UPF UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PPGECM
Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

Taís Montelli dos Santos

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

Passo Fundo

2023

Taís Montelli dos Santos

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do professor Dr. Luiz Marcelo Darroz.

Passo Fundo

2023

CIP – Catalogação na Publicação

S237u Santos, Taís Montelli dos
Unidade de ensino potencialmente significativa para o ensino de equação do primeiro grau [recurso eletrônico] / TaísMontelli dos Santos. – 2023.
2.7 MB ; PDF.

Orientador: Dr. Luiz Marcelo Darroz. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, 2023.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Aprendizagem centrada ao aluno. 3. Álgebra. 4. Prática de ensino. I. Darroz, Luiz Marcelo, orientador. II. Título.

CDU: 372.851

Catalogação: Bibliotecária Juliana Langaro Silveira - CRB 10/2427

Taís Montelli dos Santos

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

A banca examinadora abaixo, APROVA em 09 de maio de 2023, a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências se Matemática da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial de exigência para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de pesquisa Práticas Educativas em Ensino de Ciências e Matemática.

Dr. Luiz Marcelo Darroz - Orientador
Universidade de Passo Fundo - UPF

Dr. Terrimar Ignácio Pasqualetto
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Dra. Cleci Teresinha Werner da Rosa
Universidade de Passo Fundo - UPF

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, especialmente meu marido Matheus e minha irmã Scheila, que me apoiaram para que não desistisse, aos meus colegas de trabalho e amigos por ouvir meus desabafos e por incentivar-me a continuar, principalmente nos momentos mais difíceis.

Aos professores do PPGECM, ao meu orientador, professor Dr. Luiz Marcelo Darroz e à banca examinadora, composta pelos professores Dr. Terrimar Ignácio Pasqualetto e Dra. Cleci Teresinha Werner da Rosa, por todas as contribuições para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço, também, à escola da qual faço parte, que abriu as portas para a aplicação do produto educacional; e aos meus alunos, que participaram desta pesquisa. Enfim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste estudo.

RESUMO

O presente estudo, alocado na linha de pesquisa Práticas Educativas em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, tem como objetivo investigar as contribuições de uma sequência didática, estruturada no formato de Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), para a promoção de aprendizagem significativa de equações de primeiro grau. A problemática que gerou a investigação se situa na constatação empírica e na revisão de estudos da pouca eficácia do processo de ensino e aprendizagem em equação, especialmente no Ensino Fundamental, apontando para a necessidade de propor alternativas metodológicas. Dessa forma, buscou-se subsídio na Teoria da Aprendizagem Significativa, preconizada por David Paul Ausubel, para responder o seguinte questionamento: quais as contribuições de uma sequência didática, estruturada no formato de UEPS, para a promoção de aprendizagem significativa de equações de primeiro grau? Assim, elaborou-se uma UEPS apoiada nas Tendências em Educação Matemática, nos Parâmetros Curriculares Nacionais e na Base Nacional Comum Curricular. Tal UEPS foi desenvolvida em 20 encontros no decorrer do ano de 2022, em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do município de Passo Fundo, RS. No que diz respeito à pesquisa desenvolvida, a investigação caracteriza-se como qualitativa e teve os registros no diário de bordo da pesquisadora, a avaliação diagnóstica e a avaliação individual dos participantes como instrumentos de coleta de dados. Os dados foram analisados desdobrando-se nas categorias: subsunçores, predisposição para aprender, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, e aplicação dos conhecimentos em novos contextos. Os resultados da análise, indicam a existência de conceitos subsunçores relacionados a álgebra na estrutura cognitiva dos alunos; que consequentemente tiveram interesse em aprender, efetivaram a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora e aplicaram os conceitos estudados em outros contextos. Elementos que indicam que a UEPS é capaz de promover indícios de aprendizagens significativas sobre o tema estudado. Nessa perspectiva, o estudo deu origem a um material de apoio para professores, que consiste no produto educacional desta dissertação, disponibilizado em <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/731223>.

Palavras-chave: Ensino de equação. Teoria da Aprendizagem Significativa. Unidade de Ensino Potencialmente Significativa. UEPS. Educação Matemática. Álgebra.

ABSTRACT

The present study, allocated in the research Educational Practice in the Science and Mathematics Teaching, in the Science and Mathematics Teaching at the Graduate Program in Science and Mathematics Teaching (PPGECM) at the University of Passo Fundo (UPF), has the aim to investigate the contribution of a didactic sequence, organized in a Potentially Meaningful Teaching Unit (PMTU), to promote Meaningful Learning in first degree equations. Our investigation is based on a empiric constatation and the revision of ineffective studies in the teaching process and learning, especially in elementary school, pointing the necessity of methodological alternatives. In this way, we look for support in the Meaningful Learning Theory, proposed by David Paul Ausubel to answer the question: what contributions of a didactic sequence, organized in a PMTU, to promote significant learning in first degree equations? Thus, we elaborated a PMTU supported in the trends in mathematics teaching on Brazilian National Curricular Parameters and in the Common National Base Curriculum. This PMTU was developed over 20 meetings during 2022 year, in a class of Public Elementary School's Seventh grade of Passo Fundo, State of Rio Grande do Sul, Brazil. Regarding the research developed, the investigation was characterized as qualitative and the records are in the logbook of the researcher, also the diagnostic evaluation and individual evaluation of the participants as data collection instrument. The data were analyzed in different categories: subsumers, predisposition to learn, progressive differentiation and integrative reconciliation, and application of knowledge in different contexts. The results show the presence of subsumers concepts related to algebra in the student's cognitive structure; consequently, they were interested in learning, and got the progressive differentiation and integrative reconciliation, also applied the knowledge in different contexts. These elements show that PMTU is able to promote significant learning. In this context, the study gave rise to a support material to Teachers, consisting of an educational product in this dissertation, available on <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/731223>.

Keywords: Teach equation. Meaningful Learning Theory. Potentially Meaningful Teaching Unit. PMTU. Mathematics Education. Algebra.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Comum Curricular
CNE	Conselho Nacional de Educação
CONAE	Conferência Nacional da Educação
DCNs	Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica
FNE	Fórum Nacional de Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNE	Plano Nacional de Educação
PNFEM	Pacto Nacional de Fortalecimento do Ensino Médio
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
UEPS	Unidade Potencialmente Significativa

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO[1]

Sou licenciada em Matemática pela Universidade de Passo Fundo. Formei-me no ano de 2014. Desde então, trabalhei como professora de Matemática em escolas particulares e também no município de Ernestina/RS, ministrando aulas sempre nas séries finais do Ensino Fundamental. Nesse período pós-formatura, atuei também durante aproximadamente três anos como educadora do Método Supera[2]. Atualmente, trabalho em uma escola estadual no município de Passo Fundo.

Na minha caminhada como acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática, tive a oportunidade de ser bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), que tinha como objetivo inserir os acadêmicos de licenciatura no ambiente escolar antes mesmo do estágio curricular obrigatório. Assim, conheci a escola, os documentos que regem o ambiente escolar, estudei conteúdos matemáticos e de fundamentação teórica sobre ensino e aprendizagem, desenvolvi oficinas e materiais didáticos junto ao grupo, além da escrita de artigos acadêmicos para publicação.

Os estudos de fundamentação teórica oriundos das diferentes disciplinas do curso, foram colocados em prática. Muito do que aprendi nas disciplinas teóricas começaram a fazer sentido quando entrei em sala de aula. Nos encontros de estudo, em que se reuniam todos os bolsistas da área de Matemática, dedicamo-nos a leituras e estudos que embasaram nossas atividades na escola e prepararam-nos para as mais diferentes situações que poderíamos encontrar.

Assim, visando atender os objetivos do PIBID, foram elaboradas sequências didáticas a partir das dificuldades e das lacunas conceituais dos alunos nas observações das aulas. A proposta era utilizar metodologias diferenciadas, tirando-os do habitual quadro e giz, contextualizando os conteúdos e fazendo com que os alunos participassem ativamente das atividades. Tudo em busca de uma melhor aprendizagem dos alunos. Essas sequências e o que observamos nos alunos foram posteriormente transformados em artigos já publicados, contribuindo para nossa formação como acadêmicos e futuros professores.

Essas ações tinham como base os quatro eixos do programa, que eram: contextualização do ambiente escolar, investigação dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, intervenção pela inovação ou reconstrução de propostas pedagógicas e sistematização e divulgação das ações.

---

[1] A fim de tornar o tom da escrita mais pessoal, opto, em algumas partes do texto, pelo emprego da primeira pessoa do singular.

[2] O método consiste em um curso de ginástica cerebral, possui uma metodologia exclusiva, baseada nos avanços da neurociência, na prática garante desenvolvimento de habilidades cognitivas, socioemocionais e éticas.

O PIBID proporcionou-me conhecimento e aprofundamento dos conteúdos vistos na graduação, além de oportunizar questionamentos sobre os rumos da educação e da escola, bem como do papel do professor nesse contexto. Ainda na graduação, trabalhei no Laboratório de Matemática.

Nos anos em que atuei como educadora do Método Supera, tive contato com o material dessa franquia, que tem como principal ferramenta o ábaco (modelo Soroban), instrumento milenar. Originalmente descoberto na China e depois levado para o Japão, pode ser aplicado com alunos a partir dos 5 anos e tem como objetivos desenvolver o raciocínio e o cálculo mental de forma que o cérebro interprete de maneira diferente as quantidades. O seu uso melhora o tempo de resposta em pequenas questões, ou transformando a maneira como os alunos estudam, desenvolvendo raciocínio lógico, atenção, concentração, memória, entre outras habilidades importantes para a aprendizagem e também para o cotidiano. Isso me fez perceber que os alunos aprendem a partir de diferentes estímulos e de acordo com seus conhecimentos prévios.

Assim, ensinar e aprender são temas básicos quando se trata de educação. E mais: é preciso aprender a aprender. A sociedade cada vez mais necessita de pessoas criativas, inovadoras, com capacidade para trabalhar em equipe e de liderança. E todas essas competências precisam ser desenvolvidas em sala de aula. Inclusive, isso é defendido no texto da Base Nacional Comum Curricular,

> É imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas (BRASIL, p. 298, 2018).

Dessa forma, documentos anteriores à BNCC já sinalizavam a necessidade de um ensino mais significativo para o aluno. Na minha caminhada como professora, percebi que dentre os conteúdos matemáticos que os alunos apresentam mais dificuldades na aprendizagem~~,~~ está a equação do primeiro grau. Muitos chegam ao Ensino Médio sem entender por que fazem os processos, ou ainda, com ideias erradas sobre seus princípios resolutivos. Isso os prejudica não somente em Matemática, mas nas outras disciplinas que fazem uso do conteúdo de equações.

No que diz respeito a equações do primeiro grau, minha percepção vai na direção dos dados do *Programme for International Student Assessment* (Pisa). De acordo com ele, no Brasil, por meio de um comparativo internacional realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) (BRASIL, 2018), evidenciou-se que a média de proficiência dos jovens brasileiros em Matemática, no ano de 2018, foi de 384 pontos.

Fato que deixou o país no *ranking* no intervalo entre 69 e 72. Nesse mesmo relatório, é possível perceber que somente 3,4% dos alunos estão no nível 4, em que os estudantes são capazes de trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos em situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses; de selecionar e de integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real; de utilizar seu conjunto limitado de habilidades e raciocinar com alguma perspicácia em contextos diretos; e de construir e comunicar explicações e argumentos com base em suas interpretações, argumentos e ações.

Esse resultado pouco alentador (BRASIL, 2018) indica a necessidade de repensar o modo de organização de ensino a ser desenvolvido no Brasil. Para tal, necessita-se a compreensão das dificuldades que obstaculizam o processo de apropriação dos conhecimentos matemáticos.

Buscando compreender toda essa dinâmica, aprofundar as reflexões do contexto e encontrar alternativas para os problemas evidenciados, início meus estudos no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade de Passo Fundo (UPF). Programas como o PPGECM são de extrema importância, pois possibilitam projetos de pesquisa aplicados em de sala de aula, proporcionando novas metodologias, como elaboração de sequências didáticas – culminando na produção de um produto educacional – fundamentadas em teorias da aprendizagem, que podem trazer novas formas de abordagens para o professor. Permite-se, assim, que futuramente os alunos tenham maior domínio do conceito e consigam aplicá-los em diferentes contextos, o que pode melhorar o cenário dos índices qualitativos, os quais no momento estão em níveis abaixo do esperado.

No programa percebi que outros pesquisadores já vêm realizando estudos sobre o assunto que me inquieta. Nessa direção, destaca-se a dissertação intitulada: *A aprendizagem das equações do 1º grau a uma incógnita*, de autoria de Eulália da Conceição Canada Barbeiro, publicada em 2012. No trabalho, a autora procura analisar os erros e as dificuldades dos alunos de uma turma do 7º ano de escolaridade na resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita, em particular na resolução de problemas envolvendo equações. Ela distribui a atividade em cinco fichas de trabalho para aplicação em seis encontros com os alunos no decorrer do ano letivo. Para a análise, foram usadas as fichas que os alunos preencheram ao longo da aplicação da sequência e junto com eles foram explorados seus erros e acertos. Essa aplicação foi realizada para seis alunos. Ao ler o relato que ela transcreveu, os alunos perceberam que cometeram erros como: não distinguir o termo algébrico do coeficiente e adicioná-los, anular usando os princípios o termo algébrico ou o coeficiente, sem entender porque estava fazendo ou o porquê de isso ser necessário, ou ainda não concluir a resolução da equação. No que diz respeito à resolução de problemas, o trabalho evidenciou que as dificuldades surgiram logo na interpretação do enunciado~~,~~ e na seleção de informação relevante para a resolução do problema.

Outra pesquisa estudada, foi o trabalho intitulado: *Estratégias e dificuldades de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de equações do primeiro grau.* A aplicação da investigação ocorreu junto a um grupo de 50 alunos de nível fundamental e teve como objetivo verificar os subtipos de equações que apresentavam o maior número de erros/acertos, perceber as técnicas mais utilizadas para resolver cada um dos subtipos, e verificar os erros mais recorrentes. A pesquisadora usou como base os estudos de Barbosa e Lima (2015), que definem cinco técnicas de resolução de equações, a saber: neutralização de termos Tec. (NT), que consiste em usar os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade; testar igualdade Tec. (TI), que significa em testar valores para a incógnita, fazendo com que a sentença seja verdadeira; transpor termos ou coeficientes Tec. (TTC), que corresponde a usar as operações inversas nos membros da equação; desenvolver ou reduzir expressões Tec. (DRE), ou seja, resolver os parênteses, somando termos semelhantes, efetuando operações inversas, entre outros artifícios, com o objetivo de reduzir, ao máximo, a equação, neste tipo de resolução (após essa, etapa o aluno recorre aos tipos de resolução anteriores para continuar); e reagrupar termos semelhantes Tec. (RTS). Conforme a autora, este último tipo de resolução não será utilizado, já que optou por trabalhar com equação simples, portanto, somente subtipos da equação A(x) + b = c. Barbosa e Lima (2015), ainda estabelecem os erros mais recorrentes: adição incorreta de termos semelhantes (TE1), adição incorreta de termos não semelhantes e interpretação incorreta dos sinais (TE2), interpretação incorreta de monômios do 1º grau (TE3), separação entre parte literal e a parte numérica numa expressão algébrica (TE4), resolução incorreta de uma equação do tipo ax = b (TE5). O instrumento utilizado para a pesquisa foi um questionário composto por 10 equações que os estudantes de duas turmas do 9º pudessem responder. A análise dos dados indicou que as técnicas mais utilizadas pelos alunos foram a neutralização de termos e a transposição de termos ou coeficientes. Os dados também demonstraram que a técnica mais difícil de ser percebida durante a coleta de dados foi a de testar igualdade e que os tipos de erros mais comuns estão concentrados no TE1 – adição incorreta de termos semelhantes – e no TE2 – adição incorreta de termos não semelhantes e interpretação incorreta dos sinais. Além disso, a separação da parte literal da aritmética e a resolução de uma equação do tipo ax = b também apareceram. Outro dado que pôde ser observado é que o TE3 – Interpretação incorreta de monômios do primeiro grau em expressões algébricas – foi o único tipo de erro que não apareceu na pesquisa. De acordo com a autora, na análise dos dados indicam que

> grande parte dos alunos que participaram da pesquisa, consideram apenas a questão aritmética, o cálculo, sem considerar o significado de uma expressão algébrica (estamos em busca de um valor desconhecido, que satisfaça a equação de modo que venha a ser solução do nosso problema). A ideia do equilíbrio, da balança que trabalhamos pode não ter sido compreendida de forma correta (TAYSLANE, p. 36. 2019).

Outra dissertação estudada é denominada: *Considerações sobre os erros na resolução de equação do 1º grau com uma incógnita*, de autoria de Bruna da Silveira Isnardi Duquia, publicada em 2021. A pesquisa desenvolvida teve caráter qualitativo, seguindo a perspectiva teórica da Análise do Erro de Cury (2019) e apresentou como objetivo geral analisar uma forma de lidar com os erros e contribuir com a aprendizagem dos alunos no estudo de equações do 1° grau. Os autores e estudos utilizados para fundamentar o trabalho foram: a teoria de Vygotsky (1887, 1998, 1999) e, para apoiar a questão do erro construtivo, Piaget (1976) e Ferreiro e Teberosky (1979, 1989). Para a coleta dos dados, foram utilizados quatro instrumentos de pesquisa: Questionário Inicial, Instrumento Piloto, Teste Complementar e Questionário Final. A aplicação ocorreu com seis educandos, seguindo os instrumentos já relatados: questionário inicial – Instrumento 1 – continha perguntas abertas e fechadas, para traçar um perfil dos educandos, a fim de saber se eles reconheciam a definição do conceito de equação e se identificavam a sua estrutura, bem como perceber a estratégia adotada pelos estudantes para resolver equações que se apresentam através da balança em equilíbrio e se conseguiam representar essas situações fazendo uso da linguagem algébrica. O Instrumento Piloto – Instrumento 2 – continha seis equações do 1º grau com uma incógnita para resolução, buscou-se identificar os tipos de erros cometidos pelos estudantes ao resolverem equações do 1º grau com uma incógnita. Já o Instrumento 3 – Teste Complementar – foi uma folha que continha três problemas de estrutura algébrica, para ver quais características do pensamento algébrico se faziam presentes, no desenvolver da resolução. Finalmente, o quarto e último instrumento de coleta de dados foi um questionário com perguntas abertas e fechadas (Instrumento 4 – Questionário final), aplicado após os sujeitos terem visto os vídeos produzidos pela autora e seu orientador. Com tal instrumento, buscou-se verificar se os informantes conseguiriam, com suas próprias palavras, explicar o conceito de equação e, também, para que expressassem como foi participar da atividade de estudo, relacionada ao conteúdo equação do 1° grau. A partir da identificação, da análise e da categorização dos erros, foi proposta uma intervenção por meio de vídeos, a fim de minimizar as dúvidas dos informantes ou até mesmo saná-las, situação que se mostrou exitosa, a partir da análise do retorno dos informantes. Os dados revelaram o não reconhecimento da estrutura de uma equação, assim como a não identificação sobre a sua definição; transposição de termos de forma incorreta; não percepção sobre a diferença entre variável e incógnita e conclusão incorreta de uma equação. Os erros foram categorizados em: Respostas corretas; Respostas parcialmente corretas; Conclusão incorreta e Ausência de resposta. Em relação à concepção do pensamento algébrico dos informantes, verificou-se que apenas um estava em processo de apropriação de tal pensamento, os demais mostraram mobilizar a principal característica do pensamento algébrico, que é a de estabelecer relações. Dessa forma a autora conclui que “após tais constatações podemos afirmar que chegamos ao final de nossa pesquisa trazendo muitas indagações em relação ao ensino e à aprendizagem no ensino fundamental, relativamente às equações de 1° grau com uma incógnita” (DUQUIA, 2021, p. 177).

