (16)$$

b) Vigas mistas compactas e interação parcial ($\alpha_{min} \leq \alpha < 1,0$)

Nesse caso, o momento fletor resistente se obtém considerando a seção mista totalmente plastificada. Existem duas linhas plásticas, uma passando pelo perfil de aço e outra pela laje de concreto. O equilíbrio de forças é feito desprezando a contribuição do concreto tracionado situado abaixo da LNP na laje. A Figura 5 ilustra a distribuição das tensões considerando interação parcial na viga mista, bem como as posições da LNP.

Figura 5 – Distribuição de tensões em vigas mistas compactas com interação parcial



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008).

A força de compressão na espessura comprimida da laje é igualada à máxima força horizontal transmitida pelos conectores de cisalhamento, de modo que:

$$C_{cd} = nQ_{Rd} = \alpha F_{hd} \quad (17)$$

As forças resistentes de cálculo das regiões comprimidas e tracionadas do perfil de aço são obtidas empregando as equações (13) e (14). A espessura comprimida da laje, dessa vez, é determinada por:

$$a = \frac{C_{cd}}{0,85 f_{cd} b} \quad (18)$$

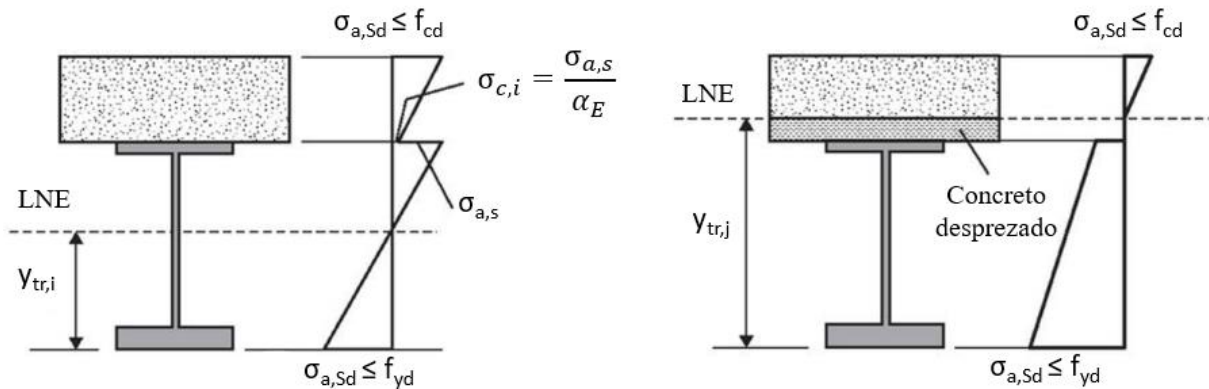
Novamente, aplica-se a Equação (15) para encontrar a posição da linha neutra passando pelo perfil de aço, seja em sua mesa superior ou sua alma. Finalmente, o momento fletor de cálculo é dado por:

$$M_{rd} = C_{ad}(d - y_t - y_c) + C_{cd} \left(t_c - \frac{a}{2} + h_f + d - y_t \right) \quad (19)$$

c) Vigas mistas semicomactas e interação completa ($\alpha \geq 1$)

Nesse caso, passa a existir a possibilidade de ocorrência de instabilidade local da alma do perfil, em regime elastoplástico. Dessa maneira, as tensões são limitadas para que o regime elástico não seja ultrapassado. Para interação completa, a tensão de tração solicitante de cálculo na face inferior do perfil, $\sigma_{a,Sd}$, não pode superar f_{yd} , enquanto a compressão solicitante na face superior da laje de concreto, $\sigma_{c,Sd}$, deve ser inferior ao f_{cd} . A Figura 6 apresenta o diagrama de tensões e de deformações para uma viga mista semicomacta.

Figura 6 – Diagramas de deformações e tensões de uma viga mista semicomacta



Fonte: Fakury *et al.* (2016).

Devido à linearidade das deformações ao longo da altura da seção transversal e a proporcionalidade entre as tensões e deformações, a tensão no concreto na interface com o aço é α_E vezes menor que a tensão no aço, sendo α_E a razão entre os módulos de elasticidade do aço (E_a) e do concreto (E_c).

O momento fletor resistente de cálculo é obtido com base nas máximas tensões, dado por:

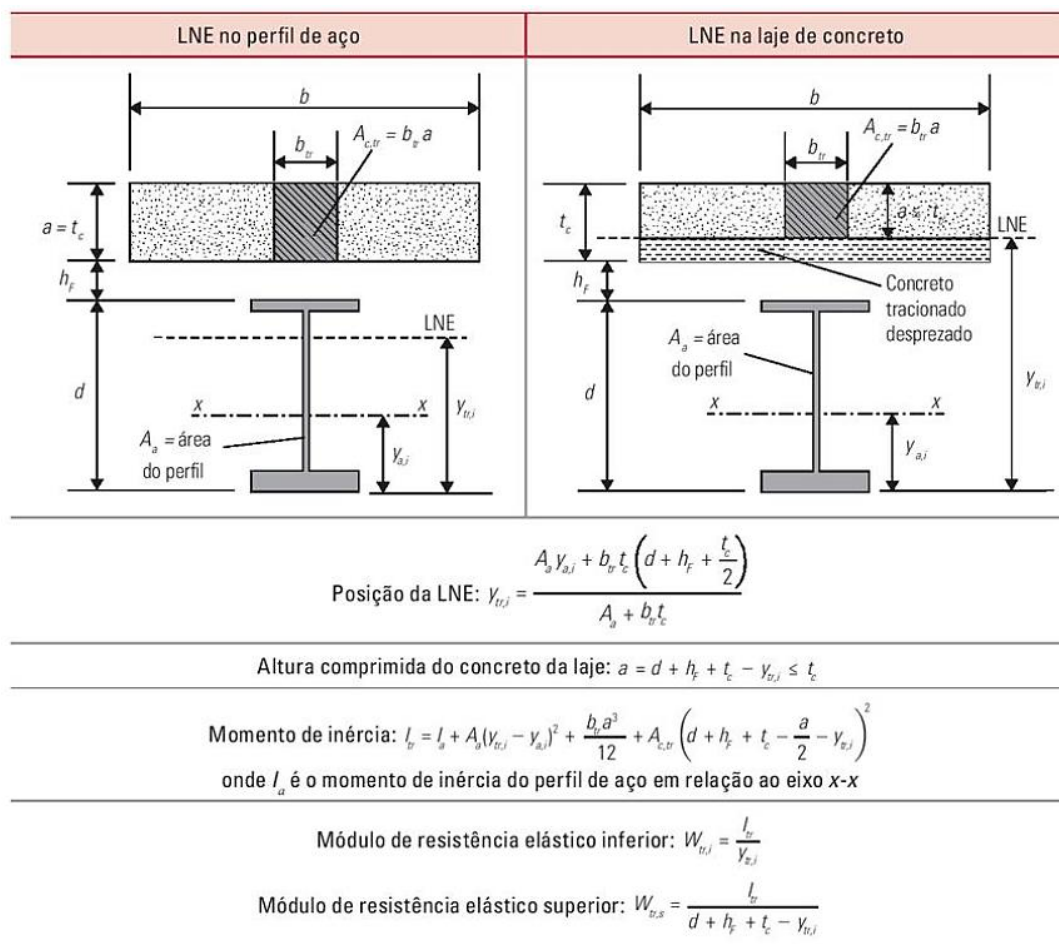
$$M_{rd} \leq \begin{cases} W_{tr,i} f_{yd} \\ \alpha_E W_{tr,s} f_{cd} \end{cases} \quad (20)$$

Em que $W_{tr,i}$ e $W_{tr,s}$ são os módulos resistentes elásticos em relação às faces inferior e superior da seção mista homogeneizada. Para obtê-los, a área de concreto é convertida em uma área equivalente de aço por meio da redução de sua largura efetiva b para uma largura transformada b_{tr} , conforme a Equação (21):

$$b_{tr} = \frac{b}{\alpha_E} \quad (21)$$

Fakury *et al.* (2016) apresentam o cálculo das propriedades geométricas e dos módulos resistentes elásticos da seção homogeneizada, considerando as possíveis posições da LNE, conforme mostrado na Figura 7.

Figura 7 – Propriedades geométricas da seção homogeneizada



Fonte: Fakury *et al.* (2016).

d) Vigas mistas semicomcompactas e interação parcial ($\alpha_{\min} \leq \alpha < 1,0$)

O cálculo do momento fletor resistente de cálculo nesse caso é feito de forma semelhante ao caso anterior, apenas substituindo o módulo $W_{tr,i}$ na Equação (20) por um módulo efetivo, com valor determinado por:

$$W_{ef,i} = W_{a,i} + \sqrt{\alpha}(W_{tr,i} - W_{a,i}) \quad (22)$$

Em que $W_{a,i}$ é o módulo de resistência elástico inferior do perfil de aço.

2.1.6 Dimensionamento das Vigas Mistas ao Esforço Cortante

A verificação da viga mista quanto ao esforço cortante é realizada de forma simplificada, onde se despreza a parcela de resistência da laje de concreto. Com isso, o dimensionamento é feito da mesma maneira que para vigas de aço, seguindo as recomendações da ABNT NBR 8800 (2008). De maneira geral, se busca garantir que a força cortante resistente de cálculo, V_{Rd} , seja igual ou superior à força cortante solicitante de cálculo, V_{Sd} , obtida levando em consideração a combinação última de ações. A verificação é mostrada na Equação (23).

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad (23)$$

Para vigas de aço com seção I e fletidas em relação ao seu eixo perpendicular, o valor do V_{Rd} é calculado a partir da comparação da esbeltez da viga de aço λ e os limites de esbeltez λ_p para seções compactas e λ_r para seções semicomcompactas, conforme mostra a Equação (24). Em todos os casos, o V_{Rd} é dependente da força cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento (V_{pl}), calculado pela Equação (25), onde A_w é a área efetiva de cisalhamento, tomada como o produto a altura total da seção (d) e da espessura da alma (t_w). Na verificação do cisalhamento, os limites de esbeltez λ_p e λ_r são respectivamente calculados pelas equações (26) e (27), onde se inclui o coeficiente k_v , cujo valor é 5,0 para almas sem enrijecedores transversais.

$$V_{Rd} = \begin{cases} \frac{V_{pl}}{\gamma_a}, & \text{para } \lambda \leq \lambda_p \\ \frac{\lambda_p}{\lambda} \cdot \frac{V_{pl}}{\gamma_a}, & \text{para } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r \\ 1,24 \cdot \left(\frac{\lambda_p}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{V_{pl}}{\gamma_a}, & \text{para } \lambda > \lambda_r \end{cases} \quad (24)$$

$$V_{pl} = 0,60 \cdot A_w \cdot f_y \quad (25)$$

$$\lambda_p = 1,10 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E_s}{f_y}} \quad (26)$$

$$\lambda_r = 1,37 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E_s}{f_y}} \quad (27)$$

2.1.7 Verificação da Flecha em Vigas Mistas

A determinação da flecha máxima ($\delta_{m\acute{a}x}$) de vigas mistas não escoradas considera a combinação rara de ações de serviço, e é calculada a partir da Equação (28). Nela, $\delta_{p,pa}$ é a flecha causada por ações permanentes antes da cura do concreto, $\delta_{p,ld}$ é a flecha gerada por ações permanentes após a cura do concreto, $\delta_{v,cd}$ é a flecha causada por ações variáveis de curta duração, $\delta_{v,ld}$ é a flecha gerada por ações variáveis de longa duração, $\delta_{p,te}$ é uma flecha eventual que é eliminada após a cura do concreto, e δ_c é uma contraflecha da viga.

$$\delta_{m\acute{a}x} = \delta_{p,pa} + \delta_{p,ld} + \delta_{v,cd} + \delta_{v,ld} - \delta_{p,te} - \delta_c \quad (28)$$

Para o cálculo das flechas, é utilizado o momento de inércia efetivo da seção homogeneizada da viga mista (I_{ef}), calculado conforme a Equação (29). Na expressão, I_a é a inércia do perfil de aço, α é o grau de interação da viga mista e I_{tr} é o momento de inércia da seção homogeneizada da viga mista considerando interação completa e calculada conforme apresentado anteriormente na Figura 7. No caso das flechas causadas por ações permanentes variáveis de longa duração, a razão a_E utilizada para determinar I_{tr} é multiplicado por três, de modo a considerar de forma simplificada os efeitos de fluência e retração do concreto. No caso da flecha $\delta_{p,pa}$, por ser referente à ações permanentes que atuam isoladamente na viga de aço, o momento de inércia utilizado em sua determinação é referente ao perfil de aço isolado, ou seja, I_a .

$$I_{ef} = I_a + \sqrt{\alpha} \cdot (I_{tr} - I_a) \quad (29)$$

O cálculo das flechas é realizado considerando o regime elástico, contanto que a resistência de escoamento do aço não seja superada pela tensão de tração na face inferior do perfil de aço. Essa verificação é feita considerando as mesmas inércias e ações utilizadas no cálculo da flecha.

2.2 DIMENSIONAMENTO DE LAJE MACIÇA DE CONCRETO ARMADO

A laje maciça que compõe o sistema estrutural proposto da passarela deve ser dimensionada para resistir aos carregamentos distribuídos em sua área, com armação suficiente para atender aos estados-limites último e de serviço estabelecidos na ABNT NBR 6118 (2014). A armadura desse tipo de laje pode ser empregada em uma ou em duas direções, a depender da relação entre o comprimento dos vãos em cada direção da laje. Conforme mostra a Equação (30), caso a relação (λ) entre o maior e o menor vão (respectivamente l_y e l_x) seja superior a 2, a laje é armada em uma única direção. Caso contrário, a laje deve ser armada nas duas direções.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \begin{cases} > 2 \rightarrow \text{Laje armada em uma direção} \\ \leq 2 \rightarrow \text{Laje armada nas duas direções} \end{cases} \quad (30)$$

No caso da passarela proposta neste trabalho, a laje será sempre armada em uma direção, posto que o vão longitudinal a ser vencido pela estrutura é maior do que o dobro da largura da passarela. Por isso, se adota uma armação disposta na direção de menor vão da laje, ou seja, no sentido transversal da passarela. Também se emprega uma armadura secundária na outra direção, com a função construtiva de manter o posicionamento da armadura principal durante o processo de concretagem.

O dimensionamento de lajes armadas em uma direção é feito de forma análoga ao de vigas, considerando faixas de largura unitária (1 metro). Nesse caso, o cálculo da área de aço (A_s) necessária para resistir à flexão simples, segue a Equação (31), em que x representa a posição da linha neutra, b é a largura considerada da laje (1 metro), f_{yd} é a resistência de cálculo do aço à tração e σ_{cd} possui valor igual a 0,85 vezes a resistência de cálculo do concreto à compressão (f_{cd}), como mostra a Equação (32). A posição da linha neutra (x), por sua vez, é calculada conforma mostra a Equação (33), em que d é distância da face com as fibras mais

comprimidas da laje até o centro de gravidade da armadura e M_d é o momento de cálculo atuante na laje.

$$A_s = \frac{0,8 \cdot x \cdot b \cdot \sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (31)$$

$$\sigma_{cd} \leq 0,85 \cdot f_{cd} \quad (32)$$

$$x = 1,25 \cdot d \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot M_d}{\sigma_{cd} \cdot b \cdot d^2} \right)} \right) \quad (33)$$

A norma ABNT NBR 6118 (2014) também estabelece uma taxa mínima para a armadura de flexão. Para elementos estruturais armados, essa taxa deve ser calculada a partir de um momento fletor mínimo ($M_{d,min}$) de valor obtido pela Equação (34), devendo ser superior a 0,15% da área de concreto (A_c). Na equação, W_0 é o módulo de resistência da seção transversal e $f_{ctk,sup}$ é resistência característica superior do concreto à tração.

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (34)$$

Visando garantir que a laje possua um comportamento dútil, a ABNT NBR 6118 (2014) propõe um limite para a posição da linha neutra (x). Para valores de f_{ck} inferiores a 50 MPa, a relação x/d deve ser inferior a 0,45. Outra limitação apresentada na norma diz respeito à espessura mínima da laje, que possui valor igual a 8 cm para lajes de piso não em balanço e de 10 cm para lajes em balanço. Ainda, no caso de lajes em balanço, aplica-se um coeficiente adicional γ_n de majoração aos esforços solicitantes, cujos valores são apresentados na Tabela 13.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

Por fim, o estado-limite de serviço da laje deve ser verificado com a avaliação de sua flecha. Nas estruturas de concreto, em função da possibilidade de geração de fissuras (estágio II) na parte tracionada do elemento, sua rigidez pode ser reduzida. Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), utiliza-se o momento de fissuração (M_r) para verificar se a estrutura está trabalhando no estágio II (com fissurações) ou no estágio I, sem considerar fissuras na estrutura. Seu valor é calculado conforme a Equação (35), onde α possui valor igual a 1,5 para seções retangulares, f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, I_c é a inércia da seção bruta de concreto e y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (35)$$

Se o valor de M_r for maior ou igual ao momento fletor atuante na estrutura, considera-se que o concreto está no estágio I e admite-se que não há fissuras. Nesse caso, as flechas são calculadas a partir da inércia da seção bruta do concreto (I_c). Caso contrário, considera-se que o elemento se encontra no estágio II e apresenta fissuras. Nessa situação, a flecha imediata deve ser determinada a partir de uma inércia equivalente (I_{eq}). A I_{eq} é determinada conforme o item 17.3.2.1 da ABNT NBR 6118 (2014).

A avaliação da flecha total (a_t) da laje é feita considerando a soma da flecha imediata (a_i) e da flecha diferida (a_f), que corresponde ao fenômeno de fluência do concreto e é função do tempo. Os limites máximos de deslocamentos são apresentados na Tabela 13.3 da ABNT NBR 6118 (2014).

Mais detalhes sobre o dimensionamento e verificações de lajes em concreto armado podem ser consultados na própria ABNT NBR 6118 (2014) e em Bastos (2021).

2.3 AÇÕES

Segundo a versão corrigida da ABNT NBR 8681 (2004), as ações atuantes em estruturas são classificadas como permanentes, variáveis e excepcionais. As permanentes são as que apresentam um valor constante ao longo da vida útil da estrutura, e são constituídas principalmente pelo peso próprio da estrutura e de elementos não estruturais permanentemente ligados à construção, como os guarda-corpos de uma passarela, por exemplo.

As ações variáveis, por sua vez, apresentam variações em sua intensidade. No caso de passarelas, as que comumente apresentam maior influência e, por isso, serão consideradas neste trabalho, são:

- Ações de vento: determinadas empregando a ABNT NBR 6123 (1988). No caso de passarelas, a maior intensidade de carregamentos ocorre para o vento atuando perpendicularmente ao maior vão da estrutura.
- Ações móveis: proveniente da utilização da passarela pelos pedestres, sua consideração na análise é mais simples se comparada às cargas móveis de pontes rodoviárias. Segundo a ABNT NBR 7188 (2013), deve ser considerada uma carga distribuída uniformemente

entre os guarda-corpos e em posição mais desfavorável à estrutura, com valor de 5,0 kN/m² e sem consideração de coeficiente de impacto vertical.

A ABNT NBR 7188 (2013) também apresenta uma ação excepcional visando a mitigação de possíveis impactos na estrutura. Essa é uma carga horizontal pontual com intensidade de 100 kN, devendo ser aplicada no ponto mais desfavorável da passarela, considerando o sentido do tráfego sob a passarela.

Para aplicação das ações na estrutura e posterior dimensionamento, devem ser utilizadas combinações, considerando diferentes coeficientes de ponderação. A ABNT NBR 8681 (2004) apresenta as combinações que devem ser consideradas. No caso das passarelas, o estado-limite último é dimensionado para atender aos esforços gerados pelas combinações última normal e excepcional de cargas. O estado-limite de serviço, por sua vez, é verificado utilizando-se combinações quase permanentes de serviço. Mais detalhes podem ser encontrados na ABNT NBR 8681 (2004), na ABNT NBR 8800 (2008) e ABNT NBR 6118 (2014).

2.3.1 Vibração em Passarelas

As melhorias recentes nas resistências dos materiais estruturais, em conjunto com as exigências de performance econômica e estética, acarretaram o aumento significativo da esbeltez das passarelas, tornando-as mais suscetíveis a problemas estruturais causados por vibrações induzida por pedestres (JIMÉNEZ-ALONSO; SÁEZ, 2017a). Embora os carregamentos móveis em passarelas se movimentem lentamente e possuam magnitudes bastante inferiores às consideradas em pontes rodoviárias e ferroviárias, ainda é possível que seja gerado um fenômeno de excitação harmônica (KILIKEVIČIUS *et al.*, 2020).

Jiménez-Alonso e Sáez (2017a) afirmam que diversas normas e diretrizes internacionais foram propostas para dar aos engenheiros subsídios para analisar o comportamento dinâmico de passarelas sob ações de pedestres. Ainda segundo os mesmos autores, tais diretrizes incluem medidas que visam mitigar as vibrações induzidas por pedestres, que incluem a modificação da massa modal, a modificação da frequência natural e a instalação de dispositivos de amortecimento.

Segundo Mendes (2014), as normas de projeto que apresentam critérios para realizar a verificação do conforto humano em passarelas se apresentam de duas maneiras distintas quanto à avaliação. A primeira consiste na segurança estrutural, em que se objetiva evitar a ocorrência do fenômeno da ressonância. Para isso, busca-se evitar que a frequência natural da estrutura

esteja dentro de um intervalo característico do caminhar humano, considerado de 1,4 a 2,4 Hz. Outras normas estendem o intervalo até a frequência de 5 Hz, para evitar a possibilidade de o caminhar humano excitar o segundo harmônico de vibração da estrutura, pela aproximação ou pela coincidência de frequências. Queiroz (2014) reúne as faixas de risco adotadas por algumas normativas e alguns autores, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1 – Faixas de frequência de risco

Referência	Tipo	Faixa de Risco	País/Região
Bachmann (1995)	Artigo	1,6 Hz a 2,4 Hz	–
EUROCODE 2 (2010)	Norma Técnica	1,6 Hz a 2,4 Hz	Europa
EUROCODE 5 (2004)	Norma Técnica	< 5,0 Hz	Europa
EUROCODE 0 (2009)	Norma Técnica	<5,0 Hz	Europa
BS 5400 (1978)	Norma Técnica	<5,0 Hz	Reino Unido
ISO/DIS 10137 (2007)	Norma Técnica	1,7 Hz a 2,3 Hz	Internacional
CEB Bulletin 209 (1991)	Norma Técnica	1,65 Hz a 2,35 Hz e 3,5 a 4,5 Hz	Suíça
HIVOSS (2008)	Documento Técnico	1,25 Hz a 4,5 Hz	Europa

Fonte: Adaptado de Queiroz (2014).

Na segunda maneira, as normas e diretrizes realizam a avaliação do conforto humano e do desempenho dinâmico da passarela, a partir de uma estimativa de vibrações que é comparada a limites que buscam reduzir o desconforto para os usuários (MENDES, 2014). A partir de uma análise mais consistente do comportamento das estruturas, permite-se o projeto de estruturas esbeltas e com frequência natural mais próximas dos limites de risco, desde que se garanta uma resposta adequada da estrutura (QUEIROZ, 2014).

Conforme citado no item anterior, a ABNT NBR 7188 (2013), que estabelece as cargas móveis de passarelas, considera a ação variável dos pedestres a partir de uma simplificação da carga dinâmica por uma estática, de valor igual a 5 kN/m². Porém, a norma afirma a necessidade de comprovação da estabilidade global da estrutura através de modelos dinâmicos, especialmente as de aço, mistas, pênseis e estaiadas.

A ABNT NBR 6118 (2014) apresenta, em seu item 23, a análise das ações dinâmicas e fadiga de estruturas de concreto armado. Segundo a norma, essas ações podem gerar tanto estados-limites de serviço quanto estados-limites últimos, por vibrações excessivas ou fadiga.

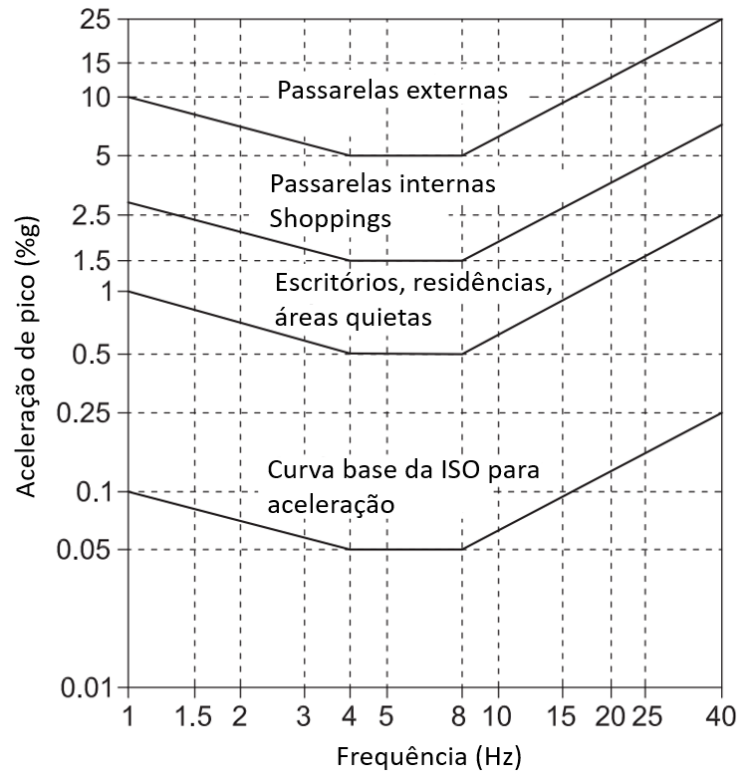
Nas estruturas submetidas a vibrações, para que o seu comportamento seja considerado satisfatório, a frequência natural da própria estrutura (f_n) deve ser maior que 1,2 vezes o a frequência crítica ($f_{crítica}$). No caso de passarelas de pedestres ou ciclistas, o intervalo crítico de frequências é de 1,6 Hz e 4,5 Hz.

Por sua vez, a ABNT NBR 8800 (2008) afirma que, em estruturas de grandes vãos e com amortecimento reduzido, o uso dessas estruturas pode gerar vibrações e causar desconforto para as realizações das atividades humanas, conforme o Anexo L da referida norma. Para evitar esse problema, deve-se realizar uma análise dinâmica da estrutura, considerando as naturezas das cargas dinâmicas, como o caminhar de pessoas, além de acatar os critérios de conforto humano, a frequência natural da estrutura, a razão de amortecimento modal e os pesos efetivos da estrutura. A norma estabelece que a frequência natural da estrutura não deve ser inferior a 3 Hz em nenhum caso. Além disso, a ABNT NBR 8800 (2008) apresenta uma avaliação simplificada para as atividades humanas normais. No caso de pisos que as pessoas caminham regularmente, a menor frequência natural deve ser maior que 4 Hz, condição considerada satisfeita caso o deslocamento seja inferior a 20 mm, considerando as vigas como biapoiadas e utilizando a combinação frequente de serviço com as ações permanentes e variáveis. Nos pisos em que pessoas saltam ou dançam, a frequência natural mínima deve ser maior que 6 Hz, devendo ser aumentada para 8 Hz caso a atividade seja muito repetitiva. Para satisfazer tais condições, os deslocamentos devem estar limitados a 9 mm e 5 mm, respectivamente.

Além dessas, existem diversas normas, diretrizes e guias internacionais que apresentam recomendações para a verificação do conforto humano em estruturas como passarelas, que estão sujeitas a vibrações induzidas por atividades humanas. Os trabalhos de Mendes (2014) e de Queiroz (2014) apresentam uma extensa revisão sobre o tema.

O *Design Guide 11* (AISC, 2016) fornece princípios básicos e ferramentas analíticas para avaliar as vibrações induzidas por atividade humana em sistemas estruturais de aço. O guia traz uma metodologia que consiste em duas etapas, iniciando pela predição da resposta estrutural em termos de aceleração, e limites de tolerância. O referido documento afirma que a resposta humana às vibrações é bastante complexa, e a reação das pessoas varia em função da atividade em prática. Pessoas em casa ou em escritórios, por exemplo, apresentam desconforto com picos de aceleração acima de 0,5% da aceleração da gravidade (0,5%g), enquanto pessoas praticando atividades físicas aceitam vibrações com acelerações de 5%g a 15%g. Usuários de passarelas internas ou shoppings estão dentro desse intervalo, por volta de 1,5%g, enquanto para passarelas externas a aceleração aceitável pode ser superior.

Figura 8 – Limites de tolerância para aceleração de pico do *Design Guide 11*



Fonte: Adaptado de *Design Guide 11* (AISC, 2016).

A comissão europeia desenvolveu diretrizes para o projeto de estruturas de aço considerando as vibrações induzidas por humanos, a partir de dois projetos que investigaram o tema. O documento, chamado de HiVoSS (*Human-induced Vibration of Steel Structures*), disponibiliza diretrizes para o projeto de pisos e de passarelas. No caso das passarelas, o guia do HiVoSS (2008) apresenta uma metodologia para o projeto que consiste em sete passos. O primeiro é avaliação das frequências naturais da passarela, seja pelo método dos elementos finitos ou fórmulas analíticas. O segundo passo é verificação da faixa de frequências naturais, cujo intervalo crítico é considerado de 1,25 Hz a 4,6 Hz para vibrações longitudinais e de 0,5 Hz a 1,2 Hz para vibrações laterais. Caso a passarela esteja compreendida dentro desses intervalos, é preciso realizar o terceiro passo, que consiste na avaliação de situações de processos, a partir da definição de classes de tráfego e classes de conforto, que irão proporcionar na aceleração limite do projeto. O quarto passo é onde os parâmetros de amortecimentos da estrutura são avaliados e definidos, a depender do tipo de material estrutural empregado e nos efeitos locais de apoios. Após isso, o quinto passo é realizar a avaliação da máxima aceleração para cada situação de projeto, em que o guia apresenta três métodos distintos para sua realização. Por fim, o sexto e o sétimo passo são a verificação do efeito *lock-in* na direção lateral

e do nível de conforto, respectivamente. Caso a estrutura não atenda alguma dessas verificações, é necessário adicionar algum tipo de controle lateral e repetir a aplicação da metodologia.

A norma brasileira ABNT NBR 7187 (2021) apresenta, em seu anexo C, uma metodologia para a verificação da aceleração máxima ($a_{máx}$) gerada pela vibração induzida pelo caminhar das pessoas, e a determinação do nível de conforto dos usuários. O cálculo da $a_{máx}$ horizontal e vertical é feito levando em consideração a quantidade de pedestres trafegando na passarela, e seu valor é dado pela expressão mostrada na Equação (36). Nela, $K_{a,95\%}$, C , K_1 , K_2 e K_f são constantes obtidas a partir de tabelas da referida norma em função da densidade de pessoas, d é a densidade de pessoas por metro quadrado, L é o comprimento da passarela, b é a largura da passarela e M_i é massa modal associada ao modo i , e ε é o coeficiente de amortecimento da estrutura. A determinação do nível de conforto dos usuários é feita a partir da comparação do valor obtido de $a_{máx}$ com as acelerações limites, classificando a estrutura conforme mostra a Tabela 2.

$$a_{máx} = K_{a,95\%} \cdot \frac{d \cdot L \cdot b}{M_i} \cdot \sqrt{C \cdot K_f^2 \cdot K_1 \cdot \varepsilon^{K_2}} \quad (36)$$

Tabela 2 – Nível de conforto e acelerações limites da ABNT NBR 7187

Nível de Conforto	Descrição	Máxima Aceleração Vertical (m/s²)	Máxima Aceleração Horizontal (m/s²)
Máximo	Acelerações imperceptíveis	<0,50	<0,10
Médio	Acelerações pouco perceptíveis	0,50 a 1,00	0,10 a 0,30
Mínimo	Acelerações perceptíveis, mas toleráveis	1,00 a 2,50	0,30 a 0,80
Inaceitável	Acelerações perceptíveis e não toleráveis	>2,50	>0,80

Fonte: ABNT NBR 7187 (2021).

2.4 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

O conceito de otimização, na matemática, pode ser definido como o estudo de problemas em que se busca encontrar, através de uma escolha sistematizada, os valores ótimos ou extremos de uma função. Segundo Vanderplaats (1984), a otimização se preocupa em atingir a melhor solução de uma determinada operação, enquanto satisfaz determinadas restrições. As técnicas de otimização são ferramentas de vasta aplicação em sistemas físicos, consistindo em um largo campo de pesquisa e conhecimento. Matematicamente, um problema de otimização pode ser descrito como:

Maximizar ou minimizar:

$$f(x_i), \text{ sendo } i = 1, \dots, n \quad (37)$$

Sujeito a:

$$g_j(x_i) \leq 0, \text{ sendo } j = 1, \dots, m \quad (38)$$

$$h_k(x_i) = 0, \text{ sendo } k = 1, \dots, l \quad (39)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad (40)$$

Na Equação (37), $f(x_i)$ corresponde à função objetivo que se busca maximizar ou minimizar, representando um valor utilizado para medir o desempenho do problema analisado. Essa função é calculada a partir das variáveis x , sendo sua quantidade representada por n . Nas Equações (38) e (39), $g_j(x_i)$ e $h_k(x_i)$ representam as restrições de desigualdade e de igualdade do problema, respectivamente. O campo de busca, ou seja, a limitação de valores que as variáveis podem assumir, é restrito a um limite superior e inferiores, representados respectivamente por x_i^L e x_i^U . Com isso, se determina a restrição lateral do problema, conforme a Equação (40).

Na engenharia estrutural, a otimização encontra aplicação, majoritariamente, na minimização de custos da estrutura, ao mesmo tempo em que satisfaça os critérios de dimensionamento aplicáveis ao problema estudado. Cohn e Dinovitzer (1994) explicam que o desenvolvimento da otimização estrutural se deu no início da década de 1960, onde o principal objetivo era minimizar o peso das estruturas. Entretanto, com a popularização do tema, a otimização estrutural passou a ser empregada com diversos objetivos e problemas distintos.

Para solucionar esses problemas, inicialmente eram aplicados os métodos determinísticos, que consistem em algoritmos matemáticos baseados no cálculo diferencial. Tais métodos são bastante rápidos e precisos em problemas de baixa complexidade, apresentando resultados exatos. Outra característica é que, por não envolverem decisões de caráter aleatório, os resultados ótimos serão sempre os mesmos para um determinado parâmetro de entrada. Por esse motivo, o desempenho desses métodos é diretamente relacionado à estimativa inicial de solução, utilizada como ponto de partida.

Os métodos determinísticos também possuem outras limitações quanto a sua aplicação, como a exigência de que as funções sejam diferenciáveis e contínuas, bem como a dificuldade de resolução de problemas que envolvem variáveis discretas. Além disso, não há garantias de que a solução ótima encontrada seja de fato o ponto extremo global, pois esses algoritmos convergem ao ótimo local mais próximo do ponto de partida. Na engenharia estrutural, é comum que as funções envolvidas no dimensionamento apresentem alta complexidade e grande número de variáveis, com diversos pontos de ótimo local, além de muitas vezes serem descontínuas e não convexas. Nesses casos, a aplicação dos métodos determinísticos é impossibilitada ou apresenta desempenho insatisfatório.

Todavia, o desenvolvimento de computadores de alto poder de processamento no século XX possibilitou um grande progresso nos métodos de otimização. Segundo Rao (2009), na modernidade, emergiram algoritmos probabilísticos chamados de métodos heurísticos, que são baseados na observação de fenômenos da natureza. Diferente dos algoritmos matemáticos, as técnicas probabilísticas podem ser consideradas estocásticas, visto que envolvem probabilidades de certos eventos ocorrerem, em conjunto com um refinamento das soluções. Segundo Medeiros e Kripka (2012), essas técnicas encontram as soluções dentro de todo o espaço viável disponível através de uma busca sistemática, sendo independentes de cálculos de derivadas. Dessa forma, as heurísticas não se prendem facilmente a extremos locais, podendo ser chamados de algoritmos de otimização global.

A avaliação das soluções é feita a partir da avaliação direta da função objetivo, que é feita a cada iteração do algoritmo. Entretanto, por envolverem decisões aleatórias em seu algoritmo, se exige número de cálculos da função objetivo bastante elevado, o que pode tornar esses métodos computacionalmente caros. Também em função da aleatoriedade das heurísticas, os resultados obtidos normalmente são diferentes em cada execução, sendo menos precisas que os métodos determinísticos. Isso também ocorre por não existir garantia de que a solução obtida seja de fato a melhor possível, porém fornecem uma boa aproximação dela.

Por conta de suas características, as heurísticas vêm sendo empregadas para solucionar problemas complexos de otimização estrutural, e o interesse pelos algoritmos tem crescido consideravelmente. Existe uma vasta gama de algoritmos que apresentam resultados promissores, sendo os mais populares descritos brevemente a seguir, de forma cronológica. Os Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithm*) deram origem aos métodos heurísticos, e foi desenvolvido por Holland (1975) com base na teoria da evolução biológica. O Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*), é baseado no processo de aquecimento e resfriamento controlado dos metais durante sua produção, e o método foi criado por Kirkpatrick *et al.* (1983). A Busca Tabu (*Tabu Search*) consiste em uma metaheurística baseada na memória adaptativa, que é composta por uma estrutura organizada do histórico de busca pelas soluções. O método foi proposto por Glover (1986). A Colônia de Formigas (*Ant Colony*), publicado por Coloni, Dorigo e Maniezzo (1991), é um método que busca simular o comportamento utilizado por colônias de formigas para traçar rotas entre o formigueiro e o alimento, a partir da excreção de feromônios. O Enxame de Partículas (*Particle Swarm*) foi criado por Kennedy e Eberhart (1995), sendo seu algoritmo inspirado na dinâmica dos movimentos de insetos, pássaros e peixes. A Busca Harmônica (*Harmony Search*) é inspirada na improvisação musical do Jazz durante a busca pela harmonia perfeita, a técnica foi proposta por Geem, Kim e Loganathan (2001). Mais detalhes sobre o algoritmo, que será utilizado no desenvolvimento deste trabalho, são apresentados no Item 2.6.

2.5 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Collette e Siarry (2004) afirmam que, durante a modelagem de um problema de otimização, é comum se encontrarem dificuldades em definir uma única função como objetivo. Nessas situações, a otimização multiobjetivo, ou multicritério, fornece uma certa flexibilidade à modelagem do problema, podendo inclusive conter objetivos denominados conflitantes. Um exemplo simples na engenharia estrutural que pode ser citado é a minimização do peso de uma viga e a minimização de seu deslocamento. Para reduzir o peso da viga, é necessário reduzir suas dimensões da seção transversal, enquanto para reduzir os deslocamentos, são necessárias maiores alturas para a viga.

Um problema de otimização multiobjetivo pode ser formulado como:

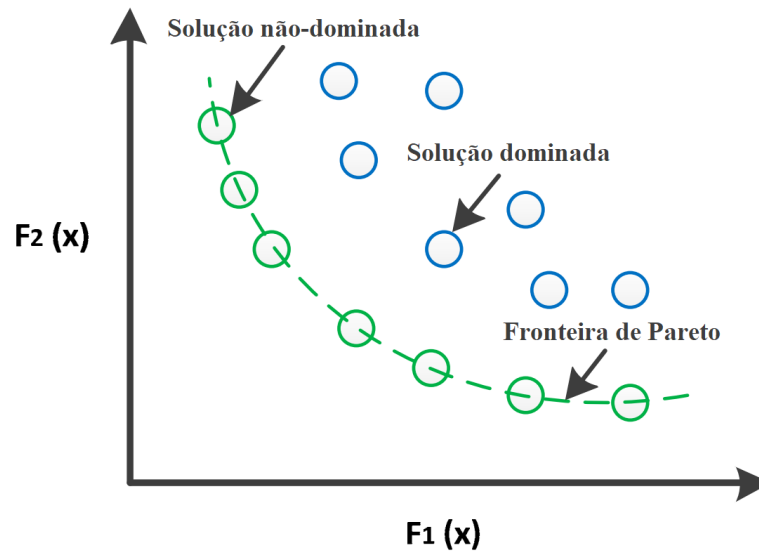
$$\begin{aligned}
 & \text{maximizar ou minimizar } F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_{MO}(x)) \\
 & \text{sujeito a: } g_j(x) \leq 0, \text{ sendo } j = 1, \dots, m \\
 & \quad h_k(x) = 0, \text{ sendo } k = 1, \dots, l \\
 & \quad x_i^L \leq x_i \leq x_i^U
 \end{aligned} \tag{41}$$

Sendo $F(x)$ um vetor que contém as funções objetivos distintas, e MO representa o número total de funções objetivo. Conforme é possível notar na Equação (41), as restrições são tratadas de forma análoga à otimização mono-objetivo. Entretanto, na otimização multiobjetivo, é comum se referir a x como variável de decisão.

Ao contrário da otimização mono-objetivo, a otimização multiobjetivo não é capaz de gerar uma única solução ótima para o problema. Em vez disso, o resultado é um conjunto de soluções, chamadas de soluções pareto-ótimas. Esse conceito define uma solução como pareto-ótima somente se não exista nenhuma outra solução que possa melhorar algum dos objetivos sem causar a piora de pelo menos um outro objetivo. Essas soluções também são chamadas de não-dominadas, que não podem ser identificadas como melhores ou piores que as outras, sem que haja uma definição de importâncias a cada objetivo.

Com o conjunto de soluções pareto-ótimas, se forma a Fronteira de Pareto, que relaciona os objetivos distintos e suas soluções não-dominadas. Com sua análise, o projetista é capaz de basear sua tomada de decisões em um conjunto de soluções eficientes, facilitando a compensação da piora de uma função objetivo com uma melhora significativamente maior em outra função objetivo. Esse e os demais conceitos explicados são ilustrados na Figura 9.

Figura 9 – Soluções dominadas, não dominadas e Fronteira de Pareto



Fonte: Adaptado de Mahesh, Nallagownden e Elamvazuthi (2016).

A resolução de problemas multiobjetivo é, por si só, um grande desafio, dada a dificuldade de encontrar soluções que otimizem objetivos que são conflitantes e que sejam factíveis. Porém, outro problema surge no momento da escolha de uma solução da Fronteira de Pareto, visto a necessidade de definir um critério apropriado para a tomada de decisão. Collette e Siarry (2004) dividem os métodos de otimização multiobjetivo em três famílias distintas:

- Métodos *a priori*:

A tomada de decisão é feita antes da execução da otimização. É comum, por exemplo, que sejam adotados pesos que definem a importância de cada objetivo, criando uma função calculada a partir da soma dos produtos entre as funções e seus respectivos pesos. Nesse novo problema de otimização, que se torna mono-objetivo, a dificuldade se encontra justamente na estimativa desses pesos, que muitas vezes é feita de forma subjetiva. Outro ponto negativo é que, caso haja alteração na preferência entre os objetivos, é necessário executar a otimização novamente. Por outro lado, o problema se torna simplificado e exige menos esforço computacional.

- Métodos progressivos:

Nesses métodos, a decisão e a otimização ocorrem de forma conjunta, de modo que as preferências são definidas antes de cada iteração, possibilitando que o tomador de decisões guie a busca por soluções. Por exigir atenção do decisor ao longo da otimização, esses métodos se tornam inviáveis em problemas mais complexos.

- Métodos *a posteriori*:

O processo de tomada de decisão nesses métodos é feito somente ao final da otimização, com a obtenção da Fronteira de Pareto. Assim, todas as soluções são tratadas como igualmente importantes, e o resultado para o decisor é um conjunto de alternativas. São custosos computacionalmente, pois exigem a geração e o armazenamento de um número expressivamente maior de soluções. Por outro lado, esses métodos dispensam a modelagem de preferências, bem como permite uma comparação criteriosa e aprofundada entre as soluções não-dominadas. É possível, por exemplo, verificar que uma pequena piora em um dos objetivos, resulte em melhorias consideráveis em outro objetivo. Esse tipo de análise não é possível de ser feita nos outros métodos, e por isso se optou por empregar um método *a posteriori* neste trabalho.

2.6 BUSCA HARMÔNICA

O método da Busca Harmônica (*Harmony Search* – HS), proposto por Geem, Kim e Loganathan (2001), é um dos algoritmos heurísticos que vêm sendo empregados para solucionar problemas de otimização estrutural. A técnica possui inspiração em um fenômeno artificial: a improvisação musical do Jazz, onde os músicos buscam pela harmonia perfeita entre os sons e notas de cada instrumento. Segundos os autores do método, assim como a otimização busca o ótimo global através da avaliação de uma função objetivo, os músicos tentam encontrar a harmonia perfeita, determinada por uma estimativa estética.

Na analogia proposta pelos autores, a harmonia perfeita corresponde ao ótimo global do problema de otimização. Para obtê-la, os músicos buscam a melhor combinação de notas (valores numéricos) produzidas pelos instrumentos (variáveis do problema). Esse processo é realizado através de tentativas repetidas (iterações), levando-se em consideração as experiências prévias dos músicos e a partir de improvisações. A partir da estimativa estética, as harmonias (soluções) são avaliadas e, ao longo das improvisações, as melhores harmonias vão sendo memorizadas, enquanto as piores são descartadas e substituídas. Por isso, é possível dizer que funcionamento do algoritmo se baseia em memorização e improviso.

Na publicação original, Geem, Kim e Loganathan (2001) caracterizam o algoritmo em 4 etapas básicas, que são descritas a seguir. Porém, antes de iniciar o algoritmo da HS, é possível incluir uma etapa que as antecede, consistindo na inicialização do problema e dos parâmetros do algoritmo, considerada como a etapa 1. Tal consideração é feita por Lee e Geem (2004) e Wang, Gao e Zenger (2015).

a) Etapa 1 – Inicialização do problema e parâmetros do algoritmo: consiste na definição da função objetivo, das restrições do problema e dos valores dos parâmetros do algoritmo. Como parâmetros, a HS possui o tamanho da memória harmônica (*Harmony Memory Size – HMS*), a taxa de escolha de um valor da memória (*Harmony Memory Considering Rate – HMCR*), a taxa de ajuste dos valores (*Pitch Adjusting Rate – PAR*), o tamanho máximo do passo de ajuste (*Bandwidth – bw*) e o quantidade máximo de improvisos (*Maximum Improvisation – MI*).

b) Etapa 2 – Inicialização da memória harmônica: é a primeira etapa da publicação original, e é onde se propõe o conjunto de soluções iniciais, que compõem a memória harmônica (*Harmony Memory – HM*). A *HM* é uma matriz descrita pela Equação (42), em que cada linha é um vetor de solução, e possui número de linhas igual ao *HMS* e número de colunas igual à quantidade de variáveis do problema (*N*). A geração do conjunto inicial de harmonias pode ser feita de maneira aleatória dentro o campo de busca possível ou pode ser sugerida.

$$HM = \begin{bmatrix} x_i^1 & \cdots & x_N^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^{HMS} & \cdots & x_N^{HMS} \end{bmatrix} \quad (42)$$

c) Etapa 3 – Improvisação de novas harmonias: é a geração de um novo conjunto de soluções a partir da improvisação. A criação das harmonias pode ser feita considerando a própria *HM*, por ajustes finos nas soluções já armazenadas na *HM* ou por uma seleção randômica dentro do espaço de busca. A determinação de qual das maneiras será utilizada é feita com base nos parâmetros *HMCR* e *PAR*. Inicialmente, um número aleatório dentro do intervalo de 0 e 1 ($rand_1$) é gerado para cada variável x'_i . Se seu valor for menor que o *HMCR* (probabilidade igual a *HMCR*), o valor da variável será igual ao de alguma solução já armazenado na *HM*. Caso contrário (probabilidade igual a $1-HMCR$), a variável terá um valor improvisado, denominado X_i . Esse procedimento é exibido na Equação (43).

$$x'_i \leftarrow \begin{cases} x'_i \in \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^{HMS}\}, & rand_1 < HMCR \\ x'_i \in X_i, & rand_1 \geq HMCR \end{cases} \quad (43)$$

A improvisação do valor para variável, por sua vez, verifica o parâmetro *PAR* para escolher dentre duas maneiras possíveis de calcular seu novo valor, conforme exibido na Equação (44). Um novo número aleatório é gerado entre 0 e 1 ($rand_2$), e caso seja inferior ao

PAR (probabilidade igual a PAR), o valor da variável é calculado considerando uma das soluções da HM , com um ajuste fino da nota. Esse ajuste utiliza o valor atual da variável e soma a ele um passo em direção às outras notas, determinado pelo produto de bw e um valor randômico $rand$, como demonstrado na Equação (45).

$$\text{ajuste da nota } x'_i \leftarrow \begin{cases} SIM, & rand_2 < PAR \\ NÃO, & rand_2 \geq PAR \end{cases} \quad (44)$$

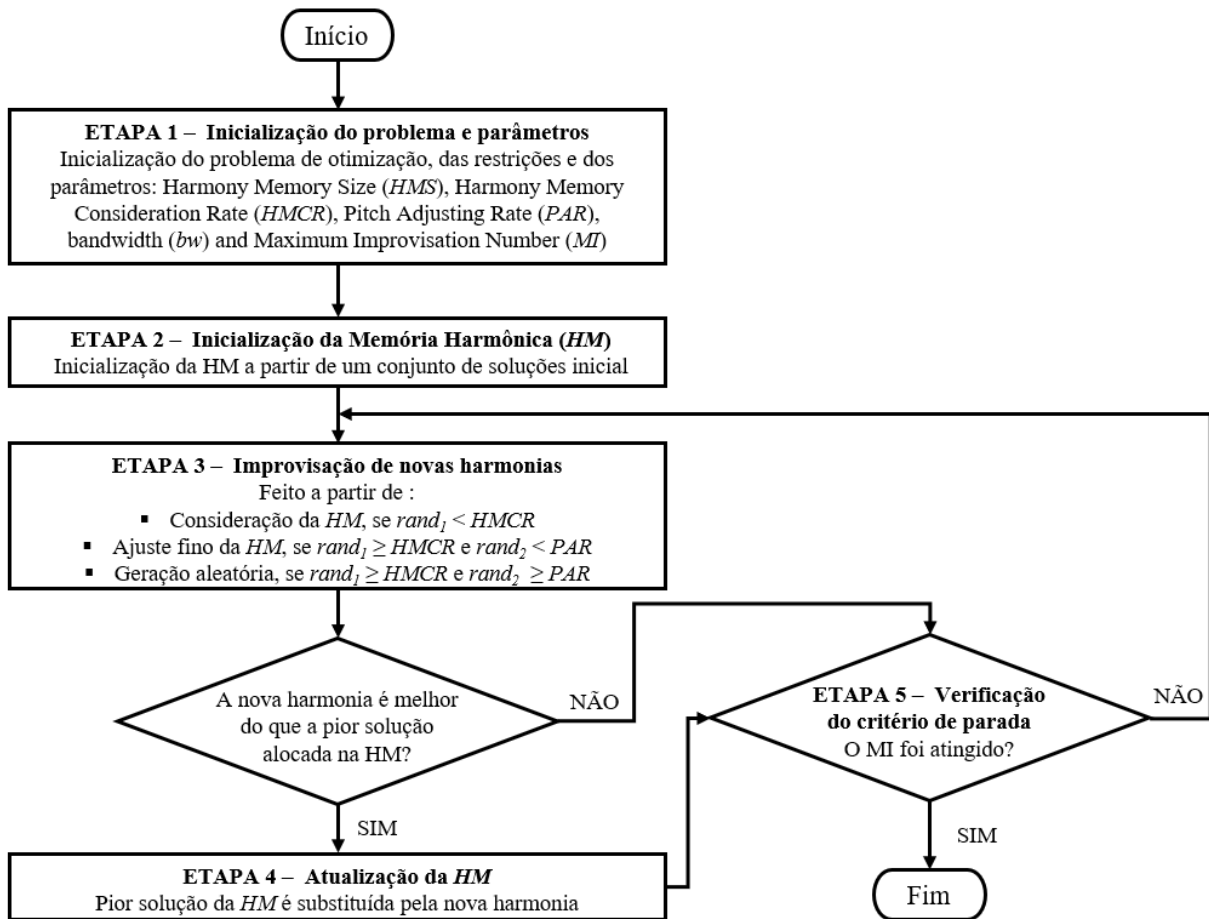
$$x'_i \leftarrow x'_i \pm rand \cdot bw \quad (45)$$

d) Etapa 4 – Atualização da Memória Harmônica: se a nova harmonia improvisada na etapa 3 for melhor do que a pior solução armazenada na HM , ela a substitui. Caso contrário, a nova solução é descartada. Essa verificação é executada a cada iteração, de modo que as melhores soluções vão sendo armazenadas enquanto as piores são descartadas.

e) Etapa 5 – Verificação do critério de parada: ao final de cada iteração do algoritmo, é verificado se o critério de parada é atendido. Usualmente, esse critério é um número máximo de improvisações (MI). Se a verificação for verdadeira, o algoritmo é finalizado e, como resposta, retorna a melhor solução armazenada na HM . Caso contrário, as etapas 3, 4 e 5 são repetidas.

