UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PPGECM

Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

Rosilene de Souza Lemes

UMA PROPOSTA VYGOTSKYANA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA NO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Passo Fundo

2023

Rosilene de Souza Lemes

UMA PROPOSTA VYGOTSKYANA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA NO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade, da Universidade de Passo Fundo, dentro do Projeto de Cooperação entre Instituições - PCI, entre a Universidade de Passo Fundo e a Faculdade Católica de Rondônia, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do Professor Dr. Luiz Marcelo Darroz.

Passo Fundo

2023

CIP – Catalogação na Publicação

L552p Lemes, Rosilene de Souza

Uma proposta Vygotskyana para o ensino de função quadrática no laboratório do ensino da matemática [recursoeletrônico] / Rosilene de Souza Lemes. – 2023.

8.6 MB ; PDF.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, 2023.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Funções (Matemática). 3. Aprendizagem 4. Vygotsky, L. S.(Lev Semenovich), 1896-1934. I. Darroz, Luiz Marcelo, orientador. II. Título.

CDU: 372.851

Catalogação: Bibliotecária Juliana Langaro Silveira - CRB 10/2427

Rosilene de Souza Lemes

Estatística no nono ano do Ensino Fundamental a partir de uma abordagem histórico-cultural

A banca examinadora abaixo, APROVA em 06 de dezembro de 2023, a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial de exigência para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de pesquisa Práticas Educativas em Ensino de Ciências e Matemática.

Dr. Luiz Marcelo Darroz - Orientador
Universidade de Passo Fundo - UPF

Dra. Nilce Fátima Scheffer
Universidade Federal da Fronteira Sul - IFFS

Dra. Cleci Teresinha Werner da Rosa
Universidade de Passo Fundo - UPF

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela graça de vencer mais uma etapa importante da minha vida acadêmica, por me dar forças nos momentos difíceis. Ao meu esposo, que sempre esteve ao meu lado, e aos meus filhos, Gabriel e André, por entenderem as minhas ausências. Aos meus pais, que sempre me incentivaram a estudar e buscar uma formação. Às minhas amigas e companheiras de mestrado, que sempre estiveram ao meu lado, me incentivando, colaborando com troca de experiências. Ao Governo do Estado de Rondônia, em parceria com a Universidade de Passo Fundo e Faculdade Católica de Rondônia, que possibilitaram a realização do meu sonho de cursar o mestrado. Aos excelentes professores do PPGECM, em especial ao meu orientador, professor Dr. Luiz Marcelo Darroz, pela colaboração, fazendo as intervenções necessárias para a elaboração deste texto, com sugestões indispensáveis para meu crescimento intelectual, recomendando leituras, sendo sempre diligente com o andamento desta pesquisa e pelos conhecimentos compartilhados no decorrer dos estudos. À banca examinadora, composta pelas professoras Dra. Cleci Teresinha Werner da Rosa (UPF) e Dra. Nilce Fatima Scheffer (UFFS), por todas as contribuições para o desenvolvimento desse trabalho. Ao Colégio Tiradentes da Polícia Militar III de Ariquemes/RO, do qual faço parte, que abriu as portas para a aplicação do produto educacional, e aos estudantes que participaram desta pesquisa. A todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste estudo.

RESUMO

Esta dissertação parte da necessidade de promover um ensino de Matemática contextualizado, que possibilite a formação de conceitos e suas aplicações. Para tanto, buscou-se suporte na Teoria da Mediação de Vygotsky, com destaque para a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). A revisão de literatura aponta que as metodologias tradicionais de ensino de Matemática podem ser enriquecidas. Há uma necessidade crescente de abordagens pedagógicas que enfatizem a aplicação de conceitos matemáticos em contextos reais, que estimulem a reflexão no âmbito social, indo além do simples domínio do conteúdo, para envolver-se na prática reflexiva desses conhecimentos. Assim, ensinar Matemática é criar condições que possibilitem aos estudantes construir seu conhecimento. Nessa perspectiva, o estudo delineou como objetivo elaborar, implementar e avaliar uma Sequência Didática (SD) ancorada na Teoria da Mediação de Vygotsky, executada no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), para o ensino de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental. Quais as contribuições de uma sequência didática estruturada a partir das concepções de Vygotsky e das ideias do Laboratório de Ensino de Matemática para o ensino e aprendizagem de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental? Para o desenvolvimento da investigação, foi elaborado um Produto Educacional (PE) com a proposta de uma SD constituída de nove encontros, alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e ao Referencial Curricular de Rondônia (RCRO). Trata-se de uma pesquisa, com abordagem qualitativa e aplicada mediante pesquisa-ação realizada em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, na cidade de Ariquemes-RO. Como instrumentos de coleta de dados, associados às atividades do PE, foram utilizados registros no diário de bordo e os materiais produzidos durante o processo de aplicação da SD. Os dados obtidos foram estruturados em três categorias de análise: progresso matemático; envolvimento e interação no LEM; atividades no GeoGebra. Os resultados evidenciam um notável progresso matemático dos estudantes, que aprimoraram suas habilidades na compreensão de conceitos de função quadrática, desenvolvendo um pensamento mais analítico na interpretação de dados em diferentes contextos. O LEM revelou sua potencialidade pedagógica no ensino e aprendizagem do objeto de estudo, pois, com suas ferramentas e abordagens, complementa o trabalho do professor, proporcionando um ambiente interativo para a exploração Matemática, no qual os estudantes construíram e compartilharam conhecimentos; as aulas se tornaram mais dinâmicas, participativas e significativas, favorecendo o aprendizado. O uso do *software* GeoGebra auxiliou no processo de ensino e aprendizagem das propriedades gráficas da função quadrática, pois oferece recursos dinâmicos e interativos, favorece a compreensão e a visualização das propriedades gráficas, assim como os parâmetros a, b, e c afetam a parábola no gráfico, transcendendo as limitações dos materiais concretos. O PE aplicado na investigação está disponibilizado como material de apoio para professores em: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/741417.

Palavras-chave: LEM. Vygotsky. Produto Educacional. Ensino. Função Quadrática.

ABSTRACT

This dissertation part on the need to promote contextualized Mathematics teaching, which enables the formation of concepts and their applications. To this end, support was sought from Vygotsky's Mediation Theory, with emphasis on the zone of proximal development (ZPD). The research is based on the need to promote contextualized Mathematics teaching, which enables the formation of concepts and their applications. To this end, support was sought from Vygotsky's Mediation Theory, with emphasis on the zone of proximal development (ZPD). The literature review points out that traditional Mathematics teaching methodologies can be enriched. There is a growing need for pedagogical approaches emphasizing the mathematical concepts application in real contexts, which stimulate reflection in the social sphere, going beyond the simple mastery of content, to engage in the reflective practice of this knowledge. Thus, teaching Mathematics is creating conditions that enable students to build their knowledge. From this perspective, the study outlined the objective of developing, implementing and evaluating a Didactic Sequence (DS) anchored in Vygotsky's Mediation Theory, carried out in the Mathematics Teaching Laboratory (MTL), for teaching Quadratic Function in the 9th year of Elementary School. The research was guided by the following question: what are the contributions of a didactic sequence structured on Vygotsky's conceptions and the use of MTL for teaching and learning Quadratic Function in the 9th year of Elementary School? For the investigation development, an Educational Product (EP) was prepared, proposing an SD consisting of nine meetings, aligned to National Common Curricular Base (NCCB) and Rondônia Curricular Reference (RCRO). This is an research, with a qualitative approach and applied through action-research carried out in a 9th year of Elementary School class at a public school, in the city of Ariquemes-RO. As data collection instruments, associated with the EP activities, there were used records in the logbook and materials produced during the SD application process. The data obtained was structured into three categories of analysis: mathematical progress; involvement and interaction in the MTL; activities in GeoGebra. The results show notable mathematical progress among students, who improved their skills in understanding quadratic function concepts, developing more analytical thinking when interpreting data in different contexts. The MTL revealed its pedagogical potential in teaching and learning the object of study, complementing the teacher's work with tools and approaches and providing an interactive environment for mathematical exploration in which students constructed and shared knowledge; classes became more dynamic, participatory and meaningful, favoring learning. The use of GeoGebra software helped in the teaching and learning process of the quadratic function graphical properties, because it offers dynamic and interactive resources, favors the understanding and visualization of the graphical properties, as well as the parameters a, b, and c affect the parabola in the graph, transcending the concrete materials limitations. The EP applied in this research is available as support material for teachers at: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/741417.

Keywords: MTL. Vygotsky. Educational Product. Teaching. Quadratic Function.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Considero que minha formação inicial como professora se deu ainda no Ensino Médio, quando, aos 15 anos de idade, ingressei no curso de formação de professores Magistério. Evidentemente, ainda não tinha discernimento do que era ser professora com esta idade. Concluí o curso de Magistério no ano de 1999. Ao término do curso, veio a frustração, pois não pude ingressar no Ensino Superior. No ano seguinte (2000), iniciei minha vida profissional em uma escola de área rural, multisseriada (1º ao 4º ano em uma mesma sala de aula). Apesar da insegurança, fui me adaptando e percebi que tinha escolhido a profissão certa. Posteriormente, tive o privilégio de atuar na Educação Infantil, no Ensino Fundamental - anos iniciais (alfabetização), no Ensino Fundamental - anos finais e, por fim, no Ensino Médio. Transitar por várias etapas de ensino foi muito enriquecedor para minha formação profissional.

Após os primeiros anos de experiência na docência, despertou-me o desejo de ser professora da disciplina de Matemática, uma vez que eu tinha afinidade e sucesso nessa disciplina ao longo da Educação Básica; assim, a primeira oportunidade de ingressar no curso de graduação em Matemática foi no ano de 2004. Nesse mesmo ano, fui convocada no concurso municipal para professora e, devido à falta de professor formado em Matemática, fui lotada nessa área, na escola Magdalena Tagliaferro, em Ariquemes/RO, nos anos finais do Ensino Fundamental, onde atuo até hoje. Considero que foi um desafio que tive durante minha graduação, pois, ainda inexperiente na área da Matemática, tive que trabalhar com turmas numerosas e com vários problemas de aprendizagem. Vivenciar as dificuldades da sala de aula instigou-me a aperfeiçoar meus conhecimentos sobre o ensino de Matemática e a descobrir novas estratégias para serem aplicadas em sala de aula.

Em busca de aprimoramento, cursei pós-graduação em Educação Matemática (2008)[1] Softwares Educacionais no Ensino da Matemática (2009) e Mídias na Educação (2012). Os estudos das pós-graduações foram de suma importância para a melhoria profissional, pois me despertaram para a vida acadêmica. Nesse mesmo período, cursei graduação em Ciências Naturais e Biologia (2014), pela Universidade Federal de Rondônia (UNIR). O conhecimento proporcionado por esses cursos aguçou ainda mais meu desejo de prosseguir nos estudos. A partir de outubro de 2013 até o presente momento, atuo como professora efetiva na rede estadual de ensino, trabalhando com a disciplina de Matemática nas duas redes públicas: estadual e

[1] Em razão da natureza híbrida do conteúdo da Introdução, reservo-me a possibilidade de recorrer a diferentes pessoas do discurso, de acordo com o que está sendo apresentado (relatos pessoais, reflexões, estudos presentes na literatura, etc.).

municipal. Durante esses mais de 20 de atuação, vivenciei o início dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), ocorrido em 15 de outubro de 1997, os quais se resumem em um conjunto de dez livros, com o intuito de melhorar a qualidade da Educação Básica do Brasil. Eles estabelecem um elo entre os conteúdos essenciais para a formação e exercício da cidadania e da democracia. Acompanhei, portanto, o processo de implantação dos PCN.

Com o passar dos anos, fez-se necessária outra atualização de currículo; para isso, foi proposta uma nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é o documento norteador da Educação Básica de todo o Brasil, com adaptações curriculares de acordo com a necessidade de cada localidade. A implementação do Novo Ensino Médio (NEM) iniciou, obrigatoriamente, em 2022, no 1º ano do Ensino Médio, e será implantado gradativamente até 2024, o que provocou várias mudanças, desde o reordenamento da estrutura física da escola, até a parte pedagógica. A implementação do NEM foi iniciada em escolas-pilotos, sendo sua abrangência obrigatória para todas as instituições escolares. Isso contribuiu para fornecer os subsídios necessários para assegurar a disseminação do NEM.

O NEM foi dividido em quatro áreas do conhecimento; a carga horária foi disposta em formação geral básica e itinerários formativos, entre outras mudanças. Diante das alterações que já haviam acontecido e as outras em fase de implantação, percebi a necessidade de repensar sobre a minha prática e despertou-me o interesse em querer ampliar o conhecimento sobre os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, no que diz respeito à qualidade de ensino que se deseja para a formação dos estudantes na Educação Básica.

Há tempos eu ouvia falar em mestrado, quando fiquei sabendo da parceria do Governo do Estado de Rondônia com a Faculdade Católica de Rondônia (FCR) e a Universidade de Passo Fundo (UPF)... E pensei: chegou minha vez! Comecei a ler a respeito das linhas de pesquisa e senti que posso ser uma pesquisadora, que tenho muito a colaborar com a Educação Matemática e, em especial, melhorar como profissional, o que refletirá na melhora do processo de ensino e de aprendizagem dos estudantes. Minha consternação é grande em relação à falta de conhecimento dos estudantes a respeito da Matemática Básica e compreensão dos conteúdos estudados. Posso contribuir para a mudança dessa realidade.

O ingresso no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade de Passo Fundo, em 2021, foi mais um passo para minha trajetória, que considero de sucesso. Anseio o aperfeiçoamento profissional e acadêmico, por entender que, assim, posso contribuir ainda mais para a educação e a sociedade em geral.

A trajetória profissional, aliada a períodos de estudos, aprendizados e reflexões acerca da prática pedagógica em sala de aula, “incita-me a reavaliar a Matemática transmitida na escola”, configurando-se como um desafio, tanto para os educadores quanto para os educandos. Ao assumir uma postura investigativa, tenho a oportunidade de explorar novas perspectivas e estratégias didáticas que podem enriquecer o processo de ensino-aprendizagem, tornando a Matemática mais acessível e significativa para todos os envolvidos. A experiência profissional, aliada a períodos de estudos, aprendizados e reflexões acerca da prática pedagógica em sala de aula incitam-me a reavaliar os métodos utilizados para o ensino da Matemática, o que representa um desafio tanto para quem ensina quanto para quem aprende. Na maioria das vezes, a Matemática é vista pelos estudantes como um obstáculo, algo difícil de aprender, compreendida somente pelos estudantes que têm vocação para essa área. Segundo D’Ambrósio (2012, p. 29), “Do ponto de vista de motivação contextualizada, a Matemática que se ensina hoje nas escolas é morta”, uma vez que o estudante apresenta mais interesse por algo que possa atender suas perspectivas de maneira prática e imediata.

Vale destacar que o conhecimento é cumulativo e, desse modo, a Matemática do passado ainda serve hoje; portanto, fazer essa relação do passado com a atualidade é um desafio, pois não é algo fácil sair da Matemática “mecanizada”, em que o professor privilegia atividades que não estimulam criatividade, raciocínio, autonomia e interpretação do aprendiz, como ‘resolva’, ‘calcule’, ‘efetue’, entre outras. O autor alerta para não se descartar todos os meios corriqueiros de ensino: “Procure imaginar um professor que rejeita os meios tradicionais: falar, ver, ouvir, ler e escrever” D’Ambrósio (2012, p. 56). É necessário mesclar as estratégias de ensino, pois estamos vivendo a era da informatização e comunicação instantânea.

Em consonância a esse pensamento, Lopes Júnior (2013, p. 4) entende que “A juventude de hoje está acostumada com dinamismo e interatividade relacionados com uma infinidade de aparelhos eletrônicos que caracteriza o mundo tecnológico e informatizado de hoje”. Dessa forma, a era da informatização e comunicação instantânea exige uma prática pedagógica que esteja em sintonia com as expectativas e competências dos estudantes, muitas das quais são moldadas por seu engajamento com as tecnologias digitais. Esse novo cenário pedagógico implica uma postura de investigação e adaptação contínua por parte dos educadores. A mescla de estratégias de ensino, portanto, não é apenas desejável, mas essencial para manter a relevância e a eficácia do processo educativo.

Outro fator relevante, citado por Andrade e Brandão (2019, p. 30), é que “a descontextualização também leva o estudante a um maior desinteresse pelo assunto, pois os estudantes não conseguem associar os conceitos aprendidos nas aulas com as situações cotidianas vivenciadas por eles”. No ensino de Matemática, é necessária a contextualização dos objetos de estudo, minimizando a distância entre o abstrato e o real, palpável, que dá sentido ao estudo. D’Ambrósio (2012, p. 8) confirma essa ideia ao afirmar que “Matemática e educação são estratégias contextualizadas e totalmente interdependentes”. Cabe ao professor, então, utilizar estratégias, considerando a importância da contextualização, para atingir êxito na busca por novos conhecimentos.

Os PCN de 1997 indicam que a trajetória da repetição mecânica de procedimentos e o aglomerado de informações repetitivas não contribuem para uma aprendizagem eficaz, com definições de conceitos, como se almeja; ademais, os materiais didáticos, quando utilizados em contextos pouco significativos e de forma sintética, tornam-se retrógrados. Desse modo, há necessidade de mudança na função do professor em relação ao processo de ensino, a fim de que o estudante ocupe o papel de integrante ativo e dinâmico no processo de aquisição do conhecimento.

O documento mais recente que delineia os princípios do ensino é a BNCC (BRASIL, 2017), que entrou em vigor a partir de 2017, a qual define o conjunto de competências e habilidades essenciais que precisam ser desenvolvidas ao longo da Educação Básica. A BNCC também informa os objetos do conhecimento a serem ensinados em cada ano escolar e a importância de o currículo ser organizado de acordo com a realidade de cada escola. Temos também o Referencial Curricular de Rondônia (RCRO) (RONDÔNIA, 2018), que traz concepções sobre o uso de diferentes recursos didáticos, sejam eles manipuláveis, tecnológicos digitais ou não, que sirvam como instrumentos mediadores no processo de ensinar e aprender, os quais precisam ser escolhidos, produzidos, aplicados e avaliados previamente. Corroborando essa ideia, Santos (2020, p. 16) afirma: “É importante ter clareza de que tais recursos didáticos, por si só, não garantem a aquisição do conhecimento, nem a compreensão do conteúdo pelo estudante”. O uso de recursos didáticos tem a função de facilitar a assimilação do conteúdo estudado, não esquecendo do papel principal do professor, que é o mediador de todo o processo.

Minha opção por realizar o estudo sobre o objeto do conhecimento ‘Função Quadrática’, que será explorado no produto educacional, em decorrência do Mestrado Profissional, deu-se pelo fato de este conteúdo ser ministrado no 9º ano do Ensino Fundamental, no qual leciono. São notórias as dificuldades apresentadas pelos estudantes na construção e interpretação do gráfico da função e na compreensão dos conceitos que envolvem sua aplicabilidade no cotidiano. Andrade e Brandão (2019) entendem que o conceito de Função Quadrática envolve conhecimentos essenciais e elementares que alicerçarão a aprendizagem que virá nos anos seguintes, correspondentes ao Ensino Médio. Por se tratar de um assunto abstrato, dificulta a compreensão pelos estudantes. Além de ser importante, possui aplicações na vida cotidiana e dispõe de vasta capacidade de se relacionar com outras áreas do conhecimento. Ricardo (2016) relata que, ao abordar o assunto Função Quadrática, os estudantes apresentam dificuldades em fazer a associação entre a parte algébrica da função e a parte geométrica. No entanto, muitas vezes, esse tema é abordado de maneira mecânica e descontextualizada, apenas com uso de fórmulas, construção de gráficos manuais de forma estática, longas listas de exercícios, sem que se possa constatar uma definição concreta a respeito do assunto.

Nesse caso, há necessidade de quebrar paradigmas - criados pela cultura escolar - que caracterizam o aprendizado dos conceitos matemáticos e a disciplina de Matemática como algo difícil e pouco acessível aos estudantes. Com o intuito de desmistificar essa ideia, é necessário criar possibilidades para que o ensino da Matemática seja pautado em fazer ligações com as questões do cotidiano, ou seja, aprender fazendo. Nesse sentido, entendemos que o espaço de reflexão sobre a prática de ensino se dá por meio do Laboratório de Ensino da Matemática (LEM) e, assim, esta pesquisa permitirá vislumbrar o uso do LEM para o ensino de Função Quadrática.

Silva (2014, p. 20) reforça que "O LEM e suas ferramentas pedagógicas promovem o processo de reflexão-ação-reflexão, tanto no âmbito na relação ensino-aprendizagem quanto no aspecto da formação docente". Para a definição do LEM, utilizamos o deliberado por Lorenzato (2012, p. 6): "[...] um local para criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica [...] o centro da vida da Matemática da escola", o que desfaz a ideia de mais um espaço de depósito de materiais pedagógicos. O ensino de função quadrática, articulado com o LEM, possibilitará uma aprendizagem contextualizada e lúdica. Para Silva (2014), no momento de criar, os estudantes conseguirão refletir intensamente o processo de aquisição do conhecimento, uma vez que é "criando" que se aprende a valorizar a criação das outras pessoas.

Buscamos instrumentos didáticos para explorar a função quadrática, no que tange à parte geométrica, por meio de recursos tecnológicos digitais, em específico o *software* GeoGebra, o qual possibilita a representação e interpretação do comportamento do gráfico da função. É possível também interagir com os gráficos para entender melhor conceitos como vértice, eixos de simetria, zeros (ou raízes) da função e a direção em que a parábola se abre (para cima ou para baixo). Andrade e Brandão (2019) propõem a utilização do *software* GeoGebra para explorar a construção da parábola, com o intuito de ancorar e validar a importância dos parâmetros *a, b, c* da Função Quadrática.

Para fundamentar o processo de aprendizagem, com base no que já foi levantado, pautamo-nos na Teoria da Mediação de Vygotsky, anunciada por Moreira (2022), que delineia a abordagem *vygotskyana*, a qual traz subsídios teóricos sobre o processo de aprendizagem com a mediação, uma vez que a relação do indivíduo com o mundo não se dá de forma direta, e sim mediada, seja por outras pessoas ou por instrumentos e signos, estando esses dois componentes mutuamente conectados. Vygotsky (1998, p. 70) afirma que o "instrumento refere-se à função indireta de um objeto como meio para realizar alguma atividade". Os signos são um componente peculiar apenas aos seres humanos e, segundo o autor, a mediação pelo uso de instrumentos e signos se dá pela interação entre sujeito e ambiente.

Nesse contexto, Andrade e Brandão (2019) enfatizam que o estudante é quem constrói seu próprio conhecimento, sendo mediado pelo professor, que o assessora, estimulando-o a avançar. O professor, portanto, é um incentivador da aprendizagem e promove a interação entre os estudantes, de modo que eles possam alçar-se à deliberação de conceitos por conta própria. Além do professor mediador, destacam-se os instrumentos pedagógicos inseridos no processo de aprendizagem com a mediação, que, entre outros, são: o LEM, os materiais manipuláveis, o computador, o pincel e a lousa. Para que as ações pedagógicas ocorram fundamentadas na mediação, é necessário um elo entre o professor, que assume o papel de mediador, o estudante, que será o sujeito mediado, e as relações sociais entre os sujeitos envolvidos. O professor, consequentemente, tem a função de fazer a ponte entre o mediado e o objeto de estudo, utilizando os instrumentos e os signos, como já mencionado.

Dentre as considerações, o presente estudo conectará ao ensino de Função Quadrática recursos didáticos digitais e não digitais, tais como: materiais manipuláveis; projetor multimídia; vídeos; fotografias; imagens; *software* GeoGebra; material impresso e jogos. Tais recursos facilitarão o ensino e a compreensão do objeto de estudo em nosso contexto de atuação.

Diante do exposto, no desenvolvimento desta pesquisa, buscamos responder à seguinte pergunta: "Quais as contribuições de uma sequência didática estruturada a partir das concepções de Vygotsky e das ideias do Laboratório de Ensino de Matemática para o ensino e aprendizagem de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental?"

Neste trabalho, temos como objetivo geral elaborar, implementar e avaliar uma sequência didática ancorada na Teoria da Mediação de Vygotsky, executada dentro do LEM, para o ensino de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, os objetivos específicos são:

- compreender a importância do LEM como recurso potencial nos processos de ensino e de aprendizagem;
- investigar a eficácia da sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem de Função Quadrática;

- elaborar um Produto Educacional, como material de apoio aos professores, relativo ao uso do LEM, por meio de materiais manipuláveis e tecnologias digitais.

Para tanto, recorremos a uma pesquisa de natureza aplicada; em relação aos procedimentos técnicos classifica-se como pesquisa-ação, com abordagem qualitativa. Vale esclarecer que, na pesquisa-ação, temos o pesquisador como professor e investigador de sua própria sala de aula; a abordagem qualitativa, por seu turno, se preocupa com o nível de realidade que não pode ser quantificado. Como instrumentos de produção de dados, utilizamos o diário de bordo preenchido pela professora pesquisadora e as atividades realizadas durante o processo da aplicação da Sequência Didática (SD), envolvendo as categorias de análise: o progresso matemático, o envolvimento e a interação no LEM e as atividades no GeoGebra. A pesquisa é embasada na Teoria da Mediação de Vygotsky.

A presente dissertação está estruturada em sete capítulos, dos quais o primeiro se constitui da Introdução aqui apresentada. No segundo capítulo, abordamos o ensino da Matemática no contexto atual, descrevemos o LEM, tecnologias digitais da informação e comunicação, tecnologias digitais da informação e comunicação no contexto escolar, conhecendo o *software* GeoGebra, reflexão sobre o uso do GeoGebra como instrumento de mediação no estudo das funções quadrática e apresentamos a revisão de literatura. No terceiro capítulo, refletimos sobre a fundamentação teórica, pautada nos pressupostos da Teoria da Mediação de Vygotsky. O quarto capítulo versa sobre a proposta didática, trazendo o local de implementação e os sujeitos envolvidos, o cronograma de implementação, a descrição detalhada dos nove encontros da SD e o Produto Educacional. O quinto capítulo explana os procedimentos metodológicos que constituem esta pesquisa, a classificação da pesquisa, a explicitação dos instrumentos utilizados na coleta de dados e as categorias de análises. No sexto capítulo, trazemos os resultados obtidos a partir da implementação da SD, considerando três categorias de análise: progresso matemático; envolvimento e interação no LEM; atividades realizadas no GeoGebra. No sétimo capítulo, trazemos as considerações finais, apresentando uma síntese do estudo.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO

No presente capítulo, apresentamos reflexões que demonstram o caminho histórico percorrido pelo ensino da Matemática, o que nos possibilita compreender o contexto atual, considerando-se que todo conhecimento parte de uma necessidade e vai se transformando de acordo com as suas demandas, trazendo, ainda, uma abordagem das propostas dos PCN, da BNCC e do RCRO para o ensino de Função Quadrática, segundo os documentos curriculares atualmente em vigor no país. No segundo tópico, descrevemos o LEM, os materiais manipuláveis e o seu papel como instrumento didático, com maior ênfase na obra de Lorenzato (2012). No terceiro e último tópico, discorremos sobre estudos relacionados ao objeto de conhecimento investigado, que serviram de alicerce para este estudo, os quais correspondem a oito dissertações defendidas.

2.1 O ensino da Matemática no contexto atual

É inegável a presença da Matemática em nosso dia a dia. Em quase todas as situações vivenciadas, nos defrontamos com elementos matemáticos presentes no nosso cotidiano. No entanto, essa realidade nem sempre é vista com clareza por todos os sujeitos.

Ao longo dos anos, a Matemática foi e está sendo um fator importante na construção da civilização humana. Ao analisar sua origem, estamos diante da história da humanidade, na qual existe uma relação mútua entre os homens e os números, o que, por sua vez, ocorre entre os números e a Matemática, pois, em cada período, as teorias e práticas foram desenvolvidas para satisfazer demandas e necessidades atuais.

Conforme D’Ambrósio (1996), a história da Matemática no ensino deve ser encarada, sobretudo, pelo seu valor de motivação para a Matemática. Deve despertar interesse, curiosidade e motivar os estudantes, pois eles têm interesses diferentes. No entanto, conhecer historicamente a Matemática pode contribuir muito no ensino e aprendizagem de matemática no contexto atual. As teorias e práticas utilizadas no passado não vão solucionar os problemas encontrados hoje, mas podem contribuir na construção de novas estratégias para solucioná-los, pois a Matemática, assim como toda ciência, está em constante transformação e traz as marcas de seu tempo.

Nas décadas de 60/70, o ensino de Matemática no Brasil, assim como em outros países, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna. De acordo com os PCN de Matemática,

> A Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente do ensino por se considerar que, juntamente com a área de Ciências, ela constituía uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico. Para tanto procurou-se aproximar a Matemática desenvolvida na escola da Matemática como é vista pelos estudiosos e pesquisadores (BRASIL, 1998, p. 19).

Nesse período, o ensino passou a ter prioridades com as formalizações, demonstrado com uma linguagem complexa, afastando-se das questões práticas. Essa prática se perpetuou por um longo período, identificada pelos livros didáticos. Surgiu a necessidade de mudanças para adequação de um currículo unificado para todo o país, levando em consideração todas as culturas regionais e, para isso, implantou-se a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) - Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. De acordo com seu art. 22, "A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores" (BRASIL, 1996, p. 9).

A LDB foi criada com a finalidade de garantir a todo cidadão o direito de ter acesso à educação gratuita e de qualidade, para valorizar os profissionais da educação e especificar o dever da União, do Estado e dos Municípios em relação à educação pública. Para assegurar a qualidade da educação, estabeleceu-se a obrigatoriedade de seguir um currículo unificado, respeitando as diversidades regionais e locais. É o que consta no art. 26º da Lei nº 9.394:

> Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela (BRASIL, 1996, p. 11).

Foram criados os PCN de Matemática, referencial que orienta a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que, de fato, permita sua inclusão como cidadãos no mercado de trabalho, nas relações sociais e culturais. Os PCN pretendem que se leve o estudante a desenvolver um papel ativo na construção do seu aprendizado, preparando-o para a vivência em sociedade, para o mercado de trabalho e para estudos posteriores. O papel do professor, de acordo com os PCN, é:

> [...] desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 36).

No contexto atual, ser professor transcende o papel tradicional de mero transmissor de conhecimentos, assumindo o papel de mediador do conhecimento na formação de cidadãos conscientes, críticos e adaptáveis. O docente moderno é desafiado a promover ambientes de aprendizagem inclusivos, interativos e inovadores, que fomentem o pensamento crítico, a criatividade e a autonomia dos estudantes. A integração de tecnologias educacionais e a adaptação a métodos pedagógicos emergentes tornam-se imperativas para atender às demandas de uma sociedade em rápida evolução. Além disso, é esperado que o professor seja um aprendiz contínuo, atualizando-se constantemente frente às inovações pedagógicas e às transformações sociais. Portanto, a essência da educação, hoje, não deve ser apenas despejar informações nos estudantes, como se fossem recipientes vazios; ao contrário, a meta é construir saberes que ressoem com o seu dia a dia, estimulando pensadores críticos e formadores de opinião. Assim, a educação precisa ser pensada de forma reflexiva, conectada e relevante ao contexto dos estudantes.

A BNCC, implementada no Brasil em 2017, busca aprimorar a educação básica do país. Um dos seus principais pilares é a busca por uniformidade e equidade, assegurando que, independentemente de sua localidade, escola ou situação socioeconômica, todos os estudantes desenvolvam competências, habilidades e conhecimentos essenciais ao longo da Educação Básica. Trata-se de "um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica" (BRASIL, 2017, p. 7).

As instituições de ensino públicas e particulares nacionais passam a ter uma referência nacional obrigatória para a elaboração ou adequação de seus currículos e propostas pedagógicas. Essa referência é o ponto ao qual se quer chegar em cada etapa da Educação Básica, enquanto os currículos traçam o caminho para chegar até lá (BRASIL, 2017). As instituições de ensino têm autonomia para construir seus currículos, desde que estejam alinhados com a BNCC; os principais protagonistas dessa transformação são os professores, juntamente com a coordenação pedagógica. O conhecimento matemático deve levar em consideração todo o conjunto de habilidades que envolve a formação de um cidadão crítico, com responsabilidades sociais, um sujeito ativo e participativo. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017, p. 266)), o Ensino Fundamental deve:

> [...] ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

Faz-se necessário o conhecimento matemático para todos os estudantes, em todos os níveis de ensino, valorizando o desempenho individual de cada um para interpretar e compreender conceitos matemáticos, desfazendo a Matemática “mecânica” – aquela em que o estudante reproduz lista de exercícios, sem compreender o conceito e a aplicabilidade de determinado objeto do conhecimento. Espera-se que, além do conhecimento teórico e prático, o professor desenvolva habilidades para lidar com as diversidades que surgem em sala de aula. É fundamental que ele seja um mediador do conhecimento, posicionando o estudante como um sujeito ativo, reflexivo, que estude não só para reproduzir o aprendizado na prova, mas que o ensino promova uma aprendizagem relevante.

Muitas vezes, a forma como são ministradas as aulas de Matemática está ultrapassada, com a utilização apenas da lousa, do livro didático e da voz do professor como recursos principais na prática docente. Isso caracteriza o processo mecânico, em que o professor ensina e o estudante reproduz por meio de repetição. Trata-se de um processo no qual se ignora que o estudante é um ser pensante, capaz de desenvolver autonomia e se tornar um sujeito ativo no processo da construção do seu conhecimento. No Ensino Fundamental, para o desenvolvimento das habilidades indicadas pela BNCC,

> [...] é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência (BRASIL, 2017, p. 298).

A BNCC propõe cinco unidades temáticas (números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística) correlacionadas, que norteiam a implementação de habilidades que devem ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas apresenta ênfase diferente, dependendo do ano de escolarização. Com a BNCC, os sistemas de ensino públicos e privados passam a ter uma referência nacional obrigatória a ser seguida para a construção e adequação de seus currículos.

No estado de Rondônia, para adequar-se às reformas da educação brasileira, foi elaborado o RCRO para a Educação Infantil e Ensino Fundamental. O documento foi homologado com a publicação da Resolução nº 1233-CEE/RO, de 19 de dezembro de 2018, com a seguinte ementa: “Aprova o Referencial Curricular do Estado de Rondônia para a Educação Infantil e Ensino Fundamental, Anos Iniciais e Anos Finais” (RCRO, 2018, p. 20). O RCRO foi construído com a participação de estudantes, professores, coordenadores pedagógicos e sociedade civil de todos os 52 municípios rondonienses. O RCRO está alinhado às propostas da BNCC, a qual define os conhecimentos essenciais que os estudantes têm direito a aprender, ano a ano, e apresenta as competências gerais que devem ser desenvolvidas e norteadas nas aprendizagens em todas as áreas do conhecimento e seus respectivos componentes curriculares. O documento curricular tem como finalidade contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem leve o estudante a ser protagonista, dentro e fora da sala de aula. Serve como orientação no planejamento das práticas pedagógicas dos professores de Rondônia. Desde a LDB, os PCN e a BNCC sempre fizeram referência ao fato de que o currículo deve ser adaptado de acordo com a realidade regional e cultural; o RCRO não é diferente. É importante destacar que esse Referencial busca contextualizar as especificidades e realidades locais, sociais e individuais da escola e do estudante no âmbito do Estado de Rondônia (RONDÔNIA, 2018).

Mesmo tendo seu referencial curricular, o estado não inibe a autonomia das escolas de esfera pública e privada para construir seus projetos político-pedagógicos, com metodologias e estratégias de ensino próprias, de acordo com suas realidades, considerando os aspectos locais da comunidade em que a escola se encontra inserida. As escolas têm autonomia desde que tracem caminhos para alcançar as competências e habilidades propostas pela BNCC. Ou seja, elas podem percorrerem caminhos diferentes, mas o objetivo final deve ser o mesmo: "priorizar um desenho curricular por competências e habilidades a serem desenvolvidas por meio da contextualização dos conhecimentos, da interdisciplinaridade, da transversalidade e, considerando a identidade regional" (RONDÔNIA, 2018, p. 10).

Para tanto, o RCRO tem como meta a melhoria da qualidade do processo de ensino e de aprendizagem, assegurando a inclusão escolar de todos os estudantes, garantindo o acesso ao conhecimento com equidade, proporcionando condições de permanência dos estudantes na escola e promovendo uma educação de qualidade. "O Currículo inclui não só os componentes curriculares centrais obrigatórios previstos na legislação e nas normas educacionais, mas outros, de modo flexível e variável, conforme cada projeto pedagógico escolar" (RONDÔNIA, 2018, p. 21).

O ensino da Matemática justifica-se, sobretudo, por desenvolver habilidades e competências que embasam a forma de raciocinar e de pensar dos estudantes, levando-os compreender os conceitos matemáticos como aspecto que estimula a curiosidade, a investigação e a capacidade de resolver problemas. Portanto, ensinar Matemática vai além do que está presente nos livros didáticos; o ensino precisa ser contextualizado, interdisciplinar, reflexivo, com atividades manipulativas, partir do concreto, descobertas, constatações, entre outros recursos e estratégias. É necessário, então, criar um espaço em que o estudante seja sujeito ativo da aprendizagem e os professores possam planejar suas aulas com atividades não apenas direcionadas para o desenvolvimento do conteúdo específico, mas também de habilidades que preparem o estudante para interferir no contexto social no qual está inserido. Qualquer profissional precisa ter um ambiente propício para o bom desempenho de seu trabalho e, pensando nisso, LEM será de grande utilidade. Ele pode ser tratado como espaço de oficina para professores e estudantes, proporcionando um ambiente acolhedor, instigante, de trabalho significativo, sistematizado e agradável. Trata-se de um ambiente para construir, organizar, planejar, direcionado ao pensar matemático, atrelado ao conhecimento e à criatividade do professor, capaz de impulsionar a aprendizagem da Matemática.

Na mesma direção, o objeto do conhecimento Função Quadrática, que faz parte da unidade temática de álgebra, tem como finalidade desenvolver o pensamento algébrico utilizado nos modelos matemáticos e na compreensão e representação de situações e estruturas matemáticas, com uso de letras e símbolos. Para tal, é necessário estabelecer conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações, inequações e funções devem ser contextualizadas inclusive no plano cartesiano, no qual devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema e não como objetos de estudo em si mesmos.

A álgebra pode ser uma aliada no desenvolvimento do pensamento computacional, no qual os estudantes precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como é o caso dos algoritmos, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Isso porque o algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema, fazendo a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, seguindo padrões e regras detalhadas.

Essa relação próxima do pensamento computacional com a álgebra se dá com a assimilação de padrões para transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa. De acordo com a BNCC, a habilidade a ser desenvolvida (EF09MA06) é “compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (BRASIL, 2017, p. 317). O educador tem uma função importante nesse momento, pois é responsável por mediar o conhecimento para desenvolver o pensamento algébrico, ou seja, fazer com que o estudante seja capaz de elaborar problemas de forma lógica e encontrar soluções utilizando diferentes formas, buscando e criando caminhos para chegar à solução do problema.

O ensino de funções quadráticas ressalta a necessidade e a relevância de espaços pedagógicos inovadores, como o LEM, que transcendem as configurações convencionais de salas de aula. Esses espaços propiciam um cenário composto de variados recursos e ferramentas tecnológicas, facilitando a exploração, a investigação e a compreensão de conceitos matemáticos.

O tópico a seguir se debruça sobre o LEM, delineando suas contribuições para equilibrar teoria e prática. Nessa discussão, enfatizamos como o LEM pode servir como um catalisador para uma aprendizagem Matemática mais engajada e enriquecedora, fornecendo uma visão detalhada de sua estrutura, suas funcionalidades e seu potencial para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

2.2 Laboratório de Ensino de Matemática

De acordo com Lorenzato (2012), no decorrer da história, vários educadores evidenciaram a importância do apoio visual ou visual tátil como facilitador para a aprendizagem. O autor relata que, por volta de 1650, Comenius escreveu que o ensino deveria se dar do concreto para o abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo. Ainda segundo Lorenzato (2012), já em 1680, Locke ponderava a necessidade da experiência sensível para alcançar o conhecimento e, mais recentemente, Montessori apresentou vários exemplos de materiais didáticos, valorizando a manipulação. Piaget, por sua vez, deixou claro que o conhecimento se dá pela ação refletida sobre o objeto, e Vygotsky completou que as experiências no mundo real constituem o caminho para a criança construir seu raciocínio Lorenzato (2012). Outros educadores importantes também contribuíram para a divulgação e a valorização do uso de material didático como ferramenta de ensino. Fica explícito que cada educador, a seu modo, reconheceu que a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para aprendizagem. Enfim, não faltam contextos favoráveis para que as escolas tenham materiais concretos manipuláveis a serem utilizados nas aulas como facilitadores da aprendizagem.

Por todo o exposto, reiteramos que o mundo moderno tende a exigir um ensino de Matemática que desenvolva a autonomia intelectual, o senso crítico, a criatividade e a capacidade de ação, para que os estudantes sejam protagonistas da sua aprendizagem. Para tanto, como mencionamos, o conhecimento matemático tem um papel relevante no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, tomar decisões, avaliar soluções, criar e aperfeiçoar conhecimentos. Nesse viés, a implantação do LEM, com diversos materiais didáticos, torna-se necessária. Assim, segundo Lorenzato (2012), o professor também pode ter um local específico para desenvolver seu trabalho, como ocorre com as inúmeras profissões e áreas, com uso de ferramentas didáticas disponíveis para atender às necessidades dos estudantes, de modo que a Matemática seja mais compreensível e agradável. Lorenzato (2012) assegura que o LEM é um espaço além da sala de aula, para os professores de Matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, entre outras; um local para materialização e desenvolvimento de atividades experimentais, incluindo a produção de materiais instrucionais que contribuam para o aprimoramento da prática pedagógica. Nessa concepção, para o autor, o LEM é:

> uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender (LORENZATO, 2012, p. 7).

O autor também afirma que o LEM é um ambiente que deve ser o centro da vida Matemática da escola. Por constituir-se de um espaço além da sala de aula, é o lugar onde os professores estão empenhados em tornar a Matemática mais compreensível aos estudantes, um espaço de criação de situações pedagógicas desafiadoras. Esse espaço deve ser adaptado à realidade da escola, seguindo algumas sugestões de materiais didáticos, instrumentos ou equipamentos que podem ser base para a constituição de muitos LEM, tais como: coleções de livros didáticos e paradidáticos; artigos de jornais e revistas; problemas interessantes; registros de episódios da história da Matemática; jogos; quebra-cabeças; figuras; sólidos geométricos; quadros murais ou pôsteres; instrumentos de medidas; calculadoras; computadores; *softwares*; materiais manipuláveis; materiais didáticos produzidos pelos estudantes e professores, ou seja, materiais e instrumentos necessários à produção de materiais didáticos.

Ao ser implantado na escola, o LEM proporciona um ambiente interativo para experimentos matemáticos e atividades práticas no processo de ensino aprendizagem. Os estudantes interagem entre si e discutem o conteúdo estudado, escolhem os métodos de resolução das atividades propostas e o professor exerce a função de mediador nesse processo. Segundo Lorenzato (2012, p. 11), “a construção de um LEM não é objetivo para ser atingido a curto prazo, uma vez construído, ele demanda constante complementação, a qual por sua vez, exige que o professor se mantenha atualizado”. Esse trabalho de condução do LEM pode integrar-se à formação continuada dos professores. O LEM não é um local pronto e acabado; pelo contrário, deve manter-se atualizado, para despertar a curiosidade dos estudantes. Nesse processo, os estudantes podem contribuir na confecção de materiais, jogos, entre outras atividades e, assim, terão um carinho especial pelos materiais manipuláveis que eles mesmos construíram. A participação do discente é de suma importância, pois desperta a criatividade, a organização do pensamento e a cooperação do trabalho em grupo, promovendo a interação entre eles. O material didático por si só não garante uma boa aprendizagem e não pode substituir o papel do professor, uma vez que é a atuação docente que determina um bom processo de ensino e aprendizagem. O material didático serve como ponte na construção do conhecimento, que aproxima teoria e prática.

Partindo disso, o principal objetivo do LEM é minimizar a distância entre o que é ensinado na teoria e sua aplicação na prática, de modo que os estudantes aprendam a fazer fazendo, "colocando a mão na massa". O uso do laboratório é uma necessidade no ensino de Matemática, uma vez que pode ser o meio ideal para explorar conceitos, testar ou criar métodos de resolução para determinados objetos de conhecimentos, realizar experiências, realçando a aprendizagem do conhecimento científico. O ensino de conceitos matemáticos já estruturados, seguidos de exemplos de algumas aplicações, é um tanto inflexível e não se adapta ao modo de aprender de muitos estudantes, pois privilegia-se a memorização, o que torna a Matemática 'complexa' e sem interesse para muitos estudantes. Os conteúdos serão rapidamente esquecidos após cada avaliação, após o final do ano letivo. Assim, continuaremos a ensinar uma Matemática mecânica, com reproduções de exercícios repetitivos, reforçando a ideia já formada dos estudantes de que a Matemática é muito difícil e não serve para nada, questionando: onde vou usar isso na minha vida?

A compreensão de que o LEM não pode se resumir numa simples instalação de uma sala para guardar, jogos, materiais didáticos, entre outros. É necessário que tenham objetivos atrelados a uma proposta metodológica com princípios educacionais em relação ao ensino de Matemática. Com a implementação do LEM, é possível criar um ambiente com todos os materiais necessários, que podem ser utilizados por todos os estudantes e professores de Matemática, mantendo a ideia de que é uma continuação da sala de aula. Esse ambiente pode facilitar o desenvolvimento das competências e habilidades previstas nos conteúdos estudados, o que, consequentemente, oportunizará: a realização de atividades de investigação em grupos e individuais; o intercâmbio entre os vários níveis de ensino; a realização de atividades lúdicas; a criação e confecção de novos equipamentos e materiais didáticos; a possibilidade de construção do conhecimento. O LEM pode ser simples, não necessitando de materiais sofisticados; de preferência, que seja construído gradativamente pelos estudantes, levando em conta a realidade da escola, pois não é possível estabelecer um padrão único para todos os colégios. Cada um pode fazer o projeto segundo suas necessidades e condições.

Conforme Lorenzato (2012, p. 18), “o material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Portanto, pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, entre outros. Existem vários tipos de MD; os considerados manipuláveis são aqueles que o estudante pode pegar, palpar, rascunhar, jogar, ler, por exemplo, os sólidos geométricos em madeira ou cartolina, que permitem a observação. Outros já permitem uma maior participação do estudante, como jogos de tabuleiro, geoplano, quebra-cabeça e outros. Embora o Material Didático (MD) manipulável apresente imenso conjunto de possibilidades para o ensino, por ser concreto, palpável, o educador precisa ter clareza na habilidade que pretende desenvolver, relacionada ao objeto do conhecimento em questão, isto é, se pretende utilizar o MD para apresentar novos conceitos, para fixar conceitos preestabelecidos, para despertar o interesse dos estudantes, para motivá-los ou facilitar a descoberta de novos conceitos. São essas metas traçadas pelo professor que determinarão a escolha do MD mais adequado à aula.

Por mais assertivo que seja na escolha, o MD nunca vai substituir o papel do professor, que continua com a função de mediador do conhecimento matemático e da arte de ensinar. O uso do MD, portanto, não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem eficaz. O fator determinante para o sucesso no processo de ensino-aprendizagem é a atuação do professor, que precisa fazer a escolha certa e saber utilizar os MD, uma vez que eles são ferramentas que requerem conhecimentos específicos de quem os manuseia. Lorenzato (2012, p. 29) salienta que: “Se o MD pode ser para o estudante um facilitador, para o professor, às vezes, ele pode ser um complicador”, visto que é mais simples lecionar sem utilizar MD; entretanto, para o estudante, é mais difícil de aprender. O uso do MD de forma planejada, com metas e objetivos bem traçados, proporciona ao estudante o poder de observações, averiguações, formulações de pressupostos, verificações de diferentes caminhos que traçaram para chegar ao mesmo resultado, demonstrando que a Matemática não é uma ciência pronta e acabada. O uso de MD manipulável pode ser insatisfatório para o professor, como relata o autor:

> [...] para que se dê uma significativa aprendizagem, faz-se necessário que haja uma atividade mental, e não somente a manipulativa, por parte do aluno. Ao professor cabe acreditar no MD como um auxiliar do processo de ensino-aprendizagem, pois como muitas coisas na vida, ele só produz bons resultados para quem nele acredita (LORENZATO, 2012, p. 33).

O professor precisa ter convicção da escolha do MD e saber o momento certo de entrar em cena e retirar-se do palco. De acordo com Rêgo e Rêgo (2012, p. 42), “acreditava-se, há até relativamente pouco tempo, que os estudantes aprendiam de igual maneira, acumulando informações e regras”. Devemos levar em consideração que cada estudante tem a sua particularidade para aprender, se desenvolve em tempo e ritmo diferente, e a utilização de MD manipuláveis, a princípio, pode parecer um atraso na introdução de conceitos, pois demanda mais tempo e são formados a passos lento. No entanto, a compreensão angariada pelo estudante compensará o tempo gasto no início, evidenciando a qualidade e não a quantidade, visto que, se não apresentar indícios de aprendizagem, não podemos cogitar que houve ensino.

Segundo Rêgo e Rêgo (2012), as atividades propostas num LEM estão voltadas para o desenvolvimento matemático e a formação geral do estudante, auxiliando-o a:

> i) ampliar sua linguagem e promover a comunicação de ideias matemáticas;
> ii) adquirir estratégias de resolução de problemas e de planejamentos de ações;
> iii) desenvolver sua capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais;
> iv) iniciar-se nos métodos de investigação científica e na notação matemática;
> v) estimular sua concentração, perseverança, raciocínio e criatividade;
> vi) promover a troca de ideias por meio de atividades em grupos;
> vii) estimular sua compreensão de regras, sua percepção espacial, discriminação visual e a formação de conceitos (RÊGO; RÊGO, 2012, p. 43-44).

Para desenvolver as habilidades acima citadas, é necessário investir na implantação do LEM na escola, priorizando materiais de baixo custo; se possível, utilizar materiais recicláveis para a confecção dos MD manipuláveis, uma vez que um dos obstáculos é a situação socioeconômica da comunidade escolar. Sabendo que não existe uma receita pronta para seguir na implantação do LEM, convém precaver-se ao encontrar sugestões de materiais e ideias encantadoras, pois, como já reiterado, há necessidade de considerar a realidade da escola e do seu público-alvo. Lorenzato (2012) salienta que o fator determinante da existência do LEM é o projeto de aprimoramento da qualidade de ensino da Matemática.

2.3 Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) constituem um conjunto de diversas tecnologias da comunicação e informação, com informações processadas por meios de dispositivos digitais, como *smartphones*, *tablets*, celulares, entre outros. Devido a suas diversas possibilidades de recursos midiáticos que propiciam a comunicação, interação, entretenimento, educação, negócios, comércio eletrônico e muitos mais, as TDIC têm transformado a sociedade contemporânea, pois são uma parte essencial da vida cotidiana e do mundo dos negócios na era digital. Nesse sentido, Wemersom (2023) enfatiza que o uso das TDIC tem promovido transformação para a sociedade. Sendo assim, seu uso é de grande importância, devido ao desempenho na sociedade na área da informação, na comunicação global, na inovação tecnológica, no entretenimento e na educação.

O conceito de TDIC se deve à constante evolução tecnológica e ao crescente uso de aparelhos eletrônicos digitais com fins informativos, comunicativos e interativos. Santos (2017) reitera que os avanços da tecnologia estão ligados a mudança de hábitos de uma sociedade, ou seja, é a inserção da tecnologia digital com a comunicação e a informação. Sua ascensão ocorreu com a evolução da tecnologia digital, por meio de sua representação e processamentos binários, em meados dos anos 1940 e 1950; com o desenvolvimento da *internet* (com o projeto de pesquisa militar nos ano 1960); com a explosão da *World Wide Web* (o surgimento da *Web* em 1990); expansão dos dispositivos digitais (*tablets, smartphones* e os dispositivos conectados à i*nternet*); e os avanços na comunicação digital (redes sociais, videoconferências, *softwares* para fins comerciais e educativos).

A conexão entre as TDIC e o ensino tem grande valor, haja vista que as tecnologias digitais permitem visualizar, simular e levantar hipóteses a partir do uso adequado das tecnologias digitais. Vale ressaltar que a integração bem-sucedida entre as partes já citadas promove práticas didáticas pedagógicas de grande potencial educacional.

2.3.1 Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no Contexto Escolar

Desde os primórdios, a educação utiliza diversas estratégias para a o desenvolvimento eficaz do processo de ensino e aprendizagem de seus estudantes. Dentre as mais distintas estratégias, destacam-se o uso de recursos midiáticos tecnológicos: as TDIC. Wemerson (2023) pondera que a incorporação das tecnologias digitais no processo de ensino envolve a construção do conhecimento e elas devem ser incorporadas de forma ativa e inovadora nas práticas pedagógicas. Segundo Scheffer (2012), ambientes educacionais que utilizam tecnologias educativas promovem mudanças na forma pela qual o aprendiz se relaciona com a Matemática.

Esses recursos proporcionam ao aprendiz ampla possibilidade de aprendizagem, pois possibilitam realizar tarefas inovadoras para a aquisição do conhecimento, tendo em vista que possuem plataformas interativas com áudios, vídeos e jogos, tornando o estudante motivado e engajado para a realização da atividade proposta, ocorrendo a aprendizagem ativa. Para Moran (2018) o ensino ativo aumenta a competência de resolução de diferentes tarefas e operações mentais. Nesse pensamento, Wemerson (2023) ressalta que as tecnologias digitais deixam as aulas mais dinâmicas e atrativas e oportunizam construir conhecimentos com autonomia. Já para Scheffer (2012), ensinar com recursos tecnológicos é importante e a prática deve ser integrada ao planejamento, pois facilita o raciocínio e o desenvolvimento da criatividade. Desse modo, o estudante desenvolve uma postura ativa no processo e é o protagonista de sua própria aprendizagem.

A tecnologia tem fator positivo na aprendizagem, pois, durante esse processo, a participação do estudante é eficaz, facilitando o desenvolvimento de suas habilidades e competências. Veraszto et al. (2019) ressaltam que uma das competências indispensáveis para o estudante do século XXI é vencer desafios com criatividade e eficiência. E o uso eficiente das tecnologias digitais nas práticas didáticas educacionais propicia o desenvolvimento das habilidades e competências necessárias para a aquisição do conhecimento. Assim sendo, de acordo com a BNCC/2017, as competências da Educação Básica devem estar relacionadas à construção de conhecimentos e ao desenvolvimento de habilidades. Logo, compreender o papel da tecnologia na educação é de extrema importância para o educador, uma vez que a tecnologia digital permite ao estudante alcançar as habilidades e competências previstas na BNCC, fornece grande possiblidade de criar atividades dinâmicas e interativas, propicia ao estudante a interatividade, um amplo campo de pesquisas e criações, bem como o desenvolvimento de atividades individuais, em pares ou coletivas.

Segundo Gonçalves (2017), é preciso que o professor reflita sobre as novas possibilidades do uso da tecnologia em suas práticas didáticas e reveja suas concepções, sendo o professor passível de mudanças. Para Scheffer (2012), a informática na educação é uma experiência que deve ser construída de forma gradativa. Assim sendo, ao preparar uma aula mediada por tecnologias digitais, é importante que o professor tenha um roteiro e considere o que planejar, porque planejar e para quem planejar (público-alvo), e tenha o entendimento de que o recurso tecnológico escolhido deverá conter elementos favoráveis para que o estudante aprenda o objeto de estudo.

Acerca do processo de planejamento com o uso de recursos midiáticos, Bento e Belchior (2016, p. 6) enfatizam que:

> [...] precisa de muita reflexão acerca de que os recursos midiáticos podem oferecer, haja vista que a mídia oportuna a comunicação e informação entre escola e os sujeitos. Cabem as instituições escolares se prepararem para utilizá-las, como também, os professores e funcionários, se qualificarem para poderem manusear a tecnologia educacional.

No que se refere ao uso de recursos midiáticos nas práticas pedagógicas, Serafim e Sousa (2011, p. 22) afirmam:

> As teorias e práticas associadas a informática na educação vem repercutindo em nível mundial, justamente porque as mídias digitais oferecem à didática, objetos, espaços e instrumentos capazes de inovar as situações de interação, expressão, criação, comunicação, informação e colaboração, tornando-a muito diferente daquela tradicionalmente fundamentada na escrita e nos meios impressos.

Há diversas razões para o uso das tecnologias digitais na educação, tendo em vista que elas podem transformar o processo de aprendizagem com seus recursos ricos em mídia, que promovem flexibilidade, interatividade, dinamismo e engajamento, elementos importantes no ensino da Matemática. Sendo assim, entendemos que o uso adequado das TDIC propicia ao estudante bons resultados em sua aprendizagem.

2.3.2 Conhecendo o software GeoGebra

O GeoGebra é um dos *softwares* mais abrangentes, quando se trata sobre ensino de Matemática, pois reúne geometria e álgebra; suas versões mais recentes incluem geometria espacial, cálculo, estatística e outros assuntos. Essa ferramenta pode ser utilizada em diversos níveis educacionais, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior. Além disso, é um *software* livre, gratuito, de multiplataforma, e apresenta uma plataforma de visualização atraente, com uma área de trabalho de fácil manuseio. A versão inicial foi desenvolvida em 2001 e já está na versão 6.0. A cada versão lançada, uma série de novas funcionalidades é adicionada ao programa, tornando-o mais eficiente para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

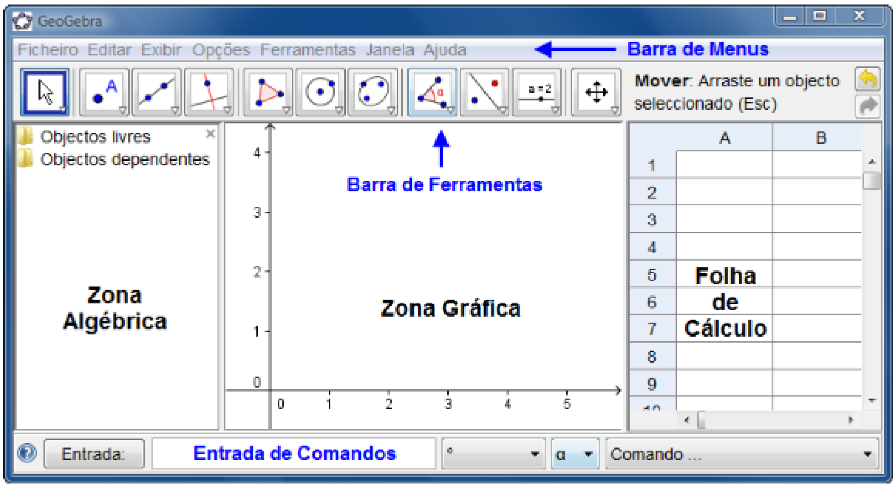
O GeoGebra foi "desenvolvido pelo australiano Prof. Dr. Markus Hohenwarter juntamente com uma equipe internacional de programadores e tem a finalidade de auxiliar no ensino aprendizagem da matemática" Andrade e Brandão (2019, p. 33-34). Ao desenvolver o *software*, o Dr. Hohenwarter tinha como meta encontrar uma ferramenta capaz de auxiliar no ensino da Matemática, por meio da combinação entre entes geométricos e algébricos. Dessa forma, o GeoGebra se destaca por apresentar uma janela gráfica que permite nos visualizar e estabelecer conexões entre fórmulas algébricas e suas representações geométricas de forma simultânea. Essa característica confere ao GeoGebra uma vantagem didática, ao apresentar duas representações distintas de um mesmo objeto que interagem entre si (LOPES JÚNIOR, 2013).

O GeoGebra pode ser acessado diretamente pela *internet*, *on-line*, na página oficial do programa: www.geogebra.org, ou instalado no computador, por meio de *download*. Após instalado, o *software* pode ser usado *off-line*. A instalação é fácil e pode ser feita em diferentes sistemas operacionais, como *Windows*, *Linus e MacOsx*. Isso é uma grande vantagem, visto que, na maioria dos laboratórios de informática das escolas públicas, o sistema operacional predominante é o *Linux Educacional*. Recentemente, foram desenvolvidas versões do *software* específicas para dispositivos móveis, tais como *tablets* e celulares, possibilitando sua execução nos sistemas *Android e iOS*, sendo compatível com *iPads e iPhones*. O aplicativo para celulares pode ser facilmente adquirido em plataformas virtuais, como a *Play Store* e outras disponíveis no mercado. O programa está disponível em 22 idiomas e conta com uma interface simples, na qual é possível realizar construções geométricas, tais como pontos, vetores, segmentos, seções cônicas, linhas e funções em geral. Além disso, permite a manipulação interativa por meio da alteração de suas coordenadas. Conforme destacam seus desenvolvedores,

> O GeoGebra fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica, ou numérica, e a Folha de Cálculo. Elas permitem mostrar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (e.g., pontos, gráficos de funções), algebricamente (e.g., coordenadas de pontos, equações) e nas células da folha de cálculo. Assim, todas as representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças realizadas em qualquer delas, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados (HOHENWARTER; HOHENWARTER, 2009, p. 6).

Na Figura 1, é possível visualizar a interface do ambiente do GeoGebra, onde podemos facilmente identificar os espaços das zonas algébrica e gráfica e da folha de cálculo, bem como a barra de menus, a barra de ferramentas e a caixa de entrada de comandos:

Figura 1 - Interface do ambiente do software GeoGebra



Fonte: Hohenwarter e Hohenwarter, 2009, p. 6.

Na zona gráfica do GeoGebra, é possível visualizar a criação de formas geométricas ou gráficos de funções, estabelecendo uma relação entre a construção geométrica e a representação algébrica, que é apresentada simultaneamente na zona algébrica. Dentre suas diversas funcionalidades, que são fáceis de utilizar, inclusive para os iniciantes, encontra-se a opção de alterar as cores, as formas e as espessuras das linhas, podendo escolher se deseja exibi-las ou não, trabalhar com geometria dinâmica e até realizar animações. Uma outra vantagem é a facilidade em agilizar os processos de construção gráfica, além da extrema precisão empregada em sua elaboração, algo que é difícil de se conseguir apenas com o uso de régua e compasso.

Para que professores e estudantes possam conhecer todas as funcionalidades do *software*, no site oficial do GeoGebra (www.geogebra.org), é possível baixar manuais que ajudarão a aprender tais funcionalidades, bem como dicas para familiarizar o programa com o usuário. Além disso, é possível acessar um conjunto de materiais educativos livres, criados por utilizadores do GeoGebra de todo local.

A seguir, apresentamos algumas das contribuições do GeoGebra, enquanto instrumento de mediação, voltadas para o aprendizado das funções quadráticas.

2.3.3 Refletindo sobre o uso do software GeoGebra como instrumento de mediação

Entendemos que as tecnologias são instrumentos de mediação no processo de ensino e aprendizagem e, portanto, fazer uso desse recurso de forma bem planejada, adequando os conteúdos a serem trabalhados, com o propósito de qualificar as aulas, contribui para um resultado satisfatório. A Função Quadrática é uma função algébrica do tipo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; f(x) = ax^2 + bx + c$ com $a \neq 0$, cuja curva característica é a parábola. Esta possui uma série de termos importantes, como concavidade, valor máximo quando a concavidade é voltada para baixo, valor mínimo quando a concavidade é voltada para cima, coordenadas do vértice, eixo de simetria, discriminante que fornece o número de raízes, entre outros. Nessa simples definição, percebemos o quão complexa é a compreensão desse conceito pelos estudantes. No entanto, é fundamental que os estudantes consolidem esse conhecimento, pois será um tema abordado ao longo de todo o Ensino Médio. Além disso, esse conhecimento terá uma presença interdisciplinar, manifestando-se em disciplinas como a Física, a Química e em aplicações no cotidiano (ANDRADE; BRANDÃO, 2019).

No estudo das funções quadráticas, uma das práticas mais comuns consiste em traçar o gráfico da função, destacando-se os pontos de interseção da parábola com os eixos x e y, bem como o vértice da curva. No entanto, essa prática acaba sendo um pouco limitada, pois não permite que o estudante compreenda o comportamento do gráfico à medida que os valores do domínio variam e sua interdependência com o conjunto imagem. Em sala de aula, é muito comum praticar a construção do gráfico de uma função a partir de uma tabela, na qual valores arbitrários são atribuídos a "x" com o objetivo de identificar os pontos pertencentes à função e, posteriormente, traçar o gráfico com base nesses pontos. Porém, essa prática de ensino pode não ser muito eficaz, uma vez que começa com pontos isolados, que têm pouca relevância na interpretação gráfica da função. O estudo desse conceito não pode ficar restrito apenas à construção de gráficos e a manipulação algébrica de equações. Há necessidade da utilização de outros recursos didáticos, tais como o *software* GeoGebra, atuando como instrumentos de auxílio para uma melhor compreensão gráfica de uma Função Quadrática.