Os resultados dessas pesquisas vão na direção das concepções de Grando e Marsini (2012) que indicam que o momento da educação matemática é de grande preocupação. Para as autoras, “a formação de conceitos, as potencialidades e as dificuldades inerentes ao processo de ensino-aprendizagem têm ocupado um espaço cada vez mais significativo nas pesquisas e debates entre os educadores matemáticos” (p. 398).

Buscar um ensino de qualidade necessita fundamentos que validem ou proporcionem indicativos para qualificar as diferentes ações realizadas em sala de aula. A educação matemática nesse contexto está sempre em evidência. Para Micotti (1999, p. 153):

> a educação passa atualmente por um momento crucial. Nosso ensino é criticado, sobretudo pelo baixo desempenho dos alunos. São comuns as críticas sobre a educação escolar que não promove o esperado acesso aos saberes que compõem o currículo de estudos. Nos últimos anos, reformulações curriculares e novas propostas pedagógicas se fazem presentes nos meios escolares, e os responsáveis pelo ensino têm-se mostrado sensíveis a elas. Mas sua aplicação encontra várias dificuldades, além das habituais resistências a mudanças. Neste contexto insere-se o ensino da matemática.

Dessa forma, a não consolidação de conceitos pode resultar em dificuldades na aprendizagem ou mesmo no desinteresse do aluno, quando tenta relacionar a nova informação com algo já existente na sua estrutura cognitiva. Portanto, é de suma relevância que os temas, sejam bem explorados e devidamente trabalhados pelo professor, que precisa encontrar uma metodologia que aproxime o aluno da Matemática, fazendo com que faça sentido e, assim, favorecendo a aprendizagem e o desenvolvimento das habilidades inerentes a ela.

Diante dessas situações, torna-se necessário pensar em novas propostas de ensino que possam apoiar e formular novas possibilidades de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), de David Ausubel, que focaliza primordialmente na aprendizagem cognitiva, apresenta-se como uma alternativa para o enfretamento das dificuldades evidenciadas no ensino de equações do 1º grau com uma incógnita. Para o preconizador da TAS, a aprendizagem é sinônimo de organização e integração do material na estrutura cognitiva, cabendo ao professor identificar o que o aluno já sabe e ensinar de acordo. De acordo com Moreira, Ausubel (2011) salienta que a aprendizagem significativa é um processo pelo qual a nova informação interage com uma estrutura prévia de conhecimento específica do indivíduo, definindo como conceito subsunçor, ou simplesmente subsunçor. Para o autor, esse processo de ancoragem da nova informação, resulta em crescimento e modificação do conceito subsunçor, transformando-o em uma nova informação. Do contrário, a aprendizagem mecânica (ou automática) é caracterizada pelo fato de a nova informação ter pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do indivíduo, armazenando essa nova informação de maneira arbitrária. Embora Moreira esclareça que para Ausubel (2011) as duas aprendizagens sejam complementares, para conceitos novos ainda é necessária a aprendizagem mecânica. Assim, é preciso usar uma variedade de situações que possibilitem o desenvolvimento de competências e habilidades no aluno, facilitando a aprendizagem significativa dos conteúdos.

No que diz respeito a metodologias de ensino que visem o desenvolvimento de aprendizagens significativas, percebe-se a existências de várias estratégias. Dentre elas, destacam-se as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS). UEPS são sequências de ensino fundamentadas teoricamente na TAS, e voltadas para a aprendizagem significativa. Desse modo, Moreira (2011), idealizador dessa metodologia, salienta que não há ensino sem aprendizagem: o ensino é o meio e a aprendizagem é o fim. Dando continuidade, o autor defende que o processo de ensino deve ser organizado em passos em que a nova informação vai interagindo com os conhecimentos anteriores do aprendiz. Concordando com Ausubel, Moreira (2011) salienta que "o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa", pois, são eles que mostram a relação entre os novos conhecimentos e os conhecimentos prévios do aluno. Conforme o autor, a organização das atividades didáticas a partir dos passos da UEPS favorece a promoção da diferenciação progressiva em que os conceitos são introduzidos aos poucos e vai aumentando o nível de dificuldade e promovendo a reconciliação integradora.

Frente ao contexto de dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de equações do 1º grau com uma incógnita e as potencialidades da UEPS para a promoção de aprendizagens significativas, surge a seguinte a intenção, que constituiu a pergunta de pesquisa deste trabalho: Quais as contribuições de uma sequência didática, estruturada no formato de UEPS, para a promoção de aprendizagem significativa de equações de primeiro grau com uma incógnita?

Buscando responder a tal indagação, o objetivo geral deste estudo consiste em produzir uma sequência didática – estruturada no formato de UEPS – que contribua para a promoção de aprendizagem significativa de equações de primeiro grau com uma incógnita.

De modo mais específico, almeja-se compreender os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel; elaborar uma UEPS para a promoção da Aprendizagem Significativa na equação de primeiro grau; desenvolver um produto educacional, na forma de material de apoio, que possa ser distribuído para professores de matemática do Ensino Fundamental.

Para tanto, a organização desta dissertação está estruturada em capítulos da seguinte forma: na sequência, apresentar-se-á um breve relato sobre o ensino de matemática nos documentos oficiais, seguido do desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica. O terceiro capítulo descreve a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), assim como os estudos realizados sobre equação. No quarto capítulo estará a construção da UEPS, o local de implementação e os sujeitos envolvidos. No quinto capítulo, será relatada a metodologia de pesquisa bem como os métodos para a coleta de dados, seguido do capítulo seis que consistirá nos resultados coletados, e o capítulo sete com as considerações finais, as referências, bem como os apêndices.

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA E A ÁLGEBRA

Neste capítulo, apresenta-se um estudo sobre os conceitos relevantes para aprofundar os conhecimentos sobre o tema, ou seja, equações polinomiais do primeiro grau. Na primeira parte deste tópico, reflete-se sobre o desenvolvimento das habilidades algébricas nos documentos oficiais até a BNCC, após são abordados o pensamento algébrico e sua relevância no ensino da álgebra, além dos fundamentos das equações do primeiro grau.

2.1 O ensino de matemática nos documentos oficiais

A Matemática, assim como as outras ciências, surgiu da necessidade dos povos e das comunidades interagirem e compreenderem o mundo e, dessa forma, o seu ensino não pode ser desvinculado da realidade do aluno e da sociedade como um todo. Tal concepção é reforçada pelos documentos oficiais que salientam a Matemática como

> uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 267).

Nesse sentido, o processo de ensino e aprendizagem da área foram se modificando ao longo do tempo. Diversas leis e diretrizes foram criadas para orientar e promover uma educação para todos. Quando surgiu a proposta inicial dos Parâmetros Curriculares, em 1995 e 1996, a ideia era separar e organizar por áreas e temas de modo que os professores pudessem realizar um trabalho de qualidade e em que os estudantes identificassem sentido naquilo que aprendiam, conseguindo relacionar os temas estudados com a sua realidade. Assim, os PCN consideram que é primordial, no decorrer do processo de ensino e aprendizagem, a exploração de

> metodologias capazes de priorizar a construção de estratégias de verificação e comprovação de hipóteses na construção do conhecimento, a construção de argumentação capaz de controlar os resultados desse processo, o desenvolvimento do espírito crítico capaz de favorecer a criatividade, a compreensão dos limites e alcances lógicos das explicações propostas (BRASIL, 1997, p. 28).

O desafio foi relacionar o aprendizado da sala de aula com a realidade do aluno, uma vez que existem muitas realidades no país. Logo, já naquela época, o documento indicava que a ação do professor deveria ser de mediação dos conceitos numa

> oposição à Escola Tradicional, a Escola Nova destaca o princípio da aprendizagem por descoberta e estabelece que a atitude de aprendizagem parte do interesse dos alunos, que, por sua vez, aprendem fundamentalmente pela experiência, pelo que descobrem por si mesmos (BRASIL, 1997, p. 31).

Nessa forma de aprendizagem, o aluno seria um agente ativo do seu conhecimento, buscando respostas e fazendo relações com seu cotidiano.

Para tanto, foram elaborados documentos e debates no campo da educação com o objetivo de melhorar ainda mais o ensino. Por exemplo, os PCN dos anos finais do Ensino Fundamental foram consolidados em 1998, com a intenção de ampliar e aprofundar um debate educacional, envolvendo escolas, pais, governos e sociedade. Deles, surgiram em 2000 os PCN do Ensino Médio (PCNEM), divididos em quatro partes, tendo o duplo papel de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor na busca de novas abordagens e metodologias.

Para continuar o aperfeiçoamento, instituiu-se em 2008 o Programa Currículo em Movimento, buscando desenvolver um currículo da educação infantil, do ensino fundamental e ensino médio, sendo concluído em 2010. Nesse mesmo ano, foi realizada a Conferência Nacional de Educação (CONAE), com a presença de especialistas para debater a Educação Básica, e a partir disso, foi elaborado um documento em que consta a necessidade de uma (BNCC), como parte de um Plano Nacional de Educação (PNE). No mesmo ano, em 13 de julho, foram definidas as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica (DCNs) com o objetivo de orientar o planejamento curricular das escolas e dos sistemas de ensino, dele surgem depois as diretrizes específicas.

Em 04 de julho de 2012, a Portaria n° 867 instituiu o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), as ações do Pacto e define suas Diretrizes Gerais. Em 2013, é estabelecido o Pacto Nacional de Fortalecimento do Ensino Médio (PNFEM), e em 25 de junho de 2014, é regulamentado o PNE, com vigência de dez anos. O Plano, por sua vez, tem vinte metas para a melhoria da qualidade da Educação Básica e quatro delas falam sobre a BNCC.

A partir dessas mobilizações, na 2ª Conferência Nacional pela Educação (CONAE), organizada pelo Fórum Nacional de Educação (FNE), resulta um documento sobre as propostas e reflexões para a Educação brasileira, sendo um importante referencial para o processo de mobilização para a BNCC.

No ano seguinte, em 2015, aconteceu o I Seminário Interinstitucional para elaboração da BNCC, que reuniu todos os assessores e especialistas envolvidos na elaboração da Base e instituiu a Comissão de Especialistas para a Elaboração de Proposta do documento. Em 16 de setembro, surge a 1ª versão da BNCC, sendo disponibilizada para colaboração das escolas de todo o país. Houve muitos debates sobre as versões, até que em 2017, o MEC entregou a versão final da BNCC ao Conselho Nacional de Educação (CNE), e em 20 de dezembro ela foi homologada. A resolução CNE/CP Nº 2, de 22 de dezembro de 2017, instituiu e orientou sua implantação. Desde então, houve aperfeiçoamentos, e a base específica para o Ensino Médio surgiu. Atualmente, debates e encontros são realizados para que ela seja sempre aperfeiçoada e possa orientar a educação como um todo.

A BNCC, documento de caráter normativo, é o documento atual que regulamenta o ensino no Brasil. Esse documento, cuja versão final foi homologada em 14 de dezembro de 2018, define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

Dessa forma, a BNCC serve como um norte na formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares de todo o Brasil, visto que ela foi concebida para indicar as competências e as habilidades que devem ser desenvolvidas pelos alunos ao longo da escolaridade.

Na área de Matemática, segue a mesma estrutura, definindo competências e habilidades tanto para o Ensino Fundamental quanto para o Ensino Médio. Para isso, o documento propõe cinco áreas temáticas para o ensino de matemática no Ensino Fundamental, a saber: números; álgebra; geometria; grandezas e medidas; e probabilidade e estatística.

Em relação à álgebra, objeto de estudo deste trabalho, a finalidade é o desenvolvimento do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p. 270). E para que isso seja possível o documento salienta que

> é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2018, p. 270).

Assumindo a concepção de que a aprendizagem ocorre em um processo gradual e contínuo, que se desenvolve ao longo de toda a Educação Básica, a BNCC distribui as habilidades algébricas a partir do 1º ano do Ensino Fundamental, como pode ser visualizado no Quadro 1.

Quadro 1 - Habilidades algébricas no Ensino Fundamental segundo a BNCC

Ano	Habilidades a serem desenvolvidas
1º ano	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.

	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2º ano	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º ano	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes. (EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º ano	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença. (EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades. (EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas. (EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. (EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
5º ano	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. (EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. (EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.
6º ano	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas. (EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
7º ano	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. (EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes. (EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. (EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade

8º ano	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. (EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. (EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso. (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$. (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figura não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
9º ano	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. (EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Fonte: Elaborado pela autora (com base em BRASIL, 2018, p. 278-319).

Com base no Quadro 1, pode-se dizer que as ideias matemáticas vinculadas ao ensino da álgebra na Educação Básica e ao desenvolvimento do pensamento algébrico são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Assim, segundo a BNCC, ao finalizar o Ensino Fundamental,

> os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação (BRASIL, 2018, p. 270-271).

Desse modo, os documentos oficiais tornaram-se relevantes para o ensino e a aprendizagem no país, trazendo outra habilidade relativa à álgebra, como estreita relação com o pensamento computacional e a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos.

Para tanto, o desenvolvimento do pensamento algébrico, para construção de uma aprendizagem significativa para equação do 1° grau, será o assunto abordado a seguir.

2.2 O desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica

No dicionário Aurélio (versão on-line), álgebra tem como significado "ciência do cálculo das grandezas abstratas, representadas por letras; livro que trata desta ciência". No sentido figurado, "coisa difícil de compreender: isto é álgebra". E é assim que a álgebra vista por muitos alunos até hoje. Quando se fala em letras na matemática, aqueles que ainda nem começaram o estudo de equações, demonstram estar apreensivos porque não vão entender.

Dessa forma, para que se possa abordar esse conceito, é necessário entender o que é pensamento algébrico. De acordo com Walle (2009, p. 287):

> O Pensamento algébrico ou Raciocínio algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função. Longe de ser um tópico de pouco uso no mundo real, o pensamento algébrico penetra toda a matemática e é essencial para torná-la útil na vida cotidiana.

Kaput (1999, p. 134-135), um especialista no desenvolvimento da álgebra nas séries curriculares, por sua vez, descreve a álgebra como algo que:

> envolve generalizar e expressar essa generalização usando linguagens cada vez mais formais, onde a generalização se inicia na aritmética, em situações de modelagem, em geometria e virtualmente em toda a matemática que pode ou deve aparecer nas séries elementares

Assim, outros autores e pesquisadores escrevem sobre o *Pensamento algébrico*. A descrição de Kaput é a mais completa e engloba as ideias dos outros. Ele descreve cinco formas diferentes de raciocínio algébrico:

> 1. Generalização da aritmética e de padrões em toda a matemática;
> 2. Uso significativo de simbolismo;
> 3. Estudo da estrutura no sistema de numeração;
> 4. Estudo de padrões e funções;
> 5. Processo de modelagem matemática, que integra as quatro anteriores (WALLE, 2009, p. 287).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) descrevem as três fases evolutivas da linguagem algébrica: retórica ou verbal, sincopada e simbólica. Para esses autores, a linguagem foi modificando com o passar do tempo. A retórica ou verbal, corresponde à fase em que as equações eram descritas em linguagem corrente, enquanto a sincopada utiliza expressões resumidas dos sistemas de escrita e numérica, como inicialização da linguagem algébrica. Finalmente, a última fase da linguagem algébrica, a simbólica, utilizada atualmente (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 79-80).

Walle (2009, p. 288) destaca que “o pensamento algébrico não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão do simbolismo”, ou seja, para entender equação, é necessário relacioná-la a situações e problemas do cotidiano, portanto “é um ramo independente do currículo, mas também deve ser incorporado em todas as áreas da matemática”. Dessa forma, se não for relacionada aos conteúdos já aprendidos em anos anteriores, como já mencionado nas habilidades até o 7º ano, os alunos não entendem o sentido e acham que é algo descolado da realidade.

Para Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas. A primeira vertente – representar – diz respeito à capacidade do aluno para usar diferentes representações, interpretando em diferentes contextos e nomeando-o. Na segunda vertente – raciocinar – é de suma importância que o aluno consiga relacionar com as habilidades matemáticas já desenvolvidas e suas propriedades e depois generalizar, relacionando tais habilidades. Outro aspecto importante do raciocínio algébrico é deduzir. Finalmente, na terceira vertente – resolver problemas – que incluem modelar situações, trata-se de usar representações diversas para resolver problemas que envolvam também modelagem matemática (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10-11).

Outro elemento importante no estudo da álgebra é o conceito de variável e incógnita. Walle (2009, p. 290) destaca como a variável tem papel fundamental para entender e resolver uma equação:

> As variáveis são um dispositivo de representação extremamente poderoso que permite a expressão de generalizações. Um objetivo é os estudantes trabalharem com expressões envolvendo variáveis sem mesmo pensar sobre o número ou os números específicos que as letras possam valer.

A partir da formulação desses conceitos e generalizações – que devem ser abordados de forma clara, explicando o que é pensamento algébrico, para então abordar como determinar um termo desconhecido (álgebra) – o aluno pode entender o seu significado, qual a relevância desse conteúdo e sua aplicação no dia-a-dia.

Grando e Marasini (2012) destacam que equação é um conceito composto por vários outros conceitos matemáticos inter-relacionados. Para as autoras, a formação de uma equação já traz implícita na representação algébrica a relação de equivalência de duas expressões algébricas. Dessa maneira, para o conceito de equação, é importante que o estudante diferencie expressões e sentenças, aritméticas e algébricas (GRANDO; MARASINI, 2012, p. 407).

Quando se fala em equação, é imprescindível falar de igualdade ou equivalência, ideia que vem sendo desenvolvida desde as séries iniciais. Esses conceitos já são trabalhos quando, em uma questão, a resposta admite verdadeiro (V) ou falso (F),

> A necessidade de compreensão da igualdade nas equações não pode ser menosprezada. Os estudantes nas séries finais do EF ainda se beneficiarão de explorações de sentenças V/F e sentenças abertas, talvez com números ligeiramente mais difíceis que aqueles usados nos exemplos até esse ponto (WALLE, 2009, p. 291).

No entanto, a falta de clareza dessa definição faz com que muitos alunos não compreendam o que ela significa. Walle (2009, p. 288) traz algo que seguidamente surge nos anos seguintes a esse estudo, ou seja, as lacunas de aprendizagem.

> O sinal de igualdade é um dos símbolos mais importantes na aritmética elementar, na álgebra e em toda matemática ao usar números e operações. Ao mesmo tempo, pesquisas desde 1975 até o presente indicam claramente que o "=" é um símbolo muito mal compreendido.