O algoritmo básico do método da Busca Harmônica é mostrado na Figura 10, levando em consideração as etapas descritas acima.

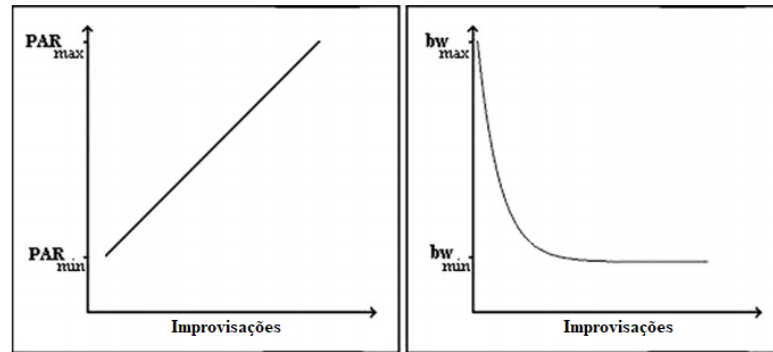
Figura 10 – Fluxograma básico da Busca Harmônica



Fonte: Adaptado de Medeiros (2012).

Desde a publicação do método original, a Busca Harmônica se popularizou e, com isso, diversas modificações e melhoramentos foram propostos. Algumas delas são reunidas e citadas por Geem (2010a), Yi, Lu e Li (2019) e Zhang e Geem (2019). Dentre eles, se destaca o algoritmo da Busca Harmônica Melhorada (*Improved Harmony Search – IHS*), desenvolvido por Mahdavi, Fesanghary e Damangir (2007). Nessa versão melhorada, os parâmetros *PAR* e *bw* são refinados por uma variação dinâmica ao longo das iterações. Conforme ilustra a Figura 11, o valor de *PAR* apresenta um crescimento linear, enquanto o *bw* decresce exponencialmente, ambos limitados a limites mínimos e máximos.

Figura 11 – Variação dinâmica de PAR e bw ao longo das improvisações



Fonte: Adaptado de Mahdavi, Fesanghary e Damangir (2007).

Os valores de PAR e bw , em cada iteração, são calculados a partir das Equações (46) e (47). Na primeira equação, gn é o número da geração (improvisação) atual, $PAR_{mín}$ e $PAR_{máx}$ são respectivamente os limites inferior e superior para o valor de PAR e $PAR(gn)$ é valor de PAR em cada geração. Na última, $bw_{mín}$ e $bw_{máx}$ são os limites mínimo e máximo para os valores de bw e $bw(gn)$ é valor do bw para improvisação gn .

$$PAR(gn) = PAR_{mín} + (PAR_{máx} - PAR_{mín}) \cdot \frac{gn}{MI} \quad (46)$$

$$bw(gn) = bw_{máx} \cdot e^{\left\{ \left[\ln\left(\frac{bw_{mín}}{bw_{máx}}\right) \right] \frac{gn}{MI} \right\}} \quad (47)$$

A Busca Harmônica teve sua eficiência em problemas de otimização estrutural atestada em diversas publicações. A HS e suas versões melhoradas foram aplicadas em estruturas mistas de aço-concreto, onde citam-se os trabalhos de Kaveh e Abadi (2010), Kaveh e Ahangaran (2012), Korouzhdeh e Eskandari-Naddaf (2018) e Cakiroglu *et al.* (2021).

2.6.1 Busca Harmônica Multiobjetivo

O método da Busca Harmônica e suas modificações são empregadas em diversos problemas de engenharia, apresentando um bom desempenho e se mostrando uma alternativa viável e competitiva em relação a outros métodos de otimização. Porém, a estrutura básica de seu algoritmo foi desenvolvida para aplicações em problemas de otimização mono-objetivo.

Por esse motivo, o método necessita de adaptações em seu algoritmo para tornar-se aplicável a problemas multiobjetivo, que também devem ter sua eficácia atestada a partir de aplicações e comparações de resultados com outros métodos de otimização multiobjetivo já consagrados no campo de pesquisa.

Nesse sentido, alguns trabalhos foram desenvolvidos buscando propor algoritmos para a Busca Harmônica Multiobjetivo, com um interesse crescente nos últimos anos (MOLINA-PÉREZ *et al.*, 2021). Naturalmente, as primeiras aplicações da HS em problemas multiobjetivo foram feitas a partir de métodos de avaliação *a priori*, considerando uma única função objetivo ponderada, formada por aplicações de diferentes pesos a cada objetivo. Nesses casos, o problema é resolvido como mono-objetivo, sem necessitar alterações no algoritmo do método. Os primeiros trabalhos a gerar fronteiras de Pareto como resposta da otimização multiobjetivo foram os de Gao, Wang e Ovaska (2009) e Geem (2010b), embora nenhum dos autores descreva explicitamente o algoritmo multiobjetivo da HS. Uma versão da HS multiobjetivo foi desenvolvida no trabalho de Xu *et al.* (2010), que geraram uma fronteira de Pareto para um problema de um modelo de robótica, composto por 5 pontos Pareto-ótimos.

Dois algoritmos multiobjetivo da HS são propostos no trabalho de Ricart et al (2011), denominados Busca Harmônica Multiobjetivo 1 e 2 (MOHS1 e MOHS2, do inglês *Multi-Objective Harmony Search*). Ambas propostas mantêm a concepção original da HS mono-objetivo, apresentando diferenças na forma de classificação das harmonias, ou soluções. O MOHS1 foi concebido para dispensar grandes modificações no algoritmo da HS, com a única diferença sendo o uso da Memória Harmônica (HM) como um repositório para as soluções com melhor equilíbrio (*trade-off*), classificadas de acordo com o método Fonseca-Fleming. A cada iteração, a nova solução improvisada tem sua classificação calculada e comparada com a da pior solução armazenada na HM. Caso a nova solução seja mais bem classificada que a pior solução, ela será armazenada na HM, substituindo a pior. Ao final do algoritmo, as soluções não-dominadas (de classificação 1) armazenadas na HM são retornadas como uma aproximação da fronteira de Pareto do problema de otimização multiobjetivo.

Por outro lado, a MOHS2 gera uma nova memória harmônica HM_2 a cada iteração, contendo o mesmo número de soluções que a memória original HM_1 . Apenas metade do número de soluções da união das duas memórias, H_u , são admitidas como componentes da memória harmônica, que será utilizada na seguinte iteração. O algoritmo inicia com a criação das soluções que compõem a HM_1 , de forma aleatória dentro do intervalo admitido. A cada iteração, são improvisadas novas harmonias para comporem a HM_2 , até que essa seja preenchida. Após, as memórias são unidas em uma matriz H_u , e a classificação dessas soluções é feita a partir do

método Fonseca-Fleming. As soluções com melhor classificação são transferidas para a HM_I em ordem ascendente, ou seja, primeiro as soluções que compõem a fronteira de menor classificação, sucedidas pelas de classificação maior. Esse procedimento se repete até que a quantidade de soluções da fronteira seja igual ou maior que o tamanho da HM_I . Caso o tamanho da fronteira seja superior ao do espaço disponível na memória, é aplicado um procedimento de truncamento que reduz o número de soluções da fronteira até o espaço disponível na HM_I . Para isso, o autor emprega um procedimento desenvolvido para outro algoritmo de otimização multiobjetivo consagrado, o SPEA2, proposto por Zitzler, Laumanns e Thiele (2001). Por fim, a HM_I possui o novo conjunto de soluções e é utilizada para a seguinte iteração, e quando o critério de parada é atendido, as soluções com classificação 1, ou soluções não-dominadas, são retornadas como a composição aproximada da fronteira de Pareto ótima.

Similar à MOHS2, Sivasubramani e Swarup (2011) apresentam um algoritmo que leva em consideração a distância da multidão (*crowding distance*) e uma variação dinâmica dos parâmetros de ajuste da HS, propostos por Mahdavi, Fesanghary e Damangir (2007). Esse algoritmo, denominado MOHS3 na publicação de Molina-Pérez *et al.* (2021) e neste trabalho, emprega o método de classificação das soluções proposto por Deb *et al.* (2002), visando uma melhor conformação da fronteira de Pareto ótima quando considerada a distância da multidão por fenótipo.

Molina-Pérez *et al.* (2021) apresentam o algoritmo da MOHSg, que implementa um ajuste de passo por genótipo. A classificação das soluções é feita da mesma maneira que a MOHS3, considerando o método de Deb *et al.* (2002). A principal diferença do algoritmo é a determinação do parâmetro do tamanho máximo do passo de ajuste (bw) com base na distância da multidão por genótipo, conforme mostra a Equação (48). Nela, $bw(r,i)$ é a distância da multidão por fenótipo da variável x_i na posição aleatória r . Dessa maneira, a variável pode ser ajustada em intervalo igual a distância dos pontos vizinhos que compõem a fronteira de Pareto. Com isso, a MOHSg não exige valores estáticos ou um intervalo de variação dinâmica para o parâmetro bw , como ocorre respectivamente nas MOHS2 e MOHS3.

$$bw(r, i) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{x_i^{j+1} + x_i^{j-1}}{2}, & \text{caso seja ponto intermediário} \\ x_i - x_i^{j-1}, & \text{caso seja extremo superior} \\ x_i^{j+1} - x_i, & \text{caso seja extremo inferior} \end{array} \right\} \quad (48)$$

A eficiência dos algoritmos da MOHS pode ser atestada a partir da aplicação dos métodos em problemas de otimização multiobjetivo de referência (*benchmarks*), que possuem fronteiras de Pareto globais já conhecidas na literatura. No trabalho de Molina-Pérez *et al.* (2021), os algoritmos MOHS2, MOHS3 e MOHSg são empregados na otimização de seis problemas de referência distintos, com os resultados comparados em termos de taxa de erro em relação às soluções Pareto-ótimas reais e diversidade da população. Os três algoritmos se mostraram como ferramentas eficientes na resolução de diferentes problemas de otimização multiobjetivo, e os algoritmos MOHSg e MOHS3 são os que apresentaram melhor desempenho quanto aos indicadores de performance considerados.

A Busca Harmônica vem sendo aplicada em problemas multiobjetivo de otimização, através dos algoritmos descritos ou outras propostas. Como exemplos, Kougiaris e Theodossiou (2013) empregaram a busca harmônica na otimização multiobjetivo no cronograma de funcionamento de bombas de água. Jeedi e Vahidinasab (2014) otimizaram os impactos ambientais e econômicos de sistemas de energias reais, empregando o problema de despacho econômico. Geem (2015) utilizou a HS para resolver um problema de otimização multiobjetivo em redes de distribuição de água. García-Segura e Yepes (2016) otimizaram o custo, as emissões de dióxido de carbono e a segurança de pontes de vigas caixão de concreto protendido. Alkhadashi *et al.* (2021) otimizaram o peso, a energia incorporada e o carbono incorporado no projeto de estruturas de aço.

2.7 OTIMIZAÇÃO APLICADA A OBRAS DE ARTE DE ESTRUTURAS MISTAS

É possível encontrar na literatura uma vasta gama de aplicações da otimização estrutural em passarelas de pedestres. Uma boa parte deles se dedica a otimizar o comportamento dinâmico dessas estruturas, buscando mitigar as vibrações induzidas por atividades humanas. Nesse sentido, podem ser citados os trabalhos de Li *et al.* (2010), Miguel, Miguel e Lopez (2014) e Tubino e Piccardo (2015). Outros trabalhos visam à minimização do peso da estrutura, como o de Atmaca (2021). O custo de passarelas é minimizado nas publicações de Ali *et al.* (2010) e Ferenc e Mikulski (2020). Também se encontram diversos artigos que empregam otimização multiobjetivo em passarelas, podendo ser citados os trabalhos de Ferreira e Simões (2012), Halpern e Adriaenssens (2014), Segal *et al.* (2014), Jiménez-Alonso e Sáez (2017b), Feron *et al.* (2019) e Ferreira e Simões (2019).

É importante notar que nenhuma das pesquisas citadas acima utiliza estruturas mistas aço-concreto como material para as passarelas. Isso reflete a existência bastante restrita de

publicações de trabalhos nesse sentido, também afirmado por Yepes *et al.* (2019), justificando a necessidade do desenvolvimento de pesquisas sobre o assunto. Por esse motivo, a seguir é apresentada uma revisão de literatura sobre a aplicação da otimização em obras de arte especiais (OAE) de estruturas mistas, buscando apresentar o estado da arte sobre o tema.

Wang, Li e Hao (2012) otimizaram a seção transversal de pontes simplesmente apoiadas com estrutura mista aço-concreto com seção caixão e concreto protendido, considerando dois diferentes vãos. Para isso, utilizaram uma ferramenta de otimização integrada do Matlab. Os resultados mostraram que as soluções obtidas, além de atenderem os critérios de dimensionamento estabelecidos, foram capazes de reduzir em 10,6% o consumo de aço em relação à solução inicial.

Briseghella *et al.* (2013) realizaram uma otimização topológica de uma ponte em arco de 500 metros de extensão, originalmente projetada em concreto protendido e que foi parcialmente construída. Para reduzir o peso da estrutura, os autores projetaram um tabuleiro misto aço-concreto, com laje de concreto e arcos em aço. Para a otimização, empregaram ferramentas do *software* Ansys 11.0, que resolve os problemas utilizando o método Powell Modificado e o SIMP (do inglês *Solid Isotropic Material with Penalization*). Com isso, puderam determinar as localizações ótimas para inserção de cavidades nos perfis de aço, que foram regularizados em formato elíptico. Como resultado, obtiveram uma estrutura 40% mais leve em comparação ao projeto original em concreto, bem como melhorias na arquitetura e estética da ponte.

Kaveh, Bakhshpoori e Barkhori (2014) utilizaram o algoritmo da Busca Cuco (*Cuckoo Search*) para minimizar o peso próprio de pontes de múltiplos vãos, com viga caixão mista de aço-concreto. Para verificar a eficiência do método, os resultados foram comparados a outros dois algoritmos, e os autores afirmaram que a Busca Cuco foi eficiente em encontrar soluções factíveis. Com ele, obtiveram uma redução de aproximadamente 15% no peso próprio da estrutura, em comparação ao dimensionamento convencional.

Pedro *et al.* (2017) apresentam uma abordagem de otimização de pontes mistas aço-concreto com vigas I em dois estágios. No primeiro, foi adotado um modelo estrutural simplificado, cujo resultado ótimo é utilizado como ponto de partida para a próxima etapa. Nesse estágio, foram avaliadas a performance de cinco algoritmos meta-heurísticos populares: *Backtracking Search Algorithm* (BSA), *Firefly Algorithm* (FA), *Genetic Algorithm* (GA), *Imperialist Competitive Algorithm* (ICA) e *Search Group Algorithm* (SGA). Com isso, foi possível reduzir o custo da estrutura em 7,43% em relação ao projeto tomado como referência. No segundo estágio, foi utilizado um modelo de elementos finitos para refinar o modelo

estrutural e melhorar a otimização, utilizando a solução ótima da primeira etapa. Utilizando apenas o SGA, o custo da estrutura foi reduzido em até 9,17%. A partir dos resultados, os autores concluem que a abordagem empregada se mostrou uma ferramenta valiosa para auxiliar os engenheiros.

Kaveh e Zarandi (2018) otimizaram o projeto de pontes de vigas I mistas de aço-concreto, empregando três diferentes métodos meta-heurísticos: CBO (*Colliding Bodies Optimization*), ECBO (*Enhanced Colliding Bodies Optimization*) e VPS (*Vibration Particle System*). A performance e o histórico de convergência dos algoritmos foram comparados, tendo como base resultados obtidos com outra técnica já empregada, o PSO (*Particle Swarm Optimization*). Os autores verificaram que todos os algoritmos convergiam a soluções que evitavam a necessidade de enrijecedores longitudinais nas vigas. O VPS foi o método que apresentou melhor performance, apresentando uma redução de custos de até 12%.

Orcesi, Cremona e Ta (2018) trazem uma abordagem holística para a análise de ciclo de vida no projeto de pontes mistas, realizando uma otimização multiobjetivo dessas estruturas. As funções objetivo do problema estão relacionadas ao desempenho econômico, ambiental e social da ponte, estimados levando em consideração todo o seu ciclo de vida. O método empregado para a otimização foi o NSGA-II, um algoritmo baseado nos algoritmos genéticos. Os autores também consideram diferentes cenários de manutenção e alternativas de projeto. Como resultados, foram geradas fronteiras de Pareto, onde se verificou que a solução ótima é fortemente influenciada pelas estratégias de manutenção, bem como as restrições de performance. Com isso, fica evidente a importância de se considerar todo o ciclo de vida das estruturas, em vez de levar em conta apenas a fase de construção.

Yan *et al.* (2018), diferente dos demais trabalhos citados, não empregam a otimização na etapa de dimensionamento ou projeto de pontes. Em vez disso, apresentam um método de detecção que identifica defeitos de descolagem em tabuleiros de pontes mistos de aço e concreto de ultra alta performance (UHPC, do inglês *Ultra-High Performance Concrete*). O método integra, em conjunto com outras técnicas de detecção e análise, uma versão melhorada e adaptada do PSO (Otimização de Enxame de Partículas, com sigla em inglês) para clusterização (agrupamento) de dados. Foram realizados testes experimentais em três estruturas mistas reais. Com isso, puderam prever e classificar com sucesso o grau dos defeitos de descolagem dos tabuleiros mistos, dentro do intervalo de descolagem com 0 a 3 mm de descolagem, com taxas de identificação de aproximadamente 86%.

A otimização é aplicada em passarelas mistas no trabalho de Yepes *et al.* (2019), no qual foi desenvolvido um programa na linguagem Fortran. No programa, capaz de gerar,

verificar e avaliar o custo de passarelas de pedestres, foram implementados 3 algoritmos heurísticos: DLS (*Descent Local Search*), SAMO2 (*Simulated Annealing with Mutation Operator*) e GSO (*Glow-worms Swarm Optimization*) em duas variantes. Uma das variantes consiste no GSO puro, enquanto a outra aplica o DLS nos resultados do GSO. O algoritmo que resultou nos menores custos foi a combinação entre o GSO e DLS, enquanto o pior foi GSO puro. As heurísticas se mostraram poderosas ferramentas, reduzindo os custos da estrutura em até 20%. Além disso, foram estudadas as emissões de CO₂ das soluções otimizadas, e se verificou que as estruturas otimizadas para redução de custos também são viáveis em termos ambientais, com uma redução de 21,21% de emissão de dióxido de carbono.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos empregados para atingir os objetivos propostos são detalhados neste item. Primeiro, se apresenta a formulação matemática do problema de otimização multiobjetivo de uma passarela de estrutura mista. A implementação do programa é descrita a seguir. Posteriormente, se apresenta o problema estudado para validação do algoritmo da Busca Harmônica multiobjetivo, empregado no programa desenvolvido. Por fim, são explicadas as aplicações numéricas e a análise de cenários alternativos efetuadas, bem como uma descrição do método utilizado para avaliação dos resultados obtidos.

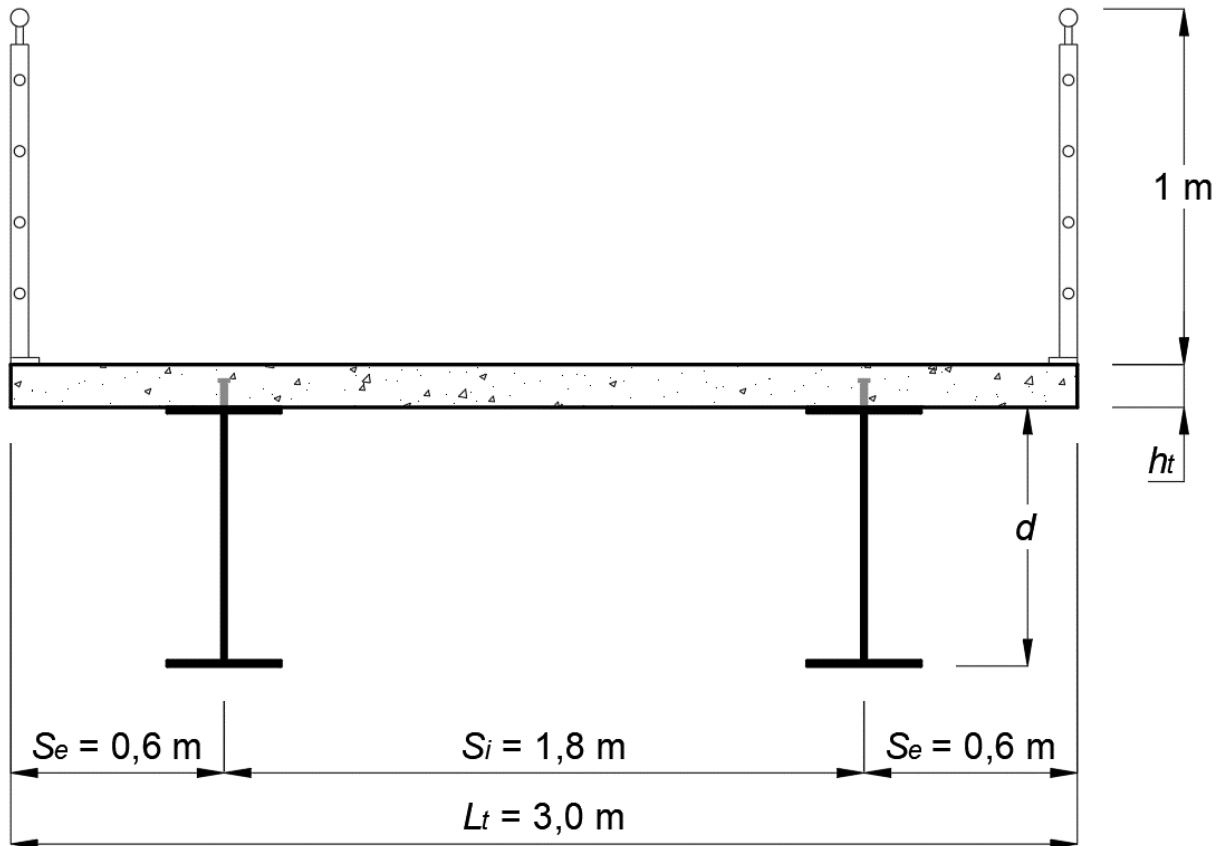
3.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta etapa, é formulado matematicamente o problema de otimização de uma passarela de pedestres, composta por uma estrutura mista aço-concreto. Foi considerado que a obra está localizada na cidade de Passo Fundo, na região norte do estado do Rio Grande do Sul. Sua geometria é formada por perfis I soldados de alma cheia, uma laje maciça de concreto armado moldada *in-loco* e, para garantir a interação entre ambos, conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça (*stud bolt*). O tipo de aço utilizado para os perfis é o ASTM A-572 grau 50, com 350 MPa de tensão de escoamento e 200 GPa de módulo de elasticidade. O conector *stud bolt* possui um diâmetro nominal de 19 mm e uma altura de 135 mm, com aço de resistência f_{ucs} de 41,5 kN/cm². A construção é considerada não-escorada e sem forma de aço incorporada. A classe de agressividade ambiental é forte (CAA-III), dada a exposição da estrutura às intempéries e ao grande risco de deterioração da estrutura.

A seção transversal da passarela, ilustrada na Figura 12, é composta por duas longarinas, tendo como partida o estudo de Milani (2020), em que tal configuração apresenta menores impactos ambientais em pontes, se comparada a soluções com maior número de vigas. Na ilustração, L_t é a largura total da seção transversal da passarela, S_i é o espaçamento entre os eixos das vigas e S_e é o espaçamento do eixo da viga até a extremidade do balanço da laje. O tabuleiro da passarela possui uma largura de 3 metros, bem como conta com guarda-corpos de aço com 1 metro de altura, visando atender aos requisitos da instrução de serviço ISF-219 do DNIT (2015). O posicionamento das vigas de aço foi determinado buscando aproximar os valores de momento positivo de negativo que atuam na laje, utilizando uma proporção de 1/5 para os balanços nas extremidades e 3/5 para o vão central. Ainda na Figura 12, d representa a

altura total do perfil de aço e h_t a espessura da laje de concreto, ambas definidas posteriormente pelo processo de otimização.

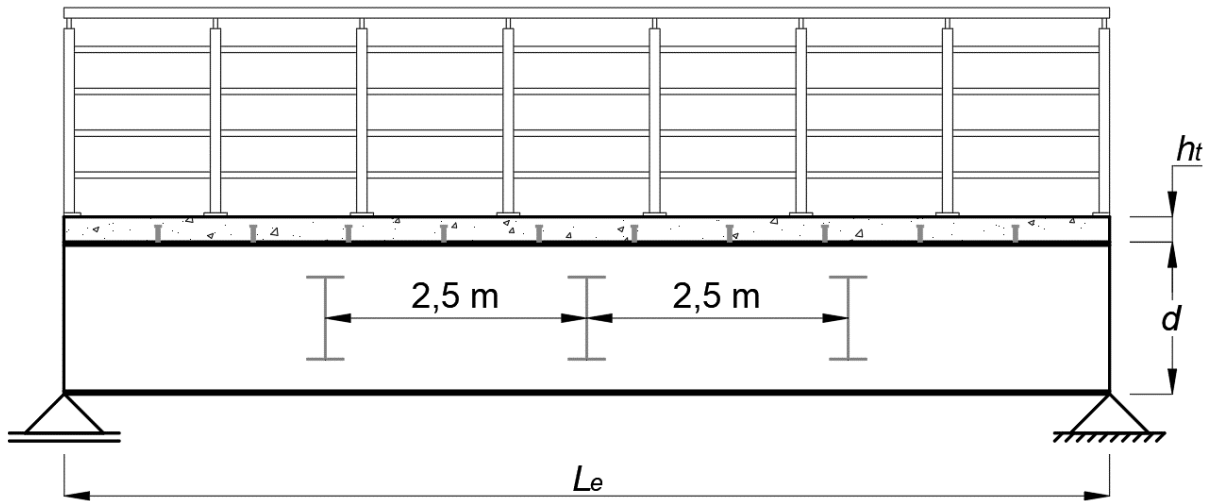
Figura 12 – Seção transversal da passarela



Fonte: Próprio autor.

A passarela deve vencer um vão único, sendo uma estrutura biapoiada, conforme ilustra a Figura 13, sem proporção. Diferentes comprimentos de vãos a serem vencidos (L_e) são estudados, variando a cada 2,5 m dentro do intervalo de 10 m a 25 m. Conforme mostra a mesma figura, adotou-se um travamento lateral das vigas com um espaçamento de 2,5 metros, com o intuito de melhorar o desempenho da estrutura quanto ao FLT antes da cura do concreto, que acabaria limitando o dimensionamento da estrutura em casos de vão maior. O travamento também é considerado para auxiliar na resistência às ações horizontais que atuam no eixo de menor inércia dos perfis de aço.

Figura 13 – Seção longitudinal da passarela



Fonte: Próprio autor.

Como ações permanentes, atuam na estrutura os pesos próprios do perfil de aço e o da laje de concreto, ambos calculados para cada configuração de seção gerada durante a otimização, a partir dos pesos específicos e da área da seção de cada um dos materiais. É considerada uma carga de $0,5 \text{ kN/m}^2$ representando o peso dos conectores de cisalhamento e de outros componentes do perfil de aço. Também são consideradas uma carga referente a um revestimento de regularização, com valor de $0,3 \text{ kN/m}^2$, e o peso dos guarda-corpos com valor de 1 kN/m e aplicados nas extremidades da laje. As ações variáveis são uma sobrecarga de construção no valor de $1,0 \text{ kN/m}^2$, para a análise antes da cura do concreto, e uma sobrecarga de uso e ocupação de 5 kN/m^2 , após a cura do concreto. A ação do vento é determinada para região de Passo Fundo, com uma velocidade característica de 45 m/s , em um terreno plano. Também é considerada uma ação excepcional de 100 kN atuando na posição mais desfavorável à estrutura. Os coeficientes de ponderação utilizados estão reunidos na Tabela 3.

Tabela 3 – Coeficientes de ponderação para as ações

Coeficiente de Ponderação	Antes da Cura	Depois da Cura
$\gamma_{g,C}$	1,15	1,25
$\gamma_{g,S}$	1,25	1,35
γ_q	1,30	1,5

$\gamma_{g,C}$ = Coeficiente de ponderação de ações permanentes para o peso do concreto

$\gamma_{g,S}$ = Coeficiente de ponderação de ações permanentes para o peso do aço

γ_q = Coeficiente de ponderação de ações variáveis

Fonte: Próprio autor.

3.1.1 Variáveis de Projeto

Para otimizar os objetivos propostos, as variáveis do projeto (x_i) são a resistência do concreto, a espessura da laje, as dimensões do perfil do aço e o grau de interação da viga mista. Assim, foram consideradas 9 variáveis para definir as soluções ótimas, conforme mostrado na Figura 14. Na imagem, as variáveis x_i representam:

x_1 = resistência característica do concreto (f_{ck});

x_2 = altura da laje de concreto (h_t);

x_3 = altura interna da alma (h_w);

x_4 = espessura da alma (t_w);

x_5 = largura da mesa superior (b_{fs});

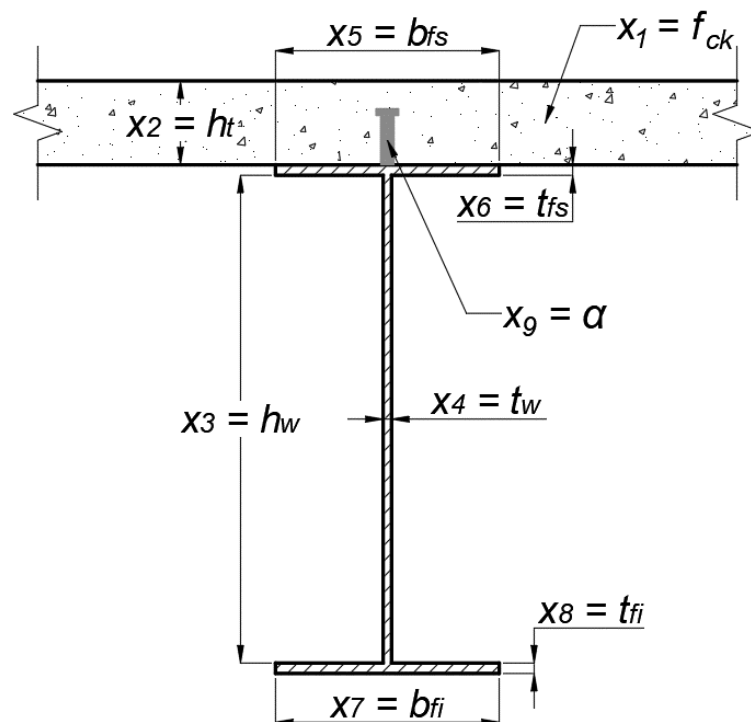
x_6 = espessura da mesa superior (t_{fs});

x_7 = largura da mesa inferior (b_{fi});

x_8 = espessura da mesa inferior (t_{fi});

x_9 = grau de interação da viga mista (α).

Figura 14 – Variáveis do problema de otimização



Fonte: Próprio autor.

As variáveis do problema podem assumir valores discretos dentro de um intervalo determinado, formando as restrições laterais do problema de otimização mostradas nas Equações (49), (50), (51), (52) e (53). Com essas limitações, também se busca atender as dimensões mínimas e máximas dos elementos estruturais, bem como o padrão de fabricação dos elementos do perfil de aço.

$$x_1 \in [30; 35; 40; 45; 50], \text{ em MPa} \quad (49)$$

$$x_2 \in [100; 110; \dots; 190; 200], \text{ em mm} \quad (50)$$

$$x_3 \in [150; 151; 152; \dots; 1998; 1999; 2000], \text{ em mm} \quad (51)$$

$$x_4, x_6, x_8 \in [4,75; 6,35; 8,0; 9,5; 12,5; 16,0; 19,0; 22,4; 25,0; 28,5; 31,5; 37,5; 44,5; 50,0], \text{ em mm} \quad (52)$$

$$x_5, x_7 \in [100; 101; 102; \dots; 1998; 1999; 2000], \text{ em mm} \quad (53)$$

$$x_9 \in [0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0] \quad (54)$$

3.1.2 Funções Objetivo

O problema de otimização proposto é multiobjetivo, composto por três objetivos distintos: minimizar o custo, minimizar os impactos ambientais e minimizar as acelerações geradas por vibrações da passarela de pedestres. O primeiro objetivo consiste no custo monetário para a execução da estrutura (C_T), e é calculado em função dos custos unitários (c_i) e das medições de consumo de cada material ($q_i(x)$), conforme mostra a Equação (55). Nela, ne_c é a quantidade de elementos considerados para avaliar o custo da estrutura. Nesta pesquisa, são considerados no custo o concreto da laje, sua armadura e as vigas de aço, de forma que o ne_c possui valor igual a 3. Os demais elementos estruturais, como por exemplo as vigas de travamento e as armaduras de reforço e secundária da laje, não são contabilizados no custo em função de serem constantes para qualquer tipo de solução otimizada.

$$\text{minimizar } f_1(x) = C_T(x) = \sum_{i=1}^{ne_c} c_i \cdot q_i(x) \quad (55)$$

Os custos unitários foram extraídos das composições fornecidas pelo Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI), referentes ao mês de novembro de 2022. Os valores considerados são apresentados na Tabela 4, em conjunto com as respectivas unidades.

Tabela 4 – Custos unitários dos materiais

Material	Unidade	Custo (R\$/unidade)
Concreto C30	m ³	533,88
Concreto C35	m ³	549,82
Concreto C40	m ³	565,75
Concreto C45	m ³	591,15
Concreto C50	m ³	631,60
Aço da armadura	kg	9,68
Aço do perfil	kg	14,56

Fonte: Próprio autor.

Os impactos ambientais gerados pela construção da estrutura, que constitui o segundo objetivo a ser otimizado, são mensurados pela emissão de dióxido de carbono (CO₂) ao longo do ciclo de vida da estrutura, considerando as fases obtenção da matéria prima, o transporte dessa matéria prima e o processo de produção, em uma análise de ciclo de vida do berço ao portão. Seu cálculo é feito de forma análoga ao objetivo anterior, conforme mostrado na Equação (56), com a diferença de utilizar a emissão unitária de CO₂ de cada material (e_i). Os elementos considerados para determinar as emissões totais da estrutura (E_T) são os mesmos do custo, ou seja, o concreto da laje, sua armadura e o aço das vigas. Assim, o valor de ne_e também é igual a 3.

$$\text{minimizar } f_2(x) = E_T(x) = \sum_{i=1}^{ne_e} e_i \cdot q_i(x) \quad (56)$$

Embora as duas funções objetivo dependam das mesmas medições de consumo de concreto e aço, os coeficientes de cada parcela do somatório são distintos, podendo gerar soluções ótimas distintas. Nesse sentido, é possível que soluções com um consumo maior de determinado material sejam eficientes em termos de custos, enquanto apresentam maior impacto ambiental em comparação a soluções com consumo maior de outro material. Os valores desses coeficientes, as emissões unitárias, são apresentados na Tabela 5. As emissões referentes às diferentes classes de resistência de concreto, bem como do aço utilizado na armadura da laje, são os apresentados por Santoro e Kripka (2020), que realizaram uma análise de ciclo de vida desses materiais para a região em estudo. Para o aço utilizado nos perfis soldados, foi considerada a emissão unitária apresentada no relatório de indicadores de sustentabilidade da Associação Mundial de Aço (2022).

Tabela 5 – Emissões unitárias dos materiais

Material	Unidade	Emissão (kgCO₂/unidade)
Concreto C30	m ³	157,65
Concreto C35	m ³	171,74
Concreto C40	m ³	182,14
Concreto C45	m ³	194,7
Concreto C50	m ³	225,78
Aço da armadura	kg	1,05
Aço do perfil	kg	1,89

Fonte: Próprio autor.

A terceira função objetivo diz respeito à minimização da aceleração vertical máxima da estrutura, produzida pelo caminhar das pessoas. Segundo a ABNT NBR 7187 (2021), as vibrações induzidas pelos humanos geram um estado-limite de serviço, podendo causar desconforto para os pedestres ou ainda uma amplificação das ações. A norma citada apresenta em seu anexo C uma metodologia para a análise dinâmica de passarelas, onde a aceleração vertical máxima é calculada pela expressão da Equação (57), que representa o terceiro objetivo do problema de otimização. Na equação, $K_{a,95\%}$, C , K_1 , K_2 e K_f são constantes relacionadas à densidade de pedestres e obtidas a partir da tabela C.1 da referida norma, d é a densidade de pedestres por metro quadrado, L é o comprimento da passarela, b é a largura da passarela, M_i é massa modal associada ao modo i e ε é o amortecimento da estrutura, com valor empregado de 2% neste problema. Neste estudo, é apenas considerado o primeiro modo de vibração.

$$\text{minimizar } f_3(x) = a_{\text{máx}} = K_{a,95\%} \cdot \frac{d \cdot L \cdot b}{M_i} \cdot \sqrt{C \cdot K_f^2 \cdot K_1 \cdot \varepsilon^{K_2}} \quad (57)$$

3.1.3 Verificações e Restrições

Para garantir que as soluções obtidas pela otimização sejam factíveis, ou seja, que atendam às verificações de dimensionamento pertinentes e que tenham aplicabilidade prática, se faz necessário definir as restrições de desigualdade ao problema. Tais restrições se referem à segurança e durabilidade da estrutura, à viabilidade de execução e ao conforto dos usuários. No caso da estrutura deste trabalho, as restrições de desigualdade são referentes aos estados-limites último (ELU) e de serviço (ELS), seguindo as recomendações da ABNT NBR 8800 (2008) para a viga mista, da ABNT NBR 6118 (2014) para a laje de concreto e da ABNT NBR 7187 (2021) para a análise dinâmica da passarela. Além disso, é considerada a ABNT NBR

5884 (2013) para verificação das dimensões do perfil soldado. As restrições do problema são apresentadas na forma normalizada nas equações a seguir.

$$\text{ELU da viga mista} \left\{ \begin{array}{l} g_1 = 1 - \frac{V_{Rd}}{V_{Sd}} \leq 0 \end{array} \right. \quad (58)$$

$$\left. \begin{array}{l} g_2 = 1 - \frac{M_{Rd,AC}}{M_{Sd,AC}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad (59)$$

$$\left. \begin{array}{l} g_3 = 1 - \frac{M_{Rd,DC}}{M_{Sd,DC}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad (60)$$

$$\text{ELS da viga mista} \longrightarrow g_4 = 1 - \frac{\delta_{adm}}{\delta_{m\acute{a}x}} \leq 0 \quad (61)$$

$$\text{Esbeltez do perfil} \longrightarrow g_5 = 1 - \frac{5,70\sqrt{E_s/f_y}}{h_w/t_w} \leq 0 \quad (62)$$

$$\text{Geometria do perfil} \left\{ \begin{array}{l} g_6 = 1 - \frac{d}{1,5b_{fi}} \leq 0 \end{array} \right. \quad (63)$$

$$\left. \begin{array}{l} g_7 = 1 - \frac{t_f}{t_w} < 0 \end{array} \right\} \quad (64)$$

$$\text{Grau de intera\c{c}\~{a}o} \longrightarrow g_8 = 1 - \frac{\alpha}{\alpha_{m\acute{i}n}} \leq 0 \quad (65)$$

$$\text{Comportamento da viga antes da cura} \left\{ \begin{array}{l} g_9 = 1 - \frac{\alpha_y}{1/9} \leq 0 \end{array} \right. \quad (66)$$

$$\left. \begin{array}{l} g_{10} = 1 - \frac{9}{\alpha_y} \leq 0 \end{array} \right\} \quad (67)$$

$$\text{Acelera\c{c}\~{a}o vertical} \longrightarrow g_{11} = 1 - \frac{a_{lim}}{a_{m\acute{a}x}} \leq 0 \quad (68)$$

$$\text{Frequ\^{\e}ncia pr\^{\o}pria} \left\{ \begin{array}{l} g_{12} = 1 - \frac{\omega_{lim,inf}}{\omega_1} \leq 0 \end{array} \right. \quad (69)$$

$$\left. \begin{array}{l} g_{13} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_{lim,sup}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad (70)$$

$$\text{Dimensionamento da armadura da laje} \left\{ \begin{array}{l} g_{14} = 1 - \frac{w_{lim}}{w_k} \leq 0 \end{array} \right. \quad (71)$$

$$\left. \begin{array}{l} g_{15} = 1 - \frac{\delta_{adm,laje}}{\delta_{m\acute{a}x,laje}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad (72)$$

$$\text{A\c{c}\~{o}es horizontais} \longrightarrow g_{16} = 1 - \frac{M_{Rd,horiz}}{M_{Sd,horiz}} \leq 0 \quad (73)$$

As três primeiras restrições, representadas por g_1 , g_2 e g_3 nas equações (58), (59) e (60), correspondem às verificações do ELU para vigas mistas. Nelas, V_{Rd} é a capacidade resistente ao esforço cortante, V_{Sd} é o esforço solicitante cortante, $M_{Rd,AC}$, e $M_{Rd,DC}$ são as capacidades resistentes ao momento fletor antes e depois da cura do concreto e $M_{Sd,AC}$, e $M_{Sd,D}$ são os momentos fletores atuantes antes e depois da cura do concreto. O ELS da estrutura é verificado conforme a Equação (61) a partir do deslocamento máximo ($\delta_{máx}$) da estrutura e do deslocamento admissível (δ_{adm}), considerado como vão/350. A restrição g_5 , na Equação (62), verifica a esbeltez da alma do perfil, enquanto as restrições g_6 e g_7 verificam, respectivamente, a relação entre a altura total do perfil e sua largura da mesa inferior e a relação entre as espessuras da mesa e da alma. A Equação (65) representa a verificação do grau mínimo de interação da viga mista (α_{min}). As restrições g_9 e g_{10} visam garantir o comportamento da viga antes da cura do concreto quanto à instabilidade lateral com torção (FLT), a partir da verificação da relação entre os momentos de inércia da mesa comprimida e tracionada que passam pelo plano médio da alma (α_y). Tal limitação deve ser atendida em vigas de alma não-esbelta com seções I e H com apenas um eixo de simetria no plano médio da alma, conforme a Nota 9 do Anexo G da ANBT NBR 8800 (2008).

Na Equação (68), é representada a verificação g_{11} , referente aceleração vertical máxima ($a_{máx}$) gerada pelas vibrações induzidas por humanos, limitada em $a_{lim} = 2,5 \text{ m/s}^2$, seguindo as recomendações da ABNT NBR 7187 (2021). Segundo a mesma norma técnica, a primeira frequência própria da estrutura (ω_1) deve estar fora do intervalo mínimo (ω_{min}) e máximo ($\omega_{máx}$) de 1.0 Hz e 2.6 Hz a fim de evitar o fenômeno da amplificação dinâmica, e tal verificação é implementada nas restrições g_{12} e g_{13} . Após a definição da espessura da laje e do f_{ck} do concreto, a área de aço da armadura da laje é dimensionada, e como verificações, são considerados os estados limites de formação e abertura de fissura, bem como o estado limite de deformação excessiva, representados nas restrições g_{14} e g_{15} . Nelas, w_{lim} é a espessura limite da fissura, w_k é a espessura da fissura na laje, $\delta_{adm,laje}$ é o deslocamento admissível da laje e $\delta_{máx,laje}$ é o deslocamento máximo. Para a restrição g_{15} , foi considerado o pior cenário de deslocamento na laje, que pode ser nos extremos do balanço, onde o limite adotado é de $2 \cdot S_e/250$, ou no centro do vão, limitado a $S_i/250$. Por fim, a Equação (73) apresenta a restrição g_{16} , onde é realizada a verificação das ações atuantes no sentido horizontal à passarela, como o vento e a ação excepcional. Na restrição, $M_{Rd,horiz}$ é a capacidade resistente dos perfis de aço em seu eixo de menor inércia, e $M_{Sd,horiz}$ é o momento fletor originado das ações no sentido horizontal da estrutura.

Caso uma solução gerada não atenda alguma das restrições, ela deve ser descartada por não ser factível. Para isso, será utilizada uma penalização da função objetivo $f_i(x)$, que sofre um acréscimo ou decréscimo de penalidade $P_i(x)$, resultado em uma função penalizada $F_i(x)$, conforme a Equação (74). Dessa forma, o algoritmo de otimização irá considerar a solução como ruim, substituindo-a por outras soluções melhores e factíveis. O valor da penalização, por sua vez, é determinado através do somatório das m funções de restrição $g_i(x)$ multiplicadas por um fator de penalização r , seguindo a Equação (75). O valor de r foi determinado a partir de trabalhos prévios e uma série de testes, de modo que o menor fator de penalização que resulta somente em soluções factíveis foi adotado, com valor igual a 10^6 .

$$F(x) = f(x) + P(x) \quad (74)$$

$$P(x) = \sum_{i=1}^m r \cdot g_i(x) \quad (75)$$

3.1.3.1 Análise Estrutural

A obtenção dos esforços de flexão e cisalhamento atuantes nas vigas mistas são obtidos considerando uma estrutura biapoiada, com um cargas uniformemente distribuídas em seu comprimento. O mesmo modelo é considerado para determinar os deslocamentos, utilizando a inércia efetiva da viga mista para seu cálculo. A laje, por ser armada em uma única direção, foi analisada como uma viga com largura unitária, e os esforços máximos são obtidos considerando os pontos do centro do vão da laje e dos apoios. Dada a geometria da laje, a estrutura é submetida tanto a esforços de momento positivo quanto negativo, sendo que os máximos valores são considerados para o dimensionamento e posicionamento da armadura. Os deslocamentos da laje são calculados de forma similar, porém considerando os pontos do centro do vão e o extremo dos balanços da laje.

Na análise dinâmica da passarela, a sua rigidez e a frequência própria são calculadas considerando as inércias das duas vigas mistas e do trecho da laje não considerado como parte da viga mista. A análise é realizada no primeiro modo de vibração, utilizando como massa modal a massa de todos os elementos da estrutura.

Por fim, as ações de vento e excepcional, que atuam no sentido horizontal da passarela, foram consideradas de forma a favorecer a segurança como atuantes em um único perfil de aço,

em seu eixo de menor inércia. Assim, o valor da ação de vento foi calculado considerando coeficientes de forças para barras prismáticas e reticulados.

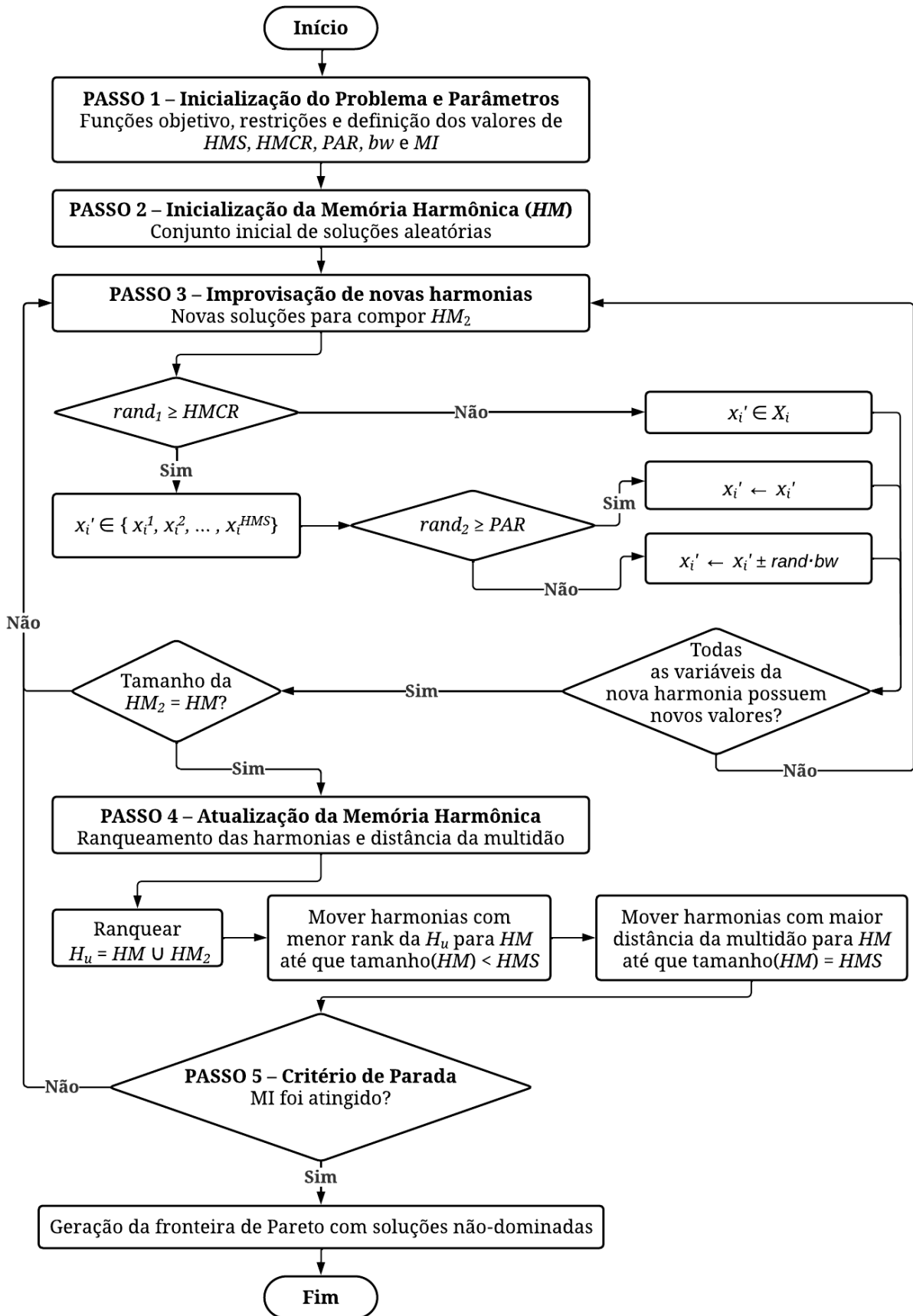
3.2 IMPLEMENTAÇÃO

O desenvolvimento do programa foi implementado em Python, uma linguagem de programação cuja filosofia de projeto prioriza a legibilidade do código. Comparada às outras linguagens, o Python exige menos linhas de códigos para desenvolver o mesmo programa, já que é uma linguagem de tipagem dinâmica e de alto nível (mais próxima da linguagem humana). Por esse motivo, unido à vasta biblioteca padrão disponível, a linguagem é uma das mais populares da atualidade, amplamente empregada na área de ciência de dados e aprendizado de máquinas.