Como ressalta a BNCC/2017, o estudo das representações algébricas e gráficas de funções desempenha um papel fundamental na análise e interpretação das relações entre suas variáveis. Nessa esteira, atividades com a mediação do GeoGebra podem enriquecer o desenvolvimento desse aprendizado, pois possibilitam que os estudantes explorem uma variedade de gráficos de funções, proporcionando ao professor novas abordagens metodológicas. Dessa forma, além de explicar conceitos verbalmente, o professor também pode apresentá-los por meio de representações visuais. Sobre isso, Oliveira (2016, p. 138) enfatiza que:

> O professor é responsável por criar pontes entre todas as fontes de conhecimentos, estabelecendo um terreno de sustentação para o desenvolvimento das capacidades globais do aluno, sendo responsável por auxiliar nos processos de significação dos conteúdos, que entendemos ser a ideia central da concepção sobre o professor mediador.

Entendemos que o papel do professor vai além da mera transmissão de conhecimento, pois a função do docente é guiar o estudante na construção do saber. No contexto da Matemática, o professor deve estar atento às oportunidades de engajamento dos estudantes com o conteúdo, intervindo e dinamizando o fornecimento de informações, para que os conteúdos estudados façam sentido, sempre estimulando o estudante a assumir uma postura mais ativa no processo de aprendizagem.

De acordo com Araújo e Nóbriga (2010, p. 11), “apesar do GeoGebra fornecer condições que permitem a elaboração de situações que favorecem a construção de conhecimentos pelo estudante, ele, sozinho, não pode ensinar coisa alguma. Para que haja aprendizagem efetiva com este recurso, é necessário a elaboração de situações de uso”, isto é, o GeoGebra por si só não ensina nada. Para que possa haver aprendizagem, é necessário que o estudante reflita durante a execução das atividades, que busque experimentar de diferentes maneiras, percebendo as propriedades, construindo conceitos e justificando. Durante as atividades, os estudantes devem serem questionados, para fazerem justificativas que os levem à reflexão, mas isso não é suficiente. No desenvolvimento das atividades, o professor deve inserir questões e justificativas que auxiliem os estudantes nessas reflexões. Contudo, isso ainda não é suficiente sem a intervenção do professor. O papel do professor é indispensável nesse processo, pois a mediação é feita pelos materiais e pelo professor. A compreensão e o aprendizado surgem quando o professor direciona os estudantes a pensar criticamente e a entender os conceitos subjacentes às atividades realizadas, guiando-os nas justificativas de suas descobertas e construções.

Para isso, o professor pode adotar uma metodologia que priorize as relações sociais, contando sempre com a participação ativa dos estudantes nas atividades, de modo que haja a interação entre eles. Enfim, o processo de ensino mediado pelo instrumento GeoGebra busca, inicialmente, representar as atividades de modo externo aos estudantes, para que eles possam reconstrui-la, levando-os à internalização do conhecimento.

2.4 Estudos relacionados

A constante transformação que a sociedade moderna está enfrentando faz com que o processo de ensino seja constantemente analisado. Nesse sentido, as pesquisas sobre a área de ensino contribuem para que seja feita uma reflexão da importância da implantação do LEM para o estudo de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental. Para este estudo, efetuamos uma pesquisa junto ao no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) na tentativa de perceber possibilidades de enfrentamento de um ensino mecânico, centrado na oratória do professor. Tal pesquisa estruturou-se no entendimento de Romanowski (2006) de que, para efetuar a busca em estudos desenvolvidos em uma determinada área, é preciso recorrermos a determinados procedimentos, tais como: definição dos descritores que direcionam as buscas a serem realizadas; localização dos bancos de pesquisas; estabelecimentos de critérios para a seleção do material; levantamento de material a ser catalogado; coleta desse material; leitura das publicações relacionadas ao tema; organização do material escrito sobre o assunto; análise e elaboração das conclusões do estudo.

Procedendo dessa forma, no repositório da Capes, buscamos pesquisas relacionadas ao Ensino de Matemática, utilizando os seguintes descritores: “Materiais manipuláveis” AND “recursos digitais” AND “Função Quadrática” AND “ensino aprendizagem de Matemática”. A partir dessa definição, encontramos vários trabalhos, dos quais lemos os títulos e resumos, identificando os que estavam vinculados ao ensino de Matemática. Tal análise nos possibilitou identificar oito trabalhos (Quadro 1), dos quais trataremos na sequência.

Quadro 1 - Estudos relacionados

Título	Autor	Ano	Estudo
Laboratório de Ensino de Matemática: uma extensão da sala de aula.	Rodrigo Prata Santos da Cruz	2011	Dissertação
O uso do GeoGebra no ensino de Função Quadrática.	Reilson Matos de Sousa	2014	Dissertação
GeoGebra no Clique e na palma das mãos: Contribuições de uma dinâmica de aula para Construção de Conceitos Geométricos com Alunos do Ensino Fundamental.	Marcos Paulo Henrique	2017	Dissertação
Estudo de conceitos de álgebra com o auxílio de materiais manipuláveis.	Mateus Antônio Vargas Ferro	2018	Dissertação
Usos/significados de materiais manipuláveis (régua e transferidor) e do software GeoGebra como formas alternativas de ensinar semelhança de triângulos a estudantes do 9º ano de uma Escola Pública de Rio Branco.	Heliton Melo da Silva	2018	Dissertação
Uma proposta de ensino de gráficos de funções quadráticas por meio de materiais manipuláveis.	Eliene Rodrigues Machado	2019	Dissertação
Uma proposta de sequência didática para o ensino de Função Quadrática por meio da construção de ponte de palitos.	Lilliane Araujo Lima Brito	2019	Dissertação
Função Quadrática: uma proposta de ensino-aprendizagem com uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais.	Arieli dos Santos	2020	Dissertação

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O primeiro trabalho selecionado foi a dissertação de Rodrigo Prata Santos da Cruz (2011), intitulada *Laboratório de ensino de matemática: uma extensão da sala de aula*. O estudo teve como objetivo apresentar algumas abordagens que auxiliem no processo de ensino-aprendizagem de Matemática e foi pautado na busca de um espaço alternativo, com recursos que possam contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem da área. Assim, buscou responder se um LEM auxilia no processo de aprendizagem dos estudantes.

Para a realização do estudo, foram aplicadas quatro atividades constituídas de jogos. A primeira foi o ‘jogo das dezenas exatas’, que consiste em um tabuleiro e cartas numeradas com as dezenas de 10 a 90 e pedaços de E.V.A. Esse é o material de cada dupla, aplicado na turma de 3º ano. A segunda foi o ‘jogo soma 40’, aplicado na turma de 5º ano, composto de um baralho com 40 cartas com números inscritos de 1 a 24, sendo três cartas do 1 ao 8 e uma de cada do 9 ao 24. Nas turmas de 3º e 5º anos, foi aplicado o ‘jogo dos pontinhos’, jogado em duplas, as quais recebem uma folha de papel pontilhada e um lápis. O objetivo é formar o maior número de quadrados de lado igual a 02 cm. O jogo ‘Salute’, que corresponde à quarta atividade, é composto por cartas numeradas de 0 a 9 e trabalha as operações de adição, subtração e multiplicação; também foi aplicado nas turmas de 3º e 5º anos do Ensino Fundamental, em uma Escola Municipal da Rede Pública de Ensino, na cidade de Roseira-SP.

Rodrigo Prata Santos da Cruz (2011) realizou uma pesquisa de opinião com a direção, a coordenação e professores de Matemática da escola em questão, constatando que a utilização do LEM e dos jogos são recursos didáticos que contribuem com o desenvolvimento do raciocínio lógico e com a construção e o aperfeiçoamento de conhecimentos. Por fim, o pesquisador salienta que é importante o professor conhecer o recurso, para que ele seja um elemento capaz de desenvolver a aprendizagem almejada.

O trabalho denominado *O uso do GeoGebra no ensino de Função Quadrática*, de Reilson Matos de Sousa (2014), foi o segundo arrolado para este item; teve como objetivo apresentar algumas atividades didático-metodológicas permitidas pelo auxílio do *software* GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem da Função Quadrática e foi desenvolvido com um grupo de 35 estudantes da primeira série do Ensino Médio. A metodologia utilizada foi do tipo pesquisa bibliográfica e pesquisa de campo (estudo de caso). Assim, aplicou-se um questionário constituído de oito questões fechadas e abertas (semiestruturadas) para o grupo de 35 estudantes. Os resultados revelaram que o uso do GeoGebra, de forma adequada e planejada, é capaz de despertar nos estudantes a curiosidade, favorecendo a investigação e, consequentemente, a aprendizagem efetiva de conceitos matemáticos. Dessa forma, o pesquisador concluiu que o uso do GeoGebra ajuda a compreender melhor o conceito de Função Quadrática frente aos desafios desencadeados pelo processo de busca e de descoberta do novo, do prático e do tecnológico.

O sexto trabalho arrolado neste tópico tem por título GeoGebra no clique e na palma das mãos: contribuições de uma dinâmica de aula para construção de conceitos geométricos com alunos do ensino fundamental, desenvolvido por Marcos Paulo Henrique (2017). O estudo buscou avaliar a construção de conceitos geométricos de estudantes por meio de uma prática docente que valoriza o diálogo, a argumentação e a escrita, em uma reflexão investigativa com atividades a partir da utilização do GeoGebra. O trabalho visou responder à seguinte questão: “Que contribuições uma intervenção em aula que inclua Ambiente de Geometria Dinâmica (com e sem touchscreen) tem para a construção de conceitos geométricos de alunos do 8º e 9º ano de uma escola pública do Rio de Janeiro?”. A investigação foi desenvolvida com um grupo de estudantes por meio da implementação de ambientes com peculiaridades diferentes, como é o caso do GeoGebra convencional e do GeoGebra aplicativo, e em turmas diferentes. A intenção da implementação consistiu em estabelecer a comparação entre os ambientes utilizados

(GeoGebra convencional e aplicativo) e identificar as contribuições para o desenvolvimento conceitual, fruto da utilização desses recursos.

Para coleta de dados, o pesquisador utilizou a pesquisa de design, mediante a elaboração de experimentos de ensino. Os materiais analisados na investigação foram: gravação em áudio e vídeo; captura da tela do smartphone; folha de atividades com as anotações realizadas pelos estudantes; arquivos referentes às construções geométricas; registros fotográficos; observações de campo. Como contribuições do Ambiente de Geometria Dinâmica (AGD), os resultados indicam a promoção proporcionada por esse recurso na direção de estabelecimento de um ambiente favorável para investigações e reflexões.

Mateus Antônio Vargas Ferro (2018), na sua dissertação Estudo de conceitos de álgebra com o auxílio de materiais manipuláveis, descreve uma pesquisa que teve como objetivo investigar em que medida a utilização do material manipulável pode contribuir para a aprendizagem significativa de conceitos de álgebra para estudantes do nono ano do Ensino Fundamental. A investigação teve como aporte teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel, e caracterizou-se como uma pesquisa qualitativa, iniciando com a identificação dos conceitos subsunçores que os estudantes possuíam referentes aos conhecimentos algébricos.

A partir disso, foi organizada uma sequência de atividades, utilizando-se materiais manipuláveis. A sequência foi implementada com um grupo de seis estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental que têm dificuldades nos conteúdos de Matemática, de uma escola particular da cidade de Santa Maria-RS. Os dados foram coletados durante o desenvolvimento das atividades. Os resultados pontuaram que, embora os estudantes tenham aprendido a resolver as atividades com o auxílio do material concreto, não ficaram presos a ele, pois, à medida que foram avançando nos exercícios, muitos não recorriam ao material concreto para resolver ou utilizavam-no apenas para conferir a resposta obtida. O autor concluiu que a ação possibilitou que o ensino de Matemática saísse do mundo real e passasse a fazer parte da estrutura cognitiva do sujeito.

O trabalho de Heliton Melo da Silva (2018), denominado Usos/significados de materiais manipuláveis (régua e transferidor) e do software Geogebra como formas alternativas de ensinar semelhança de triângulos a estudantes do 9º ano de uma Escola Pública de Rio Branco, teve como objetivo descrever os usos/significados que estudantes e docentes fazem de materiais manipuláveis no ensino e na aprendizagem de geometria, mais especificamente quando abordam o conteúdo semelhança de triângulos.

Fundamentado na Teoria da Atividade, no tocante à organização das ações de ensino e na abordagem da linguagem, de Wittgenstein, o estudo foi organizado metodologicamente a partir dos pressupostos de uma pesquisa-ação. O pesquisador utilizou-se de materiais tradicionais e do software GeoGebra para ensino do conteúdo de semelhança entre triângulos. O estudo se caracteriza como descritivo e exploratório. Os resultados foram analisados sob a abordagem qualitativa e subsidiaram a elaboração de um tutorial contendo sequências didáticas como forma de auxílio ao professor de Matemática na sua prática pedagógica, com o uso dos materiais alternativos (régua e transferidor) e do software GeoGebra. A pesquisa evidenciou que a dificuldade encontrada na construção de objetos geométricos e suas relações, com o uso simples de régua e transferidor, pode ser superada com o uso do GeoGebra, pois ele apresenta maneiras mais rápidas de conferir várias posições entre esses objetos, sem construí-los várias vezes (o que teria que ser feito com régua e transferidor), sobrando tempo para outras atividades.

O trabalho de mestrado de Eliene Rodrigues Machado (2019), intitulado Uma proposta de ensino de gráficos de funções quadráticas por meio de materiais manipuláveis, foi o sétimo estudo analisado. O objetivo desse trabalho era propor uma estratégia de ensino de gráficos de funções quadráticas por meio de materiais manipuláveis. A experiência de lecionar o conteúdo de gráficos de funções quadráticas aos estudantes levou a professora e autora da dissertação a perceber a dificuldade que os estudantes apresentavam na construção do gráfico. Dessa forma, foi elaborado um material que permitiu analisar a variação de um dos coeficientes da Função Quadrática, mantendo os demais fixos, para serem aplicados com estudantes de 1º ano do Ensino Médio.

A proposta constituiu-se na construção de um protótipo, como modelo didático para ser utilizado em sala de aula, em papel cartão ou em MDF, que podem ser alternativas viáveis para auxiliar professores de Matemática no ensino de gráficos de funções quadráticas. Esse material oportuniza aos professores aprender a confeccionar seu próprio material manipulável, para ser utilizado em sala de aula, que seja de fácil manuseio, tanto pelo professor quanto pelo a estudante, além de servir de apoio para professores de Matemática no ensino de funções quadráticas. Também foram apresentadas três propostas de atividades (planos de aulas com duração em média de uma hora e quarenta minutos) para o professor aplicar com os estudantes do 1º ano do Ensino Médio, com uso dos materiais manipuláveis. Embora sem a implementação da proposta junto aos estudantes, os resultados obtidos apontam para a conclusão de que o estudo do gráfico de uma Função Quadrática por meio de material manipulável favorece a compreensão da variação dos coeficientes de maneira mais visível, permitindo ao professor e aos estudantes uma melhor associação entre a teoria e a prática.

A pesquisa de Lilliane Araujo Lima Brito (2019), uma proposta de sequência didática para o ensino de Função Quadrática por meio da construção de ponte de palitos, cujo objetivo era propor uma SD voltada ao ensino de funções quadráticas por meio da construção de ponte de palitos, a partir do modelo de Gaebler e Veronez. A autora apresenta uma SD organizada em seis etapas, baseada no modelo de Zabala (1998), que foi aplicada em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública localizada na cidade de Alagoinhas-BA. A sequência tem como destaques a problematização, a observação, a reflexão, a resolução e a materialização de um problema, oportunizando ao estudante a percepção da evolução de seu próprio aprendizado. Para tal, o próprio estudante identificou elementos de uma Função Quadrática, explicados nas aulas teóricas, visualizando, de forma palpável, algumas características da parábola.

A pesquisa foi desenvolvida a partir de um diagnóstico, realizado pela professora da turma da seguinte forma: ela iniciou o estudo das funções quadráticas, dando ênfase aos conhecimentos prévios dos estudantes sobre equações do segundo grau, estudadas em anos anteriores. Fez uma revisão do estudo e do cálculo das raízes de uma equação do segundo grau. Muitas das questões eram contextualizadas, retiradas do próprio livro-texto adotado pela unidade de ensino. A professora prosseguiu com aulas expositivas sobre funções quadráticas. Em seguida, aplicou uma atividade avaliativa, na qual exigiu dos estudantes o reconhecimento de uma Função Quadrática e a identificação de características específicas, a exemplo do vértice da parábola. Após a aplicação da atividade avaliativa, muitos estudantes ainda não conseguiam fazer uma interlocução entre os conhecimentos da equação do segundo grau com funções quadráticas. Muitos não conseguiram interpretar o enunciado das questões, para as quais se esperavam respostas a partir de conhecimentos prévios e do que foi explicado nas aulas.

Após esse resultado insatisfatório, foi proposta a aplicação de uma SD composta de seis etapas: aulas teórico-explanatórias; construção de gráficos de funções quadráticas; modelagem de estruturas de pontes por meio de funções quadráticas; construção da maquete de ponte de palitos; verificações teóricas da Função Quadrática escolhida; socialização das maquetes construídas. Cada etapa era composta de planos de aula.

De acordo com a pesquisadora, a estratégia demonstrou-se satisfatória no decorrer da sua execução, nos resultados da avaliação de atividades e nas questões respondidas ao longo do processo. Durante a construção da ponte, na apresentação em sala de aula e na “Mostra de Matemática” que ocorreu no colégio, puderam ser notados entusiasmo e satisfação dos estudantes ao conseguirem relacionar o conteúdo matemático com situações do cotidiano. Considera-se a busca constante dessa nova estratégia de ensino na práxis educativa, tornando-se necessário que o professor rompa com paradigmas tradicionais e se alie a uma prática reflexiva e crítica.

Por fim, o último trabalho analisado foi o de Arieli dos Santos (2020), na dissertação *Função Quadrática: uma proposta de ensino-aprendizagem com uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais*, apresenta uma investigação que teve como objetivo verificar as contribuições de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, para o ensino, a compreensão e contextualização do conceito da função, no primeiro ano do Ensino Médio. O questionamento norteador do trabalho constituiu-se da indagação: "Quais as contribuições que o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais pode trazer para o ensino, compreensão de conceitos e contextualização da função polinomial do 2º grau?"; o estudo foi fundamentado na teoria histórico-cultural, de Vygotsky.

De natureza qualitativa, a investigação utilizou como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática, aplicando-se uma sequência estruturada em nove momentos, em uma turma com 32 estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Passo Fundo-RS. Os resultados demonstram a potencialidade pedagógica e a importância dos recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais para a construção de conceitos matemáticos, bem como para desenvolver o raciocínio e engajar os estudantes nas atividades propostas, proporcionando um ambiente de participação e ajuda mútua, em que os estudantes evoluíssem dos conceitos espontâneos para os científicos.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentamos a teoria sociointeracionista de Vygotsky, o referencial teórico que embasa a elaboração do produto educacional e a discussão dos possíveis resultados obtidos a partir da sua aplicação em sala de aula, com reflexão sobre o uso do LEM e materiais manipuláveis no ensino de Função Quadrática. Para que esse conteúdo chegue à sala de aula, fez-se necessário recorrer a concepções sobre a forma de melhor organização do saber, para que seja apropriado pelos estudantes. Desse modo, dentre diferentes possibilidades teóricas para conduzir essa organização, elegemos a perspectiva sociointeracionista para nortear nossa discussão acerca da interação, do papel da mediação e da formação de conceitos, no intuito de resgatar conceitos nessa perspectiva teórica e utilizá-la como suporte para o planejamento da SD.

3.1 Teoria da Mediação de Vygotsky

A mediação do professor é de fundamental relevância no processo de ensino aprendizagem, sendo, portanto, importantíssimo que tenha um vasto conhecimento acerca das teorias relativas à aprendizagem. Quanto mais habilidades o professor mobilizar, mais próximo ele estará de atingir a meta em relação ao ensino. Dentre várias teorias da aprendizagem, optamos pela Teoria da Mediação de Vygotsky. Antes de tratar especificamente da teoria, retomamos aspectos biográficos do autor, uma vez que sua trajetória pessoal está intrinsecamente associada aos estudos, até chegar à sua teoria, tema específico deste tópico.

Lev Semenovich Vygotsky foi um influente psicólogo e teórico da educação, nascido em 17 de novembro de 1896, em Orsha, Bielo-Rússia, em uma família judia, intelectualmente estimulante e economicamente estável. Passou grande parte da vida em Gomel, na Rússia, onde foi educado em casa até os 15 anos e completou o ensino secundário aos 17. Aos 28 anos, casou-se com Roza Smekhova, com quem teve duas filhas. Vygotsky morreu de tuberculose, em 11 de junho de 1934, em Moscou. Seu percurso acadêmico, notavelmente interdisciplinar, incluiu Artes, Literatura, Linguística, Antropologia, Ciências Sociais, Psicologia, Filosofia e Medicina. Ele contribuiu para várias áreas do conhecimento, produzindo cerca de 200 estudos científicos, caracterizados pela densidade e complexidade de informações (REGO, 2014).

Rego (2014) relata que, depois de concluir a universidade, Vygotsky retornou a Gomel, onde se dedicou a diversas atividades intelectuais e despertou seu interesse com os problemas das crianças com deficiências congênitas, como cegueira, retardo mental severo, entre outros.

Esse contato o estimulou a buscar alternativas que pudessem ajudar no desenvolvimento dessas crianças, com o intuito de contribuir em sua reabilitação, o que também era uma oportunidade de compreensão dos processos mentais humanos. No ano de 1924, foi convidado a trabalhar no Instituto de Psicologia de Moscou. O projeto principal de seu trabalho era estudar os processos de transformação do desenvolvimento humano nas dimensões filogenética (evolução das espécies), histórico-social e ontogenética (processo biológico do desenvolvimento do indivíduo).

Embora sua existência tenha sido breve, foi autor de uma obra muito importante, junto com seus colaboradores, Alexander Luria e Alexei Leontiev, os quais foram responsáveis pela propagação dos textos de Vygostky, diversos deles destruídos com a ascenção de Stalin ao Kremlin. Devido à censura soviética, seus trabalhos ganharam dimensão após sua morte, inclusive dentro da Rússia. No ocidente, seu livro *Pensamento e linguagem* foi lançado somente em 1962, nos Estados Unidos (IVIC, 2010).

Se fosse definir a particularidade da teoria de Vygotsky usando uma única expressão, Ivic (2010, p. 15) diz que seria "teoria sócio-histórico do desenvolvimento das funções mentais superiores" mais conhecida como "teoria histórico-cultural", uma vez que, para ele, o ser humano se caracteriza uma socialidade primária.

A teoria de Vygotsky é vasta e preocupa-se em desvendar como o ser humano se desenvolve cognitivamente. Ele defende que todo o desenvolvimento cognitivo do sujeito não pode ser entendido sem referência ao contexto social, histórico e cultural em que ele acontece. O desenvolvimento cognitivo também é chamado de processos mentais superiores (pensamento, linguagem, conduta volitiva) do indivíduo, os quais têm origem em processos sociais. Conforme Moreira (2022), sua teoria está baseada em três pilares, conforme apresenta o Quadro 2:

Quadro 2 - Pilares da teoria de Vygotsky, segundo Moreira, 2022

Pilares	Descrições
1º	Desenvolvimento cognitivo tem origem em processos sociais, ou seja, depende do contexto social, histórico e cultural.
2º	Processos mentais só podem ser entendidos se compreendermos os instrumentos e signos que os mediam.
3º	Clamado "método genético-experimental", usado para analisar o desenvolvimento cognitivo de uma pessoa.

Fonte: A autora, 2022.

Segundo Vygotsky (1998), compreender o desenvolvimento cognitivo se dá pela conversão de relações sociais em funções mentais, o que caracteriza a relação do homem com o mundo e com outros indivíduos. Não é pelo seu desenvolvimento cognitivo que o sujeito se torna capaz de socializar, mas é na socialização que se dá o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Para Vygotsky (1998), a conversão de relações sociais em funções mentais superiores não acontece naturalmente: são necessários dois elementos básicos responsáveis por essa mediação: o instrumento e o signo. Instrumento é algo que pode ser usado para fazer alguma coisa, que tem a função de regular as ações sobre os objetos; signo é algo que significa alguma coisa; palavras, por exemplo, são signos linguísticos (MOREIRA, 2022).

É pela mediação que se dá a internalização de atividades e comportamentos sócio-históricos e culturais. Rego (2014, p. 62) complementa, dizendo que "[...] na perspectiva *vygotskyana*, o desenvolvimento das funções intelectuais especificamente humanas é mediado socialmente pelos signos e pelo outro". O instrumento é algo que poderá ser utilizado para produzir alguma coisa, ou seja, é o componente mediador entre um indivíduo e o artefato do seu trabalho, como, por exemplo: uma vassoura para varrer a casa, uma panela para cozinhar o alimento, o tecido para fazer roupas, entre outros. Já o signo é algo que significa alguma coisa, como, por exemplo: a palavra caderno (signo linguístico) remete ao objeto concreto caderno; o número 50 (signos matemáticos) pode representar a idade, altura ou massa corporal de alguém. As sociedades constroem instrumentos e sistemas de signos ao longo de suas histórias, como a escrita e os sistemas de numeração, e tais sistemas modificam o desenvolvimento social e cultural desses povos. Conforme a sociedade, há diferentes interpretações, linguagens para o mesmo instrumento (objeto); por exemplo, mandioca e macaxeira são nomes regionais e, conforme a região do Brasil em que se encontra, há um signo que o representa.

Conforme Moreira (2022), há três tipos de signos: indicadores, icônicos e simbólicos. Os **indicadores** têm uma relação de causa e efeito com aquilo que significam. Ex.: Fumaça indica fogo, porque é causada por fogo. Os **icônicos**, são imagens ou desenhos daquilo que significam; os **simbólicos** são os que têm uma relação abstrata com o que significam, por exemplo: palavras (signos linguísticos); números (signos matemáticos); a Matemática e a linguagem escrita (sistemas de signos).

De acordo com Moreira (2020, p. 91), "para Vygotsky, a linguagem é o mais importante sistema de signos para o desenvolvimento cognitivo da criança, porque a libera dos vínculos contextuais imediatos". A fala é indispensável no desenvolvimento da linguagem e, dessa maneira, a emergência da fala é um marco importante no desenvolvimento cognitivo. Essa linguagem não é somente a "falada"; refere-se também à escrita e à linguagem de sinais, entre outras. Quando o sujeito "fala", houve um desenvolvimento cognitivo; um dos momentos mais relevantes nos seres humanos é quando a fala e a atividade prática convergem, quer dizer, quando são expressadas.

Segundo Vygotsky (1984, p. 31), “a linguagem tanto expressa o pensamento da criança como age como organizadora desse pensamento”. No entanto, Moreira (2022) esclarece que o desenvolvimento do pensamento e da fala são independentes, não apresentando relação clara entre os dois. Nesse contexto, o desenvolvimento da linguagem no ser humano vai da fala social (linguagem de comunicação) para a fala egocêntrica (linguagem mediadora) e para a fala interna. Na concepção *vygotskyana*, a aprendizagem consiste no acesso progressivo aos signos e sistemas de signos, isto é, na aprendizagem progressiva que chega por meios de signos e sua utilização no cotidiano. Quanto mais instrumentos e signos se aprende, mais se ampliará a gama de atividades que o indivíduo possa aprender. Nessa relação de interação, precisa haver saberes diferentes pois, se os envolvidos sabem o mesmo assunto, eles não vão negociar significados.

Moreira (2022) descreve que, no desenvolvimento cultural, toda função aparece duas vezes: primeiro em nível social (interpessoal) e depois em nível individual (intrapessoal). Todas as funções mentais superiores se formam com relações entre seres humanos. De acordo com o autor, não é preciso esperar determinadas estruturas mentais se formarem para que a aprendizagem de um contexto seja possível.

Segundo Oliveira (1993, p. 53 apud REGO, 2014, p. 67), “Piaget postula uma trajetória de dentro para fora, enquanto Vygotsky considera que o percurso é de fora para dentro do indivíduo”. Ou seja, Piaget defende que era preciso passar por todas as fases do desenvolvimento. Já Vygotsky (1998) defende que se pode ensinar seja o que for, a qualquer momento, desde que se respeite a capacidade cognitiva do aprendiz; apresenta a ideia de interação social como veículo primordial para a aquisição de signos, que são significados para os instrumentos, utilizados no sentido de interferir, participar da realidade do estudante. Assim que o estudante conseguir dar um significado para determinado conteúdo, ele adquiriu o significado do instrumento. Para que a interação aconteça, é preciso que haja pelo menos dois (ou mais) sujeitos envolvidos na formação de conceitos, com a possibilidade de trocar informações, interagir, negociar significados, com o intuito de ampliar conhecimentos.

Para negociar significados, faz-se necessário colocar um sujeito mais capaz, quer dizer, que seja mais conhecedor de um determinado assunto, e outro que queira conhecer esse determinado assunto. No entanto, nesses diálogos, a interação deve acontecer dentro da zona de desenvolvimento proximal (ZDP), definida por Vygotsky (1989, p. 97) como:

> A distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Ao estudar a aprendizagem humana, Vygotsky (1989) identificou a existência de coisas que alguém já sabe fazer sozinho, coisas que esse alguém só aprende fazer com ajuda de outro e coisas que ainda não pode aprender nem mesmo com ajuda, isto é: já sabe, pode aprender e não pode aprender. As coisas que uma pessoa sabe fazer sozinha estão dentro da zona de desenvolvimento real, são aprendizagens consolidadas; as coisas que uma pessoa não consegue fazer sozinha, mas é capaz de aprender com ajuda de outros, são saberes que se encontram dentro da ZDP, aprendizagens que estão emergindo, para as quais se precisa de alguém mais experiente. Nesse sentido, Vygotsky (1989, p. 97) afirma:

> O construto que se refere a ZDP permite vislumbrar aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão em estado embrionário. Estas funções poderiam ser chamadas de brotos ou flores do desenvolvimento em vez de frutos do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente.

Sempre que uma aprendizagem proximal passa a ser uma aprendizagem real, isso quer dizer que algo que uma pessoa só conseguia fazer com a ajuda dos outros se transformou em algo que ela já sabe fazer sozinha. Na medida em que esse ciclo vai se repetindo, a pessoa aprenderá cada vez mais a fazer algo sozinha, tornando-se mais capaz, e aquelas aprendizagens consideradas impossíveis vão se tornando possíveis, isto é, passam para a ZDP. A função do professor é ajudar o estudante a avançar e aprender coisas novas, que não conseguiria aprender sozinho, uma vez que, quanto mais ele aprende, mais se torna capaz de aprender.

Dessa forma, “para Vygotsky, o único bom ensino é aquele que está à frente do desenvolvimento cognitivo e o dirige. Analogamente, a única boa aprendizagem é aquela que está avançada em relação ao desenvolvimento” (MOREIRA, 2022, p. 95). É na ZDP que o professor precisa agir para que funcione a engrenagem na qual se passa para o desenvolvimento real, ampliando-o gradualmente.

A interação social não acontece por meio de qualquer conversa; precisa ser mediada pelo professor, valorizando o trabalho coletivo, cooperativo. A imitação e o uso de jogos são exemplos que possibilitam a criação de ZDP, pois o conhecimento vem de fora para dentro e é necessário colocar os estudantes a interagir entre eles. Para desenvolver uma ação *vygotskyana,* é preciso dispor o estudante junto com sujeitos mais capazes, inseri-los em uma ZDP, com sensatez, para que os saberes não fiquem muito distantes. O nível da ZDP dos estudantes não é homogêneo e a interação precisa promover troca de símbolos, de significados, em que um possa compartilhar com o outro os significados dos signos construídos historicamente na sua comunidade escolar.

Então, nesta pesquisa, esperamos que a implementação do LEM com materiais manipuláveis para o ensino de Função Quadrática, com recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, nas aulas de Matemática, ocorra na concepção *vygotskyana*, com a finalidade de colocar os estudantes a negociar significados, promover a participação, o envolvimento e a interação entre eles, bem como tais recursos sirvam de mediadores no processo de aquisição do conhecimento, contribuindo para sua internalização e motivação para o estudo. Esperamos que também contribuam com a apropriação de conceitos científicos e que levem o estudante para a zona de desenvolvimento real.

Por meio do estudo de Função Quadrática com o aplicativo GeoGebra, jogos, projetor multimídia, uso do LEM, entre outros, os estudantes poderão se inter-relacionar com seus colegas, com o foco no conhecimento e com o próprio professor. Estimamos que o uso de materiais manipuláveis pode favorecer a observação dos parâmetros a, b e c da função e suas características nos gráficos traçados. Entendemos que tais ações, com uso de instrumentos e signos correspondentes, precisam ser mediadas pelo professor, o qual pode intervir para a passagem de conceitos espontâneos para científicos em relação ao conteúdo estudado. Reiteramos que, nesse processo, o professor precisa ser o mediador e não o instrumento; sua função é mediar a troca de conhecimentos, para que haja a aquisição de significados. Segundo Moreira (2022), quando ocorre essa reconstrução interna, por meio da apropriação da internalização e via interação social, o indivíduo se desenvolve cognitivamente.

Para encerrar este capítulo, que trata do referencial teórico, reportamos que o presente estudo externaliza concepções que servirão de pilares para a proposta didática, de modo a criar situações de aprendizagem que favoreçam a interação entre os sujeitos envolvidos. Nesse sentido, propusemos a elaboração e aplicação de uma SD a partir da mediação proposta por Vygotsky, tendo como suporte pedagógico o LEM, além de priorizar as ferramentas e estratégias de ensino que estejam ao alcance da realidade da escola e da turma, o que descreveremos no próximo capítulo.

4 A PROPOSTA E O PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo, apresentamos o local de implementação bem como os sujeitos envolvidos na pesquisa. Ademais, detalharemos a aplicação da sequência didática, estruturada em nove encontros, que culminou em um Produto Educacional, elaborado com base em atividades desenvolvidas em sala de aula, alinhadas à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Este material ajudará a incrementar as aulas, pois oferece oportunidades para promover a aprendizagem mediada pelo LEM, fomentando sua aplicação, com debates que estimulam o intercâmbio de conhecimentos, o que pode fortalecer a interação entre os estudantes e a construção conjunta do conhecimento. A seguir, descrevemos o local de implementação da proposta e os sujeitos envolvidos.

4.1 O local de implementação e os sujeitos envolvidos

A implementação da SD por nós proposta aconteceu no Colégio Tiradentes da Polícia Militar III (CTPM III), uma instituição pública de Educação Básica da rede estadual, localizada à rua Paranavaí, 4678, Jardim Nova República, CEP: 76.876-336, no município de Ariquemes-RO. Trata-se de uma escola militarizada, comandada por oficiais do quadro administrativo da Polícia Militar (PM), tendo como diretor-geral o Tenente Francinaldo Araújo Silva, do quadro da PM, e como diretora pedagógica a professora Gediane da Conceição Pacífico Orssatto, do quadro da Secretaria Estadual de Educação.

Vale ressaltar que essa escola, pertencente à rede pública estadual de ensino, foi militarizada há seis anos, por meio do Decreto Estadual nº 21.968, de 22 de maio de 2017 (PPP, 2022, p. 9). Localiza-se no bairro Jardim Nova República, o mais populoso da cidade; apesar de periférico, o bairro é bem estruturado, visto que possui serviços essenciais, como comércios, farmácias, lotérica, consultórios, dentre outros, que atendem à população sem haver a necessidade de deslocamento para o centro da cidade. O bairro é tão populoso que costumam dizer que ele é uma cidade dentro da própria cidade de Ariquemes (CTPM III, 2022).

Anteriormente à militarização, o nome da escola era Francisco Alves Mendes Filho, criada pelo Decreto nº 4.934, de 28 de dezembro de 1990 (RONDÔNIA, 1990), e mantida pelo Governo do Estado de Rondônia. Devido ao alto índice de indisciplina, de evasão escolar e do baixo rendimento dos estudantes, além da aglomeração de jovens no entorno da escola, houve a proposta de militarizá-la (CTPM III, 2022).

A escolha por esse modelo de escola foi ancorada em dados levantados pelo 7º Batalhão da Polícia Militar de Ariquemes, a partir dos quais se observou que a escola atenderia aos objetivos propostos pelo projeto, o qual tinha intuito de somar os trabalhos da educação e da segurança pública em prol da melhoria da segurança da comunidade local, além de oportunizar uma mudança de vida aos jovens que frequentavam a referida escola, por meio de um ensino que agregasse valores e atitudes. E foi assim que se instituiu o Colégio Tiradentes da Polícia Militar III (CTPM III, 2022).

A finalidade da criação dos Colégios Militares é fortalecer o vínculo entre colégio, comunidade e polícia, desenvolvendo ações sociais voltadas para a comunidade local, melhorando o entorno das escolas, além de possibilitar aos estudantes e comunidade mais oportunidades e qualificação para a vida, além de garantir objetividade na sequência dos estudos, visando ao ingresso futuro desses jovens no mercado de trabalho.

No estado de Rondônia, a rede de Colégios Tiradentes da Polícia Militar é composta por 13 escolas, nomeadas de I a XIII, sendo duas na capital, Porto Velho, e 11 distribuídas em diferentes cidades do estado. A entidade mantenedora desses colégios é o Governo do Estado de Rondônia, por meio da gestão compartilhada entre a Secretaria de Estado da Educação e a Secretaria de Estado da Segurança, Defesa e Cidadania.

O CTPM III oferece as modalidades do Ensino Fundamental, de 6º ao 9º ano (Regular), e Ensino Médio, do 1º ao 3º ano (Regular). Também são atendidos os estudantes com necessidades educacionais especiais, tanto nas salas de aula como no Atendimento Educacional Especializado (AEE). Para a realização dos atendimentos, a escola conta com uma professora especialista e cinco cuidadoras. A sala do AEE é bem estruturada, com computadores, *notebooks*, *tablets*, impressoras, jogos didáticos e paradidáticos e ambiente de acolhimento para seu público-alvo, entre outros. Além do AEE, o espaço escolar conta com rampas de acessibilidade em todos os ambientes, pois atende estudantes que necessitam usar cadeiras de roda.

O CTPM III tem como diferencial o desenvolvimento da empatia dos estudantes para com o próximo, na tentativa de formar cidadãos éticos, críticos, respeitosos, conhecedores de seus direitos e deveres, que sejam seres sociais capazes de interagir com o outro, com o meio ambiente, com as diversidades culturais, com a tecnologia de forma consciente. Enfim, objetiva que os jovens sejam preparados para o futuro, regrados com valores educacionais e militares que levarão para a vida. As atividades no CTPM III foram iniciadas sob a égide da filosofia militar, aliadas a conhecimentos educacionais e voltadas aos anseios da comunidade a que serve, desempenhando com precisão as atividades disciplinares, civismo, esportes, cultura e intelecto (CTPM III, 2022).

A missão do CTPM III está de acordo com o seu Projeto Político Pedagógico (PPP), que é promover uma educação de excelência, com seriedade e comprometimento, vislumbrando a construção de uma sociedade mais justa, consciente, inspirada nos princípios de liberdade, igualdade e solidariedade humana, bem como na honra e na disciplina, fundamentadas no civismo, no amor à Pátria, nas leis e parâmetros que regem a educação (CTPM III, 2022). Os estudantes, em sua maioria, residem no bairro Jardim Nova República; os demais são de bairros adjacentes. Dentre o total de estudantes, apenas 12 são filhos de militares; por lei, são destinados 2% do total de vagas para filhos de militares, porém a maioria desses estudantes se inscrevem por meio de edital e concorrem normalmente às vagas ofertadas. Há 24 estudantes que frequentam (matriculados) a sala de AEE no contraturno, com as seguintes deficiências: mental, motora, múltipla, intelectual, baixa visão, transtornos globais do desenvolvimento (TEA). São atendidos pela equipe técnica pedagógica 28 estudantes que apresentam laudos com transtornos TDAH, Déficit de atenção, hiperatividade e dificuldade de aprendizagem.

Atualmente, CTPM III dispõe de 15 salas de aula e atende a aproximadamente 812 estudantes, do 6º ano do Ensino Fundamental II ao 3º ano do Ensino Médio, somando 28 turmas, nos turnos matutino e vespertino. A comunidade escolar é bem heterogênea e os perfis dos estudantes são diversos, o que torna o processo educativo desafiador, uma vez que se apresentam várias realidades no que se refere ao social e ao econômico. O corpo de docentes é formado por 27 professores. A estrutura física da escola é relativamente adequada às suas necessidades; dispõe de auditório com equipamentos de projeção, rede *wi-fi*, laboratório de Informática (LI) com 20 computadores para uso dos estudantes, LEM (em construção), sala de AEE, quadra poliesportiva coberta, biblioteca, refeitório, uma pequena praça no pátio e sala de planejamento dos professores.

A instituição possui uma equipe chamada de Corpo de Alunos (CA), o qual é composto por policiais militares (monitores) e tem como função auxiliar no desenvolvimento do estudante, principalmente no que diz respeito à disciplina, sinais de respeito e civismo, fazendo com que desenvolvam os princípios da ética, da moral e dos bons costumes. O Serviço de Orientação Escolar (SOE) desenvolve o trabalho em conjunto com o CA. As duas equipes são responsáveis pela disciplina e pelo acompanhamento dos estudantes.

Quanto à avaliação, o colégio tem como base o processo de avaliar contínuo e cumulativo, considerando-se que o ato de ensinar e de aprender está relacionado a realizações de mudanças e aquisições de comportamento, tanto motores, cognitivos, quanto afetivos e sociais (CTPM III, 2022).

O componente curricular de Matemática, no 9º ano do Ensino Fundamental, está estruturado em cinco aulas semanais de 50 minutos cada. Para este estudo, dentre os objetos do conhecimento programático do 9º ano, selecionamos ‘Função Quadrática’, pois são muitas as dificuldades a serem superadas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente no momento atual, pós-pandemia COVID-19, em que é perceptível a dificuldade dos estudantes agravada pelo distanciamento da sala de aula presencial.

Por um período de quase dois anos, a escola precisou adequar-se à modalidade *on-line*, porém foi um fracasso, pois a maioria dos estudantes não tinha acesso à *internet* em casa nem computadores e, muitas vezes, a família tinha um único aparelho celular para dois, três ou mais filhos assistirem às aulas *on-line*. O que foi possível trabalhar no período pandêmico foram aulas assíncronas e impressas. Dentre as muitas as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, evidenciam-se os conceitos que envolvem funções quadráticas, que são de extrema importância para o estudante ao longo do Ensino Médio, pela utilização interdisciplinar nas aulas de Física, Química e Biologia, como também a aplicabilidade no cotidiano.

A turma de 9º ano C foi escolhida pelo fato sermos professora titular dessa turma, que é composta por 26 estudantes (14 meninas e 12 meninos), com faixa etária entre 14 e 16 anos. Dentre as características dos estudantes dessa turma, destacamos: o interesse pelo aprendizado, são participativos e comprometidos com as atividades propostas, há um bom relacionamento entre eles, o que favorece a interação proposta pela teoria de Vygotsky. A seleção da turma para a aplicação da SD decorre do fato de o tema “Função Quadrática” fazer parte do currículo do 9º ano. A SD foi desenvolvida de forma presencial, no horário das aulas de Matemática, no decorrer de 25 aulas, uma média de cinco semanas.

A seguir, apresentamos o cronograma de implementação das atividades propostas, os conteúdos abordados, recursos didáticos, quantidade de aulas e a descrição detalhada de cada encontro aplicado.

4.2 Cronograma de implementação

Neste tópico, apresentamos o cronograma de implementação da proposta e a descrição das atividades desenvolvidas em cada um dos encontros. O Quadro 3 apresenta o cronograma de aplicação da SD, contendo a data de cada encontro, o número de aulas (50 minutos cada uma) e as atividades desenvolvidas:

Quadro 3 - Cronograma de aplicação da sequência didática

	Conteúdos	Atividades realizadas	Recursos didáticos	Data/nº de aulas
1º encontro	A ideia de função Relação x e y	- Apresentação da proposta de trabalho. - Situações-problema diferentes para discussão em grupo. - Socialização com toda a turma das atividades realizadas em grupos; - Definição do conceito de função.	Projetor multimídia, vídeo, lousa, pincel, material impresso.	08/05/23 2 aulas 09/05/23 2 aulas
2º encontro	Plano cartesiano Par ordenado Quadrantes	- Atividades com materiais manipuláveis. - Construção do conceito de par ordenado. - Identificação dos quadrantes. - Registro, na folha quadriculada, do plano cartesiano e dos pontos localizados.	E.V.A.; isopor; alfinetes, material impresso.	10/05/23 1 aula 15/05/23 2 aulas
3º encontro	Parábola: uma representação prática	- Atividade experimental, arremesso de bolinha de papel, um toque de bola de futebol, pular corda, saque em uma partida de vôlei, lançamento de um minifoguete. - Registro da trajetória observada no experimento por meio de fotos, vídeos, entre outros. - Discussão das respostas em grupo.	Bolinhas de papel; bola de futebol; trena; celular; corda, bola de voleibol e caderno.	16/05/23 2 aulas
4º encontro	Curvas presentes no cotidiano: Parábola e Catenária	- Análise das imagens com formato de parábola. - Atividade a partir das imagens apresentadas. - Debate e troca de experiências com a turma. -Conhecendo a catenária.	Projetor multimídia, corrente, corda, lousa e pincel.	17/05/23 1 aula 22/05/23 2 aulas
5º encontro	Definição algébrica da Função Quadrática	- Contextualização do conteúdo. - Representação da parábola no plano cartesiano; - Definição da Função Quadrática.	Projetor multimídia, folha de papel quadriculado, lousa e pincel.	23/05/23 2 aulas
6º encontro	Vértice, eixo de simetria, intervalo crescente e decrescente	- Explorando o vértice da parábola, o eixo de simetria, ponto de máximo ou ponto de mínimo, intervalo de crescimento e decrescimento, por meio de dobradura. - Discussão das respostas em grupo.	Projetor multimídia, folha de papel quadriculado, lousa e pincel.	24/05/23 1 aula
7º encontro	Gráfico da Função Quadrática no plano cartesiano manipulável	- Atividade prática em grupo, gráfico. - Construção de um gráfico da Função Quadrática. - Reconstrução do gráfico no papel quadriculado. - Debate e troca de experiências sobre as diferentes formas de gráficos. - Destaque dos pontos máximo ou mínimo e dos intervalos crescente e decrescente.	E.V.A.; isopor; alfinete; barbante e caderno.	29/05/23 2 aulas

8º encontro	Gráfico da Função Quadrática e os parâmetros a, b, c e as concavidades no *software* GeoGebra	- Exploração dos efeitos dos parâmetros *a, b, c* na parábola por meio de roteiros de atividades. - Esquema, na lousa, da relação entre as características da parábola e os parâmetros *a, b, c*. - Aperfeiçoamento da construção de gráficos da Função Quadrática por meio de atividades.	Projetor multimídia, computadores; software; lousa e pincel, material impresso.	30/05/23 1 aula 30/05/23 1 aula
9º encontro	Aplicabilidade da Função Quadrática	- Verificação da compreensão dos conteúdos abordados, por meio de lista de atividades escrita, jogos digitais nas plataformas *Wordwall* e *Kahoot* e um jogo chamado 'Torta na cara'.	Projetor multimídia, computadores, material impresso.	31/05/23 2 aulas 05/06/23 2 aulas 05/06/23 2 aulas

Fonte: A autora, 2023.

4.3 Descrição dos encontros

Nesta seção, descrevemos as atividades realizadas em cada encontro, as quais constituem a SD apresentada no Produto Educacional (PE). Para isso, utilizamos como referencial teórico a concepção vygotskyana, visto que busca promover a interação como possibilidade de trocas e de construção do conhecimento, assim como valorizar o contexto social no processo de aprendizagem dos estudantes.

Destacamos que a aplicação da SD seguiu o cronograma das atividades letivas e o objeto do conhecimento abordado faz parte de nosso plano de trabalho, enquanto professora/pesquisadora. Ao longo das aulas, houve interrupções que fazem parte do cotidiano da escola, como a saída dos estudantes para a merenda, interrupção para a transmissão de recados, entre outras situações.

4.3.1 Primeiro encontro

O primeiro encontro, com duração de quatro aulas, teve como objetivo apresentar a proposta de trabalho aos estudantes com o tema 'Função Quadrática'.

Iniciamos a primeira etapa com a explanação sobre a metodologia de trabalho adotada para a implementação da SD, uma breve explicação sobre a Teoria de Mediação de Vygotsky e como se daria a realização das atividades, assim como o conteúdo a ser abordado, evidenciando sua correspondência com o plano de ensino da disciplina. Ressaltamos a importância da participação, comprometimento e assiduidade dos estudantes para a construção do seu conhecimento. Em seguida, os estudantes receberam o Termo de Livre Consentimento

(APÊNCICE A), para que fosse assinado pelos pais e/ou responsáveis, sendo orientados a trazê-lo na aula seguinte.

Após a apresentação da proposta, realizamos a dinâmica ‘Encontre o par’ (ver recursos necessários para a dinâmica; fichas impressas disponíveis no APÊNDICE B). Os estudantes se sentaram em círculo de forma a se conseguir ver todos. Nas costas de cada estudante, colamos (com uma fita) uma ficha sem que o mesmo pudesse ler o que estava escrito. Após colar a ficha em todos, orientamos que encontrassem o seu par (a resposta correta forma o par). Por exemplo:

Quadro 4 - Exemplo da ficha “Encontre o par”

Estudante 1	Estudante 2
O ponto é representado por?	P (x , y)

Fonte: A autora, 2023.

Os estudantes que encontrarem seu par devem voltar juntos e se sentar no círculo novamente (um ao lado do outro). No início, os estudantes acharam impossível encontrar seu par, visto que não sabiam o que estava escrito nas suas costas. Ao longo da dinâmica, perceberam que necessitavam da ajuda de outro colega para ler o que estava escrito na ficha colada em suas costas, para que pudessem procurar o seu par. Com isso, rapidamente, todos encontraram seus pares. Nesse instante, evidenciamos que, num primeiro momento, a Matemática pode parecer difícil como a dinâmica; no entanto, com ajuda de outro colega, todos conseguiram encontrar a solução. Ao longo da SD não é diferente; muitas vezes é preciso a ajuda de um colega, o que é essencial para a construção do conhecimento, como aconteceu na dinâmica. A Figura 2, abaixo, traz registros da aplicação da dinâmica “Encontre o par’:

Figura 2 - Dinâmica ‘Encontre o par’

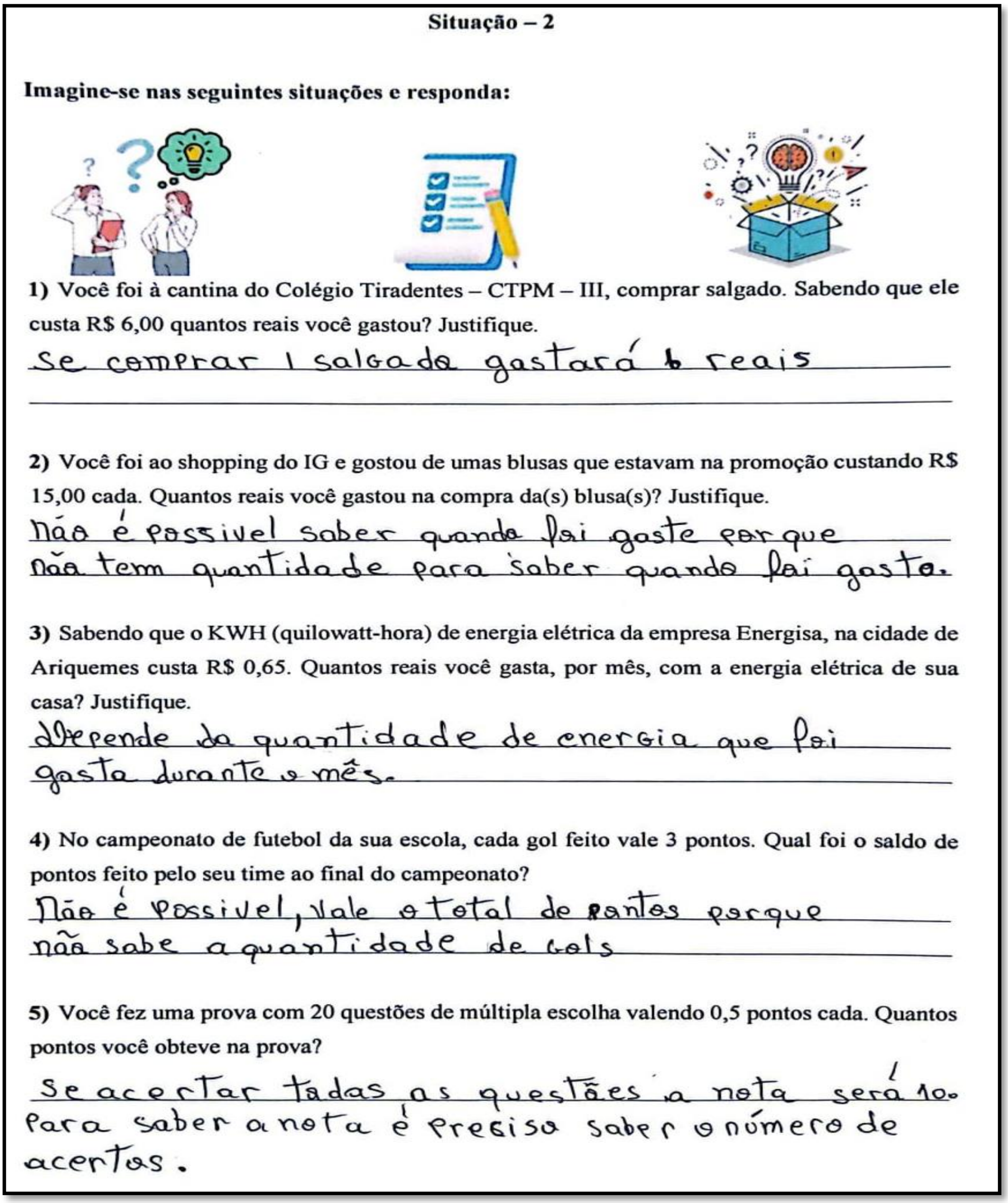
Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Na segunda etapa, com o intuito de construir a relação de dependência das variáveis x e y em uma função, propusemos uma atividade em grupo (quatro grupos compostos de quatro estudantes e dois grupos com cinco estudantes); cada grupo recebeu uma “situação-problema do cotidiano” distinta, envolvendo a relação de dependência entre dois conjuntos (atividades disponíveis no APÊNDICE C). Tais situações são trabalhadas sem que as quantidades sejam estipuladas, tendo o intuito de começar a construir no estudante a ideia de generalidade, colaborando com a aprendizagem da Lei de Dependência ou Lei da Função.

Durante a realização da atividade, fomos surpreendidas ao passar pelos grupos e observar os questionamentos entre os estudantes: “*Como vou saber responder se não tem a quantidade vendida do produto?”; “Impossível fazer este cálculo!”.* Então, orientamos que eles discutissem entre si e escrevessem as respostas; caso não chegassem a um comum acordo com a resposta, poderiam escrever mais de uma resposta para a mesma questão. No entanto, todos os grupos deram somente uma resposta para cada questão proposta. Os estudantes perceberam a ideia de dependência a partir do diálogo entre eles, no decorrer da realização da atividade; todas as respostas foram discutidas dentro desse raciocínio.

Na continuidade, introduzimos um momento de socialização com a turma, no qual os estudantes propuseram a projeção das imagens da atividade realizada por cada grupo no *datashow*. Dessa maneira, eles puderam compartilhar suas abordagens, comentar suas soluções e examinar tanto os questionamentos quanto às respostas advindas dos demais grupos, todas elas dotadas de distintas perspectivas. Esse momento se revelou como um ponto crucial de intercâmbio dialógico entre os estudantes. A Figura 3 apresenta uma das atividades de situações-problema:

Figura 3 - Uma das atividades de situações-problema



Situação – 2

Imagine-se nas seguintes situações e responda:

1) Você foi à cantina do Colégio Tiradentes – CTPM – III, comprar salgado. Sabendo que ele custa R$ 6,00 quantos reais você gastou? Justifique.

Se comprar 1 salgado gastará 6 reais

2) Você foi ao shopping do IG e gostou de umas blusas que estavam na promoção custando R$ 15,00 cada. Quantos reais você gastou na compra da(s) blusa(s)? Justifique.

Não é possível saber quando foi gaste porque não tem quantidade para saber quando foi gasto.

3) Sabendo que o KWH (quilowatt-hora) de energia elétrica da empresa Energisa, na cidade de Ariquemes custa R$ 0,65. Quantos reais você gasta, por mês, com a energia elétrica de sua casa? Justifique.

depende da quantidade de energia que foi gasta durante o mês.

4) No campeonato de futebol da sua escola, cada gol feito vale 3 pontos. Qual foi o saldo de pontos feito pelo seu time ao final do campeonato?

Não é possível, vale o total de pontos porque não sabe a quantidade de gols

5) Você fez uma prova com 20 questões de múltipla escolha valendo 0,5 pontos cada. Quantos pontos você obteve na prova?

Se acertar todas as questões a nota será 10. Para saber a nota é preciso saber o número de acertos.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Ao término dessa etapa, intervimos na discussão com mediação, utilizando como alicerce as questões previamente abordadas nos grupos. Além disso, introduzimos novos questionamentos originados a partir do próprio debate, fomentando a compreensão e a delimitação do conceito de funções. Essa abordagem de mediação deu forma a um ambiente propício para a construção colaborativa do conhecimento, em consonância com as premissas da teoria de Vygotsky. Na sequência, os conhecimentos explorados na atividade relacionada a situações-problema foram sistematizados de maneira convencional, ou seja, o conteúdo foi explicado oralmente e os principais conceitos abordados foram esquematizados na lousa. Destacamos que:

Ao trabalhar com o conceito de função, é necessário apontar sua definição, assim como as definições dos elementos que a acompanham. O professor Elon Lages de Lima afirma que "uma função consta três ingredientes: domínio, contradomínio e lei de correspondência x → $f(x)$. Mesmo quando dizemos simplesmente 'a função f', ficam subentendidos seu domínio X e seu contradomínio Y e sem que eles sejam especificados, não existe a função" (LIMA, 2013, p. 37).

Uma função é uma regra que liga cada elemento de um conjunto (geralmente é representado pela variável x) e um elemento de outro conjunto (representado pela variável y). Podemos determinar o valor de y para cada valor de x; então, dizemos que "y é uma função de x". Ou seja, uma função é a relação de um conjunto não vazio com outro conjunto não vazio, em que cada elemento do primeiro conjunto se refere a um elemento do outro conjunto. Lima (2013) busca conceituar função destacando que:

> Dados os conjuntos X, Y, uma função f: X → Y (lê-se "uma função de X em Y ") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in$ X um elemento y = $f(x) \in$ Y (leia-se "y igual a f de x"). O conjunto X chama-se o domínio e Y é o contra-domínio da função, f. Para cada $x \in$ X, o elemento $f(x)$∈ Y chama-se a imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f transforma (ou leva) x em $f(x)$ (LIMA, 2013, p. 36).

De forma geral, uma função pode ser expressa por meio de uma Lei de Correspondência, que sempre associa os elementos de dois conjuntos, sendo um deles o domínio e o outro o contradomínio; o contradomínio contém a imagem da função que é encontrada pela aplicação da Lei de Correspondência sobre os elementos do domínio. No entanto, o conceito de função vai além disso; duas especificidades devem ser rigorosamente atendidas: todos os elementos "x" do conjunto domínio devem obrigatoriamente ser utilizados na função e todos os elementos "x" do conjunto domínio deve estar relacionados exclusivamente com um elemento "y" do contradomínio, que será sua imagem; logo, deve possuir uma única imagem no contradomínio. Nesse sentido, Lima (2006) enfatiza que uma função deve estar sujeita às seguintes condições:

> A natureza da regra que ensina como se obter $f(x)$ quando é dado x é inteiramente arbitrária, sendo sujeita apenas a duas condições:

> a) Não deve haver exceções: a fim de que a função f tenha o conjunto X como domínio, a regra deve fornecer $f(x)$, seja qual for $x \in$ X dado.
> b) Não pode haver ambiguidades: a cada $x \in$ X, a regra deve fazer corresponder a um único $f(x)$ em Y (LIMA, 2013, p. 38).

A lei de correspondência a ser utilizada para estabelecer a relação de função entre valores do domínio e do contradomínio é sempre uma expressão algébrica envolvendo duas variáveis; as usuais são "x" e "y" ou "x" e $f(x)$, uma vez que consideramos $y = f(x)$.

Por fim, é importante destacar que a atividade permitiu evidenciar a presença de conhecimentos em relação ao tema discutido. Nesse sentido, percebemos que a maioria dos estudantes sabe a relação de dependência das variáveis x e y em uma função. Essa conexão entre as variáveis é essencial para entender a aplicabilidade da função em diversas áreas.

4.3.2 Segundo encontro

Por meio da interação com o LEM, o segundo encontro ocorreu com duração de três aulas, com o objetivo de retomar conceitos sobre o plano cartesiano, tais como:

O que é par ordenado e plano cartesiano.

Diferenciar o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.

Localizar e marcar pares ordenados em um plano cartesiano.

Relembrar e identificar os quadrantes.

O plano cartesiano manipulável utilizado nessa atividade foi feito em E.V.A., no formato de um quadrado medindo 40 cm de lado, colado no isopor de espessura 2,5 cm, mantendo a distância de 2 cm entre os números do plano cartesiano, o que facilita a localização dos pontos. Para marcar os pontos no plano cartesiano manipulável, utilizamos alfinete de "cabeça" colorida, com fácil perfuração.

Para a realização da atividade, a turma foi dividida em dupla, totalizando 13 duplas, para que houvesse interação e colaboração entre os estudantes; tal abordagem encontra respaldo na Teoria da Mediação de Vygotsky, segundo a qual o processo de aprendizagem é profundamente influenciado pelo ambiente social e pelas emoções compartilhadas com os outros. Ao realizar tarefas em parceria, os estudantes não apenas desenvolvem conhecimentos e perspectivas diferentes, mas também têm a oportunidade de desenvolver suas habilidades cognitivas de maneira mais completa. Nesse contexto, o diálogo entre os colegas atua como um instrumento de mediação, proporcionando que internalizem conceitos complexos ao explicarem uns aos outros, desenvolvam suas habilidades de raciocínio oferecendo *insights* que levam a uma compreensão mais profunda do conteúdo.

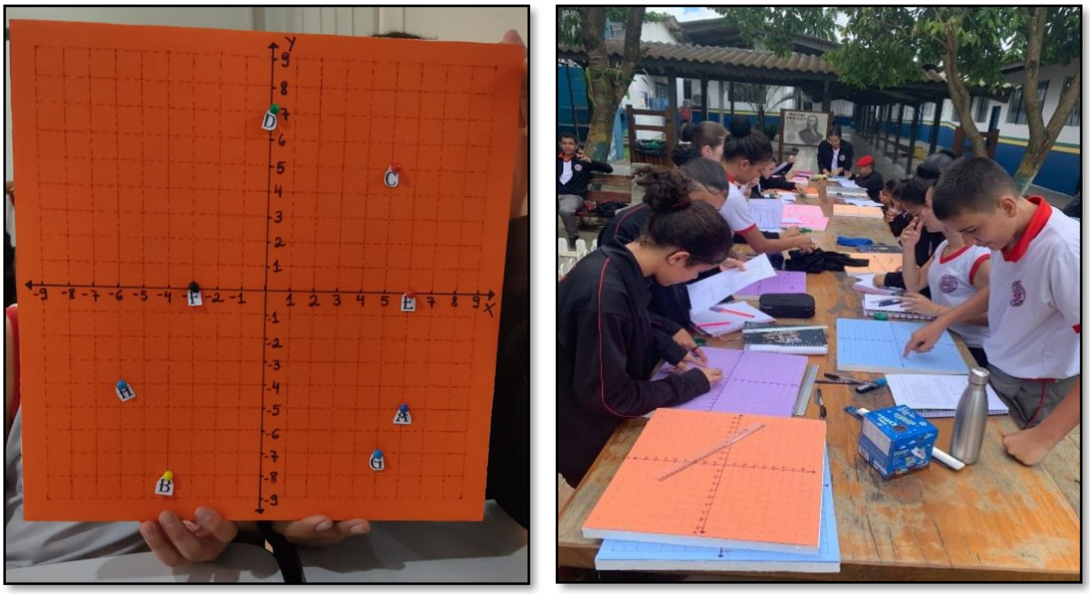
Após a divisão dos estudantes em dupla, foi entregue para cada estudante o plano cartesiano manipulável e os alfinetes, juntamente com a folha da atividade proposta (APÊNDICE D), na qual fornecemos as coordenadas dos pontos, para que os estudantes pudessem construir o conceito de par ordenado P (x, y) de forma intuitiva. Para marcação dos pontos no plano cartesiano manipulável, de acordo com as instruções fornecidas (eixo x e y), sempre partindo da origem, cada dupla recebeu orientações que formavam pontos distintos, para que os registrassem primeiro no plano cartesiano manipulável.