Nesse sentido, as habilidades previstas na BNCC para o estudo de equação do 1º grau são muito importantes para nortear o ensino, e traz também qual o sentido definido para habilidade "expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares". Para álgebra, a BNCC traz qual aspecto deve ser desenvolvido nos anos finais do ensino fundamental,

> tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2018, p. 268).

Assim, quando relacionamos pensamento algébrico, álgebra e todas as definições presentes no estudo dessa área, bem como se estabelece uma relação com as habilidades determinadas na BNCC, é possível construir uma aprendizagem que seja significativa para os alunos, que eles possam relacionar em diferentes contextos e situações, usar generalizações e abstrações, além das desenvolvidas em sala de aula,

> os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas (BRASIL, 2018, p. 270-271).

A própria BNCC salienta que “é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos”. Portanto, quando os conceitos e habilidades são desenvolvidos, os alunos podem ter mais clareza sobre a finalidade dessa unidade temática e sua importância para a vida cotidiana, podendo ajudar a desenvolver e relacionar conceitos nos anos seguintes.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A proposta apresentada fundamenta-se na Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Paul Ausubel, pois busca estabelecer a interação dos conhecimentos já estabelecidos na estrutura cognitiva do aprendiz com a matéria de ensino. Assim, busca-se, neste capítulo, descrever tal teoria e dissertar sobre as Unidades de Ensino Potencialmente Significativa que estruturam metodologicamente a proposta. Também, no final do capítulo, apresentam-se estudos relacionados que sirvam de subsídios para a elaboração da sequência didática.

3.1 Teoria da Aprendizagem Significativa

David Paul Ausubel (1968-2008) médico psiquiatra de formação, dedicou-se à psicologia educacional, pois questionava a forma como os professores conduziam o processo de ensino na busca do desenvolvimento da aprendizagem. Desta forma, apresenta uma teoria cognitivista que muda a perspectiva da maneira como o ensino é visto. Joseph Novak (1981), deu continuidade aos estudos de David Ausubel e foi considerado seu grande interlocutor, aprimorando a teoria para o que conhecemos hoje.

Outros autores, como Moreira (1995), também se dedicaram a essa teoria. Para este autor, a aprendizagem se divide de forma geral em três: cognitiva (organização de informações na mente do indivíduo), afetiva (são sinais internos, ligados às emoções) e psicomotora (respostas musculares, através de treinos e prática).

A teoria de Ausubel foca na aprendizagem cognitiva, embora acredite que a experiência na aprendizagem afetiva seja relevante também. Ausubel, segundo Moreira (2011), define a aprendizagem significativa como aquela que resulta da interação entre o novo conhecimento e o que o estudante já conhece numa organização de informações na mente do ser que aprende, e esse complexo organizado é conhecido como estrutura cognitiva (MOREIRA, 2011). Em outras palavras, para Ausubel (1968), aprendizagem significa é um conjunto organizado de informações e integração destas ideias na estrutura cognitiva, onde os conteúdos específicos ficam em uma área particular.

Dedicado à aprendizagem em sala de aula, ele acredita que é muito importante levar em consideração o que o aluno já sabe. Sobre isso, Moreira (2011) afirma que para Ausubel, o fator isolado que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Assim, o autor recomenda descubra isso e ensine de acordo (2011).

Nessa direção, a aprendizagem significativa é um processo em que as novas ideias, informações e conceitos relevantes podem ser aprendidas e retidas, à medida que exista conceitos relevantes, incluídos na estrutura cognitiva, que estejam organizados de forma clara e disponível. Essa estrutura hierárquica de conceitos e novas ideias são fundamentais, na medida em que as informações interagem, modificam ou aprimoram os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Isto é, ocorre um processo de interação, onde os conceitos relevantes incluídos interagem como o novo material, funcionando como ponto de ancoragem, ou seja, ampliando o conceito já aprendido, integrando-o, modificando-o.

Para Ausubel, segundo Moreira (2011), os conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz nos quais a nova informação é ancorada é definida como conceito subsunçor, ou simplesmente subsunçor. O autor acredita que existe na estrutura cognitiva, uma hierarquia entre os conceitos, onde os mais específicos são ligados e assimilados aos mais gerais.

Em oposição a aprendizagem significativa, Ausubel (1968 Apud MOREIRA, 2011) também define a aprendizagem mecânica (ou automática). Esta, segundo autor, é aquela em que a aprendizagem de novas informações apresenta pouca ou nenhuma interação com os conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva (MOREIRA, 2011). Segundo ele, essas informações seriam assimiladas de maneira arbitrária, não havendo relação com as informações já armazenadas pelo aprendiz. Assim, o conceito fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva, sem ligar-se a conceitos subsunçores relevantes, como, por exemplo, a memorização de fórmulas.

Para Moreira (2011), existem duas possibilidades de origem dos subsunçores. A primeira é por meio da aprendizagem mecânica quando o indivíduo está estudando algo completamente novo, à medida que surgem mais elementos relacionados a esse conhecimento na estrutura cognitiva, tem-se então subsunçores, ainda que pouco elaborados, conforme vai recebendo mais informações fica mais elaborado, e é capaz de ancorar mais ideias. A segunda possibilidade é que as crianças adquirem os conceitos por meio da formação de conceitos, o qual envolve abstração e generalização de instâncias específicas.

Em sua teoria, Ausubel recomenda, para facilitar a aprendizagem significativa, a utilização de organizadores prévios. Esses são materiais introdutórios que devem ser apresentados antes mesmo do conteúdo em si, que sirvam como pontes cognitivas e levem ao desenvolvimento de novos conceitos subsunçores. De acordo com o autor, a ideia é manipular deliberadamente a estrutura cognitiva, para facilitar a aprendizagem. Nesta direção, para Moreira (2011), Ausubel considera que

> a função dos organizadores prévios é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, a fim de o material possa ser aprendido de forma significativa, ou seja, organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como "pontes cognitivas" (MOREIRA, 2011).

Nessas condições, para que a aprendizagem seja significativa, de acordo com Ausubel (1968, apud MOREIRA, 2011) duas condições devem ser efetivadas. A primeira salienta que o material instrucional deve apresentar as ideias simbolicamente expressas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe. Tais materiais, com essas características são denominados materiais potencialmente significativos. Outra condição é que o aprendiz manifeste pré-disposição em aprender significativamente. Assim, de acordo com Moreira (2011) quando uma das condições não for satisfeita ocorrerá uma aprendizagem mecânica.

Na direção da aprendizagem significativa, Ausubel diferencia três tipos de aprendizagem: representacional (envolve a atribuição de significados a determinados símbolos), conceitos (são a representação de símbolos mais particulares, mas são genéricos e categóricos), proposicional (aprender o significado das ideias expressas verbalmente, por meio de conceitos sob forma de uma proposição). Cada aprendizagem significativa complementa a seguinte, pois, sem a ideia de símbolo, não é possível fazer generalizações, bem como expressar este conceito.

No decorrer do processo de aprendizagem Ausubel propõe a "teoria da assimilação". Tal teoria é apresentada esquematicamente no Quadro 2:

Quadro 2 - Teoria da assimilação de Ausubel

Nova informação, potencialmente significativa	Relacionada a, e assimilada por conceito subsunçor existente na estrutura cognitiva	Produto interacional (subsunçor modificado)
A	A	A' a''

Fonte: Elaborado pela autora (com base em MOREIRA, 1995, p. 166).

Dessa forma, a nova informação potencialmente significativa, ou novo conhecimento se relaciona com os conceitos subsunçores presentes na estrutura cognitiva, transformando essa nova informação, ou seja, ressignificando-a, modificando-a e tornando-a mais significativa, e fazendo desse conceito mais amplo e com novas aplicações ainda mais complexas tanto na resolução de problemas de problemas de sala, quanto no seu cotidiano. Nas palavras de Moreira (1995):

> a assimilação é o processo que ocorre quando uma ideia, conceito ou proposição a, potencialmente significativo, é assimilado sob uma ideia, conceito ou proposição, um subsunçor, A, já estabelecido na estrutura cognitiva, como um exemplo, extensão, elaboração ou qualificação do mesmo. Portanto, o verdadeiro produto do processo interacional que caracteriza a aprendizagem significativa não é apenas o novo significado de a', mas inclui também a modificação da idéia-âncora, sendo, consequentemente, o significado composto de A'a' (MOREIRA, 1995, p. 166).

A assimilação ou ancoragem pode ter um efeito facilitador na retenção, o que pode levar um tempo variável para cada indivíduo. Outro tipo de assimilação é a obliteradora, onde os conceitos são relacionados aos subsunçores existentes, até que não faz mais sentido esta interação e então inicia o processo de dissociabilidade nula, ou seja, o esquecimento, que faz parte, para que outros conceitos sejam incorporados à mente. Dessa forma se aprendizagem é significativa, o indivíduo pode esquecer mais fácil.

O processo no qual uma nova informação adquire significado quando interage com subsunçores, é considerada uma relação subordinada com o material preexistente à estrutura cognitiva. Quando uma ideia mais geral é relacionada com conceitos mais específicos na estrutura cognitiva, criando assim novos atributos para a aprendizagem subordinada, temos a aprendizagem superordenada.

A aprendizagem combinatória por sua vez, é uma aprendizagem de proposições em menor escala, conceitos que não guardam relação subordinada, nem superordenada, ou seja, conceitos específicos, e sim conteúdos mais amplos relevantes de uma maneira geral. Portanto, quando um conceito é aprendido de forma subordinada, ou seja, num processo de interação e ancoragem com os conceitos subsunçores, este se modifica, o que leva a ocorrência de uma diferenciação progressiva.

Por outro lado, se a aprendizagem se dá de forma superordenada ou combinatória, onde os conceitos podem ser modificados, reorganizados e ressignificados, Ausubel a chama na estrutura cognitiva como reconciliação integradora. Estes processos se relacionam na aprendizagem significativa, esses dois princípios programáticos, podem ser na prática, organizadores prévios adequados. Existe também a possibilidade de promover a diferenciação progressiva e reconciliação integradora através de “mapas conceituais”.

Esses dois processos, que ocorrem na aprendizagem significativa, estão relacionados entre si, já que toda aprendizagem que derivar em reconciliação integradora, ou seja, que recombinar elementos previamente existentes na estrutura cognitiva, também resultará em diferenciação progressiva adicional de conceitos e proposições, ou seja, um novo conceito, se relaciona com o conceito já existente e se modifica. Portanto, a reconciliação integradora é também uma forma de diferenciação progressiva.

Sendo assim, é importante que o professor entenda os processos que implicam em aprendizagem significativa. Por exemplo, quando o aluno é capaz de transpor um conceito aprendido significativamente em sala de aula, para diferentes contextos, ou então, quando ele consegue traduzir o que aprendeu com suas próprias palavras, é possível identificar indícios de aprendizagem significativa. Assim a estrutura cognitiva pode ser influenciada de duas maneiras: substantivamente quando os conceitos dos organizadores prévios estão bem definidos e o conteúdo a ser trabalhado, e de também de forma programática, onde a partir dos organizadores prévios são elaboradas as sequências das aulas.

Para a concretude da proposta, buscou-se sua estruturação a partir dos momentos de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). Na sequência disserta-se as concepções de Moreira (2011) para a UEPS e a seguir descreve-se os momentos que a constituem.

3.2 Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)

No ambiente escolar, há muitos anos, em qualquer nível de ensino, os professores se ocupam em apresentar conhecimentos que acreditam que os estudantes devem saber. Acontece que muito do que se ensina é de forma mecânica, o professor é o detentor do conhecimento e o estudante apenas copia e reproduz, sem que ele mesmo possa interagir com o objeto de estudo e tirar suas próprias conclusões. Diferentemente disso, pensa-se que o conhecimento deve fazer sentido para o aprendiz, fazendo com que ele mesmo possa estabelecer relações e suas próprias conclusões, e assim possibilitar a ocorrência de uma aprendizagem significativa.

Segundo Moreira (2011), Ausubel já defendia que a Teoria Aprendizagem Significativa é uma das formas de ensino mais eficazes, para isso é necessário a construção de uma sequência didática que possa ser aplicada em sala de aula. Nesse sentido, Moreira (2011) salienta que "não há ensino sem aprendizagem, que o ensino é o meio e a aprendizagem é o fim" (p. 1), dessa forma, o autor apresenta as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) "como sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada à sala de aula" (MOREIRA, 2011, p. 43, tradução nossa).

Estas sequências têm como objetivo desenvolver unidades potencialmente significativas, facilitadoras de aprendizagem significativa para tópicos de conhecimento específico, onde o estudante pode demonstrar sua aprendizagem de diferentes maneiras: declarativa, no qual o conhecimento pode ser verbalizado; declarado de alguma maneira, refere-se ao conhecimento sobre objetos e eventos; ou procedimental, é aquele que consiste de habilidades cognitivas envolvidas no saber fazer algo, portanto, é conhecimento sobre executar ações.

Para isso o conhecimento prévio é considerado o mais importante e com maior influência na aprendizagem significativa, pois, é ele que possibilita a relação entre o que o estudante já sabe e o que irá aprender, fazendo com que este tópico faça sentido, sendo elaborada em seus aspectos sequenciais (passos), totalizando oito passos para a construção e aplicação que levam em consideração a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação, aspectos esses importantes para Ausubel para a organização do ensino. Assim a UEPS é definida desde a escolha do conteúdo até a avaliação. Em síntese os oito passos são:

> 1. Definir o tópico específico a ser abordado.
> 2. Criar/propor situações que levem o aluno a externalizar seu conhecimento prévio.
> 3. Propor situações-problema em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno, que preparem o terreno para a introdução do conhecimento que se pretende ensinar.
> 4. Apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, começando com aspectos mais gerais, mas logo exemplificando, abordando aspectos específicos, propor atividades em grupo.
> 5. Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes, em nova apresentação, porém em nível mais alto de complexidade em relação a primeira apresentação, propor uma atividade colaborativa.
> 6. Concluindo a unidade, retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, deve-se explorar as relações entre as ideias, conceitos, proposições e apontar similaridades e diferenças importantes, então propor novas situações-problema devem ser propostas, em níveis mais elevados discutindo-as em grupo de forma colaborativa.
> 7. A avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo, além disso uma avaliação somativa individual, deverá ser avaliada em pé de igualdade, tanto na avaliação formativa, o que foi desenvolvido ao longo da sequência, observando o progresso do estudante, como a avaliação somativa, que tem como objetivo avaliar certos aspectos da aprendizagem, como um exame final da unidade.
> 8. Avaliação da UEPS, somente será exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa, visto que o domínio de um campo conceitual é progressivo (Adaptações da autora, de MOREIRA, 2011).

Para a construção da sequência, os aspectos transversais da UEPS são fundamentais para o bom êxito na aplicação e evidências de aprendizagem significativa, pois a boa escolha dos métodos a serem utilizados e explorados em sala, torna o aprendizado mais dinâmico e colaborativo,

> - em todos os passos, os materiais e as estratégias de ensino devem ser diversificados, o questionamento deve ser privilegiado em relação às respostas prontas e o diálogo e a crítica devem ser estimulados;

- como tarefa de aprendizagem, em atividades desenvolvidas ao longo da UEPS, pode-se pedir aos alunos que proponham, eles mesmos, situações-problema relativas ao tópico em questão;
- embora a UEPS deva privilegiar as atividades colaborativas, a mesma pode também prever momentos de atividades individuais (MOREIRA, 2011).

Para a construção da UEPS, Moreira (2011) indica princípios elementares de diferentes autores, com diferentes perspectivas teóricas que são cognitivistas e conversam com os fundamentos da TAS. Assim, são considerados vários elementos para a construção da sequência e para sua aplicação em sala de aula,

- o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa (AUSUBEL);
- pensamentos, sentimentos e ações estão integrados no ser que aprende; essa integração é positiva, construtiva, quando a aprendizagem é significativa (NOVAK);
- é o aluno quem decide se quer aprender significativamente determinado conhecimento (AUSUBEL; GOWIN);
- organizadores prévios mostram a relacionabilidade entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios;
- são as situações-problema que dão sentido a novos conhecimentos (VERGNAUD); elas devem ser criadas para despertar a intencionalidade do aluno para a aprendizagem significativa;
- situações-problema podem funcionar como organizadores prévios;
- as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade (VERGNAUD);
- frente a uma nova situação, o primeiro passo para resolvê-la é construir, na memória de trabalho, um modelo mental funcional, que é um análogo estrutural dessa situação (JOHNSON-LAIRD);
- a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação devem ser levadas em conta na organização do ensino (AUSUBEL);
- a avaliação da aprendizagem significativa deve ser feita em termos de buscas de evidências; a aprendizagem significativa é progressiva;
- o papel do professor é o de provedor de situações-problema, cuidadosamente selecionadas, de organizador do ensino e mediador da captação de significados de parte do aluno (VERGNAUD; GOWIN);
- a interação social e a linguagem são fundamentais para a captação de significados (VYGOTSKY; GOWIN);
- um episódio de ensino envolve uma relação triádica entre aluno, docente e materiais educativos, cujo objetivo é levar o aluno a captar e compartilhar significados que são aceitos no contexto da matéria de ensino (GOWIN);
- essa relação poderá ser quadrática na medida em que o computador não for usado apenas como material educativo;
- a aprendizagem deve ser significativa e crítica, não mecânica (MOREIRA, 2011);
- a aprendizagem significativa crítica é estimulada pela busca de respostas (questionamento) ao invés da memorização de respostas conhecidas, pelo uso da diversidade de materiais e estratégias instrucionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno (MOREIRA, 2011).

Em suma, a UEPS é uma proposta de sequência didática que busca facilitar a aprendizagem significativa de tópicos específicos (conteúdos), buscando resgatar conhecimentos prévios dos alunos (que tenham vínculo ou não ao conteúdo de ensino). O uso de materiais que sejam potencialmente significativos para eles e em uma abordagem que parta de conceitos mais gerais, caminhando em direção aos específicos.

Apesar de inicialmente ter sido pensada para os conteúdos de Física, a UEPS tem sido utilizada em várias outras disciplinas escolares, como na Química, na Biologia, nas Ciências, e, particularmente, na Matemática. Sua dinamicidade e facilidade em se adaptar aos diferentes assuntos contribuiu para a ampliação para outras áreas.

3.3 Estudos Relacionados

Na tentativa de compreender como o tema tem sido desenvolvido no ambiente acadêmico e assim obter elementos para estruturar a proposta, buscou-se na literatura específica trabalhos que contribuíssem para o desenvolvimento da UEPS.

Para tal, inicialmente, selecionou-se como plataforma para coleta de dados, o periódico *Aprendizagem Significativa em Revista*, que iniciou suas atividades em 2011. Esse periódico é reconhecido na área e somente publica trabalhos fundamentados na Teoria da Aprendizagem Significativa. Em pesquisa neste periódico, identificou-se que o objetivo da revista é,

> Publicar artigos inéditos ou revisões e atualizações de artigos já publicados ou apresentados em congressos, exclusivamente sobre aprendizagem significativa, na perspectiva ausubeliana. Os trabalhos poderão ser de natureza teórica ou de pesquisa básica ou aplicada, em distintas áreas de conhecimento e diferentes níveis de ensino, presencial ou à distância (APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM REVISTA, 2011).