Inicialmente, foi desenvolvida uma rotina de verificação de vigas mistas, seguindo as recomendações normativas da ABNT NBR 8800 (2008) e da ABNT NBR 5884 (2013) para o perfil I soldado de aço. Para validar essa rotina, os resultados de momentos resistentes antes e depois da cura do concreto foram comparados aos obtidos pela planilha de dimensionamento de vigas mistas disponibilizada pelo Centro Brasileiro de Construção em Aço (CBCA), desenvolvida por Sousa Junior (2008).

Após a validação da rotina de verificação, foi implementado o método metaheurístico da Busca Harmônica Multiobjetivo (MOHS) para realizar a otimização estrutural dos problemas estudados. O algoritmo utilizado é o proposto no trabalho de Sivasubramani e Swarup (2011), e o algoritmo do MOHS é exibido na Figura 15. Os valores adotados para os parâmetros internos do método são apresentados na Tabela 6, e foram determinados a partir de estudos prévios de calibração apresentados em Tres Junior (2020) e Tres Junior e Medeiros (2020), porém com adaptações ao algoritmo multiobjetivo e ao problema estudado neste trabalho.

Figura 15 – Fluxograma do algoritmo MOHS utilizado



Fonte: Próprio autor.

Tabela 6 – Valores dos parâmetros da Busca Harmônica

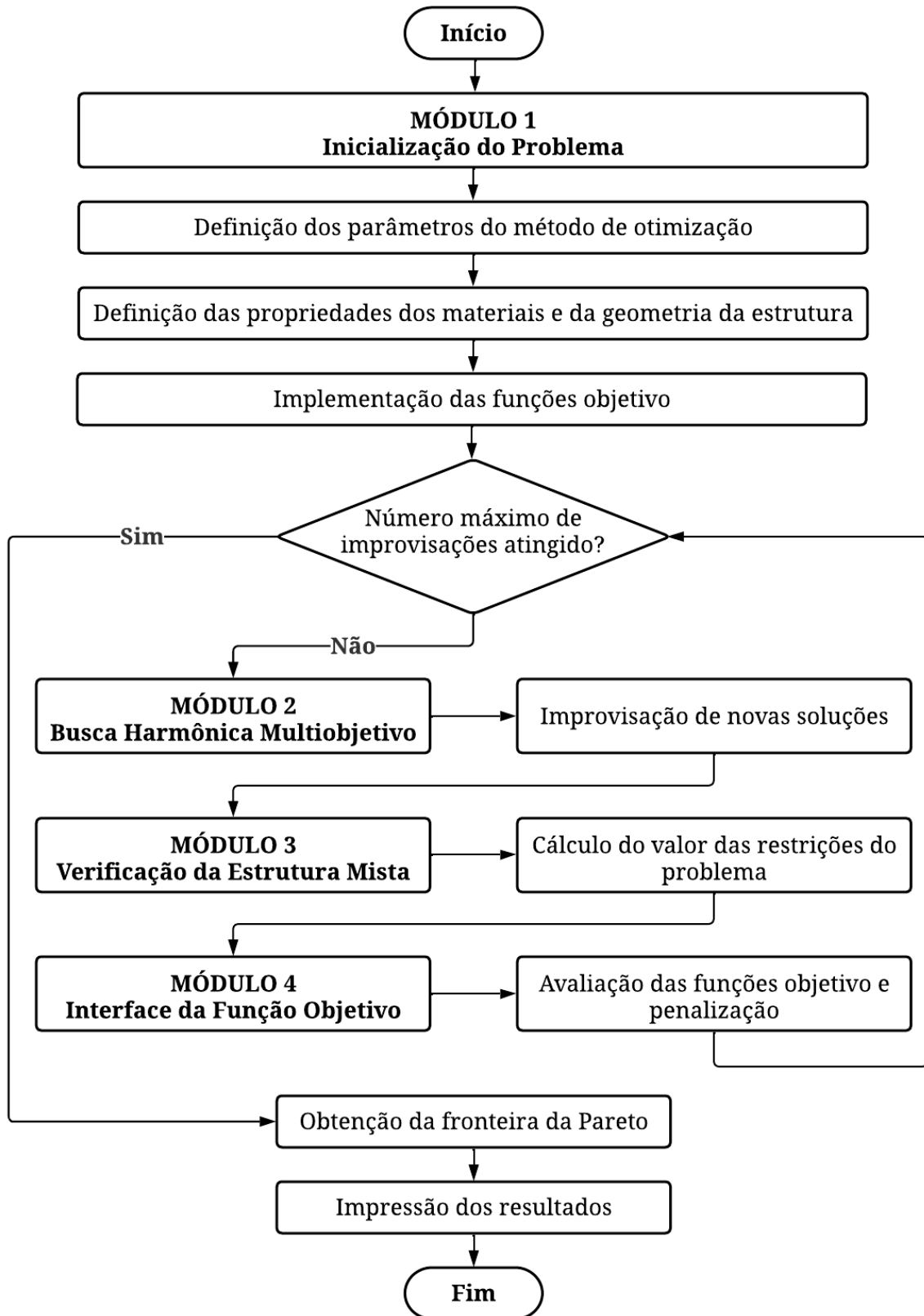
Parâmetro	Valor
<i>HMS</i>	20
<i>HMCR</i>	0,5
<i>PAR_{mín}</i>	0,1
<i>PAR_{máx}</i>	0,9
<i>bw_{mín}</i>	0,1
<i>bw_{máx}</i>	0,5
<i>MI</i>	500.000

Fonte: Próprio autor.

O funcionamento do programa é dividido em quatro módulos individuais, para manter a estrutura do código organizada. O primeiro módulo é o principal, e é responsável por inicializar a otimização e imprimir os resultados. O segundo é o módulo da busca harmônica multiobjetivo, onde o algoritmo do método de otimização está implementado, e que realiza a improvisação das novas harmonias (soluções) para o problema. O terceiro é o módulo de verificação da estrutura mista, que retorna o valor das restrições do problema de otimização para a cada solução. Por fim, o quarto módulo é a interface da função objetivo, onde é implementada a função objetivo a ser otimizada, e retorna o seu valor e a penalização, caso necessário. Esse processo se repete até que o número máximo de improvisações seja atingido, retornando a melhor solução e imprimindo os resultados. O funcionamento geral do programa é ilustrado pela Figura 16, onde os seus módulos estão destacados em negrito.

O programa não possui uma interface gráfica de usuário, e é executado diretamente pelo prompt de comandos. O programa desenvolvido é mostrado detalhadamente e em funcionamento no Apêndice A, com as entradas e saídas de dados ao longo de sua execução, bem como a formação das fronteiras de Pareto realizada pelo *software*.

Figura 16 – Fluxograma do funcionamento do programa desenvolvido



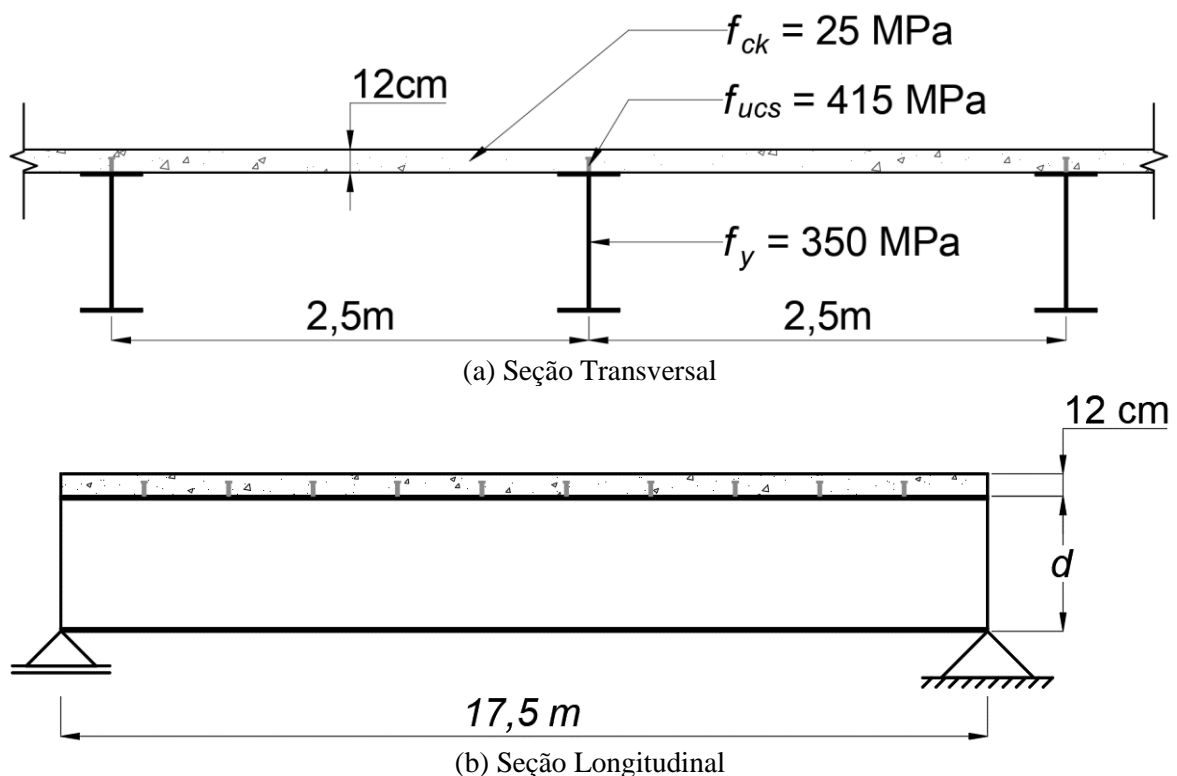
Fonte: Próprio autor.

3.3 VALIDAÇÃO

Para garantir a aplicabilidade e a eficiência do algoritmo de otimização multiobjetivo empregado no programa, foi implementado um problema simplificado apresentado por Tormen (2019), que consiste na otimização de vigas mistas secundárias que compõem o piso de um depósito de edifício comercial. No trabalho original, a otimização é mono-objetivo, e visa minimizar apenas o custo da estrutura. Por isso, neste trabalho foi incluído o objetivo de minimizar o deslocamento da estrutura, a fim de transformar o problema em multiobjetivo. Esse segundo objetivo foi escolhido por ser conflitante com o custo da estrutura, visto que para reduzir os deslocamentos, é necessário um maior consumo de material e, portanto, envolve maiores custos.

No problema, a geometria das vigas mistas é composta por uma laje maciça de concreto, com 12 cm de espessura, e um perfil I soldado de alma cheia, unidos por conectores *stud bolt*. A construção é considerada não-escorada e sem forma de aço incorporada. A viga mista é biapoiada, com um vão total a ser vencido de 17,5 m. Além disso, considerou-se uma distância 2,5 m entre o eixo da viga analisada e o eixo das vigas adjacentes. O problema é ilustrado na Figura 17, onde são exibidas as seções transversal e longitudinal da viga mista estudada.

Figura 17 – Seção transversal e longitudinal do problema simplificado



Fonte: Próprio autor.

A aço do perfil é o ASTM A-572 grau 50 com resistência f_y de 350 MPa, enquanto para os conectores de cisalhamento foi considerada uma resistência à tração f_{ucs} de 415 MPa. Foi admitido um único conector no grupo, com dimensão nominal d_{cs} de 19 mm. Para a resistência do concreto, por sua vez, foi adotado um valor fixo de $f_{ck} = 25$ MPa, considerando agregado graúdo de gnaiss. Os valores considerados para o peso específico do aço e do concreto foram $\gamma_{aço} = 78,5$ kN/m³ e $\gamma_{concreto} = 25$ kN/m³.

Para determinar o custo da viga mista, foram utilizados os mesmos valores de custo unitário de cada material considerados por Tormen (2019), que embora estejam desatualizados, precisaram ser empregados para possibilitar a comparação dos resultados. Os custos unitários do concreto (C_C) e do aço (C_A) são apresentados na Tabela 7, e fazem referência aos valores das composições do SINAPI para o mês de novembro de 2018. Na mesma tabela, são mostradas as emissões unitárias de CO₂ para o concreto (E_C) e aço (E_A), também utilizados no trabalho de referência e retirados, respectivamente, das publicações de García-Segura e Yepes (2016) e Gilbert *et al.* (2017).

Tabela 7 – Custos e emissões unitários do problema de validação

Custo Unitário	Valor	Unidade
Concreto (C_C)	365,00	R\$/m ³
Aço (C_A)	6,80	R\$/kg
Emissão Unitária	Valor	Unidade
Concreto (E_C)	321,92	kgCO ₂ /m ³
Aço (E_A)	1,116	kgCO ₂ /kg

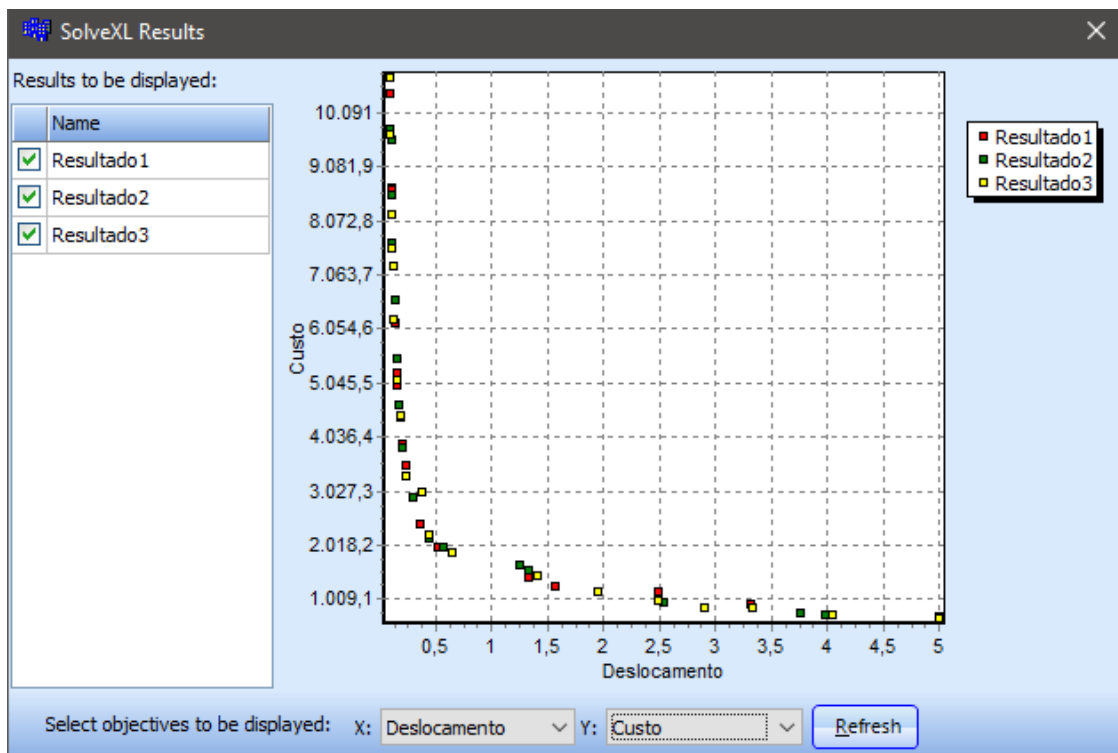
Fonte: Próprio autor.

A implementação desse problema exigiu algumas alterações no programa de otimização desenvolvido. As variáveis x_1 e x_2 da formulação deste trabalho, que representam a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) e a espessura da laje (h_t), precisaram ter seus valores fixados em 25 MPa e 12 cm respectivamente, tornando-se parâmetros constantes.

Para validar o algoritmo da Busca Harmônica Multiobjetivo, é realizada uma comparação entre os resultados obtidos com os de outro método de otimização multiobjetivo com eficiência atestada de forma ampla na literatura. O algoritmo de referência escolhida é o NSGA-II (do inglês, Non-dominated Sorting Algorithm II), que é bastante popular e consolidado na literatura. Primeiramente, foi desenvolvida uma rotina de verificação de vigas mistas em uma planilha eletrônica, utilizando o Microsoft Excel, e que apresenta os mesmos

resultados do módulo de verificação implementado no programa desenvolvido na presente pesquisa. Assim, se torna possível aplicar um suplemento do Excel, chamado de SolveXL, o qual possibilita a otimização multiobjetivo dentro da própria planilha empregando o algoritmo evolutivo NSGA-II. A Figura 18 exibe a tela de resultados do suplemento, comparando três diferentes execuções do algoritmo. Os parâmetros internos utilizados no NSGA-II são apresentados na Tabela 8.

Figura 18 – Exemplo de resultados do suplemento SolveXL no Excel



Fonte: Próprio autor.

Tabela 8 – Parâmetros do NSGA-II

Parâmetro	Valor
Tamanho da população	20
Taxa de <i>Crossover</i>	0,9
Taxa de Mutação	0,2
Número de Gerações	100.000

Fonte: Próprio autor.

3.4 ANÁLISES DE CENÁRIOS ALTERNATIVOS

Buscando avaliar a influência de diferentes parâmetros fixados ao longo do problema de otimização, são otimizados 5 cenários alternativos em contraponto ao cenário original, detalhados a seguir. Todas as análises foram realizadas considerando a passarela com o vão médio, de 17,5 metros.

3.4.1 Cenário A

Consiste na alteração das emissões unitárias de CO₂ da laje, utilizando os valores obtidos no cenário 3 do estudo de Milani (2020). Diferente dos valores adotados inicialmente, que foram obtidos a partir de uma análise de ciclo de vida dos materiais baseadas em uma pesquisa *in loco* para a região, os valores a seguir são resultados da aplicação do *software* SimaPro, com alterações nos processos e quantitativos para se adequarem à região estudada. Os valores utilizados na otimização considerando o Cenário A são apresentados na Tabela 9. É possível notar que não são apresentados valores para os concretos C40 e C45, e por esse motivo, tais possibilidades foram excluídas durante a otimização.

Tabela 9 – Parâmetros alterados no Cenário A

Material	Unidade	Emissão Unitária (kgCO ₂ /unidade)	
		Cenário Original	Cenário A
Concreto C30	m ³	157,65	348,76
Concreto C35	m ³	171,74	381,72
Concreto C40	m ³	182,14	-
Concreto C45	m ³	194,7	-
Concreto C50	m ³	225,78	508,63
Aço da Armadura	kg	1,05	2,10

Fonte: Próprio autor.

3.4.2 Cenário B

Neste cenário, buscou-se avaliar a influência da relação dos custos unitários de cada material nos resultados da otimização. Mais especificamente, o Cenário B considera uma situação de alta de 100% no custo do aço, com o valor apresentado na Tabela 10.

Tabela 10 – Parâmetros alterados no Cenário B

Material	Custo Unitário (R\$/kg)	
	Cenário Original	Cenário B
Aço de Perfil	14,56	29,12
Aço da Armadura	9,68	19,36

Fonte: Próprio autor.

3.4.3 Cenário C

Por sua vez, o Cenário C estuda a influência do amortecimento na configuração das soluções ótimas. Nesse caso, foi considerado um aumento de 100% no amortecimento da estrutura, conforme a Tabela 11. Com esse cenário, busca-se simular a utilização de sistemas de amortecimento na estrutura, avaliando a possibilidade de inclusão de tal possibilidade no problema de otimização.

Tabela 11 – Parâmetros alterados no Cenário C

Propriedade	Cenário Original	Cenário C
Amortecimento	2%	4%

Fonte: Próprio autor.

3.4.4 Cenário D

Neste cenário, é analisada a influência da densidade de pedestres nas soluções obtidas pela otimização multiobjetivo em termos de custos, emissões e acelerações. Como mostra a Tabela 12, o Cenário D considera uma redução na densidade de pedestres para 0,5 p/m².

Tabela 12 – Parâmetros alterados no Cenário D

Parâmetro	Cenário Original	Cenário D
Densidade de Pedestres (p/m ²)	1,0	0,5

Fonte: Próprio autor.

3.4.5 Cenário E

O último cenário é um complemento ao Cenário D, avaliando a situação oposta de um aumento na densidade de pedestres, conforme a Tabela 13.

Tabela 13 – Parâmetros alterados no Cenário E

Parâmetro	Cenário Original	Cenário E
Densidade de Pedestres (p/m ²)	1,0	1,5

Fonte: Próprio autor.

3.5 APLICAÇÃO NUMÉRICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com o programa e o algoritmo da MOHS validados, foram realizadas otimizações multiobjetivo de passarelas de pedestres mistas, considerando o custo, o impacto ambiental e o conforto, conforme a formulação exposta anteriormente. Foram considerados diferentes casos de vão a serem vencidos, variando a cada 2,5 m dentro do intervalo de 10 m a 25 m. Para cada caso estudado, o resultado é uma fronteira de Pareto formada pelas soluções não-dominadas, que são utilizadas na avaliação dos resultados e na tomada de decisão *a posteriori*.

Devido ao método de otimização empregado ser metaheurístico, os resultados costumam ser diferentes a cada execução do programa, dada a aleatoriedade presente em seu algoritmo. Por esse motivo, para cada aplicação numérica, assim como para a validação, o programa foi executado 15 vezes. No caso da validação do algoritmo, foi adotada a fronteira de Pareto com melhor conformação e diversidade de resultados. Já para as aplicações numéricas, todas as soluções obtidas para cada caso foram unidas e novamente ranqueadas, criando uma única fronteira de Pareto a partir de todas as soluções. É importante ressaltar que, devido a isso, o número de soluções não-dominadas que compõem a fronteira de Pareto final varia para cada caso analisado.

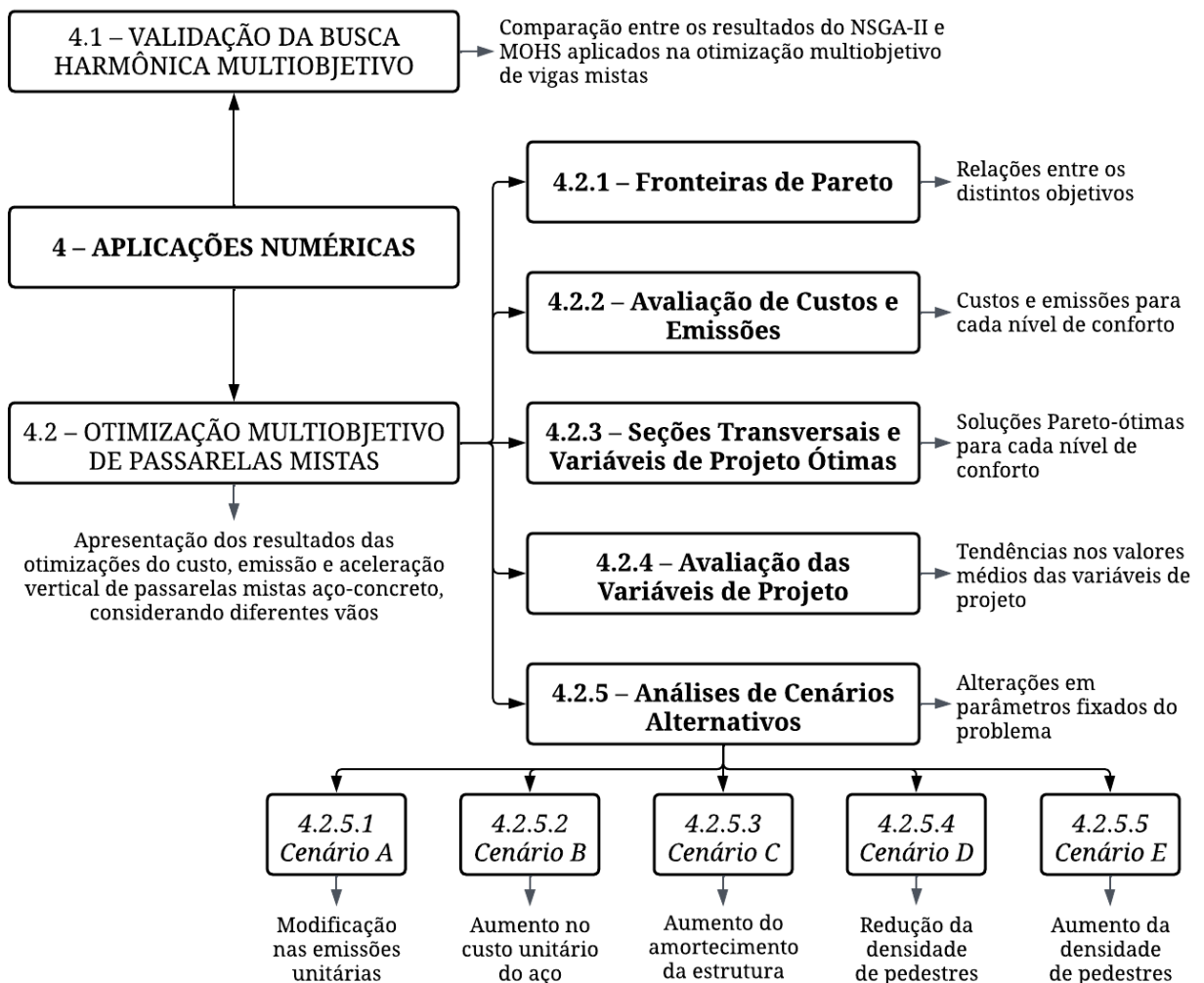
Em seguida, a partir da fronteira de Pareto obtida pelo processo de otimização multiobjetivo, é realizada uma avaliação crítica dos resultados. São analisadas as relações entre os distintos objetivos, e verificada a existência ou não de tendências nos resultados. Com isso, são levantados possíveis indicações e parâmetros para o auxílio na tomada de decisões de projetistas considerando os aspectos econômicos, ambientais e de conforto da estrutura.

Por fim, é realizada uma análise de cenários alternativos dos resultados, alterando parâmetros e verificando possíveis discrepâncias nas soluções obtidas, de modo a expandir as

conclusões do estudo. Para isso, são apresentadas comparações entre as projeções da fronteira de Pareto do cenário original e do cenário modificado, possibilitando visualizar alterações no comportamento do conjunto de soluções não-dominadas.

Os resultados, apresentados no capítulo a seguir, estão dispostos conforme o mapa da Figura 19. Inicialmente, é apresentada e discutida a validação do método da Busca Harmônica Multiobjetivo, seguida dos resultados e discussões das diferentes otimizações multiobjetivo das passarelas mistas aço-concreto. Para facilitar a leitura, o último item citado está organizado em subitens, separando as diferentes análises e conclusões sobre os resultados obtidos.

Figura 19 – Mapa de apresentação do capítulo de resultados



Fonte: Próprio autor.

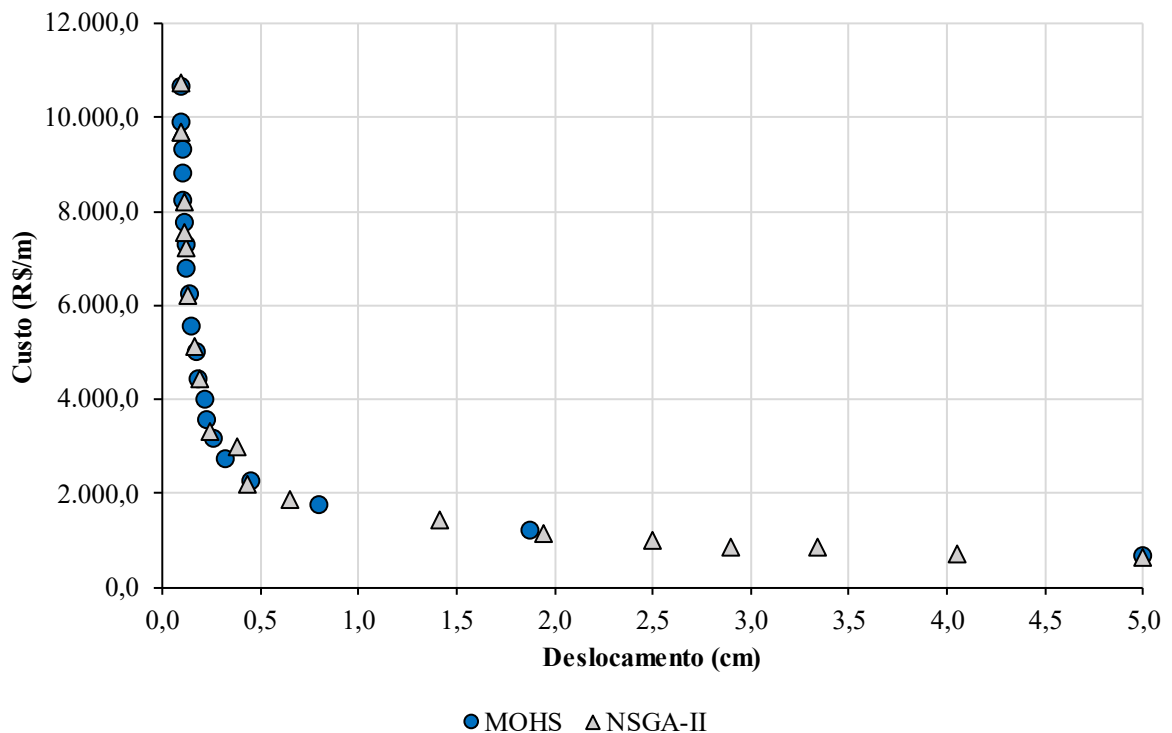
4 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Neste item, são apresentadas a validação e as aplicações numéricas do programa de otimização desenvolvido. Primeiro, os resultados da otimização multiobjetivo do problema utilizado para a validação do programa são comparados aos obtidos empregando outro método de otimização multiobjetivo já consolidado. Posteriormente, são otimizadas passarelas de estrutura mista, considerando o custo, o impacto ambiental e o conforto dos pedestres.

4.1 VALIDAÇÃO DA BUSCA HARMÔNICA MULTI OBJETIVO

Após a execução do programa desenvolvido e da otimização utilizando o SolveXL na planilha de verificação, as fronteiras de Pareto foram criadas a partir das soluções não dominadas de cada algoritmo, e são mostradas na Figura 20. Como fica evidente, a MOHS foi capaz de encontrar soluções não-dominadas com valores de funções objetivos bastante similares as do NSGA-II, mostrando ser um algoritmo de otimização multiobjetivo eficiente e capaz de obter resultados competitivos em comparação a métodos já consolidados.

Figura 20 – Comparação das fronteiras de Pareto obtidas com a MOHS e o NSGA-II



Fonte: Próprio autor.

Ainda na Figura 20, é possível verificar que ambos os algoritmos obtiveram uma fronteira de Pareto bem conformada. Os resultados do NSGA-II apresentam uma diversidade maior de soluções para deslocamentos acima de 1 cm, enquanto a MOHS concentra mais soluções com diferentes custos e deslocamentos inferiores a 0,5 cm. Esse comportamento pode ser explicado pelo baixo número de soluções que compõem as fronteiras de Pareto, além da magnitude dos valores de deslocamento em relação ao custo. Assim, isso não afeta negativamente o desempenho da MOHS, embora indique a possibilidade de calibrações e melhorias no algoritmo e na formulação do problema de otimização, buscando aprimoramentos adicionais.

Quanto aos resultados em si, é visível o aumento exponencial do custo das vigas na medida em que os deslocamentos são reduzidos, sendo esse um comportamento já esperado. É interessante ressaltar que os resultados também mostram que os deslocamentos da estrutura podem ser consideravelmente reduzidos com um pequeno acréscimo em seu custo, especialmente no intervalo mais próximo ao limite de 5 cm. Para reduzir o deslocamento de 5 cm para 4 cm, é necessário um acréscimo de aproximadamente 9% no custo da estrutura, ou R\$ 60 por metro da viga. Já para reduzir o deslocamento para 2 cm, se torna necessário aumentar o custo em 75%. Reduções para além de 0,5 cm de deslocamento se tornam expressivamente caras e inviáveis, com um crescimento no custo cada vez maior para uma redução menor no deslocamento, além de possuírem pouca necessidade prática.

Os valores das variáveis de projeto de cada solução que compõe a fronteira de Pareto são apresentados na Tabela 14, para a MOHS, e na Tabela 15 para o NSGA-II. Em ambas, as soluções estão ordenadas de forma crescente em relação ao custo. Devido às limitações na modelagem do problema de otimização utilizando o SolveXL, os valores discretos adotados para as variáveis foram ligeiramente distintos do empregado no programa desenvolvido nesta pesquisa. Entretanto, é possível notar que essa diferença não apresentou interferências significativas nos resultados, dada a similaridade nos valores de cada função objetivo.

Tabela 14 – Soluções não-dominadas obtidas pela MOHS

h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Deslocamento (cm)
862	6,35	147	16	156	19	0,9	685,45	4,9999
1046	9,5	159	28,5	160	37,5	1	1202,11	1,8753
1423	12,5	151	44,5	129	50	1	1761,98	0,7975
1995	16	241	19	155	25	0,9	2264,66	0,4459
1993	16	431	16	661	16	1	2744,34	0,3235
1986	16	247	50	595	22,4	0,8	3176,39	0,2623
1994	16	282	50	654	28,5	1	3560,14	0,2254
2000	19	370	50	865	19	1	4002,77	0,2141
1993	16	705	31,5	862	31,5	0,8	4446,54	0,1795
1994	19	792	37,5	858	28,5	1	5022,54	0,1696
2000	16	618	50	1050	37,5	0,9	5568,94	0,1438
1988	16	1076	31,5	982	50	1	6237,63	0,1340
1999	16	1071	37,5	1059	50	1	6787,15	0,1233
1999	16	1099	50	1067	44,5	0,8	7284,60	0,1169
2000	16	1854	31,5	1058	50	0,9	7758,91	0,1120
2000	16	1254	44,5	1296	50	0,8	8255,45	0,1068
1993	16	1726	37,5	1327	50	0,8	8808,46	0,1032
1997	16	1944	37,5	1350	50	0,9	9309,65	0,0995
1997	16	1862	44,5	1367	50	0,9	9886,63	0,0964
1999	16	1942	50	1374	50	1	10667,21	0,0935

Fonte: Próprio autor.

Tabela 15 – Soluções não-dominadas obtidas pelo NSGA-II

h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Deslocamento (cm)
1032	7,58	100	16,06	100	8,33	1,00	657,17	4,9994
1032	7,58	108	16,06	100	18,23	0,98	716,87	4,0520
969	7,62	120	16,06	110	40,01	1,00	841,61	3,3371
1033	7,62	120	16,06	110	40,01	1,00	867,65	2,8998
969	7,62	108	44,70	164	26,85	0,98	996,51	2,4940
1032	7,58	228	16,06	174	45,66	0,99	1146,59	1,9430
1032	7,58	132	44,70	230	49,48	0,99	1449,34	1,4114
1744	14,72	108	21,83	106	49,56	0,99	1886,51	0,6479
2000	15,06	108	21,74	174	40,01	1,00	2213,89	0,4362
1588	14,68	658	22,12	942	17,47	0,98	3009,56	0,3793
1984	14,68	658	22,12	942	17,47	0,98	3320,13	0,2400
1988	14,68	648	22,12	942	40,01	1,00	4444,49	0,1908
1988	14,68	876	46,35	1316	18,25	0,98	5116,48	0,1612
2000	15,06	1613	24,55	894	50,00	0,98	6216,37	0,1299
1988	14,68	880	46,17	1316	48,28	1,00	7227,64	0,1190
2000	14,68	2000	21,78	1334	50,00	1,00	7562,79	0,1151
2000	15,06	1585	44,41	1274	40,10	1,00	8201,20	0,1088
2000	15,06	1585	50,00	1399	50,00	1,00	9681,01	0,0958
2000	15,06	1585	50,00	1399	50,00	1,00	9681,25	0,0958
2000	14,68	2000	50,00	1399	50,00	1,00	10748,49	0,0923

Fonte: Próprio autor.

Por fim, a partir da comparação entre as fronteiras de Pareto formada pelos dois algoritmos, verifica-se que a MOHS é um método competitivo e que atinge resultados satisfatórios para o problema estudado neste trabalho, atestando a sua eficiência e aplicabilidade. O mesmo pode ser afirmado para o programa desenvolvido, que empregando a MOHS, foi capaz de gerar fronteiras de Pareto com soluções não-dominadas e factíveis.

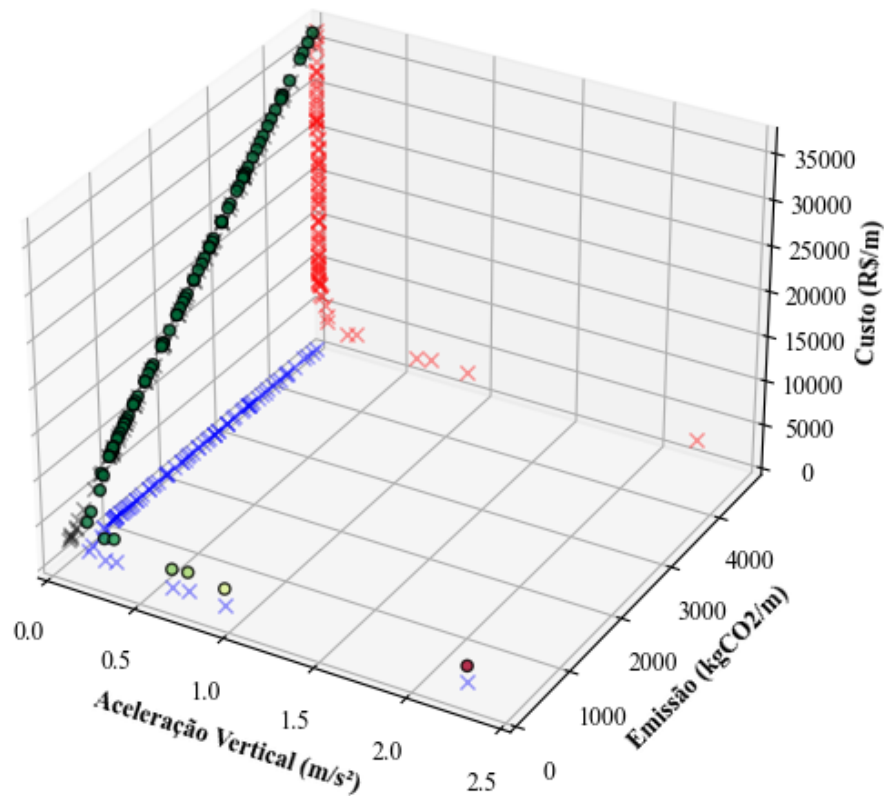
4.2 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE PASSARELAS MISTAS

Após a validação dos resultados do programa de otimização desenvolvido, ele foi aplicado na otimização multiobjetivo das passarelas de estrutura mista, considerando diferentes casos de vãos a serem vencidos. Os vãos estudados estão compreendidos dentro do intervalo de 10 a 25 metros, variando a cada 2,5 metros. As demais características do problema são as apresentadas anteriormente nos procedimentos metodológicos. Vale ressaltar que, após 15 execuções do programa, todas as soluções obtidas foram novamente ranqueadas e apenas as não-dominadas foram utilizadas para gerar uma fronteira de Pareto com maior quantidade de soluções. Por esse motivo, para cada situação estudada, o número final de soluções não-dominadas é diferente, dada a combinação entre o resultado de distintas otimizações. A seguir, são apresentados os resultados obtidos com a otimização multiobjetivo, em conjunto com uma análise detalhada sobre as fronteiras de Pareto, sobre os valores ótimos das variáveis de projeto, sobre os custos e emissões para cada nível de conforto de pedestre e, finalmente, sobre a análise de cenários alternativos. Como complemento, no Apêndice B são apresentadas as soluções não-dominadas obtidas pela otimização em cada cenário, onde é possível verificar as variáveis de projeto e o valor das funções objetivos de cada harmonia.

4.2.1 Fronteiras de Pareto

Os primeiros resultados analisados a partir da otimização multiobjetivo são as fronteiras de Pareto, que relacionam os objetivos distintos e apresentam as soluções não-dominadas obtidas pela otimização multiobjetivo. Como neste trabalho são considerados 3 objetivos, a fronteira de Pareto é representada por pontos em um espaço tridimensional, como mostra a Figura 21 para a passarela com 10 m de vão. Nela, as soluções não-dominadas são coloridas em um gradiente, onde as soluções com maiores acelerações são vermelhas, enquanto as de menor aceleração são verdes. Além disso, a fronteira de Pareto é projetada nos planos formados por dois objetivos, representados por vermelho no caso da relação entre aceleração e custo, por azul para aceleração e emissão, e por preto para emissão e custo.

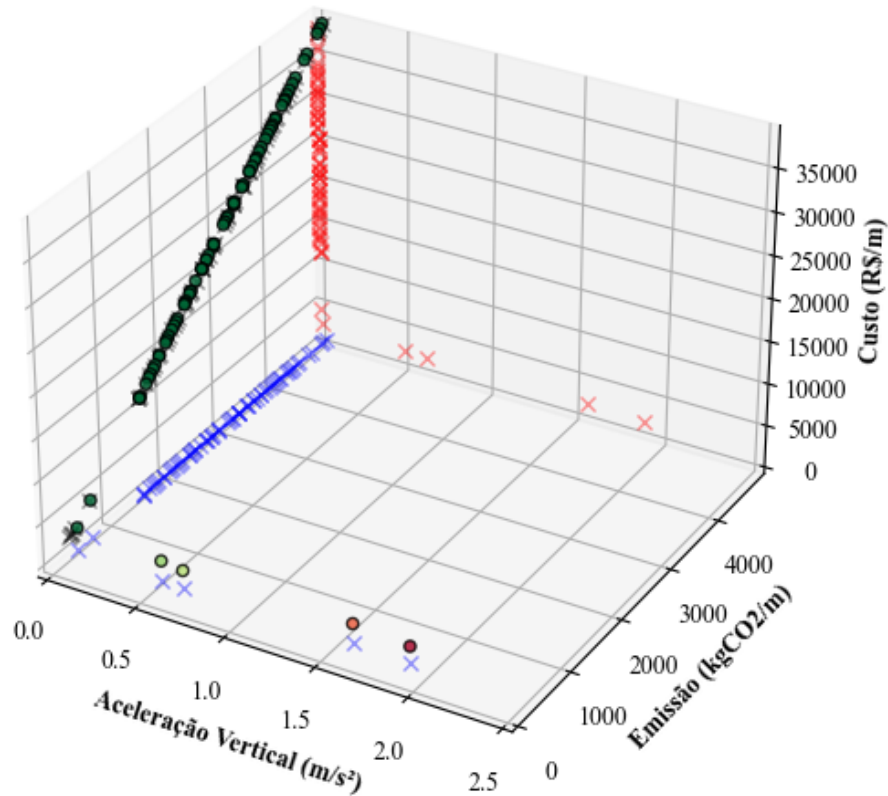
Figura 21 – Fronteira de Pareto para o vão de 10 metros



Fonte: Próprio autor.

A partir da figura, é proeminente a relação direta entre os objetivos de custo e emissão de CO₂ da estrutura, que crescem em uma proporção linear. A aceleração vertical, como esperado, é um objetivo conflitante aos demais objetivos, de modo que soluções com maior conforto ao pedestre são mais caras e apresentam maior impacto ambiental. O formato da fronteira de Pareto, para o vão de 10 metros, é fortemente marcado pela grande quantidade de soluções com acelerações verticais muito próximas a zero, com custo e emissão elevados. Isso se explica pelo fato de que a estrutura naturalmente apresenta um comportamento aceitável em relação às vibrações, considerando o vão de 10 metros. Como evidência, verifica-se que a solução de maior aceleração vertical está próxima a 2,0 m/s², não atingindo o limite máximo de 2,5 m/s². Assim, o algoritmo de otimização necessita encontrar soluções de rigidez cada vez maior, para um decréscimo na aceleração insignificante em termos práticos. Esse mesmo comportamento ocorre para a fronteira de Pareto considerando o vão de 12,5 metros, exibido na Figura 22.

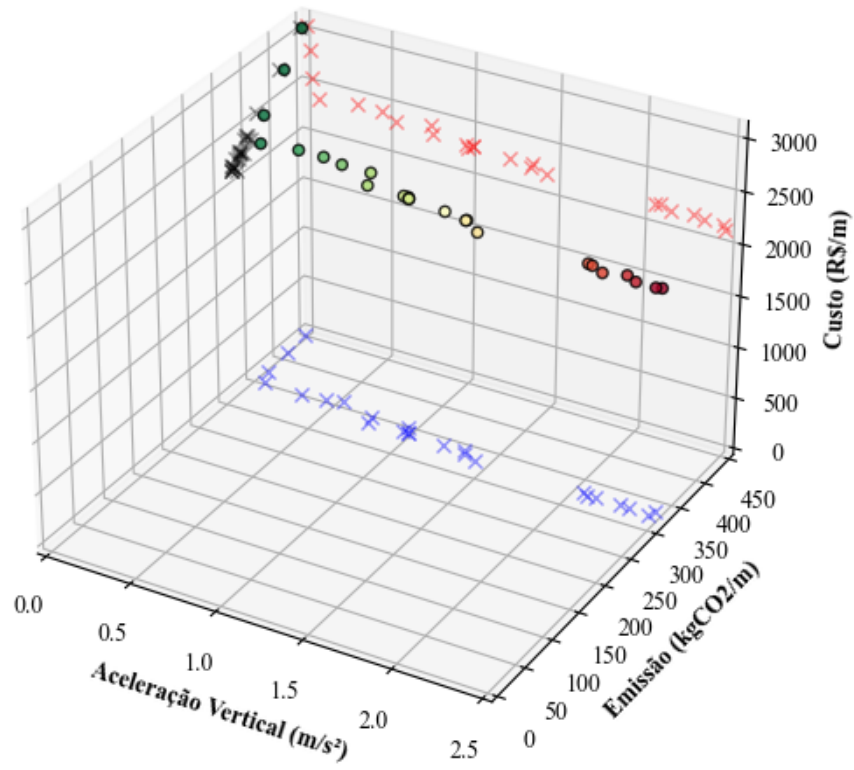
Figura 22 – Fronteira de Pareto para o vão de 12,5 metros



Fonte: Próprio autor.

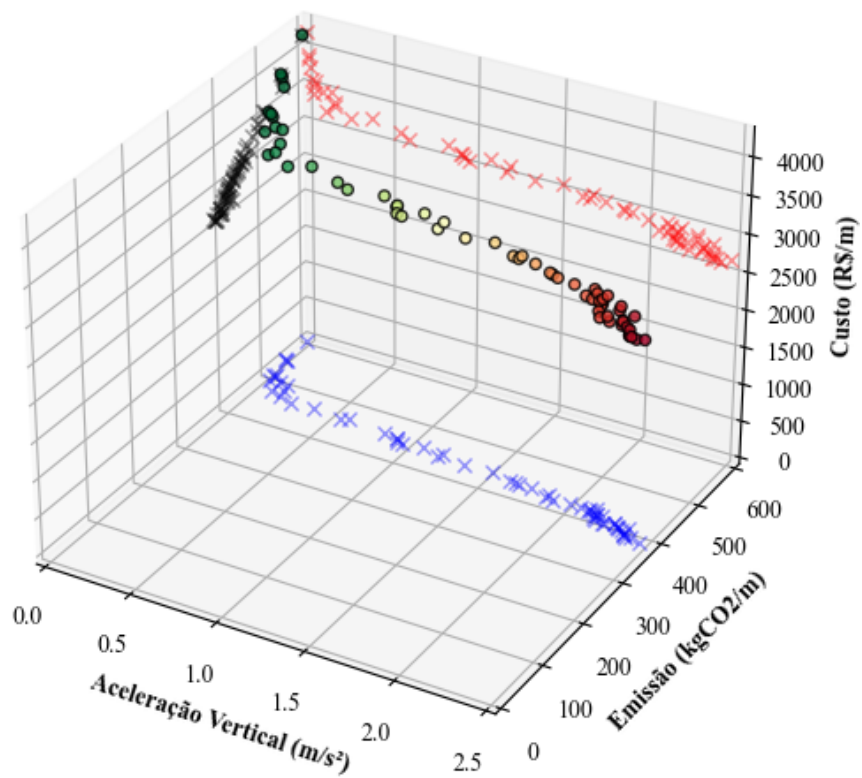
Para a passarela com vão de 15 metros, a fronteira de Pareto assume um comportamento distinto, com uma melhor distribuição das soluções não-dominadas em relação ao objetivo de acelerações verticais. Especificamente para esse vão, o número final de soluções não-dominadas é de apenas 24, de todas as 300 soluções obtidas com as distintas execuções da otimização, conforme mostra a Figura 23. É possível verificar que as soluções de menor custo e emissão apresentam acelerações muito próximas ao limite, onde essa restrição passa a ser ativa para o dimensionamento da estrutura. A fronteira de Pareto também demonstra a necessidade de aumentar exponencialmente o custo e a emissão da estrutura para ganhos muito pequenos em termos de aceleração, quando esta está muito próxima a 0. Essas análises também são válidas para o caso do vão de 17,5 metros, exibido na Figura 24, com a principal diferença de a fronteira de Pareto ser composta por um número de soluções mais representativo.

Figura 23 – Fronteira de Pareto para o vão de 15 metros



Fonte: Próprio autor.

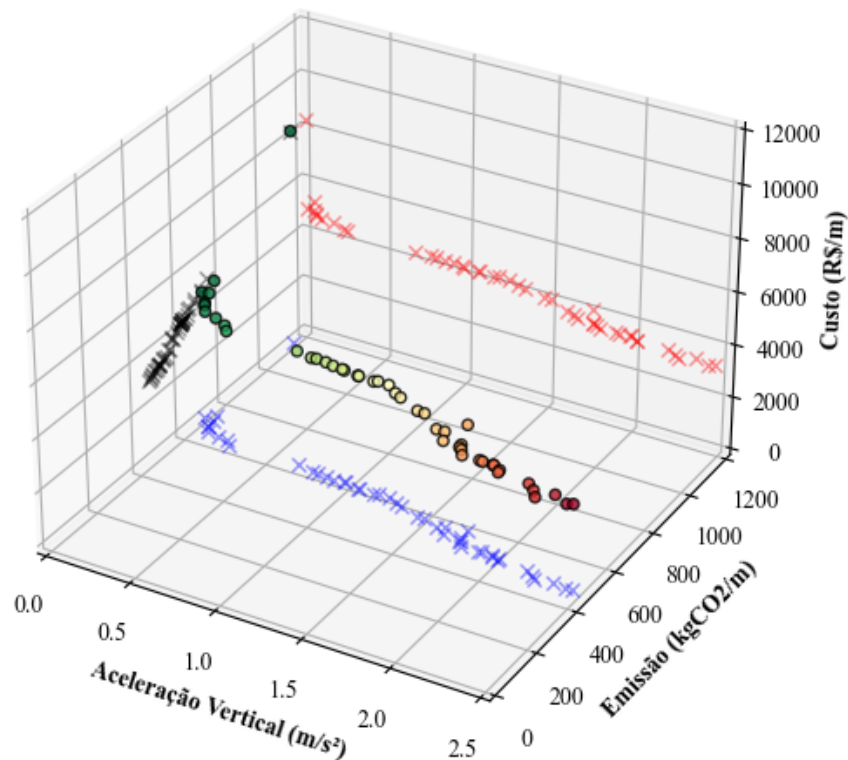
Figura 24 – Fronteira de Pareto para o vão de 17,5 metros



Fonte: Próprio autor.