As instruções para a atividade foram: Localize os pontos no plano cartesiano manipulável e logo após registre na folha quadriculada:

- ✓ Ponto A: Seis unidades para a direita e cinco unidades para baixo.
- ✓ Ponto B: Quatro unidades para a esquerda e oito unidades para baixo.
- ✓ Ponto C: Cinco unidades para a direita cinco unidades para cima.
- ✓ Ponto D: Nenhuma unidade no eixo horizontal e sete unidades para cima.
- ✓ Ponto E: Seis unidades para a direita e nenhuma unidade no eixo vertical.
- ✓ Ponto F: Três unidades para a esquerda e nenhuma unidade no eixo vertical.
- ✓ Ponto G: Cinco unidades para a direita e sete unidades para baixo.
- ✓ Ponto H: Seis unidades para a esquerda e quatro unidades para baixo.

A Figura 4 traz registros desses momentos:

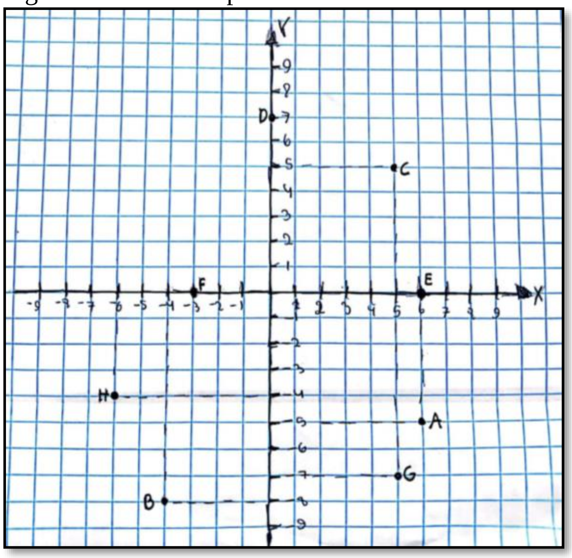
Figura 4 - Atividade no plano cartesiano manipulável



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Após registrarem os pontos no plano cartesiano manipulável, orientamos os estudantes a traçarem o plano cartesiano no papel quadriculado, marcando os mesmos pontos localizados no plano cartesiano manipulável, conforme exemplificado na Figura 5:

Figura 5 - Pontos no plano cartesiano



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

A atividade proposta também trabalhou com a identificação dos quadrantes no plano cartesiano, sinais dos quadrantes, I quadrante (+ , +); II quadrante (- , +); III quadrante (- , -) e IV quadrante (+ , -); a partir do ponto, identificar em qual quadrante esse ponto se encontra.

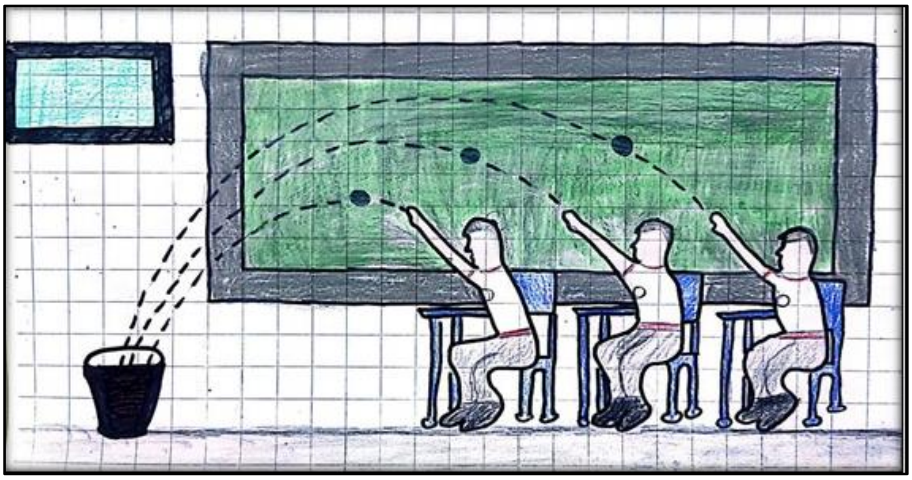
Para encerrar o encontro de forma produtiva, promovemos um momento enriquecedor de intercâmbio de conhecimentos. Durante esse momento, cada dupla participante trocou suas folhas de atividades com outra dupla, para uma revisão conjunta. Foi interessante notar que os pontos assinalados por cada dupla eram distintos, o que despertou uma intrigante curiosidade entre os participantes. Com olhares atentos, eles verificaram a precisão do posicionamento dos pontos. Sempre que surgiam dúvidas sobre as questões, buscamos fornecer esclarecimentos.

4.3.3 Terceiro encontro

O terceiro encontro foi desenvolvido ao longo de duas aulas; a princípio, a turma foi dividida em cinco grupos, para realizar a atividade experimental "Descrevendo a trajetória", com objetivo de observar a trajetória formada pela manipulação do objeto utilizado no experimento. Cada grupo realizou uma atividade diferente; todos os experimentos foram fotografados e filmados, para facilitar a observação da trajetória. As atividades foram:

Arremesso de bolinhas de papel amassado, para registrar a trajetória formada pela jogada (Figura 6):

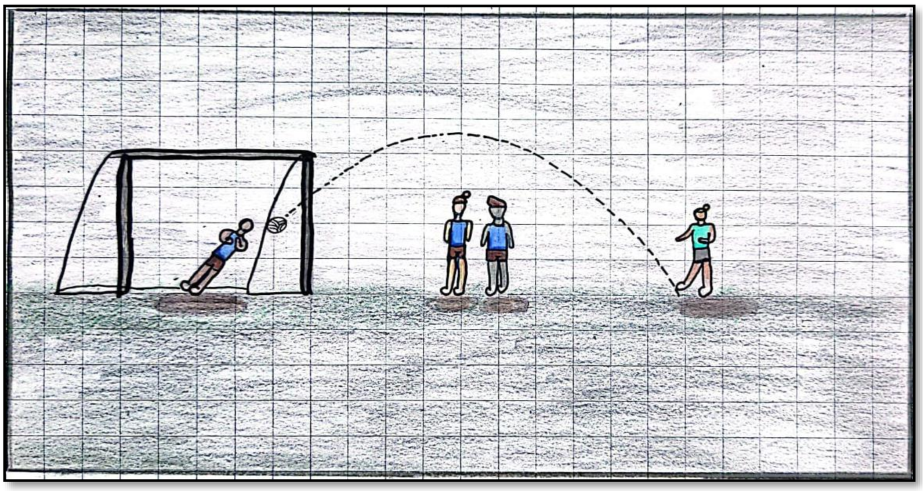
Figura 6 - Arremesso de bolinhas de papel



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

1) Um toque de bola de futebol, com objetivo de produzir uma parábola, medindo a distância da trajetória da bola (Figura 7):

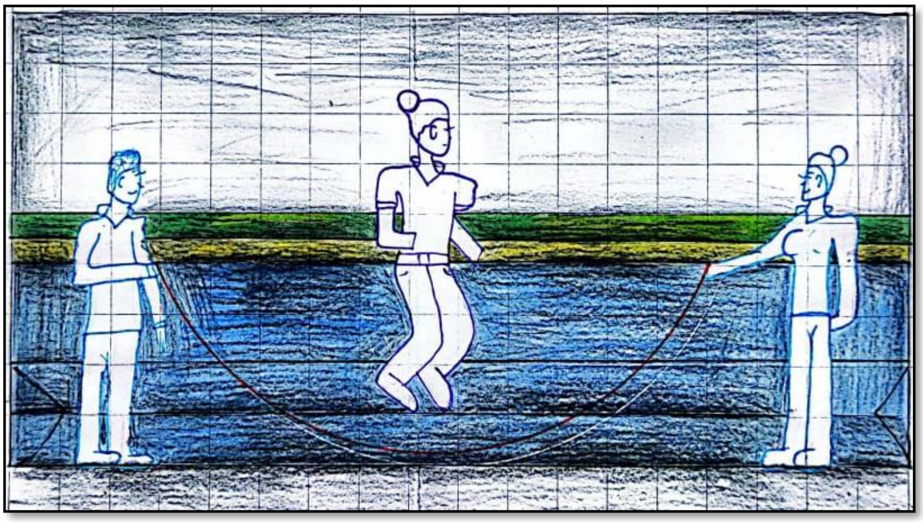
Figura 7- Chute ao gol



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

2) Pular corda, registrando a medida da corda e a distância entre as duas pessoas (Figura 8):

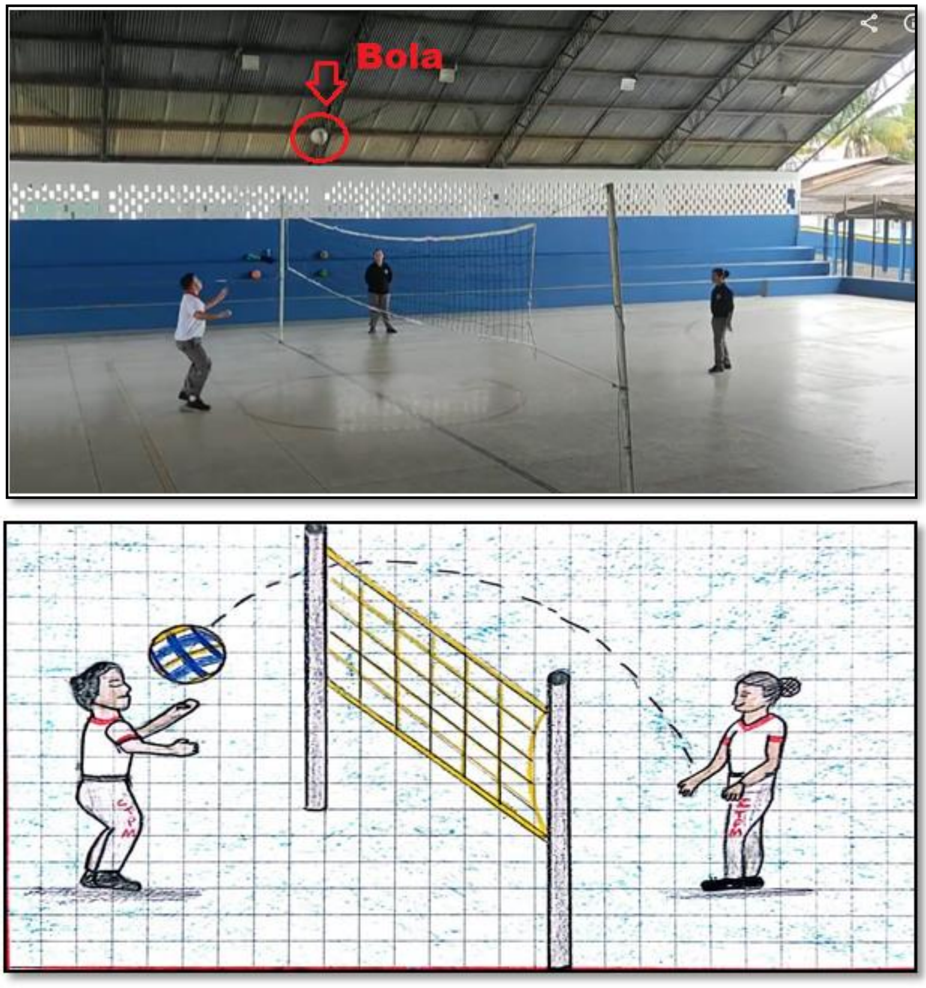
Figura 8 - Pulando corda



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

3) Saque em uma partida de vôlei para medir o tamanho da quadra e a distância que a bola tocou o solo (Figura 9):

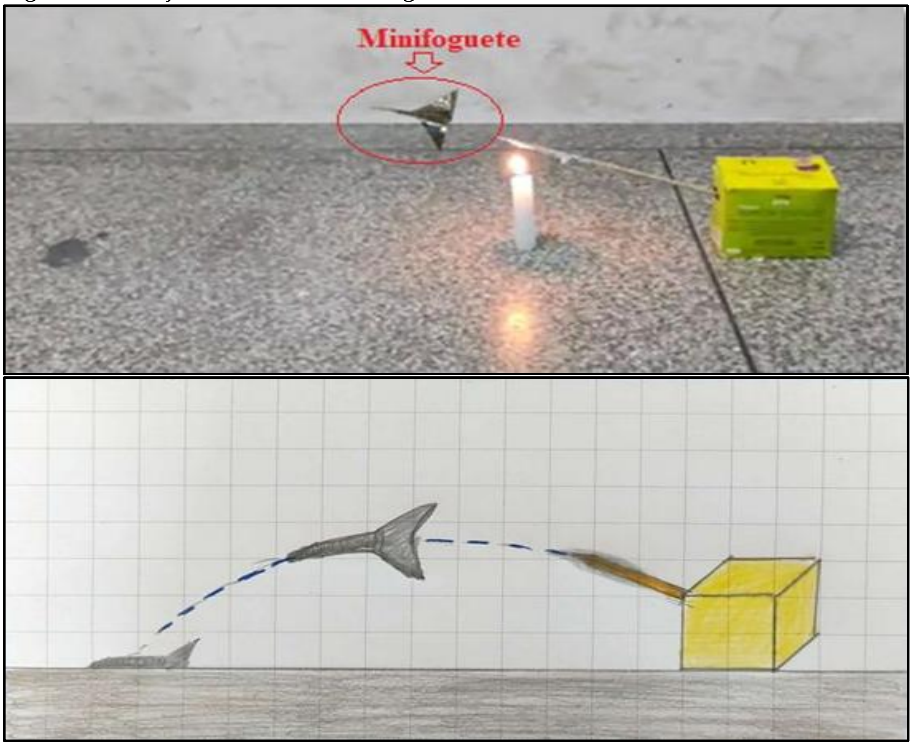
Figura 9- Saque no jogo de vôlei



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

4) Lançamento de um minifoguete (confeccionados pelos estudantes), seguindo orientação do professor (Figura 10):

Figura 10- Lançamento de um minifoguete



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Durante os experimentos, cada grupo utilizou papel quadriculado para fazer o desenho da curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e fotos realizadas por cada grupo.

Após o registro em fotos, vídeos e o desenho no papel quadriculado, propusemos aos estudantes um momento para compartilharem suas percepções no grande grupo, por meio do projetor multimídia, utilizando as imagens e o vídeos do experimento, com intuito de evidenciar a variação do formato das curvas. Assim, realizaram troca de experiências com seus colegas e socializaram seus registros, ocasião em que ficamos sempre atentas para esclarecer dúvidas ou respostas equivocadas, ampliando a informação de que as curvas identificadas nas atividades são denominadas ‘parábola’.

4.3.4 Quarto encontro

O quarto encontro, com a duração de três aulas, teve como objetivo contextualizar a parábola no cotidiano dos estudantes, começando por apresentar-lhes um conjunto de imagens (algumas das quais regionais) impressas em papel foto; optamos por material impresso, com vistas a constituir o acervo do LEM. As imagens apresentam curvas que se assemelham a uma parábola, isto é, o gráfico de uma Função Quadrática. Essa abordagem incluiu uma análise minuciosa das referidas curvas em diversos contextos, englobando campos como arquitetura, engenharia, características naturais, profissões, culturas e esportes, entre outros âmbitos. Na Figura 11, temos algumas das imagens utilizadas na atividade:

Figura 11 - Curvas presentes no cotidiano

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Solicitamos que os estudantes identificassem os elementos comuns presentes nas imagens, a fim de promover uma compreensão mais aprofundada. Para a análise das imagens, procedemos da seguinte forma: distribuímos várias imagens sobre a mesa da “pracinha Tiradentes”, ambiente externo da sala de aula, composto por uma mesa grande e bancos ao ar livre, configurando-se, assim, um tipo de LEM, o qual, segundo Lorenzato (2012), é um espaço onde os estudantes têm a oportunidade de explorar a Matemática por meio de atividades práticas, desenvolvendo compreensão, significado e habilidades de maneira mais eficaz e envolvente.

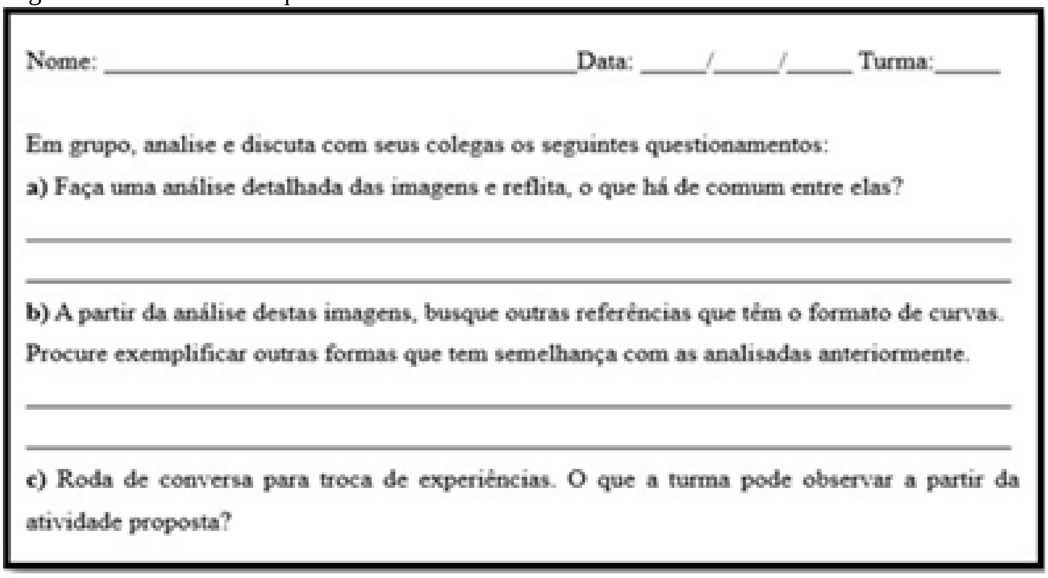
Os estudantes observaram, manusearam as imagens (Figura 12, a seguir) e ficaram encantados com tanta variedade da aplicabilidade das curvas. Uma aluna compartilhou uma observação significativa, mencionando que agora ela olharia para as estruturas ao seu redor com uma perspectiva diferente, procurando as curvas em sua aplicabilidade cotidiana.

Figura 12 - Observação das imagens

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Após, os estudantes formaram duplas para responder a uma atividade (APÊNDICE E), discutindo suas percepções com o colega antes de elaborar suas respostas (Figura 13).

Figura 13 - Atividade do quarto encontro



Nome: ______________________________________Data: _____/_____/_____ Turma:_____

Em grupo, analise e discuta com seus colegas os seguintes questionamentos:

a) Faça uma análise detalhada das imagens e reflita, o que há de comum entre elas?

____

____

b) A partir da análise destas imagens, busque outras referências que têm o formato de curvas. Procure exemplificar outras formas que tem semelhança com as analisadas anteriormente.

____

____

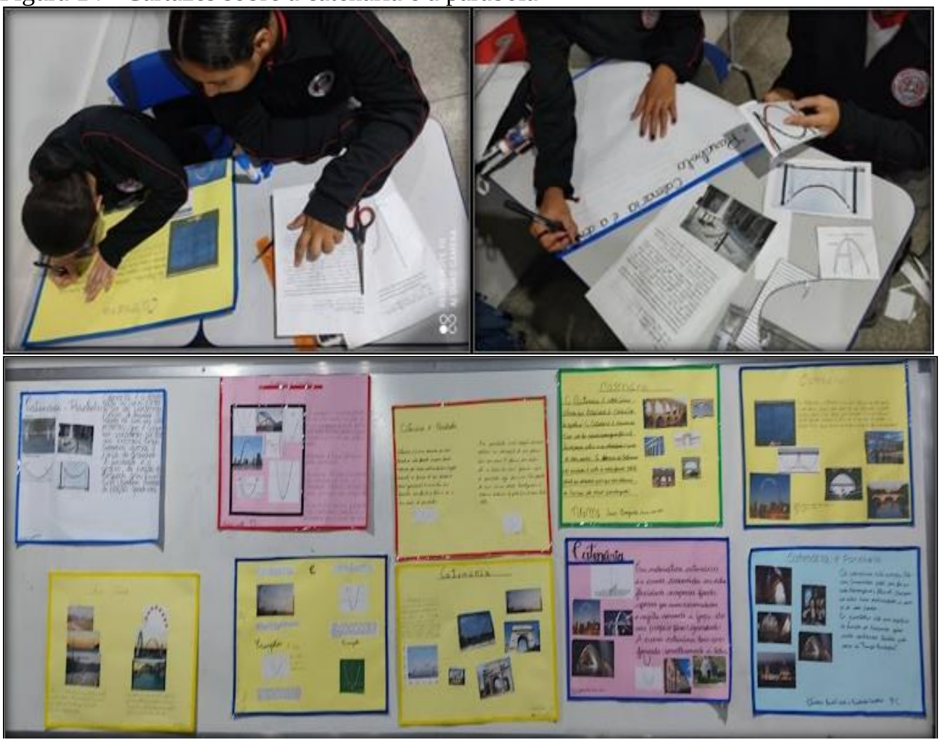
c) Roda de conversa para troca de experiências. O que a turma pode observar a partir da atividade proposta?

Fonte: A autora, 2023.

Depois de recolher a atividade, proporcionamos um momento para cada dupla compartilhar suas percepções, suas experiências e socializar suas respostas. Isso permitiu não apenas a revisão de seus conhecimentos e a retificação de dúvidas ou respostas incorretas, mas também a ampliação do conjunto de informações, pois concluíram que tais curvas se chamam parábolas. Essa prática possibilita a conexão da parábola com situações do cotidiano.

Nem todas as curvas exploradas nas atividades anteriores são parábolas. Algumas são catenária. Seguindo com as mesmas duplas, propusemos a realização de uma pesquisa sobre as características distintivas de uma catenária com a curvatura de uma parábola; cada dupla deveria confeccionar cartazes para socializar as pesquisas. A pesquisa se deu no Laboratório de Informática (LI) da escola, após as devidas orientações. Algumas dúvidas surgiram e foram prontamente sanadas. Os estudantes anotaram os tópicos pesquisados e salvaram imagens relacionadas ao assunto, as quais nos foram repassadas para impressão. Após a coleta de informações, as duplas confeccionaram cartazes contendo exemplos de catenária e de parábola, relatando algumas diferenças entre elas. A Figura 14 traz alguns registros dessa atividade:

Figura 14 - Cartazes sobre a catenária e a parábola



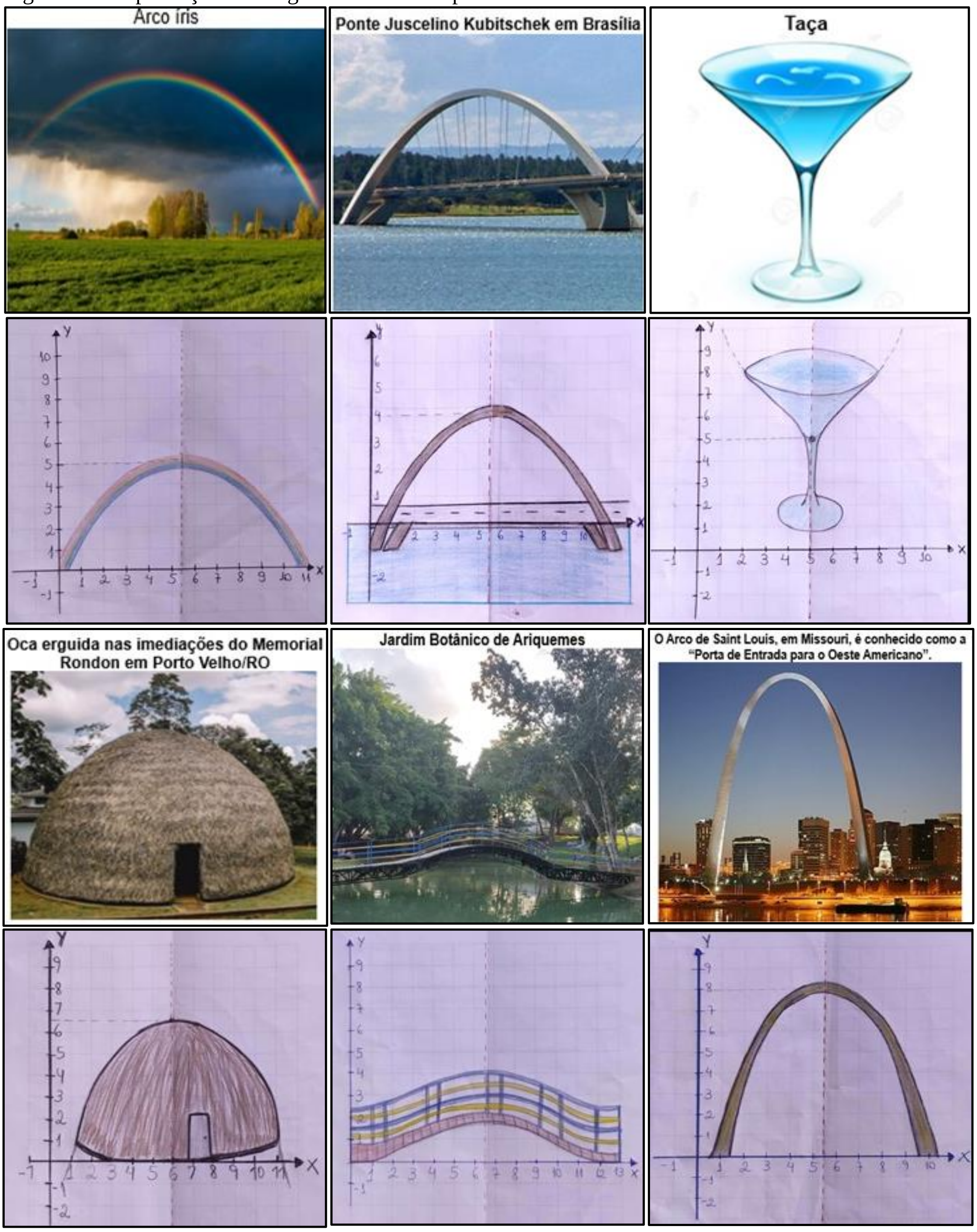
Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Por fim, organizamos um momento de apresentação dialogada, de modo que os estudantes que já haviam internalizado os conceitos compartilhassem com os colegas que ainda estavam no processo de construção desses saberes. Os cartazes foram expostos no LEM, uma vez que a escola proíbe colar cartazes nas paredes das salas de aula.

4.3.5 Quinto encontro

O quinto encontro, com duração de duas aulas, teve a finalidade de definir uma Função Quadrática. Seguindo com as mesmas duplas da aula anterior, propusemos que escolhessem uma imagem (foto) que mostra a curvatura de uma parábola (conjunto de imagens utilizadas no encontro anterior), como demonstra a Figura 15, a seguir:

Figura 15 - Reprodução da imagem escolhida no plano cartesiano



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Após a escolha da imagem, todas as duplas receberam a folha de atividade (APÊNDICE F), que orienta construir o plano cartesiano no local quadriculado e, em seguida, no primeiro quadrante, reproduzir o traçado da curva apresentada na imagem escolhida o mais semelhante possível. Explicamos que as medidas utilizadas não são reais, mas é preciso atentar para importância de representar a curva o mais semelhante possível, buscando "encaixá-la" no plano cartesiano. A disposição da imagem no plano norteará para a responder os questionamentos seguintes.

Para avançar, cada dupla nos apresentou o traçado que reproduziu; na sequência, deveriam analisar e discutir sobre alguns questionamentos referentes à imagem, tais como:

A parábola traçada toca o eixo do x em quantos pontos?

Se tocou no eixo x, quais as coordenadas desses pontos?

Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x tem algo em comum. O que esses pontos têm em comum?

Esses pares ordenados recebem um nome específico, qual seria esse nome?

Quais as coordenadas do ponto mais alto ou mais baixo da curva desenhada?

Que nome recebe esse par ordenado?

Após responderem os questionamentos da atividade, iniciamos o momento de discussões das respostas; participamos da discussão com o intuito de estimular novos questionamentos, para que os estudantes chegassem à resposta correta de forma intuitiva. O que chamou a atenção da turma é que apenas a imagem de uma dupla ficou com a curvatura da parábola voltada para cima e não tocava no eixo x mesmo prolongando a lateral da imagem (imagem de uma taça), uma vez que a maioria dos estudantes conseguiu visualizar em seus desenhos que, se prolongasse os lados da imagem, interceptava-se o eixo x. Os estudantes perceberam que todo par ordenado localizado sobre o eixo x tem em comum a ordenada zero; alguns comentaram que, na função do 1º grau, quando a reta corta o eixo x, o ponto é chamado de raízes ou zeros da função.

Por fim, sistematizamos na lousa, juntamente com a turma, conceitos sobre a Função Quadrática, destacando que:

- muitas das curvas analisadas anteriormente recebem o nome de parábola, expressa algebricamente por "uma função do segundo grau, cuja forma é: $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que: a é o coeficiente real de x^2, com $a \neq 0$. b é o coeficiente real de x. c é um coeficiente real, também chamado de termo independente" (PATARO; BALESTRI, 2018, p. 128);
- o gráfico de uma Função Quadrática é uma parábola;
- as funções quadráticas podem ser completas $f(x) = ax^2 + bx + c$ e incompletas na forma $f(x) = ax^2 + bx$ e $f(x) = ax^2 + c$, com $a \neq 0$;
- os pontos em que a parábola toca o eixo x recebe o nome de raízes ou zeros de uma função;

- nem todas as parábolas cortam o eixo x (conceito que será estudado posteriormente);
- o ponto mais alto ou mais baixo da curva de uma parábola é chamado de vértice.

Recomendamos que os estudantes anotassem em seu caderno os conceitos descritos na lousa; assim, poderiam revisar quando necessário e ampliar seus conhecimentos, uma vez que são conceitos indispensáveis no estudo do tema em questão.

4.3.6 Sexto encontro

O sexto encontro, com duração de duas aulas, teve como objetivo que os estudantes identificassem o vértice, o eixo de simetria, o ponto de máximo ou ponto de mínimo, o intervalo de crescimento e decrescimento, analisando a imagem desenhada no encontro anterior, que tinha o formato de uma curva parabólica. Orientamos os estudantes a dobrar a folha na vertical, de maneira que a curva ficasse dividida ao meio, ou seja, em duas partes iguais. A utilização do papel quadriculado para construir o plano cartesiano e a curva parabólica facilitou o processo da dobra.

Para a atividade, orientamos os estudantes da seguinte maneira: Certifique-se que, ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por você foi dividida exatamente ao meio. Abra a folha e pontilhe o vinco formado pela dobradura. Em seguida, responda os questionamentos (APÊNDICE G):

A dobra da folha passa em que coordenadas?

A parábola apresenta ponto mais alto ou ponto mais baixo? Qual é a coordenada?

Análise e responda: o que acontece com os valores de y, no intervalo do gráfico até a dobra?

Análise e responda: o que acontece com os valores de y, no intervalo após a dobra?

Qual é o ponto que representa o vértice da parábola?

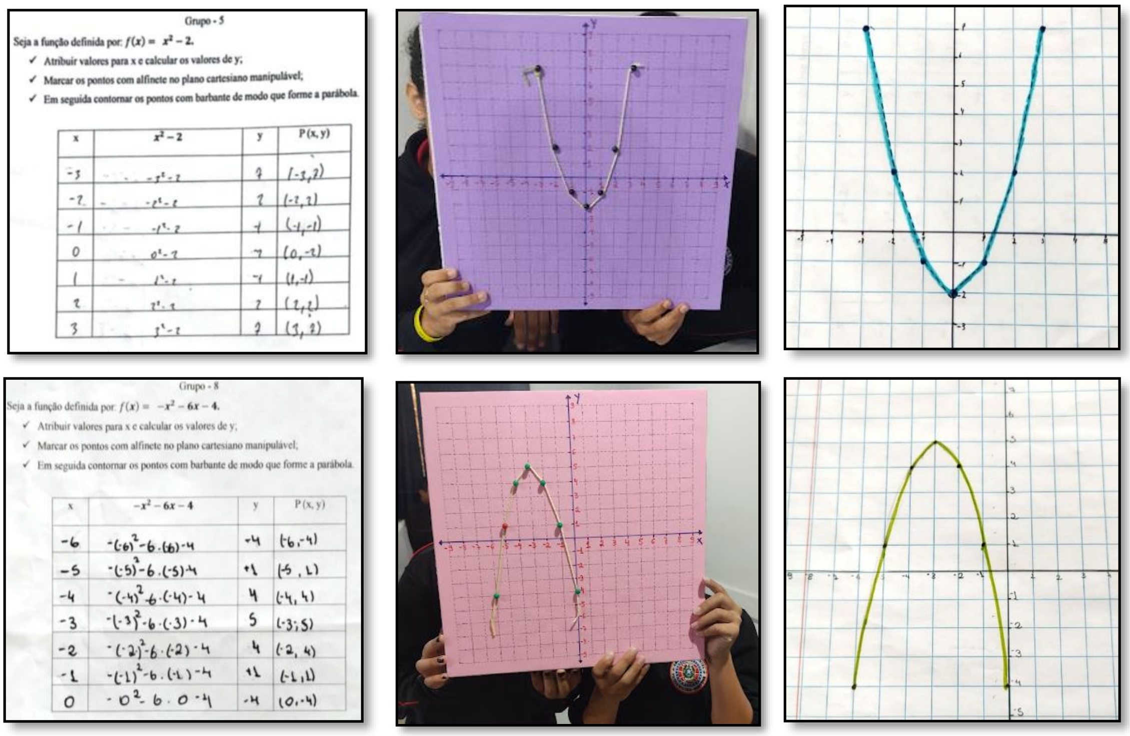
A parábola possui eixo de simetria? Descreva-o.

Ao final, procedemos a análise das questões, juntamente com os estudantes, intervindo especialmente no caso do gráfico que apresentava concavidade voltada para cima e não interceptava o eixo x. Uma vez respondidas e registradas em uma folha à parte, as respostas deveriam ser submetidas à professora, para uma avaliação criteriosa quanto à assimilação dos conceitos inerentes à Função Quadrática.

4.3.7 Sétimo encontro

O sétimo encontro, com duração de duas aulas, teve o objetivo de aprimorar a construção do gráfico de uma Função Quadrática e identificar o vértice da parábola, reconhecer os zeros ou raízes da uma função. Para isso, foi distribuída uma função diferente para cada grupo. Os grupos foram orientados a atribuir valores quaisquer para *x* e calcular o valor correspondente de y para formar os pontos necessários para a construção do gráfico da função proposta. Cada grupo recebeu uma Função Quadrática diferente (APÊNDICE H). Inicialmente, os pontos foram marcados com alfinetes de “cabeça” colorida, no plano cartesiano manipulável. Após, marcar todos os pontos com alfinetes, os estudantes contornaram os alfinetes com um pedaço de barbante, de modo a formar a parábola, e, em seguida, reproduzir a mesma parábola no papel quadriculado, conforme demostra a Figura 16:

Figura 16 - Gráfico da Função Quadrática



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Encerrando a sessão com uma atividade de exploração, os grupos de estudantes tiveram a oportunidade de analisar e comparar os gráficos por eles construídos. Um tópico amplamente discutido entre eles foi a orientação da concavidade da parábola (direcionada para cima ou para baixo), bem como as variações na posição dos gráficos dentro do plano cartesiano, ou seja, suas diferentes localizações nos quadrantes.

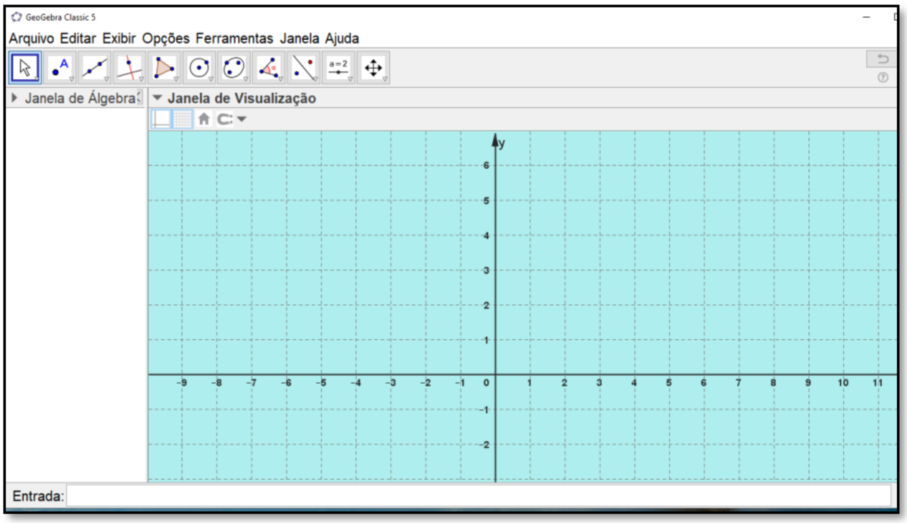
Após os estudantes terem examinado minuciosamente os diversos tipos de gráficos, compilamos na lousa as informações mais pertinentes que eles ressaltaram. Então, conduzimos questionamentos que os guiaram na compreensão do coeficiente da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ com $a \neq 0$, o qual desempenha o papel determinante na alteração da orientação da concavidade da parábola, se é para cima ou para baixo; o gráfico representa que uma Função Quadrática é uma curva voltada para cima caso $a > 0$; ou voltada para baixo, caso $a < 0$.

4.3.8 Oitavo encontro

No oitavo encontro, que teve duração de duas aulas, iniciamos com a proposta de conhecer e manipular as ferramentas do *software* GeoGebra, com vistas a explorar os efeitos dos parâmetros *a, b, c* no gráfico da Função Quadrática, com a mediação do referido *software*. Optamos pelo uso apenas do computador, uma vez que a escola dispõe de um LI com cerca de 25 computadores, com acesso à *internet*, sendo possível trabalhar com todos os estudantes sentando-se em dupla. Em todos os computadores do LI foi instalada a versão 5.0 do GeoGebra.

Primeiramente, certificamo-nos de que todos esses computadores estavam abrindo o *software* como esperado. Então, iniciamos a apresentação com um passeio pela interface do *software* (Figura 17), mostrando alguns recursos e funcionalidades do programa, explicando apenas as funcionalidades que seriam utilizadas na pesquisa.

Figura 17 - Interface do software GeoGebra Classic



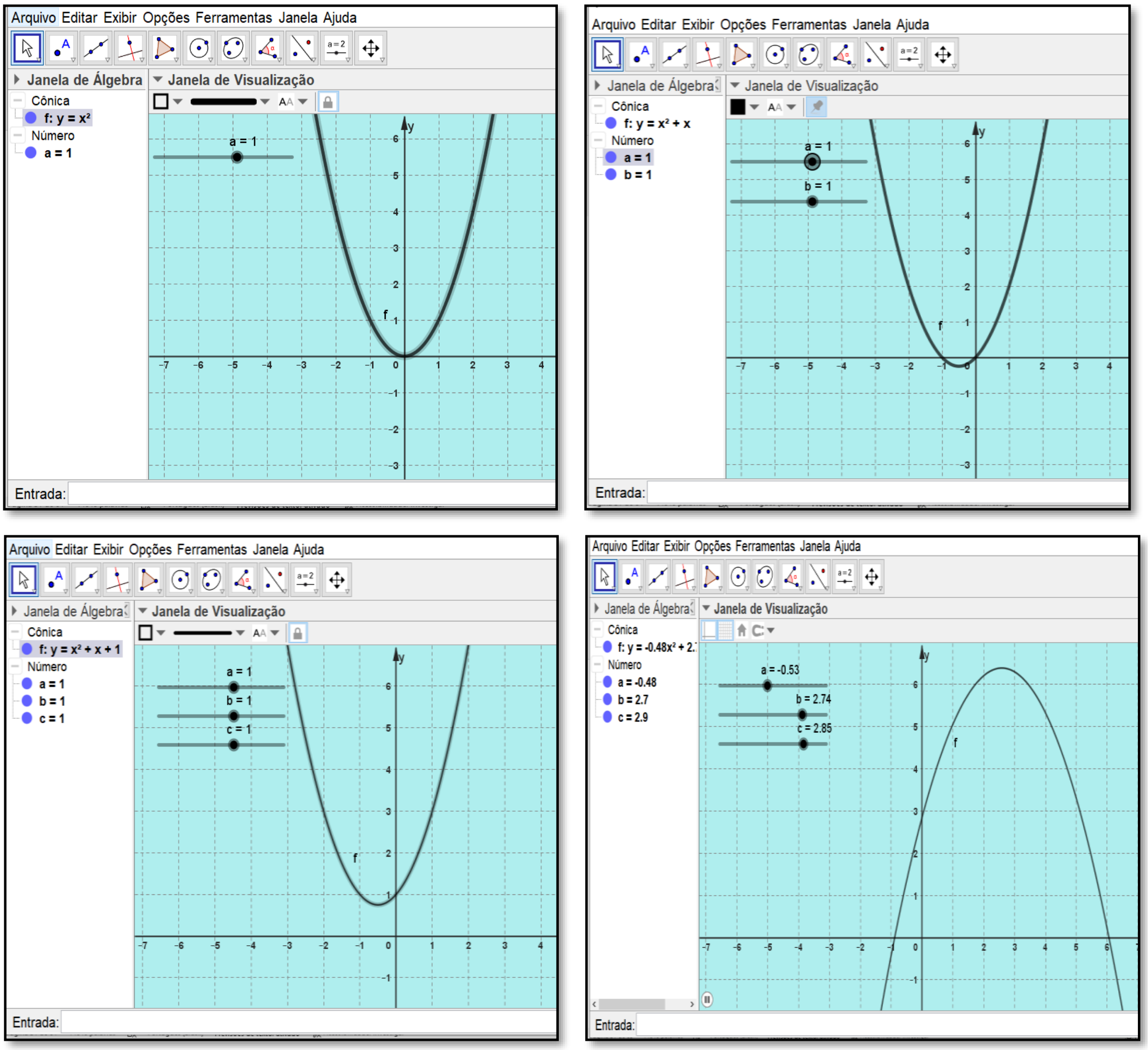
Fonte: A autora, 2023.

Em seguida, por meio da projeção de *slides*, expusemos dois roteiros de execução, com orientações detalhadas; os estudantes acompanhavam o roteiro e o executavam nos computadores (todos fazendo ao mesmo tempo). Com esses roteiros, buscamos apresentar aos estudantes a interface da ferramenta), bem como proporcionar um momento para que manipulassem, explorassem e conhecessem a interface do aplicativo e os comandos que seriam utilizados; depois, os estudantes tiveram um momento rápido para manipular, explorar e conhecer os comandos do GeoGebra, sem seguir roteiros, livres para explorar o ambiente, pois eles têm facilidade em manusear ferramentas digitais.

As tecnologias são instrumentos de mediação no processo de ensino e aprendizagem; portanto, usar esses recursos de forma bem planejada, adequada os conteúdos, com o propósito de qualificar as aulas, contribui para resultados satisfatórios. Os s*oftwares* educacionais estão cada vez mais sofisticados, com recursos que auxiliam a prática docente, em específico de Matemática. Destacamos o *software* GeoGebra, "desenvolvido pelo australiano Prof. Dr. Markus Hohenwarter juntamente com uma equipe internacional de programadores e tem a finalidade de auxiliar no ensino aprendizagem da matemática" (ANDRADE; BRANDÃO, 2019). É um s*oftware* gratuito, de fácil instalação, que apresenta uma interface simples e está disponível em vários idiomas, com destaque para as ferramentas voltadas à aprendizagem da geometria e da álgebra, pois possibilita analisar o comportamento do gráfico de uma função de forma dinâmica e atrativa. Assim, os estudantes se familiarizaram com o GeoGebra, inserindo pares ordenados na caixa de entrada, unindo pontos formando segmento de reta, construindo figuras, ocultando pontos e retas, entre outros procedimentos que foram explorando. Retomamos a proposta de exploração dos efeitos dos parâmetros a, b, c no gráfico da Função Quadrática, com a mediação do GeoGebra.

Na primeira etapa, propusemos um roteiro de atividades a serem desenvolvidas (APÊNDICE J). Inicialmente, os estudantes foram orientados para digitar na caixa de entrada a expressão $y = ax^2$; digitar (y=ax^2) e clicar *enter*; aparece a seguinte mensagem "criar controle deslizantes"; clicar nessa mensagem, que, automaticamente, gera o gráfico e o controle deslizante. Para observar o que acontece com a parábola, basta arrastar com o *mouse* o ícone *"a"* do controle deslizante; conforme o valor de a é alterado, a concavidade da parábola muda de posição. Depois, os estudantes repetiram o processo com as expressões $y = ax^2 + bx$ e $y = ax^2 + c$, observando o que aconteceria com a parábola à medida que os parâmetros b e c eram alterados, respectivamente, ao clicar no ícone do controle deslizante. Para encerrar essa etapa, solicitamos que modificassem os parâmetros a, b e c, simultaneamente, observando o comportamento da parábola. Para isso, era preciso clicar em cada ícone do controle deslizante, com o botão direito do *mouse*, e marcar a opção "animar". Para facilitar o entendimento dos estudantes, explicamos cada passo no projetor multimídia, enquanto eles acompanhavam no computador, fazendo simultaneamente. A Figura 18 traz algumas imagens do GeoGebra:

Figura 18 - Parábola, controle deslizante, efeitos dos parâmetros a, b e c



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

O próximo passo consistiu em investigar os efeitos dos parâmetros *a*, *b* e *c* no gráfico por meio de atividade (APÊNDICE I) e da mediação do GeoGebra. Buscamos promover a interação entre os estudantes, entre eles e o *software*, entre eles e a professora. Utilizamos o GeoGebra para construir os gráficos das funções de 2º grau determinadas nas atividades. Foi entregue aos estudantes o material impresso, com as atividades correspondentes, para facilitar a leitura das perguntas. Orientamos que respondessem as atividades 1, 2, 3, 4 e 5 (Figura 19, a seguir) e entregassem para professora; os gráficos gerados durante a atividade foram salvos no computador, com o nome da dupla.

Figura 19 - Atividades 1, 2, 3, 4 e 5

Atividade 1

1) Digite no geogebra, as funções e responda o que se pede:

Funções	*f(x) = x²*	*g(x) = 5x²*	*h(x) = 20x²*
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

a) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico ***f(x) =ax²*** à medida que aumentamos o módulo do parametro ***"a"***?____________________________

Atividade 2

2) Digite no geogebra, as funções e responda o que se pede:

Funções	*f(x) = -x²*	*g(x) = -5x²*	*h(x) = -20x²*
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quantas as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

b) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico ***f(x) = -ax²*** à medida que aumentamos o módulo do parâmetro *"a"*? ____________________________

c) Compare os gráficos construidos nas tarefas 1 e 2, o que acontece com o gráfico da função ***f(x) = ax²*** quando invertemos o sinal do parâmentro *"a"*?____________________________

d) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmentro *"a"* no gráfico.______________

Atividade 3

3) Digite no geogebra, as funções abaixo e responda o que se pede:

Funções	*f(x) = x² + 2x*	*g(x) = x² - 2x*	*h(x) = -x² - 6x*
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

a) Quando *b* é positivo a parábola toca o eixo do y em qual ramo?____________________

b) Quando *b* é negativo a parábola toca o eixo do y em qual ramo? ____________________

c) Quando *b* é zero, a parábola toca no eixo y em qual ponto? ____________________

d) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro *b*.____________________________

Atividade 4			
4) Digite no geogebra, as funções abaixo e responda o que se pede:			
Funções	$f(x) = x^2 + 1$	$g(x) = x^2 + 2$	$h(x) = -x^2 - 3$
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			
e) Quando o parâmetro *"c"* é positivo, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? ____________________ **f)** Quando o parâmetro *"c"* é negativo, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? ____________________ **g)** Quando o parâmetro *"c"* é zero, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? ____________________ **h)** Explique com suas palavras qual o efeito do parâmentro *"c"* no gráfico.			

Atividade 5	
Construir o gráfico no geogebra, das funções abaixo e responder. Como vai ser esta parábola? Identifique algumas características a partir da parâmetros a, b e c.	
Função	**$f(x) = x^2 -3x + 6$**
Parâmetro ***a***	
Parâmetro ***b***	
Parâmetro ***c***	
Função	**$g(x) = x^2 + 7x$**
Parâmetro ***a***	
Parâmetro ***b***	
Parâmetro ***c***	
Função	**$h(x) = - x^2 + 3x - 4$**
Parâmetro ***a***	
Parâmetro ***b***	
Parâmetro ***c***	

Fonte: A autora, 2023.

Assim que os estudantes concluíram as atividades propostas, iniciamos o momento de socialização, o qual teve como objetivo organizar um esquema no quadro, relacionando as características da parábola com os parâmetros *a*, *b* e *c*. Inicialmente, os estudantes foram questionados sobre suas conclusões referentes aos efeitos de cada parâmetro no gráfico, com o intuito de retomar os conhecimentos explorados nas atividades anteriores. Em seguida, organizamos um esquema na lousa, com a sistematização das principais ideias, tais como:

O parâmetro *a* está relacionado à abertura e à concavidade da parábola; voltada para cima, quando $a > 0$, e para baixo, quando $a < 0$.

O parâmetro *b* determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, quando $b > 0$, no ramo decrescente, quando $b > 0$, e no vértice, quando $b = 0$.

O parâmetro c indica o ponto onde a parábola toca o eixo y, ponto (0 , c); quando $c > 0$, a parábola toca o eixo y em sua parte positiva; quando $c < 0$, toca o eixo y em sua parte negativa; e quando $c = 0$, toca o eixo y no ponto de coordenadas (0, 0).

No encerramento desse encontro, discutimos assuntos como a capacidade do *software* GeoGebra de dinamizar a representação gráfica de funções quadráticas. Enfatizamos como o GeoGebra, ao contrário dos métodos manuais, permite uma manipulação do gráfico no plano cartesiano, tornando esses movimentos dinâmicos para a compressão das características da parábola. A funcionalidade do controle deslizante que o *software* proporciona para elucidar a representação gráfica da parábola. Os conceitos de mínimos e máximos, que correspondem aos vértices, e a intersecção com o eixo x (raízes ou zeros das funções). A transição da construção gráfica manual no papel quadriculado para a tela do computador, mediada pelo GeoGebra. Antes confinados à representação de funções em intervalos limitados no papel, agora, com o GeoGebra, os estudantes puderam vislumbrar a natureza infinita da Função Quadrática, enriquecendo as discussões em sala de aula e aprofundando a compreensão dos conceitos matemáticos explorados.

4.3.9 Nono encontro

O último encontro teve duração de seis aulas e foi destinado a finalizar a SD e teve como principal objetivo avaliar os estudantes em relação ao tema abordado. Preparamos e aplicamos uma lista de exercícios (APÊNDICE J) com questões mistas, com a finalidade de concluir o estudo; as questões foram respondidas individualmente pelos estudantes, sem consulta ao material e sem interferência da professora.

Constatamos, na perspectiva de Vygotsky, que a aquisição do conhecimento ocorre, essencialmente, nas interações. No entanto, no desenvolvimento de atividades mediadas por instrumentos e signos, o estudante passa por fases, que se iniciam de modo externo, para, posteriormente, ocorrer a interiorização do conhecimento, o que é corroborado por Vygotsky (1998, p. 74), ao afirmar que “a internalização é a reconstrução interna de uma operação externa”. Uma combinação entre dois processos diferentes: a maturação e o aprendizado, relacionados e dependentes um do outro, sendo influenciáveis entre si, de tal modo que, conforme o aprendizado vai se consolidando no estudante, seu desenvolvimento físico e cognitivo também avança, pois [...] “o processo de maturação prepara e torna possível um processo específico de aprendizado. O processo de aprendizado, então, estimula e empurra para frente o processo de maturação” (VYGOTSKY, 1998, p. 106).

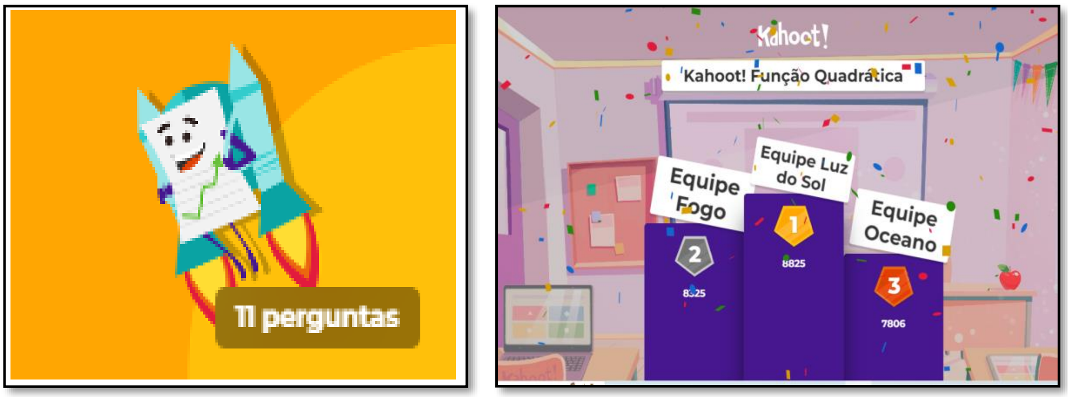
Dessa forma, a avaliação não tem a finalidade de verificar os conhecimentos memorizados pelos estudantes, entretanto é instrumento que possibilita ao professor constatar se a interação viabilizada ao longo do desenvolvimento da SD contribuirá para a internalização do conhecimento. Além disso, possibilita perceber aquilo que o estudante está na iminência de fazer sozinho, ou se passou a fazer sozinho aquilo que fazia apenas com a ajuda de outra pessoa (professor ou um colega mais experiente), o que é caracterizado por Vygotsky como ZDP. A lista de exercícios foi recolhida para fazermos a análise, com o intuito de verificar se houve indícios de aprendizagens referentes ao conteúdo estudado.

Em seguida, para ampliar os conceitos, propusemos um momento de descontração aliado à consolidação da aprendizagem dos objetos do conhecimento estudados, com jogos digitais por nós criados nas plataformas *Kahoot* e *Wordwall* (APÊNDICE K).

O *Kahoot* é uma plataforma em que se utilizam os jogos como maneira de aprendizagem. São *Quiz* com perguntas e respostas que permitem que os usuários interajam com o jogo e com os demais participantes. Os jogos de aprendizado podem ser acessados gratuitamente pelo aplicativo *mobile*, compatível com *IOS e Android*, ou navegador. O jogo intitulado "Função Quadrática", na plataforma *Kahoo*t, possui quatro alternativas (A), (B), (C), (D) e uma figura ilustrativa ou gráfico da função para ser interpretado; em cada questão, o que deixa esse jogo com mais adrenalina é o temporizador, visto que o tempo programado para o estudante responder varia entre 30 segundos, 50 segundos até dois minutos. A escolha do tempo de resposta e a pontuação foram feitas de acordo com o grau de dificuldade de cada questão.

Para a realização do *gameshow Kahoot*, foram utilizados computadores do LI da escola, por meio do código de acesso (PIN) disponibilizado pela professora; foi selecionado o modo 'equipe' no jogo, formando três equipes - fogo, luz do sol e oceano (Figura 20).

Figura 20 - Jogo Kahoot "Função Quadrática"

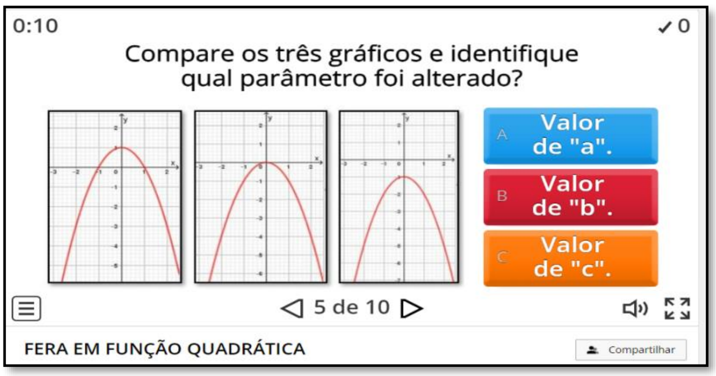


Fonte: A autora, 2023 (utilizando a plataforma *Kahoot*. Link de acesso: https://shre.ink/2yg8).

Para iniciar a competição, aguardamos todos os estudantes entrarem na plataforma. Então, projetamos no projetor multimídia e, conforme apareciam no cenário do jogo, em tempo real, os estudantes comemoravam. Assim que todos os participantes estavam prontos, foi iniciada a jogada. Vale esclarecer que as perguntas e respostas apenas aparecem na tela da professora, que as transmite para a turma via projetor multimídia; na tela dos estudantes aparecem apenas as cores das alternativas. As perguntas, devem serem respondidas o mais rápido possível. A pontuação de quem responde primeiro é maior e, assim, os pontos vão diminuindo na ordem decrescente de respostas com mais acertos; então, quanto mais rápido e mais acertos, mais chances o jogador tem de alcançar o pódio. O jogo foi composto de 11 questões. A competição foi excelente: a equipe vencedora fez 8825 pontos, o segundo lugar 8325 pontos e a última colocada 7806 pontos. A equipe vencedora foi premiada com um brinde da professora.

A ferramenta *Wordwall* tem uma gama muito diversificada de minijogos que podem ser usados pelos educadores para fazer revisão de conteúdos, assimilar conceitos, melhorar o vocabulário, entre muitas outras finalidades. Os jogos interativos criados no *Wordwall* podem ser utilizados em diversos dispositivos (computador, *tablet, smartphone*, quadro interativo), desde que tenham acesso à *internet*. Podem ser jogados de forma individual, num equipamento, ou na turma, com repostas por votação. Nos jogos em que é permitido obter uma versão impressa, esta pode ser usada em sala de aula como atividade de reforço ou aprofundamento dos conceitos estudados. A versão gratuita *Wordwall* permite a criação de apenas cinco atividades, a partir dos 18 modelos de jogos, 13 dos quais permitem a versão imprimível. Depois de aplicada a atividade, pode-se consultar os resultados no menu “meus resultados”. Apesar da limitação do número de atividades na versão gratuita, depois de utilizar as cinco atividades, pode-se sempre editá-las e alterá-las para voltar a aplicar a “reutilização”. Com essa ferramenta, elaboramos o jogo “Fera em Função Quadrática” (Figura 21):

Figura 21 - Jogo Wordwall “Fera em Função Quadrática”



Fonte: A autora, 2023 (utilizando o aplicativo *Wordwall*.
Link de acesso: https://wordwall.net/pt/resource/58256806).

O jogo “Fera em Função Quadrática” é composto de dez questões de múltipla escolha e foi por nós elaborado na plataforma *Wordwall*, de modo público, para que outro professor possa utilizar. O jogo possui três alternativas e pode ser jogado em dois formatos: *Quiz* e “abra a caixa”. Esse jogo foi aplicado no LI da escola, onde disponibilizamos o *link* de acesso, para que os estudantes jogassem de modo individual.

Para iniciar o jogo é necessário inserir o nome; então, orientamos os estudantes a colocarem seu nome verdadeiro, sem usar apelido, nome fictício, entre outros, pois, ao encerrar, o jogo gera automaticamente a pontuação do jogador e a lista de classificados; assim, os três primeiros classificados da turma ganhariam um brinde surpresa (Figura 22). Isso fez com que aumentasse a competição entre os estudantes. A classificação é de acordo com os acertos e o tempo de execução do jogo. Isso fez com que os estudantes jogassem várias vezes, cada vez buscando uma melhor classificação. Por fim, tivemos que estipular o tempo para acabar as jogadas.

Figura 22 - Ganhadores do jogo “Fera em Função Quadrática”

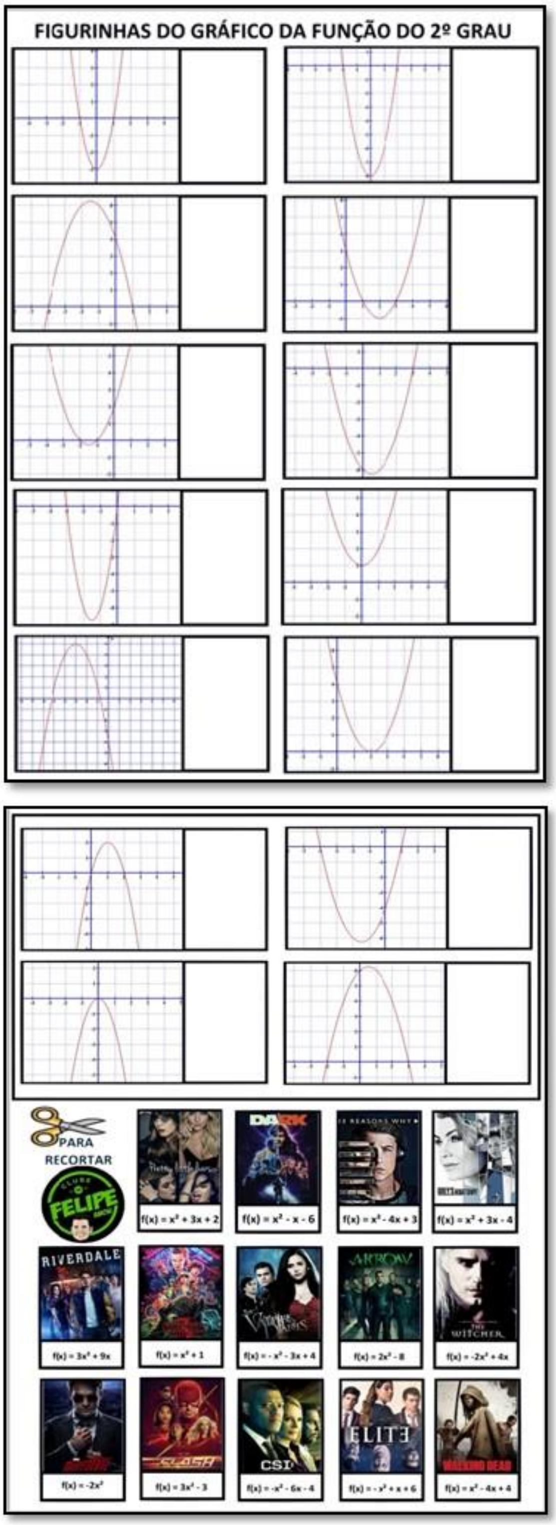
Posição	Nome	Pontuação	Tempo
1o	E4	12	26.4
2o	E7	12	28.5
3o	E22	12	28.5

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

A quarta e última atividade impressa (APÊNDICE K) desse encontro, consiste de álbum de figurinhas com o tema “filmes” de ilustração e o gráfico de cada Função Quadrática, elaborada pelo professor Felipe Augusto Baroni de Souza, teve como objetivo relacionar a expressão matemática da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$ nas formas completa e incompleta, com seu respectivo gráfico.

Sendo assim, foi entregue aos estudantes o material impresso contendo as figurinhas para recorte e o local para colar a respectiva figurinha, de acordo com a resposta correta (Figura 23, a seguir).

Figura 23 - Atividade “Álbum de figurinhas”



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Por fim, fizemos uma rodada de um jogo chamado de “Torta na cara”, um *Quiz* com perguntas sobre o tema abordado na SD. A turma foi dividida em dois grupos (meninos x meninas) e sorteamos um participante de cada grupo, de modo que todos os estudantes participassem. Como a quantidade de meninos era inferior ao número de meninas, alguns meninos participaram mais de uma vez. A cada pergunta, trocavam-se os participantes, escolhidos por meio de sorteio, sendo um de cada grupo. Marca ponto quem responder primeiro e acertar a resposta.

O sorteio dos participantes e a apresentação dos *slides* (perguntas) foram realizados pela professora. As questões foram projetadas no *datashow*, na forma de *slides*; conforme se apresentava a pergunta, quem apertasse o botão da máquina primeiro ligava a sirene, indicando o jogador que ia responder; se acertasse, aparecia o *emoji* fazendo "joinha" e o ícone de "próxima pergunta"; se o participante errasse, aparecia o *emoji* "triste", balançando a cabeça "negativo" e o ícone de voltar (Figuras 24 e 25, a seguir).

Figura 24 - Perguntas do jogo "Torta na cara"

Fonte: A autora, 2023.

Figura 25 - Participantes do jogo "Torta na cara"

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Destacamos a euforia dos estudantes, aguardando para saber se haviam acertado ou errado a pergunta, pois quem errava ganhava “tortada na cara” do oponente de jogo. Essa atividade possibilitou verificar a relação entre a ZDP e a internalização dos conceitos abordados, de modo que, ao final da proposta, podemos afirmar que o conhecimento foi internalizado pelos estudantes que conseguiram realizar as atividades por si só.