O periódico *Aprendizagem Significativa em Revista* tem edições quadrienais com início em abril de 2011, na modalidade eletrônica, e até a data da investigação possui 140 artigos científicos publicados.

Visando localizar os trabalhos que estavam relacionados aos artigos da pesquisa, foi usado como buscador a expressão Unidade de Ensino Potencialmente Significativa e sua abreviatura UEPS. Os resultados apresentaram 16 artigos (Quadro 3), que contém essas expressões no título ou nas palavras-chaves.

Quadro 3 - Artigos do periódico Aprendizagem Significativa em Revista selecionados para análise

Volume	Número	Título do artigo	Autores	Área do conhecimento
1	2	Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativa - UEPS	Marco Antonio Moreira	Física

4	1	Física moderna e contemporânea no Ensino Fundamental articulada com conceitos de Física clássica por meio de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS)	Érika Gomes Betetti Ferreira, Felipe Damasio, Adriano Antunes Rodrigues.	Física
5	1	A utilização de uma UEPS no ensino de Matemática: uma investigação durante a apresentação do tema probabilidade	Wanderley Pivatto Brum, Sani de Carvalho Rutz da Silva	Matemática
5	2	Análise de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa no ensino de Matemática: uma investigação na apresentação do tema volume do paralelepípedo a partir da ideia de Eclusa	Wanderley Pivatto Brum	Matemática
6	1	Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa (UEPS) para el aprendizaje de la Educación para la Salud, Instituto Pedagógico de Caracas	Ivana Elena Camejo Aviles, Dalia Diez de Tancredi	Biologia
6	2	Alfaciências: uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para formação continuada de professores do Ensino Fundamental I	Elaine Cristina da Silva Moreira, Maria Saleti Ferraz Dias Ferreira	Ciências
7	1	Proposta de Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) na abordagem de evolução biológica no Ensino Fundamental	Yuri Zanarippe Miguel, Samuel Costa, Felipe Damasio	Ciências
7	2	Aprendizagem Significativa no ensino de Ciências: uma proposta de Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre energia e ligações químicas	Daniel de Almeida Raber, Ana Maria Coulon Grisa, Ivete Ana Schmitz Booth	Ciências
7	2	Proposta de Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre temperatura	Franciele Faccin, Isabel Krey Garcia	Física
7	3	Água como tema gerador de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para abordar conceitos químicos	Iany Silva de Santana, Fernanda Marur Mazzé, Carlos Neco da Silva Júnior	Química
8	1	O Mapa conceitual como instrumento de avaliação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre o conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo.	Tiago Nery Ribeiro, Divanízia do Nascimento Souza, Marco Antonio Moreira	Matemática
8	1	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS): a importância para as aulas de óptica geométrica no estado de Tocantins	Alana Cruz de Sousa, Edgar Duarte da Silva, Alexsandro Silvestre da Rocha, Érica Cupertino Gomes	Física
9	2	Experimento crucial na ciência e na filosofia da ciência: uma Unidade de	Anabel Cardoso Raicik	Física

		Ensino Potencialmente Significativa sobre a teoria da luz e cores de Newton		
10	1	UEPS sobre el enfoque epistemológico y remoto del laboratorio didáctico: evidencias de aprendizaje significativo de profesores de Ciencias	Ivana Elena Camejo Aviles, Julia Flores Espejo, Eduardo Galembeck	Ciências
10	2	O chuveiro elétrico no ensino de conceitos básicos de eletricidade com apoio de Unidades de Ensino Potencialmente Significativa	Léia Denise Matesco, Sandro Aparecido dos Santos, Ana Lúcia Crisóstimo	Física
10	2	Uma sequência didática promovendo a aprendizagem significativa com auxílio das TICS, apoiada em Unidade de Ensino Potencialmente Significativa	Erelaine Patrícia de Moraes, Ladário da Silva	Física

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Tendo em vista que o trabalho visa elaborar uma UEPS para o ensino de equação do primeiro grau, dos 16 artigos selecionados, optou-se por estudar detalhadamente os 3 que envolvem o ensino de Matemática. Os artigos são descritos a seguir.

O primeiro artigo intitulado *A utilização de uma UEPS no ensino de Matemática: uma investigação durante a apresentação do tema probabilidade*, teve como objetivo foi criar uma pesquisa em sala de aula para o tema de probabilidade com os conteúdos estruturadores: probabilidade da união de eventos, probabilidade da interseção de eventos, experimento aleatório, espaço amostral, evento, eventos complementares, eventos independentes. A aplicação da sequência ocorreu com uma turma de estudantes de segundo ano do ensino médio de uma escola da rede pública de Tijucas, Santa Catarina.

No primeiro encontro, o professor apresentou à turma, o conteúdo a ser estudado, bem como os objetivos a serem alcançados ao longo da unidade de ensino. No segundo, para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca de probabilidade, estes responderam, colaborativamente, sem nenhum tipo de consulta bibliográfica, as algumas questões. No terceiro encontro, uso do organizador prévio, sob a orientação do professor e com base nos resultados obtidos no segundo encontro, os alunos confrontaram de modo colaborativo, suas respostas com dois textos apresentados, o primeiro intitulado “História da Probabilidade” e o segundo, “Teorias de Probabilidade”. Em todos os encontros foram usadas situações do cotidiano, através de situações que possibilitaram o debate para a resolução das situações.

No quarto encontro os estudantes com mediação do professor elaboraram uma listagem de conceitos essenciais para a compreensão do tema probabilidade, para que a partir do quinto encontro a professora com o uso de um software chamado Cmap Tools (é uma ferramenta para elaborar esquemas conceituais e representá-los graficamente, ou seja, é um programa que lhe auxilia a desenhar mapas conceituais) para elaborar mapas conceituais, em seguida a professora fez uma análise dos mapas para verificar indícios de aprendizagem. Na sequência dos encontros a professora utilizou um jogo que envolveu uma caixa de papelão, bolas de diversas cores e uma sequência de atividades resolvida pelos estudantes. O objetivo foi retomar os aspectos mais gerais, isto é, aquilo que efetivamente pretende ensinar do conteúdo, da unidade de ensino e novamente se verifica e identifica evidências de aprendizagem significativa, bem como buscar compreensões acerca dos posicionamentos dos estudantes com relação a sequência de atividades utilizadas nesses respectivos encontros.

No oitavo e nono encontro concluindo a unidade de ensino com continuidade ao processo de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Os alunos fizeram uma exposição sobre os jogos de azar. Antes da exposição, os alunos em sala de aula elaboram o jogo e entregaram uma ficha para o professor com algumas informações, como objetivo, regras, probabilidade de sucesso, espaço amostral e eventos.

No décimo encontro - a avaliação da UEPS -, tendo em vista que a aprendizagem é progressiva, a avaliação foi feita através de uma entrevista com os estudantes envolvidos na investigação, ocorrendo após o término da exposição e contou com todos os estudantes do segundo ano. Segundo os autores

> Entendemos que a entrevista possui a função de complementar as informações que são trocadas e ampliar os ângulos de observação, possibilitando uma maior aproximação da perspectiva dos sujeitos, na tentativa de conhecer suas percepções, aspirações, vontades e atitudes, ou seja, os significados atribuídos à realidade e às suas próprias ações (BRUM; SILVA, 2015).

Os alunos foram gravados em áudio e as respostas transcritas posteriormente com a autorização consciente e assinada dos participantes de nossa investigação. Na divulgação dos resultados foi garantida a privacidade de cada participante para que eles pudessem expor seus posicionamentos. A sequência foi exitosa, pois foram constatados indícios de aprendizagem significativa.

O segundo artigo, tem como título *Análise de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa no ensino de Matemática: uma investigação na apresentação do tema volume do paralelepípedo a partir da ideia de Eclusa*, e relata a pesquisa feita com abordagem qualitativa no ensino de Matemática com uma turma de estudantes de segundo ano do ensino Médio de uma escola da rede pública de Tijucas, Santa Catarina, para a apresentação do tema volume do paralelepípedo a partir da ideia de eclusa (Uma eclusa é uma obra de engenharia hidráulica que permite que barcos subam ou desçam os rios ou mares em locais onde há desníveis).

A pergunta norteadora foi "Quais evidências uma unidade de ensino potencialmente significativa pode proporcionar sobre conteúdos matemáticos relacionados ao volume de sólidos desenvolvido no ensino Médio?"

A investigação teve duração de 12 encontros na disciplina de Matemática, com 45 minutos cada uma. A turma foi constituída por 15 estudantes de segundo ano do ensino Médio pertencentes ao turno matutino de uma escola pública da rede estadual de ensino da cidade de Tijucas (SC), como o objetivo de identificar indícios de aprendizagem significativa no ensino junto aos estudantes acerca do tema volume do paralelepípedo por meio do tema eclusa.

Nos primeiros encontros para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema, os alunos construíram de modo colaborativo um mapa mental utilizando o software Free Mind (é um programa que organiza ideias para o cérebro fazer associações através de informações ramificadas), com a apresentação e debate dos mapas foi possível perceber indícios de uma diferenciação progressiva e reconciliação integradora.

Para trabalhar o conteúdo, o professor trouxe debates e situações para que os alunos debaterem e chegassem a uma conclusão coerente, entre elas quais sólidos poderiam ser usados em uma eclusa.

Após o debate do conteúdo e as atividades relacionando o tema paralelepípedo com a construção e verificação de uma eclusa, foi solicitado aos alunos em grupos, construíram maquetes utilizando os conhecimentos da unidade, os alunos se comprometeram com a atividade e utilizaram a linguagem correta na apresentação, o que possibilitou perceber indícios de aprendizagem significativa.

O terceiro artigo, com título *O mapa conceitual como instrumento de avaliação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre o conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo*. O objetivo do trabalho foi relatar o processo de utilização do mapa conceitual, como ferramenta de avaliação de aprendizagem na aplicação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre o conteúdo matemático razões trigonométricas no triângulo retângulo, dirigida a 43 alunos participantes de uma experiência de ensino.

Como metodologia, de natureza qualitativa, foi realizada uma coleta de dados dos mapas conceituais elaborados pelos alunos antes e após a aplicação das UEPS, com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva dos alunos e a sua evolução conceitual. A metodologia foi do tipo qualitativa, desenvolvida a partir dos pressupostos de uma experiência de Design Experiment, por se tratar de um contexto educacional que pode ser discutido e modificado ativamente pelos seus personagens.

A UEPS foi aplicada durante cinco encontros presenciais, de 2 horas/aula cada. A pesquisa foi realizada em 3 grupos, observados e classificados como: Grupo 01, composto por dezesseis alunos participantes de um curso intitulado "Nivelamento", que teve por objetivo abordar sobre conteúdos matemáticos da educação básica. Esses alunos, com faixa etária entre 18 e 28 anos, embora já matriculados na Universidade Federal de Sergipe (UFS), ainda não haviam iniciado o curso de Licenciatura em Física que iriam cursar no Campus Universitário Professor Alberto de Carvalho da UFS, localizado na cidade de Itabaiana, SE. Grupo 02, integrado por treze licenciandos em Física, com faixa etária entre 19 e 28 anos, participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) do Departamento de Física do Campus Universitário Professor Alberto Carvalho da UFS. E o grupo 03, formado por quatorze alunos da Educação Básica, com faixa etária entre 15 e 18 anos, dois deles matriculados na segunda série do ensino médio e 12 na terceira série do Colégio Estadual Atheneu Sergipense, da rede pública do estado de Sergipe.

No primeiro encontro, o objetivo era identificar conhecimentos prévios relevantes na estrutura cognitiva deles, e no último encontro identificar a evolução na utilização dos conceitos do tema razões trigonométricas no triângulo retângulo, bem como a relação estabelecida entre esses conceitos, o grau de ramificação dos mapas e a sua hierarquia.

Os encontros 2, 3 e 4, foram utilizados para discussão sobre os conteúdos referentes à unidade de ensino, como auxílio de diferentes estratégias, como: o uso do software GeoGebra para construção dos triângulos, problemas sobre propagação retilínea da luz (sombra de objetos), análise de trechos da música "uma Arlinda Mulher" e do poema matemático: "o quociente e a incógnita", assistir ao documentário "O legado de Pitágoras: Pitágoras e outros" da tv escola, atividade experimental: construção, com material lúdico, de rampas inclinadas (plano inclinado), utilização de tirinhas em quadrinhos para discussão sobre planos inclinados, atividades com o software plano inclinado do Núcleo de Objetos de aprendizagem – NOA/UFPB, vivência de situações didáticas a partir de problemas com Planos Inclinados.

Os resultados obtidos, as relações válidas analisadas no segundo mapa demonstram uma evolução significativa em relação às do primeiro. O aumento das relações entre conceitos para o grupo 01 foi de 100%; para o grupo 02 esse aumento foi de quase 70%; e de pouco mais que 80% para o grupo 03. Na análise quantitativa dos mapas conceituais utilizamos o modelo de pontuação proposto por Novak e Gowin (1984, p. 53), isso auxiliou a criar parâmetro numérico que possibilitou evidenciar a evolução conceitual dos alunos após aplicação da UEPS. Após análise e avaliação, conclui-se que os mapas conceituais foram úteis em demonstrar evidências de um material de aprendizagem potencialmente significativo.

Com o objetivo de ampliar a revisão e alcançar o objetivo almejado no capítulo, destacando a relevância o tema, equação do 1º grau e a UEPS, optou-se por buscar outros trabalhos no banco de teses e dissertações do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM). Tal banco contém 59 trabalhos de dissertações, do qual foram definidas três dissertações para análise, conforme quadro 4.

Quadro 4 - Dissertações do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM)

Título do artigo	Autores	Área do conhecimento
Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para Estudo de Estatística no Ensino Fundamental II	Scheila Montelli dos Santos	Matemática
Equação de 1º grau: Uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos	Luciana Castoldi	Matemática
Sala de aula invertida: ensinagem dos sistemas de equações polinomiais do 1º grau no oitavo ano do Ensino Fundamental	Joelma Kominkiewicz Scolaro	Matemática

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

A primeira dissertação de autoria de Scheila Montelli dos Santos, intitulada *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para Estudo de Estatística no Ensino Fundamental II,* embasada na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel, e como sequência didática a Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) relatada por Moreira, tem como objetivo principal do estudo foi analisar a implementação de uma UEPS para a abordagem de conteúdos de Estatística no Ensino Fundamental, avaliar a sua pertinência em termos didáticos e como ela favorece a construção de conceitos estatísticos pelos estudantes. Nos objetivos específicos, buscou refletir sobre o ensino de Estatística na Educação Básica, discorrer sobre a TAS e sua estruturação didática na forma de UEPS, elaborar, aplicar e avaliar a UEPS desenvolvida para o tópico Estatística no Ensino Fundamental, estruturando o produto educacional decorrente do estudo desenvolvido. A justificativa pela escolha do tema Estatística foi pelo fato de estar intimamente relacionada com o cotidiano das pessoas e por ser o Ensino Fundamental o responsável pela alfabetização estatística inicial. A pesquisa foi realizada, junto a uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública do município de Passo

Fundo, RS. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e na modalidade participante. Como instrumentos, o estudo utilizou diário de bordo na perspectiva de Zabalza (2004), preenchido pela professora/pesquisadora, materiais escritos produzidos pelos alunos durante as atividades desenvolvidas. Soma-se a esse instrumento os materiais produzidos pelos alunos no decorrer da aplicação da UEPS. A pesquisadora traz como fundamentos para sua pesquisa, a educação Matemática, bem como as tendências para a educação Matemática para os dias atuais, discorre sobre Estatística e o ensino de Estatística, e aprofundando o tema para os conteúdos que serão norteadores da pesquisa. Para esclarecer a importância desse tema, e o ano a ser estudado, a pesquisadora traz os documentos que definem os conteúdos a serem trabalhados em cada ano escolar, tais como PCNs e a BNC.

A UEPS foi subsidiada por uma variedade de recursos didáticos apoiados nas Tendências em EM, estruturada para o presente estudo abordou, dentro da temática Estatística, os seguintes tópicos: conceitos básicos, tabelas, gráficos e as medidas estatísticas. O local de aplicação da sequência didática foi uma instituição pública de Educação Básica da rede estadual, localizada no centro do município de Passo Fundo, RS, a turma selecionada é do sétimo ano do Ensino Fundamental, constituída por 27 alunos.

A pesquisadora organizou a UEPS contendo 20 encontros que foram realizados dentro do ano letivo da instituição. O primeiro encontro, que foi a verificação de conhecimentos prévios através de uma avaliação diagnóstica, foram questões que envolviam os conceitos estatísticos correspondentes ao ano em que estavam. O segundo e o terceiro encontro, foi identificado pela pesquisadora, que os estudantes apresentavam lacunas em seus conhecimentos e que, portanto, haveria necessidade de realizar uma atividade na forma de organizador prévio sobre ao assunto, assim as duas aulas foram reservadas para assistir ao filme Moneyball: o homem que mudou o jogo, título do filme no Brasil, o filme retrata a história de um time de baseball, o Oakland Athletics, que apresentava o menor orçamento da Liga Americana e mesmo assim tenta conquistar o campeonato. Como possibilidade para criar um time competitivo, o dirigente Billy Baene busca apoio em Peter Brand, economista recém formado, juntos eles contratam jogadores mais baratos, aqueles que nenhum outro time queria, mas que poderiam fazer o time ganhar. Os jogadores são escolhidos com base em suas estatísticas, focando a estratégia no grupo e não apenas nas habilidades individuais de cada atleta. O quarto e quinto encontro foram destinados para os conceitos iniciais de Estatística, o quarto encontro iniciou pela apresentação de dois vídeos que mostraram a importância da Estatística em outros esportes. Os dois vídeos abordaram a utilização da Estatística no vôlei. Os vídeos selecionados foram “Vôlei TV - Estatístico do Sollys/Nestlé” e “Henrique Modenesi_Estatístico do Vôlei”. A pesquisadora explicou sobre a história da Estatística, a importância do Censo realizado pelo IBGE. No quinto as pesquisas eleitorais, introduzindo os conceitos de população e amostra, instigando-os a fazer pesquisas, ela solicitou que pesquisam no site do TSE e posteriormente sobre a incidência de câncer na população. No sexto encontro foi a organização de dados em tabelas, foram expostos tipos de organização de dados e os alunos foram instruídos a perceber qual achavam mais relevante e diferenciá-los, em seguida, os alunos foram instigados a construir uma tabela com os dados apresentados sobre a seleção brasileira feminina de voleibol. Para essa atividade os alunos trabalharam com os colegas que estavam mais próximos, em pequenos grupos. Posteriormente, elaboram uma tabela da própria turma também em pequenos grupos. O sétimo e oitavo encontros se tratavam da organização de dados em gráficos, para isso foi escolhida uma notícia do ano de 2015, que trata dos refugiados, intitulada “Refugiados na Europa: a crise em mapas e gráficos” , após uma conversa sobre a notícia com os alunos, foi projetado gráficos que mostram a situação dos refugiados, analisando as informações apresentadas e fazendo referência à notícia veiculados, os alunos puderam analisar os tipos de representação das informações nos gráficos e para finalizar a aula foi solicitado que os alunos utilizassem os dados da turma coletados no último encontro, para construir gráficos. No nono e décimo encontro foram exploradas as medidas estatísticas, a pesquisadora iniciou o nono encontro com o questionamento “Tabelas e gráficos são as únicas formas de organizar os dados de uma pesquisa?”, “o que vocês entendem por moda? Em que contexto já ouviram essa palavra? Qual seu significado nesse contexto?”, diante das respostas dos alunos a professora/pesquisadora explicou o conceito de moda em estatística, após foi introduzido o conceito de média aos alunos, que também fizeram a verificação nas suas construções, em seguida o conceito de mediana, o conceito de amplitude dos dados também foi abordado nessa aula foi calculado para as variáveis: massa, altura e ano de nascimento, os alunos foram verificando estes conceitos nas tabelas construídas por ele, ou construindo a partir de suas pesquisas. No décimo encontro, utilizando os conhecimentos da aula anterior, foi feita a abordagem de medidas estatísticas, organizado de modo a explorar situações que envolvem a interpretação de informações contidas em gráficos e tabelas, bem como a sua construção e a determinação de medidas estatísticas acompanhadas da interpretação dos resultados obtido, para isso foi disponibilizada uma lista de atividades.