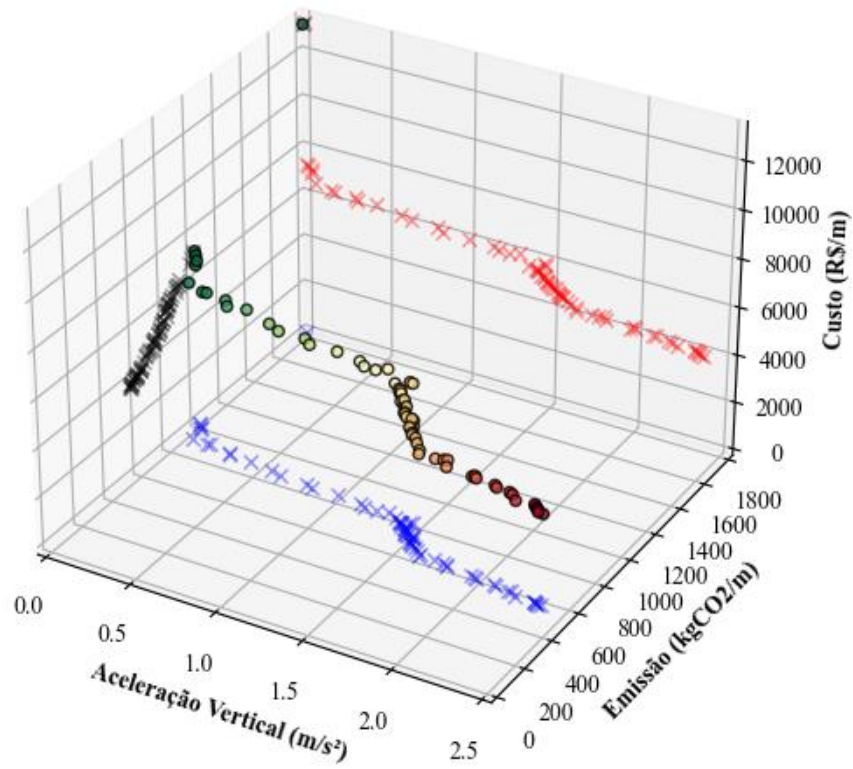
A partir do vão de 20 metros, a fronteira de Pareto passa a apresentar um novo comportamento. Dentro da faixa de soluções com acelerações entre $2,0 \text{ m/s}^2$ e $1,0 \text{ m/s}^2$, se verifica um aumento no acréscimo de custo e emissão necessário para reduzir a aceleração, representado por um aumento na inclinação que relaciona tais objetivos. No caso da fronteira de Pareto para um vão de 20 metros, exibida na Figura 25, esse aumento na inclinação é mais sutil. Porém, a inclinação cresce de forma mais evidente para os vãos de 22,5 e 25 metros, conforme exibem respectivamente a Figura 26 e a Figura 27.

Figura 25 – Fronteira de Pareto para o vão de 20 metros



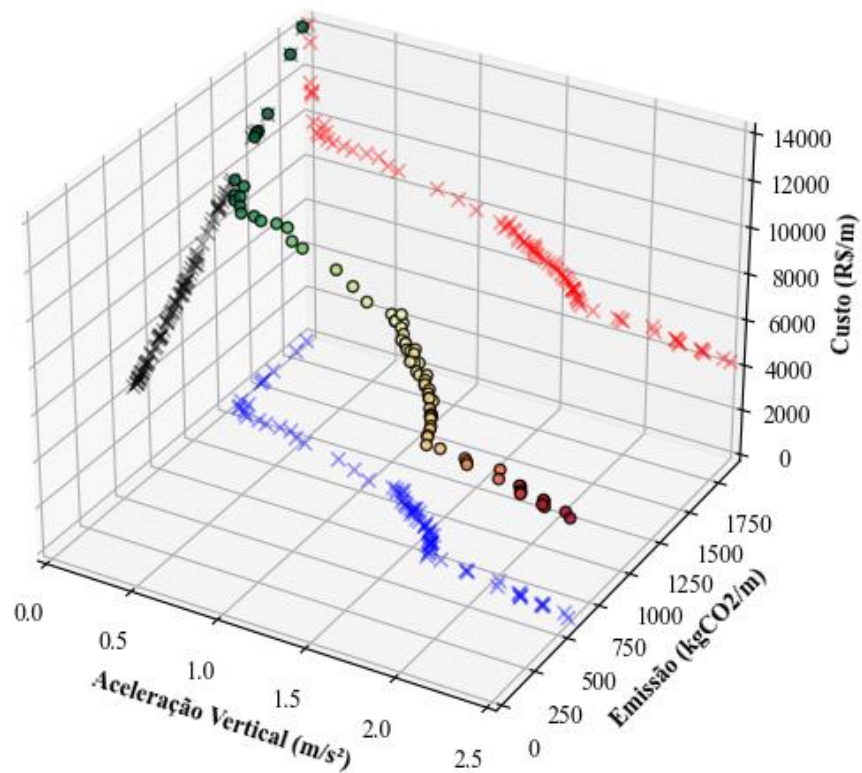
Fonte: Próprio autor.

Figura 26 – Fronteira de Pareto para o vão de 22,5 metros



Fonte: Próprio autor.

Figura 27 – Fronteira de Pareto para o vão de 25 metros

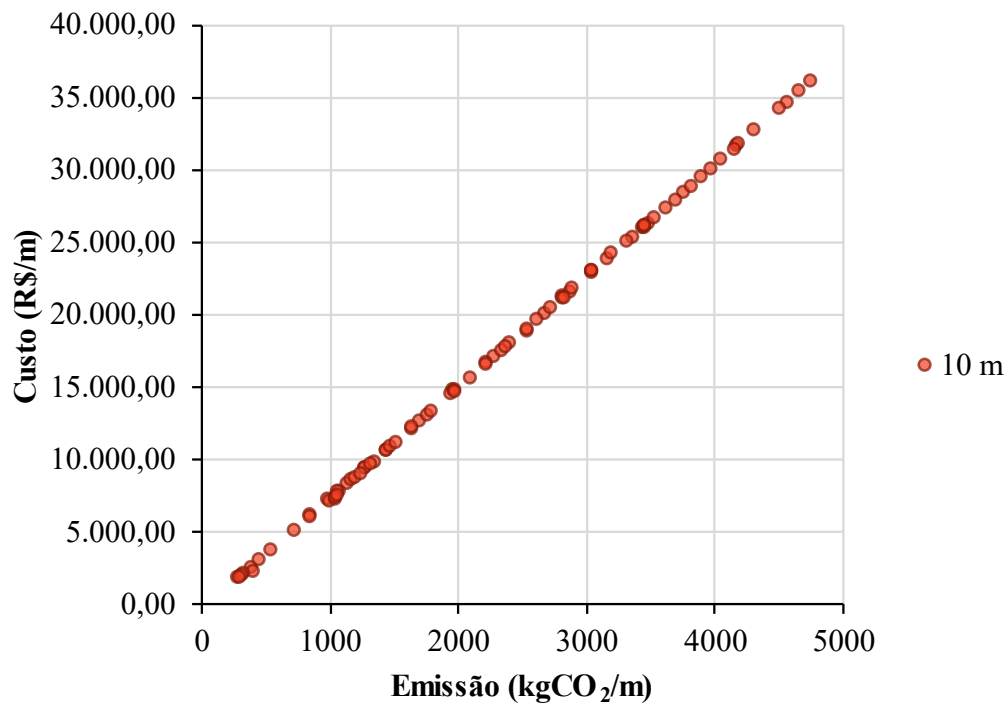


Fonte: Próprio autor.

Visando facilitar a visualização, a compreensão e a análise dos resultados, as fronteiras apresentadas na sequência são divididas em três gráficos bidimensionais. Esses gráficos representam as projeções da fronteira de Pareto tridimensional em cada plano, relacionado dois objetivos por vez. Além disso, as análises são feitas considerando os vãos de 10, 17,5 e 25 metros, que são os valores extremos e intermediário dos casos estudados. Essa sintetização é feita visto que o comportamento da fronteira de Pareto para vãos pequenos, médios e grandes é bastante similar e com análises válidas para os vãos próximos, conforme apresentado anteriormente. Todavia, os gráficos referentes aos demais vãos podem ser visualizados no Apêndice C. Também é importante ressaltar que essas projeções não correspondem a uma fronteira de Pareto isolada, e por isso, apresentam soluções que aparentam ser dominadas caso apenas os dois objetivos sejam considerados.

Na Figura 28, é exibida a projeção da fronteira de Pareto comparando as soluções em termos de emissão de CO₂ e custo, para a otimização da passarela com 10 metros de vão. No gráfico, é notável a linearidade entre os dois objetivos, conforme apresentado anteriormente. Nesse sentido, é possível afirmar que os objetivos não são conflitantes para a estrutura estudada, ou seja, as soluções que possuem um bom desempenho em termos de custo, também acabam tendo boa performance quanto à emissão de CO₂. Essa conclusão é reforçada por outros trabalhos, como os de Yepes et al. (2012), Medeiros e Kripka (2014), Tormen *et al.* (2019) e Yepes *et al.* (2019). Isso é explicado pelo fato de que a redução no consumo dos materiais é ao mesmo tempo benéfica para minimizar o custo da estrutura e a emissão de CO₂, considerando os custos e emissões unitárias empregadas neste trabalho. É possível que, ao alterar tais valores, a relação entre as duas funções também seja afetada, sendo que os resultados de uma análise de cenários alternativos nesse sentido são apresentados posteriormente. Considerando a linearidade entre os objetivos, uma redução de R\$ 100,00 por metro no custo da estrutura proporciona a redução da emissão em aproximadamente 13 kg de CO₂, ou que a redução de cada kg de CO₂ também economiza R\$ 7,70 por metro da estrutura.

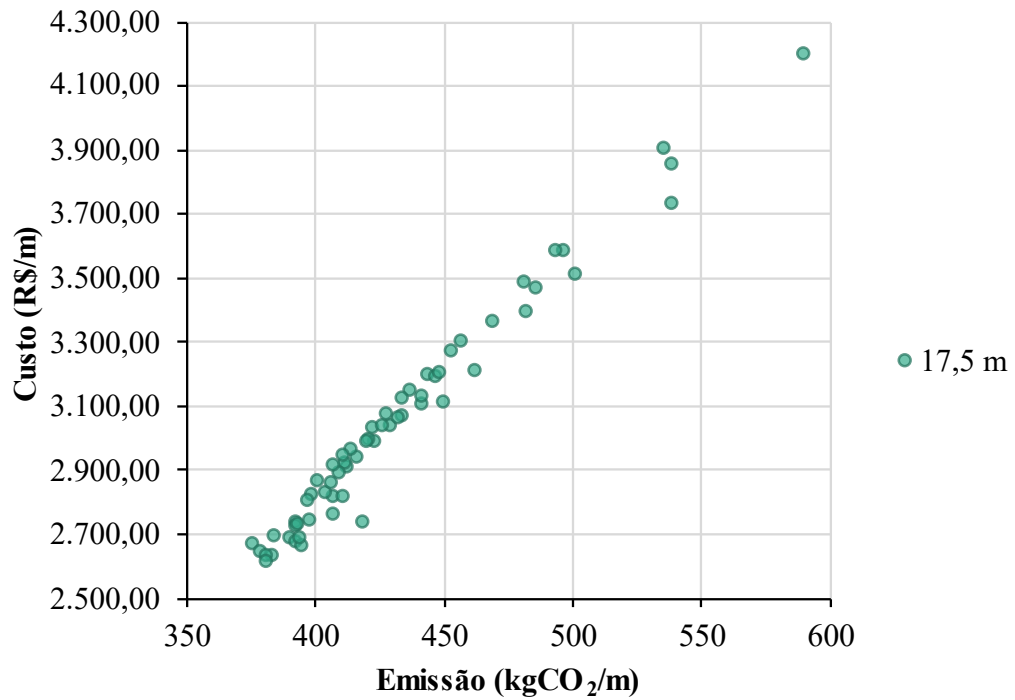
Figura 28 – Relação entre emissão e custo para o vão de 10 metros



Fonte: Próprio autor.

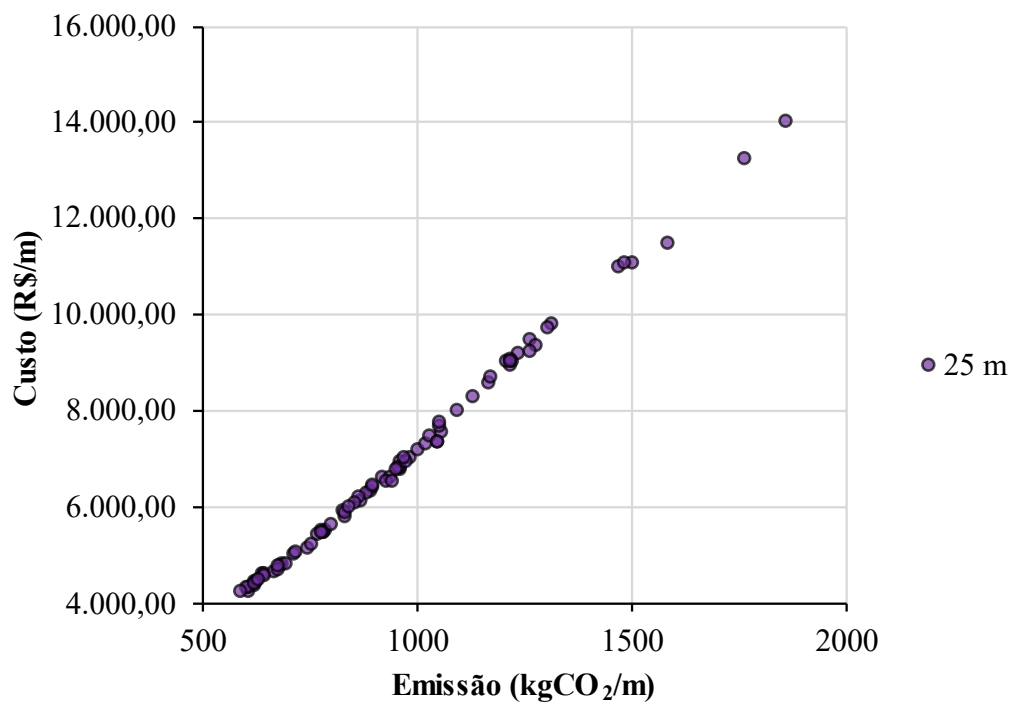
A relação linear entre os objetivos se repete para todos os vãos estudados, e isso é evidenciado na Figura 29 para o vão de 17,5 metros e na Figura 30 para o vão de 25 metros. Embora as soluções para o vão de 10 metros pareçam mais caras e de maior impacto ambiental que as estruturas de maior vão, isso se deve ao fato explicado anteriormente de o algoritmo de otimização encontrar soluções com acelerações muito próximas a zero, com o custo de um consumo de material extremamente alto. Porém, é possível notar que a solução de menor custo por metro fica mais cara com o aumento do vão, passando de R\$ 1846,69 no vão de 10 metros para R\$ 2621,18 e R\$ 4261,42 nos vãos de 17,5 e 25 metros. Uma análise aprofundada entre os custos e emissões de cada vão é apresentada em detalhes posteriormente. A proporção entre o custo e a emissão da estrutura para os vãos de 17,5 e 25 metros é de, respectivamente, R\$ 7,65 e R\$ 7,75 para cada kg de CO₂, mostrando que tal relação é virtualmente constante em todos os casos de vão estudado. Isso também é evidenciado na Figura 31, a qual mostra que todos os vãos seguem uma mesma inclinação na relação entre esses dois objetivos, de modo que todas as soluções ficam sobrepostas.

Figura 29 – Relação entre emissão e custo para o vão de 17,5 metros



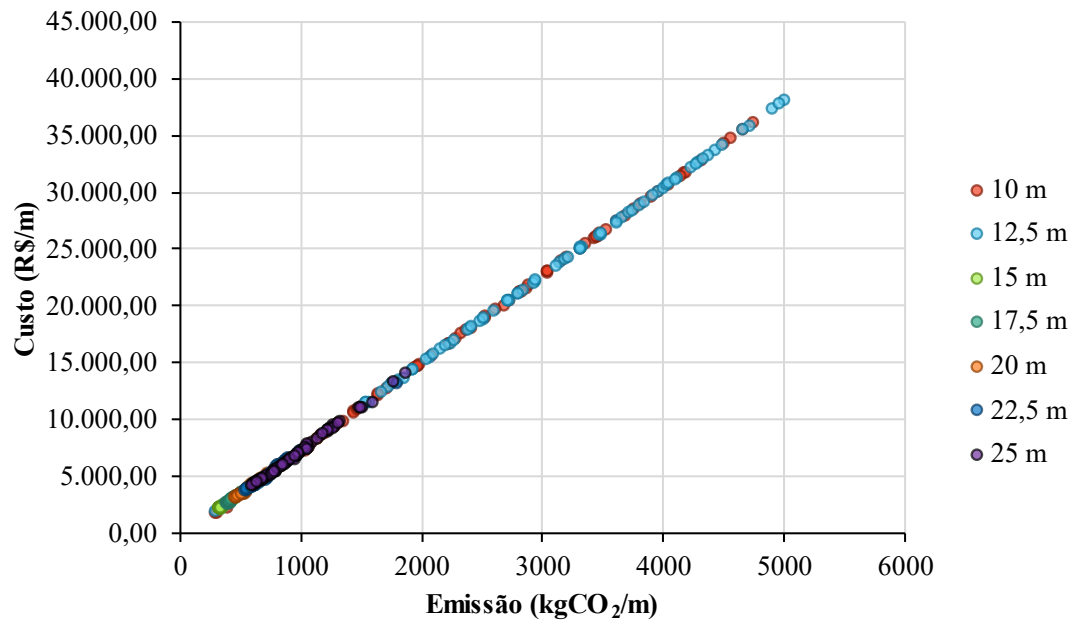
Fonte: Próprio autor.

Figura 30 – Relação entre emissão e custo para o vão de 25 metros



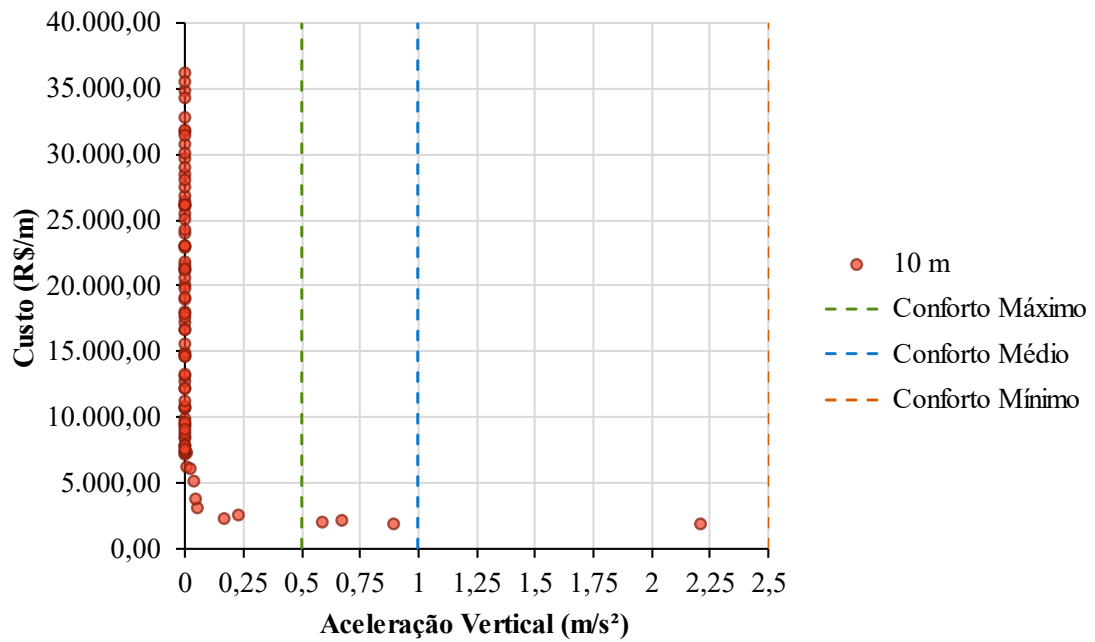
Fonte: Próprio autor.

Figura 31 – Comparação das relações entre emissão e custo



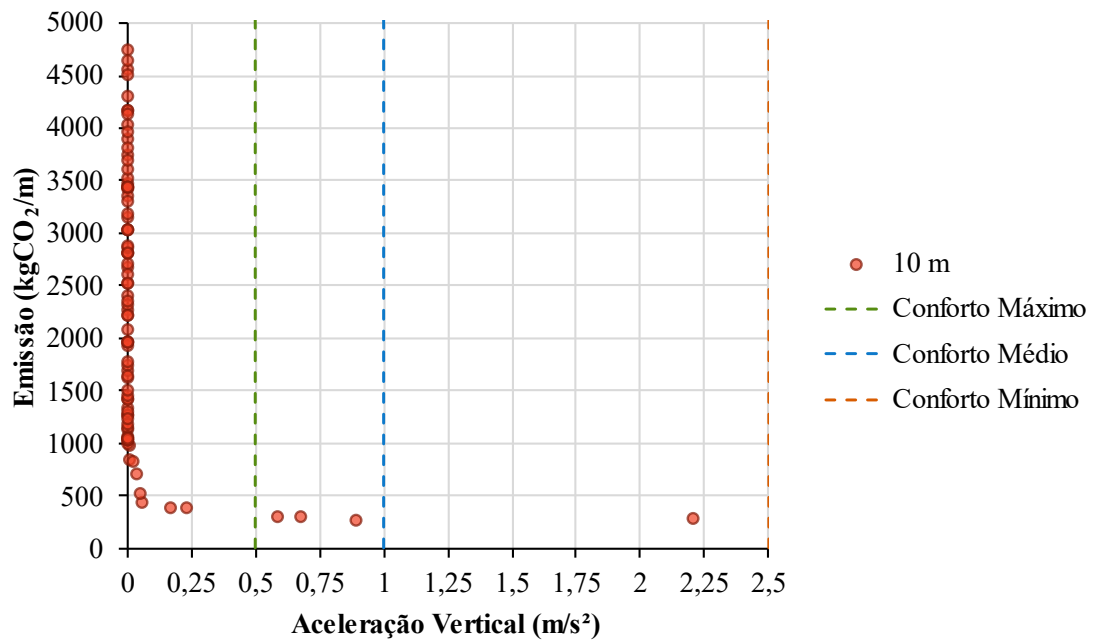
Devido a essa similaridade entre o custo e o impacto ambiental da estrutura, o comportamento desses objetivos em comparação à aceleração vertical também é bastante parecido. A Figura 32 mostra a relação entre as acelerações e o custo, enquanto a Figura 33 relaciona às emissões. Em ambos os casos, o custo e as emissões crescem na medida em que a aceleração vertical da estrutura é reduzida, comportamento já esperado dada a necessidade de um maior consumo de material para aumentar a rigidez da estrutura. A melhoria da aceleração vertical se torna particularmente custosa para reduzir seu valor além de $0,2 \text{ m/s}^2$, exigindo um consumo de material que cresce exponencialmente para uma redução com menor relevância em termos absolutos. Essas soluções, no entanto, possuem pouca racionalidade prática, visto que estruturas com acelerações próximas e inferiores a $0,5 \text{ m/s}^2$ são classificadas como de conforto máximo aos pedestres segundo a ABNT NBR 7187 (2021).

Figura 32 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 10 metros



Fonte: Próprio autor.

Figura 33 – Relação entre aceleração vertical e emissão de CO₂ para o vão de 10 metros



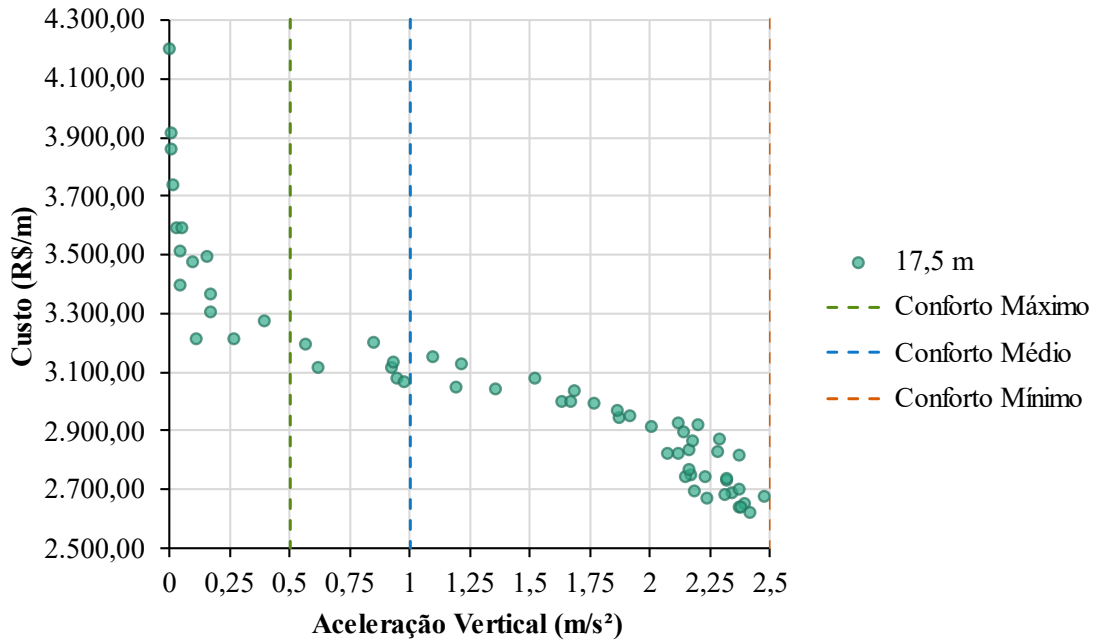
Fonte: Próprio autor.

Também é possível verificar que a solução com menor custo e impacto ambiental apresenta uma aceleração vertical menor do que 2,25 m/s², não atingindo o limite de 2,5 m/s². Isso se deve ao fato de que o vão da passarela é relativamente pequeno, e as restrições ativas do

problema são outras, como a de deslocamentos. Isso também afetou a conformação da fronteira de Pareto, em que as soluções se concentram em acelerações inferiores a $0,5 \text{ m/s}^2$, com alternativas que possuem custos e impactos ambientais muito altos. Como o vão é pequeno, é possível encontrar soluções com acelerações verticais bastante próximas a zero, porém com estruturas altamente superdimensionadas. Vale ressaltar que isso não indica uma falha no algoritmo da MOHS, mas sim que seria possível incluir outras considerações na formulação do problema para descartar soluções com acelerações excessivamente baixas. Uma alternativa viável seria a aplicação de métodos de tomada de decisão multicritério, buscando filtrar as soluções com melhor aplicabilidade prática, reduzindo racionalmente as alternativas a serem estudadas por projetistas.

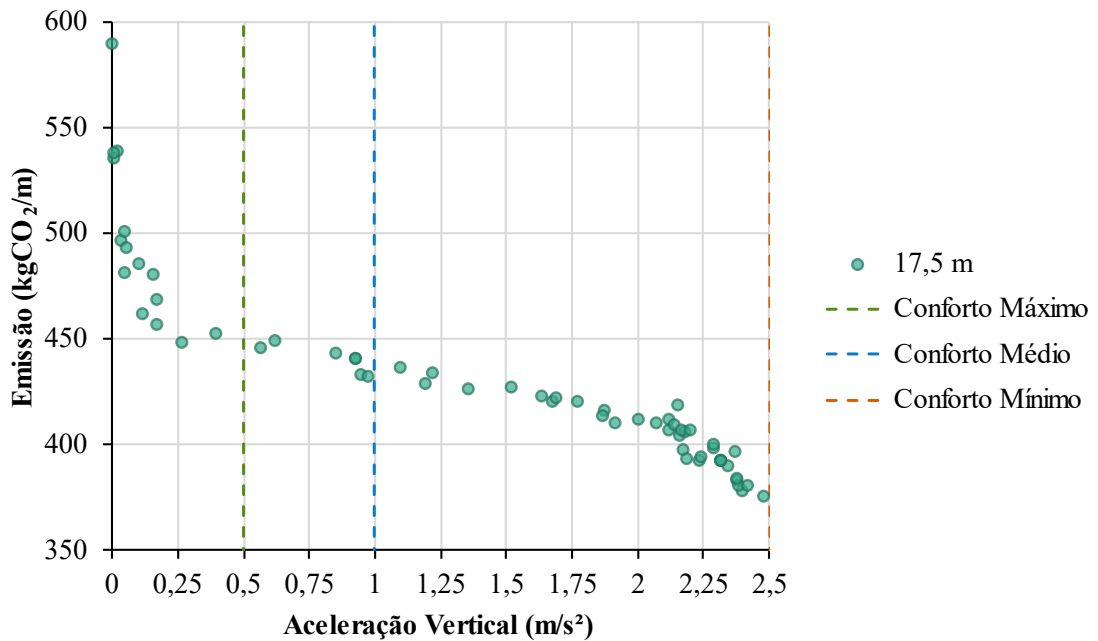
Considerando um vão médio, a quantidade de soluções com aceleração muito próxima a zero é reduzida, melhorando a diversidade e distribuição na fronteira de Pareto ao longo desse objetivo. Para ilustrar isso, a Figura 34 mostra a projeção da fronteira de Pareto relacionando a aceleração vertical e o custo para o vão de 17,5 metros. Um comportamento muito similar ocorre ao relacionar as acelerações verticais e as emissões para o mesmo vão, conforme a Figura 35. Em ambas as figuras, verifica-se que dentro da faixa de acelerações entre $1,5 \text{ m/s}^2$ e $2,5 \text{ m/s}^2$, a inclinação que relaciona os objetivos é ligeiramente maior que para a faixa de $0,25 \text{ m/s}^2$ a $1,5 \text{ m/s}^2$. Isso implica que o aumento no custo e no impacto da estrutura exigido para uma redução numérica igual da aceleração é maior no primeiro intervalo. Tal comportamento pode ser explicado pelo fato de que as soluções de menor custo e impacto ambiental são de grande esbeltez, apresentando um bom aproveitamento das resistências e um baixo consumo de materiais, com a troca de uma pior performance quanto às vibrações. Para melhorar o desempenho dinâmico dessas soluções, é necessário um consumo adicional de material ligeiramente maior, dado que as estruturas de menor custo e emissão tendem a possuir um dimensionamento mais próximo ao estado limite último e limites de deslocamento. Essas soluções apresentam uma esbeltez muito próxima ao limite máximo, o que torna o aumento da altura da viga mais custoso dada a necessidade de aumentar também a espessura da alma da viga, para atender à verificação de esbeltez. Em alguns casos, isso também exige um aumento da espessura das mesas, já que estas devem ser maiores que a espessura da alma da viga. Após isso, a altura da viga pode ser aumentada até um determinado valor, antes de precisar um novo acréscimo nas espessuras da alma e das mesas.

Figura 34 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 17,5 metros



Fonte: Próprio autor.

Figura 35 – Relação entre aceleração vertical e emissão de CO₂ para o vão de 17,5 metros

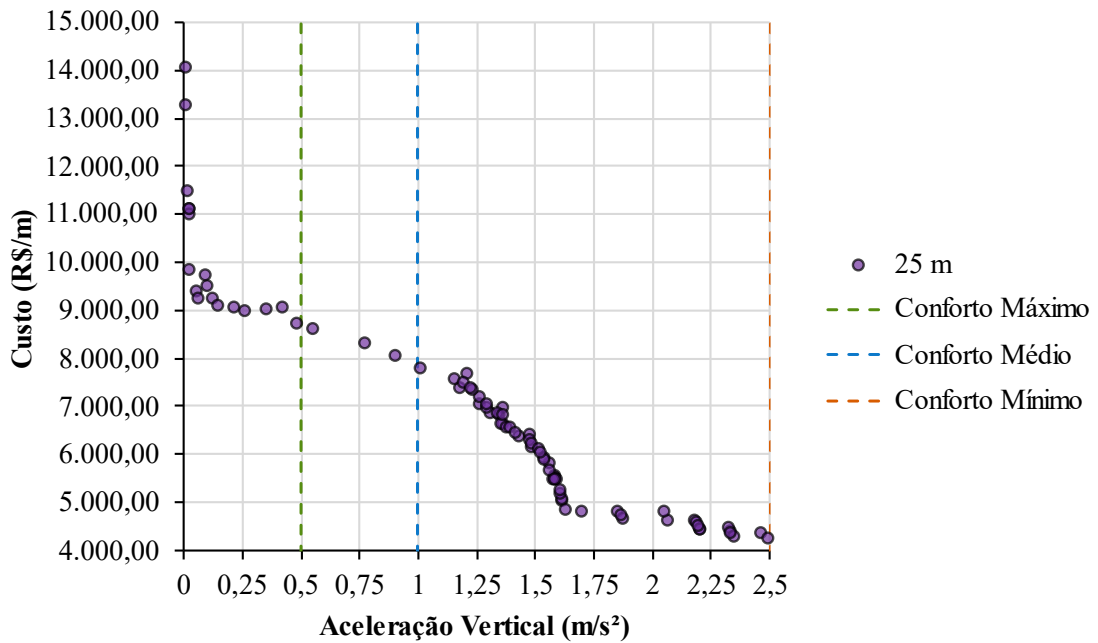


Fonte: Próprio autor.

Os gráficos também mostram que, assim como para os menores vãos, o acréscimo no custo e emissão necessários para reduzir as acelerações além de 0,25 m/s² passa a crescer exponencialmente e de forma muito acelerada. No entanto, essas soluções podem facilmente

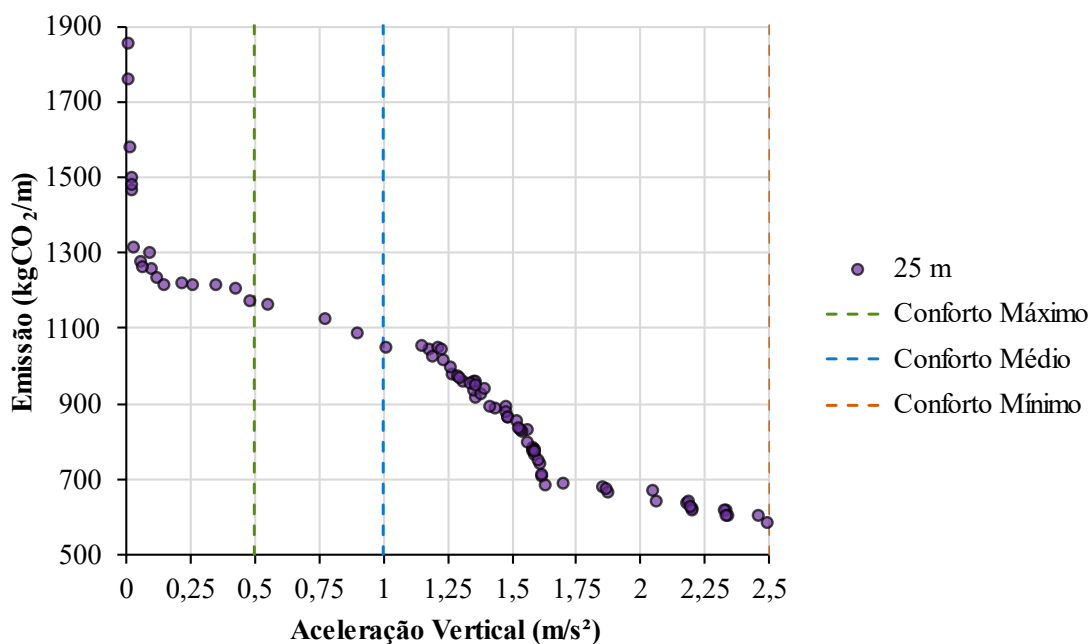
ser classificadas como inviáveis, tanto por seu alto custo e impacto ambiental, quanto pela falta de justificativa técnica para projetar passarelas com acelerações verticais tão próximas a zero, enquanto uma alternativa com aceleração mais próxima a $0,5 \text{ m/s}^2$ já proporciona um nível de conforto máximo e com menor consumo de material. Essa análise abrange também as passarelas de maiores vãos, como mostram os gráficos da Figura 36 para os custos e da Figura 37 para as emissões.

Figura 36 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 25 metros



Fonte: Próprio autor.

Figura 37 – Relação entre aceleração vertical e emissão de CO₂ para o vão de 25 metros



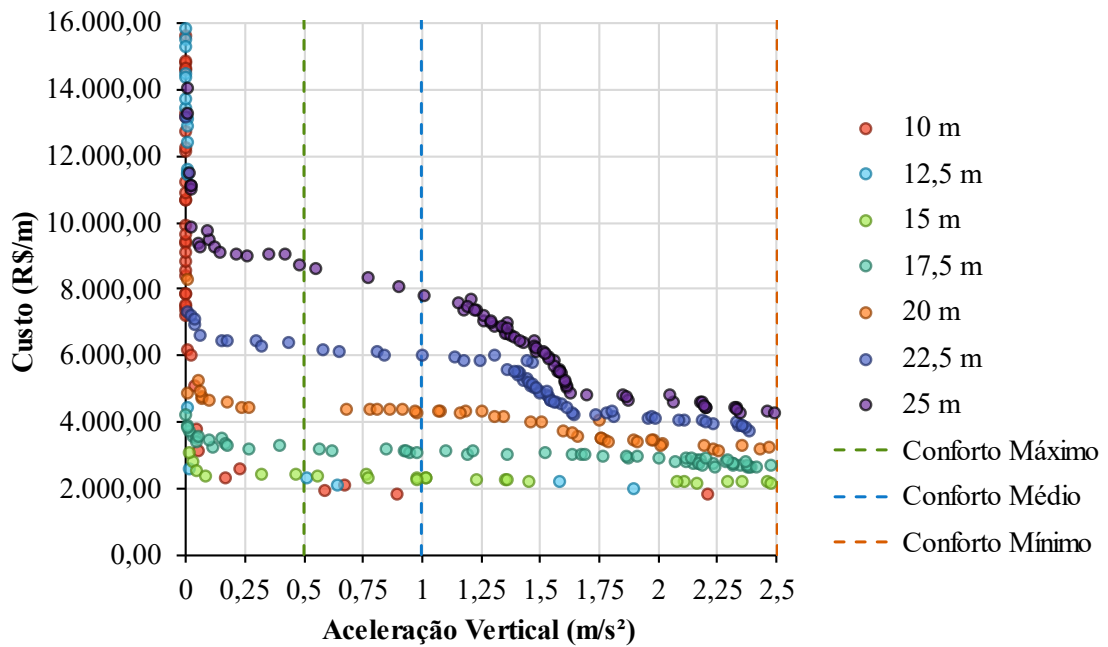
Fonte: Próprio autor.

As figuras mostram que o comportamento dos gráficos para os maiores vãos é consideravelmente diferente. O incremento no custo ou na emissão cresce linearmente à medida que a aceleração é reduzida, dentro do intervalo de 1,60 m/s² a 2,5 m/s². Reduções além de 1,60 m/s² tornam-se consideravelmente mais custosas, evidenciado pelo aumento expressivo na inclinação da relação entre os objetivos. Isso se mantém até a aceleração de 1,0 m/s² e, a partir desse ponto até o valor de 0,25 m/s², a inclinação dessa proporção é reduzida a um valor próximo ao do primeiro intervalo, reduzindo o acréscimo necessário no custo e na emissão para melhorar o conforto dos pedestres dentro dessa faixa de acelerações.

Por fim, a Figura 38 apresenta a comparação entre as projeções das fronteiras de Pareto de cada vão considerando a aceleração vertical da passarela e seu custo. Novamente, fica evidente o grande acréscimo no custo para reduzir a aceleração vertical quase que insignificamente, para valores próximos a zero. Porém, verifica-se que o custo linear das estruturas cresce em conjunto com o aumento do vão. Para os casos de vão de 10 m a 15 m, é possível reduzir a aceleração vertical até 0,5 m/s² com um acréscimo relativamente pequeno no custo da estrutura, garantindo o conforto máximo dos pedestres. No caso dos vãos de 22,5 m e 25 m, isso ocorre até a aceleração de 1,75 m/s², e a partir desse ponto ocorre uma ligeira inclinação no custo, tornando-se mais caro reduzir a aceleração além desse valor. Por isso, para garantir um nível de conforto máximo aos pedestres, é necessário investir o dobro do valor na estrutura. Nessa comparação, ficam evidentes as mudanças no comportamento da fronteira da

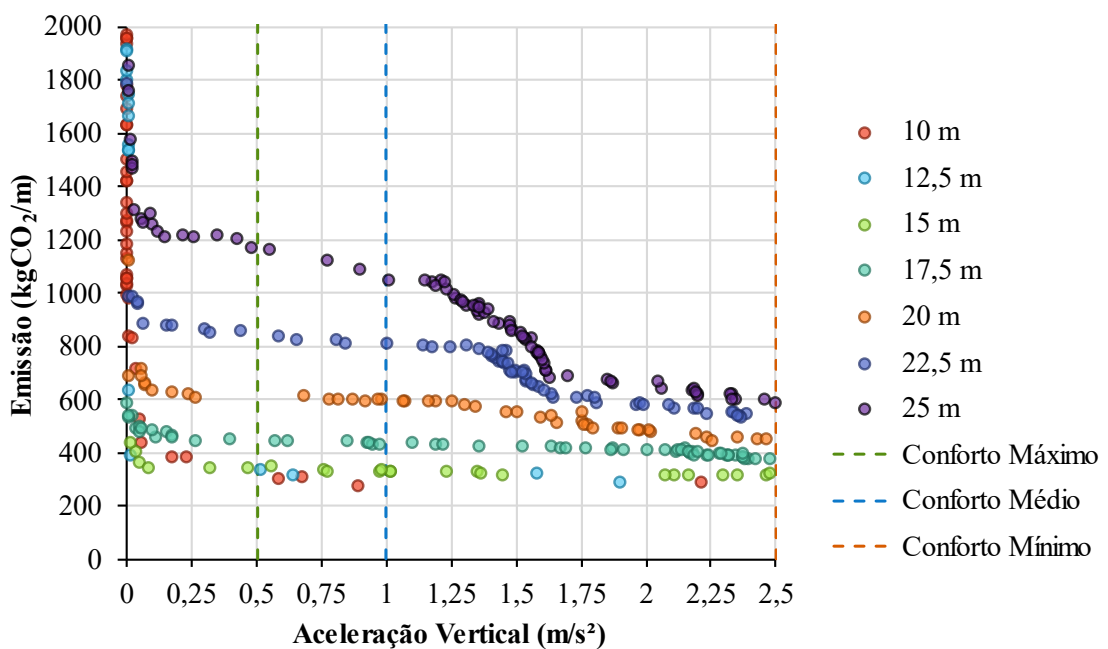
de Pareto para os diferentes vãos considerados. Dada a correlação entre o custo e as emissões de CO₂ da estrutura, tais análises se mostram verdadeiras para a fronteira de Pareto comparando as acelerações e as emissões, conforme a Figura 39.

Figura 38 – Comparação entre aceleração vertical e custos para cada vão



Fonte: Próprio autor.

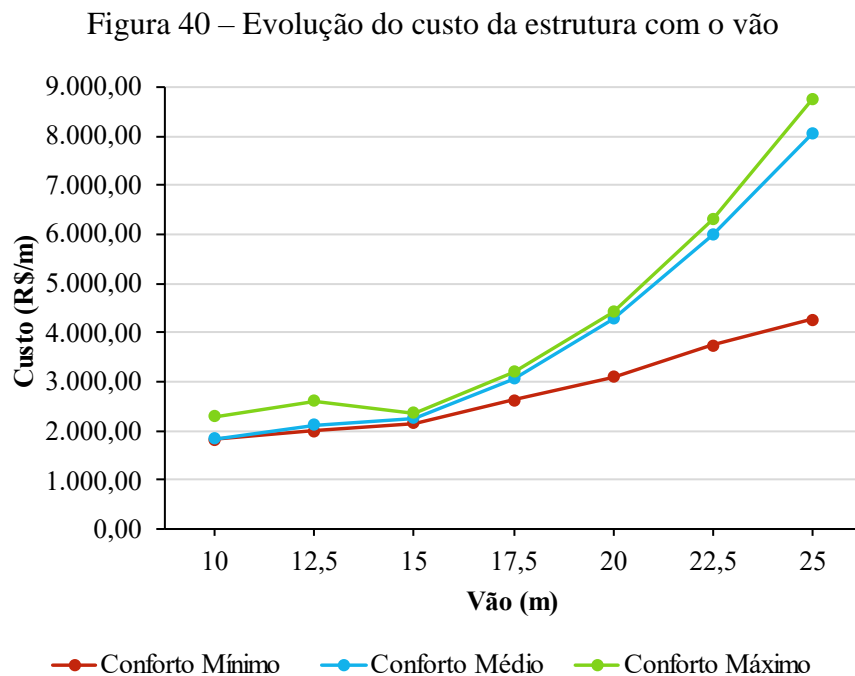
Figura 39 – Comparação entre aceleração vertical e emissão de CO₂ para cada vão



Fonte: Próprio autor.

4.2.2 Avaliação de Custos e Emissões

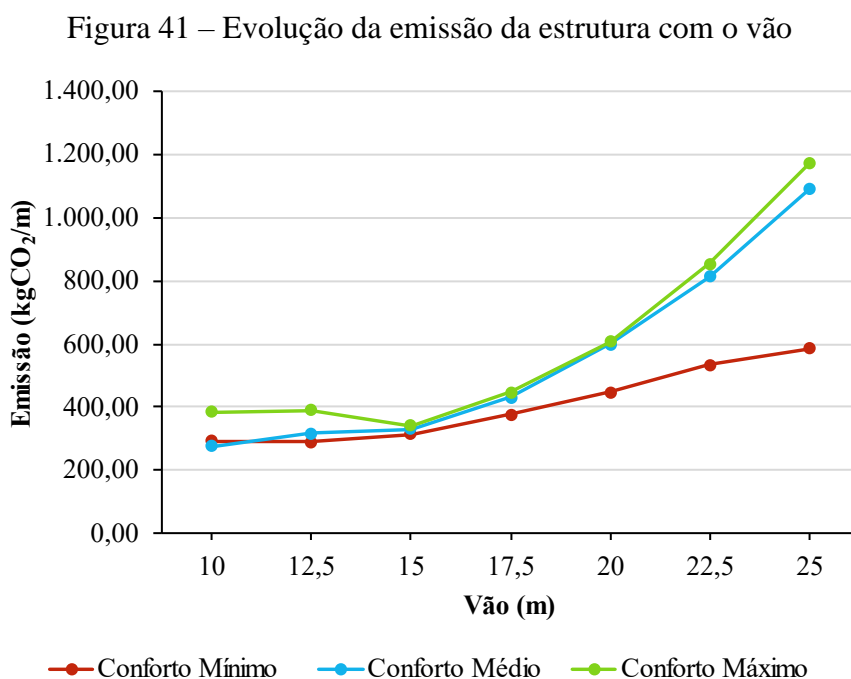
Os resultados apresentados até aqui tornam evidente a correlação direta entre o custo e a emissão da estrutura, sendo possível afirmar que a minimização dos custos também proporciona uma solução com desempenho em termos de impacto ambiental. Além disso, os custos lineares da estrutura crescem com o aumento do vão, conforme o esperado. A Figura 40 reforça essa verificação, apresentando os custos das soluções mais baratas de cada nível de conforto. Considerando o conforto mínimo, o custo cresce de forma quase linear com o aumento do vão. Por sua vez, os confortos médio e máximo crescem geometricamente, distanciando-se cada vez mais dos custos das soluções com conforto mínimo a partir do vão de 17,5 metros. Entretanto, o custo das estruturas com conforto máximo é bem próximo ao das soluções com conforto médio, com um acréscimo em seu valor de no máximo 8,57% para o vão de 25 metros. Por outro lado, a diferença no custo de uma solução de conforto mínimo para uma de conforto médio chega a 89,06% para o vão de 25 metros, embora tal valor seja de 16,99% para o vão de 17,5 metros.



Fonte: Próprio autor.

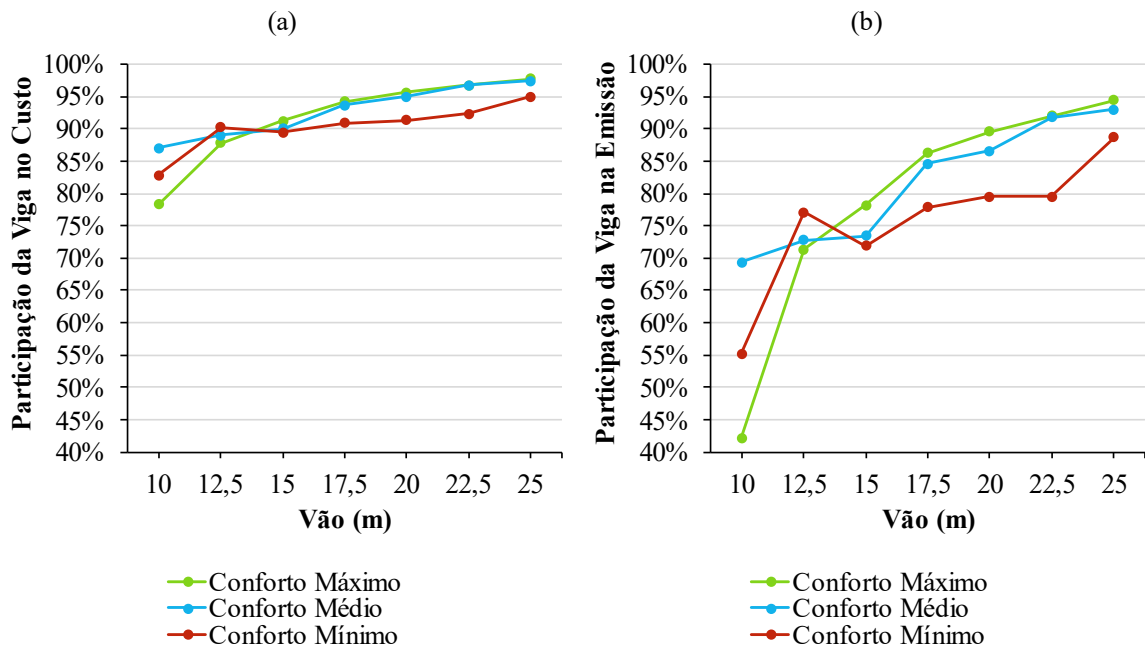
Com base nisso, verifica-se que aumentar o nível de conforto do mínimo para o médio pode se tornar extremamente custoso, especialmente para vãos maiores, que exigem um investimento adicional que chega próximo de duplicar o valor da estrutura, sendo do critério do

projetista a viabilidade de tal investimento. Por outro lado, com um acréscimo pequeno no custo de uma solução com conforto médio, a estrutura é capaz de atingir um nível de conforto máximo. Nesse sentido, um engenheiro pode facilmente melhorar o desempenho dinâmico de uma passarela projetada inicialmente para um conforto médio. Em função da equivalência entre os objetivos de custo e emissão, as soluções apresentam um comportamento similar, conforme a Figura 41.



A viga de aço é o elemento estrutural mais caro da passarela, sendo responsável por aproximadamente 90% do custo da estrutura, conforme a Figura 41(a). A participação da viga no custo da estrutura cresce em conjunto com o vão, atingindo um valor superior a 95% nos maiores vãos. Esse valor é maior para o conforto médio e máximo, em comparação ao conforto mínimo. Em contrapartida, a parcela de emissão de CO₂ causada pela viga é consideravelmente menor, embora continue crescendo à medida que o vão aumenta. Com base nisso, se verifica que embora a viga de aço seja o elemento de maior custo da estrutura, as emissões de CO₂ são consideravelmente inferiores especialmente nos vãos menores, segundo a Figura 41(b).

Figura 42 – Participação da viga de aço no custo e emissão da estrutura



(a) Evolução da contribuição do aço no custo da estrutura

(b) Evolução da contribuição do aço na emissão da estrutura

Fonte: Próprio autor.