No tópico seguinte, descrevemos o Produto Educacional por nós elaborado nesta pesquisa, enquanto material de apoio a professores de Educação Básica, de modo que atenda às regras definidas pela área de Ensino, para programas de mestrados e doutorados profissionais. Além disso, levantamos algumas reflexões sobre a contribuição da Matemática na formação do cidadão e seus desafios nos processos de ensino e aprendizagem.

4.4 O Produto Educacional

A área de Ensino foi uma das pioneiras a oferecer a modalidade do curso de Mestrado Profissional (desde 2001), destinado prioritariamente aos profissionais de Educação Básica; esses cursos geram produtos educacionais (PE), dissertações e artigos, a partir das vivências da sala de aula. O acervo é disponibilizado nos *sites* dos programas ou em outros repositórios para uso das escolas do país. O documento da área de Ensino na Capes menciona que os mestrados profissionais carecem:

> [...] desenvolver um processo ou produto educativo e ser aplicado em condições reais de sala de aula ou outros espaços de ensino, em formato artesanal ou em protótipo. Esse produto pode ser, por exemplo, uma sequência didática, um aplicativo computacional, um jogo, um vídeo, um conjunto de videoaulas, um equipamento, uma exposição, entre outros. A dissertação/tese deve ser uma reflexão sobre a elaboração e aplicação do produto educacional respaldado no referencial teórico metodológico escolhido (BRASIL, 2019, p. 15).

De acordo com a área de Ensino, o PE é organizado a partir de ações didáticas surgidas no decorrer da pesquisa, “[...] com vistas a responder a uma pergunta ou a um problema ou, ainda, a uma necessidade concreta associados ao campo de prática profissional, podendo ser um artefato real ou virtual, ou ainda, um processo” (BRASIL, 2019, p. 16). É função dos programas de Pós-Graduação, portanto, estreitar o percurso entre a pesquisa científica e o ensino realizado no contexto educacional, em especial na Educação Básica. Por isso, esperam-se ações e pesquisas que, além de responder ao problema identificado pelo pesquisador no contexto escolar, a partir da sua prática profissional, se busque a elaboração de um PE que possa contribuir na melhoria do processo de ensino e de aprendizagem.

Nesse sentido, antes de descrever nossa proposta de PE, tecemos uma reflexão sobre a importância da área do conhecimento abordada nesta pesquisa. Trata-se da Matemática e seu papel relevante na formação de cidadãos capazes de compreender o mundo em que vivem e de se comunicar em sociedade, pois essa área faz conexão com várias outras áreas do conhecimento que fazem parte do cotidiano das pessoas. Diante disso, o conhecimento matemático constitui-se de uma ferramenta de ampla aplicabilidade e deve ser explorado. A Matemática é uma ciência viva, em constante transformação e, portanto, não deve ser vista como um conjunto de conhecimentos prontos e acabados, inalteráveis. Ela precisa ser compreendida pelos estudantes como fruto da criação humana ao longo da história, que prossegue em constante evolução atualmente.

Dessa forma, no ensino de Matemática, é mister buscarmos desenvolver posturas e atitudes necessárias à formação do indivíduo como um todo, uma vez que, no mercado de trabalho, exigem-se diversas habilidades dos profissionais, como criatividade, trabalho cooperativo, autonomia, argumentação e implantação de estratégias, as quais se encontram na área da Matemática. Para isso, o ensino desse componente curricular deve oferecer contribuições significativas à formação social do estudante, primando pela contextualização dos conteúdos, capacitando-o para identificar um problema, compreendê-lo, elaborar uma estratégia e resolvê-lo adequadamente; são habilidades que podem ser desenvolvidas nas aulas de Matemática fazendo-se uso do LEM. É necessário ressaltar que as abstrações não constituem o início e nem o fim do processo, mas são mediações importantes para a construção do conhecimento matemático, dispondo-se sempre o equilíbrio entre as aplicações práticas e a percepção da Matemática como ciência estruturada.

A SD difunde estratégias diversificadas de resolução, compreensão e construção de conceitos, com uso adequado de procedimentos e análise de soluções, promovendo situações que propiciam o desenvolvimento do pensamento abstrato (formação de conceitos), inserido de forma gradual, respeitando o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, de acordo com as atividades propostas, no sentido de valorizar seus conhecimentos prévios dos estudantes e a fim de ampliá-los e enriquecê-los por meio de diversos recursos didáticos e estratégias de ensino. Segundo Zabala (1998), por meio da SD é possível ensinar qualquer tema e conteúdo, uma vez que as sequências de atividades ou sequências didáticas são recursos metodológicos que propiciam a análise da prática. Elas permitem o estudo e a avaliação de maneira processual e reflexiva “[...] ao mesmo tempo em que são instrumentos que permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação” (ZABALA, 1998, p. 18).

A prática docente visa desenvolver e garantir a formação de significados das ações a serem executadas ao longo da aula, evitando o improviso. A intervenção pedagógica é de suma importância nos processos educacionais, que são inseparáveis da prática. O que acontece nas aulas é a própria intervenção pedagógica; logo, ela deve ser analisada a partir de um modelo de compreensão da realidade da aula, em que estão interligados o planejamento, a aplicação e a avaliação. Conforme Zabala (1998), a maneira como estão organizadas as sequências de atividades define as características da prática educativa. O autor também afirma que, se observarmos os elementos que compõem essas sequências, podemos constatar que “[...] são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores quanto pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18).

O que difere a SD enquanto estratégia de melhoria da aprendizagem dos estudantes é a elaboração e o desenvolvimento das atividades segundo uma lógica sequencial alinhada na direção e evolução do conhecimento. Com o uso dessa estratégia, o professor pode dar mais sentido ao seu processo de ensino e, ao mesmo tempo, aumentar o engajamento dos estudantes nas atividades pedagógicas e, consequentemente, seu aprendizado.

O propósito é estimulá-los a refletir sobre a própria maneira de pensar e sobre mecanismos que facilitem cada vez mais o aprendizado, com ênfase na interação entre estudantes, o que desempenha papel primordial no desenvolvimento desta SD, promovendo a capacidade do desenvolvimento cognitivo, afetivo e de inserção social. A troca de experiências enriquece o aprendizado e promove o desenvolvimento de habilidades importantes, como saber ouvir, respeitar o pensamento do outro e trabalhar de maneira colaborativa, compartilhando conhecimento.

Nesse sentido, o professor assume o papel de mediador, facilitador, incentivador e avaliador do processo de construção do conhecimento do estudante, com práticas pedagógicas que colocam o sujeito no centro do processo de aprendizagem. Na função de mediador, o professor é responsável por traçar estratégias utilizadas na aplicação da SD, promover debates e valorizar as soluções e a participação pessoal de cada estudante. Como facilitador da aprendizagem, sugere-se propor questionamentos que direcionam os estudantes na aquisição de informações e aparatos que dificilmente teriam condições de obter sem o auxílio do professor. Enquanto incentivador, o professor precisa estimular o trabalho coletivo entre os estudantes, a fim de propiciar um ambiente de aprendizagem no qual eles tenham a oportunidade de confrontar e argumentar ideias, sem desrespeitar seu próximo. Como avaliador, o professor deve analisar se sua prática pedagógica está adequada ou se necessita de reorganização, ou seja, retomar conceitos que não foram bem estruturados. Trata-se de avaliar todo o caminho percorrido para a construção do conhecimento; lembramos que não é possível medirmos a aprendizagem com exatidão, porém é necessário analisar se houve indícios de aprendizagem durante todo o percurso.

Ao refletir sobre a avaliação da aprendizagem dos estudantes, o professor também faz uma autoavaliação sobre sua prática docente. De acordo com Perez (2004, p. 252), “a reflexão é vista como um processo em que o professor analisa sua prática, compila dados, descreve situações, elabora teorias, implementa e avalia projetos e partilha suas ideias com colegas e estudantes, estimulando discussões em grupos”. Atualmente, os diversos papéis assumidos pelo professor o tornam um agente na formação integral dos estudantes, para que eles se tornem indivíduos responsáveis e atuantes na sociedade. Nesse sentido, Santaló (1996, p. 11) afirma:

> A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.

Desse modo, almejamos uma alternativa para o ensino de Matemática, sobretudo no que diz respeito à Função Quadrática ou Função Polinomial do 2º Grau, em uma realidade que exige dos estudantes o desenvolvimento do pensamento algébrico, ao estabelecer relação entre grandezas por meio de uma lei de formação, ao descrever padrões de sequências, ao perceber a relação entre variável e função e ao perceber que o pensamento algébrico é adequado para modelar problemas apresentados em língua materna para a linguagem matemática, com fórmulas, gráficos e outras representações.

A presente dissertação está acompanhada do PE intitulado *Introdução ao estudo de Função Quadrática*, disponível no seguinte endereço: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/741417. Trata-se de uma SD para o ensino de Função Quadrática, direcionada aos professores de Matemática que atuam no 9º ano do Ensino Fundamental, que buscam enriquecer sua abordagem pedagógica, a fim de oferecer um ensino de Matemática mais interativo. O material oferece estratégias de fácil implementação em sala de aula, possibilitando envolver ativamente os estudantes no processo de aprendizagem, por meio de diversas atividades desenvolvidas no LEM, com o objetivo de tornar viável a utilização de recursos didáticos manipuláveis e tecnologias digitais nas aulas de Matemática, conforme recomendam a BNCC/2017 e o RCRO/2018.

Para tanto, tomamos por base a Teoria da Mediação de Vygotsky, a qual fundamenta a estrutura desse sequenciamento, bem como norteia sua implementação em sala de aula. Além disso, esperamos que, com o uso deste PE, seja possível o desenvolvimento da habilidade prevista na BNCC/2017, envolvendo Função Quadrática (EF09MA06): “compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (BRASIL, 2017, p. 317).

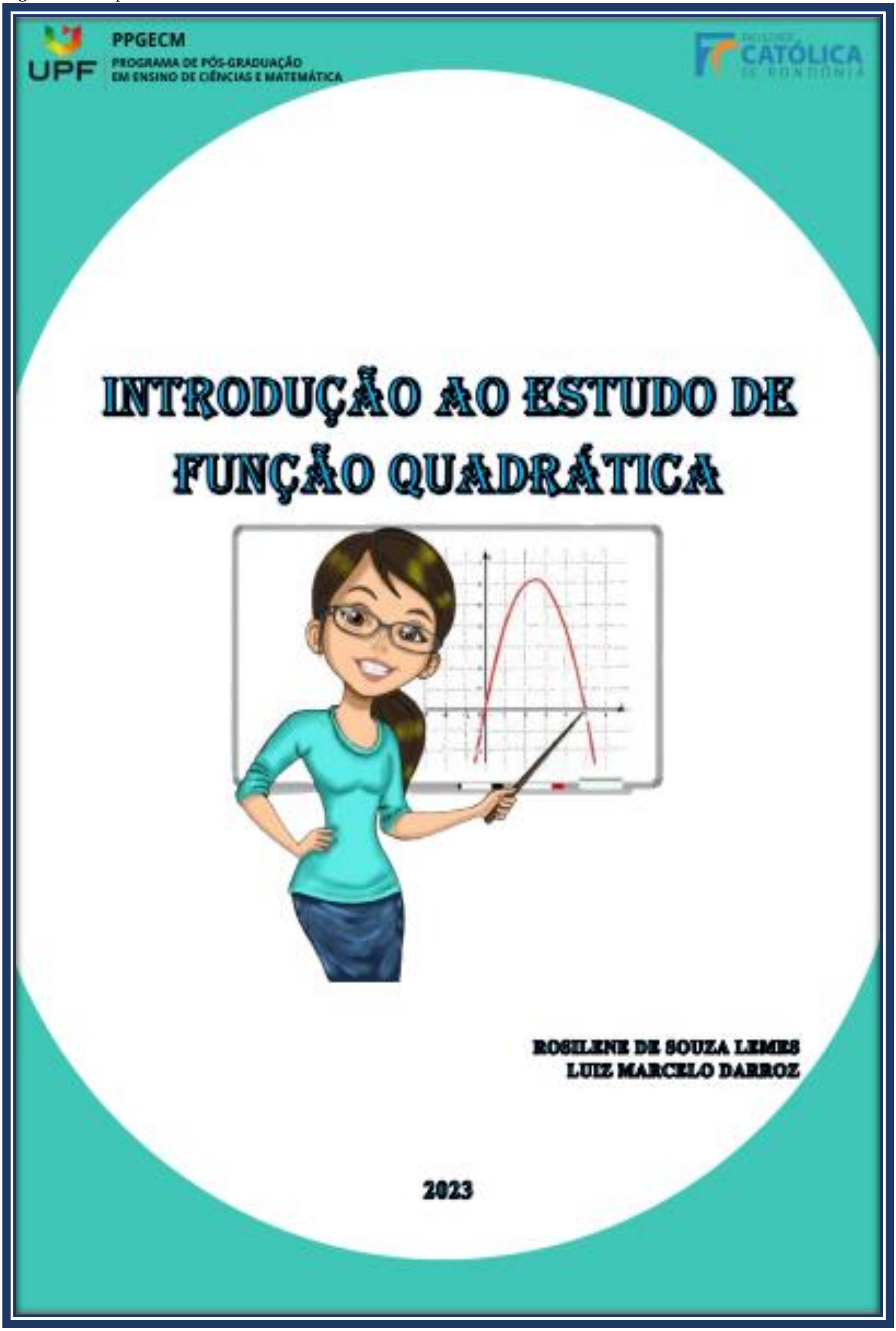
O texto do PE está organizado em quatro etapas. Inicialmente, apresentamos uma síntese da teoria da mediação de Vygotsky; a seguir, refletimos sobre a importância do LEM no processo de ensino de Matemática. Na sequência, trazemos a descrição das aulas propostas na SD, que está organizada em nove encontros, nos quais buscamos estabelecer um diálogo com o professor de Matemática, por meio de “balõezinhos”; também apontamos algumas dicas de aplicações das atividades, além de uma reflexão acerca da aplicação da SD; por fim, disponibilizamos os materiais sugeridos para utilização nas aulas, separadamente, visando facilitar uma possível impressão de páginas isoladas. Desse modo, almejamos que os educadores que utilizarem esse recurso possam incorporar as estratégias sugeridas, aprimorando, assim, suas práticas pedagógicas.

Os nove encontros da SD, estão organizados de forma que apresentam o tema do encontro, a duração (aulas), os recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais e a descrição detalhada das atividades propostas.

Os professores das redes públicas e privadas que desejarem utilizar esse produto educacional poderão fazê-lo na íntegra ou adaptá-lo à realidade de sua escola e turma, desde que citados os autores do texto original.

Com o objetivo de ilustrar o material produzido, a seguir a Figura 26 demonstra a capa do produto educacional elaborado.

Figura 26 - Capa do Produto Educacional



Fonte: A autora, 2023.

Todas as ações que compõem o PE são mediadas com o uso de *instrumentos* e *signos*, explicitados anteriormente, distribuídas em nove encontros, com duração distinta, pois dependem da quantidade de aulas para sua aplicação; ao todo, somam-se 26 aulas, cada uma com duração de 50 minutos. O objetivo das atividades é promover o avanço da ZDP e a assimilação do conhecimento, por meio da interação e das discussões com os colegas, permitindo aos estudantes refletirem sobre os conceitos que estão sendo explorados, revisar e expandir seus conhecimentos.

Optamos por retomar alguns conceitos importantes, necessários para o estudo de funções quadráticas. Assim, propomos:

Inicia-se a SD com atividades que apresentam situações do cotidiano dos estudantes, dando significado ao conteúdo, para que eles possam, intuitivamente, perceber a relação das variáveis dependente e independente, preparando-os para a construção do conceito que envolve relações de dependência entre duas grandezas, tais como x e y na função.

Segue-se com a recapitulação sobre plano cartesiano, em específico: pares ordenados e quadrantes, com uso de materiais manipuláveis e atividades que proporcionem a interação do estudante com outros estudantes e com o professor, para construir seu próprio conhecimento, deixando de ser um mero expectador, ou seja, um ser ouvinte.

Para formação de concepções que descrevem o gráfico da Função Quadrática, propõe-se uma ação de “prática experimental”, como arremesso de bolinhas de papel amassado (trajetória da bolinha), um toque de bola de futebol (trajetória da bola), pular corda (trajetória da corda), saque em uma partida de vôlei (trajetória da bola) e lançamento de um minifoguete (trajetória do minifoguete). Todas as práticas deverão ser registradas com fotos ou vídeos para, em seguida, fazer o esboço do registro em papel quadriculado.

Dando continuidade à contextualização da parábola no cotidiano dos estudantes, apresentam-se várias imagens que lembram o formato das curvas parabólicas, sendo a maioria das imagens de lugares (objetos) conhecidos dos estudantes, para análise e reflexões seguidas de atividades para internalização dos conceitos estudados.

Pensando no estudo do vértice, eixo de simetria, ponto de máximo ou ponto de mínimo, intervalo de crescimento e decrescimento do gráfico da Função Quadrática, tratar essas concepções com atividades que envolvem o uso de materiais manipuláveis, como plano cartesiano de isopor, barbantes, alfinetes, dobraduras, entre outros, com intuito de estabelecer a compreensão sobre o gráfico e os elementos estruturantes da função em questão, de modo a investigar os efeitos dos parâmetros a, b e c no gráfico.

Para facilitar a observação de regularidades, utilizar recursos tecnológicos digitais, como o s*oftware* GeoGebra, com atividades direcionadas à construção de gráficos, e explorar os efeitos os parâmetros *a*, *b* e *c*, visando à percepção do que acontece com a parábola na alteração de cada parâmetro, sendo possível entender a finalidade de cada um.

Para finalizar a SD, elaboramos uma atividade discursiva, para que o estudante possa minuciar todos os conhecimentos internalizados no decorrer das ações ofertadas. Nesse sentido, pensando em atingir todo o público-alvo, ou, pelo menos, a maioria, preparamos um momento de descontração, com intuito de verificar a aprendizagem de cada estudante. Para isso, criamos dois jogos digitais, sendo um na plataforma *Kahoot* e outro na *WordWall*. Ambos os jogos são *Quiz* de múltipla escolha, com questões referentes ao tema abordado, regados de bom humor e imagens atrativas, aliando diversão e aprendizagem. Por fim, elaboramos o jogo "Passa ou repassa", composto de questões objetivas sobre todos os conteúdos estudados. A cada rodada de perguntas, trocam-se os participantes e, para atingir o maior número de estudantes, utilizamos a estratégia de sortear os participantes. Nesse contexto, Santos e Cruz (2011, p. 12) afirmam:

> A ludicidade é uma necessidade do ser humano em qualquer idade e não pode ser vista apenas como diversão, O desenvolvimento do aspecto lúdico facilita a aprendizagem, o desenvolvimento pessoal, social e cultural, colabora para uma boa saúde mental, prepara para um estado interior fértil, facilita os processos de socialização, comunicação, expressão e construção do conhecimento.

As atividades lúdicas oportunizam a aprendizagem do estudante ou sua fixação, além de desenvolver autonomia, liberdade, autoconfiança, afetividade, interação, prazer na participação das atividades, entre outras. Nesse sentido, os jogos são como instrumentos de mediação para a verificação e a ampliação da aprendizagem (se houve indícios), uma vez que não se pode medir com exatidão a aprendizagem de um determinado assunto, pois a aprendizagem é um processo longo e cada indivíduo tem o seu tempo; portanto, o professor deve ponderar essa análise.

No capítulo a seguir, apresentamos a metodologia, os objetivos e a questão norteadora dessa pesquisa, bem como os instrumentos de coleta de dados e as categorias de análise.

5 METODOLOGIA DA PESQUISA

Este capítulo se destina a descrever os procedimentos metodológicos que constituem esta pesquisa, transitando pelo tipo de pesquisa, abordagens adotadas e a questão norteadora, bem como apresentar os instrumentos utilizados na coleta de dados e as categorias de análise.

5.1 Classificação da pesquisa

A pesquisa de cunho científico consiste em um processo sistemático, que busca saberes e compreensões sobre um determinado fenômeno, seguindo critérios metodológicos conceituados pela ciência. Geralmente, inicia-se por meio de uma pergunta ou problema da realidade, que inquieta e/ou instiga o pesquisador a buscar solução. Como afirma Bicudo (1993, p. 18), “pesquisar configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada”. Nesse sentido, Gil (2022, p. 1) define pesquisa como um “procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas propostos”.

Nesse contexto, a partir dos anseios, inquietações e questionamentos referentes às experiências por nós vivenciadas na prática docente, formulamos a pergunta diretriz desta investigação: Quais as contribuições de uma sequência didática estruturada a partir das concepções de Vygotsky e das ideias do LEM para o ensino e aprendizagem de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental?

Com o intuito de buscar possível resposta à questão norteadora da pesquisa, determinamos o objetivo geral: implementar e avaliar uma SD ancorada na Teoria da Mediação de Vygotsky, executada dentro do LEM, para o ensino de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental.

Assim, com base na análise de *corpus,* buscamos métodos e técnicas capazes de nortear o estudo, almejando gerar novos conhecimentos para solucionar problemas pontuais, de natureza aplicada. Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 51), a pesquisa aplicada “objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática digeridos à solução de problemas específicos”. Assim, realizamos um estudo bibliográfico sobre o tema, objetivando facilitar a elaboração do método de pesquisa. Para tanto, analisamos documentos oficiais que regem a Educação Básica, tanto em nível nacional quanto estadual, a exemplo da BNCC e do RCRO.

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos, é compreendida como pesquisa-ação, uma vez que é caracterizada pela intervenção do pesquisador, que participa do processo juntamente com os sujeitos envolvidos, visando investigar o problema, traçar objetivos e propor ações para solucioná-lo. Na concepção de Thiollent (2011, p. 20), a pesquisa-ação

> [...] é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

A pesquisa-ação é uma abordagem que permite aos participantes e pesquisadores colaborarem na resolução de problemas de pesquisa, visando melhorar não apenas a situação do indivíduo estudado, mas também contribuir para uma conscientização mais ampla na sociedade. Para Gil (2022, p. 40), "a pesquisa-ação tem características situacionais, já que procura diagnosticar um problema específico numa situação específica, com vistas a alcançar algum resultado prático". Nesse sentido, a pesquisa-ação é um instrumento de investigação que pode auxiliar os professores em suas práticas, no que tange à busca por soluções em relação às problemáticas diagnosticadas em sala de aula, já que possibilita a reflexão das práticas educativas a partir da experiência.

No que se refere à abordagem do problema de pesquisa, classifica-se como qualitativa, uma vez que há uma relação direta entre o investigador e o objeto de estudo. Conforme Prodanov e Freitas (2013, p. 70), "o investigador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo". Bicudo (2020, p. 107) afirma que, "no senso comum, o qualitativo é entendido como o oposto ao quantitativo. Um falando de qualidade e tendo a ver com o subjetivo, com o sentimento, com opiniões acerca das coisas do mundo. O outro, quantificando aspectos objetivos sobre essas mesmas coisas". Esse tipo de pesquisa valoriza a descrição dos dados e das informações que a envolvem. Na percepção de Borba e Araújo (2020, p. 25) "pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações". Nesse viés, Gil (2020, p. 41) aponta que "a pesquisa qualitativa passou a ser reconhecida como importante para o estudo da experiência vivida, dos longos e complexos processos de interação social".

Sendo assim, nesta pesquisa, buscamos descrever, compreender e interpretar os acontecimentos por meio das observações, das ações e dos significados produzidos pelos participantes na aplicação da SD. Todo o processo foi registrado por meio de fotografias, registros escritos, atividades, vídeos, entre outros. Esses elementos foram utilizados durante o percurso para a chegada no resultado, haja vista que o caminho a percorrer é considerado mais importante do que o resultado ou o produto.

A seguir, tratamos dos instrumentos utilizados para a coleta de dados desta pesquisa.

5.2 Instrumentos de coleta de dados

Para responder ao questionamento da pesquisa, utilizamos como instrumentos de coleta de dados o diário de bordo (elaborado pela pesquisadora), registros escritos dos estudantes no decorrer das atividades e análise dos resultados angariados ao final da investigação, considerando que o processo avaliativo ocorreu de forma somativa, ao longo da execução dos encontros que compõem a SD.

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados permitem verificar as potencialidades pedagógicas da SD, para o ensino e a aprendizagem de Função Quadrática, tais como a contribuição do uso de distintos recursos didáticos na aplicação dos encontros previstos, avaliando se o uso desses recursos favorece a interação, a participação, a formação de conceitos e o interesse dos estudantes.

O diário de bordo, também conhecido como diário de campo ou diário de aula, configura uma forma de registro detalhado, de forma escrita ou oral (gravações de áudios e vídeos). Trata-se de um instrumento muito utilizado em pesquisas que envolves ação didática, pois possibilita registrar as práticas diárias desenvolvida no campo de pesquisa, articulando reflexões, intervenções e avaliações. Para Zabalza (2004, p. 18), "escrever sobre si mesmo traz consigo a realização dos processos a que antes referimos: racionaliza-se a vivência ao escrevê-la, [...] reconstrói-se a experiência, com isso dando a possibilidade de distanciamento e de análise". Nesse aspecto, a escrita de diários pode servir como fonte de reflexão da própria prática do professor em sala de aula, proporcionando um *feedback* contínuo da ação didática. Para isso, utilizamos um caderno no qual registramos nossas reflexões referentes a momentos, reações dos estudantes durante a realização das atividades, relatando as dificuldades, as discussões em grupo, entre outros elementos que poderiam contribuir para a análise dos resultados. Os registros de diário de bordo foram analisados de acordo com os seguintes aspectos: a participação, a mediação e a interação entre os estudantes, entre o professor e o estudante e entre o material didático.

Além do registro detalhado no diário de bordo, ao final de cada aula, usamos outro recurso no decorrer da aplicação da SD: a gravação de algumas atividades, para assisti-las novamente, a fim de observar e compreender os fatos relacionados aos conceitos estabelecidos durante a aula, no intuito de verificar o nível de interação dos estudantes. Por fim, para análise da aprendizagem dos estudantes, recorremos a atividades escritas, jogos digitais e não digitais, a partir da perspectiva *vygotskyana*, que permeia mediação, interação e formação de conceitos. Todos os materiais produzidos durante o processo de aplicação da SD foram coletados para análise posterior, a fim de verificar possíveis indícios de aprendizagem no estudo de Função Quadrática.

5.3 Categorias de análise

A partir da definição do tipo de abordagem e delineamento da pesquisa adotados para a produção de dados no decorrer da aplicação da SD e por meio dos instrumentos apresentados na seção anterior, dispusemos a análise dos dados em categorias. A respeito da análise qualitativa, Prodanov e Freitas (2013, p. 113) dizem que podemos "definir este processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a sua categorização, sua interpretação e a redação do relatório". Nessa linha, compilamos os dados a partir da análise de todos os encontros previstos na SD, estabelecendo categorias específicas, de acordo com os instrumentos empregados; portanto, nossa pesquisa se inclui naquelas "pesquisas em que se privilegia a discussão em torno dos dados obtidos, de onde decorre a interpretação de seus resultados" (GIL, 2020, p. 144). Para essa finalidade, buscamos analisar os registros de ideias, falas, questionamentos, hipóteses e interações entre os estudantes.

Em conformidade com os objetivos do estudo e na leitura do material coletado, a análise dos dados coletados foi realizada a partir do uso de três categorias: a primeira relacionada ao progresso matemático; a segunda relacionada ao envolvimento e a interação no LEM; e a terceira relacionada às atividades no GeoGebra:

- a primeira categoria, denominada 'Progresso matemático', identifica a evolução dos estudantes na compreensão dos conceitos matemáticos desenvolvidos ao longo da SD, bem como os passos da aprendizagem mediada de Vygotsky;
- a segunda categoria, chamada 'Envolvimento e a interação no Laboratório de Ensino de Matemática', reúne dados referentes à viabilidade do uso do LEM na aplicação da SD, analisa o interesse, a motivação, a participação, a interação entre estudantes e a professora e sua função mediadora;
- a terceira categoria, denominada 'Atividades no GeoGebra', reúne dados referentes a construções gráficas realizadas no *software* GeoGebra, as quais auxiliaram na compreensão das propriedades da Função Quadrática.

Com base nos dados levantados e na análise de todas as categorias é que se poderemos verificar se o objetivo do processo de investigação do problema foi alcançado.

Diante do exposto, no capítulo seguinte, apresentamos os resultados obtidos na implementação da SD.

6 RESULTADOS

Neste capítulo, apresentamos os resultados obtidos a partir da implementação da SD. Para a análise, consideramos nossos registros do diário de bordo e os materiais produzidos pelos estudantes. A análise se concentrou em três categorias: progresso matemático; envolvimento e interação no LEM; atividades realizadas no GeoGebra no decorrer da aplicação da SD. Portanto, o capítulo está organizado de acordo com as categorias de análise estabelecidas.

Para identificar os trechos retirados do diário de bordo (comentários, impressões, entre outros), utilizamos a escrita em itálico; para indicar as respostas e falas dos estudantes, utilizamos códigos como E1, E2, E3, ..., E26. Destacamos que a pesquisa foi aplicada em uma turma com 26 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, os quais realizaram todas as atividades propostas, proporcionando-nos uma visão mais abrangente da validade da SD.

6.1 Progresso matemático

Esta categoria buscou identificar a evolução dos estudantes em termos de compreensão dos conceitos matemáticos durante a implementação da SD proposta. Para a elaboração das atividades, seguimos os passos na Teoria da Mediação de Vygotsky, promovendo diálogo, interação e colaboração na construção do conhecimento matemático. As análises apresentadas são referentes às atividades produzidas pelos estudantes, assim como os relatos da pesquisadora em seu diário de bordo.

Durante a implementação da SD, observamos um notável progresso no entendimento matemático dos estudantes participantes. Iniciamos pela definição do conceito de função: “uma função consta três ingredientes: domínio, contradomínio e lei de correspondência x $\rightarrow f(x)$” (LIMA, 2013, p. 37). Em relação à lei de correspondência a ser utilizada para estabelecer a relação de função entre valores do domínio e do contradomínio, esta é sempre uma expressão algébrica envolvendo duas variáveis; as usuais são “x” e “y” ou “x” e $f(x)$, uma vez que consideramos $y = f(x)$.

Comparando um trecho registrado no diário de bordo com as respostas apresentadas nas atividades, percebemos que a maioria dos estudantes reconheceu a relação de dependência das variáveis x e y em uma função. Alguns de imediato, outros após o diálogo entre o grupo no decorrer da atividade, evidenciando, assim, a importância da interação entre estudante x estudante. Vejamos o trecho do diário de bordo:

Quando os estudantes estavam respondendo em grupo a atividade "situação problema do cotidiano", dentre os seis grupos, três deles chamaram a professora no grupo e perguntaram: E2 e E3"como vou saber responder estas perguntas, se não tem a quantidade do produto, é impossível fazer o cálculo". Nota-se, que estavam preocupados em fazer cálculos para responder com quantidade exata (números). Outro questionamento: E5"eu tenho que criar uma fórmula?". Neste momento, orientei que discutissem entre o grupo e escrevessem suas respostas, caso não chegassem em comum acordo com a resposta podiam escrever mais de uma resposta para a mesma questão. Alguns estudantes perceberam de imediato a relação de dependência de "x" e "y", dizendo: E4"professora o valor a ser pago depende da quantidade de objetos a serem comprados". Logo a resposta é E4"depende". Orientei-os que escrevessem suas respostas nas atividades como estavam falando (DIÁRIO DE BORDO, 2023).

No entanto, todos os grupos deram somente uma resposta para cada questão proposta, como pode ser observado na Figura 3 (Dinâmica 'Encontre o par'), que ilustra o primeiro encontro, e na Figura 27, abaixo:

Figura 27 - Algumas respostas da atividade de situações-problema

Grupo - 1	**3) Pedro trabalha em uma empresa de táxi, que lhe paga a cada corrida um valor fixo de R$ 8,00 mais R$ 3,00 por km rodado. Qual seria o valor pago a Pedro caso a corrida fosse de:**  **a)** 24 km. 8 + 3. 24 = 8 + 72 = 80 reais **b)** 30 km. 8 + 3 · 30 = 8 + 90 = 98 reais **c)** 15 km. 8 + 3· 15 = 8 + 45 = 53 reais **d) Elabore uma fórmula matemática que relacione a quantidade a ser paga com a quantidade de km rodados.** V = 8 + 3 · Km
Grupo - 3	**2) O preço é uma função da quantidade de quilômetros rodados? Justifique.** P: 85 + Km . 5 (preço é igual a quantidade de Km rodado vezes 5 mais 85 reais).
Grupo - 4	**1) Você foi à sorveteria da Ana comprar picolé. Sabendo que ele custa R$ 2,75. Quantos reais você gastou? Justifique.** Depende da quantidade de picolé que comprar.
Grupo - 4	**5) Você foi no Supermercado Irmãos Gonçalves – IG e comprou salgadinhos. Sabendo que a cada 100 gramas custa R$ 2,89. Quantos reais você gastou?** Não tem como saber porque. não fala a quanti-dade de gramas. O valor a ser pago depende da quantidade (gramas).

Grupo - 5	**3) Você identifica essa relação de dependência entre grandezas em outras situações do dia a dia? Quais?** Sim, em muitas situações como compra no mercado, corrida de UBER, uma viagem (tempo e velocidade).
Grupo - 6	**6) Para Gabriela conseguir distribuir as 10 paçocas que ela tem, ela depende de alguma coisa? Justifique.** Ela precisa ter no minimo 9 pessoas se ela ficar com uma paçoca Caso tenha menos de 9 pessoas ela pode dar mais de 1 paçoca para cada pessoa.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Os estudantes responderam aos questionamentos de acordo com o esperado; vale ressaltar que todas as respostas foram construídas em grupo, sem a interferência da professora pesquisadora. Compreendemos que, conforme descreve Vygotsky (1984), esses estudantes já se encontram na zona de desenvolvimento real, pois já são capazes de resolver sozinhos a atividade proposta.

Assim que concluíram as atividades, houve a socialização de cada grupo com a turma; escolheram expor suas atividades no projetor multimídia, enriquecendo o momento de explicação da atividade realizada por cada grupo; as atividades eram distintas, porém todas relacionadas ao conceito de função. Nesse diálogo, surgiu uma dúvida em relação às variáveis dependente e independente. Antes mesmo de a professora responder, E6 pediu permissão e já respondeu apresentando um exemplo da ida ao supermercado, explicando a situação de uma pessoa que compraria alguns itens, variando quantidades e valores de itens diferentes, levando os estudantes a identificarem que o valor que a pessoa pagaria dos itens variava de acordo com a quantidade dos produtos. O E5 acrescentou, dizendo: *"o que posso escolher é a variável independente. Por exemplo: a quantidade de um certo produto que vou comprar, eu posso escolher, mas o valor a ser pago eu não posso escolher, então é a variável dependente*". Dessa maneira, percebemos que a maioria dos estudantes entendeu a relação de dependência das variáveis x e y em uma função, pois, no decorrer do exemplo, identificaram que os valores dos itens não mudavam, permaneciam fixos, variando apenas as quantidades, o que afetaria no valor a ser pago.

Por fim, é importante destacar que a atividade possibilitou evidenciar a presença de conhecimentos em relação ao tema discutido, haja vista que a maioria dos estudantes sabe a relação de dependência das variáveis x e y em uma função. Nesse sentido, o objetivo da atividade foi alcançado, demonstrando um processo de assimilação e internalização de novos conceitos. Ao participar ativamente das discussões e análises críticas das respostas incorretas ou que foram respondidas de maneiras diferentes, os estudantes estão negociando significados e a professora sendo a mediadora dessa interação. De acordo com Moreira (2022, p. 88), "para Vygotsky é pela mediação que se dá a internalização (reconstrução interna de uma operação externa) de atividades e comportamentos". Essa interação proporciona oportunidades para a construção conjunta do conhecimento, à medida que os estudantes compartilham suas perspectivas e entendimentos. Eles estão começando a internalizar conceitos complexos ao perceberem essas relações e, ao mesmo tempo, estão progredindo em sua ZDP, que é o espaço entre o que eles já sabem e o que são capazes de aprender com o suporte do mediador. Além disso, essa abordagem contribuiu para que as dúvidas que surgiram não se acumulassem, mas fossem identificadas e solucionadas no decorrer da atividade.

Procedemos uma retomada de conceitos sobre o plano cartesiano com intuito de relembrar sobre: o que é par ordenado, o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas, localização de pares ordenados e identificação dos quadrantes. Para isso, organizamos a turma em duplas e disponibilizamos um plano cartesiano manipulável e alfinetes para a marcação dos pontos, conforme mostra na Figura 4 do segundo encontro. No decorrer da realização dessa atividade surgiram alguns questionamentos, como aponta o seguinte registro dos diálogos na videogravação das aulas:

> *Assim que a atividade foi entregue, houve alguns questionamentos:*
> *E2 "Como eu vou marcar os pontos?".*
> *E7"Qual é a ordem dos pontos?".*
> *Os estudantes foram orientados a ler com atenção as instruções da atividade, se não entendessem podiam chamar a professora. Em seguida as duplas começaram a interagir e realizar a atividade, neste momento surgiram algumas falas:*
> *E5"Ah, professora eu lembro desse conteúdo, é bem fácil".*
> *E11"Este par é aquele que não pode inverter?".*
> *E4"Parece fácil, mas se descuidar, a gente erra!".*
> *E10"Fazer neste isopor ficou bem legal, fácil e rápido, porque não precisa desenhar as retas x e y". No decorrer da atividade, surgiram outros questionamentos:*
> *E2 "Qual é o nome do eixo x? E o eixo y?".*
> *E12"O que é uma coordenada?".*
> *E13 "Qual é a ordem dos quadrantes?".*
> *E4 "Não lembro muito bem qual é a ordem dos quadrantes".*
> *Buscando sanar essas dúvidas, sugeri que pesquisassem no livro didático deles, e no próprio caderno, pois já havia sido trabalhado esses conceitos em aulas anteriores* (DIÁRIO DE BORDO, 2023).

No início, os estudantes nos chamavam para conferir se os pares ordenados localizados por eles estavam corretos: E5: *"Tá certo, professora?".* Ao verificar suas respostas, percebemos que apenas dois grupos inverteram a ordem dos pares ordenados. Então, interferimos com um questionamento: “Quem é o primeiro elemento de um par ordenado, x ou y?”. E os estudantes responderam em coro: “*Primeiro é o eixo x, depois o eixo y*”. E10 complementou com a seguinte fala: “*Primeiro a gente anda em linha reta, depois verifica se vai subir ou se vai descer*”. Assim, que terminaram de localizar os pontos no plano cartesiano manipulável, propusemos que desenhassem o plano cartesiano no papel quadriculado e localizassem os mesmos pontos, conforme mostra a Figura 5 do segundo encontro.

De um modo geral, os estudantes não apresentaram dificuldades na realização da atividade, cujo objetivo foi alcançado com sucesso. Finalizamos com o momento de intercâmbio de conhecimentos: cada dupla corrigiu a folha de atividade de outra dupla, fazendo uma revisão conjunta, lembrando que os pontos marcados por cada dupla foram distintos. Logo, com olhares atentos verificaram o posicionamento dos pontos. A interação entre os estudantes contribuiu para que todos realizassem a atividade e aprendessem uns com os outros.

A atividade experimental "Descrevendo a trajetória" proporcionou aos estudantes uma oportunidade prática e envolvente para explorar conceitos matemáticos de forma concreta. Durante essa atividade, os estudantes foram divididos em grupos, o que promoveu a colaboração e a troca de conhecimentos entre eles. Cada grupo realizou uma atividade diferente, permitindo a exploração de uma variedade de fenômenos relacionados a trajetórias.

Esse experimento teve como objetivo observar e descrever trajetórias, o que forneceu um contexto real para a aplicação de conceitos matemáticos. A coleta de dados desempenhou um papel importante e, para isso, os estudantes, registraram suas observações por meio de fotografias e filmagens. Isso os ajudou a aprender a coletar informações de maneira organizada e a usar evidências visuais para apoiar suas conclusões.

Uma parte importante da atividade foi a representação gráfica das trajetórias usando o papel quadriculado. Essa abordagem possibilitou que os estudantes desenvolvessem habilidades de representação gráfica, enfatizando a precisão ao desenhar as trajetórias com atenção aos detalhes. Isso pode ser observado nas ilustrações do terceiro encontro (Figura 6 - Arremesso de bolinhas de papel; Figura 7 - Chute ao gol; Figura 8 - Pulando corda; Figura 9 - Saque em uma partida de vôlei; Figura 10 - Lançamento de um minifoguete). Além disso, a atividade promoveu a interação entre os estudantes, já que eles compartilharam suas observações e análises no grande grupo. Isso estimulou a troca de ideias e promoveu habilidades de comunicação e argumentação, que são essenciais para a Matemática.

Portanto, essa atividade prática e envolvente teve um impacto positivo no progresso matemático dos estudantes. Eles puderam aplicar conceitos matemáticos em situações do mundo real, aprimorar habilidades de observação, registro e análise de dados, bem como fortalecer a colaboração e a comunicação em sala de aula. Além disso, por meio da atividade, os estudantes perceberam como a Matemática está presente em diferentes aspectos do cotidiano, tornando-a mais acessível e interessante. Enquanto professora pesquisadora, desempenhamos um papel importante ao introduzir o termo "parábola" e esclarecer dúvidas dos estudantes, construindo, assim, o conhecimento matemático.

Seguindo com a construção do conceito de parábola, apresentamos um conjunto de imagens manipuláveis, com curvas semelhantes a uma parábola, sendo algumas regionais; foi notório o interesse dos estudantes em manusear as imagens e fazendo comentários:

> E2: "*Eu já passei nesta ponte sobre o Rio Madeira em Porto Velho que vai para Manaus, mas, nunca imaginei que tinha a ver com Matemática*".
> E21: "*Eu já passei nesta ponte do Abunã, sobre o Rio Madeira que liga Rondônia com o Acre*".
> E13 completou: "*Eu assisti a inauguração desta ponte que liga Rondônia com o Acre, o presidente da república da época veio para esta inauguração*".

Foi unânime a empolgação dos estudantes ao dizer que já haviam passado pela passarela no Jardim Botânico de Ariquemes. Também houve alguns comentários sobre o sonho de visitar alguns lugares representados nas imagens, como a Torre Eiffel, em Paris, o Arco de Saint Louis, no oeste americano, entre outros.

O E21, que escolheu a imagem da Oca erguida nas imediações do Memorial Rondon, em Porto Velho-RO, contou ter origem indígena e, por isso, se identificou com a imagem. Sob a perspectiva vygotskyana, que destaca a interação social e as experiências culturais como elementos centrais para a construção do conhecimento, o relato do E21 não apenas partilhou um fragmento de sua identidade cultural, mas também fomentou um ambiente propício para que seus colegas compartilhassem suas vivências relacionadas às aldeias indígenas de Rondônia.

As experiências pessoais dos estudantes, conectadas ao contexto cultural, se tornam ferramentas de mediação para o estudo do objeto de conhecimento em questão. Nesse ambiente de troca e colaboração, as imagens ganharam vida, evidenciando sua conexão com as vivências dos estudantes, mostrando que a Matemática está presente no cotidiano, reforçando a ideia de Vygotsky de que a aprendizagem é enraizada em contextos sociais e culturais.

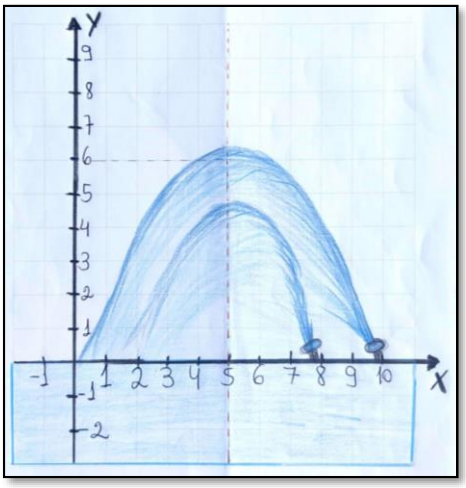
Vygotsky (1984) defendia que a aprendizagem é um processo contínuo, que ocorre no âmbito da ZDP, uma região entre o que o aprendiz pode fazer sozinho e o que pode fazer com ajuda. A análise das imagens (que permitiu aos estudantes construírem gradualmente o conceito de parábola) pode ser vista como uma atividade que se situa dentro da ZDP. A realização da pesquisa sobre catenária foi essencial para garantir que os estudantes não generalizem todas as curvas como parábolas e possibilitou a elaboração de cartazes que sintetizavam as descobertas. Para Vygotsky (1984), ferramentas culturais e símbolos, como linguagem, desempenham um papel importante no desenvolvimento cognitivo. A pesquisa sobre catenária e a subsequente elaboração de cartazes, como pode ser observado na Figura 14 (Cartazes sobre a catenária e a parábola), foram ferramentas mediadoras, auxiliando os estudantes a internalizarem o conhecimento adquirido.

Na atividade aplicada no sexto encontro, introduzimos a construção do gráfico da função quadrática ao usar o papel quadriculado como uma ferramenta mediadora para facilitar o entendimento dos estudantes sobre propriedades específicas da parábola, como o vértice, o eixo de simetria e os pontos de máximo ou mínimo. A tarefa de dobrar a folha ao meio, de forma que a curva da parábola fosse dividida em duas partes iguais, serviu como um meio visual de apresentar a simetria inerente à forma da parábola. Esse ato simples, mas significativo, funcionou como um mediador, permitindo que os estudantes vissem e compreendessem o eixo de simetria.

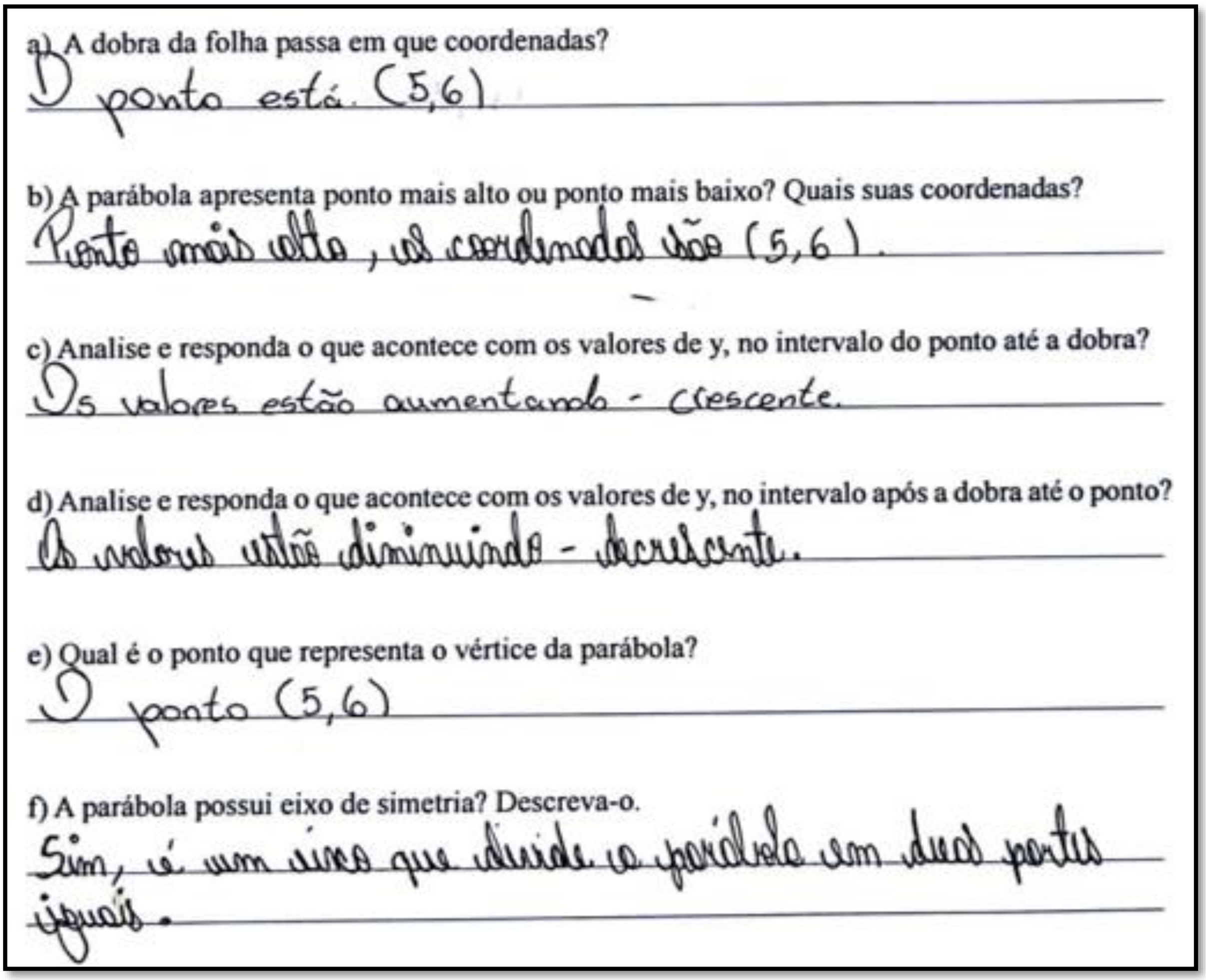
Os dados apresentados na Figura 15 (Reprodução da imagem escolhida no plano cartesiano) mostram que os estudantes reproduziram no papel quadriculado o traçado da curva semelhante à imagem escolhida, atentos a cada detalhe; algumas duplas fizeram o desenho mais de uma vez. Foi uma competição entre eles para ver quem conseguia reproduzir a curva o mais parecido possível. O E18 já foi premiado em concurso de desenho promovido na escola e isso incentivou os outros estudantes a desenhar como se estivessem competindo com o estudante considerado melhor “desenhista” da escola.

Os desenhos produzidos com detalhes facilitaram a visualização do eixo de simetria. As imagens indicam que os participantes alcançaram a compreensão da curva formada pelo gráfico da Função Quadrática chamada de parábola. No momento de socialização, dentre os 13 desenhos produzidos pelos estudantes, apenas um tinha a curvatura voltada para cima e que, mesmo prolongando as laterais, não tocava no eixo x (desenho da taça, na Figura 15 do quinto encontro). Os estudantes reconheceram que, nesse caso, a parábola apresenta ponto mais baixo (ponto mínimo); reconheceram que o ponto mínimo (ou máximo) é chamado de vértice da parábola. Isso pode ser observado na resposta ilustrada na Figura 28, a seguir:

Figura 28- Fonte do Parque de Ibirapuera-SP (Resposta da atividade dos E19 e E11)



https://abre.ai/g511



a) A dobra da folha passa em que coordenadas?

O ponto está (5,6)

b) A parábola apresenta ponto mais alto ou ponto mais baixo? Quais suas coordenadas?

Ponto mais alto, as coordenadas são (5,6).

c) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo do ponto até a dobra?

Os valores estão aumentando - crescente.

d) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo após a dobra até o ponto?

Os valores estão diminuindo - decrescente.

e) Qual é o ponto que representa o vértice da parábola?

O ponto (5,6)

f) A parábola possui eixo de simetria? Descreva-o.

Sim, é um eixo que divide a parábola em duas partes iguais.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Percebemos que foi considerada a curva maior para responder aos questionamentos; os estudantes reconheceram que o eixo de simetria passa pelo ponto (5,6) e que também é o vértice da parábola, iniciando assim o conceito de ramo crescente e decrescente da parábola. Desse modo, construíram conceitos importantes sobre funções quadráticas, compreendendo que o seu gráfico é sempre uma parábola e a parte algébrica pode variar na forma completa $f(x) = ax^2 + bx + c$ e na forma incompleta $f(x) = ax^2 + bx$ e também $f(x) = ax^2 + c,$ todas com $a \neq 0$. Os pontos em que a parábola toca o eixo x recebem o nome de raízes ou zeros de uma função.

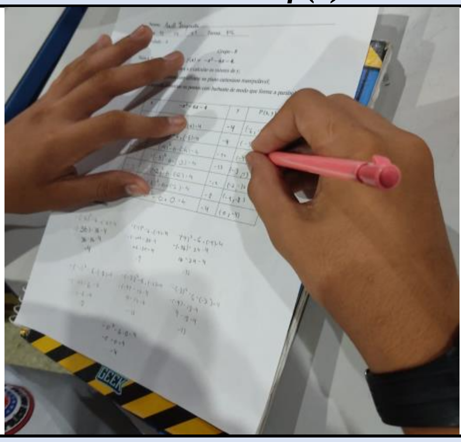
Seguindo com análise da construção do gráfico no plano cartesiano manipulável a partir de uma função dada, destacamos um relato do diário de bordo, o qual demonstra que as discussões sobre o formato da curva chamada de parábola, durante os encontros anteriores, foram aplicadas ao conhecimento adquirido por eles na realização da atividade proposta. Vejamos o registro:

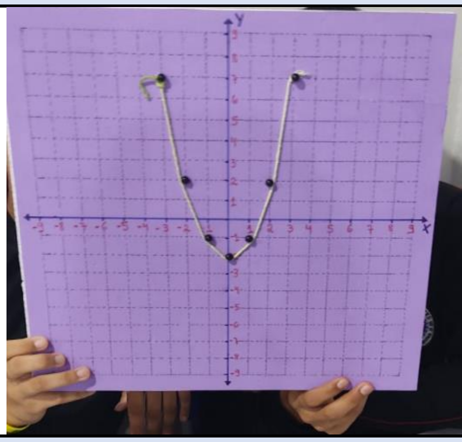
> *Sobre a construção do gráfico de uma Função Quadrática, ao explicar que cada grupo recebeu uma função distinta e que eles atribuiriam valores quaisquer para x e calculavam para encontrar o valor do y. De imediato o E5 disse: "Não posso usar valores altos, o plano cartesiano que temos para fazer o gráfico só vai até o número dez". Neste momento a professora comentou que este conceito seria demonstrado mais adiante com o uso de outro recurso para a visualização do "infinito". Das treze duplas, nove delas optaram por fazerem os cálculos de todos os pontos para depois localizar no plano cartesiano, e quatro duplas usaram a estratégia de calcular um ponto e em seguida marcar no plano cartesiano, ao questionar o motivo de usar essa estratégia de marcar em seguida o ponto, o E11 respondeu: "assim eu já posso observar se os pontos estão formando a curva da parábola, aí eu sei se acertei o valor de y", E6 disse, "Ah, professora com atividade diferente não dá nem para olhar na do vizinho, a gente se obriga a fazer tudo. No decorrer da atividade da construção do gráfico, várias duplas chamaram a professora para ajudar eles encontrarem o "erro", ao serem questionados como sabem que está errado? Eles responderam: "O ponto está fora da curva que deve ser formada"* (DIÁRIO DE BORDO, 2023).

Assim, evidenciamos o progresso matemático por parte dos estudantes, pois a capacidade de fazer análise do gráfico da Função Quadrática construído por eles, observando se o ponto encontrado pertence ou não à parábola da função em questão, demonstrou um entendimento sobre o que estavam fazendo. Assim que terminaram a construção do gráfico no plano cartesiano manipulável, conferimos se estava correto e, em seguida, eles reproduziram o mesmo gráfico no papel quadriculado. A Figura 29 traz um quadro de respostas apresentadas pelos estudantes no sétimo encontro:

Figura 29 - Respostas apresentadas pelos estudantes no sétimo encontro

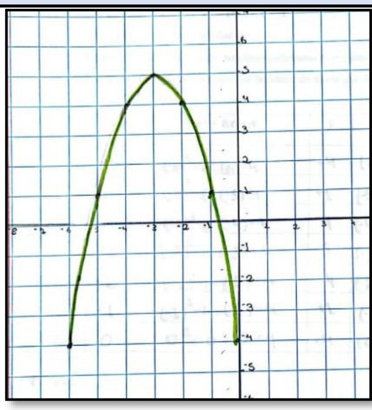
E6 e E12 - Gráfico da ***f (x) = x² - 2***





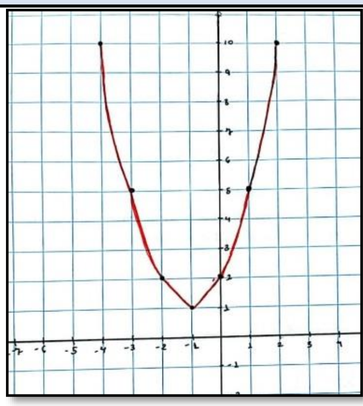
E5 e E24 - Gráfico da ***f (x) = - x² - 6x - 4***

x	$-x^2-6x-4$	y	P(x, y)
-6	$-(-6)^2-6.(-6)-4$	-4	(-6,-4)
-5	$-(-5)^2-6.(-5)-4$	+1	(-5 , 1)
-4	$-(-4)^2-6.(-4)-4$	4	(-4, 4)
-3	$-(-3)^2-6.(-3)-4$	5	(-3;5)
-2	$-(-2)^2-6.(-2)-4$	4	(-2, 4)
-1	$-(-1)^2-6.(-1)-4$	+1	(-1,1)
0	$-0^2-6.0-4$	-4	(0,-4)



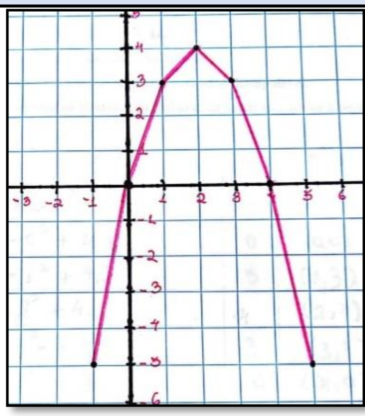
E11 e E19 - Gráfico da ***f (x) = x² +2x +2***

x	x^2+2x+2	y	P(x, y)
-4	$-4^2+2.(-4)+2$	10	(-4, 10)
-3	$-3^2+2.(-3)+2$	5	(-3,5)
-2	$-2^2+2.(-2)+2$	2	(-2,2)
(-1)	$(-1)^2+2.(-1)+2$	1	(-1, 1)
0	$0^2+2.0+2$	2	(0,2)
1	$1^2+2.1+2$	5	(1,5)
2	$2^2+2.2+2$	10	(2,10)

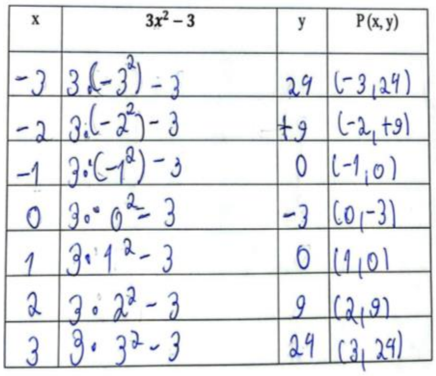


E6 e E9 - Gráfico da ***f (x) = - x² + 4x***

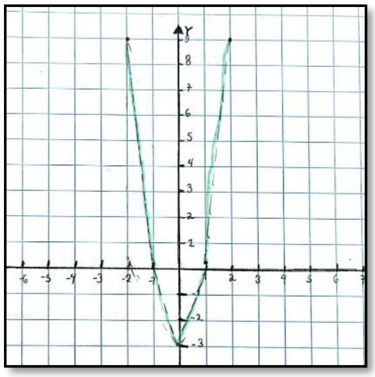
x	$-x^2+4x$	y	P(x, y)
-1	$-(-1)^2+4.(-1)$	-5	(-1,-5)
0	$-0^2+4.0$	0	(0,0)
1	$-1^2+4.1$	3	(1,3)
2	$-2^2+4.2$	4	(2,4)
3	$-3^2+4.3$	3	(3,3)
4	$-4^2+4.4$	0	(4,0)
5	$-5^2+4.5$	-5	(5,-5)



E3 e E7 - Gráfico da ***f (x) = 3x² - 3***



x	$3x^2 - 3$	y	P(x, y)
-3	$3(-3^2)-3$	24	(-3,24)
-2	$3\cdot(-2^2)-3$	+9	(-2,+9)
-1	$3\cdot(-1^2)-3$	0	(-1,0)
0	$3\cdot 0^2-3$	-3	(0,-3)
1	$3\cdot 1^2-3$	0	(1,0)
2	$3\cdot 2^2-3$	9	(2,9)
3	$3\cdot 3^2-3$	24	(3,24)



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Ao analisar o material produzido pelos estudantes, percebemos que os objetivos da SD haviam sidos alcançados. A discussão em grupo sobre a concavidade das parábolas e suas posições nos quadrantes do plano cartesiano proporcionou um ambiente colaborativo, onde ideias foram compartilhadas e construídas coletivamente. Essa troca entre os estudantes permitiu-lhes esclarecer dúvidas, identificar padrões e iniciar a construção do conceito sobre o comportamento do gráfico das funções quadráticas. Ao guiá-los na compreensão dos efeitos dos coeficientes *a*, *b* e *c* na parábola, proporcionamos aos estudantes relacionar propriedades algébricas a características geométricas do gráfico. Tais percepções estão evidenciadas nas respostas dos estudantes, conforme pode ser observado na Figura 30:

Figura 30 - Respostas dos E19 e E24 da atividade seis do oitavo encontro

1) Construir o gráfico no geogebra, das funções abaixo e responder. Como vai ser esta parábola? Identifique algumas características a partir da parâmetros a, b e c.	
Função	**f(x)** = – x ^{2} + 12x – 20
Parâmetro a	Valor de a negativo, concavidade para baixo.
Parâmetro b	Valor de b positivo, corta no eixo y, ramo crescente.
Parâmetro c	O valor do c passa no ponto (0,-20) eixo y.
Função	**g(x)** = x^2 – 7x + 12
Parâmetro a	Valor de a Positivo, concavidade para cima.
Parâmetro b	Valor de b negativo, corta no eixo y, ramo decrescente.
Parâmetro c	O valor de c passa no ponto (0,12) eixo y.
Função	**h(x)** = 2x^2 – 12x + 1
Parâmetro a	Valor de a positivo, concavidade para cima.
Parâmetro b	Valor de b negativo, corta no eixo y, ramo decrescente
Parâmetro c	O valor de c passa no ponto (0,1) eixo y.
Função	**f(x)** = x^2 + 3x + 6
Parâmetro a	Valor de a positivo, concavidade para cima.
Parâmetro b	Valor de b positivo, corta o eixo y, ramo crescente
Parâmetro c	O valor de c passa no ponto (0,6) eixo y.
Função	**f(x)** = x^2 – 5x
Parâmetro a	Valor de a positivo, concavidade para cima
Parâmetro b	Valor de b negativo, corta o eixo y, ramo decrescente
Parâmetro c	O valor de c é nulo

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Analisando as respostas dos estudantes nessa atividade, averiguamos que a interação com o *software* GeoGebra, juntamente com a mediação da professora pesquisadora, oportunizou que os gráficos fossem construídos rapidamente, facilitando a análise e a exploração dos efeitos dos parâmetros *a*, *b* e *c* da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. A interação e a colaboração mútua foram positivas e possibilitaram a internalização do conhecimento, favorecendo aos estudantes discutir suas respostas e aprender com o outro.

No geral, os estudantes obtiveram progresso matemático ao aprimorar suas habilidades na compreensão da relação de dependência entre as variáveis x e y de uma função. Eles foram capazes de aplicar conceitos matemáticos em situações do mundo real, o que fortaleceu sua compreensão das competências de observação, registro e análise de dados. Desenvolveram suas habilidades de representação gráfica, aprendendo a desenhar com precisão as trajetórias das parábolas no plano cartesiano, além de fortalecer a colaboração e a comunicação em sala de aula. Entenderam o processo de visualizar e analisar as características geométricas das parábolas, como a concavidade, o vértice e o eixo de simetria. Além disso, os estudantes compreenderam os efeitos dos coeficientes *a, b* e *c* na parábola, descobriram padrões e relações entre os coeficientes e as características dos gráficos, fortalecendo sua compreensão das propriedades algébricas e geométricas das parábolas.

Conforme Moreira (2022), a interação desempenha um papel essencial no processo de internalização. Além disso, ressaltamos que a aprendizagem é uma atividade conjunta e colaborativa e o professor tem um papel privilegiado, uma vez que ele “[...] é o grande orquestrador de todo o processo. Além de ser o sujeito mais experiente, sua interação tem planejamento e intencionalidade educativos” (FREITAS, 1994, p. 192).

Conforme mencionado, o professor é visto como o "grande orquestrador" do processo educacional, conduzindo e facilitando as interações essenciais para a aprendizagem na sala de aula. Sua função vai além de um facilitador, adentrando na área do planejamento intencional das atividades educacionais para atingir objetivos de aprendizagem delineados.

Como o sujeito mais experiente, o professor se torna um recurso importante, proporcionando a orientação e o *feedback* necessários para a construção do entendimento do objeto do conhecimento abordado. Ao fomentar atividades conjuntas, ele ajuda a incutir uma cultura de aprendizagem interativa propícia à internalização do conhecimento.