No décimo primeiro, décimo segundo e décimo terceiro encontro foi a pesquisa, foram fornecido aos alunos os detalhes sobre como funcionaria a atividade e quais os passos que deveriam ser seguidos: elaboração do instrumento de pesquisa, coleta dos dados, organização dos dados em tabelas e gráficos, análise das respostas e apresentação dos resultados para a turmas, os alunos formaram grupos até quatro integrantes, sendo que foi necessário formar dois grupos com cinco integrantes. Os temas foram pré-selecionados, dentre aqueles que os alunos demonstraram interesse: meio ambiente, esportes, saúde, profissões, entretenimento e mídias sociais. Após a formação dos grupos e definição do tema de cada grupo, os alunos foram incentivados a elaborarem seu instrumento de pesquisa. Os alunos fizeram a pesquisa com as outras turmas durante o horário de aula, então alguns encontros foram disponibilizados com essa finalidade. O décimo terceiro encontro foi no laboratório de informática da escola para a organização dos dados em tabelas e gráficos.

O décimo quarto, décimo quinto e décimo sexto encontro se destinou a continuação da elaboração e construção da pesquisa, no décimo quarto encontro teve início com a retomada do processo de formatação e dos elementos de uma tabela, no décimo quinto, foi utilizado para que os grupos gerassem os gráficos a partir das tabelas que já estavam prontas, verificando o tipo de gráfico mais adequado para a informação que se pretendia repassar a turma como resultado da pesquisa, com os gráficos e as tabelas estarem prontos, os grupos começaram a escrever a análise desses dados para posteriormente compartilhar com a turma. No décimo sexto encontro os grupos organizaram a apresentação de sua pesquisa.

O Décimo sétimo e décimo oitavo encontro foi destinado para apresentação dos trabalhos, assim os grupos apresentaram à turma os resultados de sua pesquisa, com as mesas em forma de “U”, onde houve muita interação e participação da turma.

O décimo nono encontro foi destinado a promover um momento de avaliação somativa, verificando indícios de aprendizagem nos alunos, foi realizada por meio de um questionário contendo perguntas e situações-problema pertinentes ao tema explorado nos encontros, a fim de investigar os avanços em relação aos conteúdos desenvolvidos, bem como a capacidade de transpor para outros contextos os conteúdos estatísticos apreendidos em aula. O vigésimo encontro foi um jogo, denominado passa ou repassa, a turma foi dividida em dois grupos que competiram entre si.

Analisando os dados coletados durante a pesquisa, a pesquisadora levou em conta: a estratégia didática utilizada, a interação entre os estudantes e deles com a professora, a participação e envolvimento nas atividades, o tempo necessário para a realização das atividades, a estrutura das aulas e metodologia utilizada. Também elencou objetivos educacionais, tais como, o conceito de variável estatística, a análise da interpretação e dados estatísticos, as medidas estatísticas, a construção de gráficos e tabelas, a pesquisa estatística.

Assim, a pesquisadora afirma que as potencialidades na construção de conceitos estatísticos podem-se inferir que a UEPS elaborada e aplicada na turma de sétimo ano alcançou seus objetivos, destaca também que não é possível afirmar com veemência que a aprendizagem da turma foi significativa, pois o tempo de aplicação da UEPS é razoavelmente curto. O produto educacional, elaborado na forma de uma UEPS é uma forma de aproximar a Estatística da sala de aula. O material preparado e implementado em sala de aula está disponível on-line e poderá ser acessado e utilizado por outros professores.

A outra dissertação escolhida foi "*Equação de 1º grau: Uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos"* a autora é Luciana Castoldi, tendo como objetivo é sanar minhas angústias frente a não compreensão da álgebra, a pesquisadora usa a seguinte questão para nortear sua pesquisa: o uso de jogos, em sala de aula, contribui para uma compreensão das Equações de 1º Grau?, para isso seu objetivo geral, foi verificar se o uso de jogos auxilia no processo de ensino/aprendizagem. Os pressupostos teóricos da pesquisa, abordam os jogos como uma tendência em Educação Matemática, visando a possibilidade de contribuir para melhorar a aprendizagem da álgebra e das Equações de 1º grau e as dificuldades sobre este conteúdo. Utilizando-se da história para embasar e estabelecer a forma como a álgebra evolui para o que ensinamos hoje em sala de aula, ela traz autores como, Linns e Gimenes; Ribeiro e Cury, D' Ambrósio e Walle, entre outros para embasar sua proposta. Ainda traz Muniz, Grando para esclarecer a importância, segundo a autora, do uso de jogos na aprendizagem.

A pesquisa é de cunho qualitativo, na qual a preocupação está na aprendizagem de um grupo de alunos. Sendo considerada como um estudo de campo, visto que a coleta de dados foi realizada no ambiente de trabalho da própria pesquisadora e com a aplicação de três jogos. Os encontros foram gravados para posterior análise, foram feitos registros utilizando o diário de campo, bem como as memórias produzidas pelos alunos durante as aulas.

O local do estudo é a escola em que a pesquisadora leciona, sendo esta da rede estadual de ensino, considerada de zona rural, pois está situada em Pinheiro Marcado, distrito da cidade de Carazinho. As turmas escolhidas foram do, 7º e 8º anos do Ensino Fundamental, com um total de quinze estudantes, com faixa etária de dez a quatorze anos, neste ano os alunos estudam a parte introdutória da Álgebra, que está voltado para o ensino das equações de 1º grau.

Os instrumentos da pesquisa, foi inicialmente, em um questionário contendo questões abertas e fechadas, para caracterização da turma e suas percepções sobre a Matemática. Os alunos também foram convidados a fazer registros das aulas, que foram utilizados posteriormente como segundo instrumento, chamados de diários de aula, pela pesquisadora, uma memória da aula, ali eles anotaram suas ideias sobre a aula e registravam o que tinha entendido. O terceiro instrumento utilizado foi de fato o produto educacional proposto por este estudo, ou seja, os jogos, nesta etapa os alunos foram separadas em grupos para desenvolver as atividades. E ainda outro, as gravações feitas dos diálogos entre os estudantes, já que durante os jogos os estudantes se tornaram mais espontâneos.

O primeiro jogo aplicado foi o jogo da memória intitulado como “Memórias da álgebra”, inicialmente eles manusearam as cartas e jogaram livremente, depois com algumas dicas jogavam novamente, a aplicação do jogo foi excelente, os estudantes interagiram entre si e também com objetos de aprendizagem, praticaram atividades fundamentais para se viver em sociedade, como partilhar e pensar coletivamente, ao final deste jogo, os alunos deveriam elaborar um cartaz descrevendo a história da álgebra. O objetivo do jogo era que os alunos entendessem sobre a história da Álgebra e isso foi evidenciado com sucesso.

O segundo foi o jogo dominó das linguagens, voltado especificamente para que os alunos compreendessem melhor as três fases da linguagem, eles poderiam utilizar a imaginação reescrevendo as peças nas fases retórica ou verbal, sincopada e simbólica, este jogo tinha como objetivo, relacionar as fases da linguagem Matemática e compreender conceitos matemáticos como, sentenças matemática e igualdade. Durante a aplicação foi percebido que a socialização entre os alunos se acentuou, também que a ajuda entre os estudantes com melhor compreensão das peças com os que tiveram dificuldades ficou mais evidente. Alguns alunos apresentaram dificuldades em compreender o que estava escrito nas peças, sendo assim percebe-se que essa dificuldade se relaciona ao fato de não compreensão do que estava escrito, bem como a dificuldades apresentadas em relação à matemática mesmo. Dessa forma, o jogo de dominó estimulou a curiosidade dos estudantes, além da autoconfiança, da autonomia e da concentração. Nesta etapa para verificação dos objetivos, a pesquisadora utilizou um questionário para analisar se os objetivos foram alcançados, que mostrou que o objetivo de relacionar as fases da linguagem Matemática foi atingido com sucesso.

O terceiro jogo foi o de Trilha das equações, tendo como objetivo: promover a socialização e integração entre os estudantes, compreender por meio do jogo “Trilha das Equações”, o que é uma equação de primeiro grau, compreender os conceitos multiplicativos e aditivos para resolução das equações. O jogo se refere a um jogo de trilha no qual os estudantes teriam que desvendar as atividades contidas nas casinhas da trilha, e onde eles parassem conforme o número que saísse no dado, aqui algumas casas contidas na trilha tinham cores diferentes o que significava a cor da carta que eles deveriam pegar e procurar resolver o desafio contido nele, outras casas eram brancas, assim os estudantes não precisavam resolver nenhuma atividade. O jogo era demorado e com atividades mais complexas, permitimos que fosse jogado mais vezes pelos estudantes, deixando mais tempo para que ocorresse uma familiarização entre os estudantes e o conteúdo. A pesquisadora percebeu algumas dificuldades durante o jogo, que foram sanadas mediante a socialização das ideias e com ajuda. Contudo, os objetivos foram alcançados.

Analisando os registros e analisando os dados coletados nesta investigação, as pesquisadoras estão a convictas de que a pergunta norteadora foi respondida com sucesso, e ainda, que o ato de jogar deve ser valorizado, já que é um instrumento de aquisição de novos conhecimentos e de aprendizado de regras para se viver em sociedade, o que contribui de forma significativa com a formação social dos estudantes.

A terceira dissertação tem como título: *Sala de aula invertida: ensinagem dos sistemas de equações polinomiais do 1º grau no oitavo ano do Ensino Fundamental,* tem como autora Joelma Kominkiewicz Scolaro, a pesquisa se dará por meio de tecnologias digitais e de metodologias ativas, especificamente, a sala de aula invertida, para embasar seu estudo ela traz os documentos oficiais particularmente a BNCC. Fazendo o seguinte questionamento questiona-se: como a utilização da sala de aula invertida, em consonância com as TIDCs, pode contribuir com o processo de ensinagem dos Sistemas de Equações Polinomiais do 1º grau no oitavo ano do Ensino Fundamental? Para isso, o estudo tem como objetivo geral investigar as potencialidades da sala de aula invertida associada ao uso de TDIC no processo de ensinagem dos sistemas de equações polinomiais do 1º grau com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. E como objetivos específicos: oportunizar condições para a participação ativa dos educandos no processo de aplicação da sequência de atividades; organizar a sequência de atividades que permita ao aluno elaborar e resolver situações problemas, fazendo generalizações da linguagem escrita para a linguagem algébrica; estruturar a sequência de atividades que possibilite ao aluno reconhecer um sistema de equações no plano cartesiano e saber classificar as retas em SPD, SPI e SI, por meio do software GeoGebra; utilizar-se de diferentes estratégias de desenvolvimento matemáticos, através da capacidade de interpretar, comparar, analisar, levantar hipóteses e avaliar; fazer uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação durante os três momentos da sala de aula invertida. Como referencial teórico, para suportar o contexto da presente pesquisa, buscou-se em Anastasiou e Alves (2015) o termo Ensinagem, que estes autores definiram como uma prática social complexa efetivada entre os sujeitos professor e aluno, englobando tanto a ação de ensinar quanto a de apreender, decorrente de ações efetivadas na sala de aula e fora dela. Traz também o que são as metodologias ativas, tais como, o ensino híbrido (que combina aulas presenciais e a distância), sala de aula invertida (onde cabe ao aluno realizar o estudo prévio dos conteúdos disponibilizados e preparar-se para os encontros presenciais, nos quais devem ocorrer atividades de discussão, análise e síntese, aplicação, elaboração própria, sempre direcionados por problematização). A pesquisadora discorre, sobre seu tema de estudo, os sistemas de equações polinomiais de 1º grau, onde traz os PCNs e a BNCC que destacam a importância desse estudo nos anos escolares, além de traçar uma linha do tempo de autores e matemáticos que se referem a álgebra, assim como outros estudos já realizados sobre este tema.

Com a problemática da presente pesquisa, a mesma está caracterizada como qualitativa, de natureza aplicada. Em relação aos procedimentos técnicos, ela está relacionada à pesquisa participante. Para a análise dos dados foi efetuada, conforme os itens da BNCC relacionados a equações polinomiais do 1º grau, são eles: (EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. (EF08MA07); Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano; (EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso. A intenção da pesquisa foi a partir destes instrumentos citados, no sentido de identificar indícios de aprendizagem, que ocorreram a partir do produto educacional.

A pesquisa foi aplicada com uma turma de alunos do 8º ano de uma escola privada no município de Campos Novos/SC.

O produto educacional consiste numa Sequência de Atividades tendo como base do estudo a metodologia ativa de aprendizagem, por meio da sala de aula invertida, com a finalidade de contribuir para o desempenho dos estudantes na disciplina de Matemática na interpretação e resolução dos sistemas de equações polinomiais do 1º grau por meio de situações-problemas. Os estudantes foram instigados a trabalhar em três momentos: pré-aula, aula presencial e pós aula, que são características do modelo de sala de aula invertida: (i) o momento pré-aula ocorreu antes da aula, no qual os alunos foram desafiados a estudar, pesquisar, ler, assistir vídeos, ou seja, explorar e aprofundar os conteúdos; (ii) o momento presencial, onde a aprendizagem ocorreu em grupos e os alunos instigados a desenvolver atividades buscando soluções adequadas e fazendo uso das TDICs, visando uma aprendizagem centrada no aluno, tornando-os mais participativos, atuantes e críticos; (iii) no momento pós-aula, quando os alunos retomaram os conteúdos na forma de testes e em casa, revendo os erros e acertos. A sequência de atividades iniciou, introduzindo os conceitos de equações aos alunos por meio de situações-problema, simulações computacionais, demonstrações, vídeos, problemas do cotidiano ou veiculados pela mídia, mas sempre de modo acessível por 38 meio do *Google Sala de Aula* ou *Portal Edebê*. O Edebê é um portal que armazena livros digitais da Rede Salesiana de Escolas, onde se postam as aulas, as notas e a frequência dos alunos da escola lócus da pesquisa, e onde os pais também têm acesso. Além disso, autorizou através da uma declaração da própria autora Joelma Kominkiewicz Scolaro a utilizar o livro de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental II, de autoria de Solange Aparecida Sanfelice e Maria Aparecida Saad, como subsídio para sua dissertação de Mestrado. Os alunos realizaram as atividades em grupo, onde cada grupo utilizou diferentes estratégias, fazendo uso da criatividade e do raciocínio lógico, estimulados pela busca de respostas ao invés da memorização de respostas prontas no contexto da matéria de ensino. Também foi feito uso da plataforma *Kahoot* para a elaboração de questionários e debates em sala dos conhecimentos adquiridos por meio de pesquisas e dos materiais disponibilizados previamente para estudo em casa ou extraclasse. Com a metodologia ativa da sala de aula invertida, foi necessário disponibilizar aos alunos vídeos e podcasts com tutoriais de resolução dos sistemas de equações, sendo dois métodos algébricos e um método geométrico, o qual é também denominado de método gráfico, os grupos trabalharam com tabelas e com plano cartesiano com representação gráfica linear, na malha quadriculada, interpretando os dados e a solução do sistema. Após compreensão da solução gráfica foi trabalhado com os sistemas de equações, sem solução, com uma única solução ou com infinitas soluções, fazendo uso do recurso tecnológico *GeoGebra.*

Sendo assim, a avaliação desta sequência de atividades foi realizada ao longo do processo de aplicação, buscando evidenciar a aprendizagem, além de utilizar o diário de bordo como ferramenta.

Para os resultados, foram utilizadas as três habilidades elencadas da BNCC, e analisadas individualmente. A primeira se refere a: “Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações”, foi possível perceber que houve nos alunos a ocorrência de indícios de aprendizagem quanto aos conceitos e a representação algébrica, juntamente com as propriedades das operações. A segunda é sobre: “Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano”, foi constatado que houve a assimilação do conteúdo prévio sobre a localização do ponto no plano cartesiano e a relação com a equação do 1º grau com duas incógnitas e sua representação gráfica. A terceira teve como propósito, “Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso”, nas atividades propostas a pesquisadora observou que os grupos resolveram os sistemas de equações por meio do plano cartesiano, fazendo a interpretação da solução a partir do próprio gráfico.

Outra análise realizada foi a habilidade específica da BNCC, “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”, a pesquisa usou softwares e aplicativos, como kahoot, que vem ao encontro dessa habilidade, assim como a metodologia escolhida. Durante a aplicação da sequência de atividades também foi trabalhado com questionários do formulário do Google como forma de avaliar os conhecimentos adquiridos na pré-aula.

Para conclusão dos encontros da sequência de atividades, cada grupo escolheu alguns recursos tecnológicos para a apresentação final, todos os grupos participaram e surpreenderam com as apresentações, como *podcast*, apresentação no *Prezi* e slides do *PowerPoint*, e para finalizar responderam individualmente um questionário do formulário do Google, avaliando a aplicação da sequência de atividades.

Assim, foi possível verificar por meio da análise dos resultados de dados obtidos por meio do questionário do formulário do *Google* e da construção do portfólio, que as atividades foram produzidas pelos grupos com êxito, mesmo com certas dificuldades, porém aos poucos foram compreendendo a metodologia de trabalho e também a temática proposta naquela sequência de atividades. Os resultados coletados do formulário do *Google* trouxeram uma postura confiante, tanto em relação à metodologia de trabalho quanto ao uso das TDICs e os pontos positivos e negativos da sala de aula invertida. Nas apresentações dos resultados da pesquisa há a existência de indícios do processo de ensinagem.