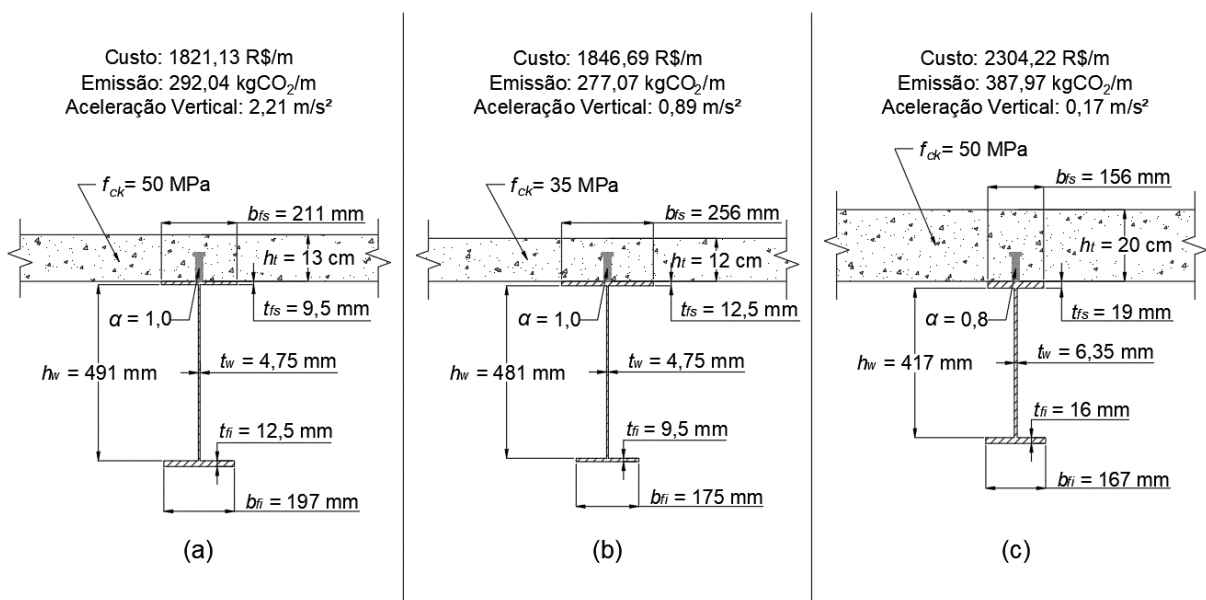
A contribuição da laje para o custo e emissão pode ser obtida de forma indireta pelo gráfico, correspondendo ao valor complementar para atingir 100%. Embora a laje represente uma parcela pequena do custo da estrutura, esses elementos contribuem significativamente com os impactos ambientais, em percentuais que reduzem em função do vão. Isso serve como indício de que soluções com uma laje mais resistente apresentam um custo inferior, porém com emissão de CO₂ maior. O gráfico também mostra que, para vãos menores, aumentar a espessura da laje e a resistência do concreto é uma solução que reduz o custo total da estrutura ao mesmo tempo em que propicia a rigidez necessária para atender ao limite de aceleração vertical. Por outro lado, em vãos maiores, é necessário aumentar o consumo de aço para garantir uma resposta dinâmica adequada da estrutura, e o consumo de concreto passa a ser minimizado para reduzir o custo e a emissão da estrutura.

4.2.3 Seções Transversais e Variáveis de Projeto Ótimas

As configurações de algumas das seções transversais para a passarela com 10 metros de vão são apresentadas na Figura 43. Nela, são exibidas as soluções com menor custo para cada um dos três níveis de conforto considerados, em conjunto com os valores de cada variável de projeto do problema de otimização. Como esperado, a solução de menor custo é a de conforto

mínimo (Figura 43a), custando R\$ 1821,13 por metro da estrutura e com uma aceleração de $2,21 \text{ m/s}^2$. A alternativa de conforto médio (Figura 43b) possui um custo de R\$ 1846,69 por metro, ao passo que é a solução de menor impacto ambiental com uma emissão de $277,07 \text{ kgCO}_2/\text{m}$. Isso mostra que, para o vão de 10 metros, é possível melhorar o nível conforto da estrutura para médio com um acréscimo muito pequeno no custo, ao mesmo tempo em que é reduzida a emissão de CO_2 . Para atingir o conforto máximo o investimento necessário é maior (Figura 43c), com o custo atingindo R\$ 2304,22 por metro para uma aceleração de $0,17 \text{ m/s}^2$.

Figura 43 – Seções transversais de menor custo e emissão para o vão de 10 metros



- (a) Solução de menor custo e com conforto mínimo
 (b) Solução de menor custo e com conforto médio
 (c) Solução de menor custo e com conforto máximo

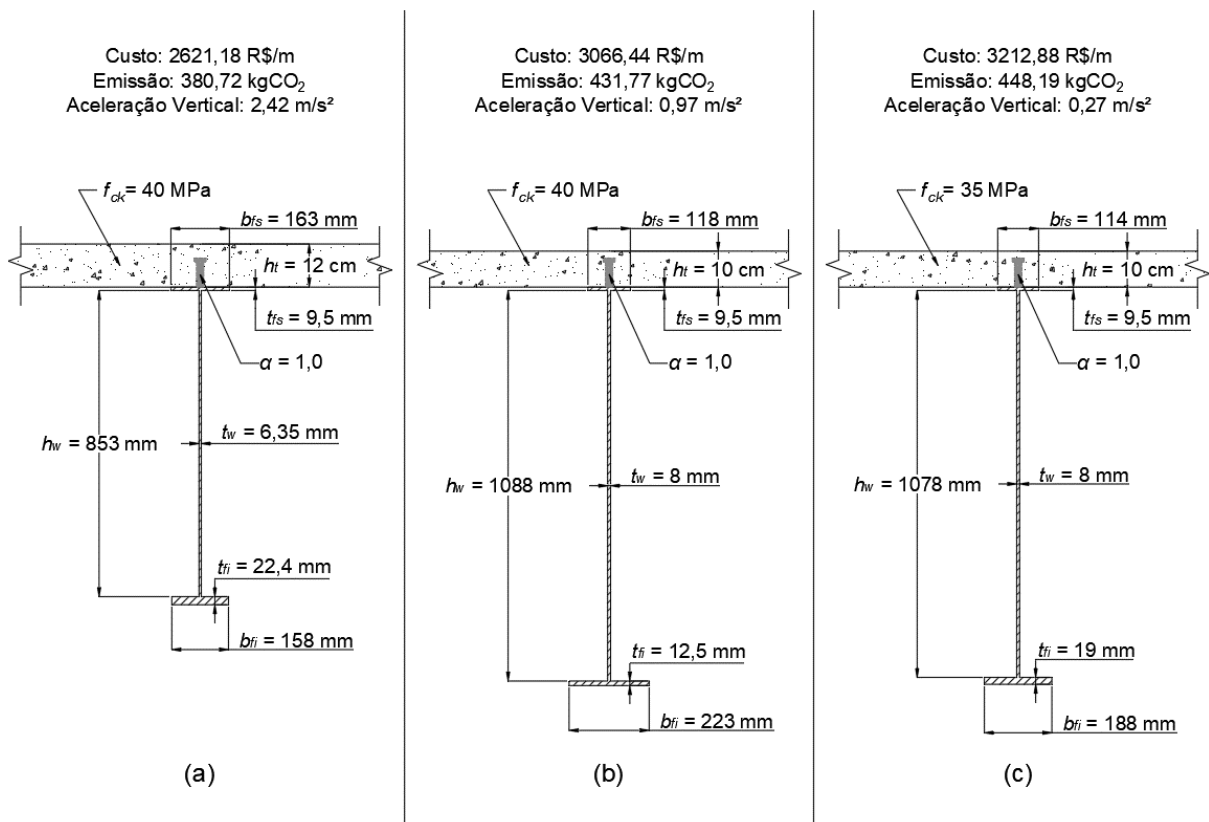
Fonte: Próprio autor.

Ao contrário do esperado, as soluções apresentam uma redução na altura da alma da viga enquanto a aceleração vertical é reduzida. Embora a altura seja importante para garantir a rigidez da estrutura, as soluções obtidas exploram outras possibilidades que melhoram o desempenho dinâmico da passarela. Para o conforto médio, a solução apresenta uma mesa superior com área maior que a da mesa inferior, configuração não usual para esse tipo de estrutura. Já a solução com conforto máximo, possui um considerável acréscimo nas espessuras dos elementos. O mesmo ocorre com a laje, que passa a ter uma maior contribuição na resistência e rigidez da estrutura, empregando o concreto de maior f_{ck} e maior espessura possível. Isso pode ser um indicativo de que, além da altura da viga, outras variáveis de projeto podem contribuir de forma positiva no desempenho da estrutura, considerando vãos menores.

Todavia, é importante ressaltar que a fronteira de Pareto para os menores vãos possui uma maior concentração de soluções com acelerações exageradamente baixas, o que pode ter de alguma maneira afetado nas configurações das demais soluções. Isso poderia explicar parcialmente as configurações não usuais das seções transversais.

As seções transversais tornam-se mais esbeltas considerando um vão de 17,5 metros, com alturas da viga expressivamente maiores embora mantenham a largura das mesas com dimensões similares às soluções para o vão de 10 metros. A Figura 44 mostra as soluções para o vão de 17,5 metros com menor custo e emissão para os diferentes confortos. Nesse caso, reduzir a aceleração de uma solução de conforto mínimo até atingir um conforto médio exige um acréscimo de 17% em seu custo, enquanto um investimento inferior a 5% é capaz de melhorar o conforto do nível médio para o máximo. Nesse sentido, é possível afirmar que proporcionar um nível extra de conforto aos pedestres é uma possibilidade potencialmente viável em termos econômicos, em casos em que isso seja do interesse dos projetistas.

Figura 44 – Seções transversais de menor custo e emissão para o vão de 17,5 metros



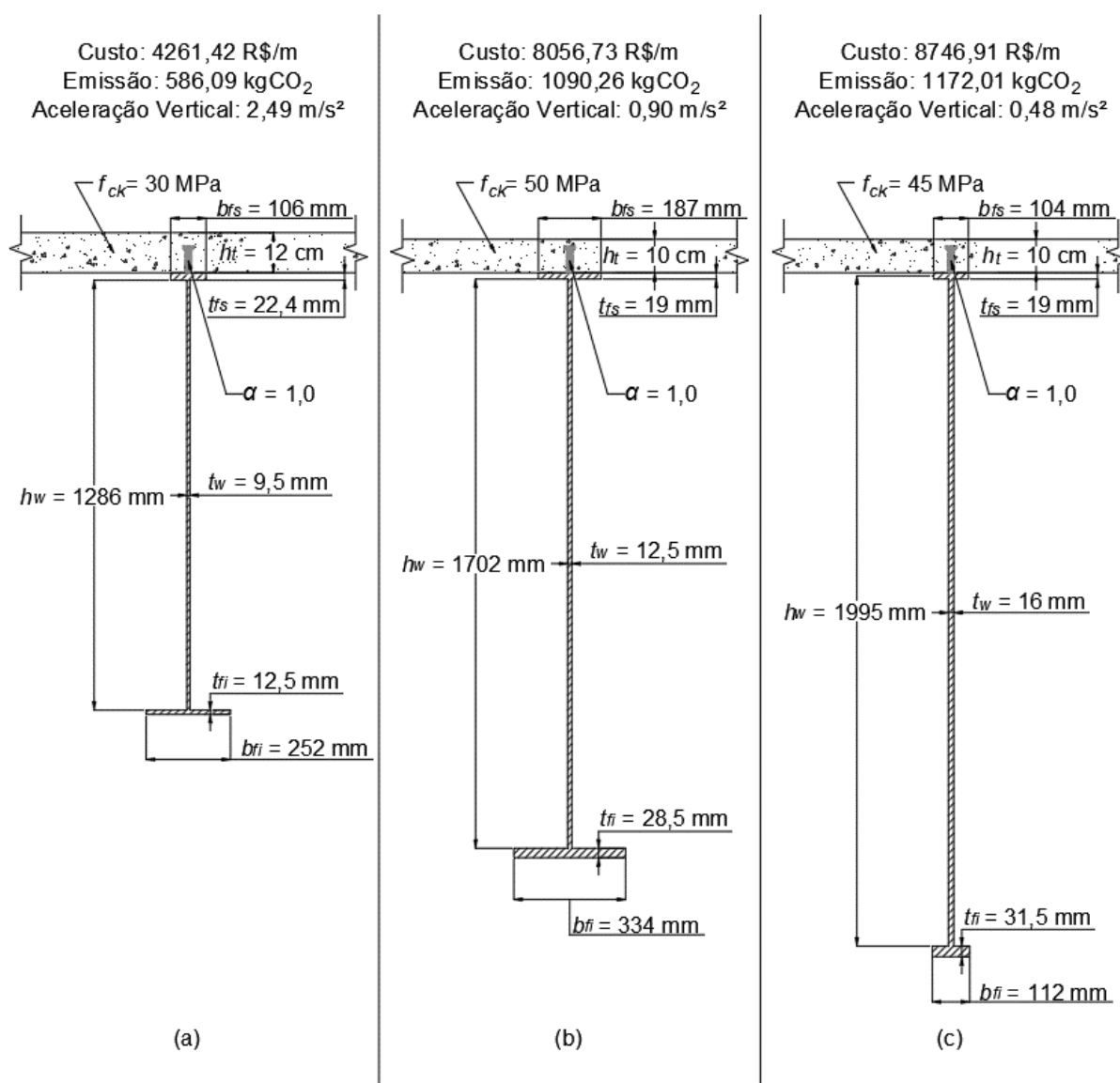
- (a) Solução de menor custo e com conforto mínimo
 (b) Solução de menor custo e com conforto médio
 (c) Solução de menor custo e com conforto máximo

Fonte: Próprio autor.

Para esse vão, as configurações das seções transversais assumem formas mais usuais para o tipo de estrutura estudado. Verifica-se um aumento considerável na altura da viga entre as soluções de conforto mínimo e médio, enquanto para o conforto máximo a altura é levemente reduzida. Isso reforça a afirmação de que outras variáveis de projeto podem ser conjuntamente exploradas visando melhorar o desempenho dinâmico da estrutura, destacando-se a espessura da mesa inferior. Para o vão de 17,5 metros, a espessura da laje foi mantida próxima ao limite mínimo de 10 cm, e com f_{ck} de 35 MPa e 40 MPa. É possível que, para esse vão, a laje possua uma contribuição inferior na resistência da estrutura mista em termos dinâmicos, ficando cada vez menos viável aumentar sua dimensão, que resultará em poucos ganhos em comparação aos ganhos em termos de acelerações.

Por fim, a Figura 45 exibe as soluções para o vão de 25 metros. As seções possuem vigas com alturas bastante elevadas e que crescem com o aumento do nível de conforto. As larguras das mesas inferiores possuem dimensões maiores para as soluções de conforto mínimo e médio, enquanto para a solução de conforto máximo essa dimensão é reduzida para próximo do valor mínimo que a variável pode assumir. As mesas superiores, por sua vez, possuem larguras mais próximas ao valor de 100 mm. De maneira geral, as espessuras do perfil de aço são expressivamente maiores, especialmente para os níveis mais altos de conforto. Isso é explicado como uma forma de atender a restrição de esbeltez, tendo em vista a necessidade de utilizar alturas cada vez maiores para reduzir as vibrações da estrutura.

Figura 45 – Seções transversais de menor custo e emissão para o vão de 25 metros



- (a) Solução de menor custo e com conforto mínimo
 (b) Solução de menor custo e com conforto médio
 (c) Solução de menor custo e com conforto máximo

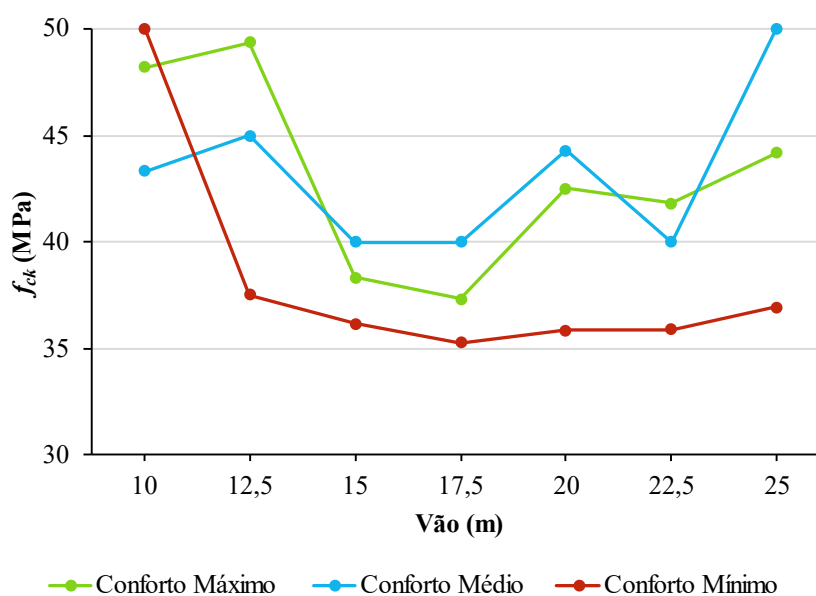
Fonte: Próprio autor.

Além dos custos e das emissões serem superiores em relação aos demais vãos, o consumo adicional de materiais exigido para melhorar o nível de conforto torna-se proporcionalmente maior. O aumento no custo da solução com conforto mínimo para o conforto máximo corresponde a aproximadamente 89%, quase duplicando o valor monetário da estrutura. Por outro lado, com um acréscimo de 8,5% no custo, o conforto da estrutura é elevado de médio para máximo.

4.2.4 Avaliação das Variáveis de Projeto

Dado o grande número de soluções não-dominadas obtidas com a otimização multiobjetivo, cada variável de projeto é analisada considerando os seus valores médios, considerando os níveis de conforto mínimo, médio e máximo. Considerando os valores médios de f_{ck} de todas as soluções com um determinado nível de conforto, é possível perceber a evolução dessa média ao longo dos vãos, conforme a Figura 46. É possível verificar novamente a influência do grande número de soluções com acelerações muito próximas a zero para os vãos de 10 e 12,5 metros. Por isso, a média do f_{ck} para esses vãos é mais alta que em vãos maiores, especialmente considerando o conforto mínimo. Além disso, tanto para o vão de 10 metros quanto para o de 12,5 metros, a quantidade de soluções que são classificadas como de conforto mínimo e médio é muito pequeno, com apenas uma, duas ou três soluções. Dessa maneira, os valores médios para esses vãos menores apresentam um comportamento destoante e não usual, e isso se repete para todas as variáveis de projeto consideradas.

Figura 46 – Valores médios do f_{ck} para cada nível de conforto

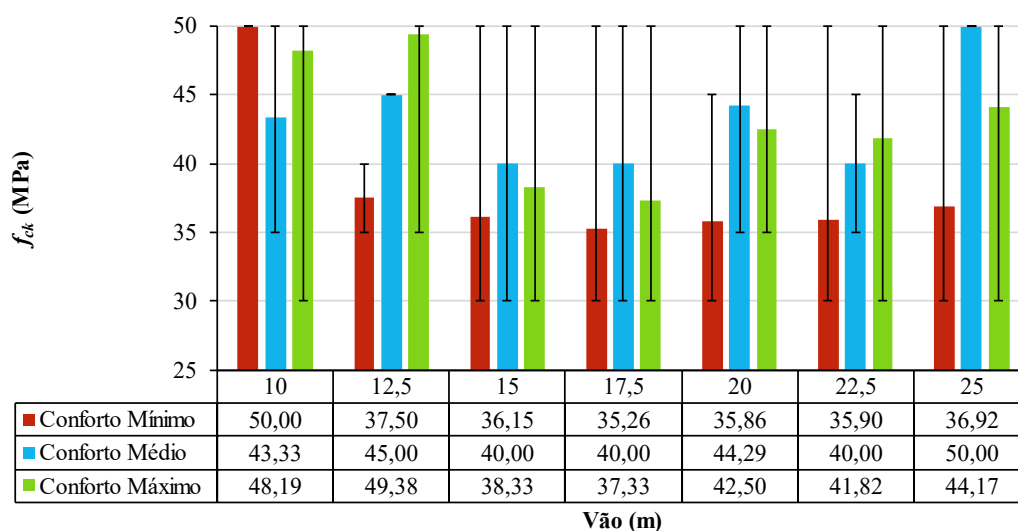


Fonte: Próprio autor.

Considerando o conforto mínimo, o valor médio para o f_{ck} se mantém próximo a 35 MPa, crescendo timidamente com o aumento do vão. Para os confortos médio e máximo, por outro lado, a resistência do concreto é maior de maneira geral, com valores mais próximos de 40 MPa. Além disso, o aumento do valor médio com o vão é mais expressivo a partir de 17,5 metros, com uma ligeira queda no vão de 22,5 metros. Nesse sentido, é possível argumentar

que o acréscimo do f_{ck} da laje pode ser mais interessante para soluções que buscam um nível de conforto superior, de modo que o concreto apresente uma contribuição maior na rigidez da estrutura e em seu desempenho dinâmico. Por outro lado, a variabilidade no valor do f_{ck} é consideravelmente alta, dificultado a conclusão de tendências em seu valor ótimo para o dimensionamento desse tipo de estrutura. Isso é representado pela Figura 47, onde é explícito que o f_{ck} não apresenta uma clara tendência em seu comportamento em relação ao aumento do vão ou do nível de conforto. Alternativamente, essa alta variabilidade pode ser um indício de que o f_{ck} pode não ser uma variável de projeto com um considerável impacto no conforto da estrutura ou em seu dimensionamento.

Figura 47 – Variabilidade dos valores do f_{ck} para cada nível de conforto

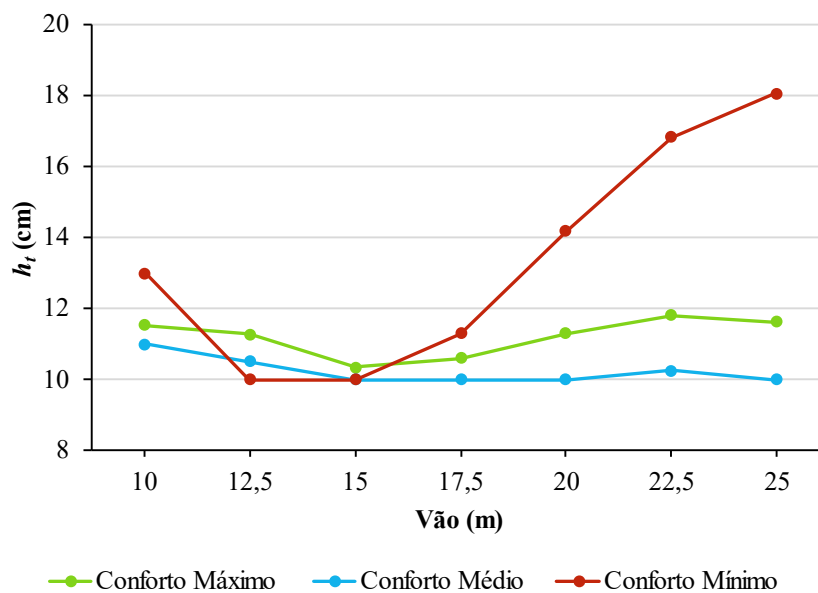


Fonte: Próprio autor.

Por outro lado, uma tendência mais clara pode ser observada quanto à espessura da laje (h_t), cujos valores médios são apresentados na Figura 48. Para o conforto mínimo, esse valor cresce do valor mínimo de 10 cm até 18 cm, entre os vãos de 15 e 25 metros. Embora a um primeiro momento isso pareça indicar uma tendência de aumento do h_t na medida em que o vão cresce, esse comportamento também pode indicar que as soluções que possuem um h_t maior são as de conforto mínimo, porém de menores custos. Assim, o h_t é aumentado para garantir uma maior contribuição da laje para o dimensionamento da estrutura e reduzir os custos da viga de aço, ao passo que tais soluções apresentam um conforto mínimo aos pedestres. Isso fica claro ao comparar aos valores médios para o conforto médio, que adota de maneira geral a espessura mínima em todos os vãos. Isso indica que o aumento da rigidez da estrutura proporcionado uma laje mais espessa gera custos e emissões mais altos do que aumentar a dimensão do perfil de

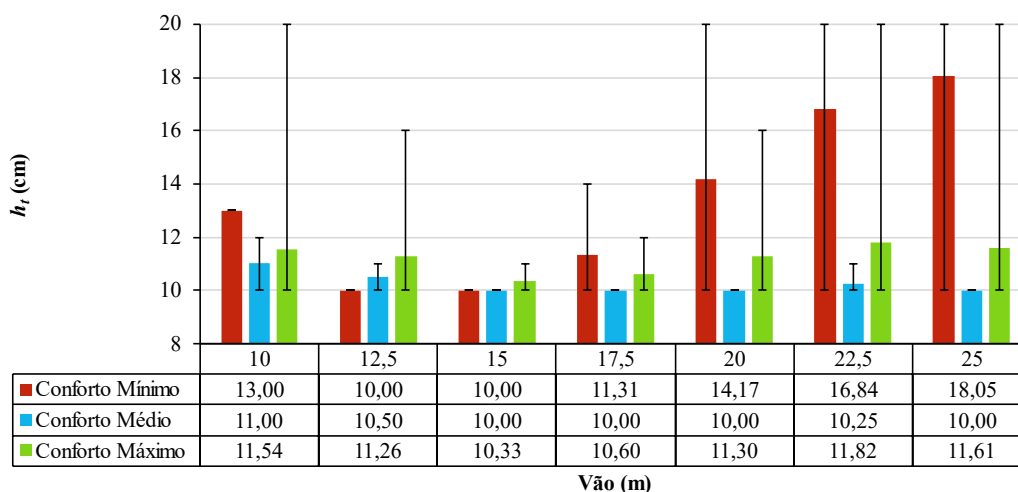
aço. A média volta a subir ligeiramente para o conforto máximo, não ultrapassando o valor de 12 cm. Nesse caso, é possível que a laje volte a contribuir de forma positiva no conforto da estrutura, em conjunto com um aumento significativo nas dimensões da viga.

Figura 48 – Valores médios de h_t para cada nível de conforto



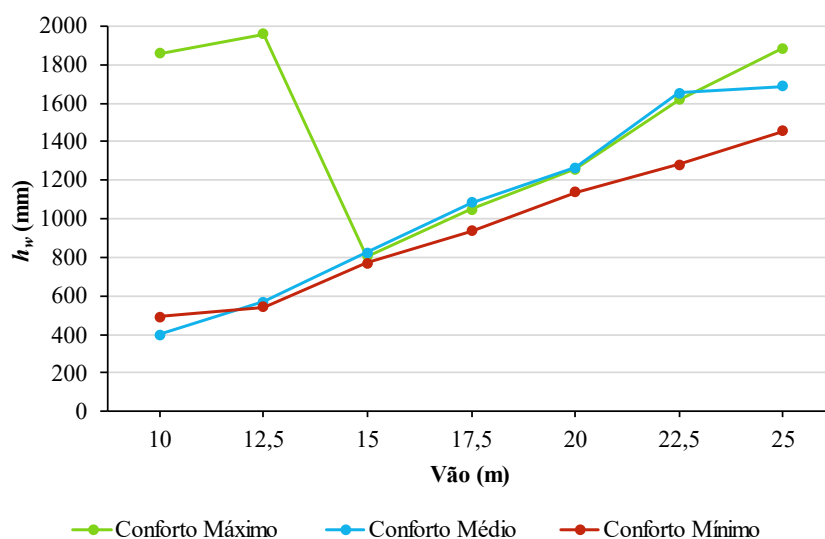
Fonte: Próprio autor.

A variação nos valores de h_t é maior para os vãos de 20, 22,5 e 25 metros considerando os confortos mínimo e máximo, conforme mostra a Figura 49. Isso reforça a análise de que a contribuição da laje para a resistência e rigidez da estrutura pode ser compensada pela viga de aço, embora cada alternativa apresente diferentes custos e emissões. Nesse sentido, é possível obter soluções para os três níveis de conforto empregando a menor espessura da laje disponível. Por outro lado, também é possível diminuir as dimensões da viga de aço ao adotar uma laje com maior espessura e, concomitantemente, com maior resistência do concreto.

Figura 49 – Variabilidade dos valores de h_t para cada nível de conforto

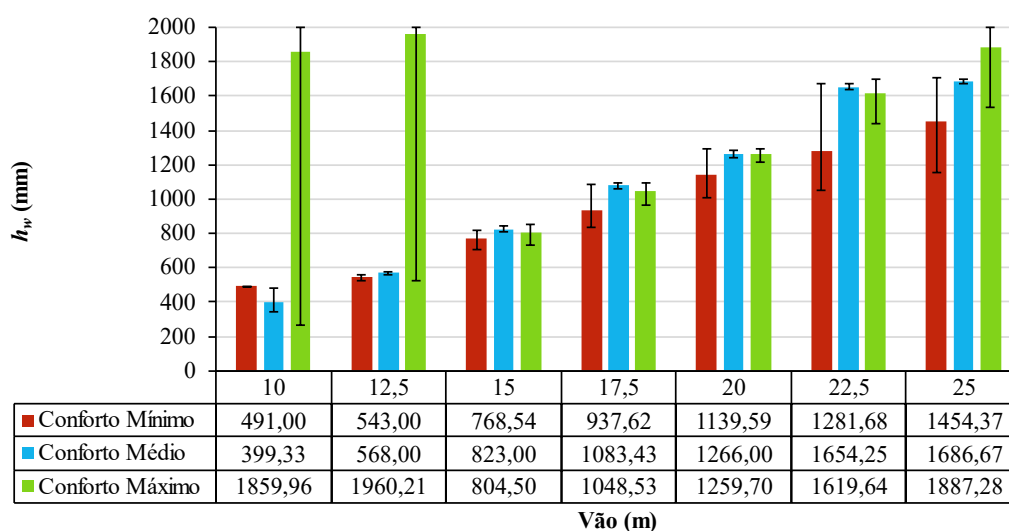
Fonte: Próprio autor.

A altura da alma da viga (h_w) é a variável de projeto com a tendência mais definida em relação aos vãos e aos níveis de conforto. Os únicos valores destoantes se referem ao conforto máximo para os vãos de 10 m e 12,5 m, causado pelo grande número de soluções superdimensionadas com acelerações muito próximas a zero para os menores vãos. Conforme mostra a Figura 50, o h_w cresce de forma aproximadamente linear com o vão, para os três níveis de conforto. Esse crescimento é maior para os confortos médio e máximo, evidenciado pela inclinação superior dessas relações. Entretanto, os valores médios de h_w para os confortos médio e máximo são muito próximos, onde em alguns casos a média para o conforto máximo é ligeiramente menor que para o conforto médio, em contrapartida ao esperado. Isso indica que existem soluções que reduzem as acelerações da estrutura mantendo o h_w , porém aumentando as demais dimensões do perfil e a contribuição da laje para a rigidez da estrutura.

Figura 50 – Valores médios de h_w para cada nível de conforto

Fonte: Próprio autor.

Para o h_w , a variação em seu valor cresce em conjunto com o vão para os confortos mínimo e médio, a partir do vão de 15 metros, conforme mostra a Figura 51. Analisando a variação para o conforto máximo, é possível verificar que assim como existem soluções que utilizam outras variáveis além do h_w para melhorar o desempenho dinâmico da estrutura, também existem soluções com alturas da viga maiores que para o conforto médio. Também se verifica que a variabilidade dos valores de h_w para o conforto médio é pequena, o que pode indicar que essa variável apresente uma influência especialmente grande para esse nível de conforto.

Figura 51 – Variabilidade dos valores de h_w para cada nível de conforto

Fonte: Próprio autor.

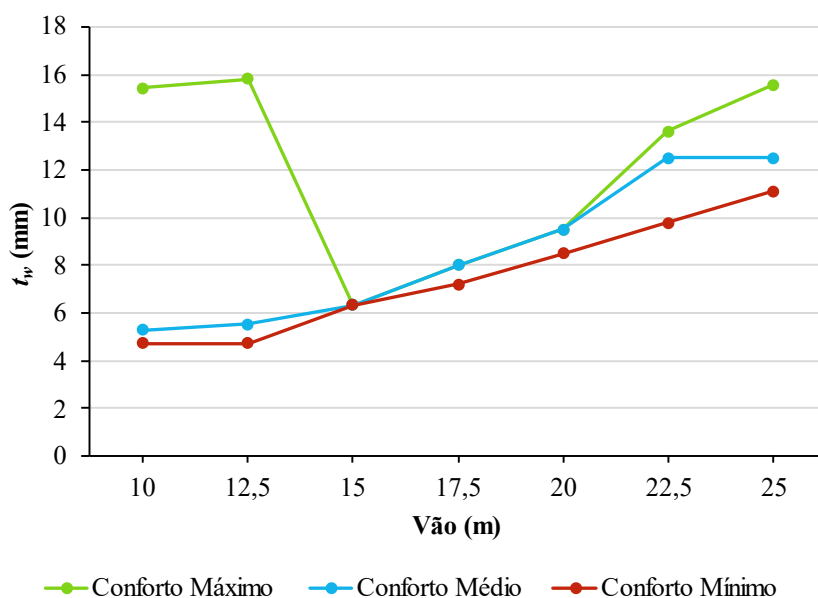
Em estruturas com vigas de aço, sejam elas mistas ou não, é usual empregar razões de vão e altura do perfil como um parâmetro de pré-dimensionamento. Considerando as soluções de menor custo e emissão para cada nível de conforto, a Tabela 16 mostra os valores de razões ótimas entre o vão (L_e) e a altura da alma do perfil (h_w) para cada vão estudado. Se verifica que, de maneira geral, a razão L_e/h_w é inversamente proporcional ao vão, de modo que vãos maiores necessitam de alturas de viga superiores. A razão também decresce na medida que o conforto da estrutura aumenta, atingindo um valor mínimo de 12,53 para o vão de 25 metros e conforto máximo. A tabela também apresenta em destaque as razões L_e/h_w médias para cada vão e para cada nível de conforto, bem como a média geral de 18,27. É possível verificar que a diferença na razão L_e/h_w entre o conforto médio e máximo é relativamente pequena, de modo que pequenos acréscimos na altura da viga são suficientes para proporcionar o maior nível de conforto aos pedestres.

Tabela 16 – Razões ótimas entre o vão e a altura da alma do perfil

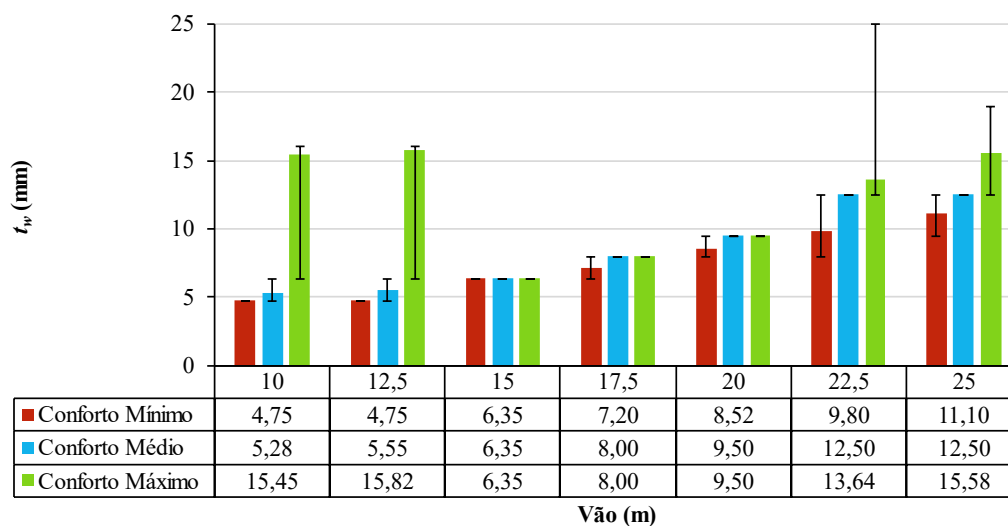
Vão (m)	Conforto Mínimo	Conforto Médio	Conforto Máximo	Média
10	20,37	20,79	23,98	21,71
12,5	22,28	21,66	19,14	21,03
15	21,13	18,40	18,25	19,26
17,5	20,52	16,08	16,23	17,61
20	18,67	15,66	15,76	16,70
22,5	20,85	13,76	13,47	16,03
25	19,44	14,69	12,53	15,55
Média	20,47	17,29	17,05	18,27

Fonte: Próprio autor.

Dado o aumento da média do h_w com o crescimento do vão, a espessura da alma da viga (t_w) também precisa ser aumentada para atender à restrição de esbeltez da viga mista. Por esse motivo, o comportamento dos valores médios de t_w exibidos na Figura 52 são similares ao de h_w , guardadas as devidas proporções. O mesmo é válido para as variações em seu valor, como mostra a Figura 53. Com base nessa verificação, é reforçada a conclusão de que o valor de t_w tem como principal função garantir que a viga não ultrapasse o limite de esbeltez.

Figura 52 – Valores médios de t_w para cada nível de conforto

Fonte: Próprio autor.

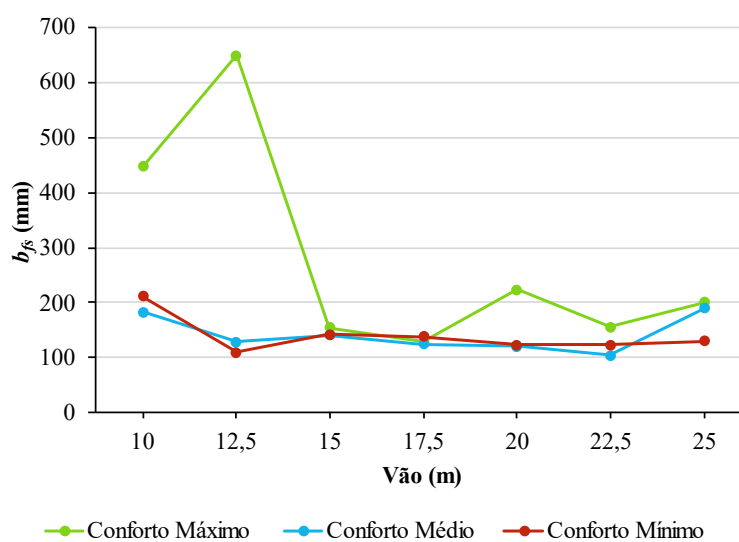
Figura 53 – Variabilidade dos valores de t_w para cada nível de conforto

Fonte: Próprio autor.

A Figura 55 mostra que a largura da mesa superior se manteve para todos os vãos em um valor médio bastante próximo ao limite inferior de 100 mm, tanto para o conforto mínimo quanto para o conforto médio. O conforto máximo, por sua vez, apresentou um valor médio para o b_{fs} mais próximo a 200 mm, com um grande aumento nos vãos de 10 e 12,5 metros, devido à questão das soluções com aceleração próximas a zero. Para essa variável, a variabilidade em seu valor é relativamente pequena, excetuando-se as soluções com conforto máximo, conforme o gráfico da Figura 55. As variações na figura mostram que, mesmo para o

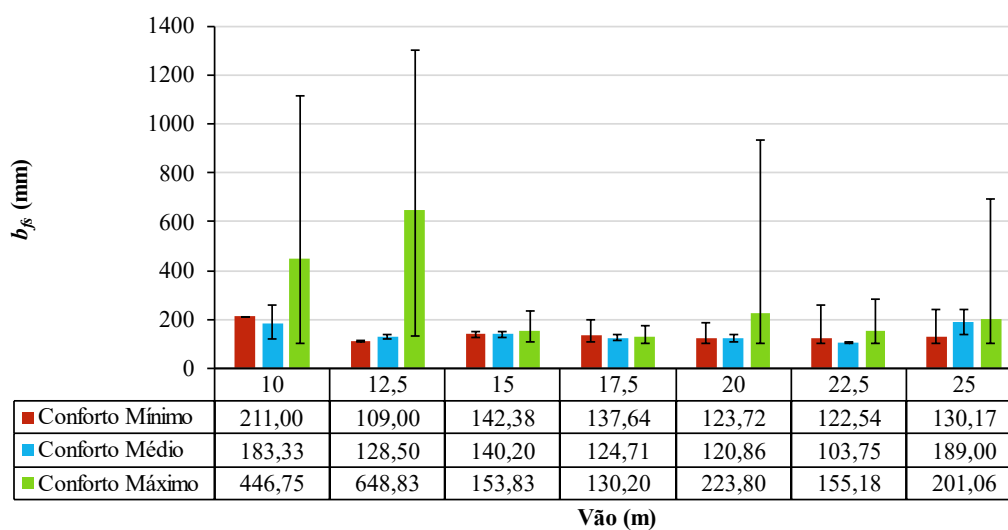
conforto máximo, existem soluções com b_{fs} muito próximo a 100 mm, indicando que o emprego de larguras pequenas para a mesa superior é uma boa opção em termos de custo e emissão, ao mesmo tempo em que se garante um nível de conforto máximo aos pedestres. Por outro lado, existem soluções com b_{fs} de dimensões superiores a 400 mm, e que possivelmente adotam tais valores como uma forma de compensar nas soluções que não aumentam a altura da viga.

Figura 54 – Valores médios de b_{fs} para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

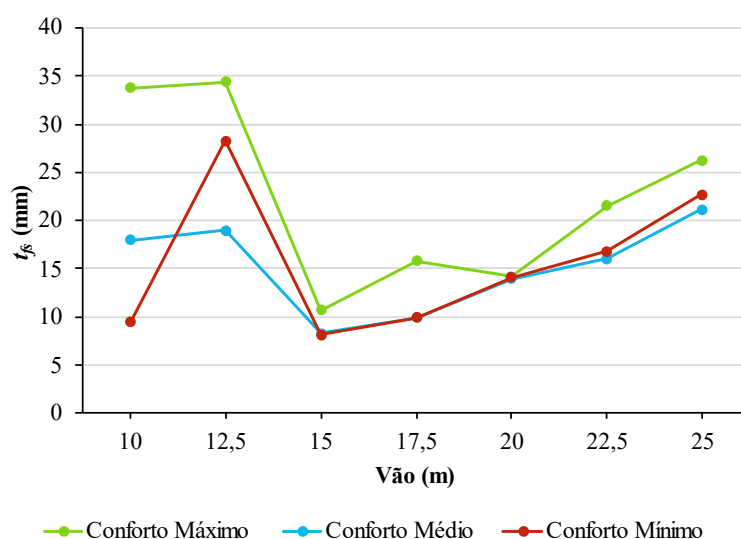
Figura 55 – Variabilidade dos valores de b_{fs} para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

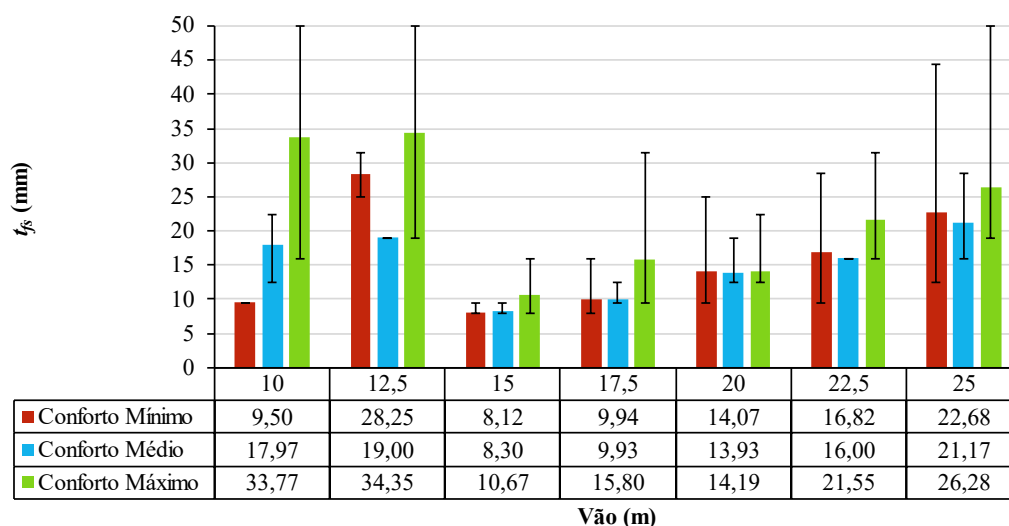
Já para a espessura da mesa superior, o valor médio cresce diretamente com o aumento do vão, a partir de 15 metros. O comportamento mostrado na Figura 56 é parcialmente explicado pela necessidade de que as espessuras das mesas devem ser superiores a espessura da alma, e que por sua vez cresce linearmente com o vão para atender a verificação de esbeltez da viga mista. No entanto, a Figura 57 mostra que essa média apresenta uma maior variabilidade, especialmente para os confortos mínimo e máximo. Nesse sentido, não é possível verificar com clareza outras tendências nos valores para o t_{fs} .

Figura 56 – Valores médios de t_{fs} para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

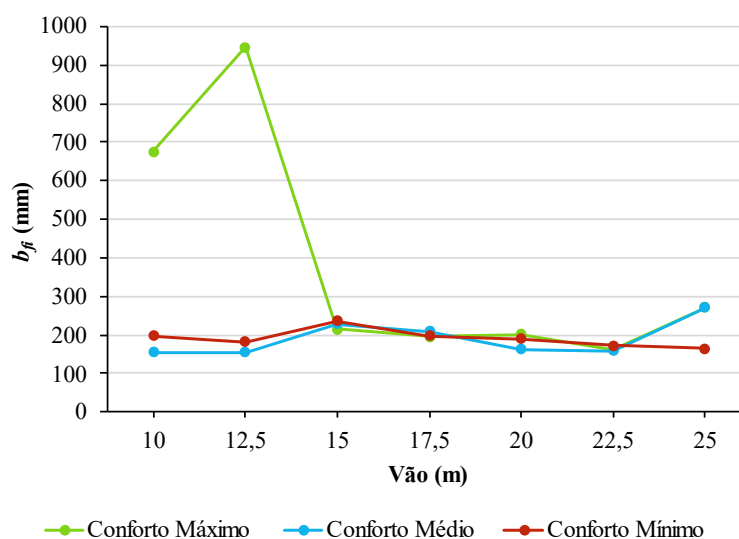
Figura 57 – Variabilidade dos valores de t_{fs} para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

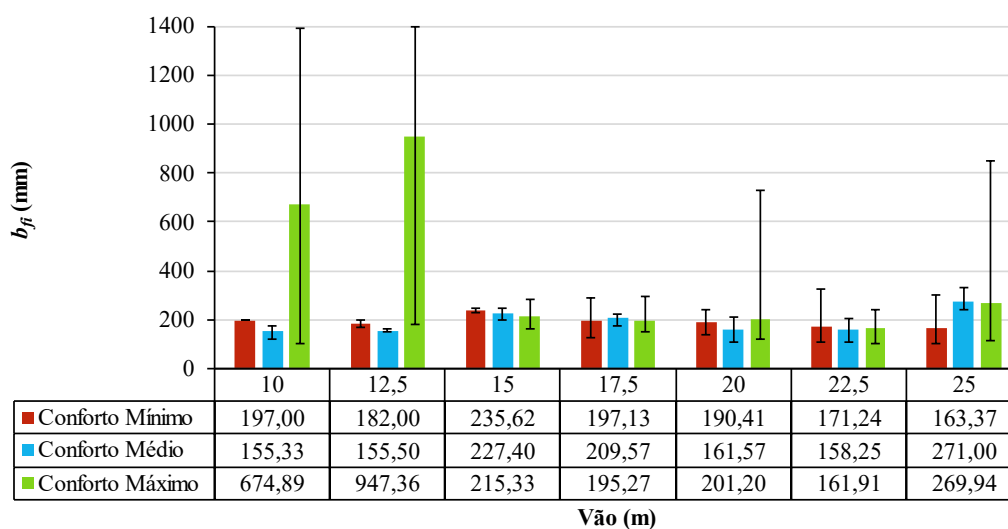
O comportamento dos valores médios da largura da mesa inferior é bastante similar ao da mesa superior, porém com os valores mais próximos de 200 mm. Conforme a Figura 58, isso se repete para todos os vãos e níveis de conforto, excetuando-se o conforto máximo para os menores vãos. A similaridade com o b_{fs} também se repete para as variações no valor do b_{fi} , como se percebe pela Figura 59. Embora a dimensão do b_{fi} é em média maior que a do b_{fs} , as análises feitas para o b_{fs} são válidas para ambas as larguras das mesas.

Figura 58 – Valores médios de b_{fi} para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

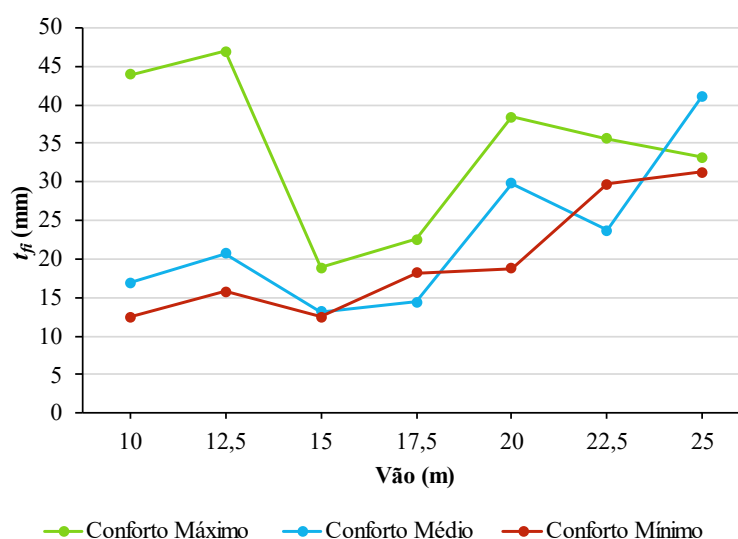
Figura 59 – Variabilidade dos valores de b_{fi} para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

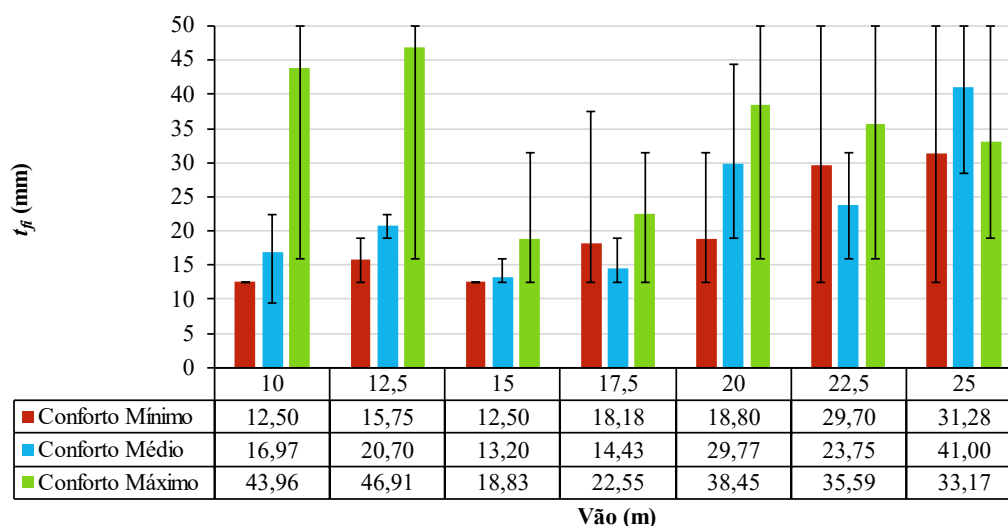
Ainda em relação à mesa inferior, o valor médio de sua espessura cresce de forma irregular com o aumento do vão, como mostra a Figura 60. O t_{fi} em soluções com conforto máximo é em média maior que para os demais níveis de conforto. Além disso, o t_{fi} também possui valores médios maiores que os do t_{fs} , mostrando uma tendência de que a mesa inferior apresente uma área maior que a mesa superior, conforme a configuração usual para esse tipo de estrutura. Porém, os valores variam dentro de um grande intervalo mostrado pela Figura 61, dificultando a conclusão assertiva de qualquer tendência para tal variável.