Como afirma Moreira (2022, p. 96), “o ensino se consuma quando estudante e professor compartilham significados”. Seu papel se estende para além do conteúdo acadêmico, englobando o desenvolvimento de competências sociais e cognitivas. Além disso, o professor avalia o progresso dos estudantes e fornece *feedback* construtivo, que é essencial para a reflexão e construção do conhecimento.

6.2 O envolvimento e a interação no LEM

Na atualidade, o ensino da Matemática exige do professor não apenas o domínio específico dos conceitos abordados, mas também a utilização de metodologias de ensino e atividades diversificadas e atrativas. Nesse sentido, destacamos a relevância do LEM como um espaço propício para auxiliar na assimilação de conceitos, na exploração do conhecimento e na construção do saber matemático.

Esta categoria tem como objetivo analisar as potencialidades do LEM como um espaço favorecedor para o desenvolvimento da aprendizagem e da motivação dos estudantes durante a implementação da SD, alinhada com a teoria vygotskyana e o uso de tecnologias digitais, com intuito de facilitar a compreensão e a aplicação de conceitos matemáticos relacionados a Função

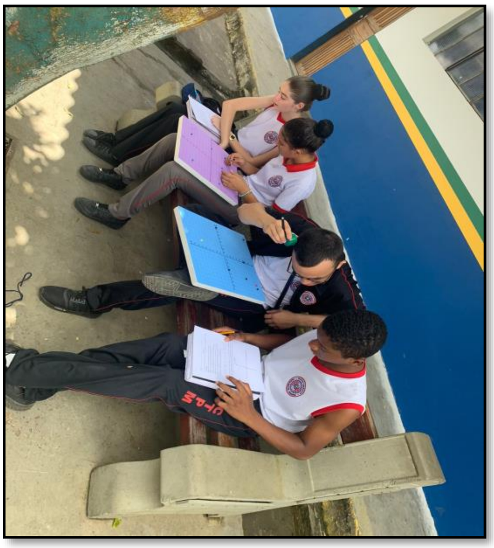
Quadrática. Analisamos as interações entre os estudantes durante a realização das atividades, ou seja, a participação, os diálogos, as resoluções das atividades, a socialização das suas ideias com os demais colegas da turma, dentre outras.

Há diferentes concepções de LEM. Para Lorenzato (2012), vai além de um espaço destinado às aulas de Matemática, local onde a Matemática é abordada de maneira a ser amplamente desvendada, desmistificando-a e trazendo-a para mais próximo da realidade. O LEM não é um local pronto e acabado. É necessário ser atualizado constantemente, de modo a se tornar um lugar de construção de conhecimento, atrativo aos estudantes e motivador na visão dos professores, facilitando o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

O espaço por nós escolhido, chamado de "pracinha Tiradentes", que se encontra dentro do pátio da escola, configura-se como um LEM, pois apresenta-se como um espaço pedagógico alternativo e eficaz, corroborando a ideia de Lorenzato (2012) de que um laboratório vai além de um espaço físico com materiais de ensino, mas é um local que permite que os estudantes e professores criem, testem e pratiquem.

A escolha desse espaço ao ar livre possibilitou uma aprendizagem mais dinâmica e menos restritiva, favorecendo o envolvimento, interação e a exploração do conteúdo por parte dos estudantes, como pode ser observado na Figura 31, a seguir:

Figura 31 - Atividades desenvolvidas com materiais manipuláveis



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

O uso de imagens tangíveis no processo de ensino e aprendizagem revelou-se uma estratégia eficaz para a introdução da noção de parábola e sua presença em situações reais. Assim, proporcionamos uma experiência sensorial que favoreceu o engajamento e a curiosidade dos estudantes. A reação dos estudantes - como evidenciado pelo comentário da E15: *"Agora vou chegar na igreja e ficar procurando as curvas que têm por lá"* - sobre a percepção alterada de seu entorno, é um indício do impacto dessa abordagem no sentido de sensibilizar os estudantes sobre a presença e a aplicabilidade das parábolas.

Além disso, ficou evidente o engajamento entre estudante x estudante e a participação excelente no desenvolvimento das atividades propostas, propiciando uma dinâmica de ensino atrativa, promovendo uma interação social importante entre professor e estudante, tornando o estudo mais prazeroso para os estudantes, dispondo de materiais manipuláveis fundamentais no processo de ensino e aprendizagem de funções quadráticas. No momento em que compartilharam suas experiências com os colegas, socializando suas respostas, questionamos a opinião dos estudantes em relação ao uso do LEM. Seguem algumas falas dos estudantes, em trechos retirados das videogravações no decorrer das aulas:

> *E6 "O uso do LEM tornou o aprendizado muito mais interativo e divertido".*
> *E4 "Não é estudar sobre números em um papel, mas sobre como esses números funcionam no mundo real".*
> *E20 "Eu sinto que aprendo muito com meus colegas".*
> *E3 "Inicialmente, eu estava com receio da ideia de um laboratório de Matemática, mas agora espero ansioso para as nossas aulas serem nele".*
> *E1 "É uma mudança bem-vinda em relação à rotina da sala de aula", E9 "É um ambiente de aprendizagem muito mais envolvente".*
> *E15 "Acho que o LEM nos prepara melhor para o mundo real".*
> *E7 "Podemos ver como a Matemática é aplicada e isso me faz apreciar a matéria de uma forma que eu não fazia antes".*
> *E18 "Eu acho que não só eu, mas todos se dedicam mais na atividade quando estamos lá".*
> *E3 "Professora, que dia voltaremos a trabalhar no laboratório".*
> *E22 "Acredito que o fato de mudarmos de ambiente já é um estímulo para nós"* (DIÁRIO DE BORDO, 2023).

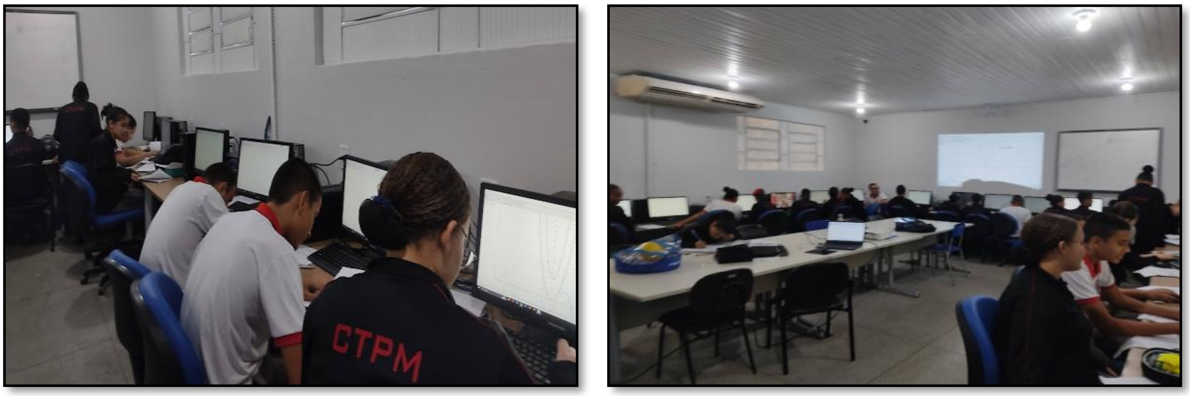
Dentre as opiniões dadas pelos estudantes, destacamos a fala do E22: "Acredito que o fato de mudarmos de ambiente já é um estímulo para nós". Esse ambiente não consiste somente em um espaço físico de laboratório, mas em uma extensão da sala de aula, um lugar onde o professor encontra recursos didáticos para inserir metodologias de ensino que integram estratégias distintas, onde o estudante possa se apropriar de conhecimentos.

O desenvolvimento humano está ligado ao processo de construção do conhecimento, um processo que pode ser desenvolvido de maneira significativa no ambiente educacional com o auxílio de ferramentas tecnológicas digitais. Sob a luz da Teoria da Mediação de Vygotsky, é essencial reconhecer que o ensino é uma prática social e cultural, na qual ferramentas e signos culturais mediam a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo. As incessantes transformações socioculturais e tecnológicas demandam que as ações pedagógicas sejam atualizadas constantemente, visando à formação abrangente do estudante e promovendo a construção de um conhecimento contextualizado e reflexivo, alinhando-se ao princípio de Vygotsky no qual a aprendizagem é um processo colaborativo e socialmente mediado, que ocorre na interação entre o indivíduo e seu ambiente cultural e social.

Sendo assim, temos uma percepção positiva com relação ao valor agregador das atividades desenvolvidas no ambiente do LEM, reafirmando a importância desse ambiente na aplicação de conceitos estudados, construindo um elo entre materiais manipuláveis e *softwares* educacionais, em específico o GeoGebra. Entendemos que, quando o professor atua como mediador dos conteúdos e informações compartilhadas, esses recursos podem se transformar em instrumentos que potencializam e facilitam a aquisição do saber pelo aprendiz.

A Figura 32 apresenta imagens dos estudantes no LI da escola, construindo gráficos das funções quadráticas com o uso do GeoGebra:

Figura 32 - Construindo gráficos da Função Quadrática com o software GeoGebra



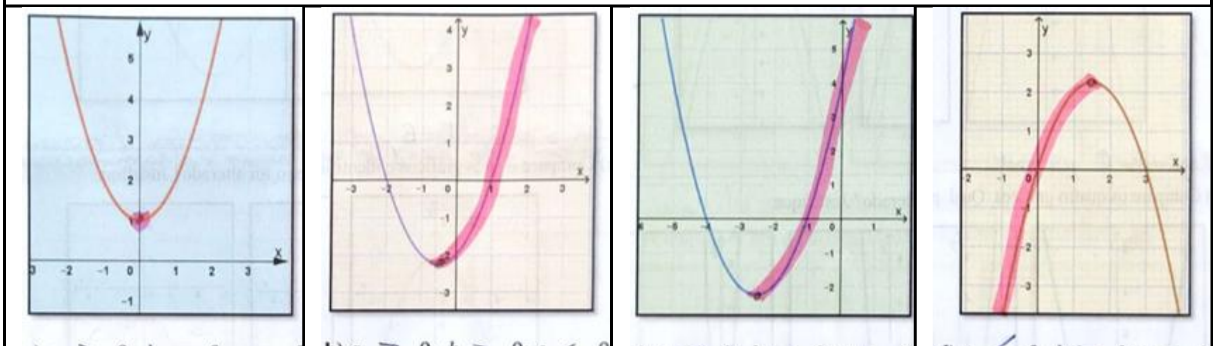
Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Em conformidade com as ideias de Monroe (2016), analisamos o *software* GeoGebra, numa perspectiva de instrumento de mediação, que possibilita ao professor ampliar suas capacidades, uma vez que facilita uma exploração mais aprofundada das construções dos gráficos em comparação com o uso apenas do pincel e quadro. Nesse contexto, a utilização de signos ocorre por meio da fala, da escrita, dos símbolos e gráficos empregados, seja por meio de material manipulável ou do computador. Essa interação com variados signos, mediada pelo GeoGebra, possibilita a exploração dos parâmetros a, b e c da Função Quadrática, proporcionando uma abordagem mais dinâmica e visual ao aprendizado do tema em questão.

A interação entre o computador e o estudante facilita a manipulação de conceitos, contribuindo para o desenvolvimento mental do estudante. O processo de aprendizagem mediado por instrumentos (como o GeoGebra) e signos (como falas, gráficos e símbolos matemáticos), inicialmente, busca representar as atividades de maneira externa ao estudante. Ao reconstruir e explorar essas representações, o estudante começa a interiorizá-las, promovendo a transição do processo interpessoal para o intrapessoal, o que resulta na internalização dos conhecimentos. Constatamos que as construções gráficas realizadas pelos estudantes no *software* GeoGebra auxiliaram na compreensão das propriedades da Função Quadrática, fazendo a integração da parte algébrica com a parte geométrica e na investigação do comportamento do gráfico chamado de parábola originado a partir de uma Função Quadrática. Isso pode ser observado na Figura 33, a seguir:

Figura 33 - Parte da avaliação respondida por alguns estudantes

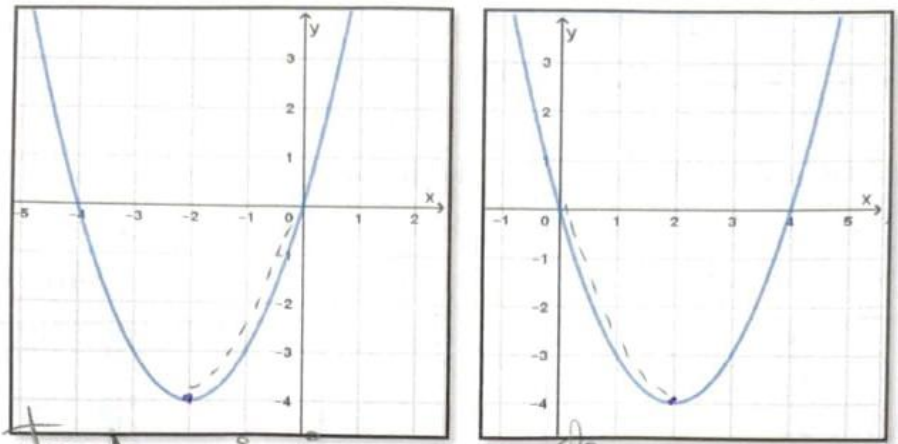
1) Analise os gráficos abaixo, os quais são gráficos que representam Função Quadrática. Quais são os sinais de $a, b\ e\ c,$ ou seja, se $a > 0$ (positivo) ou $a < 0$ (negativo), se $b > 0$ (positivo), $b < 0$ (negativo) ou $b = 0$ (igual), se $c > 0$ (positivo), $c < 0$ (negativo) ou $c = 0$ (igual).



a) a > 0; b = 0; c > 0	**b)** a > 0; b > 0; c < 0	**c)** a > 0; b > 0; c > 0	**d)** a < 0; b > 0; c = 0

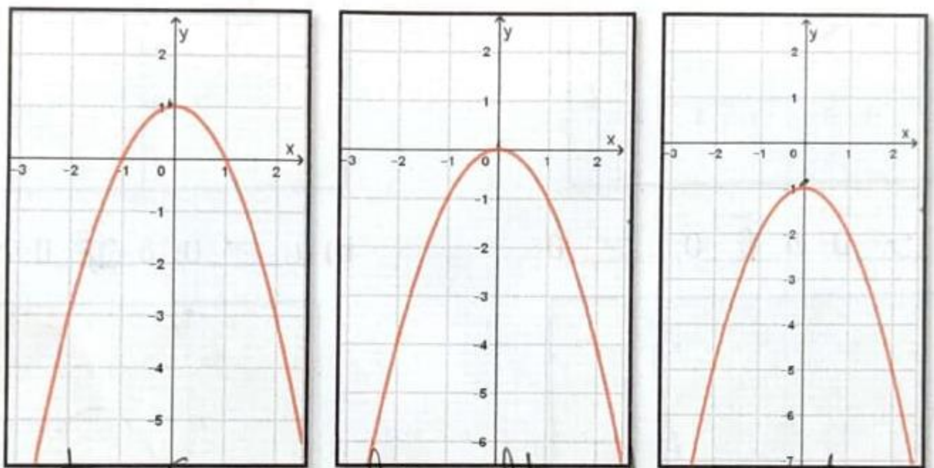
2) Analise os gráficos abaixo, os quais são gráficos que representam Função Quadrática. Sabendo que apenas um dos parâmetros foi modificado, responda:

a) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



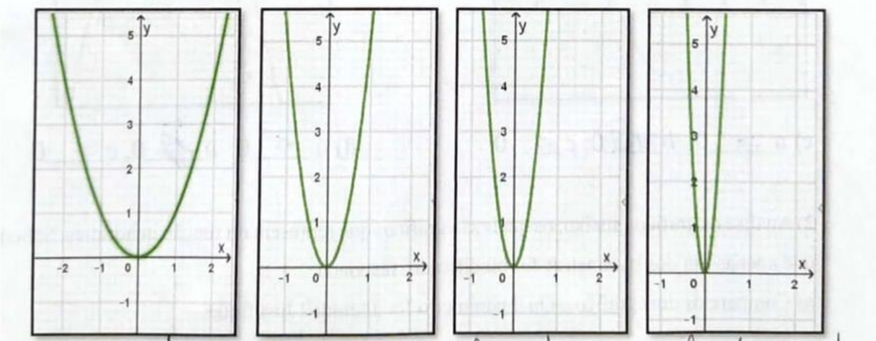
Parâmetro b, primeiro o gráfico passou em Y no ramo crescente e o segundo no ramo decrescente

b) Compare os três gráficos e identifique qual parâmetro foi alterado? Justifique.



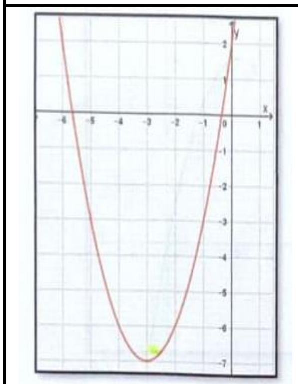
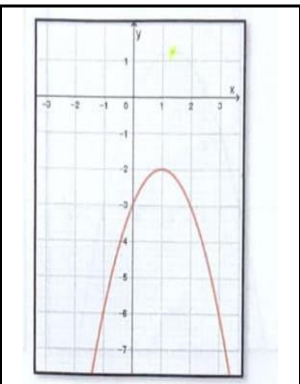
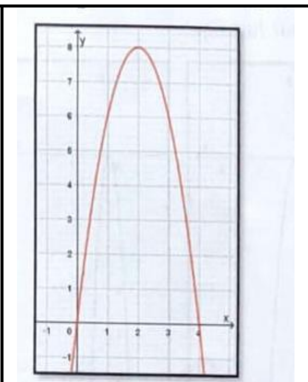
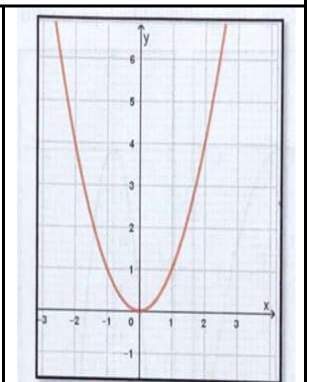
Parâmetro C, que foi alterado, mudou de posição no eixo Y.

c) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.

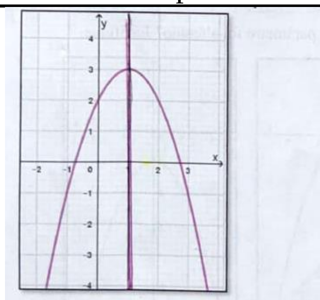
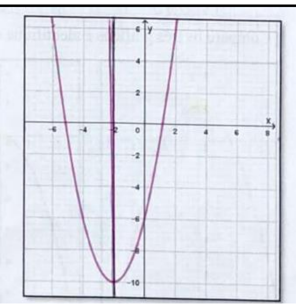


Parâmetro a, foi modificado a abertura da parábola, então o valor de "a" foi aumentando.

3) Analise os gráficos abaixo e responda, qual é a coordenada do vértice da parábola e a coordenada que representa o parâmetro c?

 V(-3, -7) C(0, 2)	 V(1, -3) C(0, -3)	 V(2, 8) C(0, 0)	 V(0, 0) C(0, 0)

4) Desenhe o eixo de simetria nas parábolas abaixo.

5) Explique com suas palavras porque o parâmetro a precisa ser diferente de zero ($a \neq 0$) para ser uma Função Quadrática.

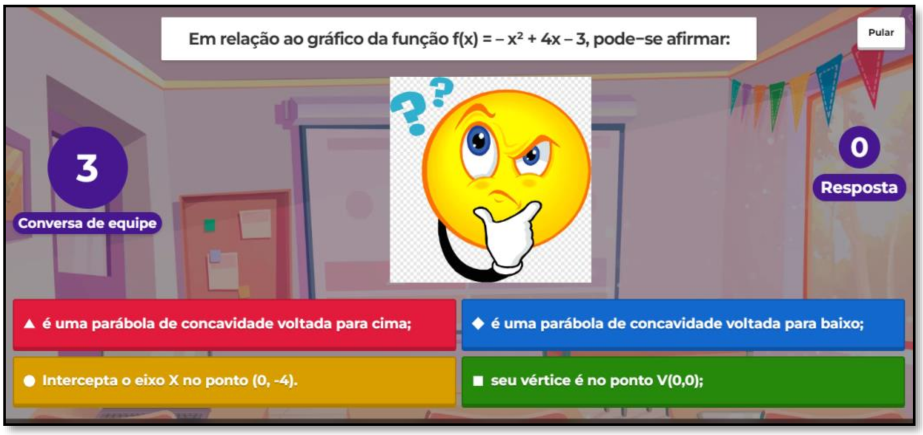
Porque a função quadrática é representada por uma curva (parábola) e se o parametro a for A=0 não haverá curva e a função deixa de ser quadrática

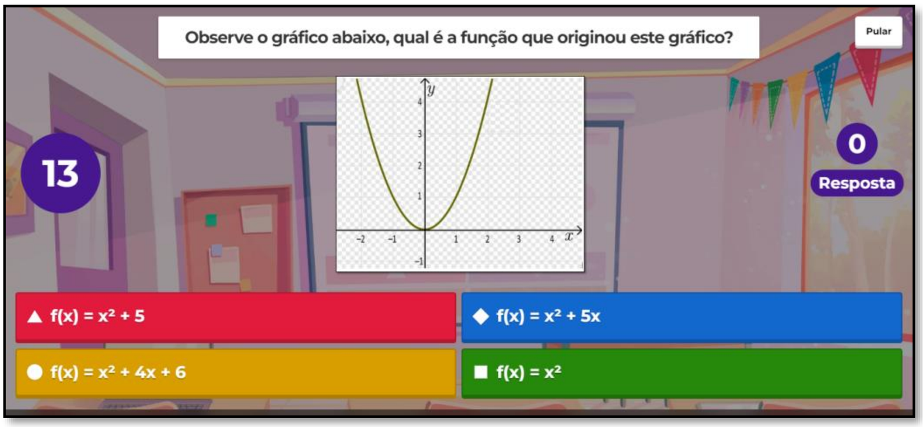
Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

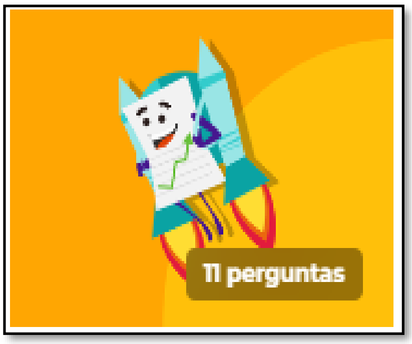
Verificando as respostas dos estudantes, umas das contribuições mais relevantes identificadas está na compreensão de que o coeficiente *"a"* influência na abertura da concavidade da parábola, internalizando no estudante o entendimento de que, em uma Função Quadrática, o coeficiente *"a"* deve ser diferente de zero; caso contrário, a função passa a ser afim (função do 1º grau) e, consequentemente, seu gráfico deixa de ser uma parábola, tornando-se uma reta.

Buscamos revisar os conceitos abordados ao longo da SD, tais como: parâmetros *a*, *b* e *c*, vértice, quadrantes, eixo de simetria, concavidade da parábola, máximos e mínimos, entre outros. Para isso, foram propostos momentos de descontração aliados à consolidação da aprendizagem, com jogos digitais por nós criados, por meio das plataformas *Kahoot* e *Wordwall*. O uso dos jogos despertou a motivação e o interesse dos estudantes em todas as etapas propostas a eles. Consideramos os jogos uma abordagem interativa, criando um ambiente de aprendizagem lúdico e engajador. O jogo "Função Quadrática", no *Kahoot*, com sua estrutura de questões de múltipla escolha, temporizador e pontuação variando de acordo com o grau de dificuldade de cada questão, proporcionou uma maneira dinâmica de consolidar e avaliar o entendimento dos estudantes sobre o tema, como pode ser observado na Figura 34:

Figura 34- Jogo "Função Quadrática", com a utilização da ferramenta Kahoot







Fonte: A autora, 2023 (utilizando a plataforma *Kahoot.*
Link de acesso: https://shre.ink/2yg8).

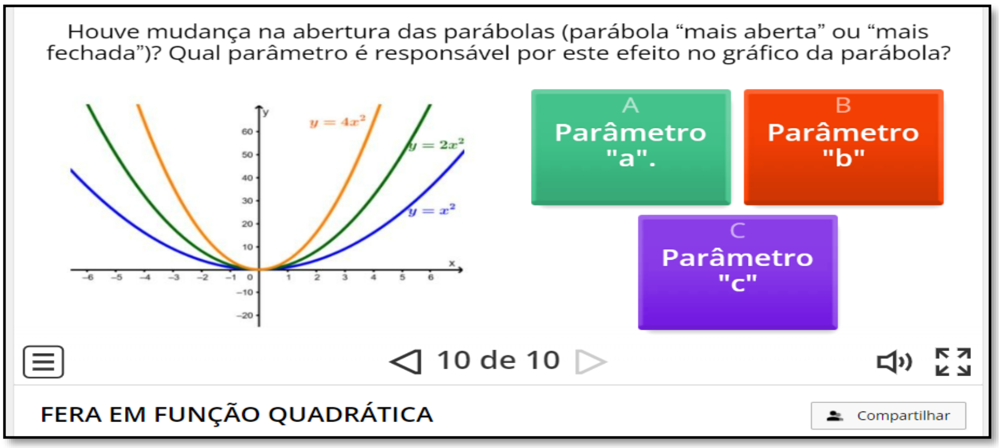
Incentivada pelo formato de jogo em equipe, a competição promoveu não apenas a absorção individual do conteúdo, mas também a colaboração entre os estudantes, que é essencial para um ambiente de aprendizagem eficaz. A natureza competitiva do jogo, com pontuações diferenciadas baseadas na rapidez e precisão das respostas, foi um dos fatores motivadores para os estudantes se envolverem ativamente na participação do jogo. O *feedback* imediato, fornecido por meio do jogo, serviu como uma forma de avaliação, permitindo que tanto a professora quanto os estudantes analisassem áreas de compreensão sólida e aquelas que podem necessitar de revisão adicional. Ou seja, o que já passou para a Zona de Desenvolvimento Real e o que ainda se encontra na ZDP. Além disso, a premiação da equipe vencedora adicionou um elemento de recompensa e reconhecimento pelo esforço e conquista dos estudantes.

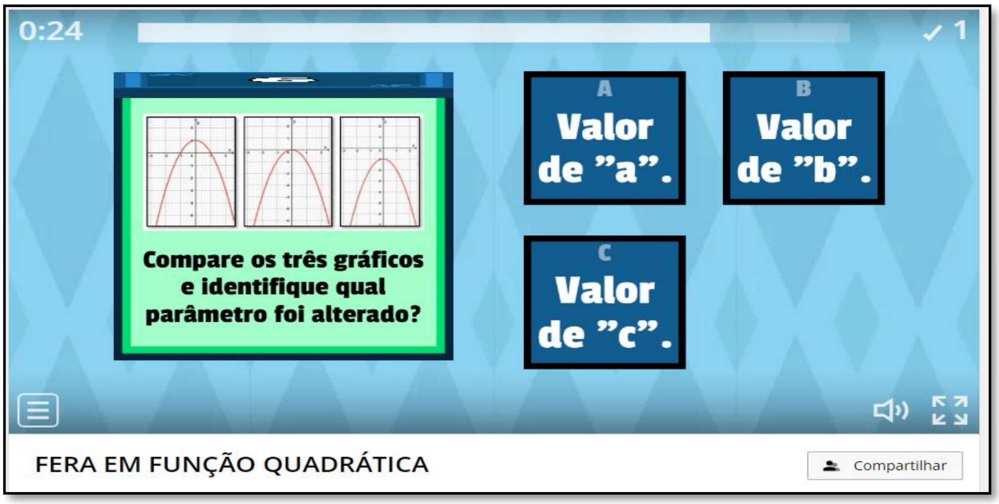
O uso da ferramenta, que integra tecnologia e jogo, demonstra uma maneira eficaz de tornar o aprendizado matemático mais acessível e envolvente, possivelmente potencializando a aprendizagem do conteúdo em questão. Analisando os resultados das três equipes participantes do jogo, composto de 11 questões, destacamos que a competição foi acirrada entre as três equipes, com uma diferença de pontos relativamente pequena entre elas. O alto desempenho da equipe vencedora (8825 pontos) demonstra um bom nível de domínio do conteúdo. A proximidade de pontos entre a primeira e a segunda colocada trouxe uma diferença de 500 pontos, alcançando 8325 pontos, e a última colocada 7806 pontos. As equipes apresentaram um bom desempenho. Os resultados do jogo refletem um alto nível de conhecimento e engajamento das equipes. A competição saudável, aliada a uma boa interação e estratégia, contribuiu para o sucesso da atividade. A análise desses aspectos nos forneceu base sólida para aprimorar futuras iniciativas de trabalho em equipe e aumentar a eficácia e o desempenho coletivo.

A implementação da ferramenta *Wordwall* no contexto da SD evidenciou um recurso pedagógico para reforço e assimilação de conceitos, por meio do jogo “Fera em Função

Quadrática", o qual foi também por nós elaborado; o jogo engajou os estudantes em um ambiente de aprendizagem competitiva e interativa. O acesso individual aos dispositivos compatíveis proporcionou um *feedback* individual de cada jogador, promovendo uma revisão autônoma e motivada dos conteúdos de Função Quadrática. Como mostra a Figura 35, abaixo, o mesmo jogo está em formato diferente, sendo questionário e 'abra a caixa':

Figura 35- Jogo "Fera em Função Quadrática" com a plataforma Wordwall





Posição	Nome	Pontuação	Tempo
1o	E6	12	27.1
2o	E14	12	27.4
3o	E6	12	27.6
4o	E22	12	27.6
5o	E3	12	28.0
6o	E19	12	28.5
7o	E23	12	28.6
8o	E17	12	28.8
9o	E15	12	28.8
10o	E20	12	28.9

Fonte: A autora, 2023. Link de acesso: https://wordwall.net/pt/resource/58256806

O estudante vencedor da competição (E6) jogou mais de uma vez o mesmo jogo, garantindo sua permanência de primeiro colocado. Foi necessário estabelecer um tempo de competição, pois os estudantes terminavam a jogada e já recebiam sua classificação. Rapidamente eles iniciavam outra jogada para melhorar a classificação. O formato lúdico do jogo, aliado à expectativa de recompensa simbolizada por um brinde surpresa, incentivou os estudantes a se empenharem repetidamente, otimizando a absorção do conteúdo e a agilidade em responder corretamente às questões propostas. A facilidade de rastreamento e análise de desempenho proporcionada pela ferramenta *Wordwall* acessando o menu “meus resultados” permitiu a avaliação do aprendizado individual e coletivo.

Para finalizar o encontro e a aplicação da SD, realizamos a atividade lúdica "Torta na cara". Para isso, dividimos a turma em grupos de meninos e meninas, escolhendo os participantes por sorteio, junto à alternância a cada pergunta, a fim de garantir a participação ativa de todos os estudantes. A implementação de um sistema de resposta rápida, visualmente representada por meio do projetor multimídia e sonoramente indicada pela sirene, criou um ambiente competitivo. A reação emotiva expressa pelos *emojis* “certo ou errado” das respostas, além do elemento surpresa e humorístico da "tortada na cara", intensificou o interesse e a vontade de acertar a resposta, como pode ser observado na Figura 25 (Participantes do jogo “Torta na cara”), na descrição do último encontro. Desatacamos a relevância de nossa mediação - enquanto professora - no sorteio e na transição das perguntas, tornando a aprendizagem uma experiência coletiva e divertida. A euforia observada entre os estudantes reflete o potencial de métodos interativos e lúdicos na promoção de um ambiente de aprendizagem envolvente e eficaz, onde o erro é tratado com leveza e o acerto é celebrado coletivamente, contribuindo para uma experiência de aprendizagem positiva e motivadora.

A inserção do LEM na SD demonstrou ser uma abordagem pedagógica robusta e multifacetada. O uso de materiais manipuláveis proporcionou experiência tátil e visual no entendimento das características e comportamentos da Função Quadrática, facilitando a internalização dos conceitos abstratos associados. Os jogos digitais e não digitais promoveram um ambiente de aprendizagem lúdico e competitivo, incentivando o engajamento ativo e a exploração e a revisão contínua dos conteúdos abordados.

O *software* GeoGebra, com suas funcionalidades dinâmicas e visuais, serviu como uma ferramenta poderosa para a exploração e análise do comportamento do gráfico das funções quadráticas, proporcionando uma compreensão mais abrangente das suas propriedades e aplicações. Essas estratégias interativas e recursos diversificados fomentaram uma aprendizagem mediada e motivadora, em que os estudantes puderam explorar, aplicar e validar seu conhecimento de maneira criativa e contextualizada. Em suma, ao integrar múltiplas modalidades de ensino e recursos, o LEM aprimorou a experiência de aprendizagem, favorecendo a construção do conhecimento e a promoção de uma abordagem pedagógica mais inclusiva, engajadora e eficaz no estudo da Função Quadrática.

6.3 As atividades no GeoGebra

Esta categoria tem a finalidade de analisar quais as contribuições dos recursos que o software GeoGebra oferece para uma compreensão mais aprofundada das funções quadráticas, permitindo aos estudantes visualizar e interagir com os conceitos de uma maneira mais dinâmica do que seria possível apenas com materiais manipuláveis, além de poder alterar os coeficientes da função e observar em tempo real como isso afeta o gráfico (parábola). Ademais, a interatividade proporcionada pode aumentar o comprometimento dos estudantes com o objeto de estudo, tornando o aprendizado mais interessante e menos abstrato.

O oitavo encontro foi destinado a conhecer e manipular as ferramentas do *software* GeoGebra, com desígnio de explorar os efeitos dos parâmetros *a*, *b*, *c* no gráfico da Função Quadrática. Com base na Teoria da Mediação de Vygotsky, compreendemos que o *software* atuou como uma ferramenta mediadora no processo de aprendizagem, alavancando o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

A princípio, os estudantes tiveram a oportunidade de se familiarizar com o *software*, para conhecer sua interface, os comandos que seriam utilizados, o que poderiam digitar na caixa de entrada e os elementos a serem observados, entre outros aspectos relevantes. Na sequência, propusemos atividades para os estudantes realizarem em dupla, seguindo os passos detalhados nas próprias atividades.

A relação entre os estudantes e o *software* foi positiva, uma vez que eles se envolveram ativamente na atividade. Todos acompanharam atentamente todas as etapas das atividades, fazendo o possível para realizá-las no computador. Vejamos o seguinte registro do diário de bordo:

> *Percebeu-se que a interação entre o estudante e o Geogebra foi proveitosa, visto que estavam animados e motivados para explorar e familiarizar-se com a ferramenta. Notou-se que os estudantes foram capazes de manusear facilmente o software, cumprindo assim os passos propostos nas atividades. Alguns estudantes se destacaram pela rapidez e aproveitaram as funções do programa, como a alteração de cores e espessura dos gráficos, a troca de cor da grade quadriculada, entre outras possibilidades. Foi observado também que a dupla que conseguia realizar o gráfico se*

> *preocupava em verificar se os colegas ao lado haviam conseguido fazer o mesmo, o que contribuiu para o engajamento de todos na realização das atividades, demonstrando interesse, motivação e concentração* (DIÁRIO DE BORDO, 2023).

Constatamos que a interação entre os estudantes contribuiu de forma eficaz para que todos se envolvessem e realizassem as atividades propostas. O detalhe sobre os estudantes que exploraram recursos estéticos do *software,* como alterações de cores e espessura, indica não apenas familiaridade com ferramentas digitais, mas também um desejo de personalização e apropriação de seu aprendizado. Esclarecemos a turma acerca de uma função do *software* que permite modificar as cores de todos os componentes do gráfico. Mesmo sendo algo aparentemente simples, eles acharam o máximo: *"Nossa, professora! isso é muito legal, vou fazer um gráfico de cada cor!"*. Ficaram alguns minutos mudando as cores e modificando a espessura da parábola, alterando a malha quadriculada, entre outros recursos.

Organizamos uma atividade para explorar os parâmetros a, b e c da função quadrática, utilizando o GeoGebra. Propusemos que os estudantes digitassem a função $y = ax^2$ na caixa de entrada, o que gera o gráfico e o controle deslizante, automaticamente, para o parâmetro a com intervalo de [- 5 , 5]; pode-se arrastar com o *mouse* o coeficiente a nesse intervalo e pode ser editado, colocando-se o intervalo que desejar. Antes mesmo de explicarmos que é possível "animar", ou seja, que o controle deslizante se movimenta sozinho dentro do intervalo proposto, o E7 já chamou, todo entusiasmado, dizendo: *"Professora, a parábola mexe sozinha, olha isso! Pedi para animar e ela está toda animada "dançando, sobe e desce"*.

Em seguida, as demais duplas também conseguiram ativar o controle deslizante para movimentar dentro do intervalo. Solicitamos que observassem o que acontecia com os valores desse parâmetro à medida que a parábola se movia, bem como analisassem o que acontecia com a parábola à medida que o parâmetro "*a"* era modificado. Completou o E15: *"Observando a parábola se mexer, eu entendi o porquê o parâmetro "a" não pode ser zero, pois é o momento em que forma uma reta, aí representa uma função do 1º grau".* Depois, foram realizados os mesmos passos com a função na forma $y = ax^2 + bx$, para analisar o parâmetro b; por fim, com a forma $y = ax^2 + c$, para analisar o parâmetro c.

O trecho a seguir, transcrito do diário de bordo, registra as reações dos estudantes:

> *Quando perceberam que ao clicar em "animar" a parábola começava a se mover sozinha, sentiram uma empolgação contagiante e começaram a rir, exclamando coisas como "olha só, isso é incrível, a parábola está se movendo sozinha", "que parábola maluca", "ela se contorce toda", "ela vira de cabeça para baixo" e "ela dança sobe e desce". Muito top este geogebra!* (DIÁRIO DE BORDO, 2023).

A possibilidade de manipular os parâmetros e observar, em tempo real, as mudanças no gráfico proporcionou uma experiência de aprendizagem dinâmica, em que os estudantes estabeleceram relações entre os aspectos algébricos e geométricos das funções quadráticas. O fato de a professora interferir minimamente durante as atividades no GeoGebra também é uma manifestação da teoria vygotskyana, permitindo que os estudantes operassem dentro de sua ZDP (na qual os estudantes têm a capacidade de resolver problemas com alguma ajuda); nesse sentido, a interação entre colegas serviu como esse apoio, elevando seu nível de compreensão.

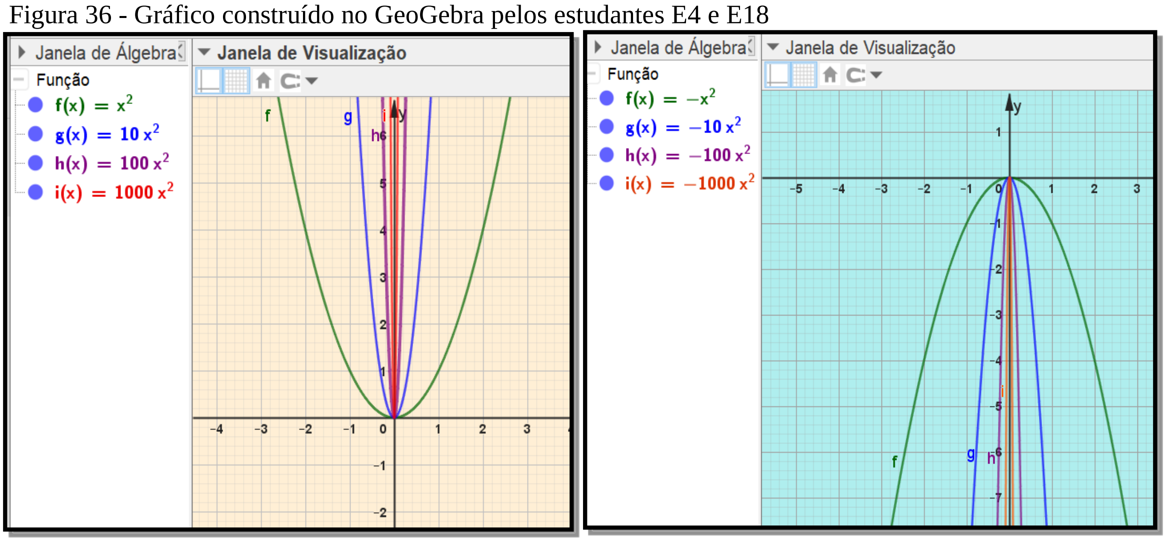
Os estudantes se envolveram na execução das atividades propostas em ambas as etapas. O uso do GeoGebra pelos estudantes contribuiu para a criação rápida dos gráficos; se eles tivessem que desenhar todos os gráficos manualmente, as tarefas se tornariam entediantes e demoradas, o que desmotivaria os estudantes a realizá-las. Além disso, permitiu a reconstrução dos gráficos à medida que surgiam dúvidas, durante a execução das atividades ou nas correções. Por fim, possibilitou que todos os estudantes manipulassem o *software*, garantindo acesso a esse recurso tanto em sala de aula quanto em casa. A interação entre os estudantes contribuiu para que eles aprendessem uns com os outros, despertando interesse, curiosidade e motivação.

Ao analisar uma parte das falas dos estudantes, extraída do diário de bordo, percebemos que o *software* teve um papel facilitador e auxiliou na compreensão dos efeitos dos parâmetros *"a"* no gráfico. Isso se evidencia quando os estudantes são questionados sobre o que acontecia com a parábola à medida que os parâmetros eram modificados, pois conseguiram perceber e identificar alguns desses efeitos, conforme o fragmento abaixo:

> *Ao serem questionados, qual era a percepção ao alterar o parâmetro "a". Eles respondera-me: "Ela está se expandindo lateralmente", E2 e E16: "Vira para baixo e em seguida para cima", E6, E5 e E10: "Ela fica mais magra", E12: "Cresce e diminui", E23: "Gira em várias direções", E14 e E18: "Abre e fecha", E24: "Vira uma reta", E3 e E17 "Quando a está no zero, estão equilibrado e quando vai para o negativo a parábola vai para baixo e positivo vai para cima", E1, E7 e E22 Fizeram gestos com as mãos mostravam que a parábola modificava sua abertura* (DIÁRIO DE BORDO, 2023).

A mediação da professora pesquisadora foi importante, uma vez que, por meio de questionamentos, levava os estudantes a observar os efeitos do parâmetro a no gráfico. Ao utilizarem o controle deslizante, orientamos que os estudantes observassem as mudanças na parábola, fazendo os seguintes questionamentos: Quando a parábola "vira para baixo", como são os valores do parâmetro a? Quando a parábola "vira para cima", como são os valores do parâmetro a? Quando a parábola "fica mais aberta", como são os valores de a? E quando "fica mais fechada", como são os valores de a? A maioria dos estudantes se deu conta de que, quando os valores do parâmetro a eram positivos, a parábola tem concavidade voltada para cima; quando os valores eram negativos, a concavidade é voltada para baixo; quanto maior o valor absoluto de “a”, menor será a abertura da parábola (parábola mais “fechada”), independentemente da concavidade. Alguns estudantes curiosos construíram simultaneamente os gráficos $f(x) = x^2$, $g(x) = 10x^2$, $h(x) = 100x^2$ e $i(x) = 1000x^2$ e acharam o máximo visualizar a diferença de abertura da parábola. O E18 comentou: “Só vendo para acreditar, que aumentando o valor de a, ela vai fechando sua abertura”. Depois trocaram os coeficientes para valores negativos, como pode ser observado na Figura 36:

Figura 36 - Gráfico construído no GeoGebra pelos estudantes E4 e E18



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Destacamos aqui a compreensão dos estudantes sobre o comportamento do parâmetro *a* das funções quadráticas, pois a construção dos gráficos acima foi de iniciativa própria de alguns, que, em seguida, compartilharam com a turma suas observações.

Analisando os comentários dos estudantes sobre a função do tipo $y = ax^2 + bx$, registrados no diário de bordo, vemos que o uso do GeoGebra facilitou a visualização e a exploração dos efeitos dos parâmetros. Além disso, os questionamentos realizados pela professora mediavam a interação entre o *software* e o estudante e/ou, ainda, entre o estudante e o conteúdo estudado.

Quando proposto que digitassem a função $y = ax^2 + bx$ e analisassem o que acontecia com a parábola quando o valor de *b* era alterado, algumas das respostas foram: *“Pula de um quadrante para outro”* (E23); *“Vai de um lado para outro, mas no momento que o valor de b é zero ela fica centralizada na origem”* (E5); “*Quando o valor de b é positivo ela passa no eixo y na parte que está subindo a curva e o valor negativo na parte que desce a curva”* (E2); *“A* *parábola se locomove de lugar"* (E16). Percebemos que os estudantes tiveram dificuldade para expressar a relação do parâmetro *b* no gráfico. Diante disso, explicamos que o parâmetro *b* determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, quando $b > 0$ *(positivo)*; no ramo decrescente, quando $b > 0$ *(negativo)*; e no vértice, quando $b = 0$. Alguns estudantes comentaram: *"Agora sim, eu entendi"*, demonstrando que a explicação os ajudou a entender os nomes corretos dos termos.

Quanto ao parâmetro *c*, rapidamente, a maioria dos estudantes percebeu que a parábola se movia para cima e para baixo no eixo y. Ao digitarem a função $y = ax^2 + c$, questionamos: O que está acontecendo com a parábola à medida que o parâmetro c está sendo modificado? Eles responderam: *"A parábola se move pra cima e pra baixo no eixo y"; "Quando o valor de c é zero ela fica bem no centro do plano cartesiano".* Complementamos com outros questionamentos direcionados para as características do parâmetro *c* na parábola, como demonstra um trecho do diário de bordo:

> *Tais questionamentos foram: "Quando c é 3, a parábola toca o eixo y em que ponto?". "Quando c é - 3, a parábola toca o eixo y em que ponto?". "Quando c é zero a parábola toca o eixo y em que local?". "Quando c é positivo, a parábola toca o eixo y em que parte (na parte positiva ou negativa)?". "Quando c é negativo, a parábola toca o eixo y, em que parte (na parte positiva ou negativa)?". Surgiram respostas como: "toca no três positivo (0,3)", "toca no três negativo (0,-3)", "toca na parte positiva", "toca na parte negativa". Concluindo então, o parâmetro c indica o ponto onde a parábola toca o eixo y, ponto (0,c); quando c > 0, a parábola toca o eixo y em sua parte positiva; quando c < 0, toca o eixo y em sua parte negativa; e quando c = 0, toca o eixo no ponto de coordenadas (0,0)* (DIÁRIO DE BORDO, 2023).

Então, solicitamos que digitassem a função $y = ax^2 + bx + c$ e modificassem os parâmetros *a, b* e *c*, simultaneamente, observando o comportamento da parábola. Em seguida, que respondessem em dupla as atividades 1, 2, 3 e 4 do oitavo encontro. Utilizamos o GeoGebra para construir os gráficos das funções quadráticas propostos nas atividades já mencionadas. A maioria dos estudantes respondeu às atividades com facilidade; quando tinham dúvidas, pesquisavam em suas anotações sobre os efeitos dos parâmetros *a, b* e *c*.

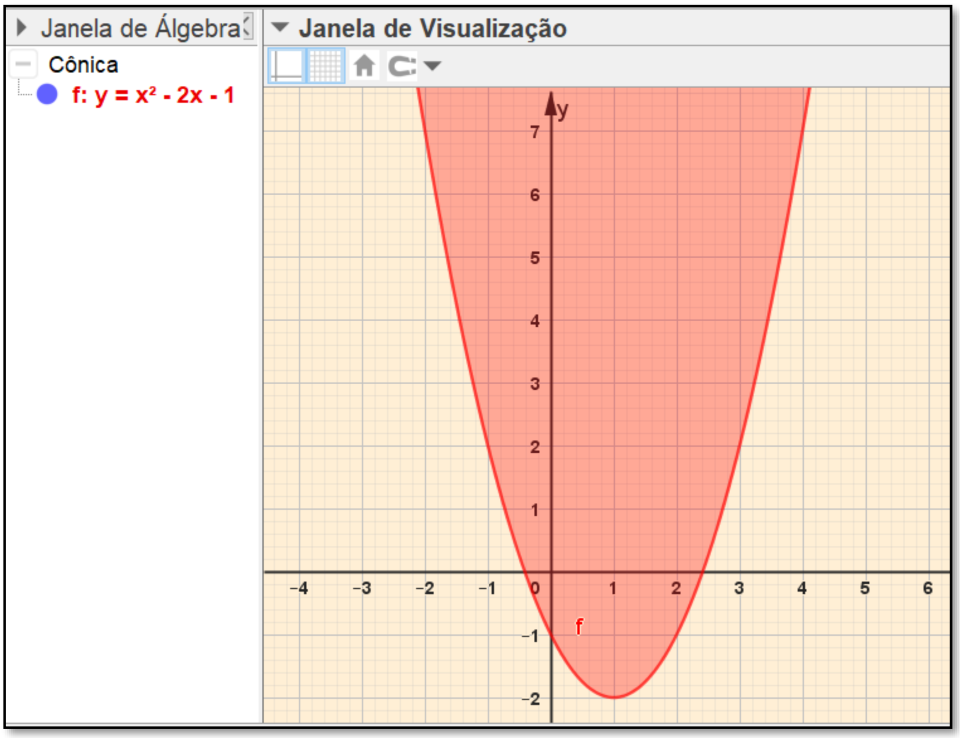
Outra observação interessante se refere à significativa participação dos estudantes: faziam perguntas, ajudavam os colegas com dificuldades, além da clara e evidente melhora do comportamento durante essas aulas. Isso oportunizou aos estudantes discutir e trocar experiências com seus colegas, bem como revisar e ampliar seus conhecimentos.

Lançamos o desafio para o estudante E5, que fez o seguinte comentário*: "Não posso atribuir valores quaisquer para x, pois o plano cartesiano que temos para fazer o gráfico só vai até o número dez"*. Manipulando a parábola no plano cartesiano do GeoGebra, qual é o maior valor de x? O estudante respondeu: *"Não encontrei o fim deste plano cartesiano e nem* *da parábola".* Então, exploramos o conceito de infinito de maneira acessível e visual; essa visualização Matemática enriqueceu a aprendizagem do a estudante.

No entanto, a visualização ganhou outro sentido quando saiu do material concreto (ou seja, do plano cartesiano de isopor e do papel quadriculado) e foi para a tela do computador, por meio do *software* GeoGebra. A ideia de infinito foi construída, evidenciando que a função quadrática é uma função infinita, pois seu domínio é o conjunto dos números reais, o que significa que ela está definida para todos os valores reais de *x*.

Além disso, o gráfico de uma função quadrática é uma parábola que se estende indefinidamente em pelo menos uma direção ao longo do eixo y. O E7 construiu o gráfico e o coloriu (Figura 37), de modo a exemplificar o conceito de infinito, e disse: *"Basta puxar com o mouse a parábola e procurar o fim dela, logo vai desistir".*

Figura 37 - Gráfico construído no GeoGebra pelo E7



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Depois de conhecer o *software* e aprender a manuseá-lo, os estudantes passaram a fazer as atividades propostas com mais segurança e determinação, mais especificamente em se tratando das relações existentes entre os coeficientes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ e o seu gráfico. Percebemos a importância da introdução ao estudo do gráfico da função, realizada nas etapas anteriores, com o uso de materiais manipuláveis. Assim, o uso do *software* veio complementar, de forma a dar significado - não só prático, mas também real - ao estudo da Função Quadrática.

Na avaliação aplicada no nono encontro, constatamos que o parâmetro *"a",* que determina a concavidade da parábola, foi mais fácil de ser notado pelos estudantes: a maioria compreendeu a relação existente entre o sinal (positivo ou negativo) e a concavidade (voltada para cima ou para baixo). O parâmetro *"b"* foi o que deu mais trabalho, pois, no momento da realização das atividades, houve certa confusão quanto aos sinais de *"b"* por parte de alguns estudantes, sendo necessária a intervenção da professora, por mais de uma vez, para que eles compreendessem que em $b > 0$ ocorre a interseção do ramo da parábola com o eixo y na sua parte crescente e em $b < 0$ na parte decrescente. Já o parâmetro *"c"* foi de fácil compreensão por parte dos estudantes, já que se tratava da interseção da parábola com o eixo y. Os resultados analisados na avaliação superaram todas as expectativas sobre o assunto estudado, evidenciando que os objetivos foram alcançados, tornando-se gratificante o ensino mediado.

Diante dos resultados analisados, podemos afirmar que o uso das tecnologias digitais, quando alinhado a uma abordagem pedagógica bem estruturada, desperta nos estudantes a curiosidade, favorece a investigação e, consequentemente, a aprendizagem de conceitos matemáticos. Como enfatizam Sá e Machado (2017, p. 5), "o *software* GeoGebra oferece uma visão ampla de todas as etapas da resolução e ainda facilita o encontro e a correção de seu erro, fazendo com que o estudante construa seu próprio conhecimento, caracterizando um bom rendimento". O GeoGebra ajuda a desenvolver uma compreensão mais aprofundada das funções quadráticas, permitindo aos estudantes visualizar e interagir com os conceitos de uma maneira muito mais concreta do que seria possível apenas com papel e lápis. Sem deixar de lado as aulas tradicionais, o uso do GeoGebra pode complementar a compreensão mais aprofundada do objeto de estudo.

Nesta investigação, pudemos perceber que a apropriação dos conceitos se deu de forma natural e interativa, norteada por questionamentos feitos pela professora pesquisadora em torno dos assuntos abordados. Os estudantes desenvolveram a habilidade de transitar entre a representação algébrica e a geométrica, o que é fundamental para a compreensão da Matemática; eles não apenas memorizaram fatos, mas também começaram a reconhecer padrões nos comportamentos das parábolas e a identificar as relações entre os coeficientes e as características das curvas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na contemporaneidade, reconhecemos a relevância da escola como instituição incumbida da tarefa de instruir e fomentar o aprendizado da Matemática entre os indivíduos. Contudo, é imperativo considerarmos que as práticas de Matemáticas devem ser iniciadas no seio escolar e, posteriormente, complementadas pela interação com outras instituições sociais e situações práticas do cotidiano. Afinal, é inegável que a Matemática contribui para o desenvolvimento cognitivo, estimulando o raciocínio lógico e a capacidade analítica dos estudantes. Daí surgiu a motivação para investigarmos o problema previamente identificado.

Considerando que o ensino é uma prática social e cultural, cabe-nos ressaltar que as constantes transformações socioculturais e tecnológicas exigem que as ações pedagógicas precisem ser continuamente aprimoradas, para formar integralmente o estudante, buscando a construção do conhecimento contextualizado e reflexivo. Isso permite o desenvolvimento de inúmeras oportunidades de aprendizagens, tanto para os estudantes quanto para os profissionais educadores.

Durante muitos anos, as metodologias didáticas voltadas para o ensino da Matemática estiveram associadas apenas a estratégias de conhecimento que visavam à memorização de regras e fórmulas. Isso contribuiu para que os estudantes formassem uma visão sistêmica dessa matéria, atribuindo valores desmotivadores a seus conteúdos programáticos. Assim, a Matemática se tornou um conhecimento pouco apreciado por alguns estudantes. Compreendemos que, quando o professor exerce a mediação dos conteúdos e informações compartilhadas, esses recursos podem se tornar instrumento que potencializam e facilitam a aquisição do saber, possibilitando ao aprendiz sanar dúvidas e manter um relacionamento mais comunicativo com seus colegas, ou seja, aprender com o outro.

Ressaltamos o desafio dos professores nesse processo, dada a necessidade de reinventar a função educativa, para que o estudante possa se manter engajado não apenas na construção do saber, mas também na interação com os instrumentos tecnológicos e materiais manipulativos. Por meio desses recursos, os professores têm a oportunidade de perceber as reais dificuldades dos estudantes quanto ao conteúdo explorado e traçar atividades que os levem à compreensão do conceito explorado.

Este trabalho teve como proposta a elaboração de uma SD para o ensino da Função Quadrática, por meio da utilização do LEM, estruturada a partir da Teoria da Mediação de Vygotsky. É um tema de grande relevância ao ensino de Matemática, pois tem sequência no Ensino Médio e muito se tem pesquisado sobre ele. No entanto, apesar da relevância ser evidenciada em diversas pesquisas e documentos como s BNCC, ainda há diversos obstáculos que dificultam sua aplicação nas práticas dos educadores.

Nessa perspectiva, o planejamento da SD teve intuito de proporcionar uma abordagem mais dinâmica e interativa para o ensino e aprendizagem da Função Quadrática. Dentre a diversidade, destacamos o LEM, composto de materiais manipuláveis e recursos tecnológicos digitais, como o *software* GeoGebra, os quais foram os instrumentos basilares nesta jornada pedagógica. Segundo Lorenzato (2012), o LEM proporciona um ambiente onde a exploração prática e a visualização dos conceitos matemáticos se tornam centrais, facilitando a compreensão dos estudantes. Essa abordagem prática se alinha ao desejo de transcender a rotina convencional de ensino e envolver os estudantes de maneira mais eficaz.

Nossa escolha pelo *software* GeoGebra se deu porque ele atua como uma ponte entre o abstrato e o concreto, oferecendo aos estudantes uma plataforma para visualizar, explorar e analisar o gráfico da Função Quadrática (parábola) de maneira dinâmica e interativa. Os jogos matemáticos, por sua vez, introduzem um elemento de competição e ludicidade que aumenta o engajamento dos estudantes com o tema abordado. Vygotsky (1994) destacou a importância do ambiente social no desenvolvimento cognitivo; nesse viés, os jogos matemáticos podem servir como um meio de promover interações sociais enriquecedoras, que facilitam a aprendizagem mediada por meio de *instrumentos* e *signos*.

A integração de recursos interativos na SD oferece um ambiente de aprendizado mais estimulante e participativo, possibilitando que os estudantes transcendam os limites da sala de aula tradicional, explorando a Matemática em diversos contextos e com diversas ferramentas. Nesta abordagem, procuramos dar ênfase ao LEM, com maneiras diferentes de expor o conteúdo, em vez daquelas que consistem basicamente em memorizar conteúdos propostos e utilizá-los de forma mecânica. Nesse sentido, as perspectivas metodológicas interativas vão ao encontro das necessidades e interesses diversificados dos estudantes.

Convém mencionar que nossa atuação como professora de Matemática na turma participante nos permitiu identificar as necessidades dos sujeitos da pesquisa no que diz respeito a funções quadráticas. A experiência adquirida em sala de aula nos possibilitou constatar as deficiências manifestadas em grande parte dos estudantes no que concerne à compreensão do gráfico e aplicação das funções quadráticas. Assim, surgiu-nos a motivação para a investigação acerca das estratégias distintas para o ensino de Função Quadrática, por meio do LEM, com a exploração de métodos interativos, tecnológicos, digitais e lúdicos, o que facilita o entendimento e a interação dos estudantes na aprendizagem desse conceito matemático. Diante disso, formulamos o problema central da pesquisa: Quais as contribuições de uma SD estruturada a partir das concepções de Vygotsky e das ideias do LEM para o ensino e aprendizagem de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental?

Os dados da pesquisa revelaram que a participação dos estudantes foi efetiva em todas os encontros da aplicação da SD; o entusiasmo manifestado pelos participantes demonstra que atividades desenvolvidas no LEM proporcionaram maior motivação e um engajamento significativo. Isso revela a importância dos momentos de partilha nas construções, nas percepções dos estudantes com a toda a turma, por meio de diálogo.

No que concerne à utilização de materiais manipuláveis, proporcionamos aos estudantes uma experiência tátil e visual para a compreensão das características e comportamentos do gráfico (parábola) da Função Quadrática, facilitando a internalização dos conceitos abstratos associados. Os jogos digitais e não digitais promoveram um ambiente de aprendizado lúdico e competitivo, incentivando o engajamento ativo, a exploração e a retomada dos assuntos abordados. O *software* GeoGebra, com suas funcionalidades dinâmicas e visuais, se mostrou uma ferramenta poderosa para a exploração e análise do comportamento da parábola no plano cartesiano, permitindo uma compreensão mais abrangente em relação aos parâmetros *a, b* e *c* da Função Quadrática. Tais estratégias interativas e recursos diversificados estimularam uma aprendizagem mediada e motivadora, possibilitando aos estudantes explorar, aplicar e validar seu conhecimento de forma criativa e contextualizada.

Dessa maneira, a integração de diversas modalidades de recursos didáticos aprimorou a experiência de aprendizagem, favorecendo a construção do conhecimento e a promoção de uma abordagem pedagógica mais inclusiva, engajadora e eficaz no estudo da Função Quadrática. Assim, é possível agregar conhecimento a maior número de estudantes, pois há aqueles que necessitam de mais tempo, mais atenção, uma nova explicação, abordagens diferentes. Então, é necessário incrementar as aulas, trazendo novidades e buscando atrair a atenção de todos; e é nesse contexto que o uso do LEM traz benefícios. Todavia, cabe ao educador estar disposto a inovar na busca por formas viáveis e construtivas de superar os desafios encontrados no percurso de sua atuação docente.

O objetivo geral da pesquisa consistiu em elaborar, implementar e avaliar uma SD ancorada na Teoria da Mediação de Vygotsky, executada dentro do LEM, para o ensino de Função Quadrática no 9º ano do Ensino Fundamental. Para atingir tais objetivos, este estudo foi construído em diversas etapas. A partir da revisão de literatura, o ensino com o uso do LEM se mostrou uma potencialidade a ser explorada, com elaboração de propostas práticas. Com referencial na teoria da mediação, entendemos o aprendizado e o desenvolvimento como eventos de origem social, cultural e histórica, tendo sua construção baseada na interação. Os estudos de Vygotsky complementam o processo ensino-aprendizagem com o uso do LEM, subsidiando teoricamente o PE por nós proposto.

Tendo em vista as discussões advindas dessa vertente teórica, desenvolvemos o PE intitulado *Introdução ao estudo de Função Quadrática*, com o intuito de disponibilizá-lo aos professores de Matemática que atuam no 9º ano do Ensino Fundamental, que buscam enriquecer sua abordagem pedagógica, a fim de oferecer um ensino de Matemática mais significativo para seus estudantes. O material oferece estratégias de fácil implementação em sala de aula, possibilitando envolver ativamente os estudantes no processo de aprendizagem por meio de diversas atividades relacionadas ao objeto de estudo abordado. Assim, o PE não tem como objetivo substituir o livro didático, mas disponibilizar sugestões e atividades, com passo a passo para o seu desenvolvimento em sala de aula, de modo a complementar o planejamento do professor, ou seja, um sequenciamento que pode ser utilizado e adaptado ao contexto de sua escola.

A aplicação do PE se deu em uma turma de 9º ano, de forma presencial. Buscamos desenvolver, aplicar e avaliar uma SD para o ensino de Função Quadrática. Para tanto, as aulas foram organizadas de modo a usar o LEM e promover a interação entre os estudantes, com abordagens dos conceitos referentes a funções, plano cartesiano, trajetória de uma parábola, curvas presentes no cotidiano, construções de gráficos, explorando os parâmetros *a*, *b* e *c* da Função Quadrática, vértice, eixo de simetria, análise e construção de gráficos, com o intuito de verificar a validade dessa proposta para a aprendizagem dos estudantes.

A implementação da SD promoveu, de fato, uma mudança em nossa postura, enquanto professora pesquisadora: passamos a adotar uma abordagem mais participativa e ativa no processo de ensino. Essa mudança permitiu que os estudantes se tornassem protagonistas da sua própria aprendizagem, promovendo uma aprendizagem mediada por materiais manipuláveis, recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, criando situações em que pudessem interagir com o meio, com os outros e consigo mesmos, com o objetivo de facilitar a aquisição do conhecimento e despertar seu interesse pelo estudo.

Ficou evidente o potencial pedagógico da SD no ensino e aprendizagem da Função Quadrática, uma vez que as explicações do conteúdo, as atividades propostas, com roteiros para o uso do *software* GeoGebra e os jogos atuaram como instrumentos de mediação da aprendizagem. Em outras palavras, esses elementos proporcionam oportunidades de interação entre os estudantes, entre eles e o professor, entre eles e o *software*, bem como entre eles e os jogos. Essa interação possibilitou a compreensão dos conceitos explorados.

Os resultados da análise dos dados obtidos dos participantes respondem ao questionamento da pesquisa, mencionado anteriormente, abordando diferentes perspectivas, considerando-se três categorias de análise: o progresso matemático; o envolvimento e interação no LEM; as atividades realizadas no GeoGebra no decorrer da aplicação da SD.