Após a leitura dos artigos e dissertações foi possível perceber, que TAS, bem como a UEPS, são metodologias utilizadas e que alcançaram êxito nas suas aplicações. Através de situações do cotidiano do aluno, demonstrou que a Matemática está em todo o lugar, não sendo, portanto, algo distante ou sem sentido, necessita apenas ser bem explorado por alunos e professores no contexto de sala de aula. É muito importante que o aluno se sinta parte do processo de ensino aprendizagem, que possa explorar e encontrar as próprias respostas para as situações propostas. A construção de mapas conceituais, fez com que os alunos pudessem analisar entre eles, o que entenderam sobre o tema e melhorar os seus, tudo de forma colaborativa e dinâmica e ainda que o professor pudesse observar lacunas a serem preenchidas. Essas metodologias empregadas nas pesquisas tornou a sequência ainda mais rica e produtiva, fazendo com que os resultados fossem muito importantes, onde foi possível verificar indícios de aprendizagem significativa.

Analisando as dissertações relacionadas acima é possível perceber que todas elas possuem indícios de aprendizagem, algumas exploraram UEPS, outras construíram sua própria sequência. Lendo mais profundamente, foi possível perceber que havia carências, que se tornam a intenção deste trabalho: explorar os conceitos para que o aluno possa entender o que é uma equação do 1° grau, que ela tem uma origem, uma evolução natural, que é necessário para que o conceito de igualdade seja entendido de forma clara para, então, conseguir resolver uma equação do 1° grau, usando os princípios. Essas percepções também são mencionadas nos documentos oficiais, como já descrito anteriormente.

O estudo e a leitura dos artigos relacionados à área de conhecimento da Matemática, foram muito importantes para a construção da sequência didática proposta. A leitura dos trabalhos proporcionou a percepção de que estratégias são mais eficazes para o desenvolvimento de uma metodologia que proporcione aprendizagem significativa, o uso de jogos e softwares. Nesse sentido, no próximo capítulo apresenta-se a UPES elaborada para o ensino de equações do 1º grau, uma vez que a literatura demonstrou que era necessário ir além, explorar os conceitos que são essenciais para a aprendizagem sobre o tema.

4 A PROPOSTA DE UEPS PARA O ESTUDO DE EQUAÇÃO DO 1° GRAU

Este capítulo tem por objetivo apresentar a UEPS elaborada para o estudo e sua aplicação no contexto escolar. Para descrever os aspectos associados à estruturação e implementação da UEPS, esta seção está estruturada em partes. Apresenta-se, inicialmente, uma retomada dos princípios norteadores que embasaram a elaboração da Unidade de ensino. Na sequência, descreve-se o local de implementação e as características dos sujeitos envolvidos no estudo. Na continuidade, descreve-se cada encontro proposto. Ao término do capítulo, apresenta-se o produto educacional elaborado a partir deste trabalho.

4.1 Construção da UEPS

A estruturação da UEPS foi baseada nas referências descritas no capítulo anterior. Dessa forma, além de buscar promover a aprendizagem significativa, a sequência elaborada agregou diversos recursos estratégicos, partindo de situações-problema que permitem contextualizar e investigar a aprendizagem discente na busca por soluções.

Nessa perspectiva, as situações-problema de nível introdutório tiveram como objetivo identificar os conhecimentos prévios dos alunos acerca da Álgebra, constituindo o ponto de partida para a estruturação dos próximos encontros. Já as situações-problema de níveis mais complexos tiveram como objetivo instigar os alunos a realizar atividades que exigem cognitivamente uma estrutura mais aprofundada de conhecimento e abordaram os seguintes tópicos: expressão algébrica e valor numérico, termos algébricos, sentenças matemáticas, equação.

4.2 Local de implementação e sujeitos envolvidos

O local de implementação dessa sequência didática foi em uma instituição pública de Educação Básica da rede estadual, localizada em um bairro do município de Passo Fundo/RS. A escola oferece desde o primeiro até o nono ano do Ensino Fundamental. Atualmente, a escola atende a cerca de 340 estudantes em dois turnos. Em termos de estrutura física, possui laboratórios de matemática, linguagens, ciências humanas e ciências naturais, além de biblioteca, equipamentos de projeção e rede *wi-fi*.

A missão da escola, conforme o Projeto Político Pedagógico (PPP), é assegurar um ensino de qualidade, garantindo o acesso e a permanência dos alunos, formando cidadãos críticos, éticos e cientes de suas responsabilidades no contexto atual. Portanto, os valores incluem responsabilidade, excelência, respeito, solidariedade e ética.

A turma selecionada para implementação da UEPS elaborada foi a do sétimo ano do Ensino Fundamental, constituída por 19 alunos, sendo 13 do sexo feminino e 6 do masculino. A faixa etária varia de 12 a 13 anos. Dentre as características da turma, destaca-se o interesse em aprender, postura questionadora e o engajamento nas atividades propostas, tanto individuais, quanto em grupos.

A escolha da turma para a aplicação da sequência didática decorre inicialmente da escolha do tema “Álgebra” como objeto de estudo, mas também pelo fato de a pesquisadora ser a professora titular desses estudantes. O componente curricular de Matemática no sétimo ano do Ensino Fundamental, no ano de 2022, foi estruturado em sete períodos semanais.

Na sequência, apresentam-se o cronograma de implementação da UEPS e a descrição dos encontros.

4.3 Os encontros

A seguir, no Quadro 4, apresenta-se o cronograma de implementação da UEPS. A aplicação ocorreu nos meses de outubro, novembro e dezembro de 2022.

Quadro 5 - Cronograma implementação da UEPS

<table>
<tr><th>Encontro</th><th>Períodos</th><th>Data</th><th>Atividades/Ações</th><th>Etapa da UEPS</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2p</td><td>25/10/2022</td><td>Avaliação Diagnóstica</td><td>Definir o tópico específico a ser abordado</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4p</td><td>27/10/2022</td><td>Filme: O Jogo da Imitação</td><td>Criar/propor situações que levem o aluno a externalizar seu conhecimento prévio</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2p</td><td>01/11/2022</td><td>Conceitos iniciais: sequência</td><td>Propor situações-problema em nível bem introdutório</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3p</td><td>03/11/2022</td><td>Conceitos iniciais: expressão algébrica</td><td rowspan="3">Apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, começando com aspectos mais gerais</td></tr>
<tr><td>5</td><td>2p</td><td>04/11/2022</td><td>Conceitos iniciais: situações-problema envolvendo expressões algébricas</td></tr>
<tr><td>6</td><td>2p</td><td>08/11/2022</td><td>Conceitos iniciais: valor numérico de uma expressão algébrica</td></tr>
</table>

7	3p	10/11/2022	Conceitos iniciais: na expressão algébrica distinguir: termo algébrico, coeficiente e parte literal, simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes	
8	2p	11/11/2022	Conceitos iniciais: simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes	
9	3p	17/11/2022	Sentença matemática e construção do conceito de equação a partir da ideia de igualdade usando a balança de dois pratos.	Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes, em nova apresentação, porém em nível mais alto de complexidade em relação a primeira apresentação
10	2p	18/11/2022	Resolução de atividades usando o conceito de equação a partir da ideia de igualdade usando a balança de dois pratos, de forma intuitiva. Conceito equação.	
11	2p	22/11/2022	Conceito de raiz de uma equação	
12	2p	23/11/2022	Conjunto universo e solução de uma equação	
13	1p	24/11/2022	Determinar o valor desconhecido em uma equação utilizando os princípios aditivo e multiplicativo	
14	2p	25/11/2022	Resolução de equações usando os princípios aditivo e multiplicativo	
15	2p	30/11/2022	Equacionando situações - problemas e determinando a incógnita em uma equação	
16	2p	01/12/2022	Atividade em grupos para resolução de situações envolvendo equação	Concluindo a unidade, retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, como um exame final da unidade
17	3p	02/12/2022		
18	2p	06/12/2022	Avaliação Individual	A avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação. Avaliação individual
19	2p	15/12/2022	Jogo ‘Caça ao tesouro’	
20				Avaliação da UEPS

Fonte: Elaborada pela autora, 2022.

Cabe salientar que os encontros foram realizados dentro do cronograma letivo da instituição de ensino, sendo que os conceitos abordados estão previstos no plano de trabalho da professora. Vale ainda destacar que durante os encontros ocorreram situações peculiares do cotidiano escolar, tais como interrupção da aula para transmissão de recados para os estudantes, retirada de alunos para atividades extraclasse, os jogos da Copa do Mundo e outras atividades relativas ao calendário da escola.

4.3.1 Encontro 1: Ponto de partida

As atividades para a implementação da UEPS tiveram início com a apresentação aos alunos da proposta de trabalho. Nesse momento, enfatizou-se a importância da assinatura do termo de consentimento pelos pais dos alunos para que eles pudessem participar da pesquisa, bem como explicar aos responsáveis do que se tratava a pesquisa (APÊNDICE A) e a autorização da escola para aplicação (APÊNDICE B). Nessa aula, a professora/pesquisadora explicou aos alunos a metodologia, os objetivos e as formas de avaliação que envolviam a sequência didática a ser aplicada. Em relação ao termo de consentimento, a professora fez a leitura do documento e deixou claro que a identidade dos alunos não seria revelada.

Ainda nesse encontro, foi aplicada a avaliação diagnóstica (APÊNDICE C) com o objetivo de verificar os conceitos subsunçores dos estudantes em relação à álgebra. A avaliação diagnóstica foi construída buscando identificar tais conceitos subsunçores, descritos por Ausubel (1968), em situações-problema. Esse foi o primeiro passo na implementação da sequência, envolvendo conhecimentos de álgebra considerados condizentes com a etapa de ensino frequentado pelos alunos. Eles responderam à avaliação, sem a ajuda da professora e, após a devolução, nos últimos 20 minutos, foi feita a leitura de cada questão e aberto o debate para que pudessem expressar suas respostas também de forma oral. As respostas dadas pelos estudantes foram registradas no diário de bordo da professora/pesquisadora.

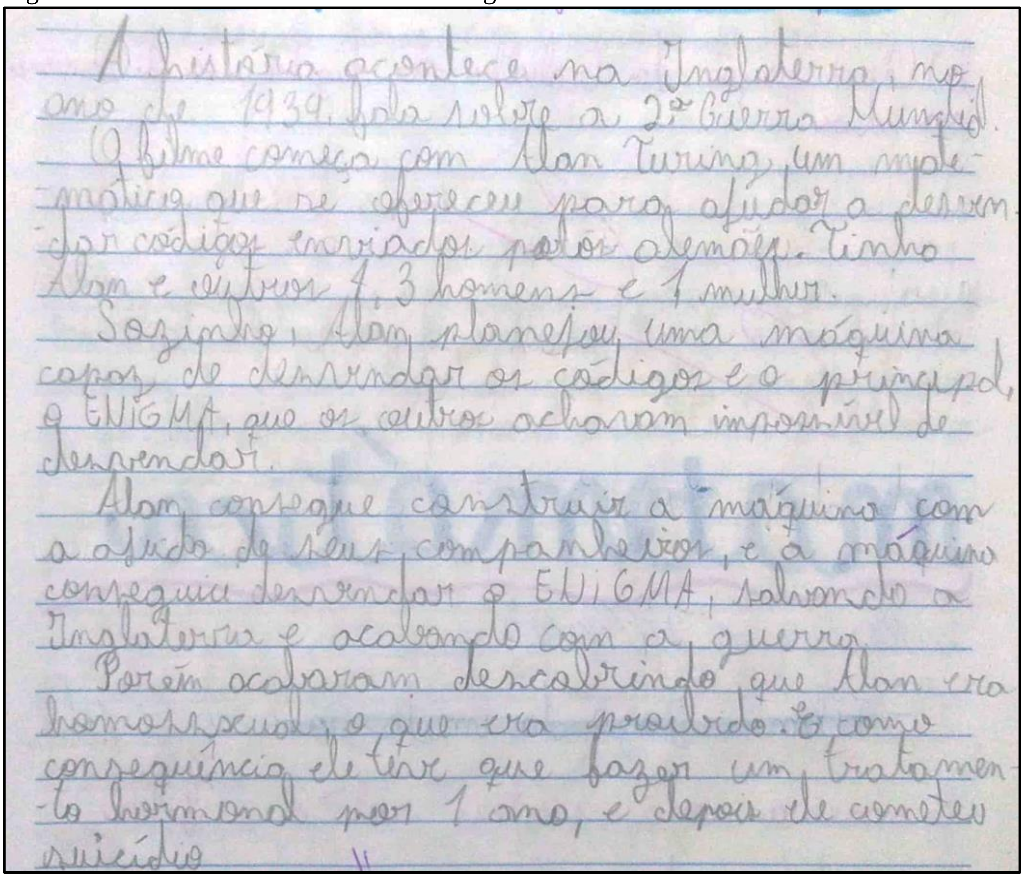
4.3.2 Encontro 2: Situação inicial – organizador prévio

O encontro foi divido em dois momentos. No primeiro, nos três primeiros períodos, foi apresentado à turma o filme "*O jogo da imitação*" (2014), que mostra o uso da álgebra, mais precisamente criptografia, como fator determinante para tomada de decisões, para decifrar códigos durante a 2ª Guerra Mundial. É importante destacar que esse filme é baseado na realidade. A exibição do filme teve como objetivo servir como elo entre os conceitos que seriam abordados na UEPS e os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva dos participantes.

Dessa forma, ao final da exibição do filme, a professora/pesquisadora instigou os alunos a comentar sobre o que haviam entendido e a relação com o que conheciam.

No segundo momento (após o intervalo), para que todos pudessem registrar suas percepções, a professora/pesquisadora solicitou que os alunos escrevessem um resumo sobre o que assistiram. No quadro, foram colocados alguns itens – onde acontece, em que ano, qual o contexto do filme, quais os personagens e sua importância na história, qual o tema ou assunto do filme, o que eles constroem e qual a importância disso – para ajudar os estudantes na construção do resumo. Na figura 01, apresenta-se trecho do resumo escrito por uma estudante participante da UEPS.

Figura 1 - Trecho do resumo elaborado no segundo encontro



A história acontece na Inglaterra, no ano de 1939, pela rolava a 2ª Guerra Mundial.
O filme começa com Alan Turing, um matemático que se ofereceu para ajudar a desvendar códigos enviados pelos alemães. Tinha Alan e outros 4, 3 homens e 1 mulher.
Sozinho, Alan planejou uma máquina capaz de desvendar os códigos e o principal, o ENIGMA, que os outros acharam impossível de desvendar.
Alan consegue construir a máquina com a ajuda de seus companheiros, e a máquina conseguiu desvendar o ENIGMA, salvando a Inglaterra e acabando com a guerra.
Porém acabaram descobrindo que Alan era homossexual, o que era proibido. E como consequência ele teve que fazer um tratamento hormonal por 1 ano, e depois ele cometeu suicídio

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ressalta-se que a atividade de elaborar resumo também visou estabelecer uma conexão entre os conceitos subsunçores contidos na estrutura cognitiva dos participantes e os assuntos que seriam abordados na UEPS.

4.3.3 Encontro 3: Situação problema 1 – nível introdutório

Visando ampliar os conceitos e aprofundá-los para o tema de estudo, esse encontro também foi dividido em dois momentos. No primeiro, visando retomar a aula anterior, a professora/pesquisadora retomou o filme, e os alunos foram questionados sobre a sua aplicação no cotidiano, já que era a primeira vez que eles ouviam falar do termo. A professora precisou retroceder e perguntar sobre códigos no geral. Ao responder, os alunos falaram em códigos de barras, que quando lidos em uma máquina específica se transformam no valor do produto e no nome cadastrado pela loja, e também na comunicação entre os computadores que é 0 ou 1. A professora, então, explicou que se chama código binário.

Após, foi solicitado que eles utilizassem seus aparelhos de celular e iniciassem uma conversa no *WhatsApp*, e que lessem a mensagem no início da conversa, assim eles perceberam que a criptografia é utilizada para proteger as conversas. Partindo da fala dos alunos, a professora apresentou algumas situações em que o uso da criptografia é indispensável, como para a segurança de dados sigilosos no computador, na internet, *backups* e comunicações realizadas pela internet (envio/recebimento de e-mails). Explicou, também, que somente quem tem a "chave" pode acessar as informações.

Nesse debate/nessa conversa, a professora conseguiu perceber que os alunos relacionaram o tema a ser estudado, bem como os códigos desconhecidos, verificando que já faziam parte do seu cotidiano, o que pôde contribuir para a aprendizagem significativa, visto que pela teoria da assimilação de Ausubel, se o aluno relacionar uma ideia a um conceito subsunçor, a assimilação ou ancoragem pode facilitar a retenção. Com esse momento, foi possível evocar os organizadores prévios, para então, em um segundo momento, propor situações envolvendo criptografia, preparando o terreno para a introdução do conhecimento, conforme o passo 3 da UEPS.

Em seguida, no segundo momento, os alunos, divididos em dois grupos, foram convidados a decifrar alguns códigos envolvendo criptografia, construídos pela professora, conforme as imagens a seguir e também descritas no APÊNDICE D. Foram entregues atividades criptografadas para que eles decifrassem e respondessem às questões. Cada equipe recebia uma questão diferente para que não houvesse troca entre as equipes, e os alunos realmente a decifrassem. A professora entregou um código por vez, os quais estão descritos no quadro 5, e na figura 02, no qual é possível verificar os materiais recebidos e os alunos decifrando os códigos com suas equipes. Para decifrar a mensagem, os alunos tinham uma folha com a criptografia, para poder traduzir e o código na linguagem usual, e depois deveriam responder à questão que envolvia o conteúdo de sequência.

Quadro 6 - Códigos para os alunos decifrarem

2 002106752 2 003155 902 12 42957, 90071452 70 45735270 6120570?
rq, rqq, rqq, rqqq, …

50315697 7 42957 92 002106752 61205572 2123 7 4573527 612057?
-y, -r, r, y, w,...

9292 2 002106752 2 003155 21250 70 45735270 75677 6120570?
j, k, rt, rg, tq,…

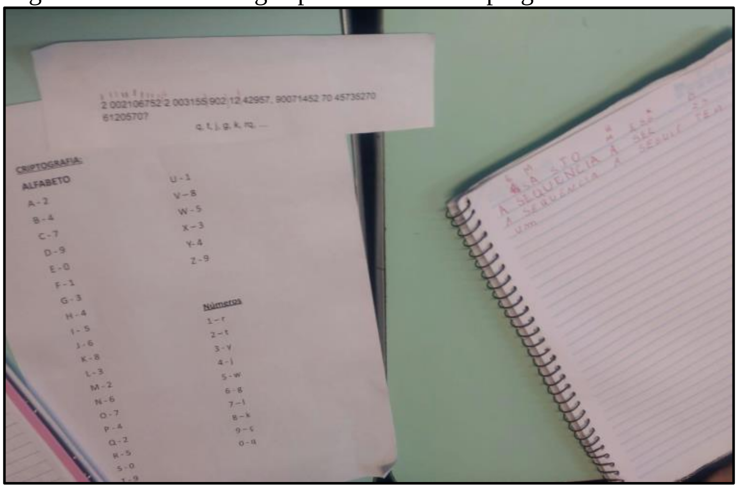
50315697 7 42957 92 002106752 61205572 2123 7 4573527 612057?
l, rt, rl, tt, ….

2 002106752 2 003155 902 12 42957, 90071452 70 45735270 6120570?
y, g, ç, rt, rw,

9292 2 002106752 2 003155 21250 70 45735270 75677 6120570?
r, w, ç, ry, ...