Figura 60 – Valores médios de t_{fi} para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

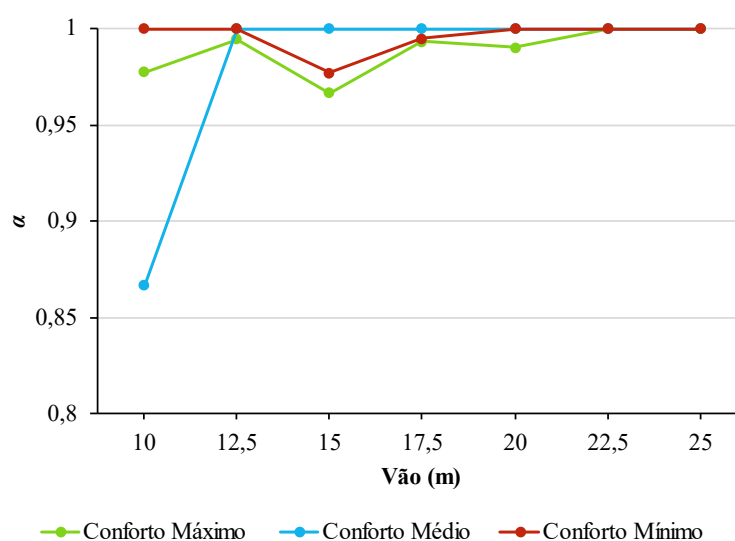
Figura 61 – Variabilidade dos valores de t_{fi} para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

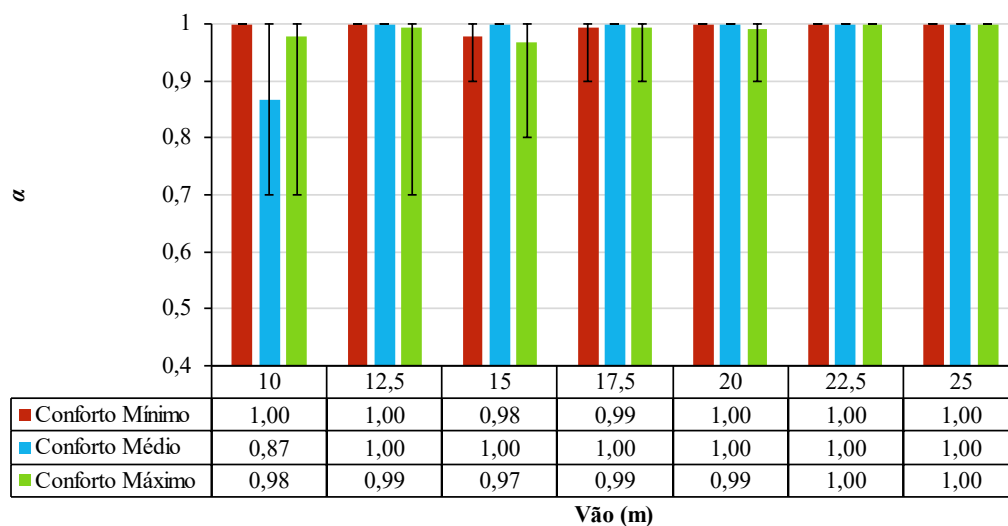
Por fim, a Figura 62 apresenta as médias do valor de grau de interação da viga mista, a última variável de projeto considerada neste trabalho. Fica clara a tendência em adotar valores altos de grau de interação em todos os vãos e níveis conforto, sendo que a vasta maioria das soluções adota uma interação completa de valor 1,0. Essa preferência se explica pelo aumento da contribuição da laje na resistência da viga mista, exigindo um custo adicional muito pequeno referente ao material dos conectores de cisalhamento. Vale ressaltar que nesta pesquisa, os custos que envolvem a mão de obra não são considerados, o que pode impactar significativamente esse resultado. A Figura 63 mostra que a variabilidade do grau de interação reduz com o aumento do vão, sendo que todas as soluções com vão de 22,5 e 25 metros adotam vigas mistas com interação completa.

Figura 62 – Valores médios de grau de interação para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

Figura 63 – Variabilidade dos valores de grau de interação para cada nível de conforto



Fonte: Próprio autor.

Uma análise mais detalhada de cada variável de projeto seria possível a partir da aplicação de um método de tomada de decisão multicritério, reduzindo de forma racional o número de soluções e selecionando apenas as de maior interesse técnico e prático. Entretanto, tal aplicação encontra-se fora do escopo deste trabalho, servindo como uma sugestão para trabalhos posteriores.

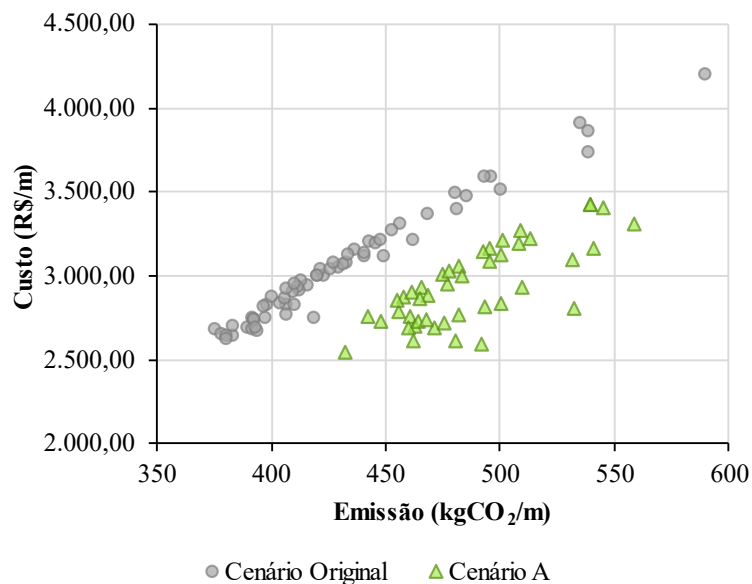
4.2.5 Análises de Cenários Alternativos

A seguir, são apresentadas comparações entre os resultados da otimização multiobjetivo para o cenário original com os diferentes cenários estabelecidos para realização de uma análise de cenários alternativos. Vale ressaltar que as análises de cenários alternativos foram todas realizadas considerando apenas o vão médio de 17,5 metros. A fim de facilitar a visualização dos resultados, as comparações são feitas a partir das projeções das fronteiras de Pareto nos planos que relacionam dois objetivos por vez.

4.2.5.1 Cenário A

O primeiro cenário da análise considera uma alteração nos valores das emissões unitárias do concreto, que adotam valores maiores e apresentados por Milani (2020), através da análise de ciclo de vida utilizando um *software* comercial. Por isso, as emissões totais das soluções também são maiores, como pode ser visto na Figura 64. No gráfico, que relaciona o custo e a emissão da estrutura, é possível verificar que as soluções para o Cenário A são distribuídas de uma forma mais dispersa, reduzindo a linearidade entre os dois objetivos. Esse resultado é encontrado de forma similar no trabalho de Tres Junior *et al.* (2023). Entretanto, a solução de menor custo também é a de menor impacto ambiental, de modo que a otimização de um objetivo continua a ser benéfica ao outro objetivo. Essa dispersão maior indica que existem diferentes possibilidades de soluções com acelerações similares, porém com valores de custo e emissão divergentes. A partir desse comportamento, pode-se afirmar a importância de utilizar emissões unitárias adequadas e ajustadas ao problema estudado, visto que a alteração de tais valores pode influenciar as configurações ótimas da seção transversal da estrutura.

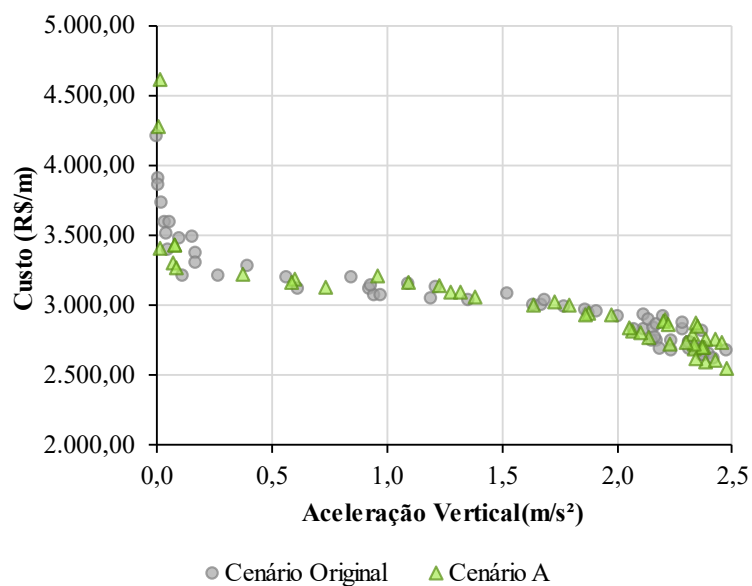
Figura 64 – Emissão e custo para o Cenário A



Fonte: Próprio autor.

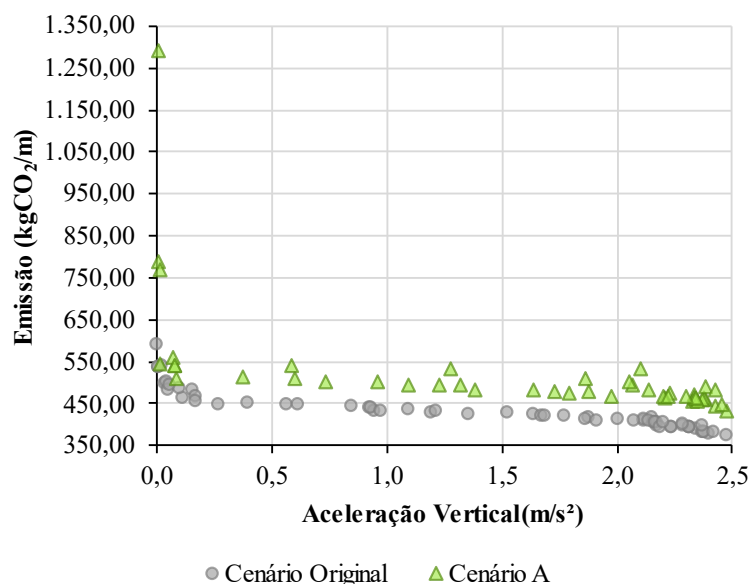
Relacionando a aceleração vertical e o custo dos resultados do Cenário A, é obtida a Figura 65, na qual se percebe um comportamento similar ao cenário original. A divergência ocorre na Figura 66, onde é possível ver que as soluções apresentam emissões maiores em relação ao original, conforme o esperado.

Figura 65 – Aceleração vertical e custo para o Cenário A



Fonte: Próprio autor.

Figura 66 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário A

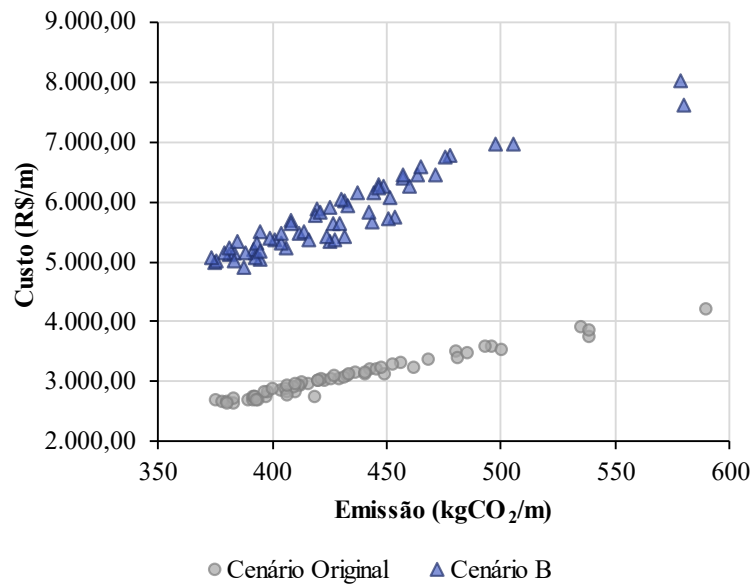


Fonte: Próprio autor.

4.2.5.2 Cenário B

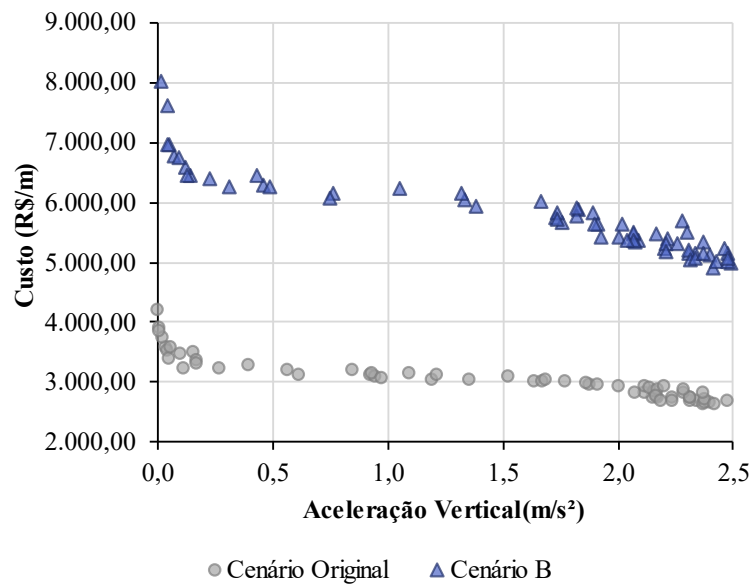
Este cenário considera um aumento no custo unitário do aço em 100% do valor original, o que gera um grande aumento no custo total da estrutura, conforme a Figura 67. Mais uma vez, a linearidade entre os dois objetivos acaba sendo afetada por uma dispersão nas soluções. Nesse sentido, pode-se verificar que existem soluções que buscam contornar isso com o aumento no consumo de concreto, tornando-se soluções mais baratas, ao passo que aumenta as emissões da estrutura. A discrepância entre os custos é evidenciada também na Figura 68, que mostra a relação entre as acelerações e o custo das soluções. Entretanto, ao relacionar as acelerações e a emissão, o comportamento para o Cenário B é análogo ao do cenário original, conforme a Figura 69.

Figura 67 – Emissão e custo para o Cenário B



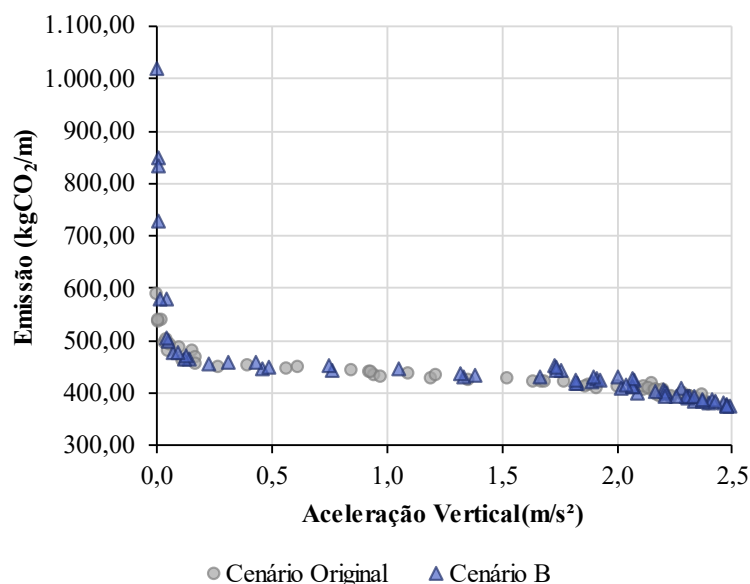
Fonte: Próprio autor.

Figura 68 – Aceleração vertical e custo para o Cenário B



Fonte: Próprio autor.

Figura 69 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário B

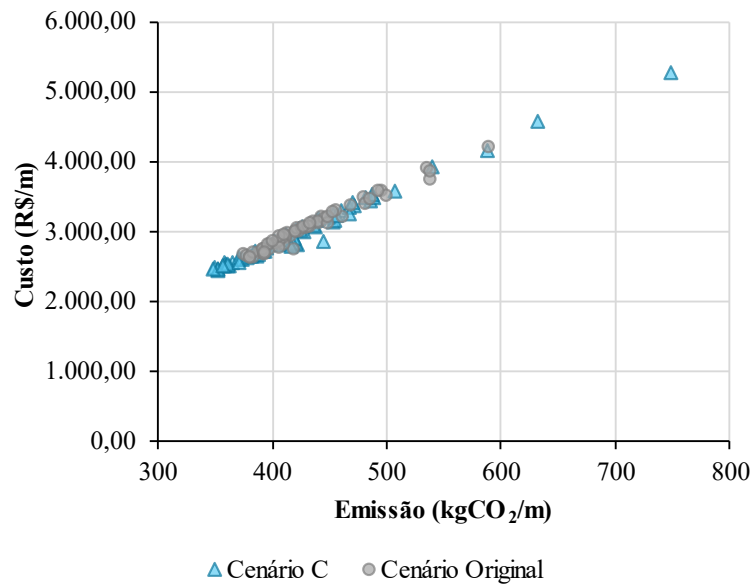


Fonte: Próprio autor.

4.2.5.3 Cenário C

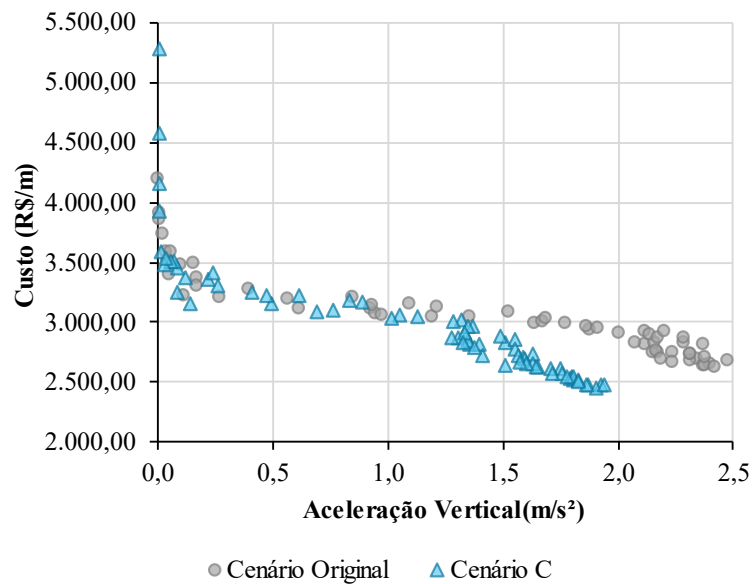
Por sua vez, o Cenário C consiste na utilização de um amortecimento maior na estrutura, aumentando seu valor de 2% para 4%. Analisando a relação entre o custo e emissão, exibido na Figura 70, se verifica que relação linear entre os objetivos é mantida, bem como soluções de menor custo e emissão foram obtidas. Um amortecimento maior da estrutura reduz as vibrações e acelerações associadas, refletindo em uma redução no consumo de material exigido para garantir a rigidez da estrutura. Na Figura 71 é possível verificar que a solução de maior aceleração passa a ser inferior a 2,0 m/s². Ao mesmo tempo, o acréscimo considerado ao amortecimento parece produzir efeitos positivos até a aceleração de 1,25 m/s², sendo que a partir desse valor, os custos necessários para reduzir as acelerações são similares ao cenário original. A mesma análise é válida ao considerar as emissões no lugar do custo, conforme a Figura 72.

Figura 70 – Emissão e custo para o Cenário C



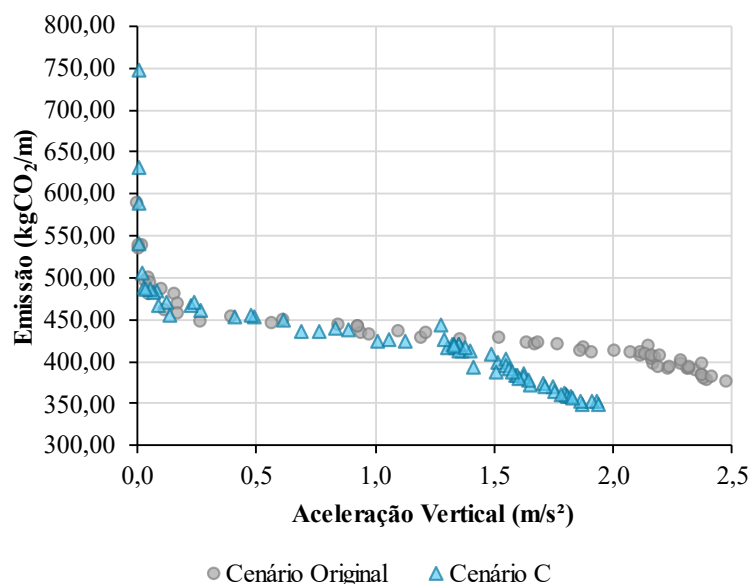
Fonte: Próprio autor.

Figura 71 – Aceleração vertical e custo para o Cenário C



Fonte: Próprio autor.

Figura 72 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário C

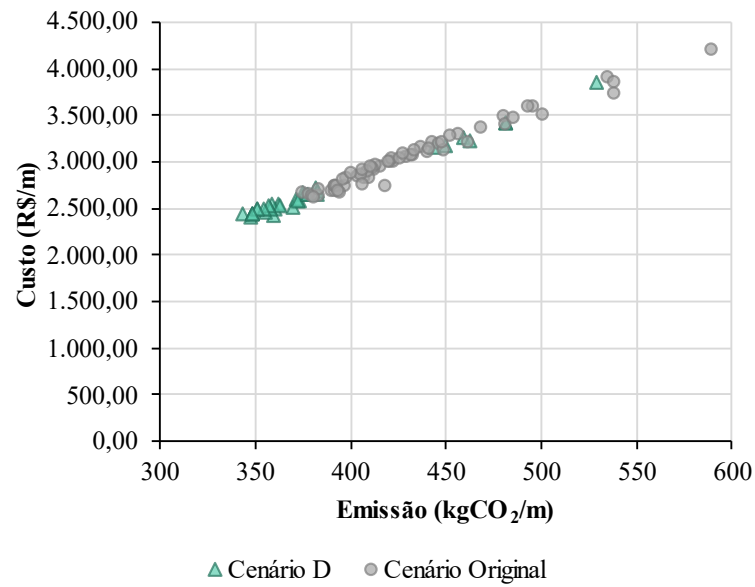


Os resultados dessa análise indicam que a inclusão de aparelhos de amortecimento na estrutura são uma alternativa interessante para reduzir as acelerações da passarela. Nesse sentido, os custos necessários para aumentar a rigidez da estrutura e proporcionar um melhor conforto aos usuários pode ser consideravelmente reduzido, viabilizando uma estrutura de menor custo e emissão de CO₂ ao mesmo tempo em que é garantido um alto conforto aos pedestres. Para considerar os aparelhos de amortecimento no problema de otimização, seria possível adotar a quantidade de aparelhos e seu espaçamento como variáveis de projeto, por exemplo.

4.2.5.4 Cenário D

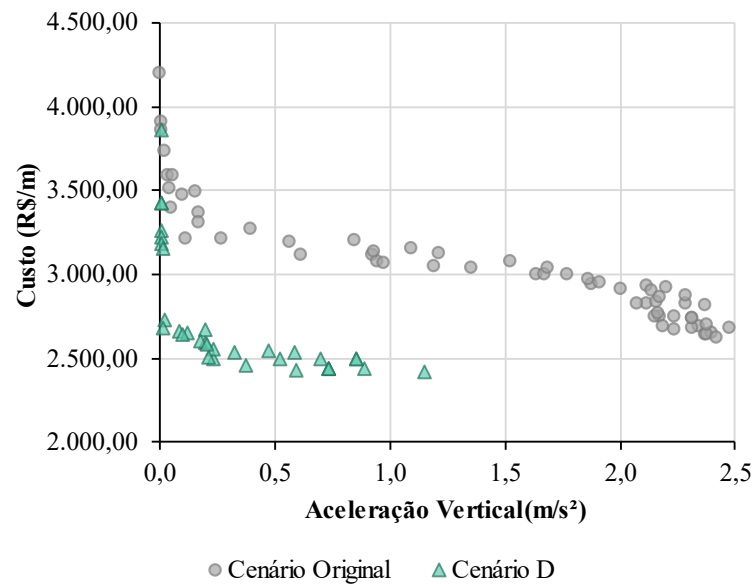
O Cenário D consiste na redução da densidade de pedestres, de 1,0 P/m² para 0,5 P/m², o que provoca uma considerável redução nos custos e nas emissões da passarela. A Figura 73 evidencia essa afirmação, e também mostra que a linearidade entre os dois objetivos se mantém nesse caso. O consumo de material é reduzido devido à redução da carga dinâmica, que por sua vez diminui drasticamente as acelerações verticais, como mostram a Figura 74 e a Figura 75, relacionando respectivamente aos custos e às emissões. Em ambos os gráficos, é visível que a maior aceleração para o vão de 17,5 metros é pouco superior a 1,0 m/s², propiciando uma solução com custo e emissão inferior, ao mesmo tempo em que se garante um conforto maior aos pedestres.

Figura 73 – Emissão e custo para o Cenário D



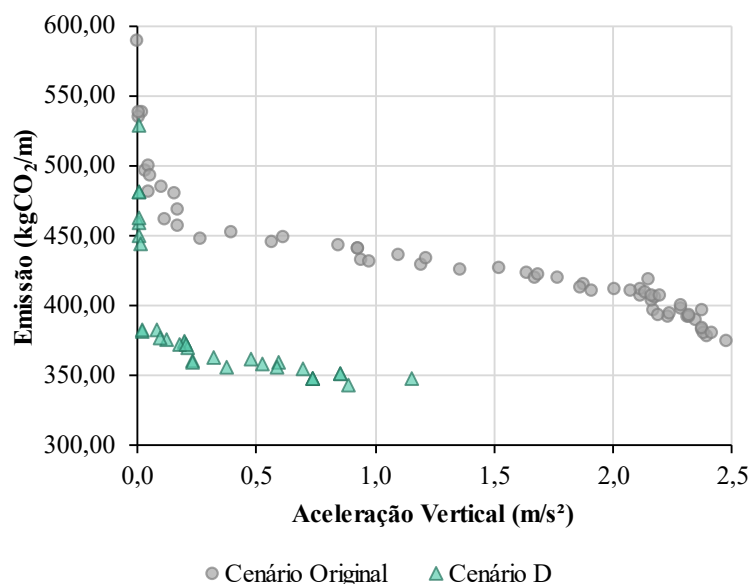
Fonte: Próprio autor.

Figura 74 – Aceleração vertical e custo para o Cenário D



Fonte: Próprio autor.

Figura 75 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário D

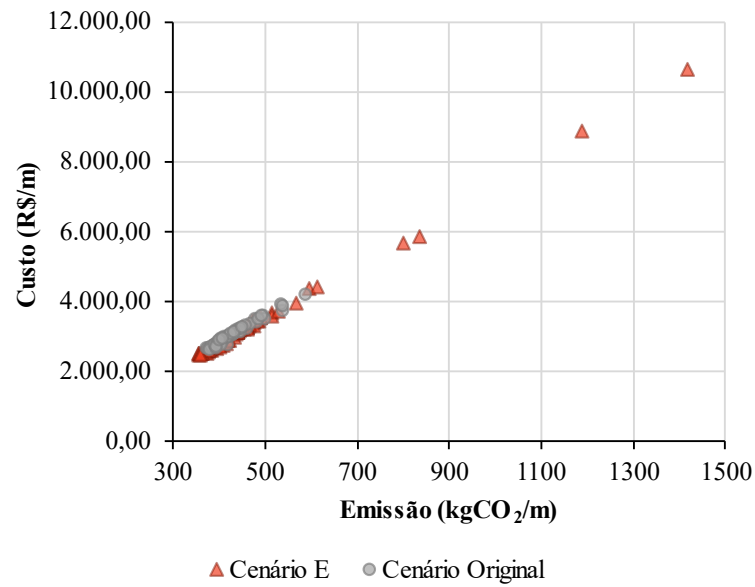


Fonte: Próprio autor.

4.2.5.5 Cenário E

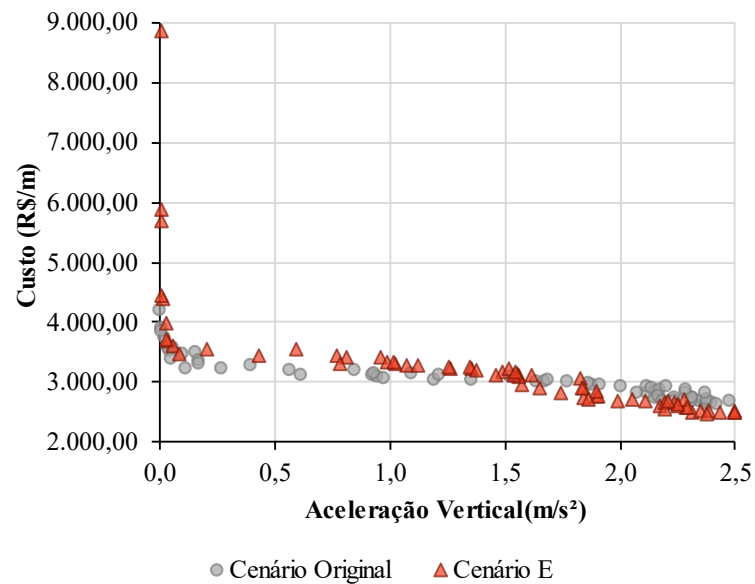
Ao contrário do cenário anterior, o Cenário E aumenta a densidade de pedestres para 1,5 P/m², o que não produz alterações tão grandes nos resultados. Isso se deve ao fenômeno de que o acréscimo de pedestres após um certo ponto acaba reduzindo as vibrações geradas pelo caminhar das multidões, visto que a própria massa dos pedestres auxilia na dissipação das vibrações. A Figura 76 mostra a relação entre a emissão e custo das soluções, que se mantém de forma linear. É possível notar que para o Cenário E, existem soluções de menor custo e emissão em relação ao original, que apresenta uma densidade de pedestres menor. A aceleração é relacionada ao custo na Figura 77 e às emissões na Figura 78, onde é possível verificar que as soluções dentro da faixa de 1,5 m/s² a 2,5 m/s² possuem custo e impacto ambiental inferior aos do cenário original. Isso se inverte para valores inferiores a 1,5 m/s², onde as soluções do Cenário E apresentam um consumo de material ligeiramente superior.

Figura 76 – Emissão e custo para o Cenário E



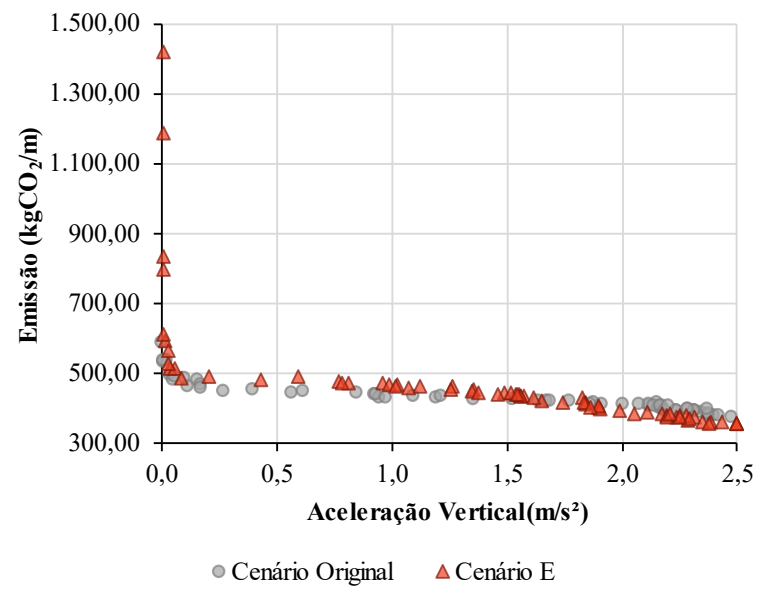
Fonte: Próprio autor.

Figura 77 – Aceleração vertical e custo para o Cenário E



Fonte: Próprio autor.

Figura 78 – Aceleração vertical e emissão para o Cenário E



Fonte: Próprio autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a otimização multiobjetivo de passarelas de estrutura mista aço-concreto, considerando como objetivos os custos monetários, os impactos ambientais medidos em emissão de CO₂ e a aceleração máxima gerada por vibrações induzidas por humanos. Para isso, foi desenvolvido um programa, escrito na linguagem de programação Python, onde foi implementado o método da Busca Harmônica Multiobjetivo (MOHS).

Para validar o programa desenvolvido e o algoritmo de otimização, foi estudado um problema de otimização, adaptado de Tormen (2019). Com a aplicação do programa, foi possível obter satisfatoriamente uma fronteira de Pareto, relacionando o custo e o deslocamento da estrutura. Além disso, o conjunto de soluções não-dominadas é bastante semelhante aos obtidos com a aplicação do NSGA-II, um algoritmo evolutivo de otimização multiobjetivo já consolidado na literatura. Assim, tanto o programa desenvolvido quanto a MOHS têm seu desempenho atestado, se mostrando aplicáveis a problemas de engenharia com eficiência.

Considerando diferentes casos de vãos, os custos monetários, as emissões de CO₂ e a acelerações máximas de passarelas de estrutura mista foram otimizados. Os resultados mostram que soluções que apresentam um bom desempenho econômico também são eficientes em termos de emissões de CO₂. Isso demonstra que, para o problema considerado, ambos objetivos estão ligados, de modo que a redução do custo de um objetivo, também reduz o custo do outro. Isso ocorre devido à preferência por soluções com menor consumo de material, o que é benéfico para os dois objetivos. Nesse sentido, foi identificado que, em média, a redução de R\$ 7,70 também reduz a emissão de 1 kg de CO₂ por metro da estrutura.

A redução das acelerações verticais máximas exige acréscimos consideráveis no custo e na emissão da estrutura, devido à necessidade de aumentar a rigidez da estrutura e, para isso, consumir uma maior quantidade de materiais. No caso dos vãos médios e menores, no entanto, o acréscimo necessário não atinge valores tão grandes, chegando a aproximadamente 17% para elevar o nível de conforto de mínimo para médio no vão de 17,5 metros. Nos maiores vãos considerados, por outro lado, garantir um conforto médio aos pedestres significa investir quase dobro do valor na estrutura, com um acréscimo de 89,06% em seu custo. A melhoria do conforto torna-se mais interessante em termos econômicos no caso dos níveis médio para o máximo, onde o máximo acréscimo no custo da estrutura é de apenas 8,57%, no vão de 25 metros. Essas informações tornam-se úteis como indicativos aos projetistas que buscam proporcionar

conforto aos pedestres nesse tipo de estrutura, podendo auxiliar os tomadores de decisão, que devem avaliar se tais investimentos são viáveis ou não.

A viga é o elemento da estrutura com maior participação nos custos, atingindo valores superiores a 90% a depender do vão. Por outro lado, a sua participação nas emissões é proporcionalmente reduzida, onde a laje passa a apresentar um papel mais expressivo, sendo responsável por 20% a 40% das emissões, em média. Os valores médios para as variáveis de projeto, de maneira geral, possuem uma grande variação, porém com algumas tendências consideráveis. As que se destacam são a altura da alma da viga e a sua espessura, que crescem em conjunto, buscando aumentar a rigidez da estrutura e atender à limitação de esbeltez da viga. Entretanto, é possível notar a existência de soluções que exploram outras variáveis além da altura da viga para reduzir as vibrações, como as espessuras dos elementos da viga, a espessura da laje a resistência do concreto. Foi possível determinar razões ótimas entre o vão e a altura da alma da viga, com valores médios de 20,47 para o conforto mínimo, 17,29 para o conforto médio, 17,09 para o conforto máximo e uma média geral de 18,27.

Por fim, com as análises de cenários alternativos, foi possível identificar alguns parâmetros que apresentam grande influência nas fronteiras de Pareto. A utilização de diferentes valores para as emissões unitárias alterou de forma significativa o comportamento das soluções, que ficaram mais dispersas e reduziram a linearidade da relação entre o custo e a emissão da estrutura. Isso mostra a importância de utilizar emissões unitárias oriundas de análises de ciclo de vida confiáveis e que sejam condizentes com a região de estudo. Uma variação na relação entre os custos unitários do aço e do concreto também influencia consideravelmente os resultados, indicando que a configuração das soluções Pareto-ótimas são dependentes de tais parâmetros, de modo que flutuações nos custos devem ser consideradas ao otimizar esse tipo de estrutura. O aumento no amortecimento da estrutura se mostrou uma solução interessante para auxiliar na redução das vibrações, sendo uma possível alternativa a ser considerada como variável de projeto na forma de utilização de sistemas de amortecimento, incluído seus custos associados no cálculo das funções objetivos. A previsão correta do fluxo de pedestres é de extrema importância, já que as acelerações se mostraram altamente influenciáveis pela densidade de usuários das passarelas, podendo gerar um dimensionamento ineficiente ou inseguro da passarela.

Como sugestões para trabalhos futuros, podem ser citadas:

- Implementar uma integração do programa de otimização com um programa comercial de análise estrutural;

- Aplicar técnicas de tomada de decisão multicritério para filtrar e selecionar soluções mais interessantes do ponto de vista factível;
- Ampliar o estudo para passarelas de diferentes tipos de material estrutural;
- Considerar outros parâmetros para mensurar o impacto ambiental da estrutura, como o consumo de energia;
- Incluir o impacto social como um objetivo da otimização, visando considerar os três pilares da sustentabilidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Design Guide 11:** Vibrations of steel-framed structural systems due to human activity – Second edition. 2016.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5884:** Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico – Requisitos gerais. Rio de Janeiro, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123:** Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187:** Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto. Rio de Janeiro, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188:** Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681:** Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro: 2004.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800:** Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: 2008.
- ALI, N. B. H.; RHODE-BARBARIGOS, L.; ALBI, A. A. P.; SMITH, I. F. C. Design optimization and dynamic analysis of a tensegrity-based footbridge. **Engineering Structures**, v. 32, n. 11, p. 3650-3659, 2010.
- ALKHADASHI, A.; MOHAMMAD, F.; ZUBAYR, R. O.; KLALIB, H. A (2021). Multi-objective design optimisation of steel framed structures using three different methods. **International Journal of Structural Integrity**. Advance online publication. doi: 10.1108/IJSI-07-2021-0080.
- ATMACA, B. Size and post-tensioning cable force optimization of cable-stayed footbridge. **Structures**, v. 33, p. 2036-2049, 2021.
- BACHMANN, H. **Vibrations problems in structures:** Practical guidelines. 2. ed. Berlin: Birkhauser, v. I, 1995.
- BASTOS, P. S. **Lajes de concreto armado** (notas de aula). Bauru: Universidade Estadual Paulista – Faculdade de Engenharia, 2021.
- BRISEGHELLA, B.; FENU, L.; LAN, C.; MAZZAROLO, E. Application of topological optimization to bridge design. **Journal of Bridge Engineering**, v.18, n.8, p. 790-800, 2013.

CAKIROGLU, C.; ISLAM, K.; BEKDAŞ, G.; KIM, S; GEEM, Z. W. CO2 emission optimization of concrete-filled steel tubular rectangular stub columns using metaheuristic algorithms. **Sustainability**, v. 13, n. 19, 2021.

CALENZANI, A. F. G.; FAKURY, R. H.; PAULA, F. A.; RODRIGUES, F. C.; QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J. Rotational stiffness of continuous composite beams with sinusoidal web profiles for torsional buckling. **Journal of Constructional Steel Research**, n.79, p. 22-33, 2012.

COHN, M. Z.; DINOVIETZ, A. S. Application of structural optimization. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 2, 1994.

COLLETTE, Y.; SIARRY, P. **Multiobjective optimization: principles and case studies**. 1 ed. Nova Iorque: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.

COLORNI, A.; DORIGO, M.; MANIEZZO, V. Distributed optimization by ant colonies. *In: First European Conference on Artificial Life*, jun. 1991, Paris. **Proceedings of the First European Conference on Artificial Life**, Elsevier Publishing, p. 134–142, 1991.

DAVID, D. L. **Análise teórica e experimental de conectores de cisalhamento e vigas mistas constituídas por perfis formado a frio e laje de vigotas pré-moduladas**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007. 250 p.

DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE Transactions On Evolutionary Computation**, v. 6, n. 2, 2002.

FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. de C.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento básico de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 496 p., 2016.

FERENC, T.; MIKULSKI, T. Parametric optimization of sandwich composite footbridge with U-shaped cross-section. **Composite Structures**, v. 15, 2020.

FERON, J.; BOUCHER, L. DENOËL, V.; LATTEUR, P. Optimization of footbridges composed of prismatic tensegrity modules. **Journal of Bridge Engineering**, v. 24, n. 12, 2019.

FERREIRA, F.; SIMÕES, L. Optimum cost design of controlled cable stayed footbridges. **Computers & Structures**, v. 106-107, p. 135-143, 2012

FERREIRA, F.; SIMÕES, L. Optimum design of a cable-stayed steel footbridge with three dimensional modelling and control devices. **Engineering Structures**, v. 180, p. 510-523, 2019.

GAO, X. Z.; WANG, X.; OVASKA, S. J. Harmony Search methods for multi-modal and constrained optimization. *In: GEEM, Z. W. Music-Inspired Harmony Search Algorithm*. Berlin: Springer, 2009, p. 39-51.

GARCÍA-SEGURA, T.; YEPES, V. Multiobjective optimization of post-tensioned concrete box-girder road bridges considering cost, CO₂ emissions, and safety. **Engineering Structures**, v. 125, p. 325-336, 2016.

GEEM, Z. W. State-of-the-art in the structure of harmony search algorithm: recent advances in harmony search algorithm. **Studies in Computational Intelligence**, v. 270. p. 1-10. 2010a.

GEEM, Z. W. Multiobjective optimization of time-cost trade-off using Harmony Search. **Journal of Construction Engineering and Management**, v. 136, n. 6, p. 711-716. 2010b.

GEEM, Z. W. Multiobjective optimization of water distribution networks using fuzzy theory and harmony search. **Water**, v. 7, n. 7, p. 3613-3625, 2015.

GEEM, Z. W.; KIM, J. H.; LOGANATHAN, G. V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search. **Simulation**, v. 2, n. 76, p. 60-68, 2001.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. **Computers and Operations Research**, v. 13, n. 5, p. 533-549, 1986.

GUPTA, T.; SHARMA, R.K. Steel concrete composite structures: state of art. **International Journal of Latest Research in Science and Technology**, v.4, n. 2, p. 149-153, 2015.

HALPERN, A.B; ADRIAENSSENS, S. In-plane optimization of truss arch footbridges using stability and serviceability objective functions. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 51, p. 971-985, 2015.

HUMAN INDUCED VIBRATIONS OF STEEL STRUCTURES (HIVOSS). **EN 03: Design of footbridges – Guidelines**. 2008.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.

JEDDI, B.; VAHIDINASAB, V. A modified harmony search method for environmental/economic load dispatch of real-world power systems. **Energy Conversion and Management**, v. 78, p. 661-675, 2014.

JIMÉNEZ-ALONSO, J. F.; SÁEZ, A. Motion-based optimum design of a slender steel footbridge and assessment of its dynamic behaviour. **International Journal of Steel Structures**, v. 17, n. 4, p. 1459-1470, 2017a.

JIMÉNEZ-ALONSO, J. F.; SÁEZ, A. Robust optimum design of tuned mass dampers to mitigate pedestrian-induced vibrations using multi-objective genetic algorithms. **Structural Engineering International**, v. 27, n. 4, p. 492-501, 2017b.

KAVEH, A.; ABADI, S. M. Cost optimization of a composite floor system using an improved harmony search algorithm. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 66, n. 5, p. 664-669, 2010.

KAVEH, A.; AHANGARAN, M. Discrete cost optimization of composite floor system using social harmony search model. **Applied Soft Computing**, v.12, n.1, p. 372-381, 2012.

KAVEH, A.; BAKHSHPOORI, T.; BARKHORI, M. Optimum design of multi-span composite box girder bridges using Cuckoo Search algorithm. **Steel and Composite Structures**, v. 17, n. 5. P. 705-719, 2014.

KAVEH, A.; ZARANDI, M. M. M. Optimal design of steel-concrete composite I-girder bridges using three meta-heuristic algorithms. **Periodica Polytechnica Civil Engineering**, v. 63, n. 2, p. 317-337, 2019.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. *In: International Conference on Neural Networks, 1995, Perth. Proceedings of International Conference on Neural Networks*, Perth: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1995.

KILIKIČIUS, A.; BAČINSKAS, D.; SELECH, J.; MATIJOŠIUS, J.; KILIKIČIENĖ, K.; VAINORIUS, D.; ULBRICH, D.; ROMEK, D. The influence of different loads on the footbridge dynamic parameters. **Symmetry**, v. 12, n. 4, 2020

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **Science**, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983.

KOUGIAS, I. P.; THEODOSSIOU, N. P. multiobjective pump scheduling optimization using harmony search algorithm (HSA) and polyphonic HSA. **Water Resources Management**, v. 27, p. 1249-1261, 2013.

KOROUZHDEH, T.; ESKANDARI-NADDAF, H. Cost-safety optimization of steel-concrete composite beams using standardized formulation. **Engineering Science and Technology, an International Journal**, v. 22, n. 2, p. 523-532, 2019.

KRIPKA, M.; MEDEIROS, G. F.; LEMONGE, A. C. C. Use of optimization for automatic grouping of beam cross-section dimensions in reinforced concrete building structures. **Engineering Structures**, v. 99, p. 311–318, 2015.

LEE, K.S.; GEEM, Z. W. A new structural optimization method based on the Harmony search algorithm. **Computers & Structures**, v.82, p.781–798, 2004.

LEHNE, J.; PRESTON, F. **Making concrete change: innovation in low-carbon cement and concrete**. Londres: The Royal Institute of International Affairs, 2018.

LI, Q.; FAN, J.; NIE, J.; LI, Q.; CHEN, Y. Crowd-induced random vibration of footbridge and vibration control using multiple tuned mass dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 329, n. 19, p. 4068-4092, 2010.

MAHDAVI, M.; FESANGHARY, M.; DAMANGIR, E. An improved harmony search algorithm for solving optimization problems. **Applied Mathematics and Computation**, v. 188, n. 2, p.1567–1579, 2007.

MAHESH, K.; NALLAGOWNDEN, P.; ELAMVAZUTHI, I. Advanced pareto front non-dominated sorting multi-objective particle swarm optimization for optimal placement and sizing of distributed generation. **Energies**, v. 9, n. 12, p. 982, 2016.

MARTÍNEZ-MUÑOZ, D.; MARTÍ, J. V.; YEPES, V. Comparative life cycle analysis of concrete and composite bridges varying steel recycling ratio. **Materials**, v. 14, n. 15, p. 4218, 2021.

MEDEIROS, G. F. **Método da busca harmônica aplicado na otimização de seções de pilares retangulares em concreto armado considerando custos econômicos e ambientais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2012. 124 p.

MENDES, J. P. **Análise dinâmica e controle de vibrações de passarelas de pedestres submetidas ao caminhar humano**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014. 214 p.

MIGUEL, L. F. F.; MIGUEL, L. F. F.; LOPEZ, R. H. A firefly algorithm for the design of force and placement of friction dampers for control of man-induced vibrations in footbridges. **Optimization and Engineering**, v. 16, p. 633-661, 2015.

MILANI, C. J. **Proposta de indicadores de sustentabilidade para o projeto de pontes de pequenos vãos**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2020. 314 p.

MILANI, C. J.; YEPES, V.; KRIPKA, M. Proposal of sustainability indicators for the design of small-span bridges. **Int. J. Environ. Res. Public Health**, v. 17, n. 12, p. 4488, 2020.

MOLINA-PÉREZ, D.; PORTILLA-FLORES, E.A.; VEGA-ALVARADO, E.; CALVA-YÁÑEZ, M.B.; SEPÚLVEDA-CERVANTES, G. A novel multi-objective Harmony Search algorithm with pitch adjustment by genotype. **Applied Sciences**, v. 11, p. 8931, 2021.

MUSA, Y. I.; DIAZ, M. A.; Design optimization of composite steel box girder in flexure. **Practice Periodical on Structural Design and Construction**, v. 12, n. 3, 2007.

NIMMEN, K. V.; VERBEKE, P. LOMBAERT, G.; De ROECK, G. Numerical and experimental evaluation of the dynamic performance of a footbridge with tuned mass dampers. **Journal of Bridge Engineering**, v. 21, n. 8, 2016.

ORCESI, A.; CREMONA, C.; TA, B. Optimization of design and life-cycle management for steel–concrete composite bridges. **Structural Engineering International**, v. 28, n. 2, p. 185-195, 2018.

PEDRO, R. L.; DEMARCHE, J.; MIGUEL, L. F. F.; LOPEZ, R. H. An efficient approach for the optimization of simply supported steel-concrete composite I-girder bridges. **Advances in Engineering Software**, v. 112, p. 31-45, 2017.

QUEIROZ, M. de M. **Técnicas de análise dinâmica de passarelas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014, 120 p.

RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. 4 ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009.

RICART, J.; HÜTTEMANN, G.; LIMA, J.; BARAN, B. Multiobjective Harmony Search algorithm proposals. **Electronic Notes in Theoretical Computer Science**, v. 281, p. 51-67, 2011.

SANTORO, J. F. **Determinação de parâmetros ambientais para o dimensionamento otimizado de estruturas em concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2015.

SANTORO, J. F. **Subsídios para a minimização do impacto ambiental de estruturas em concreto armado**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2021.

SEGAL, E. M.; RHODE-BARBARIGOS, L.; ADRIAENSSENS, S.; COELHO, R. D. F. Multi-objective optimization of polyester-rope and steel-rope suspended footbridges. **Engineering Structures**, v. 99, p. 559-567, 2015.

SIVASUBRAMANI, S.; SWARUP, K. S. Multi-objective harmony search algorithm for optimal power flow problem. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 33, p. 745-752, 2011.

SOUSA JUNIOR, J. B. M. Cálculo de Vigas Mistas v. 1.0. Planilha Eletrônica. **Centro Brasileiro de Construção em Aço**, Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, ago. 2008.

TORMEN, A. F. **Otimização de vigas mistas aço-concreto com perfis “I” soldados**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2019.

TORMEN, A. F.; PRAVIA, Z. M. C.; RAMIRES, F. B.; KRIPKA, M. Optimization of steel-concrete composite beams considering cost and environmental impact. **Steel and Composite Structures**, v. 34, n. 3, p. 409-421, 2020.

TRES JUNIOR, F. L. **Desenvolvimento de software de otimização geométrica e paramétrica de treliças de madeira pelo método da Busca Harmônica**. 2020, 93 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, Rio Grande do Sul, 2020.

TRES JUNIOR, F. L.; MEDEIROS, G. F. Development of a wooden truss optimization software by the harmony search method. *In*: 41st Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, nov. 2020, Foz do Iguaçu. **Proceedings [...]**, Foz do Iguaçu: ABMEC, 2020.

TRES JUNIOR, F. L.; YEPES, V.; MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Multi-objective optimization applied to the design of sustainable pedestrian bridges. **International Journal of Environmental Research and Public Health**, v. 20, n. 4, 2023.

TUBINO, F.; PICCARDO, G. Tuned Mass Damper optimization for the mitigation of human-induced vibrations of pedestrian bridges. **Meccanica**, v. 50, p. 809-824, 2015.

VANDERPLAATS, G. **Numerical optimization technique for engineering design – with applications**. McGraw-Hill Book Company, New York, 1984.

UNITED NATIONS ENVIRONMENT PROGRAMME (UNEP). **Global status report for buildings and construction: towards a zero-emission, efficient and resilient buildings and construction sector**. Nairobi, 2022.