A primeira categoria mostra o progresso matemático que foi evidenciado no decorrer da aplicação da SD. Os estudantes obtiveram progresso matemático ao aprimorar suas habilidades na compreensão da relação de dependência entre as variáveis x e y de uma função; foram capazes de aplicar conceitos matemáticos em situações práticas, aprimorar habilidades de observação, registro e análise de dados, bem como a capacidade de representação gráfica por meio de desenhos da trajetória das parábolas no plano cartesiano; fazer análise sobre o gráfico da Função Quadrática construído por eles. Além disso, a compreensão dos efeitos dos parâmetros *a, b* e *c* possibilitou visualizar e analisar as características geométricas das parábolas, como a concavidade, o vértice, o eixo de simetria, ramo crescente e decrescente da parábola e, por fim, relacionar propriedades algébricas a características geométricas do gráfico.

Ademais, conforme os resultados da segunda categoria de análise, constatamos as potencialidades do LEM como um espaço favorecedor para o desenvolvimento da aprendizagem e da motivação dos estudantes. A adoção do LEM na SD mostrou-se uma estratégia pedagógica eficaz e abrangente para o ensino da Função Quadrática, utilizando-se de materiais manipuláveis que enriqueceram o aprendizado com experiências táteis e visuais, facilitando a compreensão de conceitos abstratos. O uso de jogos criou um ambiente de aprendizado lúdico e interativo, promovendo o engajamento ativo dos estudantes, enquanto o *software* GeoGebra ofereceu uma plataforma dinâmica para a análise gráfica das funções. Essas metodologias interativas e a variedade de recursos empregados resultaram em um processo de aprendizagem motivador e mediado, permitindo ao estudante explorar e consolidar conhecimentos de forma criativa. Portanto, a integração de diferentes métodos de ensino pelo LEM potencializou a experiência educativa, contribuindo para a compreensão e o envolvimento mais efetivo dos estudantes com o tema abordado.

Por fim, a análise da última categoria indica as contribuições dos recursos que o software GeoGebra oferece para uma compreensão mais abrangente do gráfico da Função Quadrática. Constatamos que o uso desse software, numa perspectiva de atividade mediada, auxiliou no processo de ensino e aprendizagem das propriedades gráficas da Função Quadrática, pois, em muitos momentos, graças ao seu aspecto dinâmico, a simples alteração do valor de um coeficiente da função já proporcionava a alteração do seu gráfico, facilitando a vida do professor no processo de explicação do conteúdo e a compreensão do estudante na formação do conceito estudado.

Desse modo, o GeoGebra facilita a manipulação interativa da função no plano cartesiano, pois proporciona uma dinâmica que os materiais manipuláveis concretos não conseguem oferecer. O efeito deslizante potencializa a representação gráfica da parábola, permitindo uma exploração visual mais intuitiva e dinâmica das características essenciais da Função Quadrática. Esse recurso digital permite visualizar os gráficos (parábolas) de forma dinâmica, o que facilita a compreensão de suas características, como a concavidade, o vértice e os pontos de intersecção com os eixos. A transição da representação gráfica manual em papel quadriculado para a visualização digital no GeoGebra transforma a percepção da Função Quadrática, especialmente no que tange ao conceito de infinito. Enquanto a representação manual pode sugerir um intervalo limitado, devido às restrições físicas do papel, o GeoGebra revela a natureza infinita da Função Quadrática, proporcionando uma compreensão mais abrangente das propriedades e um campo de visão ampliado, que transcende as limitações do material concreto. Quando utilizado como instrumento de mediação, juntamente com a mediação do professor, esse *software* pode auxiliar o estudante a entender as propriedades gráficas de uma Função Quadrática.

Diante do exposto, esta pesquisa aponta que as intervenções do professor e a utilização do LEM como instrumento pedagógico, inserido em um processo de aprendizagem mediada, têm a capacidade de auxiliar na assimilação dos conceitos relacionados ao tema Função Quadrática, especialmente no que diz respeito à análise de suas representações gráficas.

Portanto, o ensino pode ser muito mais do que apenas repetição de algoritmos; para tanto enquanto professores, é preciso buscarmos um ensino que promova uma aprendizagem dotada de significados para os estudantes, de modo que eles possam compreender os processos de resolução e aplicações no cotidiano. D'Ambrósio (2012) enfatiza que o desafio da educação consiste em aplicar, no presente, o que será útil para o futuro. Essa aplicação se baseia em levar em consideração os conhecimentos e habilidades adquiridos ao longo do tempo. Os resultados dessa aplicação serão perceptíveis somente no futuro, permitindo-nos avaliar se a abordagem foi adequada ou equivocada. Essa avaliação, por sua vez, serve como base para reflexão, revisão e aprimoramento dos pressupostos teóricos que guiam a prática educacional.

Segundo Lorenzato (2012), o ideal é que o LEM seja a consequência da pretensão de um grupo, envolvendo a participação de diversos setores da escola, de modo que a realização seja compartilhada por professores, administradores e estudantes. Essa conquista foi evidenciada no CTPM III, localizado na cidade de Ariquemes-RO, onde a implementação do

LEM como (ver APÊNDICE Q) aconteceu a partir do desenvolvimento das pesquisas de mestrado das professoras Rosilene de Souza Lemes e Leila Beatriz Leal, com as contribuições do diretor geral e de toda a parte pedagógica e a participação dos estudantes. Lorenzato (2012, p. 8) destaca que “a contribuição dos estudantes para a construção do LEM é muito importante para o processo educacional deles, pois é fazendo que se aprende”. O autor sugere que o material manipulável pode ser confeccionado pelos próprios estudantes, no LEM ou em sala de aula, despertando seu entusiasmo pela descoberta Matemática, pois eles farão uso de suas criações nos estudos, com o propósito de dinamizar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Ao final desta pesquisa, concluímos ser necessário que os educadores propiciem metodologias diferenciadas aos estudantes, dinamizando o ambiente de ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Nesse sentido, o uso do LEM pode contribuir para a internalização dos conceitos estudados. Para que futuros estudos sejam realizados, devido à ampla aplicabilidade e relevância das funções quadráticas em diversos campos do conhecimento, desejamos incitar aqueles que desejam utilizar esta obra a fazer as devidas adaptações, incluindo novos exemplos e aplicações pertinentes, de acordo com o objetivo que pretendam alcançar. Entendemos que é também possível aprofundar os estudos, para obter resultados ainda mais relevantes.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Wendel Melo Andrade; BRANDÃO, Jorge Carvalho. *O estudo das funções quadráticas com a mediação do Software GeoGebra*. Curitiba: CRV, 2019.

ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de; NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa. *Aprendendo Matemática com o GeoGebra*. São Paulo: Exato, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 14 mar. 2022.

BRASIL. *Documento da Área – Ensino*. Brasília: Capes, 2019. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/ENSINO.pdf. Acesso em: 17 nov. 2022.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. 1996. Disponível em: https://www.geledes.org.br/wp-content/uploads/2009/04/lei_diretrizes.pdf. Acesso em: 4 out. 2020.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Brasília, DF, 1998.

BENTO, Luciana; BELCHIOR, Gerlaine. Mídia e educação: o uso das tecnologias em sala de aula. *Revista de Pesquisa Interdisciplinar*, Cajazeiras, v. 1, n. Especial, p. 334-343, set./dez. 2016. Disponível em: https://cfp.revistas.ufcg.edu.br/cfp/index.php/pesquisainterdisciplinar/article/view/98/104. Acesso em: 21 out. 2023.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em educação matemática. *Pro-posições*, v. 4, n. 1(10), p. 18-23, 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379/11803. Acesso em: 20 jun. 2023.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Orgs.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 6. ed. Belo horizonte: Autêntica, 2020, p. 107-119.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. Informática e Educação Matemática. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática: notas introdutórias. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Orgs.). *Pesquisa qualitativa em educação Matemática*. 6. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2020, p. 25-29.

BRITO, Lilliane Araujo. *Uma proposta de sequência didática para o ensino de Função Quadrática por meio da construção de ponte de palitos*. 2019. 55 f. Dissertação (Mestrado em

Matemática) - Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, BA. 2019. Disponível em: http://tede2.uefs.br:8080/handle/tede/1332. Acesso em: 15 mar. 2022.

CRUZ, Rodrigo Prata Santos da. *Laboratório de Ensino de Matemática*: uma extensão da sala de aula. 2011. 62 f. Trabalho de Conclusão de Curso - (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/118809. Acesso em: 15 jan. 2022.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *História da Matemática e Educação*. Caderno Cedes. São Paulo: Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação matemática*: da teoria à prática. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

VERASZTO, Estéfano Vizconde; BAIÃO, Emerson Rodrigo; SOUZA, Henderson Tavares de (Org.). *Tecnologias educacionais*: aplicações e possibilidades. Curitiba: Appris, 2019.

FERRO, Mateus Antonio Vargas. *Estudo de conceitos de álgebra com o auxílio de materiais manipuláveis*. 2018. 98 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, 2018. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/593. Acesso em: 10 mar. 2022.

GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetas de pesquisa. 7. ed. Barueri: Atlas, 2022.

GONÇALVES, Lina Maria. *Tecnologia e educação*: inovações curriculares na concepção docente. Curitiba: Appris, 2017.

HENRIQUE, Marcos Paulo. *GeoGebra no Clique e na palma das mãos*: contribuições de uma dinâmica de aula para construção de conceitos geométricos com alunos do Ensino Fundamental. 2017. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: https://cursos.ufrrj.br/posgraduacao/ppgeducimat/files/2015/02/Marcos-Paulo-Henrique.pdf. Acesso em: 12 mar. 2022.

HOHENWARTER, Markus; HOHENWARTER, Judith. *Ajuda GeoGebra*: Manual oficial da versão 3.2. Trad. Antonio Ribeiro. Lisboa, 2009. Disponível em: https://docplayer.com.br/851651-Ajuda-geogebra-manual-oficial-da-versao-3-2.html. Acesso em: 13 jul. 2023.

IVIC, Ivan; COELHO, Edgar Pereira (Orgs.). *Lev Semionovich Vygotsky*. Trad. José Eustáquio Romão. Recife: Massangana, 2010. (Coleção Educadores).

LOPES JUNIOR, Geraldo. *Geometria dinâmica com o GeoGebra no ensino de algumas funções*. 2013. 78 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2013. Disponível em: https://locus.ufv.br//handle/123456789/5877. Acesso em: 2 dez. 2022.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (Org.). *Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012, p. 3-37.

MACHADO, Eliene Rodrigues. *Uma proposta de ensino de gráficos de funções quadráticas por meio de materiais manipuláveis*. 2019. 66 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, BA, 2019. Disponível em: http://tede2.uefs.br:8080/handle/tede/1331 . Acesso em: 18 mar. 2022.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In. LILIAN, Bacich; MORAN, José (Orgs.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018, p. 37-74.

MOREIRA, Marco Antonio. *Teorias de aprendizagem*. 3. ed. ampl. Rio de Janeiro: LTC, 2022.

OLIVEIRA, Aline Tatiane Evangelista de. A mediação do professor e do material didático no processo ensino-aprendizagem de matemática. *Evidência*, Araxá, v. 12. n. 12, p. 137-146, 2016. Disponível em: https://ojs.uniaraxa.edu.br/index.php/evidencia/article/view/502. Acesso em: 5 jul. 2023.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo Dias. *Matemática essencial 9º ano*: Ensino Fundamental, anos finais. São Paulo: Scipione, 2018.

PEREZ, Geraldo. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). *Educação Matemática*: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. *Metodologia do trabalho científico*: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: FEEVALE, 2013.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (Org.). *Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. p. 39-56.

REGO, Teresa Cristina. *Vygotsky*: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 25. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

RICARDO, Jonas. *Uma proposta para o ensino de funções quadráticas*. Curitiba: Appris, 2016.

RONDÔNIA. *Referencial Curricular do Estado de Rondônia (RCRO)*. Homologado com a publicação da Resolução n. 1233-CEE/RO, de 19 de dezembro de 2018. Disponível em: https://rondonia.ro.gov.br/publicacao/referencial-curricular-do-estado-de-rondonia-ensino-fundamental-anos-iniciais-e-anos-finais/ Acesso em: 10 fev. 2022.

SÁ, Adriana Lourenço de; MACHADO, Marília Costa. O uso do software GeoGebra no estudo de funções. In: ENCONTRO VIRTUAL DE DOCUMENTAÇÃO EM SOFTWARE

LIVRE; 14; CONGRESSO INTERNACIONAL DE LINGUAGEM E TECNOLOGIA ONLINE, 11, 2017, Belo Horizonte. *Anais*... Belo Horizonte: UFMG, 2017. p. 1-6. Disponível em: http://www.periodicos.letras.ufmg.br/index.php/anais_linguagem_tecnologia/article/view/12142/10362. Acesso em: 10 set. 2023.

SANTALÓ, Luis Antoni. Matemática para não-matemáticos. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Orgs.). *Didática da Matemática*: reflexões psicopedagógicas. Trad. Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SANTOS, Arieli. *Função quadrática*: uma proposta de ensino-aprendizagem com uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais. 2020. 318 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2020. Disponível em: http://tede.upf.br/jspui/handle/tede/1952. Acesso em: 4 mar. 2022.

SANTOS, Clodoaldo Almeida do. *Tecnologias digitais da informação e comunicação no trabalho docente*. Curitiba: Appris, 2017.

SCHEFFER, Nilce Fátima. O LEM na discussão de conceitos de Geometria a partir das mídias – dobradura e software dinâmico. In: LORENZATO, Sérgio (Org.). *Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. p. 113-133.

SERAFIM, Lúcia Maria; SOUSA, Robson Pequeno. Multimídia na educação: o vídeo digital integrado ao contexto escolar. In: SOUZA, Robson Pequeno de; MOITA, Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro; CARVALHO, Ana Beatriz Gomes (Orgs.). *Tecnologias digitais na educação*. João Pessoa: EDUEBP, 2011, p. 19-50.

SILVA, Américo Junior Nunes da. *A Ludicidade no laboratório*: considerando sobre a formação do futuro professor de matemática. Curitiba: CRV, 2014.

SILVA, Heliton Melo da. *Usos/significados de materiais manipuláveis (régua e transferidor) e do software GeoGebra como formas alternativas de ensinar semelhança de triângulos a estudantes do 9º ano de uma Escola Pública de Rio Branco*. 2018. 170 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Acre, Rio Branco, 2018. Disponível em: http://www2.ufac.br/mpecim/menu/dissertacoes/turma-2016/dissertacao-heliton-melo-da-silva.pdf. Acesso em: 12 mar. 2022.

SOUSA, Reilson Matos de. *O uso do GeoGebra no ensino de função quadrática*. 2014. 76 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2014. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2251131. Acesso em: 15 jan. 2022.

THIOLLENT, Michel. *Metodologia da pesquisa-ação*. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. *A formação social da mente*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. *Pensamento e linguagem*. Edição eletrônica: Ed. Ridendo Castigat Mores, 2001. Disponível em: http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/vigo.pdf. Acesso em: 10 dez. 2022.

ZABALA, Antoni. *A prática educativa*: como ensinar. Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALZA, Miguel Angel. *Diários de aula*: um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional. Porto Alegre: Artmed, 2004.

APÊNDICE A - Autorização da escola

UPF
UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PPGECM
Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

CARTA DE AUTORIZAÇÃO DO ESTABELECIMENTO DE ENSINO

Eu, Rosilene de Souza Lemes, solicito autorização do Colégio Tiradentes da Polícia Militar – CTPM III, localizado no município de Ariquemes, estado de Rondônia, para a realização de atividades de pesquisa associadas a dissertação: **Uma proposta Vygotskyana para o Ensino de Função Quadrática no Laboratório de Ensino de Matemática,** que desenvolvo junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, RS. A pesquisa está vinculada a dados produzidos durante a aplicação de uma sequência didática junto a estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental II. O período de aplicação das atividades na escola será de 05/05/2023 a 10/06/2023 e contará com a visita do professor orientador do estudo.

(X) Autorizo
( ) Não autorizo

Colégio Tiradentes da Políola Militar III
Decreto de Criação nº 21.968 de 22/05/2017.
Autorização de Funcionamento Resolução
CEB/CEE/RO nº 517/18 de 12/09/2018
Ens. Fund. do 6º ao 9º Ano e Ensino Médio.

GP
Gediane da Conceição Pacífico Orssatti
Vice-Diretora do CTPM III
Port. nº 103/2023/SEDUC
Responsável pela Escola
Nome, cargo e carimbo

Eu, Rosilene de Souza Lemes, me comprometo a cumprir as normativas da escola, mantendo conduta ética e responsável e a utilizar os dados produzidos pela pesquisa, exclusivamente para fins acadêmicos e a destruí-los após a conclusão do estudo.

Rosilene de Souza Lemes.
Mestranda

APÊNDICE B - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE

Seu filho(a) está sendo convidado a participar da pesquisa: **Uma proposta Vygotskyana para o Ensino de Função Quadrática no Laboratório de Ensino de Matemática**, de responsabilidade da pesquisadora Rosilene de Souza Lemes e orientação do Dr. Luiz Marcelo Darroz. Esta pesquisa apresenta como objetivo estruturar e implementar uma proposta didática ancorada na Teoria de Aprendizagem Sociointeracionista de Vygotsky, para conteúdo de Função Quadrática no nono ano do Ensino Fundamental, avaliando a sua pertinência didática e a aprendizagem mediada. As atividades serão desenvolvidas durante aproximadamente 25 horas/aula no componente curricular Matemática no espaço da escola e envolverá uso de materiais produzidos pelos estudantes.

Esclarecemos que a participação do seu filho(a) não é obrigatória e, portanto, poderá desistir a qualquer momento, retirando seu consentimento. Além disso, garantimos que receberá esclarecimentos sobre qualquer dúvida relacionada à pesquisa e poderá ter acesso aos seus dados em qualquer etapa do estudo. As informações serão transcritas e não envolvem a identificação do nome dos participantes. Tais dados serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo garantido o sigilo das informações.

A participação do seu filho(a) nesta pesquisa não traz complicações legais, não envolve nenhum tipo de risco, físico, material, moral e/ou psicológico. Caso for identificado algum sinal de desconforto psicológico referente à sua participação na pesquisa, pedimos que nos avise. Além disso, lembramos que você não terá qualquer despesa para participar da presente pesquisa e não receberá pagamento pela participação no estudo.

Caso tenham dúvida sobre a pesquisa e seus procedimentos, você pode entrar em contato com o pesquisador orientador do trabalho Dr. Luiz Marcelo Darroz pelo e-mail: ldarroz@upf.br ou no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo pelo e-mail ppgecm@upf.br.

Dessa forma, se concordam em participar da pesquisa, em conformidade com as explicações e orientações registradas neste Termo, pedimos que registre abaixo a sua autorização. Informamos que este Termo, também assinado pelos pesquisadores responsáveis.

Passo Fundo, ... de maio de 2023.

Nome do participante:____

Data de nascimento: _____/____/______

Assinatura do responsável: ____

Assinaturas dos pesquisadores:____

APÊNDICE C - Fichas para a dinâmica "Encontre o par"

O par ordenado é representado por?	**P (x , y)**
A reta horizontal do plano cartesiano é chamada de eixo.....	**das abscissas.**
Qual é o valor de -3^2?	**- 9**
A reta vertical do plano cartesiano é chamada de eixo.....	**das ordenadas.**
Qual é o valor de $(-3)^2$?	**+ 9**
Resultado da multiplicação (-3).(- 7)	**+ 21**
O eixo das abscissas também é conhecido como?	**Eixo x.**
$\boldsymbol{f(x) = 2x + 3}$ **é um exemplo de?**	**Função do 1º grau.**
O eixo das ordenadas também é conhecido como?	**Eixo y.**
O resultado da operação (-3).(-7) ?	**+ 21**
O gráfico de uma função do 1º grau forma uma....	**Reta**
No plano cartesiano o ponto (0,0) é conhecido como.....	**origem**
Qual é o valor de 5^3?	**125**

APÊNDICE D - Situações problemas

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Situação - 1

As turmas dos 9º anos resolveram fazer uma festa de despedida. Para arrecadar dinheiro, resolveram vender bombons e bolos. A turma do 9º C ficou responsável pela venda dos bombons. Para as vendas, colocaram os bombons em saquinhos de 1 unidade, 3 unidades e 5 unidades. Fizeram a tabela de preços a seguir:

A turma do 9º C ficou responsável por levar o bolo e está vendendo por R$3,50 cada fatia.

Qual o valor gasto para quem comprar:

1) Duas unidades bombons?

2) Duas fatias de bolo?

3) 3 unidades de bombons?

4) 3 fatias de bolo?

5) O valor dos bombons tem relação com a quantidade? Justifique.

6) E o valor pago no bolo, está relacionado ao número de fatias? Justifique.

7) Podemos expressar a função por meio de uma fórmula ou relação numérica. Onde é possível descobrir o valor para qualquer quantidade?

8) Podemos dizer que o bombom e o bolo custam o mesmo valor?

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Situação – 2

Imagine-se nas seguintes situações e responda:



1) Você foi à cantina do Colégio Tiradentes – CTPM – III, comprar salgado. Sabendo que ele custa R$ 6,00 quantos reais você gastou? Justifique.

____

____

2) Você foi ao shopping do IG e gostou de umas blusas que estavam na promoção custando R$ 15,00 cada. Quantos reais você gastou na compra da(s) blusa(s)? Justifique.

____

____

3) Sabendo que o KWH (quilowatt-hora) de energia elétrica da empresa Energisa, na cidade de Ariquemes custa R$ 0,65. Quantos reais você gasta, por mês, com a energia elétrica de sua casa? Justifique.

____

____

4) No campeonato de futebol da sua escola, cada gol feito vale 3 pontos. Qual foi o saldo de pontos feito pelo seu time ao final do campeonato?

____

____

5) Você fez uma prova com 20 questões de múltipla escolha valendo 0,5 pontos cada. Quantos pontos você obteve na prova?

____

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Situação – 3

Consideremos a seguinte situação:

A Transportadora "Piscou Chegou" realiza serviços de frete apenas para cargas completas, cobrando uma quantia fixa de 85 reais e mais 5 reais por quilômetro rodado.

Baseado nesses dados preencha a tabela abaixo:

Quilômetros rodados	Valor total do transporte
1	
10	
35	
90	
130	
165	
200	
234	

Responda as seguintes perguntas:

1) O que essa tabela representa?

2) O preço é uma função da quantidade de quilômetros rodados? Justifique.

3) Qual é a variável independente nesta situação? Justifique.

4) Qual é a variável dependente nesta situação? Justifique.

5) Você identifica essa relação de dependência entre grandezas em outras situações do dia a dia? Quais?

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Situação - 4

Imagine-se nas seguintes situações e responda:



1) Você foi à sorveteria da Ana comprar picolé. Sabendo que ele custa R$ 2,75. Quantos reais você gastou? Justifique.

2) Você foi na loja "Aqui Agora" e gostou de umas camisetas que estavam em promoção custando R$ 29,90 cada. Quantos reais você gastou na compra da(s) camiseta(s)? Justifique.

3) Sabendo que a passagem de Moto Táxi custa R$ 7,00, quantos reais você gasta, por mês, com a passagem? Justifique.

4) Você foi em um restaurante self-service, o valor da refeição é de R$ 49,00 por quilo. Quantos reais você gastou?

5) Você foi no Supermercado Irmãos Gonçalves – IG e comprou salgadinhos. Sabendo que a cada 100 gramas custa R$ 2,89. Quantos reais você gastou?

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Situação - 5

Ana está muito empolgada!

Sua família resolveu fazer um churrasco para comemorar seu aniversário. Sua mãe quer comprar contrafilé, que está custando R$ 32,90 o quilo. Sua mãe disse:

— Filha, me ajuda a calcular quanto vamos gastar com a carne, por favor!

— Quantos quilos vamos comprar, mamãe? - Respondeu Ana.

— É verdade, precisamos saber o número de convidados antes de calcular!

Mas, Ana estava tão empolgada que resolver fazer uma tabela para quando sua mãe descobrisse a quantidade de carne, ela já ter a resposta na ponta da língua!

Ajude Ana a completar a tabela.

Quantidade de carne (kg)	Preço (R$)
1 kg	
2 kg	
2,5 kg	
3 kg	
3,5 kg	
4 kg	
8 kg	

Responda as seguintes perguntas:

1) O que essa tabela representa? ____

____

2) O valor da carne tem relação com a quantidade? Justifique.________________________

____

3) Você identifica essa relação de dependência entre grandezas em outras situações do dia a dia? Quais? ____

____

4) Podemos expressar a função por meio de uma fórmula ou relação numérica, onde é possível descobrir o valor para qualquer quantidade? Justifique. _______________________

____

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Situação - 6

Gabriela foi à cantina da escola e comprou 10 paçocas para distribuir entre ela e suas 7 amigas.

Responda as seguintes perguntas:

1) Como pode ser feita essa distribuição se ela der pelo menos 1 paçoca a cada amiga?

2) Dois amigos de Gabriela viram que ela tinha paçocas e pediram a ela. Gabriela teria paçoca para dar a estes dois amigos também? Justifique.

3) Se ao invés de dois amigos, três amigos de Gabriela pedissem paçoca a ela, seria possível distribuir as paçocas com cada um deles e ainda sobrar paçoca para ela?

4) Qual a quantidade máxima de pessoas que podem pedir paçoca para Gabriela de forma que ela possa dar e ainda ficar com pelo menos 1 pra ela?

5) A quantidade de pessoas interessadas na paçoca é fixa ou variável? E a quantidade de paçocas para cada pessoa?

6) Para Gabriela conseguir distribuir as 10 paçocas que ela tem, ela depende de alguma coisa? Justifique.

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Situação - 7

1) A tabela abaixo, informa a venda de picolés de uma determinada empresa durante um período do ano. Sendo assim, observe e responda às questões a seguir:

Meses	Jan. 1	Fev. 2	Mar. 3	Abril 4	Maio 5	Jun. 6	Jul. 7	Ago. 8	Set. 9
Quantidade de picolés	1200	2400			6000	7200		9600	

a) O que podemos observar, se dividirmos a quantidade de picolés pelo respectivo mês?

____

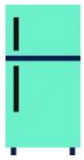
____

b) Podemos afirmar que existe uma relação entre essas duas grandezas? Justifique.

____

____

2) Alguns equipamentos domésticos funcionam com energia elétrica. Roberta tem uma geladeira antiga que consome, em média, 150 Kwh (quilowatt-hora) por mês. Baseado nessas informações, podemos determinar o consumo depois de:



a) 1 mês de uso.___________________________________ ______________________

b) 2 meses de uso.____

c) 3 meses de uso,____

d) Observando os dados obtidos, qual seria o consumo após 7 meses de uso?

____

3) Pedro trabalha em uma empresa de táxi, que lhe paga a cada corrida um valor fixo de R$ 8,00 mais R$ 3,00 por km rodado. Qual seria o valor pago a Pedro caso a corrida fosse de:

a) 24 km.____

b) 30 km.____

c) 15 km.____

d) Elabore uma fórmula matemática que relacione a quantidade a ser paga com a quantidade de km rodados. ____

____

APÊNDICE E - Atividade no plano cartesiano manipulável

Nome:____ Data______/______/_____

Grupo – 1

1) Localize os pontos no plano cartesiano manipulável, e logo após registre na folha quadriculada.

Ponto A: Três unidades para a esquerda e cinco unidades para baixo.

Ponto B: Duas unidades para a esquerda e duas unidades para baixo.

Ponto C: Duas unidades para a esquerda e uma unidade para baixo.

Ponto D: Nenhuma unidade no eixo horizontal e nenhuma unidade no eixo vertical.

Ponto E: Nenhuma unidade no eixo horizontal e cinco unidades para cima.

Ponto F: Cinco unidades para a direita e nenhuma unidade no eixo vertical.

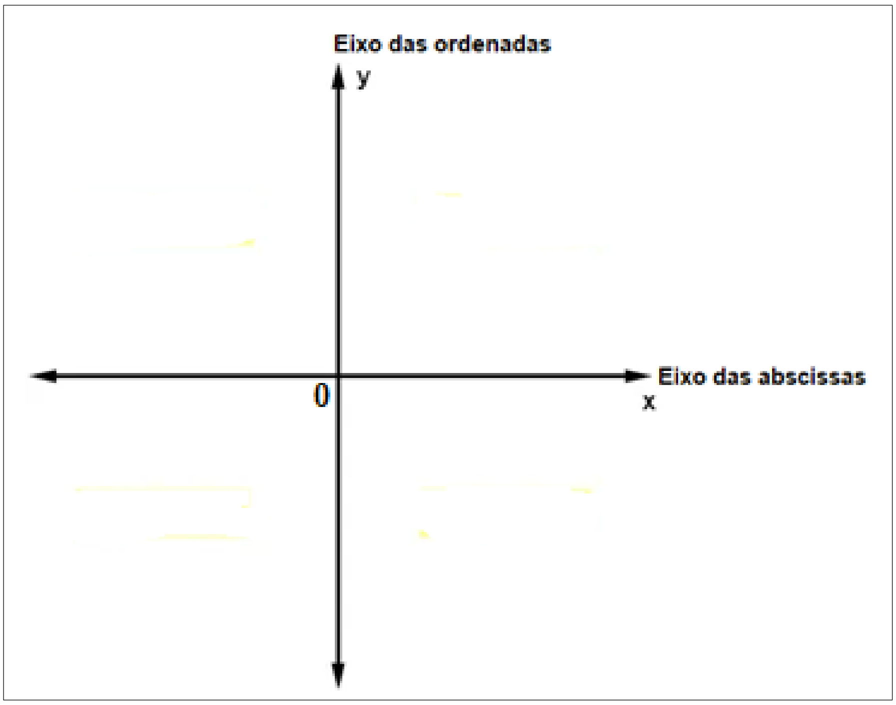
Ponto G: Cinco unidades para a esquerda e três unidades para cima.

Ponto H: Cinco unidades para a direita e três unidades para baixo.

A (,) B (,) C (,) D (,)

E (,) F (,) G (,) H (,)

2) O plano cartesiano é dividido em quatro partes, que são conhecidas como quadrantes. Os quadrantes são nomeados no sentido anti-horário, iniciando pelo quadrante, que possui valores positivos, para as abscissas e ordenadas. Identifique os quadrantes no plano cartesiano abaixo.



3) Então, temos que os sinais dos quadrantes, são:

a) 1º quadrante, os valores de x e de y são __________________________ (,   )

b) 2º quadrante, o valor de x é ________________ e o de y é ________________ (,   )

c) 3º quadrante, os valores de x e de y são __________________ (,   )

d) 4º quadrante, o valor de x é _________________ e o de y é ______________ (,   )

4) Sobre os pontos localizados no plano cartesiano manipulável, responda:

a) Quais os pontos pertencem ao 1º quadrante?____

b) Quais os pontos pertencem ao 2º quadrante?_______________________________________

c) Quais os pontos pertencem ao 3º quadrante?____

d) Quais os pontos pertencem ao 4º quadrante?_______________________________________

e) Pertencem ao eixo das abscissas?____

f) Pertencem ao eixo das ordenadas?____

5) Identifique quais quadrantes os pontos abaixo pertencem.

a) A (- 4, 7)____

b) B (- 8, -9) ____

c) C (2, -2) ____

d) D (5, 4) ____

6) Cole abaixo o plano cartesiano construído no papel quadriculado pedido na atividade 1.

APÊNDICE F - Atividade prática

Grupo – 1

Atividade experimental "Descrevendo a trajetória" os experimentos deverão ser fotografados e filmados, para facilitar a observação da trajetória.

Arremesso de bolinhas de papel amassado, registrar a trajetória formada pela jogada; Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Por fim, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeo do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

Grupo – 2

Atividade experimental "Descrevendo a trajetória" os experimentos deverão ser fotografados e filmados, para facilitar a observação da trajetória.

Um toque de bola de futebol com objetivo de produzir uma curva, medindo a distância da trajetória da bola; Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Por fim, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeo do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

Grupo – 3

Atividade experimental "Descrevendo a trajetória" os experimentos deverão ser fotografados e filmados, para facilitar a observação da trajetória.

Pulando corda, registrando a curva formada pela corda entre as duas pessoas que batem a corda; Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Por fim, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeo do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

Grupo – 4

Atividade experimental "Descrevendo a trajetória" os experimentos deverão ser fotografados e filmados, para facilitar a observação da trajetória.

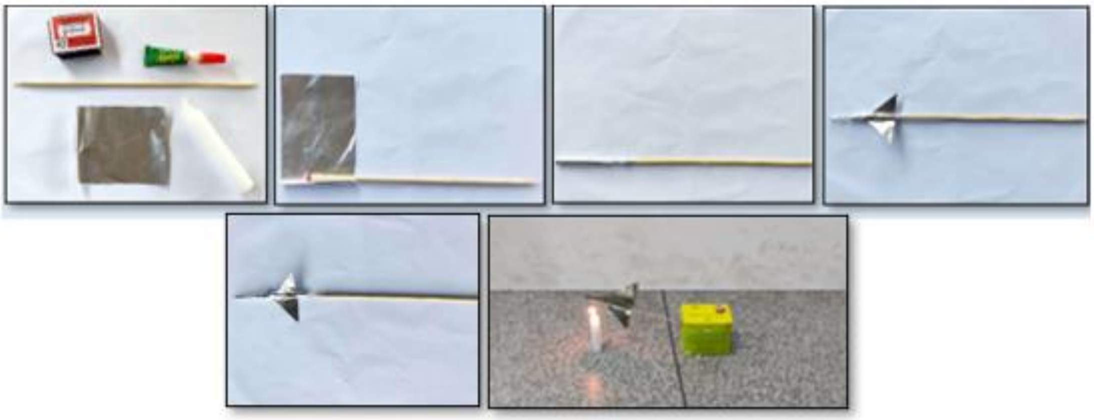
Saque em uma partida de vôlei (medir o tamanho da quadra, a distância que a bola tocou o solo); Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Por fim, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeo do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

Grupo – 5

Atividade experimental "Descrevendo a trajetória" os experimentos deverão ser fotografados e filmados, para facilitar a observação da trajetória.

Lançamento de um minifoguete (confeccionados pelos estudantes) seguindo orientação do professor.



Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Por fim, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeo do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

APÊNDICE G - Atividade sobre análise das imagens

Nome: _____________________________________Data: _____/_____/_____ Turma:_____

Atividade 1

Em grupo, analise e discuta com seus colegas os seguintes questionamentos:

a) Faça uma análise detalhada das imagens e reflita, o que há de comum entre elas?

____

____

____

____

b) A partir da análise destas imagens, busque outras referências que têm o formato de curvas. Procure exemplificar outras formas que tem semelhança com as analisadas anteriormente.

____

____

____

____

Roda de conversa para troca de experiências. O que a turma pode observar a partir da atividade proposta?

Atividade 2

Realize uma pesquisa sobre as características de uma catenária e diferencie essas duas curvas (curvas catenárias e curvas de uma parábola). Em seguida, confeccione cartazes com o exemplo de catenária e a curva chamada de parábola, relatando as diferenças entre elas.

____

____

____

____

____

____

____

____

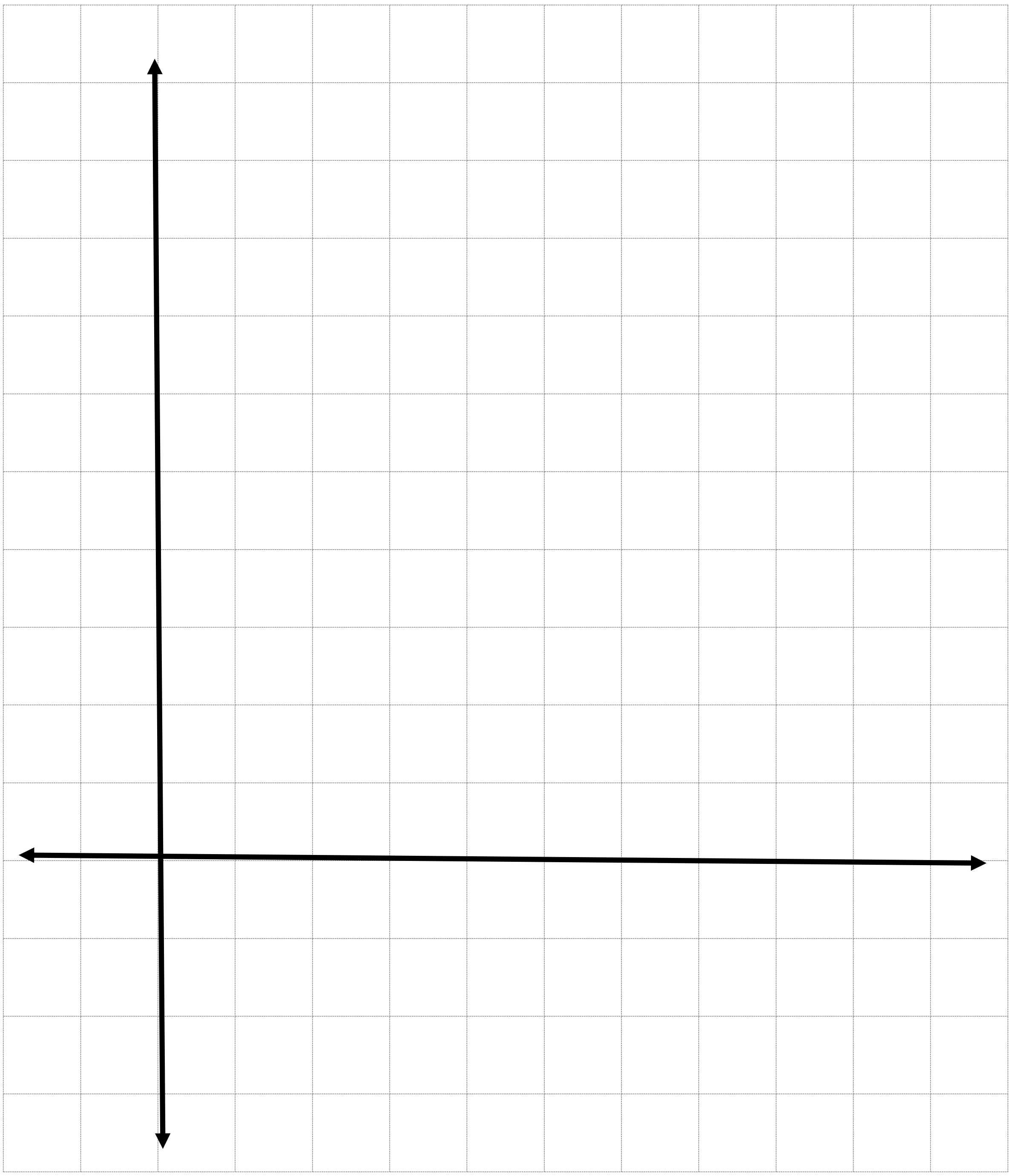
APÊNDICE H - Desenho no formato da curva de uma parábola

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Atividade – 1

Escolha uma imagem da atividade anterior para construir o plano cartesiano no papel quadriculado e, em seguida, represente no primeiro quadrante o traçado apresentado na figura escolhida o mais semelhante possível.



Atividade - 2

Junte-se com um colega para discutir e responder os seguintes questionamentos:

a) A parábola traçada toca o eixo do x em quantos pontos?

____

b) Quais as coordenadas desses pontos?

____

c) Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x tem algo em comum. O que esses pontos têm em comum?

____

____

d) Esses pares ordenados recebem um nome específico, qual seria esse nome?

____

e) Quais as coordenadas do ponto mais alto ou mais baixo dessa parábola?

____

f) Que nome recebe esse par ordenado?

____

APÊNDICE I - Análise do gráfico de uma parábola

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Atividade – 1

Utilizando a figura desenhada na atividade 4, dobre a folha ao meio, de maneira que a dobra dívida o eixo x, em duas partes iguais. Certifique-se que ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por você, foi dividida exatamente ao meio. Em seguida responda os questionamentos:

A dobra da folha passa em que coordenadas?

____

b) A parábola apresenta ponto mais alto ou ponto mais baixo? Quais suas coordenadas?

____

c) Análise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo do ponto até a dobra?

____

d) Análise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo após a dobra até o ponto?

____

e) Qual é o ponto que representa o vértice da parábola?

____

f) A parábola possui eixo de simetria? Descreva-o.

____

APÊNDICE J - Construção do gráfico de uma parábola

Nome: ____

Data: _____/_____/______ Turma:_____

Grupo - 1

Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{x^2 - 4x + 3.}$

Atribuir valores para x e calcular os valores de y;

Marcar os pontos com alfinete no plano cartesiano manipulável;

Em seguida contornar os pontos com barbante de modo que forme a parábola.

x	$\boldsymbol{x^2 - 4x + 3}$	y	P (x, y)

Cálculos:

As funções utilizadas em cada grupo

Grupo 2 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{-x^2 + 6x - 8.}$

Grupo 3 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{x^2 + 2x + 2.}$

Grupo 4 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{-x^2 + 4x.}$

Grupo 5 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{x^2 - 2.}$

Grupo 6 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{x^2.}$

Grupo 7 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{x^2 + 2x.}$

Grupo 8 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{-x^2 - 6x - 4.}$

Grupo 9 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{-x^2 - 6x - 4.}$

Grupo 10 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{-2x^2}.$

Grupo 11 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{-2x^2 + 4x}.$

Grupo 12 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{3x^2 - 3}.$

Grupo 13 - Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \ \boldsymbol{x^2 - 8x + 16}.$

APÊNDICE K - Gráfico de uma parábola no Geogebra

Nome: ____

Data: _____/_______/_________ Turma:___________

Explorando os efeitos dos parâmetros *a,b,c* no gráfico da função quadrática

1º passo: Digite na caixa de entrada a expressão $y = ax^2$ (digitar *y=ax^2*, Enter, aparecerá uma janela "criar controle(s) Deslizante(s) para: a" clicar em Criar Controle Deslizantes, aparecerá o controle com o ícone a que pode ser manuseado alterando os valores do parâmetro *"a"* dentro do intervalo [-10,10] que pode ser alterado este valor), observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro "*a"* é alterado.

____

____

2º passo: Digite na caixa de entrada a expressão: $y = ax^2 + bx$, observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro b é alterado.

____

____

3º passo: Digite na caixa de entrada a expressão: $y = ax^2 + c$, observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro c é alterado.

____

____

4º passo: Digite na caixa de entrada a expressão: $y = ax^2 + bx + c$, observando o que acontece com a parábola, à medida que os parâmetros a, b e c são alterados

____

____

Continuando mais alguns testes, digite no *software* Geogebra as funções abaixo:

$\boldsymbol{f(x) = x^2 + 3x - 5}$

$\boldsymbol{g(x) = x^2 + 3x + 5}$

$\boldsymbol{h(x) = x^2 + 3x - 2}$

$\boldsymbol{j(x) = x^2 + 3x + 2}$

Nota-se que os parâmetros *a* e *b* foram mantidos e o parâmetro *c*, alterado. O que você observou?

____

____

Nome: ____

Data: ______/_______/_________ Turma:______

Atividade 1 e 2

1) Digite no geogebra, as funções e responda o que se pede:

Funções	$f(x) = x^2$	$g(x) = 5x^2$	$h(x) = 20x^2$
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

a) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico $f(x) =ax^2$ à medida que aumentamos o módulo do parametro “a”?________________________________

2) Digite no geogebra, as funções e responda o que se pede:

Funções	$f(x) = -x^2$	$g(x) = -5x^2$	$h(x) = -20x^2$
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quantas as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

b) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico $f(x) = -ax^2$ à medida que aumentamos o módulo do parâmetro “a”? ______________________________

c) Compare os gráficos construidos nas tarefas 1 e 2, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = ax^2$ quando invertemos o sinal do parâmentro “a”?____________________________

____

d) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmentro “a” no gráfico.

____

____

Nome: ____

Data: ______/_______/_________ Turma:______

Atividade 3 e 4

<table>
<tr><td colspan="4">3) Digite no geogebra, as funções abaixo e responda o que se pede:</td></tr>
<tr><td>Funções</td><td>$f(x) = x^2 + 2x$</td><td>$g(x) = x^2 - 2x$</td><td>$h(x) = -x^2 - 6x$</td></tr>
<tr><td>O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Coordenadas do vétice?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Para que valores de x a função é crescente?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Para que valores de x a função é decrescente?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">a) Quando b é positivo a parábola toca o eixo do y em qual ramo?
b) Quando b é negativo a parábola toca o eixo do y em qual ramo?
c) Quando b é zero, a parábola toca no eixo y em qual ponto?
d) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro b.</td></tr>
<tr><td colspan="4">4) Digite no geogebra, as funções abaixo e responda o que se pede:</td></tr>
<tr><td>Funções</td><td>$f(x) = x^2 + 1$</td><td>$g(x) = x^2 + 2$</td><td>$h(x) = -x^2 - 3$</td></tr>
<tr><td>O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Coordenadas do vétice?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Para que valores de x a função é crescente?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Para que valores de x a função é decrescente?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">e) Quando o parâmetro “c” é positivo, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? ________________________________
f) Quando o parâmetro “c” é negativo, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? _________________________________
g) Quando o parâmetro “c” é zero, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? _________________________________
h) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmentro “c” no gráfico.</td></tr>
</table>

Nome: ____

Data: ______/_______/_________ Turma:______ Atividade 5

1) Digite no geogebra, as funções abaixo e responda o que se pede:	
Função	**$f(x) = x^2 + 2x – 3$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$g(x) = – x^2 + 4x – 3$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$h(x) = x^2 – 2x + 1$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$f(t) = - t^2 + 2t$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$f(x) = 2x^2 + 3$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$f(x) = -x^2 -5x - 4$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	

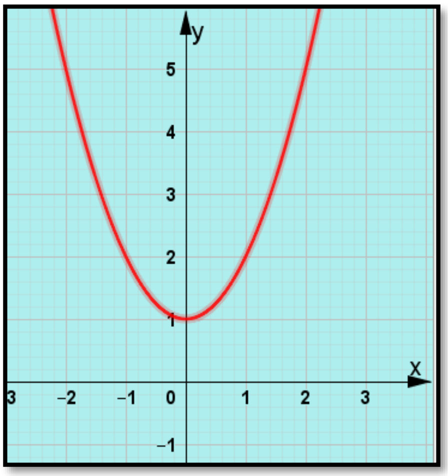
APÊNDICE L - Atividade de verificação da aprendizagem

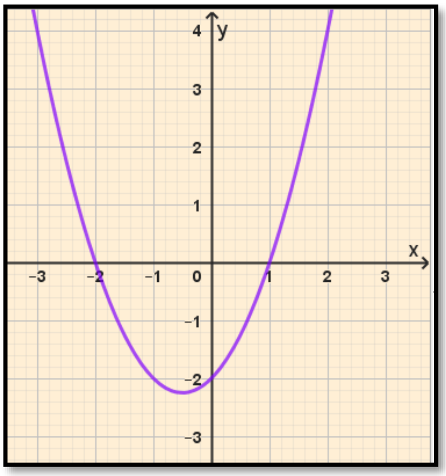
Nome: ____

Data: ______/_______/_________ Turma:______

Atividades

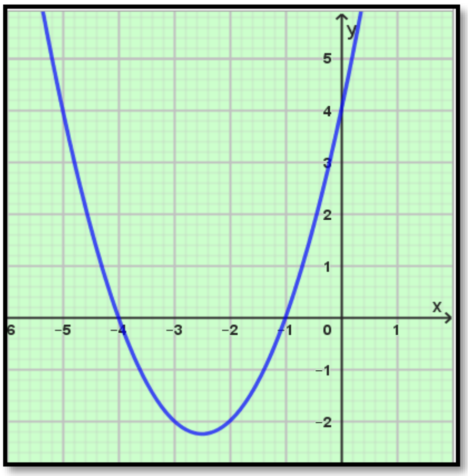
1) Analise os gráficos abaixo, os quais são gráficos que representam função quadrática. Quais são os sinais de a, b e c, ou seja, se $a > 0$ (positivo) ou $a < 0$ (negativo), se $b > 0$ (positivo), $b < 0$ (negativo) ou $b = 0$ (igual), se $c\ > 0$ (positivo), $c < 0$ (negativo) ou $c = 0$ (igual).

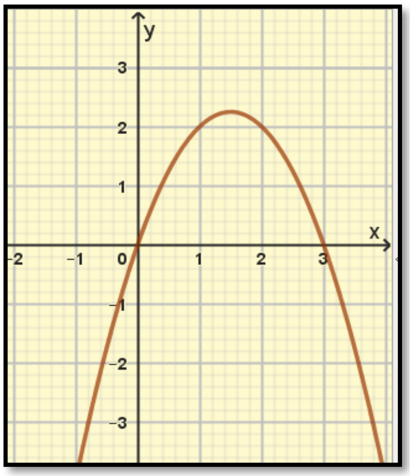




a) a _____0; b_____0; c_____0

b) a _____0; b_____0; c_____0



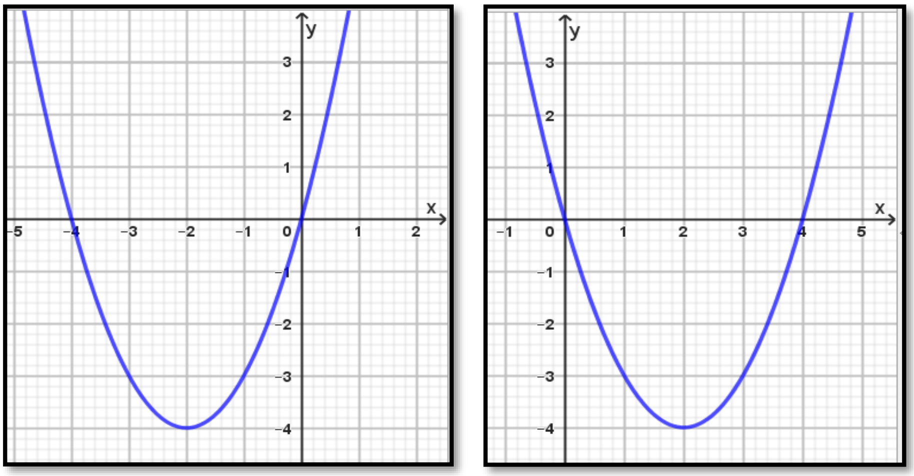


c) a _____0; b_____0; c_____0

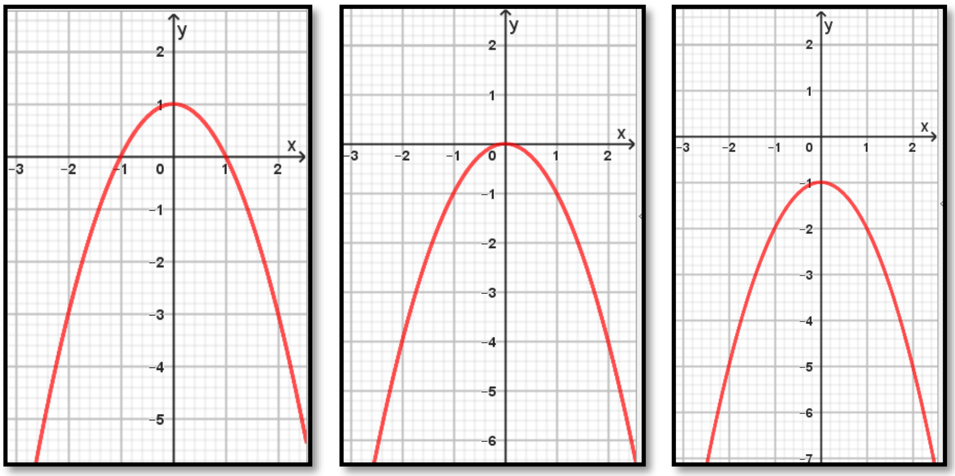
d) a _____0; b_____0; c_____0

2) Analise os gráficos abaixo, os quais são gráficos que representam função quadrática. Sabendo que apenas um dos parâmetros foi modificado, responda:

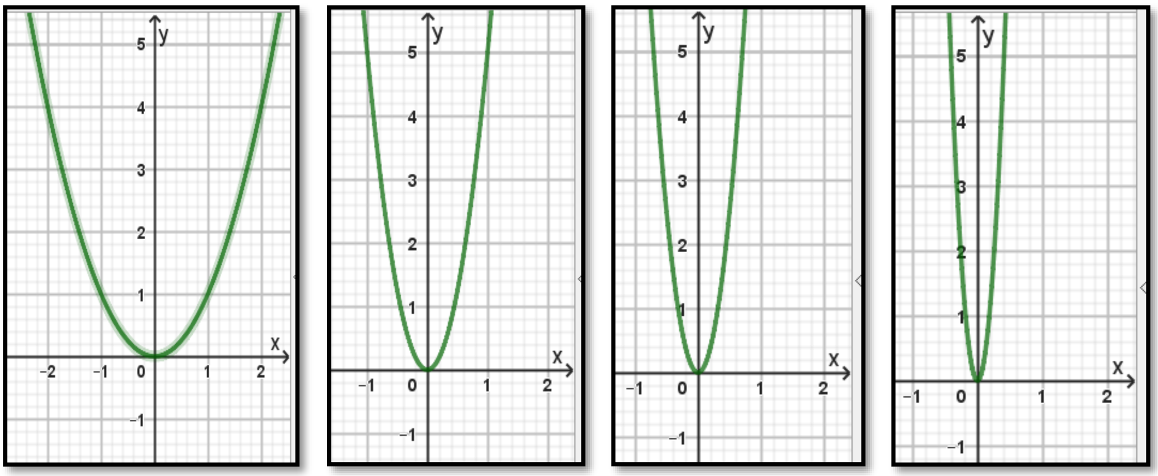
a) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



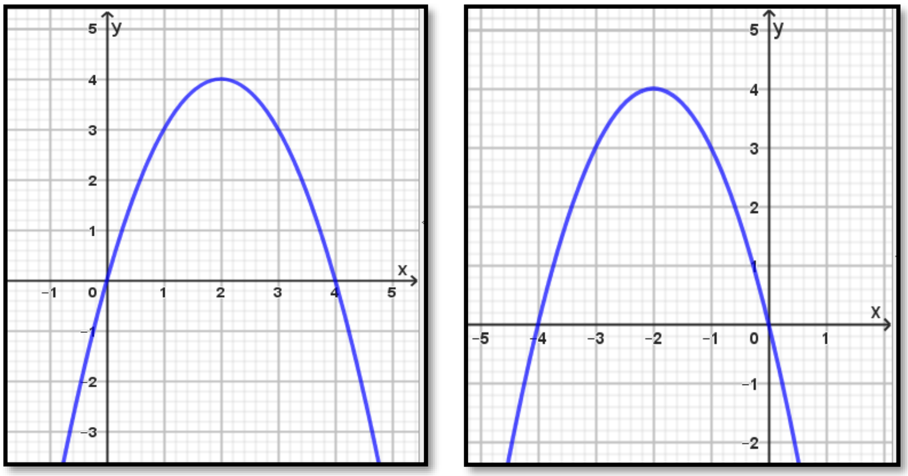
b) Compare os três gráficos e identifique qual parâmetro foi alterado? Justifique.



c) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.

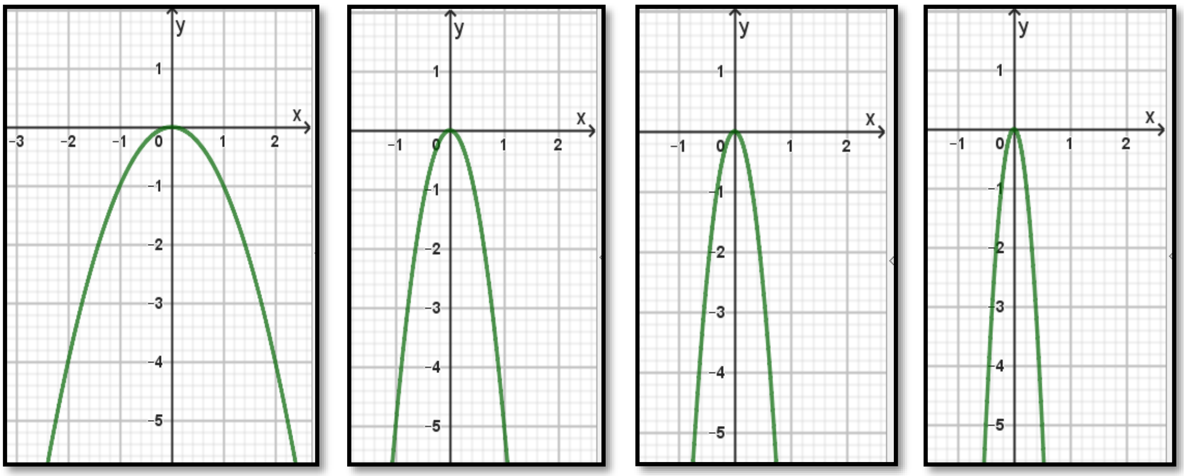


d) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



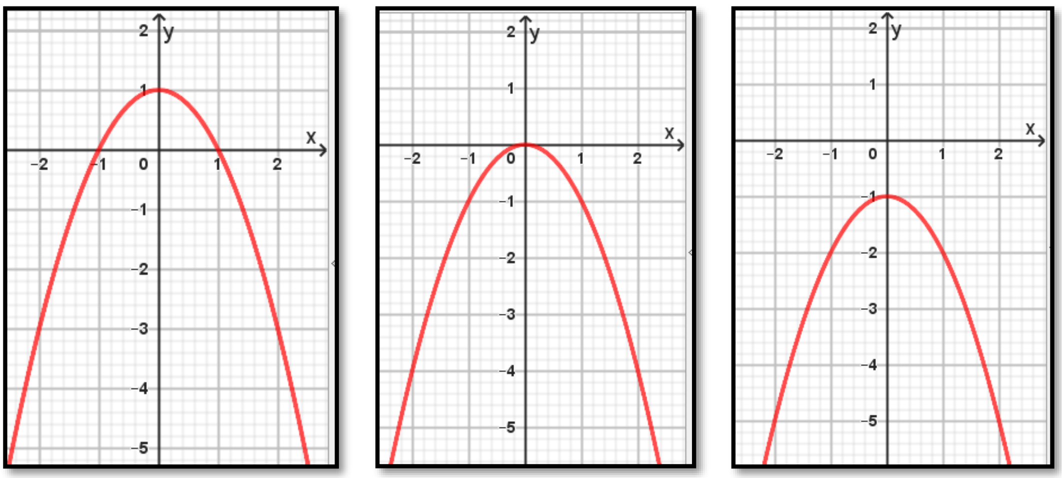
---

e) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



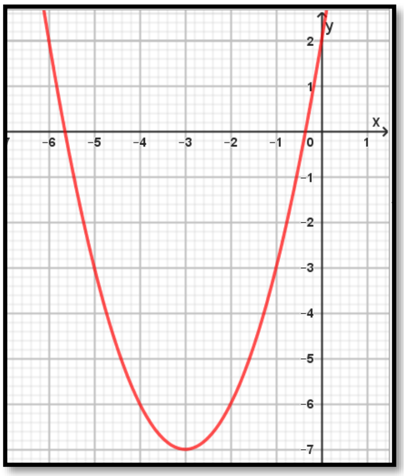
---

f) Compare os três gráficos e identifique qual parâmetro foi alterado? Justifique.

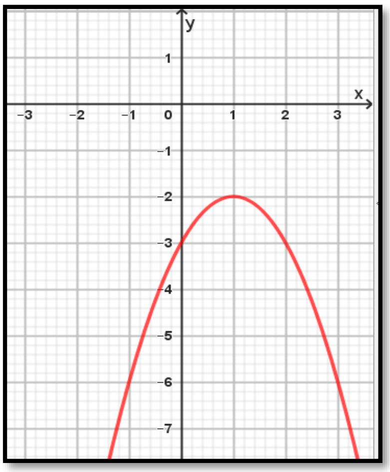


---

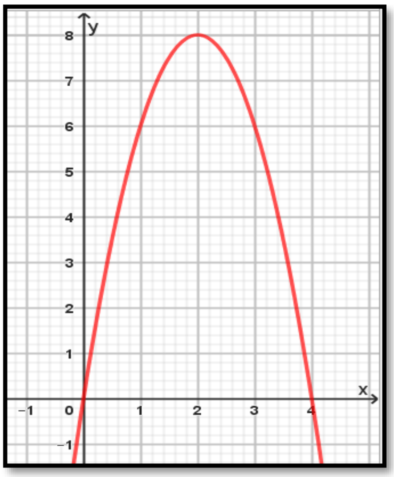
3) Analise os gráficos abaixo e responda, qual é a coordenada do vértice da parábola e a coordenada que representa o parâmetro c?



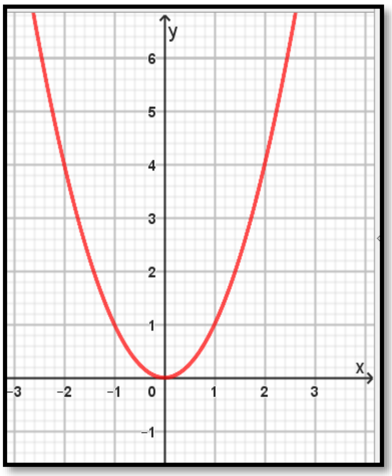
V (,   )   C (,   )



V (,   )   C (,   )

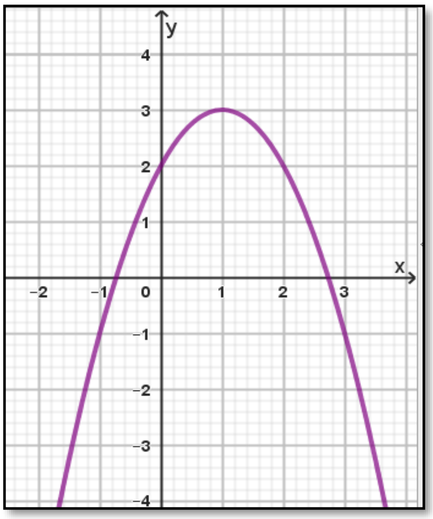


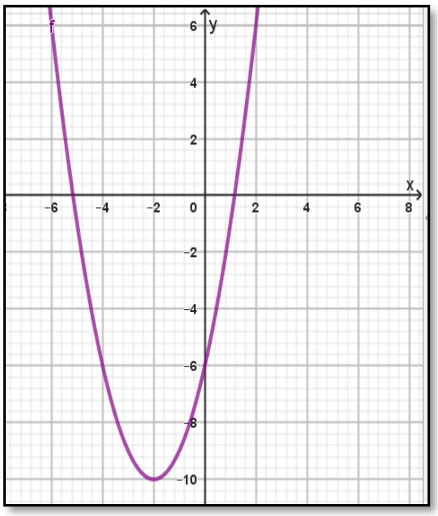
V (,   )   C (,   )



V (,   )   C (,   )

4) Desenhe o eixo de simetria nas parábolas abaixo.