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

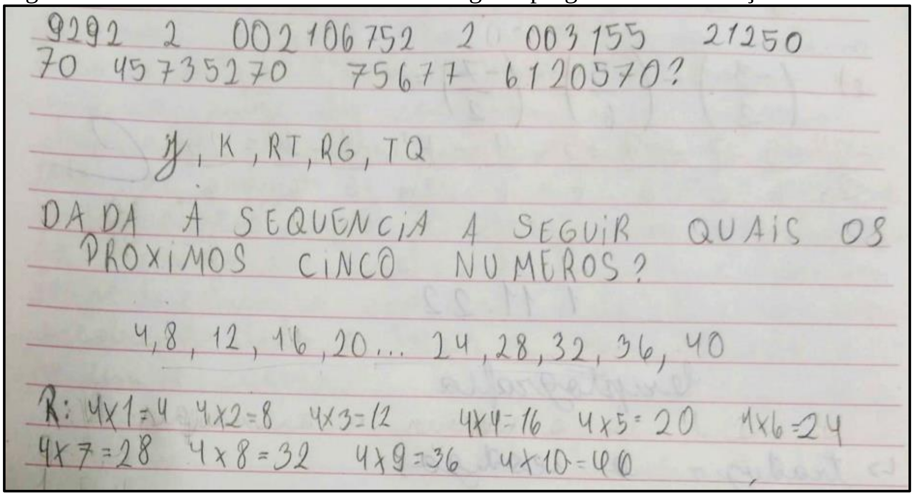
Figura 2 - Um dos códigos para decifrar a criptografia



Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Para a descrição, a pesquisadora diferenciou os grupos em equipe 1 e equipe 2. A equipe 1 pensou inicialmente em uma estratégia para começar a decodificação e perceberam que os números tinham mais de uma possibilidade de letra. Então, após ver quais letras o número significava, pensavam em possíveis palavras que fizessem sentido no contexto da frase e assim decifrar a criptografia facilmente. Após decifrar, eles tinham que responder à questão, o que conseguiram com facilidade. Na figura 03, é possível verificar o código e sua tradução.

Figura 3 - Caderno de um aluno com o código criptografado e a tradução



Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

A equipe 2 não encontrou uma estratégia, portanto demoraram os três períodos – tempo designado para a atividade – para decifrar uma das atividades e não conseguiram entendê-la para responder à questão. Os alunos concluíram a aula registrando as sequências decifradas nos seus cadernos, e a professora deixou a seguinte indagação: Como é possível descobrir o décimo termo da sequência, sem precisar escrever os primeiro nove termos?

Essa atividade foi proposta na sequência da UEPS, com o objetivo de introduzir o conhecimento, sem ainda nomeá-lo, de forma colaborativa e visando que os alunos tivessem suas próprias percepções iniciais, sem a influência da professora. Foi preciso desenvolver estratégias no grupo que levassem ao seu objetivo: decifrar e resolver os códigos/situações-problema em questão. Dessa forma, os alunos se sentiram desafiados a desenvolver e a aprimorar suas habilidades em grupo, podendo relacionar com o que foi debatido anteriormente e modificar suas percepções iniciais sobre o tema a ser estudado.

4.3.4 Encontro 4, 5, 6, 7 e 8: Situação problema 2 – nível mais complexo

No encontro quatro, buscando aprofundar e aumentar o nível de complexidade do conhecimento em questão, serão apresentadas aos alunos situações para que escrevam as expressões algébricas. Para isso, foi retomada a última aula sobre as sequências que foram construídas. Desse modo, a professora, junto com os alunos, fez a construção da generalização da sequência, retomando a pergunta da última aula: "Como é possível descobrir o décimo termo da sequência, sem precisar escrever os primeiros nove termos?". Os alunos responderam que na primeira situação seria potência de 10, o "n" é termo geral da sequência e também corresponde ao número na sequência, por exemplo, 10^1 é igual a 10, e é o primeiro número da sequência. Na segunda, seria sempre 4n, sendo "n" o número correspondente a cada termo, e no terceiro 3n. Assim, a professora esclareceu que essas sequências, quando escrevemos a generalização, são o que chamamos na Matemática de expressões algébricas – quando substituída para descobrir os termos temos o valor numérico – determinando também o conceito de variável, passando no quadro para que os alunos copiassem. Após, a professora passou no quadro algumas atividades, conforme quadro 6, para que escrevessem as expressões algébricas, traduzindo da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática, e então fez a correção.

Quadro 7 - Atividades sobre expressão algébrica

Atividades sobre expressão algébrica **1)** Escolha uma letra para representar um número e traduza para a linguagem simbólica da Matemática cada expressão relativa a esse número. a) O triplo desse número mais dez. b) Esse número menos quatro. c) O quádruplo desse número. d) A terça parte desse número. e) Três quartos desse número.

Fonte: Bianchini, 2015.

Nessa etapa da sequência, explorando os conceitos iniciais e começando com aspectos mais gerais, buscou-se dar uma visão geral do tema, visto que foi o momento em que os alunos tiveram que atribuir uma letra a algo desconhecido.

No encontro cinco, a professora iniciou perguntando o que é uma expressão algébrica. Os alunos responderam que é a letra, depois valor numérico, que eles responderam que é o valor da expressão algébrica. Também à pergunta sobre como é chamada a letra na expressão algébrica, eles responderam que era a variável. Nesse momento, a professora propôs uma atividade colaborativa, com mais algumas questões, para que pudessem traduzir uma expressão algébrica da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática, conforme quadro 7 abaixo, com o objetivo de que conseguissem interpretar e traduzir com clareza. Alguns alunos ficaram em dúvida sobre o enunciado da questão ou não leram com calma. A professora foi sanando as dificuldades e eles foram respondendo. Depois, a correção foi feita no quadro de forma a apresentar e discutir as possibilidades de resposta, já que os alunos poderiam escolher a letra para expressar a expressão algébrica, portanto foram lendo suas respostas, e os colegas verificando se estava correta. A professora anotou algumas respostas possíveis no quadro.

Quadro 8 - Atividades sobre expressão algébrica

Atividades sobre expressão algébrica

1) Sendo a e b dois números racionais, represente na linguagem simbólica da Matemática:
a) a soma desses números;
b) a diferença entre esses números;
c) o dobro de a menos o triplo de b;
d) o produto desses números.

2) Nas expressões a seguir, a letra x representa um número. Identifique cada expressão escrita na linguagem comum com a expressão algébrica correspondente, escrevendo o número romano e a letra que estão associados a elas.

I. O dobro do quadrado de *x*.	a) $2x - 3$
II. O quadrado do dobro de *x*.	b) $x^2 + 3^2$
III. A diferença entre o dobro de *x* e 3.	c) $(2x)^2$
IV. O dobro da diferença entre *x* e 3.	d) $(x + 3)^2$
V. A divisão da soma de *x* com 3 por 2.	e) $2x^2$
VI. A soma dos quadrados dos números *x* e 3.	f) $\frac{x+3}{2}$
VII. O quadrado da soma dos números *x* e 3.	g) $2(x - 3)$

Fonte: Bianchini, 2015.

No sexto encontro, ainda explorando o passo 4, que abordava os conceitos iniciais da UEPS, e aprofundando os conhecimentos sobre o tema, a professora iniciou a aula perguntando qual conteúdo estavam vendo na última aula. Os alunos responderam que era expressão algébrica. A seguir, de forma expositiva, retomou o conceito de valor numérico usando um exemplo que envolvia perímetro e área para generalizar e encontrar valor numérico. Os estudantes participaram ativamente da aula. Em seguida, foram passados exercícios no quadro sobre valor numérico e após a correção (APENDICE E).

No sétimo encontro, ainda retomando e explicando os conceitos iniciais, o começo da aula foi retomando o que era valor numérico e o conceito de variável. Os alunos falaram que era a expressão numérica, e a professora esclareceu que quando a variável é substituída pelo valor dado na questão, ela se transforma em uma expressão numérica e aí sim precisamos retomar esse conceito já estudado para resolver a expressão algébrica. Assim, conseguiram diferenciar expressão numérica de expressão algébrica, já que esta última, segundo eles, tem uma letra.

Na continuidade da aula, a professora, de forma expositiva e dialogada, diferenciou na expressão algébrica, termo algébrico, coeficiente e parte literal, bem como termos semelhantes e simplificação e redução de termos semelhantes. Os estudantes registraram no caderno as informações e realizaram atividades sobre esses conceitos. Eles conseguiram resolver de forma rápida e em seguida foi realizada a correção.

No oitavo encontro, usando a diferenciação progressiva e explorando os conceitos iniciais para poder aprofundá-los e, consequentemente, elevar o nível de complexidade, a professora retomou gradativamente os conceitos de expressão algébrica e simplificação de termos. Os alunos, por meio de exemplos, foram explicando como reduziram os termos, ou seja, variável tem que ser a mesma que foi a resposta dos alunos. Após, prosseguindo, foram passadas no quadro atividades, conforme o Quadro 9, para que os alunos entendessem bem esse conceito, tirando as possíveis dúvidas de forma individual e, posteriormente, corrigindo no quadro.

Quadro 9 - Atividade sobre simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes

Atividade sobre simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes	
1) Reduza os termos semelhantes e simplifique as expressões algébricas.	
a) - 4x + 6y + 10x - 2y - x =	b) x + 7x + 10y - 3x =
c) 2x - 8y - 6y - y - 9x =................................	d) 4 (x - 1) + 3 (x + 1) =
e) -2 (2x - 4) + 5 (-2x - 10) =	

Fontes: Dados da pesquisa, 2022.

4.3.5 Encontro 9, 10, 11 e 12: Situação problema 3 – nível mais complexo

No nono encontro, em nível mais complexo, a professora/pesquisadora iniciou a aula retomando os conceitos do último encontro. Sempre de forma questionadora, indagou sobre as expressões algébricas, solicitou exemplos que foram escritos no quadro e então iniciou o conceito de sentença matemática. Tal atividade, visou promover situações para que os estudantes conseguissem diferenciar expressão algébrica de sentença matemática, conforme, diferenciando já que a expressão é uma sentença aberta, pois chamamos a letra de variável, na sentença matemática o sentido completo, portanto uma sentença fechada, podendo ser avaliada como verdadeira ou falsa.

Os alunos receberam a cópia de uma folha, conforme Quadro 10 abaixo, contendo a explicação de sentença matemática e exemplos para que pudessem avaliar junto com a professora. Assim, de forma expositiva e dialogada, a proposta é de que os alunos diferenciam os conceitos.

Quadro 10 - Sentenças matemáticas

Sentenças matemáticas

Sentença é um conjunto de palavras com sentido completo. Algumas são consideradas ditados populares. Por exemplo:

a) De poeta e de louco, todo mundo tem um pouco.
b) Mais difícil que encontrar uma agulha no palheiro é encontrar duas.
c) Quem não tem cão caçaa como gato.
d) Batatinha, quando nasce, espalha a rama pelo chão.

Quando uma sentença envolve números, ela é chamada de **sentença matemática**, Veja alguns exemplos.

a) Cinco mais três é igual a oito.
b) Dois e menor que vinte.
c) Sete é diferente de nave.
d) Doze é o dobro de seis.
e) Dez e maior ou igual a dez terços.

Podemos escrever as **sentenças matemáticas** por extenso, como vimos nos exemplos, ou na linguagem simbólica da Matemática. Observe.

a) $5+3=8$ **b)** $2<20$ **c)** $7 \# 9$ **d)** $12=2\cdot 6$ **e)** $10 \geq \frac{10}{3}$

As sentenças matemáticas podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas.
Verificamos facilmente que as sentenças são verdadeiras enquanto as sentenças
$5+7=12$ e $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3} = 1$ são verdadeiras, enquanto as sentenças $4+5<2$ e
$7-2=4$ são falsas.

A sentença $10 \geq \frac{10}{3}$ é classificada coma verdadeira, porque dez é maior ou igual a dez terços, e a conjunção **ou** liga duas afirmações:

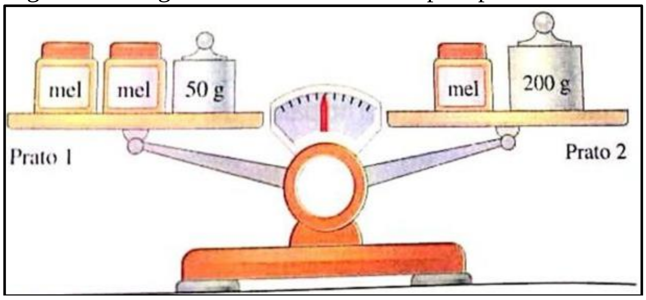
- dez é maior que dez terços (verdadeira);
- dez é igual a dez terços (falsa).

Pelo fato de **ou** ser uma conjunção alternativa, basta uma das afirmações ser verdadeira para que a sentença também o seja.

Fonte: Bianchini, 2015.

Essa atividade inicial, bem como a continuidade da aula, está de acordo com o 5º passo da UEPS, que busca retomar os conceitos e aspectos mais gerais, bem como aumentar o nível de complexidade, aprofundando também o estudo do conceito, sempre de forma progressiva. A professora colocou dois exemplos com balanças no quadro, pedindo que os alunos identificassem o peso do pote de mel, conforme imagem abaixo, e questionou: “Como podemos identificar a massa do pote de mel? Que informações podemos usar para começar a resolver? O que vocês percebem em relação aos pratos da balança?”. Os alunos então responderam que a balança estava com o mesmo “peso” nos dois pratos. A professora precisou explicar que o correto seria massa e não “peso”. Para continuar a resolução, a docente perguntou: Como seria possível começar a resolver usando essa informação? Nos pratos, o que se tinha certeza sobre a massa? Eles responderam que os pesos de 50kg e 200kg, um em cada prato, já possuía valor conhecido. Então, a professora escreveu no quadro as massas conhecidas e perguntou: “Se a massa dos pratos é a mesma, que símbolo podemos usar para representar quando escrevemos em linguagem matemática?”. Um aluno respondeu que era o sinal de igual. Após a escrita, os alunos, por tentativa e erro, encontraram a massa do pote de mel.

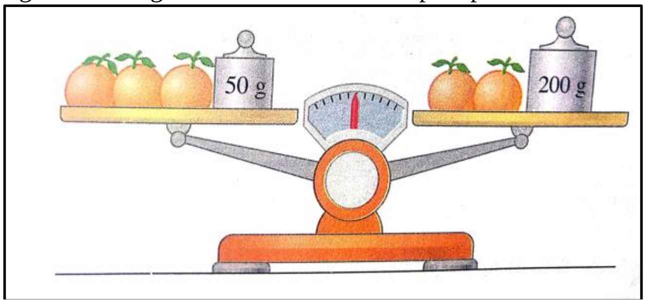
Figura 4 - Imagem similar a desenhada pela professora



Fonte: Bianchini, 2015.

Depois da explicação, possibilitou-se aos alunos diferenciar e observar semelhanças e diferenças entre os exemplos e também a revisão do início da aula. A professora, então, passou outra questão, conforme imagem abaixo, em que deveriam encontrar a massa da laranja. Usando o mesmo raciocínio e com a ajuda da professora, conseguiram encontrar rapidamente a resposta.

Figura 5 - Imagem similar a desenhada pela professora



Fonte: Bianchini, 2015.

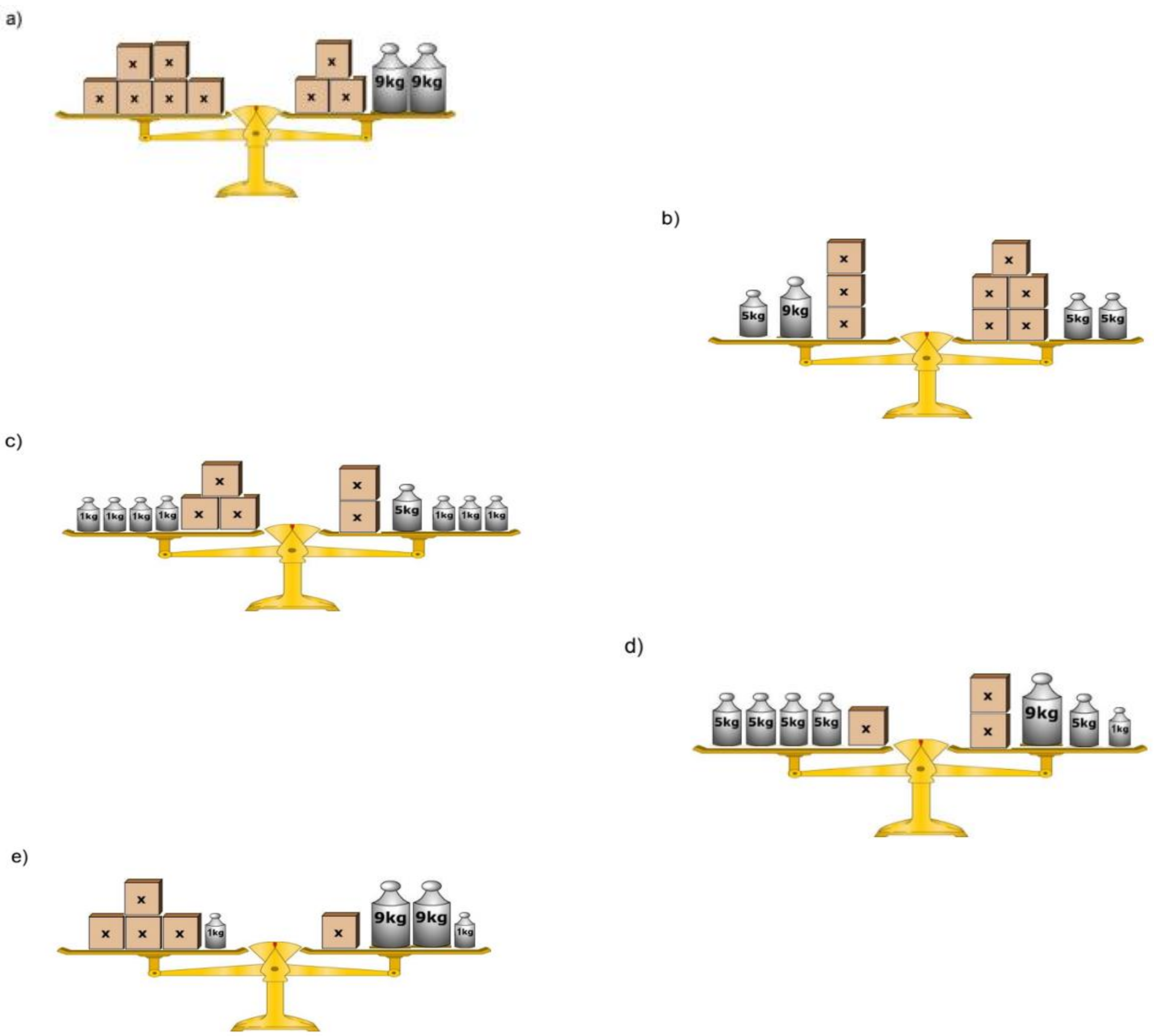
Na continuidade da aula, a professora, de forma expositiva e dialogada, escreveu no quadro o conceito de equação, diferenciando de expressão algébrica, já que na equação existe o sinal de igualdade. Os alunos fizeram o registro no caderno.