WANG, C.; SHI, W. Optimal design and application of a multiple Tuned Mass Damper system for an in-service footbridge. **Sustainability**, v. 11, n. 11, 2019.

WANG, J.; LI, Z.; HAO, X. Optimization design of cross-section of prestressed steel-concrete composite box girder. **Advanced Materials Research**, v. 336, p. 207-210, 2012.

XU, H.; GAO, X. Z.; WANG, T.; XUE, K. Harmony Search optimization algorithm: application to a reconfigurable mobile robot prototype. In: GEEM, Z. W., **Recent advances in Harmony Search algorithm**. Berlin: Springer, 2010, p. 11-22.

YAN, B.; ZOU, Q.; DONG, Y.; SHAO, X. Application of PZT technology and clustering algorithm for debonding detection of steel-UHPC composite slabs. **Sensors**, v. 29, p. 2953, 2018.

YEPES, V.; GONZÁLEZ-VIDOSA F; ALCALÁ, J.; VILLALBA, P. CO₂-optimization design of reinforced concrete retaining walls based on a VNS-threshold acceptance strategy. **Journal of Computing in Civil Engineering**, v. 26, n. 3, p. 378–386, 2012.

YEPES, V.; DASÍ-GIL, M.; MARTÍNEZ-MUÑOZ, D.; LÓPEZ-DEFILIS, V. J.; MARTÍ, J. V. **Applied Sciences**, v. 9, n. 16, p. 3253, 2019.

YI, J.; LU, C.; LI, G.; A literature review on latest developments of Harmony Search and its applications to intelligent manufacturing. **Mathematical Biosciences and Engineering**, v. 16, n. 4, p. 2086-2117, 2019.

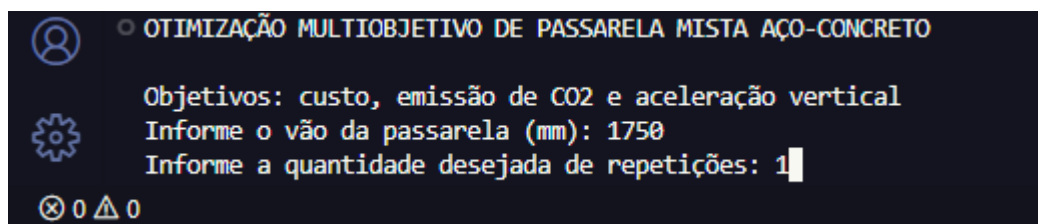
ZHANG, T.; GEEM, Z. W. Review of harmony search with respect to algorithm structure. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 48, p. 31-43, 2019.

ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. SPEA2: improving the strength Pareto evolutionary algorithm for multiobjective optimization. **Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems**, p. 1-21, 2001.

APÊNDICE A – Apresentação do Programa Desenvolvido

O programa utilizado para executar as otimizações deste trabalho foi implementado na linguagem de programação Python, através da utilização do editor de código-fonte Visual Studio Code. Como o programa foi desenvolvido com o objetivo de servir como uma ferramenta para realizar o estudo, se optou por não criar uma interface gráfica de usuário elaborada, visto que não havia a pretensão de disponibilizar o programa ao público. Por isso, o programa é executado por meio de um console de comando, com poucos dados a serem fornecidos para iniciar a otimização. A Figura 79 mostra o início da execução do programa, e os dados de entrada requisitados: o vão da passarela e quantidade de vezes que a otimização será repetida.

Figura 79 – Entrada de dados do programa



```
○ OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE PASSARELA MISTA AÇO-CONCRETO
Objetivos: custo, emissão de CO2 e aceleração vertical
Informe o vão da passarela (mm): 1750
Informe a quantidade desejada de repetições: 1
⊗ 0 ▲ 0
```

Fonte: Próprio autor.

Após fornecer esses parâmetros, a otimização da passarela é iniciada. Por se tratar de uma otimização multiobjetivo, em que cada solução precisa ser ranqueada a cada iteração, o tempo de execução do programa é relativamente alto. No computador em que o programa foi executado, cada otimização leva em média 100 segundos para ser finalizada. Ao terminar, é exibido no console uma mensagem, indicando o tempo de execução e qual repetição da otimização foi finalizada, como mostra a Figura 80.

Figura 80 – Finalização da execução do programa

```
● OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE PASSARELA MISTA AÇO-CONCRETO

Objetivos: custo, emissão de CO2 e aceleração vertical
Informe o vão da passarela (mm): 1750
Informe a quantidade desejada de repetições: 1

Otimização 1 iniciada. Por favor, aguarde a conclusão.

👤 Execução 1 finalizada com sucesso!
    Tempo decorrido: 99.0139s

⚙️ OTIMIZAÇÃO FINALIZADA
    Os resultados foram exportados em um arquivo .xlsx.

⊗ 0 ▲ 0
```

Fonte: Próprio autor.

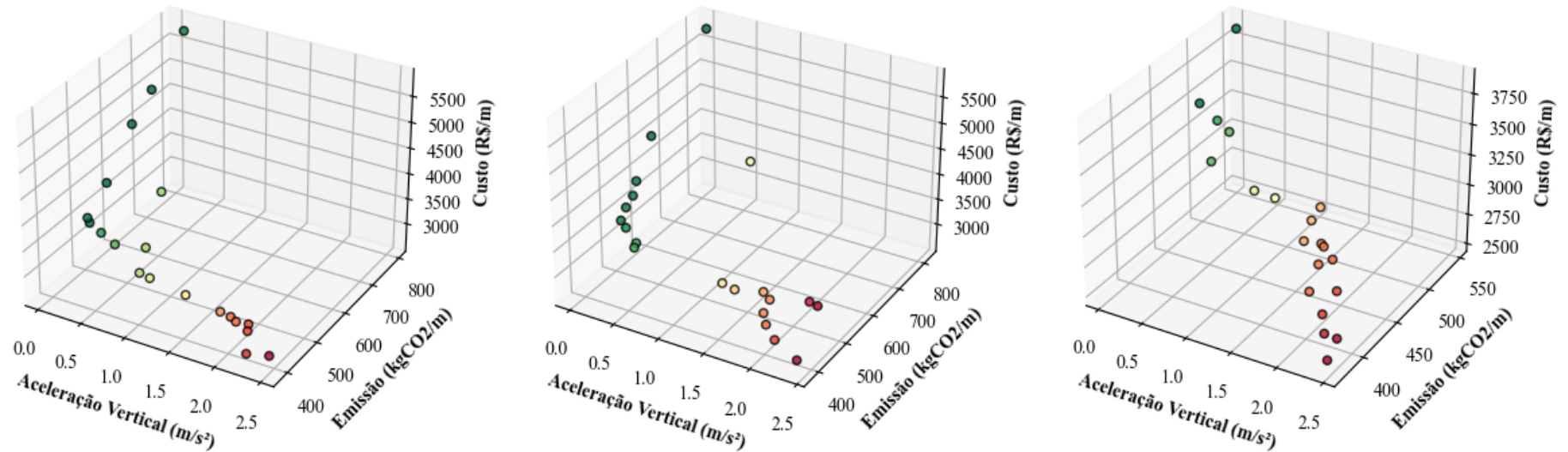
Ao finalizar todas as repetições, uma nova mensagem é exibida, e os resultados brutos são exportados para uma planilha eletrônica no formato .xlsx, facilitando a sua análise. Uma parte dos resultados exportados são apresentados na Figura 81. Os resultados das otimizações, mais especificamente a fronteira de Pareto, também são apresentados em forma de um gráfico tridimensional relacionando os diferentes objetivos, como mostra a Figura 82. Nela, é possível verificar que são apresentadas três fronteiras de Pareto distintas, provenientes de diferentes otimizações executadas simultaneamente em cada núcleo disponível do processador. Como o processador do computador utilizado no estudo possui 4 núcleos físicos, 3 deles são utilizados para executar uma otimização individual, e um é mantido livre para utilização do computador. Isso é especialmente útil para acelerar a obtenção de múltiplos resultados distintos. Vale lembrar que, devido à natureza probabilística do método de otimização, as soluções de cada execução são diferentes, embora possuam valores muito próximos.

Figura 81 – Resultados exportados

Execução	Vão (mm)	Harmonia	fck (kN/cm ²)	ht (cm)	hw (cm)	tw (cm)	bfs (cm)	tfs (cm)	bfi (cm)	tfi (cm)	α	f1(x)	f2(x)	f3(x)
1	1750	1	3,5	17	84,1	0,635	12,8	1,9	17,6	2,24	1	2979,492	439,7952	1,875457
1	1750	2	4	10	96	0,95	65,2	1,25	26,5	2,5	0,9	5645,533	766,6292	0,066429
1	1750	3	4,5	11	95,7	0,95	12,8	1,25	13,1	4,45	1	3987,864	557,9965	0,375162
1	1750	4	5	15	102,9	0,8	11,3	1,9	15	3,75	1	3966,315	581,631	0,076317
1	1750	5	4	11	108	0,8	10,2	2,5	19,5	1,9	0,9	3606,537	505,3314	0,456787
1	1750	6	3	18	83,3	0,635	12,8	3,15	11,1	2,85	1	3162,795	460,0508	1,844162
1	1750	7	4	10	103,7	0,8	10,2	2,24	19,5	1,9	1	3448,946	481,4954	0,670588
1	1750	8	4,5	16	99,1	0,8	12,8	0,95	18,5	2,24	1	3344,869	492,8678	1,405522
1	1750	9	3,5	14	100,7	0,8	12,8	1,9	15	1,9	1	3297,331	471,6942	1,758483
1	1750	10	3,5	11	95,7	0,8	10,2	2,5	15,7	2,5	1	3425,382	478,9573	1,684038

Fonte: Próprio autor.

Figura 82 – Fronteiras de Pareto apresentadas pelo programa



Fonte: Próprio autor.

APÊNDICE B – Conjuntos de Soluções Não-Dominadas Obtidas

A seguir, são apresentados em tabelas os resultados das otimizações multiobjetivo da passarela mista aço-concreto, considerando cada vão e cada cenário estudados. Vale ressaltar que o número de harmonias (soluções) de cada caso é diferente devido à união e classificação das 300 soluções obtidas para cada situação, de modo que a quantidade final de soluções não-dominadas é variável. A ordem de apresentação das harmonias é a obtenção do programa, não seguindo uma classificação específica.

Tabela 17 – Resultados da otimização para o vão de 10 metros

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	50	10	2000	16	1118	50	1390	50	1	36185,67	4741,61	0,0000
2	35	12	481	4,75	256	12,5	175	9,5	1	1846,69	277,07	0,8895
3	50	12	1998	16	609	44,5	1073	50	1	26012,89	3429,99	0,0000
4	50	14	2000	16	653	31,5	1044	44,5	1	22924,29	3037,96	0,0000
5	50	10	2000	16	637	28,5	843	50	1	21305,36	2810,03	0,0000
6	50	12	2000	16	649	19	674	50	1	18083,60	2400,71	0,0000
7	50	11	2000	16	540	50	1154	44,5	1	25451,63	3352,69	0,0000
8	40	11	2000	16	135	28,5	202	50	0,9	10704,89	1426,67	0,0000
9	50	12	2000	16	166	50	237	50	1	12167,42	1632,74	0,0000
10	50	10	1827	16	113	28,5	150	22,4	0,9	8391,74	1133,75	0,0001
11	45	12	2000	16	181	37,5	319	50	0,9	12743,06	1698,06	0,0000
12	50	10	1999	16	730	37,5	1105	50	1	26403,99	3471,87	0,0000
13	50	10	2000	16	606	19	613	50	0,9	17158,58	2271,75	0,0000
14	45	11	1779	16	101	19	140	44,5	1	8580,73	1154,10	0,0000

15	45	10	1639	16	105	22,4	126	19	0,9	7271,58	980,50	0,0027
16	50	10	1996	16	1042	50	1345	50	1	34788,05	4560,19	0,0000
17	50	10	1996	16	688	50	1249	50	1	29644,73	3892,55	0,0000
18	50	10	2000	16	579	31,5	994	50	1	23050,43	3036,56	0,0000
19	50	11	1996	16	623	44,5	987	50	1	25144,51	3312,83	0,0000
20	50	10	1996	16	105	50	159	19	0,9	9396,28	1264,14	0,0000
21	50	11	1699	16	116	19	182	22,4	1	7875,60	1071,19	0,0003
22	50	11	334	9,5	182	19	167	22,4	0,7	2596,72	385,95	0,2260
23	50	10	1999	16	757	50	1361	50	1	31724,46	4162,51	0,0000
24	50	12	2000	16	120	19	179	44,5	1	9903,33	1338,85	0,0000
25	50	20	417	6,35	156	19	167	16	0,8	2304,22	387,97	0,1694
26	50	10	2000	16	438	37,5	551	50	1	17572,56	2325,49	0,0000
27	45	11	1999	16	187	25	205	44,5	1	10676,58	1426,16	0,0000
28	50	10	1999	16	614	37,5	979	50	1	23969,48	3155,86	0,0000
29	50	13	1608	12,5	338	16	155	31,5	1	7213,90	994,18	0,0019
30	50	14	2000	16	630	19	855	50	1	20110,90	2672,76	0,0000
31	35	11	1598	12,5	105	22,4	155	25	0,9	6184,72	837,07	0,0051
32	50	10	1999	16	1103	50	1345	50	1	35496,23	4652,12	0,0000
33	50	11	1998	16	621	50	1213	50	1	28495,33	3747,79	0,0000
34	50	13	2000	16	482	37,5	932	44,5	1	21194,24	2808,94	0,0000
35	50	13	2000	16	618	37,5	1157	50	1	26103,48	3446,20	0,0000
36	45	10	374	6,35	175	19	120	22,4	0,7	2109,49	310,43	0,6718
37	50	10	2000	16	782	50	1345	50	1	31830,99	4176,34	0,0000
38	50	10	2000	16	522	50	1059	44,5	1	24258,99	3193,44	0,0000
39	50	10	2000	16	575	22,4	727	44,5	0,9	17859,79	2362,77	0,0000
40	50	13	2000	16	616	22,4	952	50	1	21617,00	2863,82	0,0000
41	45	10	2000	16	175	50	320	50	1	13164,68	1745,47	0,0000

42	50	11	343	4,75	119	22,4	171	19	0,9	1950,28	302,04	0,5840
43	50	11	2000	16	585	50	1236	44,5	1	26800,09	3527,73	0,0000
44	50	10	1993	16	300	50	674	37,5	0,9	16701,17	2212,37	0,0000
45	50	14	1996	16	324	50	672	50	1	18971,60	2524,87	0,0000
46	45	10	2000	16	457	25	409	50	1	14793,40	1956,89	0,0000
47	50	10	2000	16	807	22,4	895	50	1	21881,93	2884,88	0,0000
48	50	11	2000	16	428	50	799	44,5	1	20560,33	2717,77	0,0000
49	45	12	2000	16	157	28,5	204	50	1	10899,92	1458,81	0,0000
50	40	13	2000	16	340	22,4	462	50	1	14574,70	1935,75	0,0000
51	50	12	2000	16	453	22,4	594	50	0,9	16670,04	2217,22	0,0000
52	50	12	1284	9,5	123	22,4	142	44,5	1	5109,00	716,51	0,0361
53	50	10	1998	16	501	25	818	50	1	19725,44	2604,95	0,0000
54	50	11	2000	16	289	25	594	22,4	1	12233,89	1636,93	0,0000
55	30	12	267	16	101	37,5	107	44,5	1	3136,65	440,09	0,0525
56	40	10	1594	16	109	25	145	37,5	1	7879,22	1056,51	0,0008
57	45	12	2000	16	166	22,4	104	44,5	0,9	9453,37	1271,04	0,0000
58	45	13	2000	16	169	22,4	145	37,5	1	9672,98	1303,20	0,0000
59	50	13	491	4,75	211	9,5	197	12,5	1	1821,13	292,04	2,2092
60	50	11	2000	16	609	44,5	1201	50	1	27462,67	3613,74	0,0000
61	50	10	2000	16	574	19	474	44,5	1	14834,94	1970,12	0,0000
62	50	10	1999	16	535	22,4	774	50	1	19102,53	2524,09	0,0000
63	40	11	2000	16	114	22,4	112	28,5	1	8830,00	1183,30	0,0000
64	50	17	1623	12,5	211	19	221	28,5	1	7342,76	1028,68	0,0014
65	50	11	2000	16	822	50	1388	50	1	32800,17	4306,59	0,0000
66	50	12	2000	16	565	19	491	50	1	15627,16	2081,85	0,0000
67	50	13	2000	16	197	37,5	353	50	1	13305,19	1784,88	0,0000
68	50	10	1997	16	723	50	1312	50	1	30768,49	4038,42	0,0000

69	45	14	1586	12,5	109	31,5	102	19	1	6028,64	833,80	0,0182
70	50	11	1999	16	711	44,5	1241	50	1	28953,77	3807,30	0,0000
71	50	10	1999	16	478	50	882	50	1	23060,83	3037,91	0,0000
72	50	15	1665	12,5	169	28,5	113	50	1	7458,06	1034,76	0,0007
73	50	10	2000	16	651	37,5	1147	50	1	26210,48	3446,76	0,0000
74	50	12	2000	16	701	50	1393	50	1	31494,87	4141,60	0,0000
75	50	10	2000	16	757	37,5	1065	50	1	26181,91	3443,05	0,0000
76	50	12	1938	16	115	31,5	110	37,5	1	9105,54	1235,29	0,0000
77	50	11	2000	16	1004	50	1338	50	1	34308,88	4502,43	0,0000
78	50	10	2000	16	651	50	1330	50	1	30162,27	3959,73	0,0000
79	30	14	288	16	273	19	199	28,5	0,9	3775,71	528,53	0,0463
80	50	12	2000	16	641	50	1147	50	1	27997,41	3687,60	0,0000
81	50	13	2000	16	391	19	529	44,5	1	14661,20	1960,90	0,0000
82	50	17	1695	12,5	163	22,4	150	44,5	0,9	7552,77	1055,94	0,0005
83	50	14	2000	16	555	28,5	875	50	1	21219,00	2816,60	0,0000
84	50	11	2000	16	195	22,4	234	50	1	11213,77	1504,51	0,0000

Fonte: Próprio autor.

Tabela 18 – Resultados da otimização para o vão de 12,5 metros

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	50	10	2000	16	1028	44,5	1382	50	1	33773,11	4428,44	0,0000
2	50	10	2000	16	1104	50	1382	50	1	35934,22	4708,97	0,0000
3	50	12	2000	16	651	31,5	1122	50	1	25072,92	3307,98	0,0001
4	50	10	2000	16	700	37,5	1217	50	1	27430,59	3605,14	0,0001
5	50	10	2000	16	518	31,5	949	31,5	1	18083,58	2391,82	0,0004

6	50	10	2000	16	751	19	535	44,5	1	16224,21	2150,46	0,0009
7	45	11	2000	16	287	28,5	446	50	1	14493,61	1921,64	0,0014
8	50	10	2000	16	1252	50	1367	50	1	37454,35	4906,30	0,0000
9	50	12	2000	16	226	19	266	50	1	11583,13	1556,90	0,0054
10	50	15	522	12,5	279	25	178	25	1	4411,15	639,25	0,0092
11	45	12	1999	16	364	19	468	37,5	1	13134,52	1748,88	0,0032
12	50	12	2000	16	409	37,5	602	50	1	17947,94	2383,10	0,0004
13	50	12	2000	16	697	37,5	1246	50	1	27777,39	3659,04	0,0001
14	50	15	2000	16	693	31,5	1202	50	1	26351,30	3487,25	0,0001
15	50	10	1999	16	676	50	1301	50	1	30112,89	3953,32	0,0000
16	50	11	2000	16	696	44,5	1192	50	1	28244,79	3715,27	0,0000
17	50	11	2000	16	997	25	1283	44,5	1	26289,53	3461,46	0,0001
18	50	10	2000	16	880	19	952	50	1	22223,27	2929,18	0,0001
19	50	11	2000	16	749	19	952	44,5	1	20477,92	2707,07	0,0002
20	50	11	2000	16	540	25	813	44,5	1	18896,87	2501,84	0,0003
21	50	11	2000	16	690	28,5	1032	50	1	23831,37	3142,37	0,0001
22	35	16	653	6,35	134	19	219	16	0,7	2614,70	389,22	0,0134
23	50	11	2000	16	839	50	1356	50	1	32628,73	4284,34	0,0000
24	50	12	2000	16	476	19	625	50	1	16772,17	2230,48	0,0005
25	50	10	2000	16	658	44,5	967	50	1	25266,06	3324,16	0,0001
26	50	13	2000	16	731	22,4	852	50	1	21062,89	2791,89	0,0002
27	50	10	2000	16	537	28,5	755	50	1	19648,06	2594,90	0,0002
28	50	13	1997	16	310	19	398	50	1	13466,23	1805,78	0,0019
29	50	10	1999	16	603	44,5	917	50	1	24131,44	3176,88	0,0001
30	50	10	1999	16	733	50	1270	50	1	30410,06	3991,89	0,0000
31	45	11	2000	16	407	28,5	526	44,5	1	15528,45	2055,97	0,0012
32	50	10	1999	16	377	22,4	339	44,5	1	12895,41	1718,36	0,0033

33	50	11	1973	16	177	25	263	50	0,9	11459,51	1536,41	0,0075
34	50	11	2000	16	458	31,5	688	50	1	18702,22	2476,57	0,0003
35	50	11	2000	16	488	19	642	50	1	16998,07	2255,36	0,0004
36	50	14	2000	16	539	28,5	816	50	1	20440,41	2715,53	0,0002
37	50	12	2000	16	241	25	343	44,5	1	12427,67	1666,53	0,0036
38	50	11	1998	16	469	25	888	25	1	15288,43	2033,43	0,0013
39	50	11	2000	16	779	50	1376	50	1	32171,55	4224,99	0,0000
40	50	15	2000	16	696	25	910	50	1	22001,31	2922,59	0,0002
41	50	13	1999	16	317	22,4	445	44,5	1	13728,04	1839,77	0,0019
42	50	10	2000	16	1188	44,5	1392	50	1	35514,98	4654,55	0,0000
43	50	12	1999	16	676	44,5	1219	50	1	28366,82	3735,55	0,0000
44	50	10	1999	16	706	50	1317	50	1	30638,65	4021,57	0,0000
45	40	10	525	4,75	105	31,5	166	19	1	2230,43	323,25	1,5785
46	50	10	2000	16	434	50	858	50	1	22287,27	2937,49	0,0001
47	50	10	2000	16	1092	25	998	50	1	25167,53	3311,37	0,0001
48	50	13	2000	16	604	37,5	1004	50	1	24234,74	3203,62	0,0001
49	50	10	2000	16	1301	50	1381	50	1	38174,42	4999,77	0,0000
50	50	12	2000	16	808	50	1374	50	1	32500,67	4272,16	0,0000
51	50	11	2000	16	695	50	1338	50	1	30777,13	4043,99	0,0000
52	50	10	2000	16	728	44,5	1219	50	1	28858,38	3790,47	0,0000
53	45	11	577	4,75	120	19	150	22,4	1	2127,07	316,37	0,6398
54	50	10	2000	16	984	50	1351	50	1	34208,35	4484,94	0,0000
55	50	11	2000	16	700	50	1379	50	1	31302,90	4112,23	0,0000
56	50	11	2000	16	627	37,5	936	50	1	23613,63	3114,11	0,0001
57	50	12	2000	16	598	25	916	50	1	21448,25	2837,47	0,0002
58	50	10	2000	16	508	25	938	28,5	1	16534,30	2190,71	0,0007
59	50	11	2000	16	492	31,5	623	50	1	18204,12	2411,91	0,0004

60	50	11	2000	16	923	37,5	1251	50	1	29751,33	3910,83	0,0000
61	50	10	2000	16	598	50	1063	50	1	26504,80	3484,96	0,0001
62	50	10	2000	16	918	50	1338	50	1	33305,41	4367,73	0,0000
63	50	12	2000	16	654	19	991	44,5	1	20482,56	2712,11	0,0002
64	50	10	2000	16	733	50	1338	50	1	31190,93	4093,26	0,0000
65	50	13	2000	16	685	37,5	1216	50	1	27352,17	3608,29	0,0001
66	40	10	2000	16	452	19	557	50	1	15827,71	2088,28	0,0010
67	35	10	561	4,75	113	25	198	12,5	1	1998,09	290,50	1,8977
68	50	10	2000	16	867	50	1359	50	1	32962,52	4323,22	0,0000
69	45	10	559	6,35	137	19	161	19	1	2297,80	334,87	0,5119
70	50	11	2000	16	1247	50	1399	50	1	37783,48	4953,46	0,0000
71	50	14	2000	16	906	19	1179	50	1	25012,82	3309,06	0,0001
72	50	10	2000	16	755	50	1141	50	1	29190,75	3833,62	0,0000
73	50	12	2000	16	550	37,5	773	50	1	21111,08	2793,70	0,0002
74	50	11	2000	16	351	25	668	31,5	1	14356,69	1912,49	0,0014
75	50	11	2000	16	581	19	870	44,5	1	18914,12	2504,08	0,0003
76	45	12	2000	16	199	22,4	342	37,5	1	11496,11	1536,20	0,0071

Fonte: Próprio autor.

Tabela 19 – Resultados da otimização para o vão de 15 metros

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	40	11	730	6,35	105	16	163	31,5	1	2819,04	403,03	0,0310
2	30	11	788	6,35	124	8	174	25	1	2553,69	361,67	0,0457
3	30	10	825	6,35	142	9,5	198	16	1	2401,65	339,19	0,7595
4	50	10	822	6,35	235	16	281	12,5	0,8	3060,90	441,76	0,0119
5	35	10	707	6,35	149	8	249	12,5	0,9	2187,63	315,10	2,4628

6	30	10	743	6,35	144	8	249	12,5	1	2224,90	316,25	2,1057
7	40	10	734	6,35	139	8	237	12,5	1	2180,17	316,73	2,1609
8	50	10	810	6,35	140	8	249	12,5	1	2348,56	349,30	0,5552
9	35	10	850	6,35	174	8	237	12,5	1	2406,64	343,53	0,4649
10	45	10	822	6,35	149	8	249	12,5	1	2369,24	344,14	0,0838
11	35	10	822	6,35	140	8	237	12,5	1	2303,82	330,19	1,0120
12	35	10	739	6,35	140	8	249	12,5	1	2217,63	319,00	2,0748
13	35	10	710	6,35	149	8	248	12,5	1	2189,13	315,30	2,3512
14	40	10	817	6,35	140	8	237	12,5	1	2302,48	332,60	0,9741
15	35	10	822	6,35	140	8	237	12,5	1	2303,82	330,19	1,0120
16	50	10	710	6,35	147	8	226	12,5	0,9	2150,49	323,58	2,4753
17	30	10	815	6,35	128	8	226	12,5	1	2234,43	317,49	1,4495
18	30	10	815	6,35	136	8	188	19	1	2419,82	341,55	0,3222
19	30	10	848	6,35	151	8	227	12,5	1	2327,25	329,53	0,7713
20	50	10	815	6,35	128	8	226	12,5	1	2268,16	338,86	0,9802
21	45	10	815	6,35	128	8	226	12,5	0,9	2254,96	329,31	1,3520
22	35	10	732	6,35	149	9,5	227	12,5	1	2212,15	318,29	2,2949
23	35	10	821	6,35	149	8	226	12,5	1	2287,39	328,05	1,2287
24	30	10	821	6,35	149	8	226	12,5	1	2281,55	323,60	1,3632

Fonte: Próprio autor.

Tabela 20 – Resultados da otimização para o vão de 17,5 metros

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	40	10	999	8	123	9,5	233	12,5	1	2943,12	415,76	1,8734

2	35	13	860	6,35	110	12,5	167	25	1	2747,66	397,14	2,1721
3	35	13	840	6,35	196	9,5	223	16	1	2691,19	389,81	2,3455
4	50	14	863	6,35	178	9,5	286	12,5	1	2743,86	418,38	2,1491
5	30	10	847	6,35	125	8	161	28,5	1	2678,52	375,13	2,4754
6	45	12	847	6,35	139	9,5	161	25	1	2681,91	392,05	2,3124
7	50	10	1046	8	126	9,5	161	22,4	1	3216,16	461,92	0,1122
8	40	12	847	6,35	139	9,5	243	16	1	2640,08	383,17	2,3732
9	40	10	1046	8	139	9,5	210	12,5	1	2998,09	422,90	1,6355
10	35	11	846	6,35	109	9,5	152	28,5	1	2650,14	378,25	2,3956
11	30	11	1085	8	138	16	210	19	1	3589,71	496,15	0,0313
12	35	12	846	6,35	138	9,5	176	22,4	1	2641,79	380,28	2,3807
13	30	10	1085	8	138	9,5	244	12,5	1	3152,63	436,67	1,0962
14	30	10	1085	8	138	9,5	172	19	1	3202,46	443,14	0,8470
15	40	10	1002	8	138	9,5	210	12,5	1	2915,46	412,17	2,0038
16	30	10	1039	8	138	9,5	210	12,5	1	2971,36	413,14	1,8642
17	35	10	1051	8	138	9,5	210	12,5	1	2999,15	420,44	1,6725
18	30	10	1075	8	138	9,5	210	12,5	0,9	3037,19	421,69	1,6876
19	50	12	1071	8	102	28,5	200	19	1	3738,09	538,55	0,0171
20	50	10	1059	8	161	16	153	22,4	1	3514,20	500,60	0,0445
21	35	13	841	6,35	124	9,5	153	31,5	1	2822,37	406,84	2,1157
22	30	13	862	6,35	129	12,5	176	22,4	1	2744,08	391,87	2,2335
23	30	10	1083	8	172	12,5	297	12,5	1	3492,20	480,75	0,1533
24	45	11	1070	8	131	12,5	234	16	1	3398,21	481,37	0,0451
25	40	10	1079	8	124	9,5	217	12,5	1	3045,87	429,10	1,1907
26	35	12	857	6,35	126	12,5	211	19	1	2733,33	392,17	2,3175
27	35	10	1079	8	130	9,5	213	12,5	1	3041,55	425,95	1,3561
28	45	10	1062	8	126	9,5	193	16	1	3113,72	440,78	0,9243

29	35	10	1079	8	126	9,5	211	16	1	3195,97	445,99	0,5663
30	35	10	1039	8	150	9,5	169	25	1	3369,01	468,46	0,1699
31	35	10	983	8	146	9,5	223	12,5	1	2929,31	411,38	2,1182
32	30	10	1090	8	150	9,5	223	16	1	3306,24	456,61	0,1710
33	35	10	958	8	121	9,5	222	12,5	1	2826,45	398,03	2,2851
34	40	10	1090	8	121	9,5	223	12,5	1	3076,62	433,09	0,9431
35	40	10	1090	8	114	12,5	222	12,5	1	3136,74	440,90	0,9281
36	50	10	1090	8	130	9,5	223	12,5	1	3118,12	449,19	0,6164
37	30	12	853	6,35	163	9,5	158	25	1	2700,97	383,53	2,3747
38	40	12	853	6,35	163	9,5	158	22,4	1	2621,18	380,72	2,4186
39	35	11	1031	8	110	12,5	150	31,5	1	3474,99	485,33	0,0990
40	35	12	853	6,35	163	9,5	143	28,5	1	2736,67	392,60	2,3172
41	35	14	832	6,35	136	9,5	125	37,5	1	2822,93	410,02	2,0731
42	30	13	853	6,35	159	9,5	158	28,5	1	2835,85	403,79	2,1614
43	30	12	974	8	137	9,5	215	12,5	1	2898,92	409,23	2,1383
44	35	10	1036	8	142	9,5	215	12,5	1	2994,69	419,87	1,7675
45	40	10	973	8	133	9,5	215	12,5	1	2865,85	405,74	2,1762
46	35	10	949	8	132	9,5	215	12,5	1	2813,87	396,39	2,3720
47	45	13	832	6,35	126	9,5	181	25	1	2765,41	406,55	2,1664
48	40	14	865	6,35	118	16	199	16	0,9	2671,67	394,02	2,2399
49	40	10	1088	8	118	9,5	223	12,5	1	3066,44	431,77	0,9748
50	30	10	965	8	109	25	188	31,5	1	3912,93	535,37	0,0077
51	35	12	993	8	110	19	188	31,5	1	3860,30	538,46	0,0071
52	35	14	858	6,35	134	12,5	188	19	1	2693,23	393,19	2,1877
53	35	10	1078	8	114	9,5	188	19	1	3212,88	448,19	0,2651
54	30	10	1051	8	138	9,5	188	16	1	3080,85	427,36	1,5210
55	30	10	965	8	137	9,5	188	16	1	2921,41	406,66	2,1996

56	30	10	1078	8	137	9,5	188	16	1	3128,06	433,48	1,2155
57	45	12	1030	8	131	31,5	224	22,4	0,9	4204,37	589,68	0,0011
58	30	10	1030	8	132	16	184	25	1	3589,47	493,38	0,0537
59	30	10	1058	8	117	9,5	160	25	1	3274,81	452,53	0,3972
60	30	10	960	8	132	9,5	230	12,5	1	2871,01	400,12	2,2891
61	30	10	1030	8	132	9,5	213	12,5	1	2950,44	410,43	1,9138

Fonte: Próprio autor.

Tabela 21 – Resultados da otimização para o vão de 20 metros

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	40	11	1280	9,5	189	22,4	126	44,5	1	5230,82	716,10	0,0520
2	50	10	1213	9,5	167	12,5	164	37,5	1	4722,49	657,45	0,0692
3	35	10	1280	9,5	120	12,5	164	28,5	1	4368,41	598,19	0,9159
4	35	12	1090	8	136	9,5	185	16	1	3178,19	449,91	2,4295
5	30	17	1081	8	189	9,5	206	16	1	3432,40	492,20	1,8919
6	35	10	1280	9,5	115	16	219	19	1	4328,87	593,05	1,1870
7	40	12	1252	9,5	112	12,5	133	50	1	4779,03	660,83	0,0650
8	50	10	1289	9,5	152	12,5	157	28,5	1	4461,67	623,59	0,2342
9	50	10	1277	9,5	140	12,5	210	19	1	4290,57	601,38	0,9783
10	45	10	1260	9,5	132	12,5	105	44,5	1	4373,61	604,33	0,7784
11	30	20	1075	8	118	12,5	147	31,5	1	3704,68	535,77	1,5945
12	35	10	1272	9,5	147	12,5	181	31,5	1	4663,07	636,43	0,0986
13	40	19	1053	8	159	16	155	19	1	3528,72	522,13	1,7535
14	30	16	1053	8	184	9,5	169	19	1	3333,75	476,65	2,0152
15	45	10	1287	9,5	105	19	174	22,4	1	4333,97	599,18	0,9688

16	45	10	1276	9,5	105	12,5	199	16	1	3990,94	554,65	1,5029
17	45	16	1037	8	105	16	199	16	1	3315,61	488,95	2,0096
18	45	10	1276	9,5	105	19	199	19	1	4283,43	592,62	1,1615
19	30	20	1080	8	105	19	177	19	1	3542,96	514,78	1,6579
20	50	10	1237	9,5	115	12,5	162	31,5	1	4386,69	613,86	0,6821
21	30	16	1080	8	105	19	199	16	1	3433,41	489,59	1,9762
22	50	13	1269	9,5	122	16	139	44,5	1	4882,83	691,59	0,0078
23	40	10	1269	9,5	101	12,5	117	44,5	1	4417,88	607,20	0,2649
24	35	10	1269	9,5	112	16	243	12,5	1	4037,18	555,19	1,7507
25	35	10	1258	9,5	112	16	139	31,5	1	4319,84	591,88	1,2513
26	50	11	1238	9,5	178	16	120	50	1	4936,87	689,72	0,0561
27	30	16	1010	8	104	12,5	156	28,5	1	3435,01	489,79	1,9704
28	45	10	1278	9,5	103	12,5	170	19	1	4000,09	555,84	1,4610
29	40	10	1289	9,5	130	12,5	184	19	1	4153,17	572,84	1,3423
30	40	10	1266	9,5	105	16	126	37,5	1	4396,73	604,46	0,8099
31	40	20	1043	8	103	19	182	22,4	1	3653,30	541,68	1,6348
32	40	10	1267	9,5	105	16	194	22,4	1	4312,18	593,48	1,0735
33	35	17	1054	8	187	9,5	176	19	1	3399,59	494,22	1,9067
34	40	14	1079	8	129	12,5	210	12,5	1	3198,52	462,41	2,2302
35	40	11	1288	9,5	114	12,5	199	19	1	4188,76	580,83	1,3023
36	40	10	1288	9,5	115	16	210	19	1	4313,07	593,59	1,0668
37	45	10	1255	9,5	129	12,5	190	25	1	4371,89	604,10	0,8659
38	30	12	1087	8	124	9,5	191	19	1	3292,55	460,33	2,3538
39	35	16	1238	9,5	936	12,5	727	16	0,9	8305,83	1127,97	0,0032
40	35	18	1087	8	114	12,5	165	22,4	1	3477,79	507,48	1,7706
41	35	14	1071	8	134	9,5	213	12,5	1	3106,57	446,84	2,2569
42	30	12	1080	8	109	16	227	12,5	1	3228,20	451,97	2,4650

43	35	10	1277	9,5	134	12,5	148	37,5	1	4602,15	628,53	0,1741
44	35	14	1074	8	134	12,5	193	16	1	3301,22	472,11	2,1929
45	30	19	1074	8	110	25	213	12,5	1	3527,28	510,00	1,7562
46	30	18	1071	8	123	9,5	203	19	1	3416,18	492,84	1,7914

Fonte: Próprio autor.

Tabela 22 – Resultados da otimização para o vão de 22,5 metros

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	45	20	1559	25	280	28,5	243	37,5	1	13200,76	1786,75	0,0011
2	50	13	1079	8	104	22,4	191	22,4	1	3750,61	544,62	2,3858
3	35	20	1276	9,5	111	16	138	44,5	1	4935,57	702,94	1,4936
4	30	20	1276	9,5	103	16	110	44,5	1	4609,79	653,26	1,5661
5	45	11	1670	12,5	106	25	101	37,5	1	6454,71	878,13	0,1498
6	35	16	1199	9,5	111	12,5	179	22,4	1	4121,36	584,80	1,9590
7	35	20	1276	9,5	101	16	165	19	1	4211,85	608,99	1,6390
8	50	20	1258	9,5	102	19	141	37,5	1	4794,17	711,19	1,5290
9	30	10	1665	12,5	101	19	179	25	1	6390,75	857,01	0,4341
10	40	13	1163	9,5	121	12,5	158	22,4	1	3918,70	552,52	2,3353
11	30	20	1270	9,5	101	16	113	50	1	4762,04	673,03	1,5345
12	35	13	1594	12,5	155	25	145	50	1	7328,41	991,76	0,0060
13	35	20	1274	9,5	106	19	145	50	1	5239,14	742,35	1,4302
14	40	11	1671	12,5	101	16	129	28,5	1	6186,20	840,11	0,5823
15	40	10	1676	12,5	133	16	129	19	1	6019,05	815,04	1,0028
16	30	13	1190	9,5	139	12,5	188	16	1	3892,05	540,89	2,3563
17	35	20	1252	9,5	107	16	188	25	1	4539,42	651,52	1,5866

18	30	18	1214	9,5	181	12,5	244	12,5	1	4159,56	589,33	1,8107
19	30	20	1230	9,5	139	12,5	188	44,5	1	5323,80	745,95	1,4467
20	40	18	1214	9,5	109	16	204	19	1	4251,03	612,52	1,7767
21	30	13	1205	9,5	107	16	213	12,5	1	3839,81	534,11	2,3655
22	30	20	1270	9,5	141	16	213	37,5	1	5442,67	761,38	1,4161
23	35	11	1671	12,5	102	16	166	16	1	5950,07	806,61	1,1416
24	30	20	1264	9,5	121	12,5	141	50	1	5045,38	709,81	1,4753
25	40	10	1531	12,5	117	16	144	25	1	5808,86	787,76	1,4631
26	30	16	1222	9,5	122	19	251	12,5	1	4175,31	585,89	1,9736
27	30	13	1201	9,5	104	19	191	16	1	3981,43	552,49	2,3328
28	30	14	1085	8	233	9,5	327	16	1	3926,35	548,08	2,2302
29	35	11	1701	12,5	167	16	129	31,5	1	6595,27	890,36	0,0581
30	45	10	1625	12,5	117	16	163	16	1	5859,45	797,20	1,1737
31	35	20	1292	9,5	107	25	191	37,5	1	5409,33	764,44	1,4072
32	30	10	1669	12,5	113	16	129	37,5	1	6459,67	865,95	0,3001
33	30	14	1258	9,5	110	19	216	12,5	1	4067,05	566,35	2,1825
34	45	20	1292	9,5	138	16	196	31,5	1	5105,97	735,99	1,4557
35	50	13	1640	12,5	122	31,5	131	37,5	1	6954,44	960,50	0,0385
36	30	20	1292	9,5	116	25	198	37,5	1	5509,08	770,00	1,4063
37	35	10	1651	12,5	102	16	194	19	1	6110,63	824,34	0,8058
38	30	10	1579	12,5	108	16	106	37,5	1	5987,06	804,60	1,3060
39	30	15	1052	8	109	28,5	207	25	1	4074,26	570,03	2,1077
40	40	20	1257	9,5	104	22,4	156	44,5	1	5215,80	744,50	1,4492
41	50	10	1536	12,5	116	19	118	50	1	6446,76	881,27	0,1725
42	35	20	1217	9,5	105	16	127	31,5	1	4296,20	619,94	1,6346
43	45	10	1635	12,5	105	16	202	16	1	5986,78	813,73	0,8418
44	35	10	1584	12,5	103	19	118	25	1	5825,23	787,29	1,4468

45	40	20	1278	9,5	101	16	136	37,5	1	4677,21	674,59	1,5401
46	45	20	1278	9,5	121	16	127	44,5	1	4893,95	708,47	1,4985
47	50	20	1266	9,5	116	12,5	115	44,5	1	4661,12	693,92	1,5394
48	30	16	1177	9,5	101	22,4	137	25	1	4130,60	580,09	1,9861
49	35	14	1263	9,5	139	16	182	12,5	1	4019,57	565,36	2,1987
50	30	13	1228	9,5	129	16	195	12,5	1	3918,79	544,36	2,3516
51	50	11	1672	12,5	235	25	238	16	1	7216,84	985,68	0,0188
52	40	20	1291	9,5	135	19	242	25	1	5139,54	734,60	1,4689
53	45	15	1122	9,5	133	12,5	168	25	1	4064,81	582,54	2,0887
54	40	19	1197	9,5	133	19	120	25	1	4211,18	610,72	1,7310
55	35	20	1241	9,5	104	22,4	118	50	1	4931,02	702,35	1,5253
56	50	10	1440	12,5	203	16	239	37,5	1	7111,16	967,52	0,0405
57	40	20	1255	9,5	129	16	176	50	1	5575,47	791,19	1,3573
58	30	20	1269	9,5	130	12,5	136	50	1	5024,80	707,14	1,4818
59	40	11	1670	12,5	109	16	129	31,5	1	6301,07	855,02	0,3174
60	30	20	1255	9,5	116	16	148	28,5	1	4456,98	633,43	1,6087
61	40	20	1263	9,5	116	12,5	136	37,5	1	4606,69	665,43	1,5567
62	30	18	1080	8	260	12,5	297	19	1	4316,72	609,73	1,8018
63	40	10	1660	12,5	107	16	108	31,5	1	6095,63	824,99	0,6500
64	45	10	1612	12,5	107	19	162	16	1	5855,45	796,68	1,2413
65	35	20	1265	9,5	125	19	162	50	1	5496,42	775,74	1,3920

Fonte: Próprio autor.

Tabela 23 – Resultados da otimização para o vão de 25 metros

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
----------	----------------	------------	------------	------------	---------------	---------------	---------------	---------------	----------	---------------	--------------------------------	---

1	40	10	1702	16	693	25	850	19	1	14060,46	1858,88	0,0041
2	30	20	1672	12,5	101	16	135	37,5	1	6647,35	917,75	1,3588
3	30	10	1999	16	123	25	154	37,5	1	9505,89	1261,38	0,0983
4	50	11	1702	12,5	216	19	345	37,5	1	8984,66	1215,15	0,2590
5	45	10	1533	12,5	307	44,5	653	37,5	1	13293,04	1762,14	0,0063
6	50	13	1962	16	105	28,5	148	37,5	1	9395,58	1277,38	0,0511
7	50	10	1967	16	161	19	169	25	1	9064,60	1221,09	0,2138
8	45	20	1589	12,5	101	25	129	44,5	1	6814,01	957,71	1,3476
9	35	20	1275	9,5	109	44,5	232	25	1	5558,26	783,77	1,5802
10	40	20	1589	12,5	123	19	162	19	1	6144,89	865,10	1,4842
11	30	20	1275	9,5	161	25	277	16	1	5045,15	709,78	1,6151
12	45	20	1451	12,5	124	25	116	22,4	1	5832,87	830,35	1,5556
13	30	20	1292	9,5	106	31,5	184	22,4	1	4854,30	685,00	1,6270
14	30	14	1230	9,5	118	28,5	184	22,4	1	4622,20	638,41	2,1792
15	45	10	1690	12,5	172	28,5	305	44,5	1	9244,22	1236,57	0,1176
16	40	20	1180	9,5	179	16	223	37,5	1	5495,46	780,80	1,5834
17	50	20	1674	12,5	105	25	184	37,5	1	7371,20	1045,71	1,1766
18	50	20	1951	16	248	31,5	301	31,5	1	11499,45	1581,58	0,0112
19	40	19	1687	12,5	111	16	173	37,5	1	7057,72	980,23	1,2631
20	50	10	1702	12,5	187	19	334	28,5	1	8056,73	1090,26	0,8976
21	40	10	1949	16	121	19	213	25	1	9054,53	1209,07	0,4218
22	30	20	1157	9,5	239	25	182	31,5	1	5532,05	772,98	1,5826
23	35	20	1649	12,5	133	16	160	22,4	1	6372,39	889,45	1,4322
24	45	19	1682	12,5	161	16	159	50	1	7577,27	1053,12	1,1499
25	30	20	1496	12,5	103	25	142	22,4	1	5933,52	825,09	1,5368
26	35	20	1682	12,5	112	25	196	31,5	1	7212,35	998,48	1,2592
27	30	15	1259	9,5	100	25	163	28,5	1	4624,82	641,50	2,0624

28	40	20	1691	12,5	123	19	157	31,5	1	6863,24	958,35	1,3092
29	45	16	1801	16	175	31,5	291	44,5	1	11114,71	1501,33	0,0177
30	40	11	1907	16	214	19	241	31,5	1	9841,27	1314,57	0,0253
31	35	19	1641	12,5	109	22,4	118	31,5	1	6433,88	894,32	1,4721
32	50	11	1700	12,5	142	28,5	198	37,5	1	7705,80	1049,15	1,2092
33	35	17	1280	9,5	102	22,4	106	50	1	4815,10	677,96	1,8481
34	45	13	1257	9,5	133	19	299	12,5	1	4411,46	620,22	2,3290
35	35	13	1278	9,5	166	19	169	19	1	4460,95	619,54	2,3250
36	35	20	1665	12,5	166	16	143	50	1	7353,96	1016,87	1,2324
37	45	20	1622	12,5	112	16	169	31,5	1	6645,42	935,82	1,3519
38	40	19	1292	9,5	133	28,5	112	31,5	1	4827,01	690,66	1,6995
39	35	20	1599	12,5	126	22,4	112	28,5	1	6298,64	879,88	1,4729
40	30	20	1370	12,5	131	25	128	16	1	5474,56	765,52	1,5896
41	45	20	1694	12,5	130	19	122	28,5	1	6584,05	927,85	1,3752
42	30	20	1579	12,5	145	16	164	22,4	1	6225,05	862,94	1,4834
43	30	20	1287	9,5	192	25	230	16	1	5076,46	713,84	1,6115
44	30	20	1599	12,5	112	25	217	28,5	1	6965,89	959,10	1,3573
45	40	17	1287	9,5	192	19	128	25	1	4671,93	663,79	1,8701
46	40	12	2000	19	137	31,5	130	37,5	1	11007,36	1469,31	0,0205
47	40	10	1993	16	125	19	248	19	1	9092,70	1214,03	0,1420
48	40	20	1276	9,5	127	28,5	236	28,5	1	5502,54	781,72	1,5766
49	40	20	1276	9,5	127	28,5	120	44,5	1	5185,72	740,60	1,6049
50	40	17	1270	9,5	113	25	236	19	1	4740,40	672,67	1,8621
51	50	20	1689	12,5	114	25	117	25	1	6556,84	940,00	1,3940
52	40	14	1270	9,5	148	22,4	125	28,5	1	4586,81	642,62	2,1828
53	45	13	1293	9,5	110	19	206	16	1	4288,82	604,30	2,3422
54	30	13	1293	9,5	108	19	200	19	1	4368,66	602,76	2,3297

55	50	14	1999	16	106	19	140	37,5	1	9259,18	1264,12	0,0630
56	45	10	1681	12,5	145	16	200	50	1	7811,63	1050,61	1,0092
57	50	10	1684	12,5	242	16	238	50	1	8622,50	1163,70	0,5455
58	50	10	1674	12,5	138	28,5	241	44,5	1	8339,16	1126,92	0,7724
59	40	20	1221	9,5	217	16	127	50	1	5263,44	750,69	1,6017
60	35	14	1290	9,5	190	16	125	25	1	4459,04	622,40	2,1982
61	40	12	1887	16	352	25	174	50	1	11122,00	1484,19	0,0196
62	50	10	1990	16	143	19	130	31,5	1	9040,82	1218,00	0,3499
63	35	20	1469	12,5	136	19	134	31,5	1	6107,91	855,12	1,5150
64	35	20	1703	12,5	123	22,4	156	28,5	1	6867,10	953,67	1,3331
65	35	15	1248	9,5	173	22,4	187	22,4	1	4819,66	672,33	2,0472
66	35	12	1284	9,5	108	12,5	160	28,5	1	4352,23	602,31	2,4580
67	45	10	1995	16	104	19	112	31,5	1	8746,91	1172,01	0,4773
68	40	20	1645	12,5	102	22,4	122	50	1	6983,77	974,00	1,2884
69	30	20	1686	12,5	108	22,4	156	50	1	7496,73	1028,01	1,1911
70	35	20	1263	9,5	199	16	162	50	1	5677,01	799,18	1,5594
71	35	14	1293	9,5	117	22,4	178	19	1	4428,47	618,44	2,1994
72	45	10	1944	16	117	50	255	19	1	9747,00	1301,83	0,0893
73	35	20	1537	12,5	102	25	134	19	1	5911,54	829,63	1,5330
74	30	20	1653	12,5	102	19	187	22,4	1	6466,94	894,34	1,4130
75	50	19	1691	12,5	111	31,5	120	50	1	7392,73	1044,06	1,2229
76	35	20	1262	9,5	102	44,5	134	44,5	1	5496,08	775,70	1,5836
77	30	20	1677	12,5	105	22,4	120	50	1	7044,18	969,27	1,2941
78	35	20	1612	12,5	105	25	111	50	1	6829,68	948,81	1,3575
79	30	12	1286	9,5	106	22,4	252	12,5	1	4261,42	586,09	2,4945
80	30	20	1428	12,5	106	19	101	50	1	6038,27	838,69	1,5218
81	35	14	1286	9,5	106	31,5	123	25	1	4507,27	628,66	2,1923

Fonte: Próprio autor.