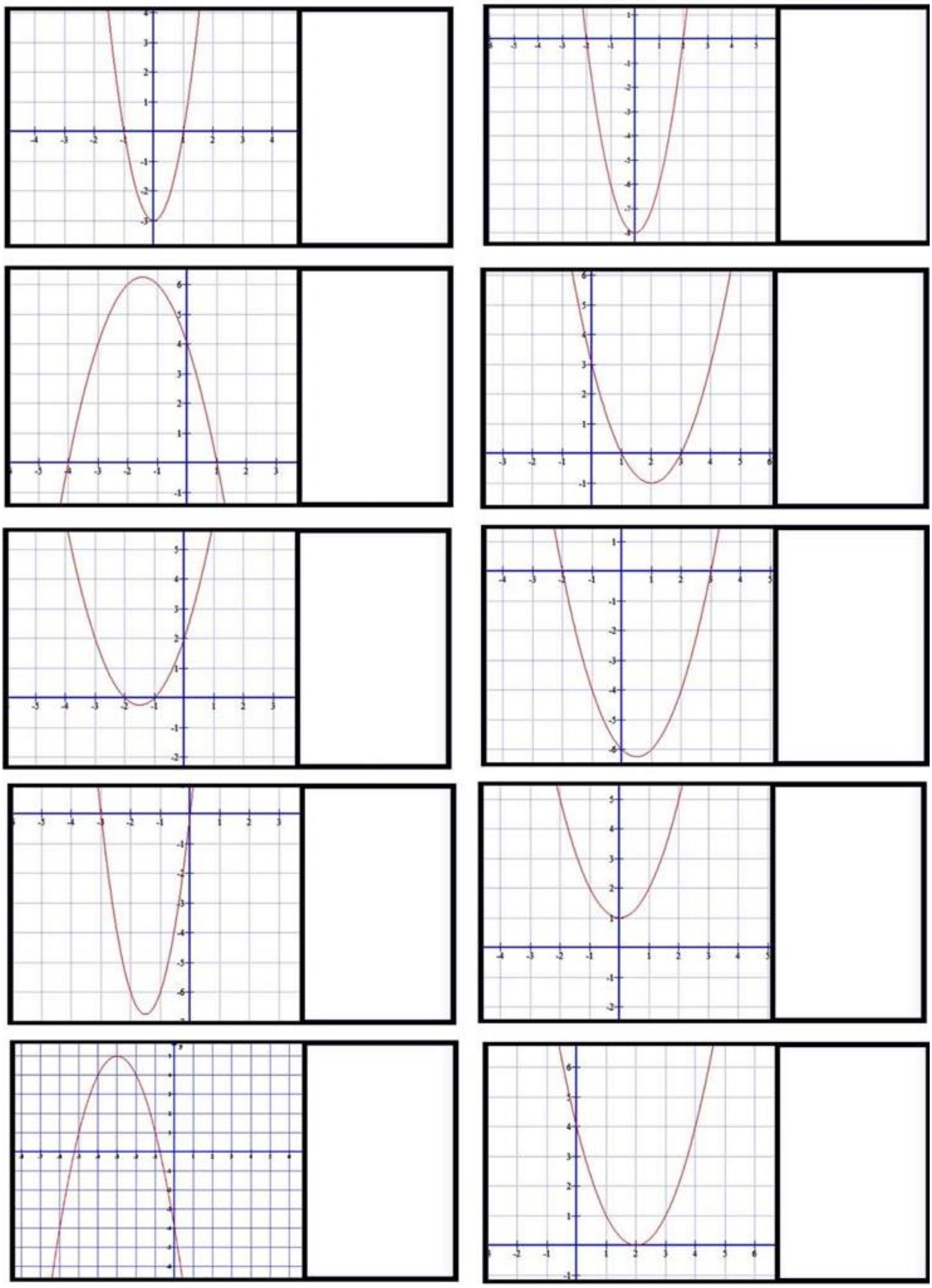


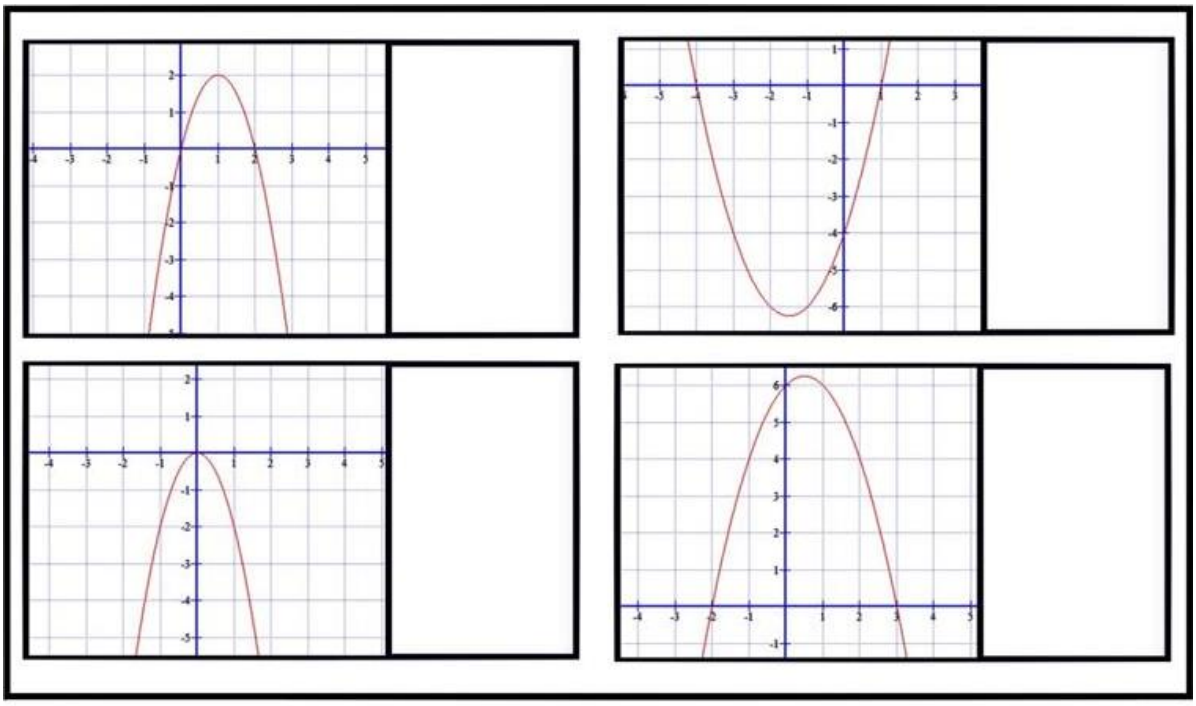
5) Explique com suas palavras porque o parâmetro a precisa ser diferente de zero ($a \neq 0$) para ser uma função quadrática.

____

APÊNDICE M - Figurinhas do gráfico da função quadrática

FIGURINHAS DO GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 2º GRAU





Atividade elabora por Felipe Augusto Baroni de Souza.

APÊNDICE N - Jogo digital – *Kahoot* “função quadrática”

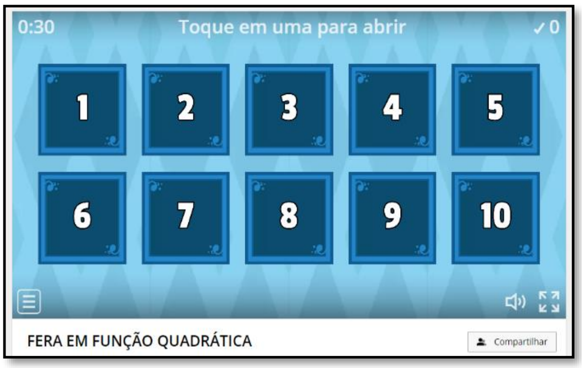
Para criar um jogo no kahoot, é necessário acessar <https://kahoot.com/schools-u/&gt> e criar uma conta (login), colocando as informações necessárias. Para criar um jogo, deve clicar em “create” e depois em “new kahoot”. Que será redirecionado para iniciar sua criação. Já para os jogadores é necessário acessar <https://kahoot.it/&gt> e inserir o código PIN.

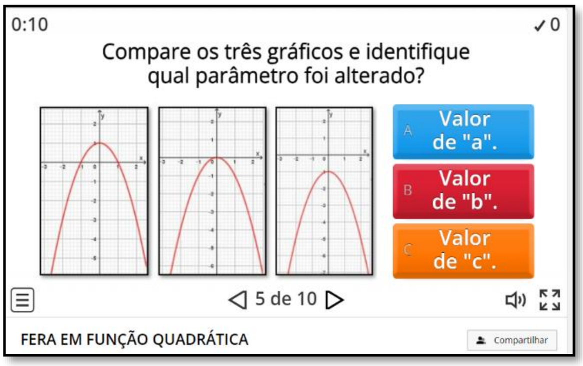
Para realizar o jogo em sala de aula, é necessário o uso de tablet ou smartphone por parte do estudante para acessar ao game, ou pode utilizar o LI da escola, pois é necessário o acesso a internet. Por meio do código de acesso chamado de PIN disponibilizado pelo professor para iniciar a competição. Para começar jogar o professor deve dar o play, escolher o modo clássico ou o modo equipe, em seguida aparecerá na sua tela o código PIN que é o acesso para os jogadores.

Este jogo é nota 10!
Quando termina a competição é gerado o pódio, como mostra a figura.

APÊNDICE O - Jogo digital - *Wordwall* - *Quiz* “Fera em função quadrática”

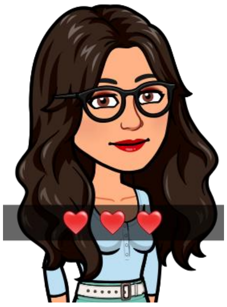
Jogos digitais na plataforma WordWall. Apresenta links de tutoriais que ensinam a criar e editar jogos utilizando este recurso.



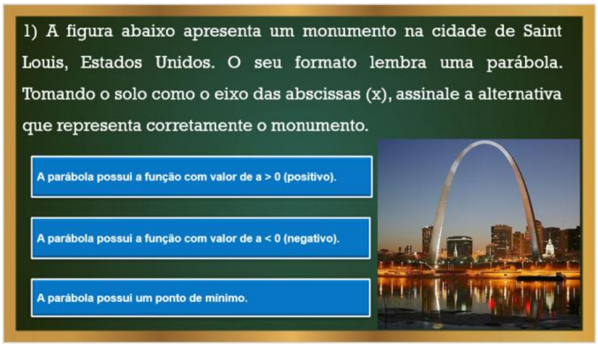


Jogo “Fera em função quadrática” no formato abra a caixa e Quiz. O professor deve escolher o formato antes de compartilhar o *link* com os estudantes.

APÊNDICE P - Jogo "Torta na cara"



Click na imagem ao lado para baixar o *PowerPoint* editável com 19 perguntas para o jogo. É essencial fazer o *download* do arquivo para salvar as configurações do jogo em seu computador.



Como fazer a máquina com sirene?

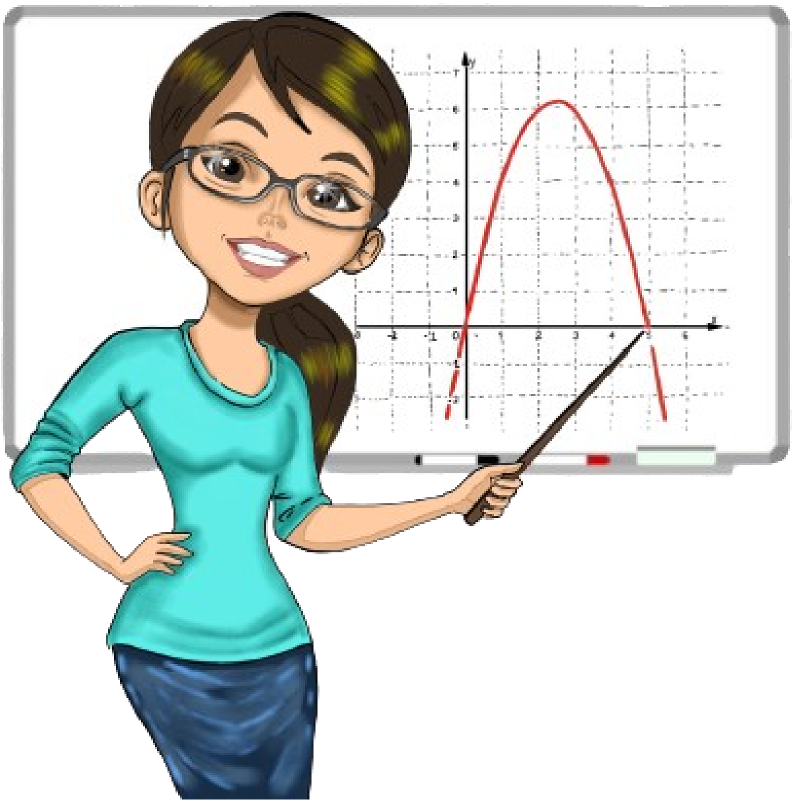
Após cada pergunta, troque a dupla de participantes. Interessante ter a máquina com os botões e a sirene.

APÊNDICE Q - Laboratório de ensino de Matemática do CTPM III

PPGECM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FACULDADE CATÓLICA DE RONDÔNIA

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA



ROSILENE DE SOUZA LEMES
LUIZ MARCELO DARROZ

2023

DADOS CATALOGRÁFICOS

L552i Lemes, Rosilene de Souza

Introdução ao ensino de função quadrática [recurso eletrônico] / Rosilene de Souza Lemes, Luiz Marcelo Darroz. – Passo Fundo: EDIUPF, 2023.

6.8 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: http://www.upf.br/ppgecm.

Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Luiz Marcelo Darroz.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Funções (Matemática). 3. Aprendizagem. 4. Vygotsky, L. S. (Lev Semenovich), 1896-1934. 5. Material didático. I. Darroz, Luiz Marcelo. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O presente Produto Educacional (PE) integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), RS, no âmbito do Projeto de Cooperação entre Instituições da Universidade de Passo Fundo e a Faculdade Católica de Rondônia (FCR), RO. O estudo adere-se à linha de pesquisa Práticas Educativas em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do Dr. Luiz Marcelo Darroz. A proposta é direcionada aos professores de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental (EF). O material oferece estratégias de fácil implementação em sala de aula, possibilitando envolver ativamente os estudantes no processo de aprendizagem por meio de diversas atividades que promove a interação entre os estudantes.

O material se configura em um PE, na forma de uma Sequência Didática (SD) - vinculado à dissertação de mestrado intitulada *Uma proposta vygotskyana para o ensino de função quadrática no Laboratório de Ensino de Matemática*. Foi elaborado com base em atividades desenvolvidas em sala de aula, alinhadas à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O objeto do conhecimento é Função Quadrática, que faz parte da unidade temática "Álgebra"; a habilidade a ser desenvolvida (EF09MA06) é "compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis" (Brasil, 2017, p. 317). Para tanto, utilizou-se a teoria da mediação de Vygotsky, a qual fundamenta a estrutura desse sequenciamento, bem como norteia sua implementação em sala de aula.

O texto está organizado em quatro etapas. Inicialmente, apresenta-se uma síntese da teoria da mediação[1] de Vygotsky; a seguir, reflete-se sobre a importância do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) no processo de ensino de Matemática. Na sequência, encontra-se a descrição das aulas propostas na SD, que está organizada em nove encontros, nos quais se busca estabelecer um diálogo com o professor de Matemática, por meio de "balõezinhos"; também são apresentados alguns "postite" com dicas de aplicações das atividades, além de uma reflexão acerca da aplicação da SD; encontram-se os materiais sugeridos para utilização nas aulas, separadamente, visando facilitar uma possível impressão de páginas isoladas. Por fim, este PE está disponível de forma livre e on-line para os professores da educação básica que almejarem utilizar na íntegra ou em partes, modificando ou adaptando-o de acordo com os objetivos educacionais.

[1] Teoria referenciada no livro *Teorias de Aprendizagem,* do autor Marco Antonio Moreira

REFERENCIAL

TEÓRICO

TEORIA DA MEDIAÇÃO DE VYGOTSKY

Lev Semenovich Vygotsky, nascido em 1896, na Bielo-Rússia, explorou uma ampla gama de disciplinas ao longo de sua carreira acadêmica e profissional, abordando temas que incluíram artes, linguística, psicologia, filosofia e medicina. No entanto, foi por meio de seus estudos na área da psicologia que ele se destacou, embora o reconhecimento de seu trabalho e sua disseminação só tenham ocorrido após sua morte, devido às críticas enfrentadas durante o regime de Stalin (Rego, 2014).

Nesse contexto, a teoria de Vygotsky é vasta e se preocupa em desvendar como o ser humano se desenvolve cognitivamente. Ela parte do princípio fundamental de que esse processo não pode ser completamente compreendido sem levar em consideração o contexto social e cultural no qual ele se desenrola. O desenvolvimento cognitivo de um indivíduo está intrinsicamente ligado ao cenário social, histórico e cultural que o circunda. Este processo, que abarca os processos mentais superiores, tais como o pensamento, a linguagem e o comportamento volitivo, encontra sua origem nas interações sociais. Desse modo, a teoria vygotskyana repousa sobre três pilares essenciais. O primeiro deles estabelece que o desenvolvimento cognitivo tem suas raízes em processos sociais, e, portanto, é inteiramente dependente do contexto social, histórico e cultural. O segundo pilar destaca que a compreensão dos processos mentais só pode ser alcançada ao se considerarem os instrumentos e signos que mediaram esses processos. O terceiro pilar, denominado "método genético-experimental", é utilizado para analisar o desenvolvimento cognitivo de um indivíduo (Moreira, 2022).

Segundo concepções do autor, compreender o desenvolvimento cognitivo se dá pela conversão de relações sociais em funções mentais, que caracteriza a relação do homem com o mundo e com outros indivíduos. Não é pelo seu desenvolvimento cognitivo que o sujeito se torna capaz de socializar, mas é na socialização que se dá o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Para Moreira (2022), essa conversão de relações sociais em funções mentais superiores não acontece naturalmente; faz-se necessário dois elementos básicos responsáveis por essa mediação: o instrumento e o signo.

Vale ressaltar que um instrumento é algo que possibilita a realização de tarefas, ampliando a capacidade de interagir com o ambiente e promovendo mudanças externas. Por outro lado, o signo atribui significados às coisas, auxiliando o indivíduo em suas atividades mentais. Portanto, a internalização de signos implica na partilha de significados que fazem parte de uma cultura, mediada pela interação social. Nesse sentido, evidencia-se que o ser humano é um agente ativo, intrinsecamente ligado ao seu contexto social, sendo influenciado pela sua história e cultura, enquanto contribui para a construção desses elementos.

Na perspectiva de Vygotsky (2008), a linguagem é o principal sistema de signos utilizado pelo ser humano. Por meio dela, é possível transmitir significados desvinculados de seus contextos, o que viabiliza a abstração e a generalização de conceitos. A linguagem mantém uma forte conexão com o pensamento, sendo fundamental para o desenvolvimento cognitivo durante a infância. Como destacado por Rego (2014, p. 64), "A linguagem tanto expressa o pensamento da criança como age como organizadora desse pensamento". Na concepção vygotskyana, a aprendizagem consiste no acesso progressivo aos signos e sistemas de signos, isto é, na aprendizagem progressiva que chega por meios de signos e sua utilização no cotidiano. Quanto mais instrumentos e signos se aprende, mais se ampliará a gama de atividades que o indivíduo possa aprender. Nessa relação de interação, é preciso haver saberes diferentes, pois, se os envolvidos sabem o mesmo assunto, não vão negociar significados.

Diante do exposto, Vygotsky (1998) destaca que se pode ensinar seja o que for, a qualquer momento, desde que se respeite a capacidade cognitiva do aprendiz. O autor apresenta a ideia de interação social como veículo primordial para a aquisição de signos, que são significados para os instrumentos, utilizados no sentido de interferir, participar da realidade do aluno. Assim que o aluno conseguir dar um significado para determinado conteúdo, é sinal que ele adquiriu o significado do instrumento. Para que a interação aconteça, é preciso que haja, pelo menos, dois (ou mais) sujeitos envolvidos na formação de conceitos, com a possibilidade de trocar informações, interagir, negociar significados, com o intuito de ampliar conhecimentos.

Por esse viés, a linguagem se torna a ponte para a interação entre as pessoas, para que ocorra a aprendizagem, da seguinte maneira: as coisas que uma pessoa sabe fazer sozinha estão dentro da zona de desenvolvimento real, são aprendizagens consolidadas; as coisas que uma pessoa não consegue fazer sozinha, mas é capaz de aprender com ajuda de outros, são saberes que se encontram dentro da zona de desenvolvimento proximal (ZDP), definida como a distância entre aquilo que o sujeito é capaz de realizar sozinho e aquilo que pode realizar com a orientação de um companheiro mais capaz (Moreira, 2022).

Sempre que uma aprendizagem proximal passa a ser uma aprendizagem real, isso quer dizer que algo que uma pessoa só conseguia fazer com a ajuda dos outros se transformou em algo que ela já sabe fazer sozinha. Na medida em que este ciclo vai se repetindo, ela aprenderá cada vez mais a fazer algo sozinha, tornando-se mais capaz e aquelas aprendizagens consideradas impossíveis vão se tornando possíveis, isto é, passam para a ZDP. A função do professor é ajudar o aluno a avançar e aprender coisas novas, que ele não conseguiria aprender sozinho, uma vez que, quanto mais ele aprende, mais se torna capaz de aprender. Dessa forma, para Vygotsky, o ensino deveria buscar o desenvolvimento do estudante por meio de aprendizados ocorridos dentro da ZDP e as atividades desenvolvidas em sala de aula devem contemplar os conhecimentos contidos nessa zona, permitindo que o aluno, ao interagir socialmente, mediado por instrumentos e signos, possa internalizar aquilo que sozinho não era capaz.

Portanto, de acordo com Vygotsky, "o único bom ensino é aquele que está à frente do desenvolvimento cognitivo e o dirige. Analogamente, a única boa aprendizagem é aquela que está avançada em relação ao desenvolvimento" (Moreira, 2022, p. 95). Essa é a razão pela qual é fundamental que o ensino ocorra dentro da ZDP, respeitando a capacidade de aprendizagem mediada pelo suporte do professor, de forma a impulsionar o desenvolvimento cognitivo, expandindo a zona de desenvolvimento real e elevando a zona de desenvolvimento potencial para patamares mais avançados.

Compreende-se, assim, que todos os elementos da teoria vygotskyana previamente mencionados têm sua base e consolidação na interação social. A interação social desempenha um papel central ao possibilitar a compreensão dos processos de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo, impactando visivelmente as dinâmicas entre os estudantes em sala de aula.

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA - LEM

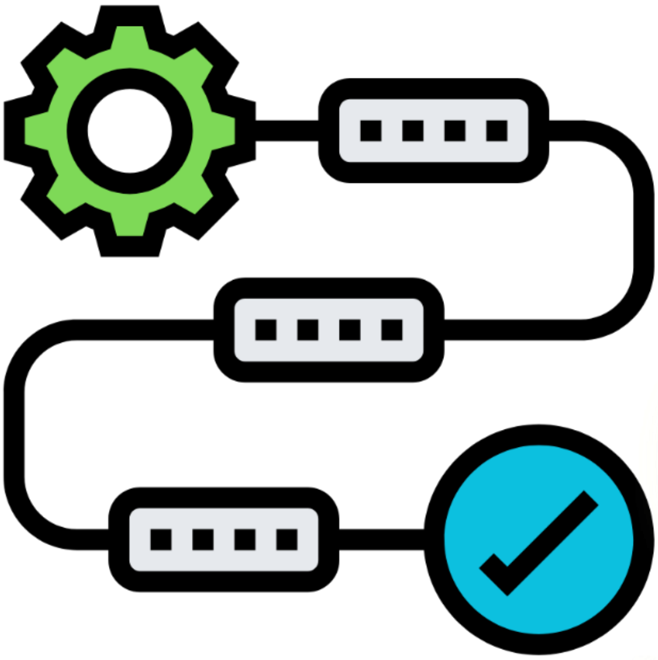
Em seus estudos, Lorenzato (2012) destaca a importância do uso de apoio visual e tátil na aprendizagem ao longo da história. Educadores como Comenius, Locke, Montessori, Piaget e Vygotsky reconheceram a relevância da experiência sensorial, manipulação e interação com objetos para o desenvolvimento do conhecimento. Cada um deles contribuiu com perspectivas distintas sobre como o aprendizado ocorre. Lorenzato (2012) enfatiza a necessidade de um LEM no ensino dessa disciplina, pois pode ser o meio ideal para explorar conceitos, testar ou criar métodos de resolução para determinados objetos de conhecimentos, realizar experiências e realçar a aprendizagem do conhecimento científico. Além disso, o uso de materiais didáticos disponíveis no laboratório pode tornar o ensino da Matemática mais compreensível e agradável, permitindo que os alunos desenvolvam a capacidade de resolver problemas, tomar decisões, avaliar soluções, criar e aperfeiçoar conhecimentos.

Nesse sentido, o LEM também é um espaço além da sala de aula, onde o professor pode desenvolver seu trabalho com o uso de ferramentas didáticas disponíveis para atender às necessidades dos alunos. Os materiais concretos manipuláveis podem ajudar os alunos a desenvolverem autonomia intelectual e senso crítico de diversas maneiras. Segundo Lorenzato (2012), os materiais concretos manipuláveis permitem que os alunos explorem e investiguem os conceitos e ideias de forma ativa. Isso os incentiva a pensar de forma independente e a buscar soluções por si próprios, tornando a aprendizagem mais atraente e envolvente, o que pode ajudar a melhorar a motivação e o interesse dos estudantes. Esses materiais podem ajudar os estudantes a compreenderem conceitos complexos de forma mais fácil e intuitiva, além de promovem a colaboração e o trabalho em equipe. Ademais, o uso de materiais concretos manipuláveis pode contribuir para a construção de conceitos matemáticos, uma vez que possibilita que os alunos visualizem e manipulem objetos concretos antes de trabalhar com representações abstratas. Desse modo, o ensino da Matemática se torna mais compreensível e agradável, permitindo que os estudantes desenvolvam a capacidade de resolver problemas, tomar decisões e avaliar soluções. Em suma, o uso de materiais concretos manipuláveis é uma abordagem de ensino que pode trazer diversos benefícios para os estudantes.

Assim, o LEM deve ser dinâmico, atualizado e envolver os alunos na criação de materiais e na resolução de problemas matemáticos. Lorenzato (2012) ressalta que o material didático não substitui o papel do professor, que desempenha um papel fundamental como mediador do conhecimento matemático. O LEM deve ser adaptado à realidade da escola e do público-alvo, priorizando materiais de baixo custo e, se possível, materiais recicláveis. O autor enfatiza que o uso adequado do LEM pode promover o desenvolvimento de várias habilidades matemáticas e a compreensão mais profunda dos conceitos.

A aplicação da pesquisa resultou na implantação de um LEM no Colégio Tiradentes da Polícia Militar - CTPM III, na cidade de Ariquemes-RO, o qual serviu de base para o desenvolvimento das atividades que originaram este Produto Educacional. Abaixo, seguem imagens do LEM:

SEQUÊNCIA



DIDÁTICA

PRIMEIRO ENCONTRO

1° Encontro: Apresentação do tema para a turma e o conceito de função.

Duração: 4 aulas de 50 minutos.

Objetivos da aula:
- ✓ Apresentar a temática da proposta aos estudantes;
- ✓ Promover a interação entre os estudantes;
- ✓ Construir a relação de dependência das variáveis x e y em uma função.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, material impresso, fita crepe, tesoura, quadro e marcador de quadro.

Descrição da aula:

O primeiro momento se reserva para a apresentação da metodologia de trabalho a ser utilizada ao longo do período de implementação da SD, além de explicar, de forma breve, a teoria de mediação de Vygotsky e como se dará a realização das atividades, assim como o conteúdo a ser abordado, evidenciando sua correspondência com o plano de ensino da disciplina.

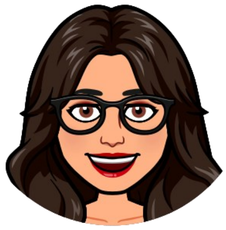
O segundo momento da aula busca promover a interação entre a turma; para isso, aplica-se uma dinâmica chamada "encontre o par" (Recursos necessários para a dinâmica estão disponíveis no APÊNDICE A). Os estudantes devem ser organizados em círculo, de forma que o(a) professor(a) consiga ver todos. Cola-se nas costas de cada estudante uma ficha contendo uma pergunta ou uma resposta, sem que o mesmo possa ler o que está escrito na sua ficha. Assim que todos estiverem com as fichas, orienta-se que cada um encontre o seu par, ou seja, a pessoa que esteja com a resposta ou com a pergunta correspondente. Por exemplo:

Estudante 1	Estudante 2
O ponto é representado por?	P (x , y)

Conforme os estudantes vão encontrando seu par, voltam juntos a se sentar no círculo. de modo que fiquem um ao lado do outro. No início da dinâmica, os estudantes acham impossível encontrar seu par, visto que não sabiam o que estava escrito nas suas costas. No decorrer da dinâmica, percebem que necessitam da ajuda de outro colega para ler o que está escrito na ficha colada em suas costas, para poder procurar seu par. Com isso, rapidamente, todos encontram seus pares. Nesse instante, o(a) professor(a) deve evidenciar que, num primeiro momento, a Matemática pode parecer difícil como a dinâmica; no entanto, com ajuda de outro colega, conseguiram encontrarem a solução. Ao longo da sequência didática não será diferente: muitas vezes precisarão da ajuda de um colega, o que é essencial para a construção do conhecimento, como aconteceu na dinâmica.

O terceiro momento tem o intuito de construir a relação de dependência das variáveis x e y em uma função. Para isso, propõe-se uma atividade em grupo, na qual cada grupo deve receber uma atividade relacionada a “situações-problema do cotidiano” distintas, envolvendo a relação de dependência entre dois conjuntos (Atividades disponíveis no APÊNDICE B). Tais situações são trabalhadas sem que as quantidades sejam estipuladas, com o objetivo de começar a construir no aluno a ideia de generalidade, colaborando com a aprendizagem da lei de dependência ou lei da função.

Professor, neste momento, oriente os estudantes para discutirem entre o grupo e registrar suas respostas, pois é possível ter mais de uma resposta para a mesma pergunta.



Dica:
Projetar no *datashow* as atividades realizadas por cada grupo.

Promover um momento de socialização com a turma, no qual os estudantes apresentam a situação-problema respondida pelo seu grupo, de modo que possam compartilhar suas abordagens, comentar suas soluções e analisar tanto os questionamentos quanto as respostas advindas dos demais grupos, todas elas dotadas de distintas perspectivas.

Após explorar os conhecimentos compartilhados pelos grupos na atividade relacionada a situações-problema, o(a) professor(a) pode iniciar a explicar a definição de função, correlacionando-a com atividade desenvolvida. O conteúdo pode ser explicado por meio da exposição e do diálogo, utilizando-se o quadro e o marcador de quadro. Abaixo, sugere-se um texto sobre a definição de função:

Definição de função

Ao trabalhar com o conceito de função, é necessário apontar sua definição, assim como as definições dos elementos que a acompanham. O professor Elon Lages de Lima afirma que “uma função consta três ingredientes: domínio, contradomínio e lei de correspondência $x \to f(x)$. Mesmo quando dizemos simplesmente ‘a função f’, ficam subentendidos seu domínio X e seu contradomínio Y e sem que eles sejam especificados, não existe a função” (Lima, 2013, p. 37).
De forma geral, uma função pode ser expressa por meio de uma lei de correspondência que sempre associa os elementos de dois conjuntos, sendo um deles o domínio e o outro o contradomínio, e este contém a imagem da função que é encontrada pela aplicação da lei de correspondência sobre os elementos do domínio. No entanto, o conceito de função vai além disso; duas especificidades devem ser rigorosamente atendidas: todos os elementos “x” do conjunto domínio devem obrigatoriamente ser utilizados na função e todos os elementos “x” do conjunto domínio deve estar relacionados exclusivamente com um elemento “y” do contradomínio, que será sua imagem; logo, deve possuir uma única imagem no contradomínio.
A lei de correspondência a ser utilizada para estabelecer a relação de função entre valores do domínio e do contradomínio é sempre uma expressão algébrica envolvendo duas variáveis, as usuais são “x” e “y” ou “x” e $f(x)$, uma vez que consideramos $y = f(x)$.
Exemplos: **a)** A sentença $y = 4{,}5 \cdot x$ é a lei de formação de uma função.
b) A sentença $f(x) = 5 + 3 \cdot x$ é a lei de formação de uma função.

SEGUNDO ENCONTRO

2° Encontro: Plano cartesiano e par ordenado.

Duração: 3 aulas de 50 minutos.

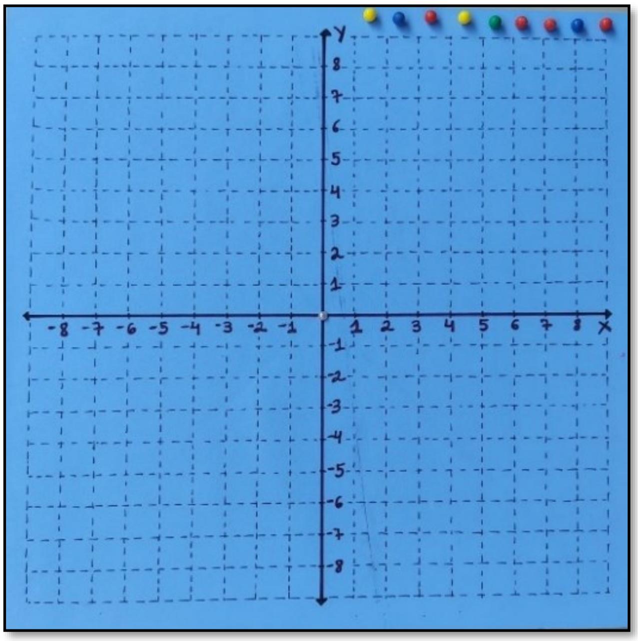
Objetivos da aula:
- ✓ Diferenciar o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas;
- ✓ Localizar e marcar pares ordenados em um plano cartesiano;
- ✓ Identificar os quadrantes.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Plano cartesiano manipulável, material impresso e folha quadriculada.

Descrição da aula:

Para a realização da primeira atividade, sugere-se um plano cartesiano manipulável, feito em E.V.A., no formato de um quadrado medindo 40 cm de lado, colado no isopor de espessura 2,5 cm, mantendo a distância de 2 cm entre os números do plano cartesiano, o que facilita a localização dos pontos. Para a marcação dos pontos no plano cartesiano manipulável, utiliza-se alfinete de "cabeça" colorida, pois facilita a perfuração (Figura 2).

Figura 2 - Plano cartesiano manipulável



Sugere-se a realização dessa atividade em dupla, para que haja interação e colaboração entre os estudantes, uma abordagem que encontra respaldo na teoria da mediação de Vygotsky. Ao realizar tarefas em parceria, os estudantes não apenas desenvolvem conhecimentos e perspectivas diferentes, mas também têm a oportunidade de desenvolver suas habilidades cognitivas de maneira mais completa. Nesse contexto, o diálogo entre os colegas atua como um instrumento de mediação, permitindo que eles internalizem conceitos.

Cada dupla recebe um plano cartesiano manipulável e os alfinetes, juntamente com a folha da atividade proposta (APÊNDICE C), o qual fornece as coordenadas dos pontos de forma intuitiva, para que os estudantes possam construir o conceito de par ordenado P (x, y), para marcação dos pontos no plano cartesiano manipulável, de acordo com as instruções abaixo (eixo x e y), sempre partindo da origem. Segue um exemplo da atividade que pode ser realizada por uma dupla.

Localize os pontos no plano cartesiano manipulável e, logo após, registre na folha quadriculada.

Ponto A: Seis unidades para a direita e cinco unidades para baixo.
Ponto B: Quatro unidades para a esquerda e oito unidades para baixo.
Ponto C: Cinco unidades para a direita cinco unidades para cima.
Ponto D: Nenhuma unidade no eixo horizontal e sete unidades para cima.
Ponto E: Seis unidades para a direita e nenhuma unidade no eixo vertical.
Ponto F: Três unidades para a esquerda e nenhuma unidade no eixo vertical.
Ponto G: Cinco unidades para a direita e sete unidades para baixo.
Ponto H: Seis unidades para a esquerda e quatro unidades para baixo.

Dica:
Importante que cada dupla localize pontos distintos.

Assim que os estudantes registrarem as coordenadas dos pontos no plano cartesiano manipulável, orienta-se que eles desenhem o plano cartesiano em papel quadriculado e marquem os mesmos pontos localizados no plano cartesiano manipulável. Prosseguindo com a atividade proposta, que também envolve a identificação dos quadrantes no plano cartesiano e os sinais correspondentes aos quadrantes (I quadrante: (+ , +); II quadrante: (- , +); III quadrante: (- , -); e IV quadrante: (+ , -)), é fundamental que os estudantes sejam capazes de determinar em qual quadrante cada ponto está localizado.

Professor, neste momento, instrua as duplas a trocar suas folhas com outra dupla. Explique que a tarefa agora é revisar os pontos marcados e verificar o posicionamento dos pontos, se estão corretos.

Momento de intercâmbio de conhecimentos, no qual cada dupla participante trocará suas folhas de atividades com outra dupla, permitindo uma revisão conjunta. Espera-se que os estudantes percebam que os pontos assinalados por cada dupla são distintos, com intuito de despertar a curiosidade entre os participantes, com olhares atentos às instruções da atividade e no posicionamento dos pontos, para efetuar a correção da atividade. Finalize enfatizando a importância da colaboração, da troca de conhecimentos entre eles e o aprimoramento das habilidades de revisão e verificação de conhecimentos.

Após a atividade, reúna a turma para uma breve discussão em sala de aula. Peça aos estudantes que compartilhem suas descobertas, discutam os desafios encontrados e destaquem os principais pontos aprendidos.

Dica:
Esteja disponível para intervir sempre que surgirem dúvidas ou questões que os alunos não conseguem resolver por conta própria. Fornecer esclarecimentos quando necessário é fundamental.

TERCEIRO ENCONTRO

3° Encontro: Descrevendo a trajetória.

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Objetivos da aula:
- ✓ Observar a trajetória que um objeto toma durante a realização de um experimento específico;
- ✓ Reproduzir no papel quadriculado a trajetória formada durante o experimento.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, material impresso, bolinhas de papel, corda, câmera fotográfica ou *smartphone*, bola de vôlei, lápis de cor, régua, bola de futebol, corda, papel alumínio, fósforo, palito de churrasco, tesoura, cola e folha quadriculada.

Descrição da aula:

Para o primeiro momento da aula, depois de dadas as boas-vindas aos estudantes, eles devem ser organizados em cinco grupos, cada um com sua tarefa específica. Em seguida, procede-se a distribuição da atividade para cada grupo (APÊNDICE D), a qual se refere a uma atividade experimental chamada "Descrevendo a Trajetória".

Professor, neste momento, explique aos estudantes que é fundamental que todos os grupos fotografem e filmem os resultados, para facilitar a observação das trajetórias posteriormente.

Experimentos:

a) Arremesso de bolinhas de papel amassado: O grupo deve arremessar bolinhas de papel amassado e registrar a trajetória formada pela jogada.

b) Toque de bola de futebol: O grupo deve dar um toque na bola de futebol, com o objetivo de produzir uma trajetória em forma de curva.

c) Pulando corda: O grupo deve pular corda e registrar a medida da corda e a distância entre as duas pessoas e observar a curva formada pela corda.

d) Saque em uma partida de vôlei: O grupo deve realizar o saque em uma partida de vôlei e observar a trajetória formada pela bola.

e) Lançamento de minifoguetes: Os estudantes devem confeccionar minifoguetes, seguindo as orientações do professor, e lançá-los, registrando a trajetória do lançamento.

Observação e análise: Após a realização dos experimentos, reserve um tempo para que os alunos observem as fotos e vídeos de suas trajetórias. Incentive-os a discutir e analisar as diferenças entre as trajetórias dos diferentes grupos.

Desenho no papel quadriculado: Cada grupo utilizará papel quadriculado para desenhar a curva observada durante o experimento. Os alunos devem se esforçar para representar a trajetória o mais semelhante possível à curva registrada durante as filmagens e fotos, como mostra a Figura 3.

Compartilhamento e discussão: Após o registro em fotos, vídeos e desenho no papel quadriculado, proporcione aos estudantes um momento para compartilharem suas percepções com o grande grupo, utilizando um projetor multimídia. Eles devem usar imagens e vídeos do experimento para evidenciar as variações no formato das curvas.

Professor, esteja sempre atento para esclarecer dúvidas ou corrigir respostas equivocadas enquanto os alunos compartilham seus registros. Use essa oportunidade para expandir as informações e explicar que essas curvas são chamadas de "parábolas".

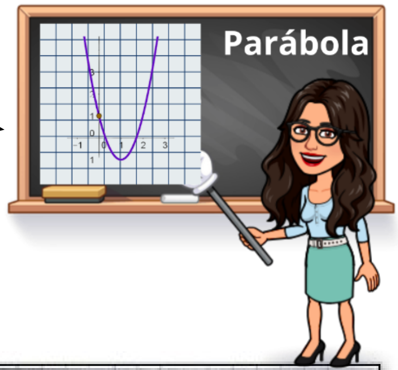
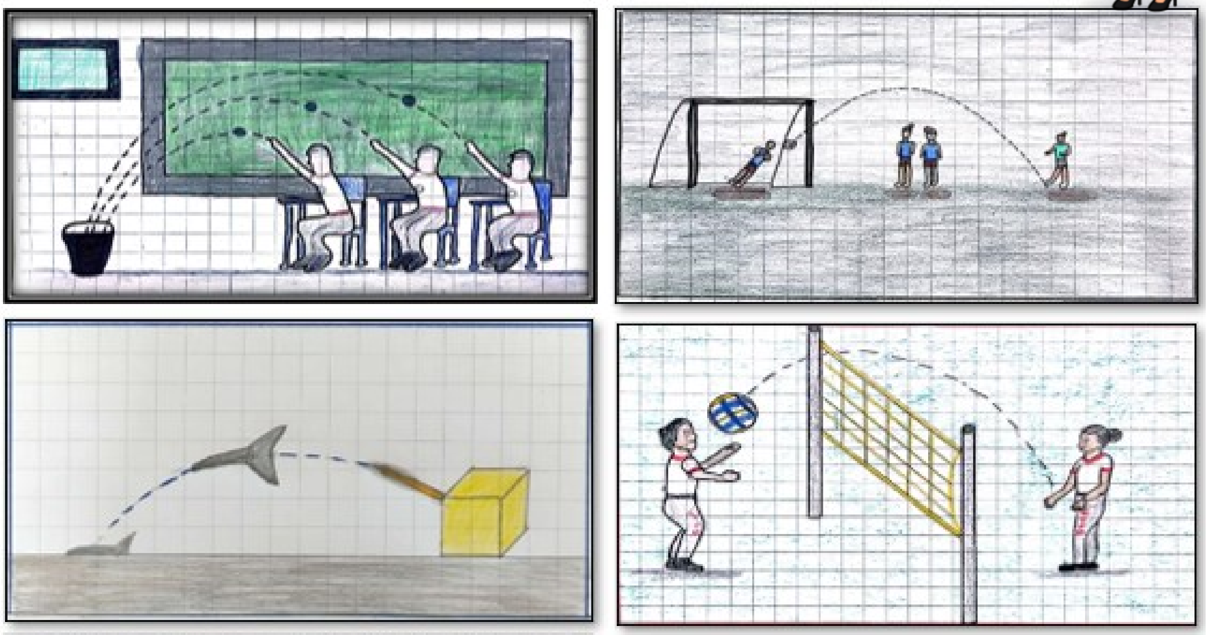
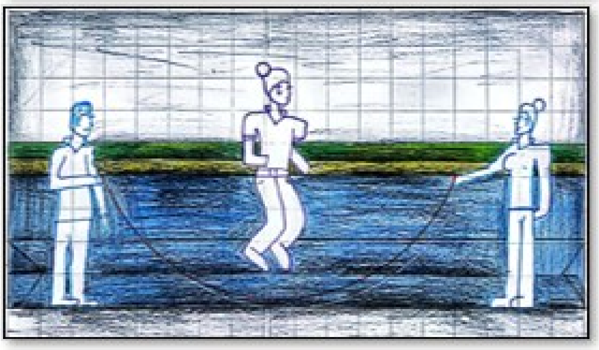


Figura 3 - Descrevendo a trajetória





Dica:
As imagens podem serem pesquisadas e organizadas previamente em *slides*, para que sejam projetadas no projetor multimídia.

QUARTO ENCONTRO

4° Encontro: Curvas presentes no cotidiano.

Duração: 3 aulas de 50 minutos.

Objetivos da aula:
- ✓ Contextualizar o conceito de parábola e promover uma compreensão mais profunda, ao identificar suas aplicações em diversos contextos do cotidiano;
- ✓ Pesquisar sobre as características distintivas de uma catenária com a curvatura de uma parábola;
- ✓ Confeccionar cartazes para socializar as pesquisas, expondo exemplos de catenárias e de parábola.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: material impresso, papel foto, imagens, cartolina, régua, tesoura, cola, folha quadriculada, quadro e marcador de quadro.

Descrição da aula:

O foco principal dessa atividade consiste em contextualizar o conceito de parábola no cotidiano dos estudantes, de forma a torná-lo mais palpável e relevante. Para isso, recorre-se a uma abordagem prática e envolvente, utilizando um conjunto de imagens impressas em papel foto.

Passos da atividade:

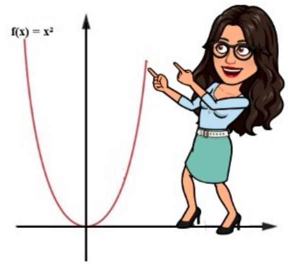
Apresentação das imagens: inicia-se a atividade apresentando um conjunto de imagens aos estudantes (APÊNDICE E). Algumas dessas imagens devem ser regionais, o que torna a atividade ainda mais relevante para os alunos. As imagens são modeladas na forma de curvas que se assemelhem a uma parábola, ou seja, o gráfico de uma função quadrática.

Ambiente de aprendizado: Para tornar a atividade ainda mais envolvente, recomenda-se a análise das imagens em um ambiente externo da sala de aula (pátio, LEM, entre outros). Conforme Lorenzato (2012) destaca, esse tipo de espaço proporciona aos alunos a oportunidade de explorar a Matemática por meio de atividades práticas, o que pode levar a uma compreensão mais profunda e significativa.

Análise detalhada: solicita-se aos estudantes para realizarem uma análise minuciosa das curvas presentes nas imagens em diversos contextos. Esses contextos englobam áreas como arquitetura, engenharia, características naturais, profissões, culturas e esportes, entre outros âmbitos. Essa abordagem ampla permite que os estudantes vejam a parábola em diferentes situações do mundo real.

Neste momento, os estudantes devem ser organizados em duplas, para fazer a atividade (APÊNDICE F). Solicitar que identifiquem os elementos comuns presentes nas imagens e buscar outras referências que possuem o formato de curvas. Assim que concluírem a atividade escrita, proporcione aos estudantes uma roda de conversa em que cada dupla possa socializar suas respostas e percepções com a turma toda. Isso possibilita não apenas a revisão de seus conhecimentos e a retificação de dúvidas ou respostas incorretas, mas também a ampliação do conjunto de informações, de modo que possam concluir que tais curvas se chamam parábolas.

Professor, essa atividade é uma maneira eficaz de contextualizar o conceito de parábola e mostrar aos estudantes como a Matemática está presente em nosso ambiente diário. Além disso, ela evidencia como o aprendizado pode ser mais envolvente quando ocorre em espaços diferentes e envolve a exploração prática.



No segundo momento da aula, continue com as mesmas duplas da atividade anterior. Isso ajudará os estudantes a trabalharem de forma eficaz, aproveitando a dinâmica de colaboração já estabelecida. Explique aos estudantes que eles agora explorarão as diferenças entre as curvas catenárias e as parábolas. Certifique-se de que eles entendam que nem todas as curvas que exploraram anteriormente eram parábolas; algumas delas eram catenárias. Proponha a realização de uma pesquisa no laboratório de informática da escola, onde os alunos terão acesso a recursos *online* para encontrar informações sobre catenárias e parábolas. Forneça orientações claras sobre o que os alunos devem procurar durante a pesquisa. Explique que eles devem investigar as características distintivas de uma catenária em comparação com uma parábola. Isso pode incluir propriedades matemáticas, aplicações práticas, exemplos reais e qualquer outra informação relevante. Os alunos devem pesquisar *online*, anotar os tópicos pesquisados e salvar imagens relacionadas a catenárias e parábolas.

Professor, antes de começar a pesquisa, permita que os alunos façam perguntas e esclareçam qualquer dúvida que possam ter sobre o processo de pesquisa. Certifique-se de que eles compreendam a tarefa.

Após concluir a pesquisa, peça aos grupos que confeccionem cartazes que exponham exemplos de catenárias e parábolas. Eles também devem relatar algumas das diferenças notáveis entre essas curvas. Os cartazes podem incluir imagens, gráficos e explicações.

Organize uma sessão de apresentação dos cartazes dos alunos para a turma. Isso permitirá que compartilhem suas descobertas e observações sobre as diferenças entre as curvas. Essa atividade não apenas aprofundará a compreensão dos alunos sobre curvas matemáticas, mas também incentivará a pesquisa independente, o trabalho em equipe e a habilidade de comunicar informações de maneira clara e visual. Além disso, os cartazes podem servir como uma valiosa exposição para toda a escola, compartilhando o conhecimento adquirido com a comunidade escolar.

QUINTO ENCONTRO

5° Encontro: Explorando funções quadráticas com imagens que lembram parábolas.

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Objetivos da aula:
✓ Perceber o traçado da parábola no cotidiano;
✓ Representar a parábola no plano cartesiano;
✓ Analisar a curva traçada e identificar os pontos em que toca o eixo x e o ponto mais alto, bem como reconhecer as coordenadas desses pontos;
✓ Verificar se os alunos lembram dos nomes que recebem esses pontos, de forma natural;
✓ Definir uma função quadrática.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, material impresso, imagens, régua, quadro e marcador de quadro.

Descrição da aula:

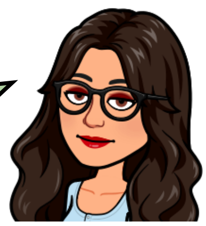
Para dar início a essa aula, retome o que foi trabalhado no encontro anterior sobre as curvas presentes no cotidiano, semelhante ao gráfico da função quadrática chamada parábola. Permita que os estudantes se organizem em duplas para a realização das atividades. Peça às duplas que escolham uma imagem impressa (foto) que apresente a curvatura de uma parábola. Essas imagens devem ser selecionadas a partir do conjunto de imagens utilizado na aula anterior.

Distribua uma folha de atividade (APÊNDICE G) para cada dupla. A folha de atividade orienta o estudante a construir o plano cartesiano no papel quadriculado e, em seguida, reproduzir, no primeiro quadrante, o traçado da curva apresentado na imagem escolhida o mais semelhante possível. Mencione que as medidas utilizadas para desenhar a curva não são reais, mas eles devem se esforçar para representá-la o mais parecido possível com base na imagem, ou seja buscar "encaixá-la no plano cartesiano. A disposição da imagem no plano cartesiano será fundamental para responder às perguntas seguintes.

Após a reprodução da curva no plano cartesiano, as duplas deverão analisar e discutir alguns questionamentos referentes à imagem, tais como:

✓ A parábola traçada toca o eixo x em quantos pontos?
✓ Se tocou no eixo x, quais são as coordenadas desses pontos?
✓ Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo x têm algo em comum.
✓ O que esses pontos têm em comum?
✓ Esses pares ordenados recebem um nome específico. Qual seria esse nome?
✓ Quais são as coordenadas do ponto mais alto ou mais baixo da curva desenhada?
✓ Que nome recebe esse par ordenado?

Professor, incentive as duplas a compartilhar suas descobertas e respostas com a turma. Participe da discussão para estimular novas perguntas e ajudar os alunos a chegarem às respostas corretas de forma intuitiva.



Dica:
Observe se algum grupo escolheu uma imagem em que a curvatura da parábola não toca no eixo x, mesmo prolongando as laterais da imagem. Isso pode gerar discussões interessantes sobre casos particulares.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado por meio da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. Sistematize os conceitos importantes sobre funções quadráticas com a turma. A seguir, a explicação do conteúdo:

Definição algébrica da função quadrática

As curvas que se comportam dessa forma, conforme os exemplos dados pelas imagens anteriores, recebem o nome de parábola. Por sua vez, uma parábola é expressa algebricamente por uma função quadrática, ou seja, o gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

De forma geral, as funções expressam algebricamente por “uma função do segundo grau, cuja forma é: $f(x) = ax^2 + bx + c,$ em que: a é o coeficiente real de x², com $a \neq 0.$ b é o coeficiente real de x. c é um coeficiente real, também chamado de termo independente” (Pataro; Balestri, 2020, p. 128).

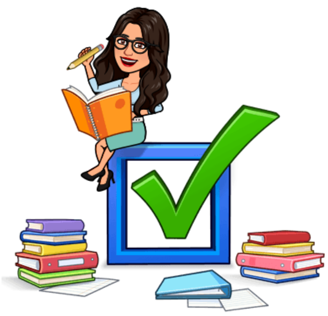
As funções quadráticas podem ser completas $f(x) = ax^2 + bx + c,$ e incompletas na forma $f(x) = ax^2 + bx$ e $f(x) = ax^2 + c,$ com $a \neq 0.$

Os pontos em que a parábola toca o eixo x recebem o nome de raízes ou zeros de uma função.

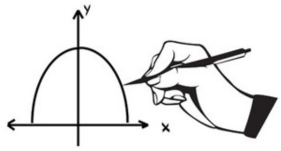
Nem todas as parábolas cortam o eixo x (conceito que será estudado posteriormente).

O ponto mais alto ou mais baixo da curva de uma parábola é chamado de vértice.

Incentive os alunos a anotarem esses conceitos em seus cadernos, para revisão futura e aprofundamento de conhecimentos.



SEXTO ENCONTRO



6° Encontro: Dobradura e a parábola,

Duração: 1 aulas de 50 minutos,

Objetivos da aula:
✓ Possibilitar que os alunos identifiquem e compreendam características importantes de uma função quadrática, como o vértice, o eixo de simetria, o ponto de máximo ou mínimo e os intervalos de crescimento e decrescimento.
✓ Perceber que a dobra vertical realizada na folha representa o eixo de simetria.
✓ Compreender que a intersecção entre o eixo de simetria e o ponto mais alto ou o ponto mais baixo é o vértice.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, material impresso, régua, quadro e marcador de quadro.

Descrição da aula:

Para dar início a essa aula, retome o que foi trabalhado no encontro anterior sobre a curva parabólica desenhada partir da imagem escolhida pela dupla. Essa atividade permitirá que os estudantes explorem as características fundamentais das funções quadráticas, de maneira prática e visual. Além disso, promoverá discussões em sala de aula e o entendimento de conceitos essenciais relacionados a parábolas. Envolve a análise do vértice, do eixo de simetria, do ponto de máximo ou mínimo, do intervalo de crescimento e decrescimento da parábola. Oriente os estudantes a dobrarem a folha na vertical, de maneira que a curva parabólica fique dividida ao meio, ou seja, em duas partes iguais. Certifique-se de que, ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por eles seja dividida exatamente ao meio. Peça aos alunos que abram a folha e pontilhem o vinco formado pela dobradura. Agora, as duplas devem responder às perguntas na folha de atividade (APÊNDICE H):
✓ A dobra da folha passa em que coordenadas?
✓ A parábola apresenta ponto mais alto ou ponto mais baixo? Qual é a coordenada?
✓ Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo do gráfico até a dobra.
✓ Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo do gráfico após a dobra.
✓ Qual é o ponto que representa o vértice da parábola?
✓ A parábola possui eixo de simetria? Descreva-o.

Ao final, proporcione um momento de análise e discussão das questões com a participação da turma; a participação ativa do professor é importante, especialmente no caso de gráficos que não interceptem o eixo x.

Destacar a importância de os estudantes trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização da atividade, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

SÉTIMO ENCONTRO

7° Encontro: Construções de gráficos no plano cartesiano manipulável e papel quadriculado.

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Objetivos da aula:
- ✓ Aprimorar a construção de gráfico de uma função quadrática;
- ✓ Identificar o vértice da parábola;
- ✓ Reconhecer os zeros ou raízes da uma função.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: material impresso, plano cartesiano manipulável, régua, quadro e marcador de quadro.

Descrição da aula:

Inicie a aula retomando os conceitos de função quadrática, vértice da parábola e zeros ou raízes de uma função. Em seguida, distribua as diferentes funções quadráticas para cada grupo de estudantes (APÊNDICE I). Certifique-se de que cada grupo recebeu uma função diferente. Peça aos estudantes que, em seus grupos, atribuam valores quaisquer para x e calculem o valor correspondente de y para formar os pontos necessários para a construção do gráfico da função proposta.

O professor pode auxiliar os estudantes que estiverem com dificuldades em atribuir valores para x e calcular o valor de y.

Forneça o plano cartesiano manipulável (o mesmo que foi utilizado no segundo encontro) e alfinetes com "cabeça" para perfurar o plano cartesiano. Em seguida, peça aos grupos que marquem os pontos no plano cartesiano manipulável. Após marcar todos os pontos com alfinetes, solicite que contornem os alfinetes com um pedaço de barbante, para formar a parábola. Peça aos grupos que recriem o gráfico da função quadrática no papel quadriculado, com base no contorno que fizeram no plano cartesiano manipulável.

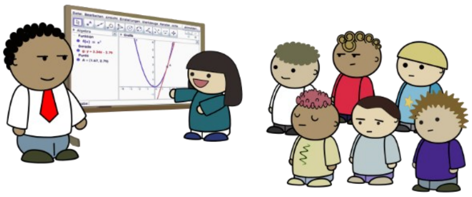
Permita que os grupos de estudantes explorem e comparem os gráficos que construíram. Incentive-os a discutir as seguintes questões: Qual é a orientação da concavidade da parábola (direcionada para cima ou para baixo)? Como os gráficos variam em relação à sua posição nos quadrantes? Conduza uma discussão em sala de aula com a participação de todos os grupos. Compile na lousa as informações pertinentes que os estudantes ressaltarem sobre os gráficos.

Explique aos estudantes que o coeficiente *a* da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ com $a \neq 0$, desempenha um papel crucial na orientação da concavidade da parábola. Reforçe que a concavidade é para cima se *a* for positivo ($a > 0$) e para baixo se *a* for negativo ($a < 0$).

Sugere-se propor atividades complementares, como a construção de gráficos de funções quadráticas a partir de situações reais.

OITAVO ENCONTRO

8° Encontro: Explorando os efeitos dos parâmetros *a, b* e *c* no gráfico da função quadrática por meio da mediação do *software* Geogebra.



Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Objetivos da aula:

✓ Apresentar o *software* Geogebra;
✓ Aprender a manusear as ferramentas do *software* Geogebra;
✓ Explorar os efeitos dos parâmetros *a, b* e *c* no gráfico da função quadrática, com a mediação do *software* Geogebra;
✓ Desenvolver a capacidade de investigação e reflexão dos estudantes;
✓ Promover a interação entre os estudantes, entre eles e o *software* e o professor.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: *Software* Geogebra, projetor multimídia e material impresso.

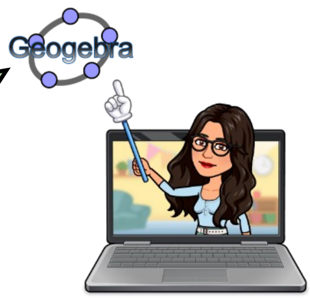
Descrição da aula:

No primeiro momento da aula, reserve um tempo para apresentação do *software* Geogebra, pois ele é uma ótima opção de uso em diversas situações no ensino de uma Matemática mais prática, visto que é um *software* gratuito, com vários recursos e pode ser utilizado em várias plataformas, ainda podendo ser utilizado sem a necessidade de *internet*. Segundo Hohenwarter (2009, p. 6), seu criador, "o Geogebra é um software de Matemática dinâmica que junta geometria, álgebra e cálculo". Neste trabalho utilizou-se a versão 5.0, para computadores, do *software* Geogebra, haja vista a facilidade de instalação nos computadores do laboratório de informática da escola. A instalação pode ser feita pelo site www.geogebra.org. Há também a possibilidade de execução do *software* sem a necessidade de instalação, apenas clicando em "start calculator".

Dica:
O Geogebra, para *smartphones* e *tablets*, Geogebra *Graphing Calculator* (Calculadora Gráfica Geogebra), está disponível gratuitamente na *App Store* para IOS e na *Play Store*, para dispositivos *Android* e *Microsoft*.

Inicia-se a apresentação com um passeio pela interface do *software*, mostrando alguns dos recursos e funcionalidades do programa, evidenciando como inserir os elementos necessários para a construção do gráfico de uma função. O *software* é bastante claro em sua apresentação, bastando o estudante colocar o cursor sobre a ferramenta para obter informação de como ela funciona.

Professor, use um data *show* e um *notebook* e projete a interface do Geogebra na tela; explique os principais elementos, como a caixa de entrada, as ferramentas, e os controles deslizantes. Explique cada passo, de modo que eles acompanhem no computador, fazendo simultaneamente.



Distribua o material impresso com as atividades correspondentes aos estudantes (APÊNDICE J). Instrua-os a responderem às atividades 1, 2, 3, 4 e 5, usando o Geogebra para construir os gráficos das funções quadráticas mencionadas nas atividades. Eles devem experimentar diferentes valores para *a, b* e *c* e observar como isso afeta os gráficos. Incentive os estudantes a compartilharem suas descobertas e registrarem sobre como os parâmetros afetam os gráficos das funções quadráticas. Peça aos estudantes que salvem os gráficos que gerarem durante a atividade, com o seu respectivo nome.

A avaliação dos alunos pode ser feita por meio da observação de sua participação nas atividades, da qualidade dos gráficos construídos e da resposta às questões.

Dicas:

- ✓ É importante que os alunos tenham tempo suficiente para explorar o *software* Geogebra de forma livre, antes de iniciar as atividades.
- ✓ Certifique-se de que todos os alunos conseguem operar o Geogebra antes de prosseguir com as atividades.
- ✓ Promova a colaboração entre os estudantes durante a exploração das atividades, incentivando a discussão e a troca de experiências.
- ✓ Realize uma revisão rápida sobre os conceitos de funções quadráticas, caso necessário, antes de iniciar a exploração com o Geogebra.

NONO ENCONTRO

9° Encontro: Colocando em prática os conhecimentos estudados.

Duração: 4 aulas de 50 minutos.

Objetivos da aula:
- ✓ Verificar os conceitos internalizados e os que estão na iminência de ser;
- ✓ Propor atividades, individuais e em grupo, sobre conceitos abordados nas aulas;
- ✓ Ampliar os conceitos abordados por meio de jogos;
- ✓ Consolidar a aprendizagem dos objetos do conhecimento estudados.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, material impresso, *notebook*, máquina com sirene, *chantilly*, plataforma *Wordwall,* plataforma *Kahoot.*

Descrição da aula:

O último encontro da SD é destinado à averiguação da aprendizagem dos estudantes em relação ao tema abordado durante a sequência. Para isso, ao iniciar o primeiro momento da aula, explique aos alunos que eles serão avaliados por meio de uma lista de exercícios que abordará os conceitos estudados. Enfatize que a avaliação é uma oportunidade para verificar o que eles aprenderam ao longo do processo.

Constata-se, na perspectiva de Vygotsky, que a aquisição do conhecimento ocorre, essencialmente, nas interações. No entanto, no desenvolvimento de atividades mediadas por instrumentos e signos, o estudante passa por fases, o que inicia de modo externo, para, posteriormente, ocorrer a interiorização do conhecimento. Vygotsky (1998, p. 74) afirmar que "a internalização é a reconstrução interna de uma operação externa". Uma combinação entre dois processos diferentes - a maturação e o aprendizado -, relacionados e dependentes um do outro, sendo influenciáveis entre si, de tal modo que, conforme o aprendizado vai se consolidando no estudante, o seu desenvolvimento físico e cognitivo avança também, pois "o processo de maturação prepara e torna possível um processo específico de aprendizado. O processo de aprendizado, então, estimula e empurra para frente o processo de maturação" (Vygotsky, 1998, p. 106).

Distribua a lista de exercícios (APÊNDICE K), orientando que a avaliação deve ser feita individualmente, sem consultar o material ou colegas. Permita que os estudantes tenham tempo suficiente para resolver a lista de exercícios. Ao final do período designado para a resolução, recolha as avaliações dos estudantes.

Em seguida, para ampliar os conceitos, introduza o jogo digital composto de onze questões, o qual se encontra na plataforma *Kahoot,* intitulado "Função Quadrática" que pode ser acessado por meio do link: https://shre.ink/2yg8. (Para a realização desse jogo, siga as instruções disponíveis no APÊNDICE L). É importante premiar a equipe vencedora com um brinde, para tornar a competição mais envolvente.

Dando continuidade, empregue o jogo digital que se encontra na plataforma *Wordwall* intitulado "Fera em Função Quadrática", composto de dez questões de múltipla escolha. Os estudantes podem jogar individualmente ou em grupos; incentive-os a participar ativamente do jogo.

Para isso, utilize a versão pública do jogo, que pode ser acessado no link: https://wordwall.net/pt/resource/58256806. (Para a realização do jogo, siga as orientações disponíveis no APÊNDICE M).

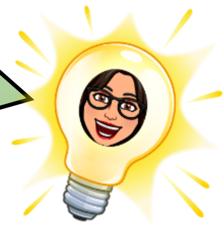
Professor, você pode adaptar as atividades e os jogos de acordo com o nível de conhecimento dos estudantes.
Deve preparar os materiais necessários com antecedência, incluindo a lista de exercícios, os jogos digitais, o álbum de figurinhas e quaisquer brindes ou prêmios.

Para a última atividade impressa (APÊNDICE N), forneça aos estudantes o material impresso, contendo o álbum de figurinhas com o tema “filmes” de ilustração e o gráfico de cada função quadrática. Os estudantes devem recortar e colar as figurinhas nas posições corretas, de acordo com as respostas. A atividade tem como objetivo relacionar a expressão matemática da função $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$ na forma completa e incompleta, com seu respectivo gráfico.

Finalize a SD com uma rodada do jogo "Torta na Cara", um *Quiz* com perguntas relacionadas ao tema estudado. Projete as questões no *Datashow,* na forma de *slide*s (APÊNDICE O), de modo que fique bem visível aos jogadores. Para isso, divida a turma em dois grupos (por exemplo, meninos e meninas) e realize a competição. Permita que a equipe selecionada responda à pergunta; se responder corretamente, ganha pontos; se errar, a outra equipe tem a chance de roubar a pergunta e ganhar pontos extras. Registre as pontuações. A equipe com mais pontos ao final do jogo vencerá a competição.

Obs: Os jogos indicados foram criados por Rosilene de Souza Lemes (2023).