Tabela 24 – Resultados da otimização para o Cenário A

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	35	13	859	6,35	114	16	217	16	0,9	2688,14	471,39	2,3334
2	30	11	859	6,35	118	12,5	178	25	1	2790,02	455,48	2,3315
3	30	15	841	6,35	102	19	175	22,4	1	2817,20	492,94	2,0704
4	35	13	857	6,35	124	9,5	179	25	1	2766,85	481,61	2,1348
5	35	10	1089	8	134	9,5	200	16	1	3191,39	508,46	0,6005
6	35	10	1012	8	124	9,5	227	12,5	1	2946,00	476,60	1,8796
7	50	10	1012	8	124	9,5	178	19	1	3098,35	531,56	1,2750
8	30	10	1012	8	126	9,5	224	12,5	1	2935,93	465,94	1,9785
9	30	10	850	6,35	147	8	211	22,4	1	2754,63	442,40	2,4280
10	30	12	862	6,35	147	9,5	211	16	1	2548,07	432,56	2,4757
11	30	20	1000	16	601	19	236	37,5	1	8633,93	1290,41	0,0065
12	35	13	865	6,35	158	9,5	243	16	1	2718,11	475,28	2,2283
13	30	10	928	8	122	9,5	202	16	1	2872,38	457,69	2,3395
14	50	18	1007	8	143	12,5	194	37,5	1	4282,67	788,79	0,0069
15	50	13	839	6,35	143	8	147	31,5	1	2804,73	532,26	2,1006
16	35	11	1073	8	117	12,5	210	19	1	3403,78	545,45	0,0126
17	35	11	860	6,35	165	9,5	219	19	1	2752,98	460,97	2,3825
18	35	12	856	6,35	173	9,5	151	25	1	2694,05	462,74	2,3743
19	30	13	859	6,35	176	12,5	166	19	1	2693,80	459,96	2,3705
20	30	10	977	8	132	9,5	213	12,5	0,9	2853,52	455,24	2,3525
21	30	10	1088	8	132	9,5	213	12,5	1	3056,51	481,59	1,3822
22	35	10	1052	8	133	9,5	213	12,5	1	2998,69	483,44	1,6379
23	35	10	1083	8	133	9,5	213	16	1	3225,80	512,92	0,3728
24	30	10	1002	8	133	9,5	213	12,5	0,9	2901,41	461,46	2,2051

25	30	10	1040	8	110	12,5	216	12,5	1	3004,96	474,90	1,7905
26	30	10	1040	8	107	9,5	167	22,4	1	3160,93	495,14	1,0954
27	30	10	1066	8	134	9,5	199	16	1	3139,83	492,40	1,2243
28	30	13	833	6,35	192	9,5	171	22,4	1	2724,73	463,97	2,3330
29	30	10	1030	8	133	9,5	187	16	1	3027,93	477,88	1,7265
30	30	10	1064	8	132	9,5	220	16	1	3208,64	501,34	0,9594
31	35	14	840	6,35	133	9,5	150	31,5	1	2836,60	500,08	2,0500
32	50	12	855	6,35	133	9,5	223	16	1	2591,87	491,69	2,3831
33	35	10	1090	8	121	16	223	16	0,9	3428,90	539,29	0,0732
34	50	10	1090	8	121	16	182	16	1	3306,82	558,62	0,0691
35	50	10	1090	8	121	9,5	193	16	1	3167,27	540,51	0,5852
36	30	10	1090	8	133	9,5	223	16	1	3269,33	509,21	0,0841
37	35	10	1090	8	121	16	223	16	0,9	3428,90	539,29	0,0732
38	35	10	1090	8	116	9,5	193	16	1	3128,53	500,30	0,7298
39	50	10	992	8	121	9,5	226	12,5	1	2927,93	509,44	1,8635
40	35	10	1053	8	129	9,5	193	16	1	3089,10	495,18	1,3166
41	35	10	950	8	121	9,5	193	16	1	2883,37	468,47	2,2013
42	50	11	836	6,35	109	9,5	163	25	1	2607,54	480,79	2,4290
43	30	11	836	6,35	170	8	178	25	1	2730,34	447,73	2,4520
44	30	20	1108	9,5	101	22,4	187	31,5	1	4612,97	768,46	0,0106
45	30	11	972	8	131	9,5	215	12,5	1	2865,07	465,22	2,2231
46	35	13	861	6,35	175	9,5	206	16	1	2613,90	461,75	2,3458
47	35	12	850	6,35	145	9,5	170	25	1	2733,12	467,81	2,2967

Fonte: Próprio autor.

Tabela 25 – Resultados da otimização para o Cenário B

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	30	10	1005	8	169	9,5	194	12,5	0,9	5701,40	407,94	2,2815
2	30	13	1015	16	143	37,5	194	25	1	12331,51	849,62	0,0055
3	30	11	1032	8	107	12,5	194	16	1	6006,35	431,52	1,6673
4	30	10	1058	8	166	9,5	194	12,5	1	5882,22	419,67	1,8285
5	35	10	1084	8	153	9,5	181	19	1	6391,34	456,72	0,2262
6	45	11	1084	8	116	9,5	181	19	1	6268,28	459,84	0,3122
7	40	13	834	6,35	132	12,5	198	19	1	5151,49	392,61	2,3077
8	40	10	992	8	120	9,5	194	16	1	5765,43	419,01	1,8207
9	30	11	992	8	116	9,5	181	19	1	5905,54	424,97	1,8173
10	30	14	849	6,35	133	9,5	201	22,4	1	5356,97	400,74	2,0915
11	35	10	1031	8	143	9,5	220	12,5	0,9	5839,06	420,88	1,8932
12	40	10	1011	8	115	9,5	143	31,5	1	6453,49	463,67	0,1367
13	30	10	1058	8	148	9,5	184	22,4	1	6579,70	464,94	0,1217
14	30	10	1089	8	126	9,5	182	19	1	6294,14	446,41	0,4586
15	40	18	929	8	148	9,5	184	16	1	5741,01	453,27	1,7291
16	30	10	1089	8	160	9,5	184	19	1	6459,18	457,12	0,4261
17	35	18	919	8	148	9,5	182	16	1	5677,10	443,89	1,7598
18	30	15	849	6,35	148	12,5	184	22,4	0,9	5469,31	411,82	2,0688
19	40	11	855	6,35	130	9,5	181	22,4	1	5117,02	381,41	2,4015
20	45	14	836	6,35	146	12,5	192	19	1	5218,73	406,17	2,1981
21	50	14	844	6,35	168	8	171	25	1	5328,68	425,39	2,0751
22	50	17	1077	8	252	37,5	158	37,5	0,9	11344,16	832,86	0,0046
23	35	18	1201	9,5	145	44,5	136	25	1	10062,41	728,51	0,0061
24	30	10	1063	8	108	19	136	28,5	1	6781,04	478,01	0,0658

25	50	14	845	6,35	143	8	187	25	1	5423,02	431,51	2,0014
26	30	13	827	6,35	168	8	148	31,5	1	5384,57	398,74	2,2182
27	35	16	1023	8	928	16	526	16	1	14681,31	1019,92	0,0004
28	35	10	1003	8	127	9,5	216	12,5	1	5644,30	408,24	2,0197
29	30	13	852	6,35	117	16	182	19	1	5148,10	383,39	2,3353
30	40	10	1049	8	114	9,5	187	19	1	6153,12	444,17	0,7594
31	35	14	848	6,35	138	16	138	25	1	5314,41	403,59	2,2080
32	45	10	1049	8	139	9,5	225	12,5	1	5933,06	433,26	1,3856
33	30	15	847	6,35	222	9,5	138	28,5	1	5495,69	413,53	2,0679
34	50	14	852	6,35	152	9,5	187	22,4	1	5358,21	427,31	2,0643
35	30	12	846	6,35	105	19	212	16	1	5138,44	378,98	2,4786
36	50	15	1081	8	120	19	176	28,5	0,9	7620,98	579,85	0,0385
37	40	10	1058	8	266	9,5	202	19	1	6976,51	497,61	0,0478
38	35	13	860	6,35	105	19	211	16	1	5199,05	391,91	2,3050
39	40	15	846	6,35	112	16	176	22,4	1	5373,11	415,95	2,0380
40	35	10	1081	8	132	9,5	212	16	1	6267,67	448,70	0,4832
41	45	11	1081	8	114	12,5	185	19	1	6439,73	470,97	0,1284
42	35	10	1054	8	116	12,5	176	19	1	6236,59	446,68	1,0480
43	50	10	1054	8	121	9,5	202	16	1	6079,22	451,38	0,7472
44	30	10	1054	8	121	9,5	202	16	1	6041,09	429,98	1,3304
45	50	12	862	6,35	145	9,5	208	16	1	4919,08	387,44	2,4139
46	50	12	862	6,35	145	8	237	16	1	5031,77	394,76	2,3109
47	30	16	847	6,35	145	12,5	237	19	1	5639,02	426,62	1,9141
48	45	11	980	8	120	12,5	172	31,5	1	6974,63	505,68	0,0410
49	35	10	847	6,35	144	8	200	22,4	1	5223,67	380,94	2,4646
50	35	12	847	6,35	140	12,5	174	19	1	4998,31	374,69	2,4931
51	40	13	859	6,35	169	12,5	149	19	0,9	5009,88	383,41	2,4254

52	35	14	1067	8	111	31,5	131	37,5	1	8012,80	578,72	0,0122
53	30	10	853	6,35	141	8	178	28,5	1	5494,32	394,50	2,2985
54	30	17	971	8	141	9,5	184	16	1	5820,79	442,21	1,7380
55	30	10	1081	8	163	9,5	178	16	1	6146,70	436,84	1,3170
56	35	12	859	6,35	126	12,5	180	19	0,9	5005,26	375,14	2,4772
57	40	16	858	6,35	135	12,5	213	19	1	5427,68	423,98	1,9247
58	30	13	859	6,35	181	9,5	174	22,4	1	5299,68	393,23	2,2563
59	45	13	859	6,35	135	12,5	211	16	0,9	5077,61	392,20	2,3348
60	40	13	861	6,35	114	12,5	173	22,4	1	5178,76	394,38	2,2100
62	30	12	848	6,35	179	9,5	156	22,4	1	5056,42	373,65	2,4796
63	30	10	1069	8	122	16	172	22,4	1	6746,66	475,78	0,0909
64	35	19	860	6,35	122	22,4	157	22,4	1	5714,65	450,52	1,7341
65	30	13	848	6,35	120	12,5	203	22,4	1	5464,38	403,92	2,1667
66	30	10	848	6,35	122	8	156	31,5	1	5337,62	384,32	2,3708
67	40	12	848	6,35	162	9,5	134	28,5	1	5147,75	387,88	2,3681
68	30	17	854	6,35	179	12,5	248	16	0,9	5627,35	429,65	1,8979

Fonte: Próprio autor.

Tabela 26 – Resultados da otimização para o Cenário C

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	30	12	844	6,35	154	8	217	22,4	1	2823,76	399,54	1,5127
2	30	15	854	6,35	180	8	290	16	1	2886,81	415,98	1,3392
3	40	10	861	6,35	137	9,5	182	19	1	2521,10	361,05	1,8039
4	35	12	951	8	127	37,5	151	44,5	1	4576,71	631,53	0,0045
5	30	12	857	6,35	153	9,5	161	25	1	2702,20	383,76	1,5896

6	30	10	1035	8	128	9,5	164	22,4	1	3182,03	440,55	0,8330
7	35	10	844	6,35	128	9,5	164	25	1	2617,72	371,00	1,7472
8	40	10	1035	8	155	9,5	262	16	1	3370,93	471,37	0,1193
9	45	15	851	6,35	126	12,5	164	25	1	2820,67	421,15	1,3537
10	30	11	843	6,35	150	8	204	22,4	1	2731,27	384,79	1,6269
11	35	10	855	6,35	150	9,5	218	22,4	1	2860,50	402,51	1,5487
12	35	10	860	6,35	134	12,5	232	12,5	1	2471,56	352,02	1,9278
13	45	10	1078	8	130	9,5	223	12,5	1	3082,98	436,87	0,6887
14	30	11	848	6,35	166	9,5	208	16	1	2540,88	360,07	1,8014
15	30	10	1054	8	166	9,5	197	12,5	0,9	3022,45	419,83	1,3219
16	30	10	1022	8	129	9,5	224	12,5	0,9	2960,73	411,82	1,3655
17	50	11	1071	8	180	25	165	25	0,8	4156,00	588,45	0,0051
18	35	10	1071	8	115	12,5	165	22,4	1	3309,46	460,79	0,2619
19	35	10	1084	8	156	9,5	173	19	1	3249,91	453,06	0,4059
20	35	14	864	6,35	180	9,5	173	19	1	2644,79	386,99	1,5058
22	45	11	1075	8	116	22,4	224	16	1	3590,43	506,41	0,0158
23	40	11	1075	8	117	16	197	19	1	3451,09	485,15	0,0812
24	35	10	856	6,35	140	8	174	22,4	1	2566,93	364,40	1,7562
25	50	10	1075	8	140	9,5	184	16	1	3148,18	453,17	0,4904
26	40	10	1079	8	140	9,5	224	12,5	1	3100,62	436,28	0,7603
27	35	11	856	6,35	140	8	174	25	1	2688,08	383,25	1,5962
28	35	11	851	6,35	164	9,5	202	16	1	2525,38	362,13	1,7940
29	30	10	851	6,35	123	9,5	171	22,4	1	2549,55	358,45	1,8078
30	30	10	1086	8	128	16	171	22,4	0,9	3501,32	482,00	0,0686
31	30	11	851	6,35	123	8	171	25	1	2626,16	371,14	1,6516
32	30	16	851	6,35	106	16	171	25	1	2874,70	417,15	1,3032
33	50	16	851	6,35	116	12,5	171	25	1	2872,42	444,09	1,2766

34	40	11	845	6,35	138	8	190	22,4	1	2653,48	381,62	1,6268
35	30	10	989	8	125	9,5	195	16	1	2964,84	412,36	1,3501
36	30	10	1046	8	132	9,5	190	16	1	3065,99	425,49	1,0539
37	30	10	857	6,35	131	9,5	180	19	1	2481,82	349,66	1,8691
38	40	10	857	6,35	122	12,5	238	12,5	1	2455,98	352,60	1,9076
39	35	20	1218	12,5	181	19	116	25	1	5284,17	748,32	0,0034
40	35	10	992	8	151	9,5	183	28,5	1	3511,65	487,04	0,0563
41	45	10	959	8	134	9,5	177	19	1	3005,60	426,82	1,2863
42	35	10	1055	8	120	12,5	177	22,4	1	3355,93	466,82	0,2207
43	45	14	857	6,35	131	9,5	183	25	1	2843,20	420,41	1,3492
44	40	10	857	6,35	131	9,5	177	22,4	1	2618,12	373,65	1,7067
45	35	10	865	6,35	110	12,5	199	16	1	2475,16	352,49	1,8618
46	45	10	1019	8	161	12,5	134	31,5	1	3480,50	488,47	0,0271
47	50	10	1060	8	151	9,5	214	16	1	3254,36	466,96	0,0860
48	30	10	1060	8	152	9,5	199	16	1	3167,95	438,72	0,8880
49	40	10	835	6,35	109	9,5	134	37,5	1	2780,76	394,76	1,5487
50	30	10	1060	8	151	9,5	214	12,5	1	3049,42	423,34	1,1277
51	35	12	865	6,35	105	16	153	25	1	2726,89	391,41	1,5646
52	40	11	852	6,35	140	8	213	19	1	2619,52	377,21	1,6458
53	35	15	865	6,35	118	16	199	19	0,9	2817,60	412,54	1,3963
54	30	13	865	6,35	131	16	161	19	1	2657,02	380,65	1,6030
55	30	15	841	6,35	151	9,5	170	28,5	1	2913,55	419,45	1,3323
56	35	10	848	6,35	127	9,5	193	19	1	2522,37	358,62	1,8249
57	30	10	1020	8	101	19	124	37,5	1	3538,49	486,82	0,0332
58	30	10	1069	8	171	9,5	160	25	1	3412,20	470,43	0,2411
59	50	10	1079	8	127	9,5	193	16	1	3160,18	454,73	0,1371
60	30	15	864	6,35	108	16	187	19	1	2718,68	394,15	1,4116

61	35	10	1050	8	108	12,5	187	19	1	3218,37	448,97	0,6149
62	30	10	858	6,35	133	12,5	185	16	1	2473,67	348,60	1,9380
63	30	11	1044	8	133	25	209	22,4	1	3928,16	540,15	0,0065
64	35	10	1062	8	133	9,5	219	12,5	1	3034,12	425,05	1,0121
65	40	12	845	6,35	133	9,5	164	25	1	2672,61	387,48	1,5744
66	40	10	845	6,35	152	8	209	25	1	2882,26	407,93	1,4875
67	35	16	858	6,35	192	9,5	311	12,5	1	2834,89	417,91	1,3290
68	30	11	845	6,35	152	9,5	185	19	1	2548,87	361,11	1,7805
69	35	10	858	6,35	152	8	185	19	1	2504,31	356,28	1,8286
70	40	11	845	6,35	133	9,5	196	19	1	2568,33	370,56	1,7152
71	45	10	1044	8	112	12,5	185	19	1	3224,82	455,28	0,4734
72	45	15	850	6,35	166	9,5	208	19	1	2785,84	416,63	1,3776

Fonte: Próprio autor.

Tabela 27 – Resultados da otimização para o Cenário D

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	45	10	857	6,35	142	8	218	16	1	2493,08	360,30	0,2296
2	30	13	815	6,35	197	12,5	127	44,5	1	3260,85	459,03	0,0073
3	50	10	839	6,35	188	22,4	116	31,5	1	3221,07	462,63	0,0065
4	35	10	835	6,35	143	8	175	22,4	1	2547,05	361,82	0,4748
5	45	10	848	6,35	124	12,5	159	22,4	1	2591,48	373,07	0,1978
6	40	11	842	6,35	106	12,5	163	25	1	2658,27	382,24	0,0810
7	30	10	818	6,35	131	9,5	158	28,5	1	2672,77	374,44	0,1935
8	45	10	818	8	140	19	310	12,5	1	3181,84	449,70	0,0086

9	40	10	863	6,35	140	9,5	237	12,5	0,9	2417,25	347,57	1,1524
10	35	10	850	6,35	195	8	310	12,5	1	2653,63	375,66	0,1197
11	35	11	850	6,35	248	12,5	156	28,5	0,9	3153,93	443,72	0,0148
12	30	10	850	6,35	140	8	156	25	1	2552,92	358,89	0,2330
13	50	10	863	6,35	140	9,5	261	12,5	1	2507,79	370,05	0,2127
14	50	10	859	6,35	137	8	197	16	1	2423,23	359,07	0,5947
15	30	10	827	6,35	161	9,5	197	22,4	1	2730,36	381,92	0,0199
16	40	10	835	6,35	122	9,5	171	22,4	1	2535,92	362,98	0,3210
17	40	10	813	6,35	121	9,5	171	25	1	2603,44	371,74	0,1771
18	30	10	861	6,35	120	9,5	206	16	1	2435,39	343,63	0,8865
19	30	10	815	6,35	433	12,5	445	12,5	0,8	3863,38	528,99	0,0040
20	35	11	861	6,35	120	12,5	206	19	1	2682,54	382,53	0,0161
21	45	10	861	6,35	106	16	206	16	1	2583,01	371,97	0,2021
22	45	10	861	6,35	120	9,5	206	16	1	2455,91	355,47	0,3740
23	40	10	861	6,35	109	12,5	206	16	1	2498,02	358,06	0,5227
24	30	10	858	6,35	107	12,5	187	19	1	2534,93	356,55	0,5867
25	35	10	861	6,35	120	9,5	206	16	1	2441,23	348,09	0,7350
26	30	10	861	6,35	112	12,5	206	16	1	2494,82	351,34	0,8554
27	35	10	861	6,35	109	12,5	206	16	1	2492,10	354,69	0,6958
28	35	10	861	6,35	120	9,5	206	16	1	2441,23	348,09	0,7350
29	30	10	861	6,35	112	12,5	206	16	1	2494,82	351,34	0,8554
30	35	10	861	6,35	120	9,5	206	16	1	2441,23	348,09	0,7350
31	40	11	805	9,5	159	12,5	178	25	1	3421,38	481,30	0,0045
32	40	11	805	9,5	159	12,5	178	25	1	3421,38	481,30	0,0045
33	40	10	806	6,35	126	9,5	178	25	1	2644,14	377,03	0,0954

Fonte: Próprio autor.

Tabela 28 – Resultados da otimização para o Cenário E

Harmonia	f_{ck} (MPa)	h_t (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	α	Custo (R\$/m)	Emissão (kgCO ₂ /m)	Aceleração Vertical (m/s ²)
1	35	12	923	19	359	25	227	50	0,9	8867,84	1188,55	0,0035
2	30	10	1080	8	137	9,5	226	19	1	3425,68	472,18	0,9592
3	45	10	1080	8	143	9,5	227	16	1	3307,91	466,07	1,0195
4	35	11	1080	8	131	9,5	238	12,5	1	3134,73	441,23	1,5500
5	30	10	1079	8	143	9,5	215	22,4	1	3556,21	489,12	0,5927
6	40	10	1078	8	142	9,5	153	25	1	3337,44	467,02	0,9885
7	45	10	1078	8	163	9,5	194	16	1	3226,99	455,56	1,3541
8	30	13	851	6,35	179	9,5	149	25	1	2698,53	386,04	2,0532
9	30	10	1085	8	128	9,5	178	25	1	3450,94	475,46	0,7667
10	30	10	1078	8	132	9,5	225	16	1	3252,53	449,70	1,3435
11	35	10	1085	8	111	12,5	225	12,5	1	3121,67	436,41	1,5568
12	45	12	840	6,35	146	9,5	195	19	1	2613,80	383,30	2,1722
13	40	11	1078	8	164	9,5	178	28,5	1	3688,83	516,01	0,0327
14	35	12	845	8	843	25	356	50	1	10644,69	1419,20	0,0026
15	40	10	845	6,35	150	8	218	16	1	2481,53	355,92	2,4957
16	30	12	845	6,35	103	22,4	240	12,5	1	2645,63	376,42	2,2382
17	30	11	845	6,35	109	9,5	163	25	1	2583,51	365,61	2,2844
18	50	11	1076	8	144	9,5	190	25	1	3592,06	515,24	0,0568
19	30	12	1008	8	144	9,5	190	16	1	3056,87	429,80	1,8302
20	35	11	858	6,35	112	16	236	12,5	1	2524,57	362,02	2,3819
21	35	14	845	6,35	116	12,5	147	28,5	1	2764,08	402,47	1,8991
22	35	12	845	6,35	101	16	193	19	0,9	2647,11	381,05	2,1943
23	30	18	858	6,35	135	16	127	31,5	0,9	2962,49	434,05	1,5753
24	40	18	1188	9,5	405	16	255	22,4	0,9	5696,87	800,33	0,0062

25	30	10	1072	8	149	31,5	229	22,4	1	4377,45	595,72	0,0141
26	45	10	1066	8	132	9,5	229	12,5	1	3082,52	436,81	1,5619
27	35	10	1059	8	134	9,5	178	19	1	3178,14	443,74	1,4886
28	45	10	1080	8	143	9,5	217	16	1	3271,34	461,32	1,1216
29	30	10	853	6,35	171	8	185	19	1	2525,96	355,39	2,4994
30	30	15	853	6,35	163	16	185	19	1	2895,19	417,06	1,8389
31	45	15	855	6,35	102	19	176	19	1	2736,64	410,25	1,8435
32	45	12	853	6,35	114	12,5	209	16	1	2558,84	376,17	2,1921
33	40	14	861	6,35	117	19	182	16	0,9	2680,27	395,23	1,9865
34	50	16	1164	12,5	125	50	156	22,4	1	5881,96	834,75	0,0057
35	50	11	853	6,35	139	8	181	19	1	2504,32	374,05	2,3134
36	35	16	862	6,35	114	16	168	22,4	0,9	2812,29	414,97	1,7423
37	45	11	853	6,35	105	12,5	168	22,4	1	2609,74	379,11	2,2530
38	30	14	862	6,35	101	16	177	22,4	1	2767,16	397,70	1,9020
39	30	11	853	6,35	136	12,5	203	19	1	2697,18	380,36	2,2790
40	35	13	853	6,35	198	12,5	177	16	1	2681,95	388,69	2,1119
41	45	10	1086	9,5	149	28,5	251	16	1	4439,21	612,92	0,0075
42	35	10	862	6,35	149	9,5	172	19	1	2499,26	355,62	2,4968
43	45	10	1079	8	149	9,5	218	12,5	1	3111,78	440,61	1,5410
44	30	17	850	6,35	130	16	246	16	1	2900,69	423,28	1,6528
45	30	14	850	6,35	149	12,5	132	31,5	1	2850,25	408,48	1,8967
46	30	15	850	6,35	109	22,4	197	19	0,9	2904,92	418,33	1,8343
47	40	11	850	6,35	131	9,5	195	19	1	2566,90	370,38	2,2945
48	35	11	850	6,35	148	9,5	213	16	1	2529,42	362,65	2,3509
49	35	11	850	6,35	149	8	182	22,4	1	2633,38	376,15	2,2539
50	45	10	1086	8	139	9,5	227	19	1	3465,87	486,57	0,0830
51	35	10	1052	8	105	9,5	119	44,5	1	3539,77	490,69	0,2049

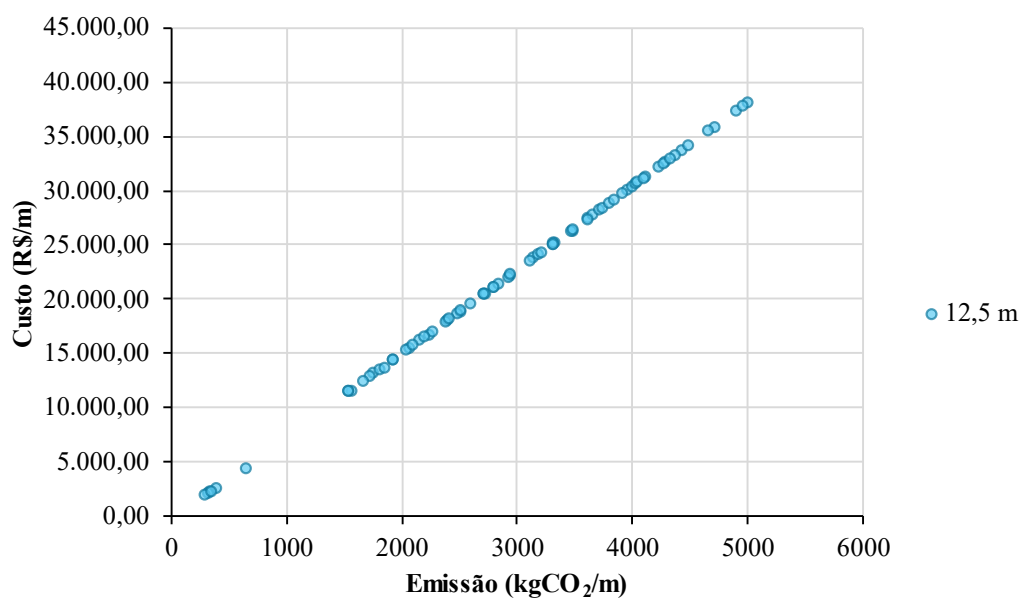
52	50	10	1088	8	138	19	162	25	1	3720,12	527,41	0,0291
53	35	10	1085	8	138	9,5	220	19	1	3416,79	474,72	0,8091
54	50	10	1090	8	105	12,5	188	19	1	3315,17	474,85	0,7845
55	45	10	1088	8	140	9,5	221	12,5	1	3117,26	441,32	1,4570
56	35	10	1090	8	138	9,5	253	12,5	1	3193,34	445,72	1,3752
57	40	10	1090	8	138	9,5	221	16	1	3284,63	460,17	1,0685
58	50	10	1088	8	153	9,5	241	12,5	1	3215,84	461,96	1,2639
59	35	11	854	6,35	104	19	215	12,5	0,9	2500,82	358,94	2,4318
60	50	11	998	8	191	9,5	296	22,4	1	3981,33	565,77	0,0289
61	30	10	1023	8	112	9,5	164	25	1	3222,81	445,84	1,5193
62	40	11	860	6,35	155	9,5	241	12,5	1	2475,24	358,48	2,3783
63	40	10	1085	8	135	9,5	173	25	1	3449,34	481,55	0,4270
64	35	10	1085	8	135	9,5	172	22,4	1	3335,48	464,17	1,0165
65	35	11	860	6,35	135	9,5	220	19	1	2692,17	383,78	2,2086
66	40	15	860	6,35	135	16	161	19	1	2716,35	403,30	1,8646
67	35	10	1085	8	135	9,5	216	16	1	3244,77	452,39	1,2583
68	30	10	1086	8	135	9,5	230	12,5	1	3107,94	430,93	1,6133
69	30	11	1085	8	135	9,5	191	16	1	3164,64	441,04	1,5481

Fonte: Próprio autor.

APÊNDICE C – Projeções da Fronteira de Pareto para Demais Vãos

Na sequência, são apresentados gráficos que representam as projeções da fronteira de Pareto para os vãos intermediários não apresentados no item de resultados em função da semelhança com os demais vãos.

Figura 83 – Relação entre emissão e custo para o vão de 12,5 metros



Fonte: Próprio autor.

Figura 84 – Relação entre emissão e custo para o vão de 15 metros

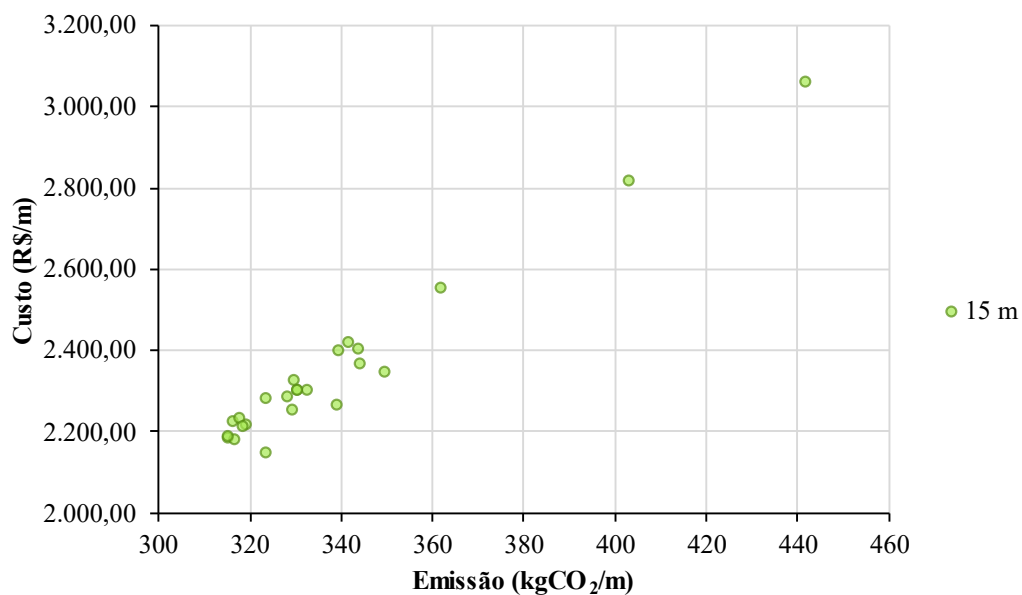
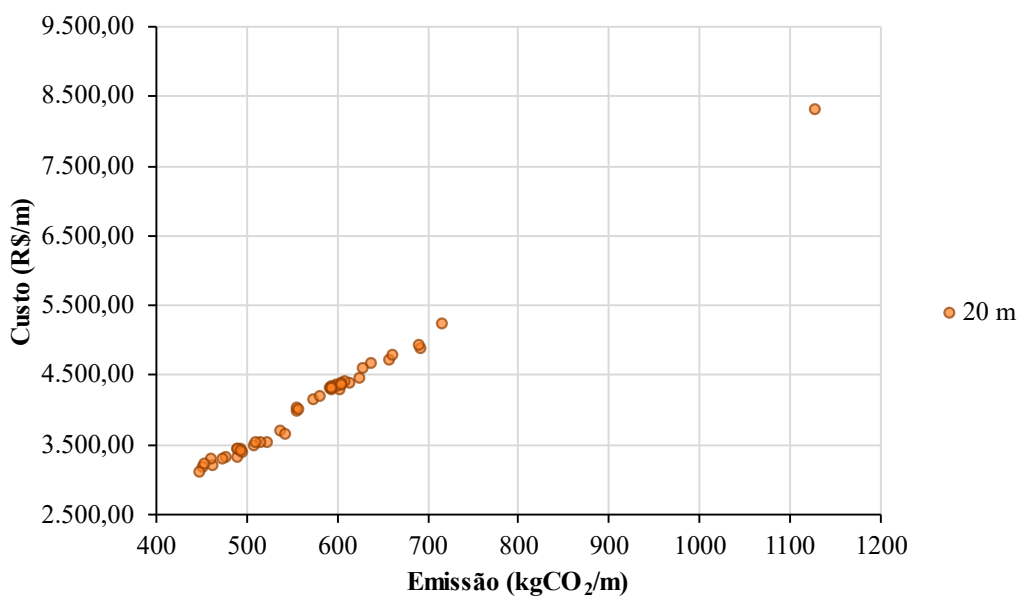
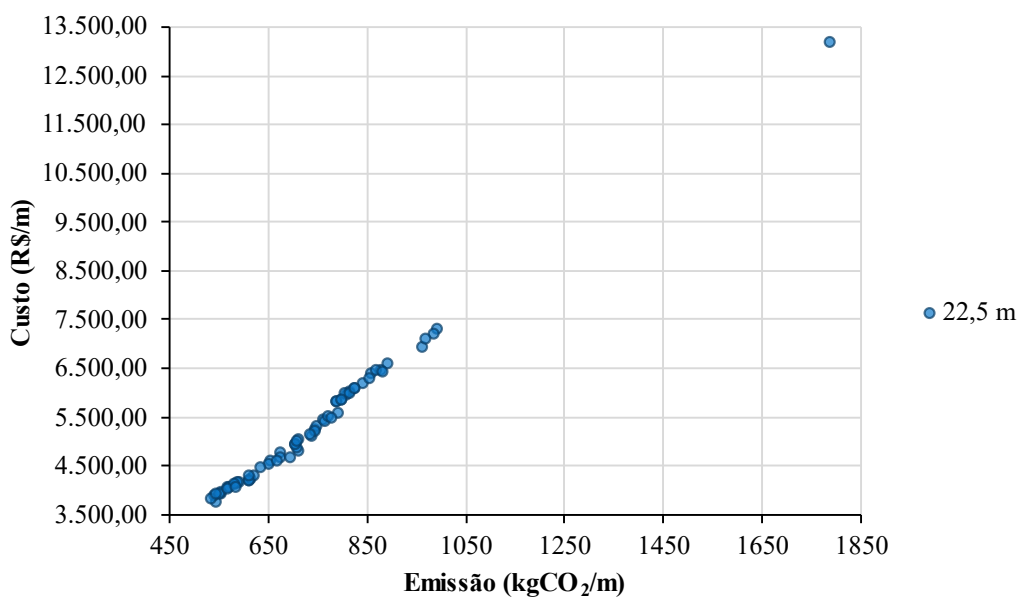


Figura 85 – Relação entre emissão e custo para o vão de 20 metros



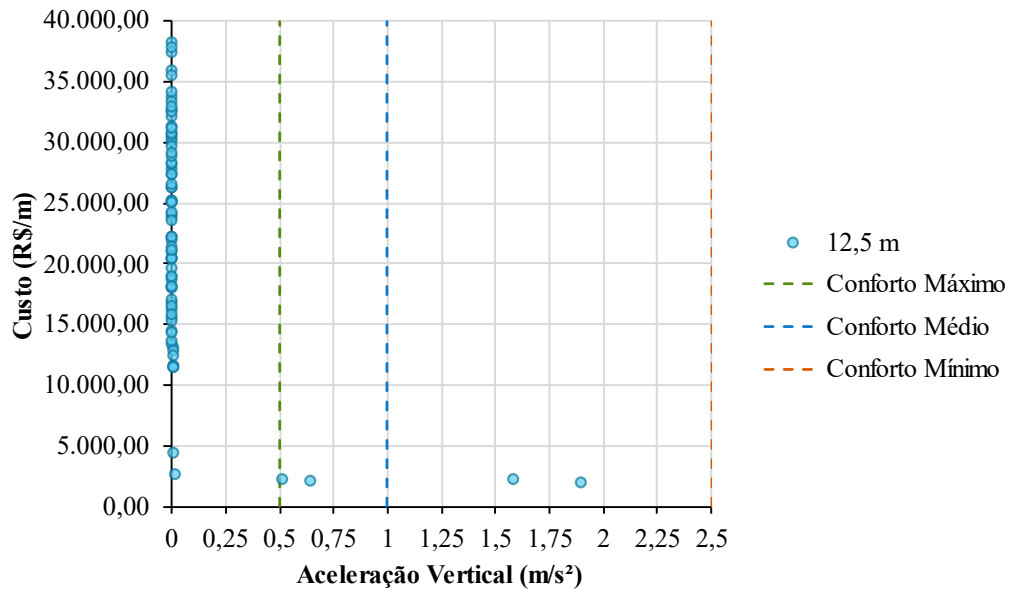
Fonte: Próprio autor.

Figura 86 – Relação entre emissão e custo para o vão de 22,5 metros



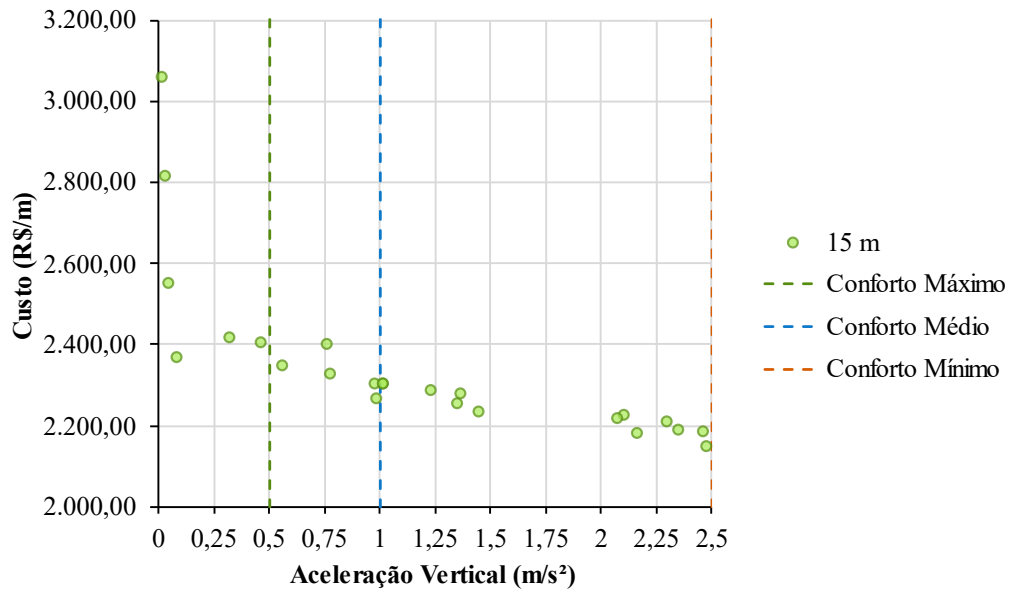
Fonte: Próprio autor.

Figura 87 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 12,5 metros



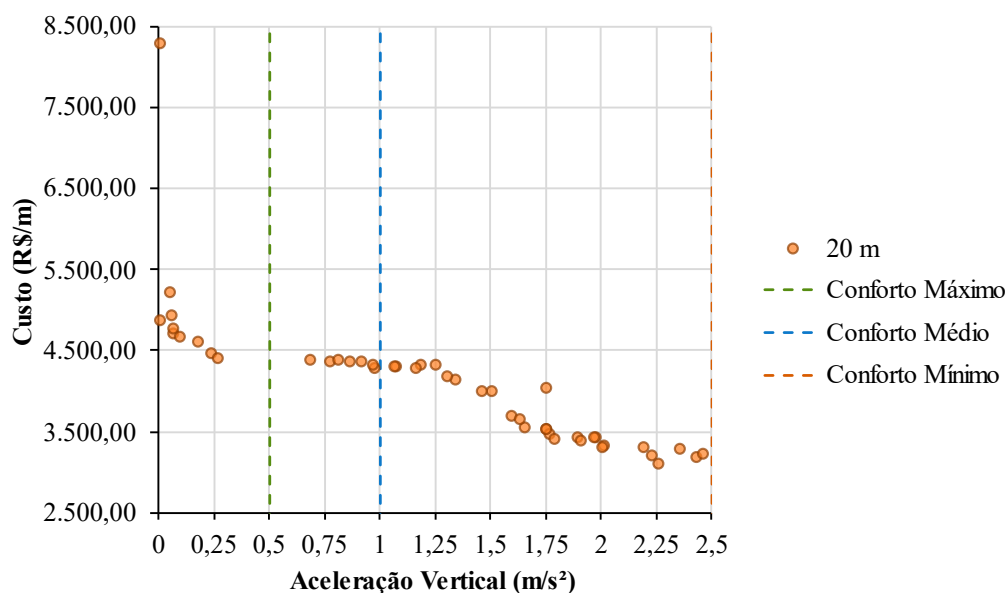
Fonte: Próprio autor.

Figura 88 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 15 metros



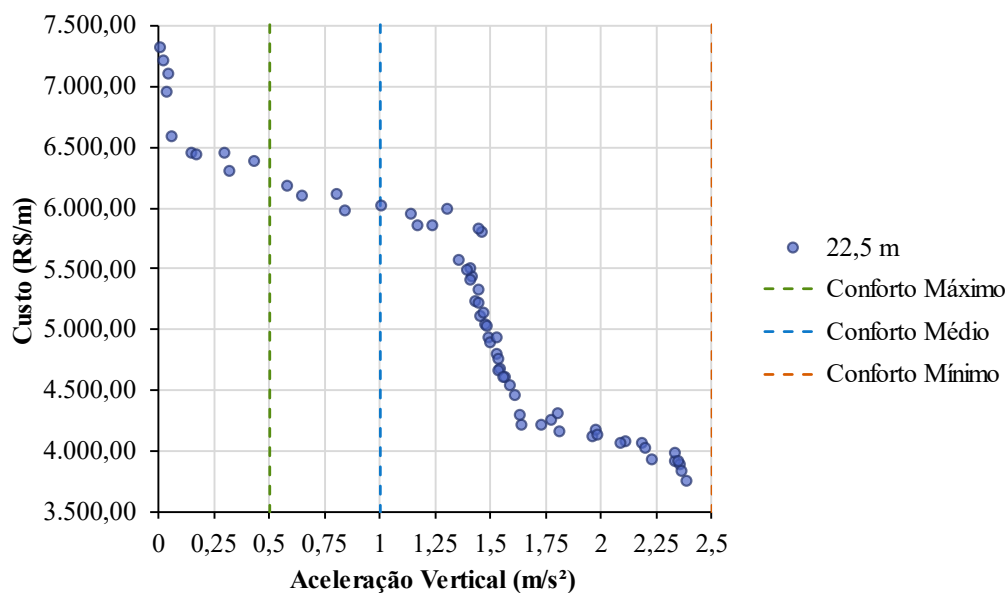
Fonte: Próprio autor.

Figura 89 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 20 metros



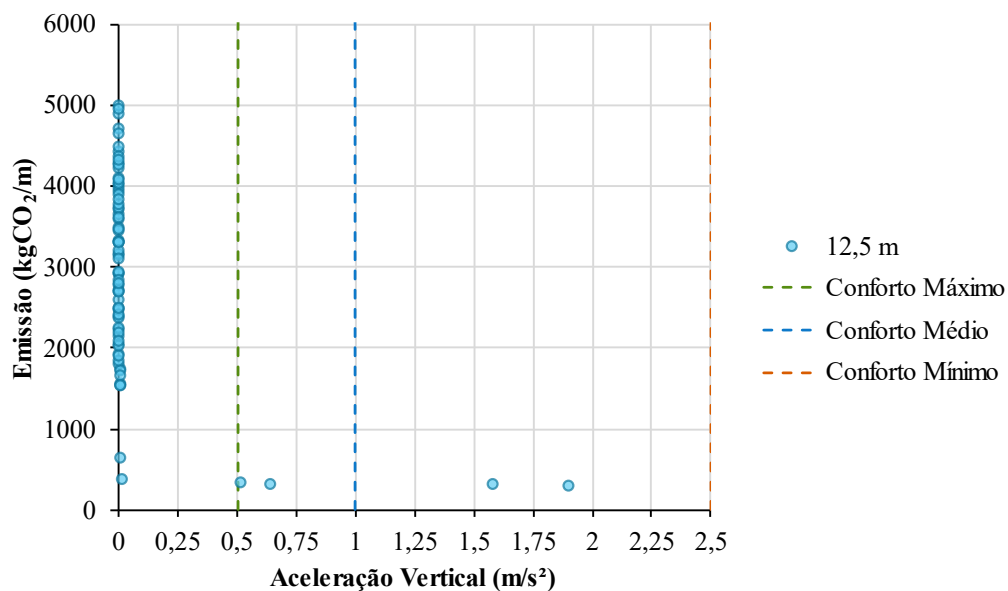
Fonte: Próprio autor.

Figura 90 – Relação entre aceleração vertical e custo para o vão de 22,5 metros



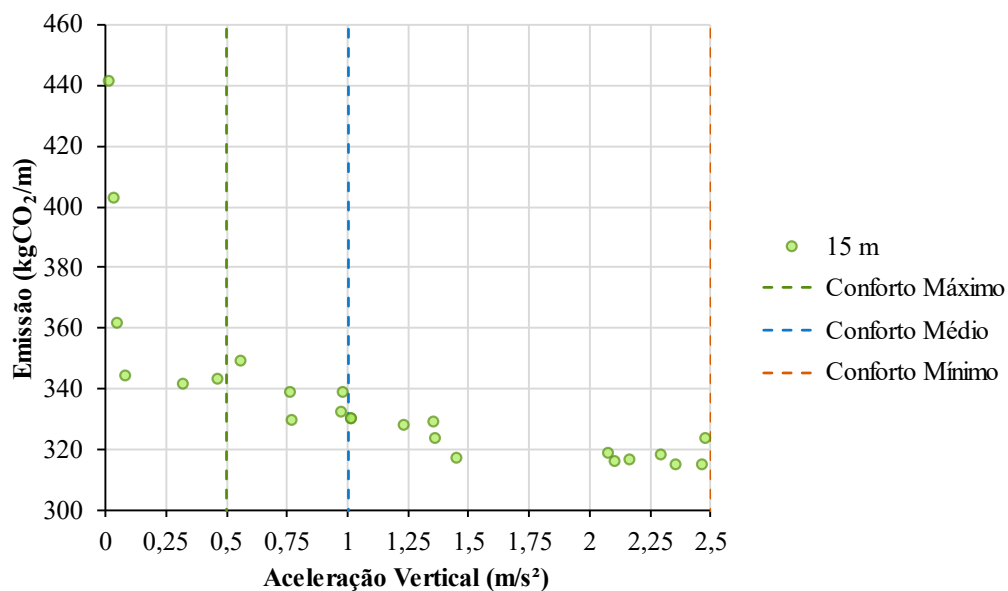
Fonte: Próprio autor.

Figura 91 – Relação entre aceleração vertical e emissão para o vão de 12,5 metros



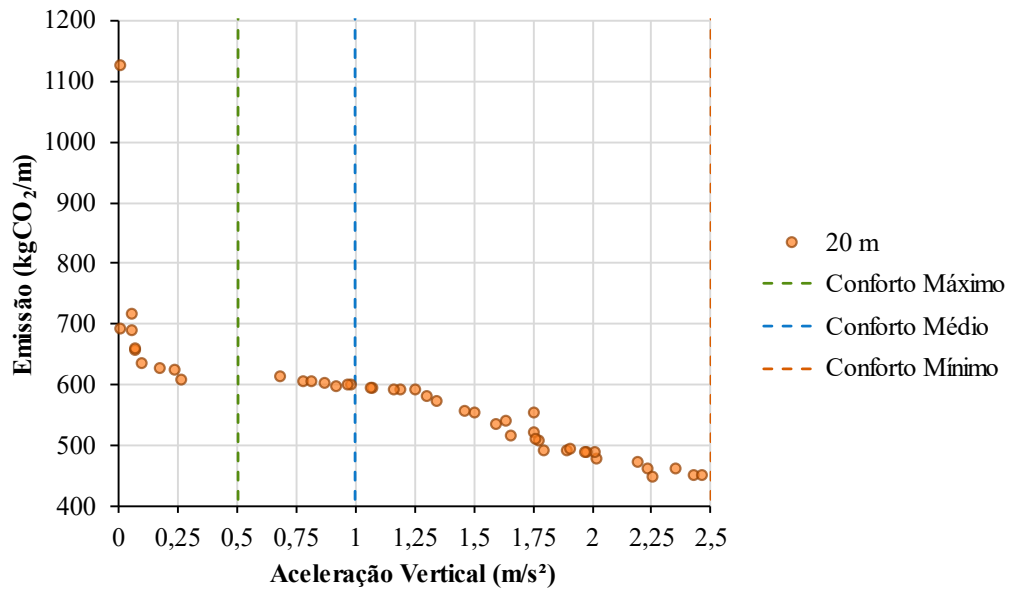
Fonte: Próprio autor.

Figura 92 – Relação entre aceleração vertical e emissão para o vão de 15 metros



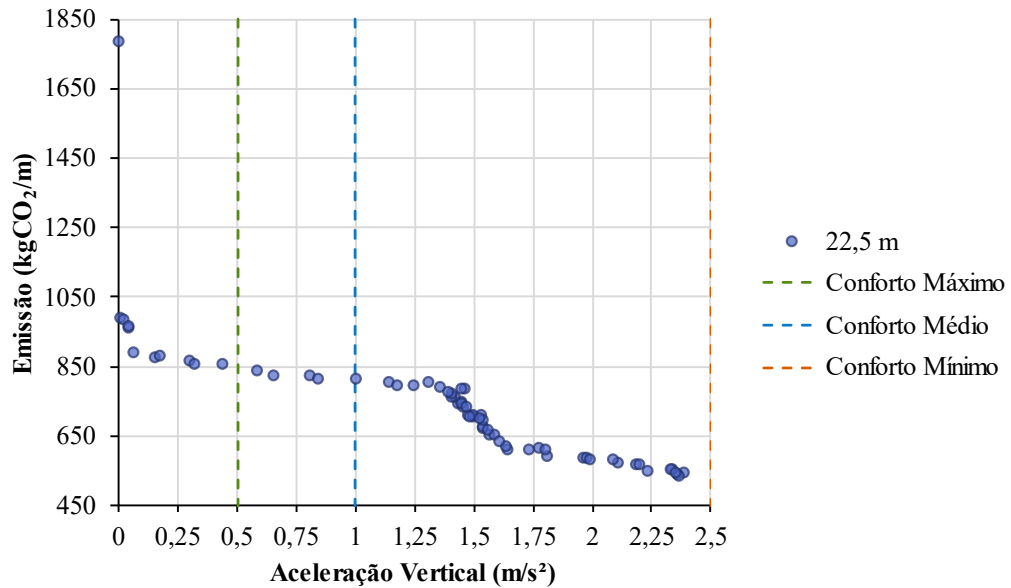
Fonte: Próprio autor.

Figura 93 – Relação entre aceleração vertical e emissão para o vão de 20 metros



Fonte: Próprio autor.

Figura 94 – Relação entre aceleração vertical e emissão para o vão de 22,5 metros



Fonte: Próprio autor.



UPF

UNIVERSIDADE
DE PASSO FUNDO

UPF Campus I - BR 285, São José
Passo Fundo - RS - CEP: 99052-900
(54) 3316 7000 - www.upf.br