Professor, para o jogo “Torta na Cara”, é bom que se adquira ou prepare um dispositivo que emita o som de sirene ou alarme. Isso será usado para indicar qual equipe tem a oportunidade de responder a uma pergunta. A cada pergunta, trocam-se os participantes; pode-se fazer isso por sorteio, um estudante de cada equipe, de modo que a turma toda participe.



Dicas:

- ✓ Mantenha o jogo divertido e envolvente, use entusiasmo e encoraje a competição saudável.
- ✓ Certifique-se de que todas as regras sejam claras desde o início, para evitar mal-entendidos durante o jogo.
- ✓ Evite que o jogo se estenda demais; defina um limite de tempo para cada pergunta, de modo que o jogo seja dinâmico.

Após o jogo, reserve um tempo para discussão e reflexão sobre a SD. Peça aos estudantes que compartilhem suas experiências e aprendizados ao longo das aulas. Encoraje-os a destacar como a interação e a internalização do conhecimento ocorreram durante o processo. Encerre a aula e a SD agradecendo aos estudantes por sua participação e esforço ao longo do período. Destaque a importância da Matemática na formação do cidadão e discuta os desafios que surgem no ensino e aprendizagem dessa disciplina.

REFLEXÕES ACERCA DA IMPLEMENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A Matemática é uma das disciplinas muitas vezes temidas por alguns estudantes, devido à sua complexidade conceitual. Os desafios inerentes à assimilação dos conceitos matemáticos transcendem a mera complexidade dos temas abordados. A didática, muitas vezes, tem sido centrada numa abordagem tradicionalista que prioriza a memorização de fórmulas e técnicas em detrimento da compreensão conceitual e da aplicação prática. Essa abordagem pode alienar os estudantes, privando-os da oportunidade de estabelecer conexões entre a matemática e seu cotidiano. Além disso, a mentalidade de que a matemática é inerentemente difícil pode criar uma barreira psicológica, onde os alunos, já predispostos a acreditar em sua própria incapacidade, enfrentam ainda mais resistência na aquisição de novos conhecimentos. O papel do professor pesquisador é, portanto, crucial para reverter esse quadro, investigando metodologias mais eficazes, engajadoras e contextualizadas que facilitam a internalização dos conceitos e promovem uma relação mais positiva com a disciplina.

A álgebra, uma das unidades temáticas que devem ser desenvolvidas ao longo do EF, na qual está contido o objeto do conhecimento ‘Função Quadrática’, conteúdo abordado nesta sequência didática. O estudo desse conteúdo geralmente é visto com ênfase nos procedimentos algébricos. As representações com o uso de tabelas e principalmente gráficas são pouco exploradas. Borba e Penteado (2019) apontam que a pouca utilização de gráficos pelos professores se dá pela dificuldade em construí-los, num ambiente em que se preconiza o uso do pincel e da lousa. Isso explica o porquê do professor se limitar apenas à representação algébrica.

Dentre as dificuldades mencionadas, encontram-se: a necessidade de os professores mudarem seus paradigmas; a escolha de estratégias e metodologias de ensino inadequadas para o contexto dos alunos envolvidos; a falta de conexão entre o ambiente escolar e o mundo contemporâneo, que está repleto de inúmeras tecnologias. Isso resulta no ensino ministrado sem a utilização dos recursos disponíveis na escola. Além disso, o professor se utiliza de metodologias que privilegiam os procedimentos operatórios, dando pouca ênfase às possíveis aplicações das novas tecnologias e ao papel ativo e criador dos estudantes. Nesse contexto, o estudante acaba se tornando um personagem passivo, contrariando as concepções da teoria de mediação de Vygotsky, segundo a qual o estudante deve ser um agente ativo na construção do seu saber.

A implementação da SD foi em uma turma de 9º ano do EF no Colégio Tiradentes da Polícia Militar III, composta por 26 estudantes. A aplicação da proposta, de fato, promoveu uma mudança na postura da professora pesquisadora, que passou a adotar uma abordagem mais participativa e ativa no processo de ensino. Essa mudança permitiu que os estudantes se tornassem protagonistas da sua própria aprendizagem, promovendo uma aprendizagem mediada por materiais manipuláveis, recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, criando situações em que os alunos pudessem interagir com o meio, com os outros e consigo mesmos, com o objetivo de facilitar a aquisição do conhecimento e despertar seu interesse pelo estudo.

Na SD apresentada, buscou-se desenvolver, aplicar e avaliar uma proposta para o ensino da Função Quadrática no nono ano do EF. Para tanto, as aulas foram organizadas de modo a usar o LEM, objetivando-se promover a interação entre os estudantes, com abordagens dos conceitos referentes a funções, plano cartesiano, trajetória de uma parábola, curvas presentes no cotidiano, construção de gráficos, explorando os parâmetros *a, b* e *c*, vértice, eixo de simetria, análise e construção de gráficos, no intuito de verificar a validade dessa proposta para a aprendizagem dos estudantes.

A princípio, averiguou-se o potencial pedagógico da SD no ensino e aprendizagem da Função Quadrática, uma vez que as explicações de conteúdo, as atividades propostas, os guias detalhados para o uso do *software* Geogebra e os jogos atuaram como instrumentos de mediação da aprendizagem. Em outras palavras, esses elementos proporcionam oportunidades de interação entre os estudantes, entre eles e o professor, entre eles e o *software,* bem como entre eles e os jogos. Essas interações se desenvolveram para a compreensão dos conceitos explorados.

Da mesma forma, o uso do LEM e a maneira como as atividades foram organizadas, proporcionaram aos estudantes a chance de trocar experiências, refletir sobre os conceitos apresentados em sala de aula e internalizar o conhecimento. Por meio do *software* Geogebra, eles puderam manipular e visualizar os efeitos dos parâmetros a, b e c de maneira dinâmica e participativa. Os jogos na plataforma *Wordwall*, *Kahoot* e o "Torta na cara", serviram como uma ferramenta eficaz para a identificação dos indícios de aprendizagem de cada estudante. As explicações do conteúdo proporcionaram a sistematização dos conhecimentos adquiridos. Além disso, todos os recursos mencionados promoveram a interação e a colaboração mútua entre os estudantes e a professora pesquisadora, além de facilitarem o processo de ensino e aprendizagem.

Assim, a SD proposta não visa substituir o livro didático, mas sim disponibilizar ao professor um material didático com sugestões de atividades e roteiros com passo a passo para a aplicação das aulas, bem como a construção de gráficos com o *software* Geogebra e jogos digitais e não digitais, entre outros, que podem servir para complementar o planejamento do professor. A proposta pode ser adaptada ao contexto de qualquer escola, pois o material é flexível, possibilitando com que, você, professor(a) possa adequar as metodologias de acordo com sua realidade e atinja os mesmos objetivos propostos inicialmente por essa sequência.

Por fim, a partir da perspectiva de Vygotsky, concebe-se que este material ajudará a incrementar as aulas, pois oferece oportunidades para promover a aprendizagem de forma social e contextualizada, incentivando o uso do LEM, com debates que estimulam o intercâmbio de conhecimentos, o que pode fortalecer a interação entre os estudantes e a construção conjunta de conhecimento. Além disso, uma abordagem contextualizada dos conteúdos, relacionando-os diretamente com a vida cotidiana dos estudantes, está em consonância com a ideia de que a aprendizagem é mais eficaz quando se conecta com experiências pessoais e situações reais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Wendel Melo Andrade; BRANDÃO, Jorge Carvalho. **O estudo das funções quadráticas com a mediação do Software Geogebra.** Curitiba, PR: CRV, 2019.

BORBA, Marcelo; PENTEADO, Miriam Gdy. **Informática e Educação Matemática.** 6. Ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 05 jun. 2023.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, Sérgio (org.). **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. p. 3-38.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. 3. ed. ampl. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2022.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo Dias. **Matemática essencial 9º ano:** Ensino Fundamental, anos finais.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In*: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2012. p.77- 92.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky:** uma perspectiva histórico-cultural da educação. 25. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

LEMES, Rosilene de Souza. **Fera em Função Quadrática**. Jogo digital *online* [*Quiz*]. 2023. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/58256806.

LEMES, Rosilene de Souza. **Função Quadrática 9º ano**. Jogo digital *online* [*Quiz*]. 2023. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/58259088.

LEMES, Rosilene de Souza. **Avaliação sobre Função Quadrática**. Jogo digital online [Quiz]. 2023. Disponível em: Kahoot! para avaliação formativa — Detalhes — Kahoot!

SADOVSKY, Patricia. Prática pedagógica: Falta fundamentação didática no ensino da Matemática. Entrevista concedida a Roberta Bencini. In: **Nova Escola** - ed. 199, 01 fev. 2007.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia S. B. dos. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. 2007. TCC (Licenciatura em Matemática) – Centro Universitário Adventista de São Paulo, campus São Paulo, 2007.

VYGOTSKY, Lev S. **A formação social da mente.** 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre, RS: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE – A

1º ENCONTRO - FICHAS PARA A DINÂMICA “ENCONTRE O PAR”

O par ordenado é representado por?	P (x , y)
A reta horizontal do plano cartesiano é chamada de eixo.....	das abscissas.
Qual é o valor de -3^2?	- 9
A reta vertical do plano cartesiano é chamada de eixo.....	das ordenadas.
Qual é o valor de $(-3)^2$?	+ 9
Resultado da multiplicação (-3).(- 7)	+ 21
O eixo das abscissas também é conhecido como?	Eixo x.
$f(x) = 2x + 3$ é um exemplo de?	Função do 1º grau.
O eixo das ordenadas também é conhecido como?	Eixo y.
O resultado da operação (-3).(-7) ?	+ 21
O gráfico de uma função do 1º grau forma uma....	Reta
No plano cartesiano o ponto (0,0) é chamado de?	origem
Qual é o valor de 5^3?	125

Fichas em tamanho maior
para impressão.
Escolha a versão que desejar!

APÊNDICE - B

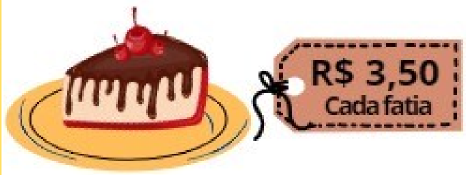
1º ENCONTRO – SITUAÇÕES-PROBLEMA

Estudantes: ____

Situação - 1

As turmas dos 9º anos, resolveram fazer uma festa de despedida. Para arrecadar dinheiro, resolveram vender bombons e bolos. A turma do 9º C ficou responsável pela venda dos bombons. Para as vendas, colocaram os bombons em saquinhos de 1 unidade, 3 unidades e 5 unidades. Fizeram a tabela de preços a seguir:

A turma do 9º C ficou responsável por levar o bolo e está vendendo por R$3,50 cada fatia.



Qual o valor gasto para quem comprar:

1) Duas unidades bombons?

____

2) Duas fatias de bolo?

____

3) 3 unidades de bombons?

____

4) 3 fatias de bolo?

____

5) O valor dos bombons tem relação com a quantidade? Justifique.

____

____

6) E o valor pago no bolo, está relacionado ao número de fatias? Justifique.

____

____

7) Podemos expressar a função por meio de uma fórmula ou relação numérica. Onde é possível descobrir o valor para qualquer quantidade?

____

8) Podemos dizer que o bombom e o bolo custam o mesmo valor?

____

Estudantes:____

Situação – 2

Imagine-se nas seguintes situações e responda:

1) Você foi à cantina do Colégio Tiradentes – CTPM – III, comprar salgado. Sabendo que ele custa R$ 6,00 quantos reais você gastou? Justifique.

____

____

2) Você foi ao shopping do IG e gostou de umas blusas que estavam na promoção custando R$ 15,00 cada. Quantos reais você gastou na compra da(s) blusa(s)? Justifique.

____

____

3) Sabendo que o KWH (quilowatt-hora) de energia elétrica da empresa Energisa, na cidade de Ariquemes custa R$ 0,65. Quantos reais você gasta, por mês, com a energia elétrica de sua casa? Justifique.

____

____

4) No campeonato de futebol da sua escola, cada gol feito vale 3 pontos. Qual foi o saldo de pontos feito pelo seu time ao final do campeonato?

____

____

5) Você fez uma prova com 20 questões de múltipla escolha valendo 0,5 pontos cada. Quantos pontos você obteve na prova?

____

Estudantes:____

Situação – 3

Consideremos a seguinte situação:

A Transportadora “Piscou Chegou” realiza serviços de frete apenas para cargas completas, cobrando uma quantia fixa de 85 reais e mais 5 reais por quilômetro rodado.

Baseado nesses dados preencha a tabela abaixo:

Quilômetros rodados	Valor total do transporte
1	
10	
35	
90	
130	
165	
200	
234	

Responda as seguintes perguntas:

1) O que essa tabela representa?

2) O preço é uma função da quantidade de quilômetros rodados? Justifique.

3) Qual é a variável independente nesta situação? Justifique.

4) Qual é a variável dependente nesta situação? Justifique.

5) Você identifica essa relação de dependência entre grandezas em outras situações do dia a dia? Quais?

Estudantes: ____

Situação - 4

Imagine-se nas seguintes situações e responda:



1) Você foi à sorveteria da Ana comprar picolé. Sabendo que ele custa R$ 2,75. Quantos reais você gastou? Justifique.

2) Você foi na loja “Aqui Agora” e gostou de umas camisetas que estavam em promoção custando R$ 29,90 cada. Quantos reais você gastou na compra da(s) camiseta(s)? Justifique.

3) Sabendo que a passagem de Moto Táxi custa R$ 7,00, quantos reais você gasta, por mês, com a passagem? Justifique.

4) Você foi em um restaurante self-service, o valor da refeição é de R$ 49,00 por quilo. Quantos reais você gastou?

5) Você foi no Supermercado Irmãos Gonçalves – IG e comprou salgadinhos. Sabendo que a cada 100 gramas custa R$ 2,89. Quantos reais você gastou?

Estudantes:____

Situação - 5

Ana está muito empolgada!

Sua família resolveu fazer um churrasco para comemorar seu aniversário. Sua mãe quer comprar contrafilé, que está custando R$ 32,90 o quilo. Sua mãe disse:

— Filha, me ajuda a calcular quanto vamos gastar com a carne, por favor!

— Quantos quilos vamos comprar, mamãe? - Respondeu Ana.

— É verdade, precisamos saber o número de convidados antes de calcular!

Mas, Ana estava tão empolgada que resolver fazer uma tabela para quando sua mãe descobrisse a quantidade de carne, ela já ter a resposta na ponta da língua!

Ajude Ana a completar a tabela.

Quantidade de carne (kg)	Preço (R$)
1 kg	
2 kg	
2,5 kg	
3 kg	
3,5 kg	
4 kg	
8 kg	

Responda as seguintes perguntas:

1) O que essa tabela representa?

____

2) O valor da carne tem relação com a quantidade? Justifique.

____

3) Você identifica essa relação de dependência entre grandezas em outras situações do dia a dia? Quais?

____

4) Podemos expressar a função por meio de uma fórmula ou relação numérica, onde é possível descobrir o valor para qualquer quantidade? Justifique.

____

Estudantes:____

Situação - 6

Gabriela foi à cantina da escola e comprou 10 paçocas para distribuir entre ela e suas 7 amigas.

Responda as seguintes perguntas:

1) Como pode ser feita essa distribuição se ela der pelo menos 1 paçoca a cada amiga?

2) Dois amigos de Gabriela viram que ela tinha paçocas e pediram a ela. Gabriela teria paçoca para dar a estes dois amigos também? Justifique.

3) Se ao invés de dois amigos, três amigos de Gabriela pedissem paçoca a ela, seria possível distribuir as paçocas com cada um deles e ainda sobrar paçoca pra ela?

4) Qual a quantidade máxima de pessoas que podem pedir paçoca para Gabriela de forma que ela possa dar e ainda ficar com pelo menos 1 pra ela?

5) A quantidade de pessoas interessadas na paçoca é fixa ou variável? E a quantidade de paçocas para cada pessoa?

6) Para Gabriela conseguir distribuir as 10 paçocas que ela tem, ela depende de alguma coisa? Justifique.

Estudantes:____

Situação - 7

1) A tabela abaixo, informa a venda de picolés de uma determinada empresa durante um período do ano. Sendo assim, observe e responda às questões a seguir:

Meses	Jan. 1	Fev. 2	Mar. 3	Abril 4	Maio 5	Jun. 6	Jul. 7	Ago. 8	Set. 9
Quantidade de picolés	1200	2400			6000	7200		9600	

a) O que podemos observar, se dividirmos a quantidade de picolés pelo respectivo mês?

____

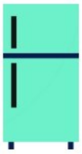
____

b) Podemos afirmar que existe uma relação entre essas duas grandezas? Justifique.

____

____

2) Alguns equipamentos domésticos funcionam com energia elétrica. Roberta tem uma geladeira antiga que consome, em média, 150 Kwh (quilowatt-hora) por mês. Baseado nessas informações, podemos determinar o consumo depois de:



a) 1 mês de uso.____

b) 2 meses de uso.____

c) 3 meses de uso,____

d) Observando os dados obtidos, qual seria o consumo após 7 meses de uso?

____

3) Pedro trabalha em uma empresa de táxi, que lhe paga a cada corrida um valor fixo de R$ 8,00 mais R$ 3,00 por km rodado. Qual seria o valor pago a Pedro caso a corrida fosse de:

a) 24 km.____

b) 30 km.____

c) 15 km.____

d) Elabore uma fórmula matemática que relacione a quantidade a ser paga com a quantidade de km rodados. ____

____

Estudantes:____

Situação – Extra

Rogério trabalha em uma empresa que entrega mercadorias compradas pela internet e ganha R$ 1,50 por entrega feita. Ele precisa pagar uma conta no valor de R$ 85,00, que vence hoje, e ele só tem R$ 55,00 na carteira.

1) Quantas entregas Rogério precisa fazer para conseguir o dinheiro exato para pagar a conta hoje?

____

____

2) Quantos reais Rogério ganha no dia que ele consegue fazer 62 entregas?

____

____

3) O salário que Rogério ganha é uma quantia fixa? Justifique.

____

____

4) É possível calcular o salário de Rogério para qualquer que seja a quantidade de entregas feita no dia? Justifique?

____

____

5) Um certo carro percorre 24 km com 2 litros de gasolina. Demonstre, usando uma tabela, a quantidade de quilômetros percorridos com 16 litros de gasolina.

APÊNDICE - C

2° ENCONTRO: PLANO CARTESIANO E PAR ORDENADO

Nome:____ Data______/______/_____

Grupo – 1

1) Localize os pontos no plano cartesiano manipulável, e logo após registre na folha quadriculada.

Ponto A: Três unidades para a esquerda e cinco unidades para baixo.

Ponto B: Duas unidades para a esquerda e duas unidades para baixo.

Ponto C: Duas unidades para a esquerda e uma unidade para baixo.

Ponto D: Nenhuma unidade no eixo horizontal e nenhuma unidade no eixo vertical.

Ponto E: Nenhuma unidade no eixo horizontal e cinco unidades para cima.

Ponto F: Cinco unidades para a direita e nenhuma unidade no eixo vertical.

Ponto G: Cinco unidades para a esquerda e três unidades para cima.

Ponto H: Cinco unidades para a direita e três unidades para baixo.

A (,   )   **B (,   )**   **C (,   )**   **D (,   )**

E (,   )   **F (,   )**   **G (,   )**   **H (,   )**

2) O plano cartesiano é dividido em quatro partes, que são conhecidas como quadrantes. Os quadrantes são nomeados no sentido anti-horário, iniciando pelo quadrante, que possui valores positivos, para as abscissas e ordenadas. Identifique os quadrantes no plano cartesiano abaixo.

3) Então, temos que os sinais dos quadrantes, são:

a) 1º quadrante, os valores de x e de y são __________________________ (,   )

b) 2º quadrante, o valor de x é ________________ e o de y é ________________ (,   )

c) 3º quadrante, os valores de x e de y são __________________ (,   )

d) 4º quadrante, o valor de x é __________________ e o de y é ________________ (,   )

4) Sobre os pontos localizados no plano cartesiano manipulável, responda:

a) Quais os pontos pertencem ao 1º quadrante?______________________________________

b) Quais os pontos pertencem ao 2º quadrante?______________________________________

c) Quais os pontos pertencem ao 3º quadrante?______________________________________

d) Quais os pontos pertencem ao 4º quadrante?______________________________________

e) Pertencem ao eixo das abscissas?____

f) Pertencem ao eixo das ordenadas?____

5) Identifique quais quadrantes os pontos abaixo pertencem.

a) A (- 4, 7)____

b) B (- 8, -9) ____

c) C (2, -2) ____

d) D (5, 4) ____

6) Cole abaixo o plano cartesiano construído no papel quadriculado pedido na atividade 1.

ATENÇÃO !

2° ENCONTRO: PLANO CARTESIANO E PAR ORDENADO

Professor, click no ícone da impressora abaixo, para ter acesso ao restante das atividades distintas, pronta para impressão de modo que atenda catorze duplas.

APÊNDICE - D

3° ENCONTRO: DESCREVENDO A TRAJETÓRIA

Grupo – 1

Arremesso de bolinhas de papel amassado: O grupo deve arremessar bolinhas de papel amassado e registrar a trajetória formada pela jogada.

Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Após, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeos do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

Grupo – 2

Toque de bola de futebol: O grupo deve dar um toque na bola de futebol com o objetivo de produzir uma trajetória em forma de curva.

Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Após, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeos do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

Grupo – 3

Pulando corda: O grupo deve pular corda e registrar a medida da corda e a distância entre as duas pessoas e observar a curva formada pela corda**.**

Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Após, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeos do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

Grupo – 4

Saque em uma partida de vôlei: O grupo deve realizar o saque em uma partida de vôlei e observar a trajetória formada pela bola.

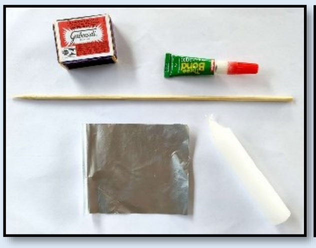
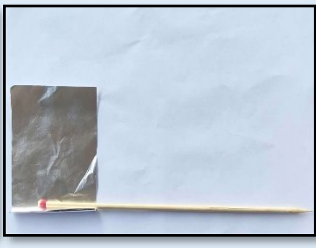
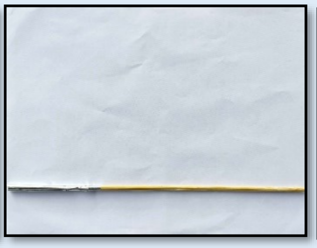
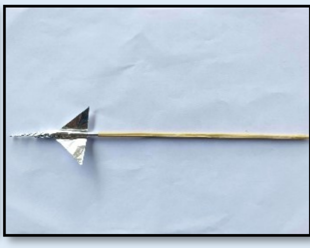
Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem e as fotos realizadas.

Após, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeos do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

Grupo – 5

Os estudantes devem confeccionar minifoguetes seguindo as orientações do professor e lançá-los, registrando a trajetória do lançamento**.**

Confecção do minifoguete - Os materiais necessários para confeccionar o minifoguete são: uma caixa de fósforo com palitos, um espetinho de churrasco, um quadrado de papel alumínio com aproximadamente 20 cm de lado, cola instantânea, uma vela, régua e tesoura. Para efetuar a montagem do minifoguete é necessário recortar um retângulo de papel alumínio medindo 10 cm x 8 cm de lados, cortar a “cabeça” de um palito de fósforo, colocar o palito de churrasco e a “cabeça” do fósforo encostando no palito sobre o retângulo (10 cm x 8 cm) de papel alumínio, de modo que fique em uma das bordas. Em seguida, enrolar o papel alumínio no palito sem deixar a “cabeça” do fósforo cair e no final dobrar a ponta, conforme mostra as figuras abaixo. Por fim, com a sobra de papel alumínio (aproximadamente 10 cm), pode-se construir as aletas e colar no corpo do minifoguete com a cola instantânea.

Lançamento do minifoguete

Após a construção do minifoguete, fará seu lançamento. Para tanto, deve-se encaixar o minifoguete na ponta afinada do palito de churrasco, segurá-lo ou colocar em algum objeto de modo que o palito de churrasco fique preso formando o canhão do foguete, posicionar e acender a vela de modo que aqueça o ponto do minifoguete onde está concentrada a “cabeça” do fósforo.


Para realizar o lançamento, é necessário um espaço que tenha pelo menos 20 metros de comprimento para o minifoguete transitar, uma vez que esse minifoguete pode ter esse alcance horizontal. Pode ser em local aberto, mas preferencialmente em um local fechado para que sua trajetória não seja influenciada pelo vento.

Faz-se necessário, também, que os lançamentos sejam filmados, pois como o minifoguete percorre sua trajetória muito rápido, os vídeos irão auxiliar as discussões sobre essa trajetória, uma vez que pode ser retomado em câmera lenta.

Em seguida, o grupo fará o desenho utilizando o papel quadriculado para traçar a curva observada, levando em consideração a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva registrada durante a filmagem.

Por fim, terá o momento para que compartilhem suas percepções com a turma, utilizando as imagens e o vídeos do experimento, tendo como objetivo evidenciar a variação do formato das curvas.

APÊNDICE - E

4° ENCONTRO: CURVAS PRESENTES NO COTIDIANO

Professor, click em qualquer imagem para ter acesso em tamanhos maiores e com o link de referência de cada uma delas. Estão em slide no formato ppt. Aproveite!

APÊNDICE - F

4° ENCONTRO: CURVAS PRESENTES NO COTIDIANO

Nome: ____Data: _____/_____/_____

Atividade -1

Em grupo, analise e discuta com seus colegas os seguintes questionamentos:

1) Faça uma análise detalhada das imagens e reflita, o que há de comum entre elas?

____

____

____

____

2) A partir da análise destas imagens, busque outras referências que têm o formato de curvas. Procure exemplificar outras formas que tem semelhança com as analisadas anteriormente.

____

____

____

____

Roda de conversa para troca de experiências. O que a turma pode observar a partir da atividade proposta?

Atividade 3

Realize uma pesquisa sobre as características de uma catenária e diferencie essas duas curvas (curvas catenárias e curvas de uma parábola). Em seguida, confeccione cartazes com o exemplo de catenária e a curva chamada de parábola, relatando as diferenças entre elas.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

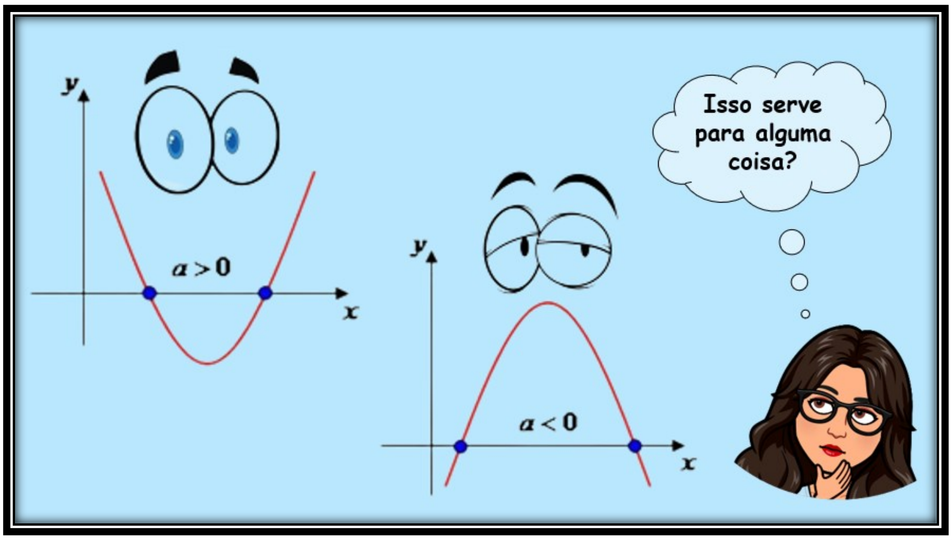
____

____

____

APÊNDICE – G

5° ENCONTRO: EXPLORANDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS COM IMAGENS QUE LEMBRAM PARÁBOLAS



Canal de água de Dubai durante o nascer do sol

https://abre.ai/gIHZ

Torre Eiffel famosa em Paris

https://abre.ai/gIH1

O Arco de Saint Louis, em Missouri, é conhecido como a "Porta de Entrada para o Oeste Americano".

https://abre.ai/gIIx

Antena parabólica

https://abre.ai/gIIu

Logotipo do McDonald's

https://abre.ai/gIIb

Taça

https://abre.ai/gIIv

O lançamento de uma bola de futebol

https://abre.ai/gJdS

Nome: ____. Data: _____/______/_____

Atividades

1) Escolha uma imagem da atividade anterior para construir o plano cartesiano na malha quadriculada abaixo e, em seguida, represente no primeiro quadrante o traçado apresentado na figura escolhida o mais semelhante possível.

2) Junte-se com um colega para discutir e responder os seguintes questionamentos:

a) A parábola traçada toca o eixo do x em quantos pontos?

____

b) Quais as coordenadas desses pontos?

____

c) Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x tem algo em comum. O que esses pontos têm em comum?

____

____

d) Esses pares ordenados recebem um nome específico, qual seria esse nome?

____

e) Quais as coordenadas do ponto mais alto ou mais baixo dessa parábola?

____

f) Que nome recebe esse par ordenado?

____

APÊNDICE – H

6° ENCONTRO: DOBRADURA E A PARÁBOLA

Nome: ____Data: _____/_____/_____

Atividade – 1

Utilizando a figura desenhada na atividade 4, dobre a folha ao meio, de maneira que a dobra dívida o eixo x, em duas partes iguais. Certifique-se que ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por você, foi dividida exatamente ao meio. Em seguida responda os questionamentos:

a) A dobra da folha passa em que coordenadas?

____

____

b) A parábola apresenta ponto mais alto ou ponto mais baixo? Quais suas coordenadas?

____

____

c) Análise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo do ponto até a dobra?

____

____

d) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo após a dobra até o ponto?

____

____

e) Qual é o ponto que representa o vértice da parábola?

____

____

f) A parábola possui eixo de simetria? Descreva-o.

____

____

APÊNDICE – I

7° ENCONTRO: CONSTRUÇÕES DE GRÁFICOS

Nome: ____. Data: _____/______/______

PLANO CARTESIANO MANIPULÁVEL E PAPEL QUADRICULADO

Grupo - 1

Seja a função definida por: $f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x^2 - 4x + 3}$.

- ✓ Atribuir valores para x e calcular os valores de y;
- ✓ Marcar os pontos com alfinete no plano cartesiano manipulável;
- ✓ Em seguida contornar os pontos com barbante de modo que forme a parábola.

x	$\boldsymbol{x^2 - 4x + 3}$	y	P (x, y)

Cálculos:

ATENÇÃO !

7° ENCONTRO: PLANO CARTESIANO E PAR ORDENADO

Professor, clique no ícone da impressora abaixo, para ter acesso ao restante das atividades distintas, pronta para impressão de modo que atenda catorze duplas.

APÊNDICE – J

8° ENCONTRO: EXPLORANDO OS PARÂMETROS *A, B* E *C* NO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA, POR MEIO DA MEDIAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA;

Nome: ____. Data: ______/_____/_____

Explorando os efeitos dos parâmetros *a,b,c* no gráfico da função quadrática

1º passo: Digite na caixa de entrada a expressão $y = ax^2$ (digitar *y=ax^2*, Enter, aparecerá uma janela "criar controle(s) Deslizante(s) para: " clicar em Criar Controle Deslizantes, aparecerá o controle com o ícone a que pode ser manuseado alterando os valores do parâmetro *"a"* dentro do intervalo [-10,10] que pode ser alterado este valor) , observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetros "*a"* é alterado.

____

____

2º passo: Digite na caixa de entrada a expressão: $\boldsymbol{y = ax^2 + bx}$, observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro b é alterado.

____

____

3º passo: Digite na caixa de entrada a expressão: $\boldsymbol{y = ax^2 + c}$, observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro c é alterado.

____

____

4º passo: Digite na caixa de entrada a expressão: $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$, observando o que acontece com a parábola, à medida que os parâmetros a, b e c são alterados

____

____

Continuando mais alguns teste, digite no *software* geogebra as funções abaixo:

$\boldsymbol{f(x) = x^2 + 3x - 5}$

$\boldsymbol{g(x) = x^2 + 3x + 5}$

$\boldsymbol{h(x) = x^2 + 3x - 2}$

$\boldsymbol{j(x) = x^2 + 3x + 2}$

Nota-se que os parâmetros *a* e *b* foram mantidos e o parâmetro *c*, alterado. O que você observou?

____

____

____

____

Nome: ____. Data: _____/______/______

Atividades 1 e 2

1) Digite no geogebra, as funções e responda o que se pede:

Funções	$f(x) = x^2$	$g(x) = 5x^2$	$h(x) = 20x^2$
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

a) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico $f(x) = ax^2$ à medida que aumentamos o módulo do parametro "*a*"?______________________________

2) Digite no geogebra, as funções e responda o que se pede:

Funções	$f(x) = -x^2$	$g(x) = -5x^2$	$h(x) = -20x^2$
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quantas as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

b) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico $f(x) = -ax^2$ à medida que aumentamos o módulo do parâmetro "*a*"? ______________________________

c) Compare os gráficos construidos nas tarefas 1 e 2, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = ax^2$ quando invertemos o sinal do parâmentro "*a*"?______________________________

d) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmentro "*a*" no gráfico.______________________

Nome: ____. Data: ______/_____/_____

Atividades 3 e 4

3) Digite no geogebra, as funções abaixo e responda o que se pede:

Funções	$f(x) = x^2 + 2x$	$g(x) = x^2 - 2x$	$h(x) = -x^2 - 6x$
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

a) Quando b é positivo a parábola toca o eixo do y em qual ramo?______________________________

b) Quando b é negativo a parábola toca o eixo do y em qual ramo? ____________________________

c) Quando b é zero, a parábola toca no eixo y em qual ponto? _________________________________

d) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro b.____________________________________

4) Digite no geogebra, as funções abaixo e responda o que se pede:

Funções	$f(x) = x^2 + 1$	$g(x) = x^2 + 2$	$h(x) = -x^2 - 3$
O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?			
Coordenadas do vétice?			
Para que valores de x a função é crescente?			
Para que valores de x a função é decrescente?			

e) Quando o parâmetro *"c"* é positivo, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? ____

f) Quando o parâmetro *"c"* é negativo, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? ____

g) Quando o parâmetro "*c*" é zero, a parábola toca o eixo y? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas? ____

h) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmentro *"c"* no gráfico.___________________

Nome: ____ Data: ______/_______/_____

Atividade 5

1) Construir o gráfico no geogebra, das funções abaixo e responder. Como vai ser esta parábola? Identifique algumas características a partir da parâmetros a, b e c.

Função	**$f(x) = x^2 -3x + 6$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$g(x) = x^2 + 7x$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$h(x) = - x^2 + 3x - 4$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$f(t) = - x^2 + 5x + 3$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$f(x) = 3x^2 + 1$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	
Função	**$h(x) = x^2 - 8$**
Parâmetro a	
Parâmetro b	
Parâmetro c	

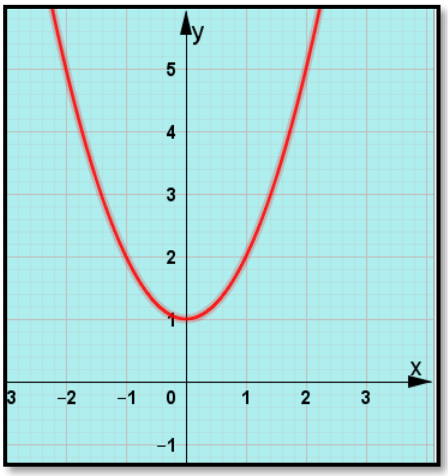
APÊNDICE – K

9° ENCONTRO: COLOCANDO EM PRÁTICA OS CONHECIMENTOS ESTUDADOS

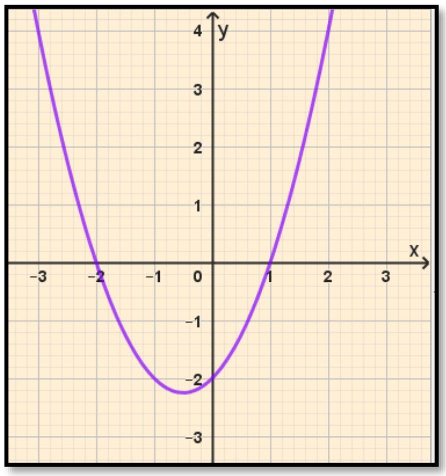
Nome: ____. Data: _____/_____/______

Atividade avaliativa

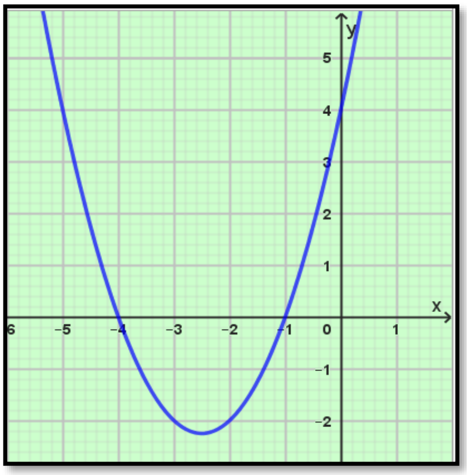
1) Analise os gráficos abaixo, os quais são gráficos que representam função quadrática. Quais são os sinais de a, b e c, ou seja, se $a > 0$ (positivo) ou $a < 0$ (negativo), se $b > 0$ (positivo), $b < 0$ (negativo) ou $b = 0$ (igual), se $c > 0$ (positivo), $c < 0$ (negativo) ou $c = 0$ (igual).



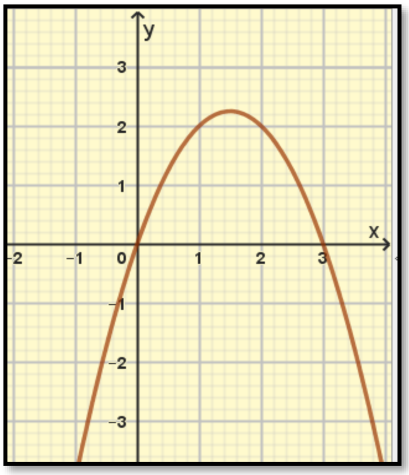
a) a _____0; b_____0; c_____0



b) a _____0; b_____0; c_____0



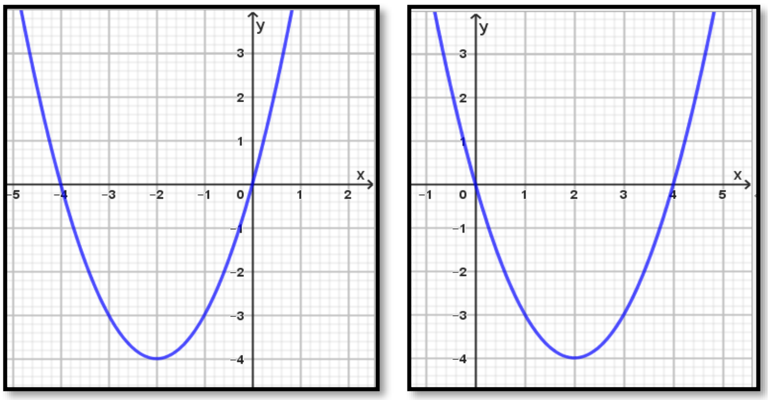
c) a _____0; b_____0; c_____0



d) a _____0; b_____0; c_____0

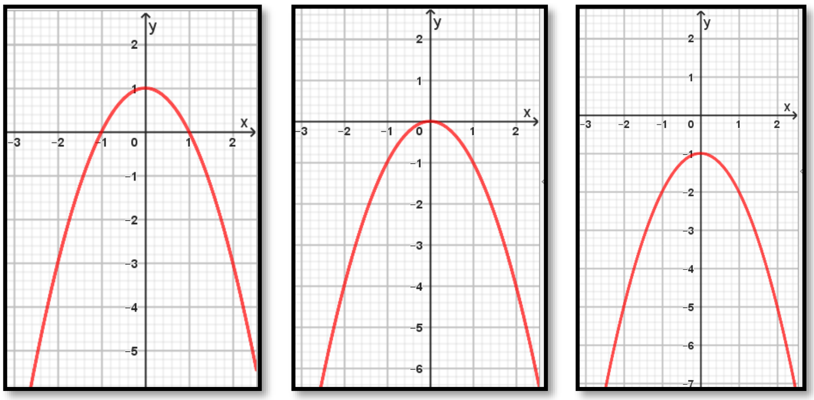
2) Analise os gráficos abaixo, os quais são gráficos que representam função quadrática. Sabendo que apenas um dos parâmetros foi modificado, responda:

a) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



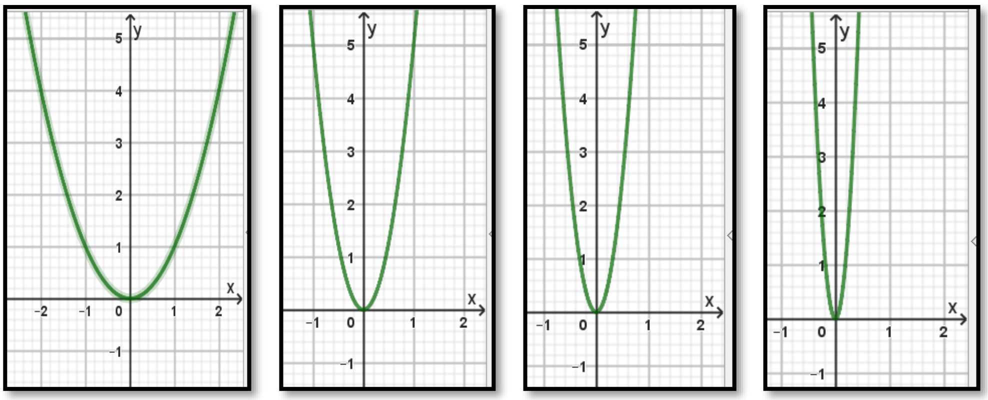
---

b) Compare os três gráficos e identifique qual parâmetro foi alterado? Justifique.



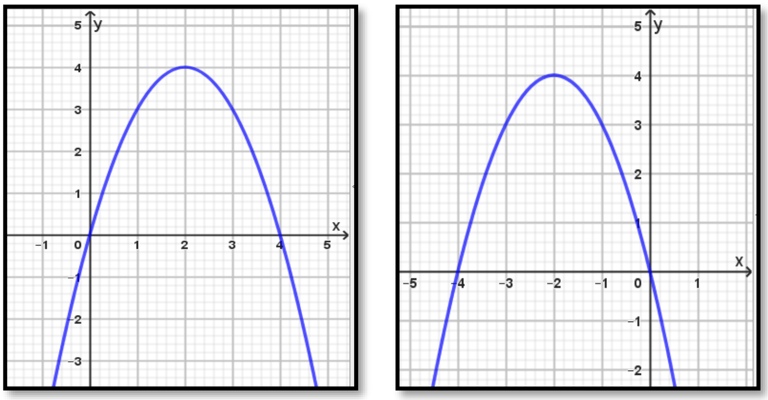
---

c) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



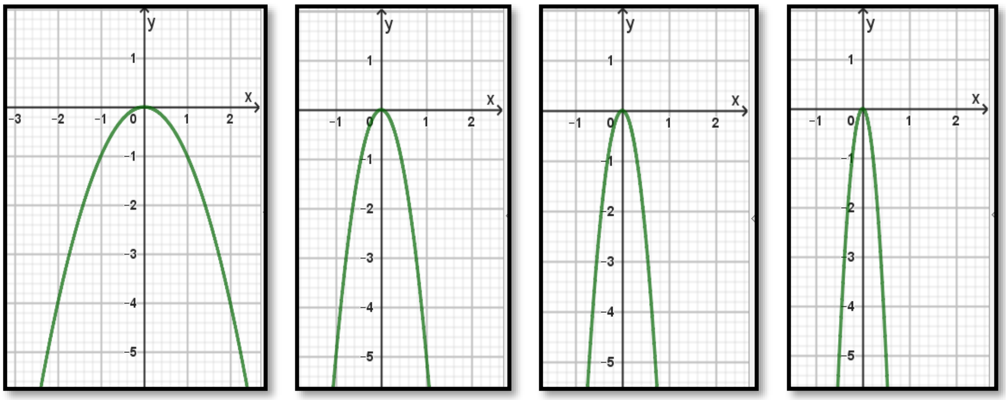
---

d) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



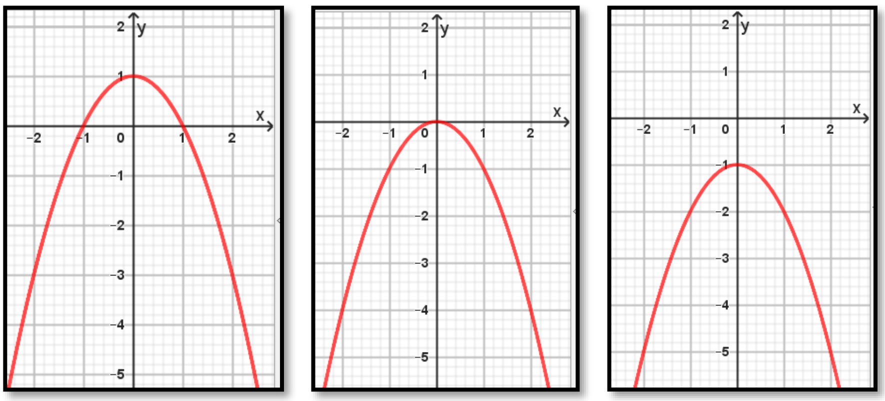
---

e) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



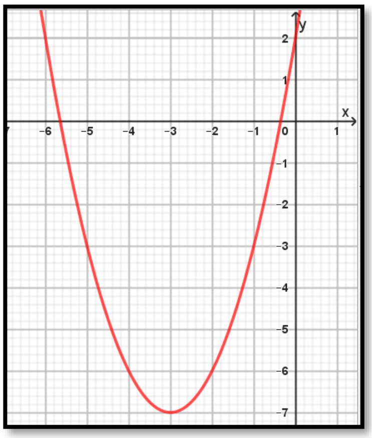
---

f) Compare os três gráficos e identifique qual parâmetro foi alterado? Justifique.

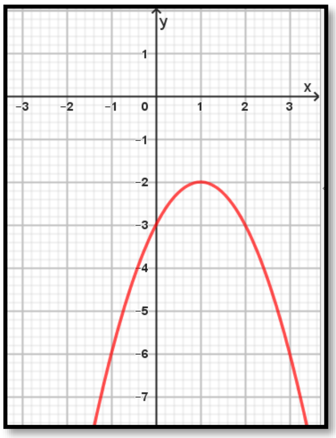


---

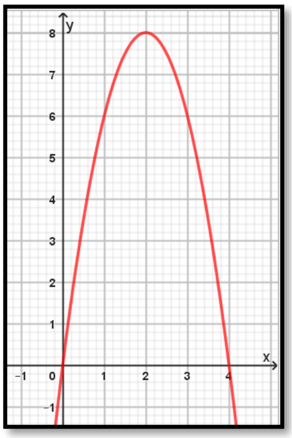
3) Analise os gráficos abaixo e responda, qual é a coordenada do vértice da parábola e a coordenada que representa o parâmetro c?



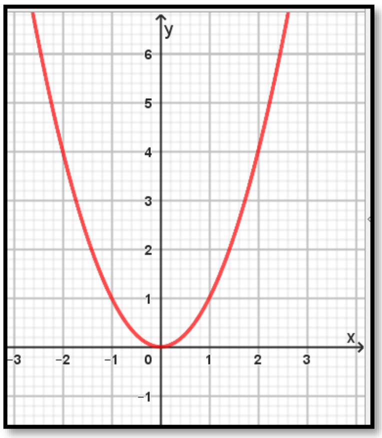
V (,   )   C (,   )



V (,   )   C (,   )

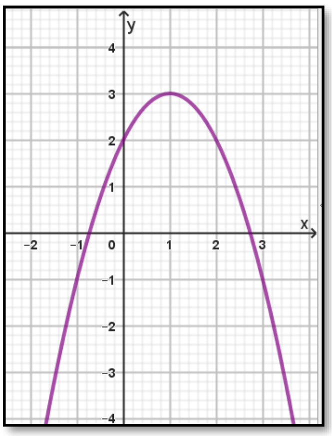


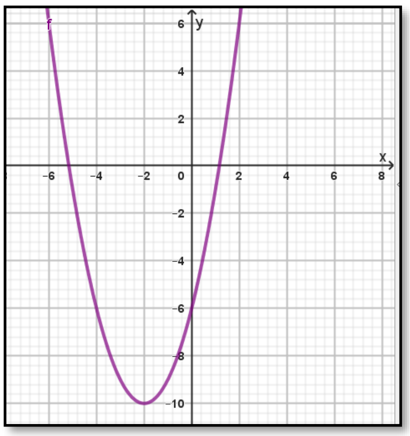
V (,   )   C (,   )



V (,   )   C (,   )

4) Desenhe o eixo de simetria nas parábolas abaixo.





5) Explique com suas palavras porque o parâmetro a precisa ser diferente de zero ($a \neq 0$) para ser uma função quadrática.

___

APÊNDICE – L

9° ENCONTRO: COLOCANDO EM PRÁTICA OS CONHECIMENTOS ESTUDADOS

JOGO DIGITAL – KAHOOT “Função Quadrática”

Para criar um jogo no kahoot, é necessário acessar <https://kahoot.com/schools-u/&gt> e criar uma conta (login), colocando as informações necessárias. Para criar um jogo, deve clicar em “create” e depois em “new kahoot”. Que será redirecionado para iniciar sua criação. Já para os jogadores é necessário acessar <https://kahoot.it/&gt> e inserir o código PIN.

Para realizar o jogo em sala de aula, é necessário o uso de tablet ou smartphone por parte do estudante para acessar ao game, ou pode utilizar o Laboratório de Informática da escola, pois é necessário o acesso à internet. Por meio do código de acesso chamado de PIN disponibilizado pelo professor para iniciar a competição. Para começar jogar o professor deve dar o play, escolher o modo clássico ou o modo equipe, em seguida aparecerá na sua tela o código PIN que é o acesso para os jogadores.

Este jogo é nota 10!

Quando termina a competição é gerado o pódio, como mostra a figura.

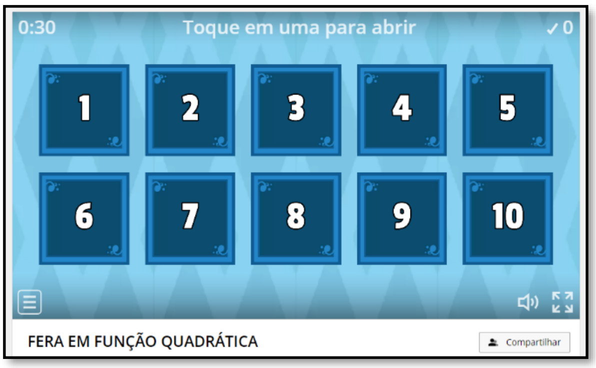
APÊNDICE – M

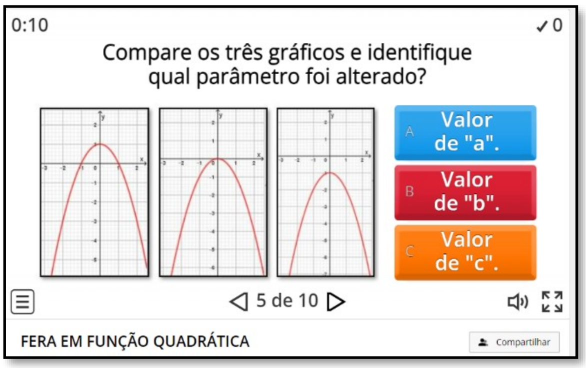
9° ENCONTRO: COLOCANDO EM PRÁTICA OS CONHECIMENTOS ESTUDADOS

JOGO DIGITAL – *WORDWALL* - QUIZ "FERA EM FUNÇÃO QUADRÁTICA"

Jogos digitais na plataforma WordWall.

Apresenta-se, links de tutoriais que ensina criar e editar jogos utilizando este recurso.



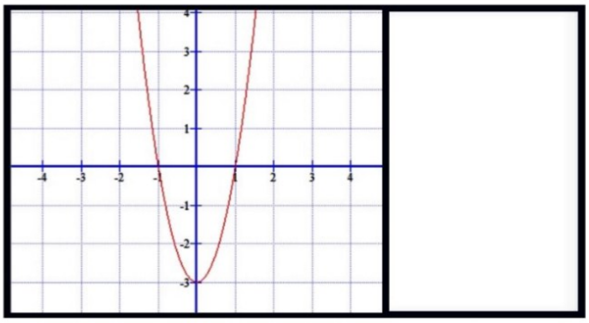


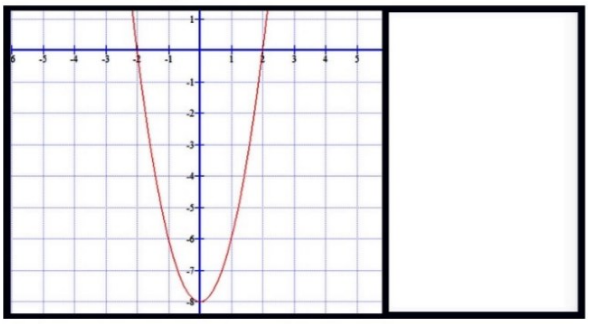
Jogo "Fera em função quadrática" no formato abra a caixa e Quiz. O professor deve escolher o formato antes de compartilhar o *link* com os estudantes.

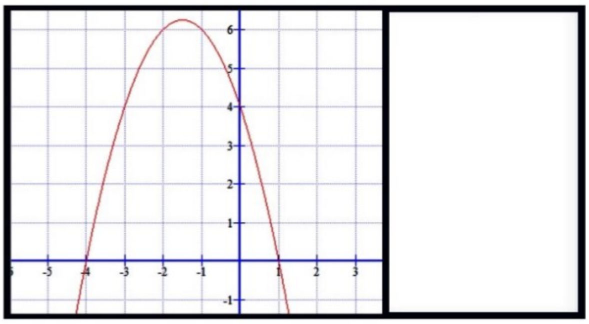
APÊNDICE – N

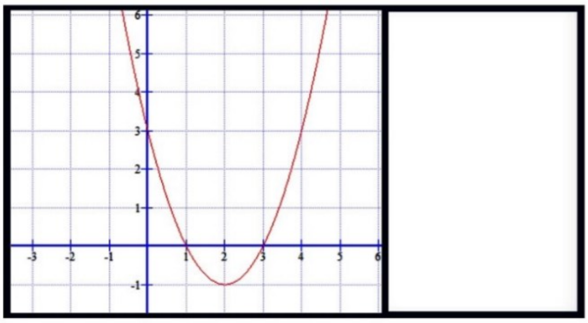
9° ENCONTRO: COLOCANDO EM PRÁTICA OS CONHECIMENTOS ESTUDADOS

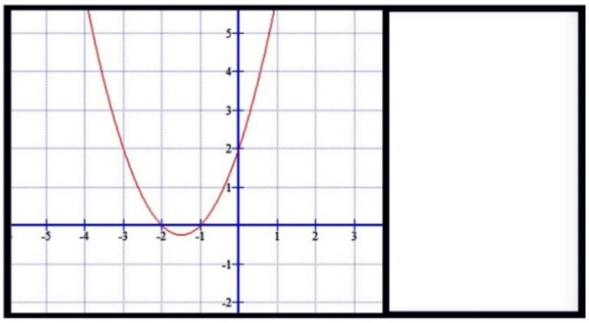
FIGURINHAS DO GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

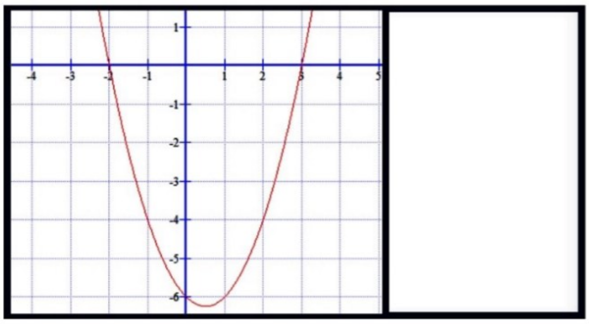


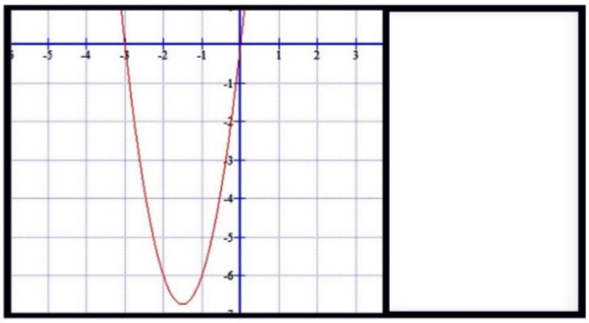


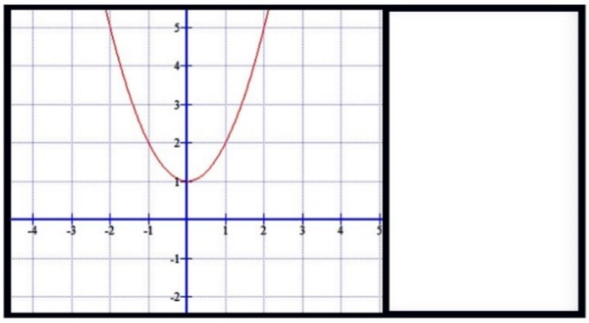


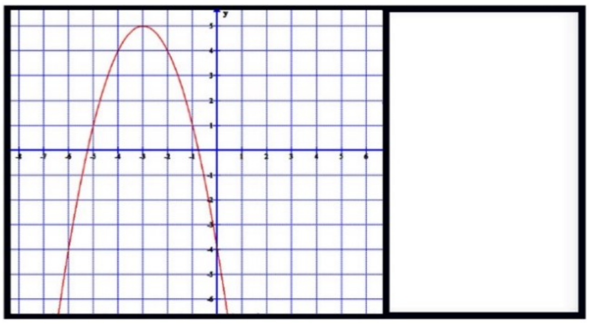


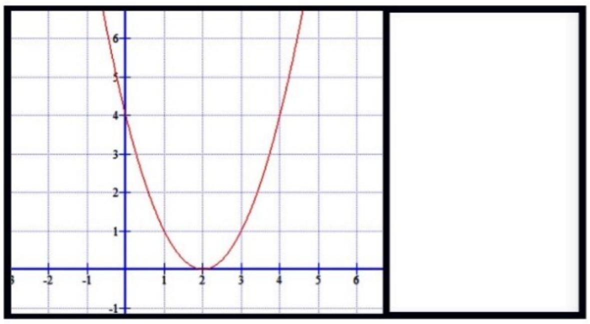


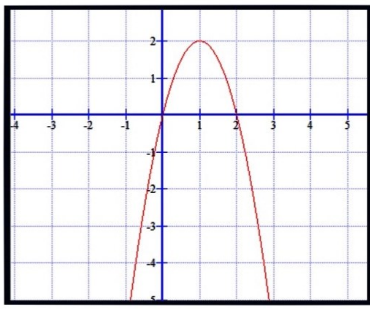


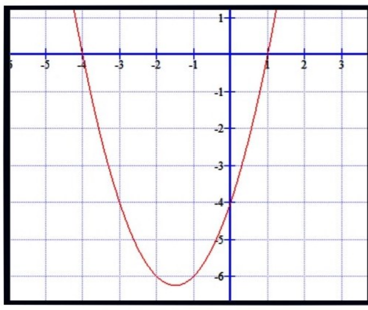


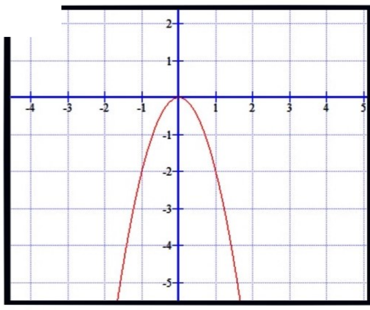


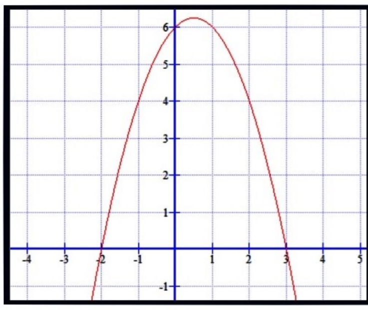








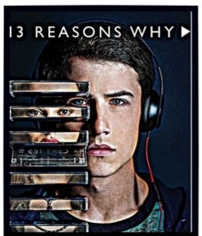




PARA RECORTAR

$f(x) = x^2 + 3x + 2$

$f(x) = x^2 - x - 6$

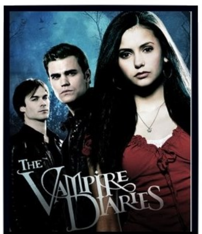


$f(x) = x^2 - 4x + 3$

$f(x) = x^2 + 3x - 4$

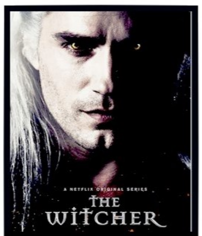
$f(x) = 3x^2 + 9x$

$f(x) = x^2 + 1$



$f(x) = -x^2 - 3x + 4$

$f(x) = 2x^2 - 8$



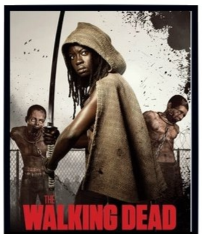
$f(x) = -2x^2 + 4x$

$f(x) = -2x^2$

$f(x) = 3x^2 - 3$

$f(x) = -x^2 - 6x - 4$

$f(x) = -x^2 + x + 6$



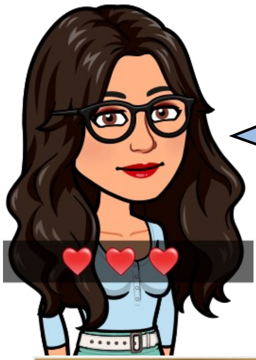
$f(x) = x^2 - 4x + 4$

Folha com as figurinhas para recortar e colar. Disponíveis em tamanho maior para impressão. Click na figurinha ao lado!

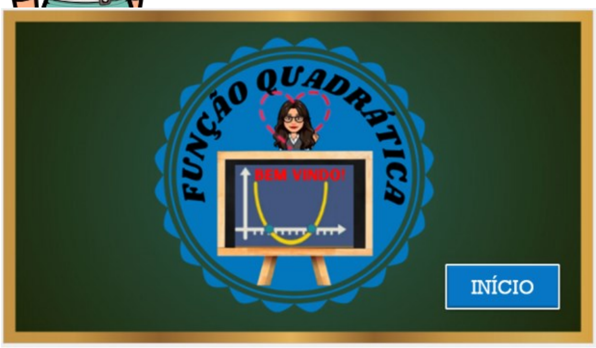
APÊNDICE – O

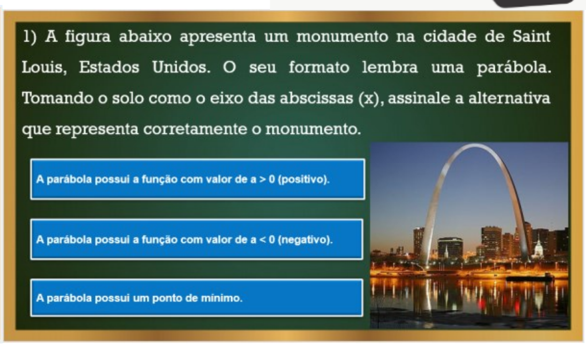
9° ENCONTRO: COLOCANDO EM PRÁTICA OS CONHECIMENTOS ESTUDADOS

JOGO “TORTA NA CARA”



Click na imagem ao lado para baixar o *PowerPoint* editável com 19 perguntas para o jogo. É essencial fazer o *download* do arquivo para salvar as configurações do jogo em seu computador.





Como fazer a máquina com sirene?

Após cada pergunta, troque a dupla de participantes. Interessante ter a máquina com a sirene.

SOBRE OS AUTORES

Rosilene de Souza Lemes – Graduação em Matemática pela Faculdades Integradas de Ariquemes; Graduação em Ciências Naturais e Biologia pela Fundação Universidade Federal de Rondônia; Especializações em Educação Matemática; Softwares Educacionais; Mídias na Educação; Ensino de Ciências Naturais e Matemática; Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Passo Fundo, RS.

Luiz Marcelo Darroz - Licenciado em Matemática pela Universidade de Passo Fundo; Licenciado em Física pela Universidade Federal de Santa Maria; Especialista em Física pela Universidade de Passo Fundo; Mestre em Ensino de Física pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul; Doutor em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.