No décimo encontro, iniciou questionando o que estavam estudando na última aula, e os alunos responderam que era equação. Então, foi questionado o que diferencia expressão algébrica de equação, eles responderam que era o sinal de igual. Após a retomada dos conceitos, a professora – buscando ampliar os conceitos e diferenciá-los – entregou uma folha de atividades com balanças, conforme quadro abaixo, para que os alunos pudessem revisar e ampliar esse conceito. A orientação foi de que primeiro encontrassem a massa dos blocos, então de forma individual os alunos responderam a folha. Para escrever a equação, eles estavam com mais dificuldade, assim a docente fez a correção da massa e usando os mesmos questionamentos da aula anterior escreveu as equações no quadro correspondentes a cada balança.

Quadro 11 - Atividade envolvendo equações e a balança de dois pratos

Atividade envolvendo equações e balanças de dois pratos

1) Escreva uma equação que representa a equivalência entre os pratos das balanças a seguir. Determine o valor de “x”

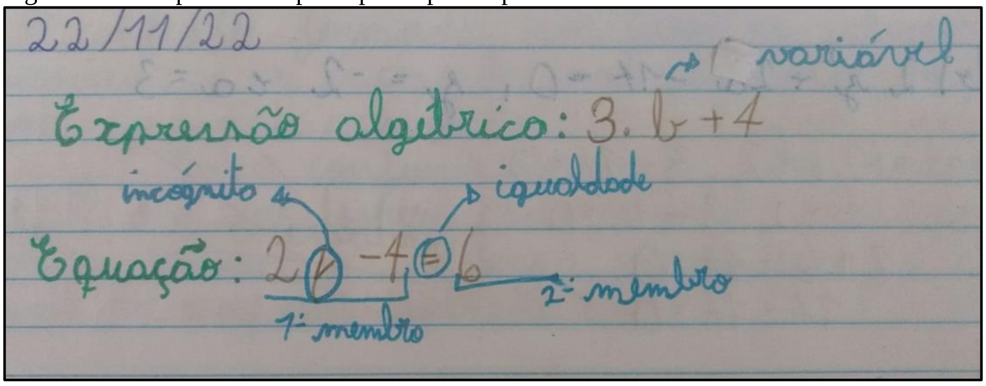


Fonte: Bianchini, 2015.

Na continuidade, a professora explicou que assim como a balança tem dois pratos, a equação tem dois membros que são separados pelo sinal de igualdade. Após, os alunos anotaram essa informação no caderno, e na sequência foi-lhes explicado que na equação temos um elemento desconhecido, e que as letras representam esse número, ao qual chamamos na equação de incógnita. Um aluno perguntou: Não mais variável? Agora é incógnita? A docente esclareceu que variável quer dizer que o valor varia ou muda de acordo com a questão, e perguntou: Lembra que na expressão algébrica, quando era solicitado que resolvesse o valor numérico na questão sempre era dado o valor para substituir? Ele respondeu que sim, e a professora continuou: Bom, agora vocês vão aprender a resolver uma equação e esse valor desconhecido é único; existe um único valor que faz com que a igualdade seja verdadeira, por isso a letra se chama incógnita. Nesse momento, os alunos anotaram o conceito de equação. Na sequência, foram passados no quadro alguns exemplos, em que tinham que identificar a incógnita. De forma expositiva e dialogada, os estudantes foram respondendo e a professora foi anotando as respostas no quadro; depois os alunos fizeram o registro no caderno. A seguir, de forma expositiva, a professora explicou o conceito de raiz ou solução de uma equação, e todos fizeram o registro no caderno (APENDICE F).

Para o décimo primeiro encontro, no início da aula, visando iniciar a reconciliação integrativa dos conceitos, foi solicitado que os alunos explicassem qual era a diferença entre expressão algébrica e equação. Pediu-se que dessem dois exemplos, um de expressão algébrica e outro de equação e, junto com a professora, diferenciam seus elementos. A figura 6 apresenta a explicação dada por um dos participantes.

Figura 6 - Exemplos dados pelos participantes para a atividade do 11º encontro



Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ainda, buscando relacionar, reorganizar e adquirir novos significados, foi feita também a retomado do conceito de raiz ou solução de uma equação, por meio da seguinte pergunta: O que é raiz ou solução de uma equação? Um aluno respondeu que é quando a sentença fica verdadeira, então solicitou um exemplo que foi anotado no quadro e de forma dialogada realizado pela professora. Após essa retomada, os alunos fizeram atividades para entender melhor o conceito, que a docente passou no quadro e também corrigiu de forma coletiva.

Para o décimo segundo encontro, ainda explorando o passo 5, a professora retomou o conceito de raiz de uma equação de forma expositiva e introduziu o conceito de conjunto universo ou conjunto solução de uma equação (APENDICE G). Como era um conceito novo, essa aula foi mais expositiva. O conceito trabalhado fecha os conceitos importantes para o próximo passo, que é concluir a UEPS, e para tanto todas as definições básicas para a resolução das equações foram exploradas. Assim, os alunos realizaram atividades sobre esse conceito e foi feita a correção coletiva.

4.3.6 Encontro 13, 14 e 15: Situação problema 4 – nível mais complexo

No décimo terceiro encontro, aumentando o nível de complexidade dos conceitos, a professora de forma expositiva explicou os conceitos de equação equivalente para introduzir os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade, sempre dando exemplos e então esclareceu que no 7º ano, ano da turma, aprendem sobre o conceito de equações do 1° grau com uma incógnita. Diferenciou, na sequência, equação de equação do 1° grau com uma incógnita, destacando que como o nome diz, a equação terá um valor desconhecido, que aprenderam a resolver, usando os princípios. A aula se encerrou com os alunos fazendo o registro das informações no caderno.

Para o décimo quarto encontro foi necessário retomar conceitos. Foi explicado o que significa resolver uma equação do 1° grau com uma incógnita e questionando: Por onde começamos a resolução? Em que membro vai ficar a incógnita? Que princípio será usado primeiro? Foi dito que definimos em que membro a incógnita deve ficar e, posteriormente, ela deverá ser isolada nesse membro, usando os princípios para anular os termos. Usando exemplos, de forma dialogada, em que os alunos precisavam traduzir da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática, antes de resolver usando os princípios aditivo e multiplicativo, sempre de forma questionadora, a professora, junto com os alunos, foi traduzindo e resolvendo os exemplos (APENDICE H), e eles registrando no caderno as informações do quadro. As atividades foram escritas no quadro, copiadas no caderno pelos alunos, que responderam na sequência. Conforme as dúvidas persistiram, de forma individual, foram explicadas pela professora. Para encerrar a aula, foi feita a correção no quadro.

No décimo quinto encontro, a professora retomou os conceitos de equação e os princípios aditivo e multiplicativo de forma oral, fazendo os seguintes questionamentos: Como chamamos o valor desconhecido na equação? Os alunos responderam incógnita, então continuou: O que diz o princípio aditivo? Um aluno respondeu que é adicionar um número nos dois membros, por isso a professora precisou retomar, dizendo que seria adicionar ou subtrair um mesmo valor nos dois membros. Da mesma forma que foi questionado sobre o princípio multiplicativo, a aluna respondeu que é quando multiplicamos ou dividimos um mesmo valor nos dois membros. Após a retomada dos conceitos e anotação do conceito de resolução de equação do 1° grau no quadro, os alunos registraram tudo no caderno. Na sequência, foi entregue uma cópia/folha, conforme quadro 8, contendo situações-problema, em que os alunos deveriam traduzir da linguagem comum para a linguagem algébrica, e resolver as equações do 1° grau.

Quadro 12 - Atividades sobre equação

Atividades sobre equação do 1º grau com uma incógnita

1) As reproduções de telas abaixo são assinadas por Elza Bernardes. Eu as comprei por R$ 1.320,00. Pela tela A, paguei o dobro do que paguei pela tela B. e pela ela C, paguei o triplo do que paguei pela tela B. Quanto paguei pela tela C?

tela A

Frutas à mesa, óleo sobre tela, 77 cm x 54 cm, 1999

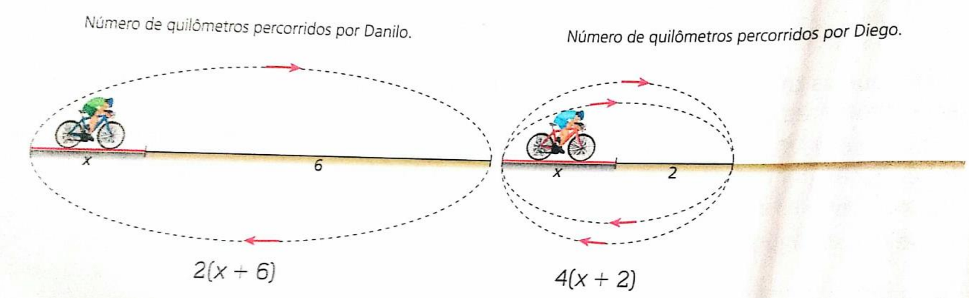
tela B

Vila dos pescadores, óleo sobre tela, 72 cm x 59 cm, 1987

tela C

Choupana no Tietê , óleo sobre tela, 60 cm x 50 cm, 1990

2) Danilo e Diego são dois ciclistas e resolveram percorrer uma estrada que tem um trecho asfaltado e outro de terra.
Danilo transpôs o trecho asfaltado e mais 6 km do trecho de terra. Depois, retornou ao ponto de partida.
Diego percorreu o trecho asfaltado e mais 2 km do de terra, depois voltou ao ponto de partida. Ele fez esse percurso duas vezes.
Quando fizeram as contas, descobriram que haviam percorrido a mesma distância. Quantos quilômetros tem o trecho asfaltado?
Vamos esquematizar a situação indicando o comprimento do trecho asfaltado por x.



Fonte: Bianchini, 2015.

Na continuidade, a professora – com o objetivo de diferenciar e revisar os conceitos, assim como concluir os conceitos explorados – observou que alguns alunos não conseguiram sozinhos. Por esse motivo, foram traduzindo todos juntos no quadro e resolvendo as equações, colando a folha no caderno e copiando as informações do quadro. A educadora questionou: Por onde começamos a resolução? Em que membro vai ficar a incógnita? Que princípio será usado primeiro? Uma aluna respondeu que a incógnita deve ficar no primeiro membro e que se deve começar pelo princípio aditivo, depois o multiplicativo, se necessário. A aula encerrou com os alunos registrando as informações no caderno.

4.3.7 Encontro 16 e 17: Reconciliação integrativa

Conforme orientado por Moreira (2011), o próximo passo da UEPS consiste na reconciliação integrativa, ou seja, a retomada dos conceitos mais relevantes da unidade de ensino estudada. Para isso, foi proposta uma atividade a ser realizada de forma colaborativa em grupos de, no máximo, quatro alunos. Nessa atividade, os alunos foram desafiados a resolver novas situações-problemas envolvendo equações do 1º grau.

No décimo sexto encontro e no décimo sétimo, os alunos responderam, em grupos, a uma folha com situações-problemas envolvendo equações do 1º grau descritas no APÊNDICE I. Nesse momento, a professora deixou que os educandos tentassem sozinhos, por isso fez somente algumas observações, por exemplo, que eles deveriam ler cada frase e ir traduzindo. Dessa forma, também conseguiriam identificar onde estava a incógnita, para depois escrever a equação. Depois dessas observações, os grupos se empenharam na resolução, pensando juntos no que tinham estudado, olhando no caderno os exemplos das aulas anteriores para conseguirem resolver as questões. A professora fez a correção em cada grupo, sanando as dúvidas de todos.

4.3.8 Encontro 18: Avaliação da aprendizagem ou Avaliação Individual

O décimo oitavo encontro foi destinado a promover um momento de avaliação da aprendizagem denominado pela pesquisadora como Avaliação Individual (APÊNDICE J). A avaliação somativa foi realizada por meio de um questionário, contendo perguntas e situações-problema pertinentes ao tema, a fim de investigar os avanços em relação aos conteúdos desenvolvidos, bem como a capacidade de transpor, para outros contextos, os conteúdos matemáticos aprendidos em aula. Os alunos foram avaliados, ainda de forma contínua, durante toda a implementação da UEPS, considerando o seu nível de interação, a participação nas atividades e o registro das tarefas realizadas em aula.

4.3.9 Encontro 19: Aplicação do Jogo "Caça ao tesouro"

A professora iniciou a aula explicando o jogo e, em seguida, separou os grupos. Os alunos participaram ativamente da atividade, distribuindo tarefas, como quem buscava ou encontrava as questões e quem as resolvia, definindo estratégias de resolução e debate no grupo sobre os conteúdos estudados. Foi possível verificar que os estudantes possuíam domínio do tema e de verificar indícios de aprendizagem significativa, já que conseguiram relacionar e aplicar em diferentes situações. A equipe que vencesse ficaria com o tesouro.

O jogo proposto, a partir de uma história que envolvia a caça a um tesouro, envolvia seguir pistas espalhadas pela escola, com a ajuda de um mapa da instituição que levava a locais determinados onde estavam escondidos pergaminhos contendo questões e dicas para o próximo esconderijo, visando encontrar o até então perdido tesouro do pirata Jack Sparrow e vencer. Ao final, o grupo vencedor encontrou o tesouro, que continha uma cesta de doces.

4.3.10 Encontro 20: Avaliação da UEPS

Este momento foi reservado para a avaliação da UEPS, cujo objetivo foi verificar os limites e as possibilidades dessa sequência didática estruturada a partir da diversidade de estratégias de ensino. Para isso, foram elencados instrumentos de análise de dados e categorias de análise, que serão descritos no próximo capítulo.

É importante ressaltar que a aprendizagem significativa é progressiva, bem como o domínio dos conceitos, por isso se procura por evidências, não por comportamentos finais.

4.4 Estrutura do produto educacional

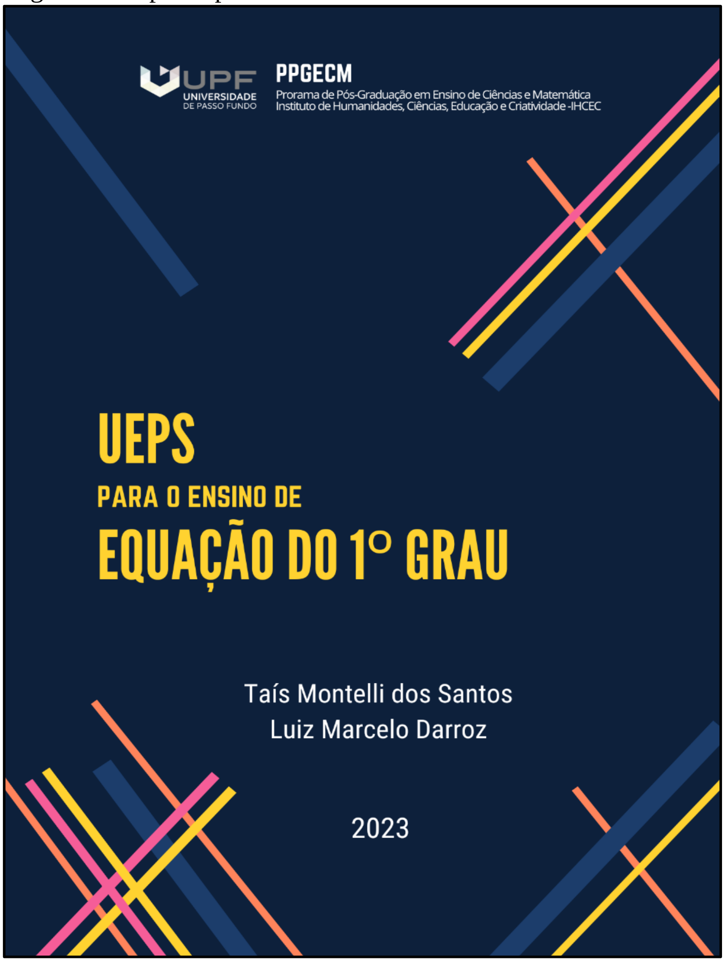
O produto educacional do estudo foi desenvolvido na forma de material de apoio para professores da Educação Básica, especificamente para o Ensino Fundamental e refere-se à sequência didática desenvolvida para o estudo de equação do 1° grau com uma incógnita. Essa sequência, conforme descrito ao longo deste trabalho, foi estruturada na forma de uma UEPS, seguindo o proposto por Moreira (2011), e cujos fundamentos estão pautados nas teorias cognitivistas, particularmente na TAS.

Além disso, a UEPS foi norteada pela utilização de diferentes estratégias de ensino, tendo como base para os estudos o suporte das orientações dos PCNs e os textos e discussões de autores da área de Educação álgebra.

Esse material foi desenvolvido com o objetivo de apoiar os professores quanto aos conceitos iniciais de álgebra na Educação Básica, para que se sintam encorajados a elaborar suas práticas pedagógicas dentro de uma perspectiva que aproxime o conteúdo do cotidiano dos alunos, que leve em consideração o que eles já sabem e que sejam norteados pelo diálogo e pela discussão sobre questões presentes nas mais distintas atividades no seu dia a dia.

O material está estruturado da seguinte forma: apresentação do produto, com uma explicação sobre o que é a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) e da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). Na sequência, a descrição da UEPS, com notas aos professores e as percepções da pesquisadora sobre ela. Sua estrutura está organizada de forma a apresentar as atividades que foram desenvolvidas em cada uma das etapas da UEPS, cujo relato da aplicação está descrito na dissertação.

Figura 7 - Capa do produto educacional



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Sua estrutura está organizada de forma a apresentar as atividades que foram desenvolvidas em cada uma das etapas da UEPS, cujo relato da aplicação está descrito na dissertação.

O referido produto educacional ficará disponível on-line na página do PPGECM (https://www.upf.br/ppgecm/dissertacoes-e-teses/produtos-educacionais), e na página do site desenvolvido para divulgação da UEPS, produto educacional oriundo dessa investigação (http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/731223).

É válido ressaltar que o produto educacional apresentado neste estudo foi implementado junto a uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, cujos resultados da pesquisa desenvolvida são objeto de discussão do próximo capítulo.

5 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo, apresenta-se a descrição da metodologia da pesquisa e justificam-se as escolhas relacionadas à sequência didática elaborada e aos objetivos esperados. Assim, o capítulo está dividido em três seções: a primeira voltada à abordagem da pesquisa; a segunda, à descrição dos instrumentos de coleta de dados; e a última dedicada a esclarecer os procedimentos de análise dos dados coletados durante a implementação da proposta.

5.1 Abordagem

A pesquisa qualitativa, de acordo com Gil (2010), pode ser requerida quando não se dispõe de informação suficiente para responder ao problema. Segundo o autor, a pesquisa precisa ser desenvolvida usando cuidadosos métodos e técnicas de investigação científica. Pode ser elaborada de diferentes formas, iniciando com a formulação do problema, até a reflexão sobre os resultados obtidos (GIL, 2010, p. 1).

A investigação exige que as ações que serão desenvolvidas ao longo da aplicação do produto sejam planejadas. Nesse sentido, a construção da sequência didática estruturada na forma de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), segundo indicado por Moreira (2011), norteia o planejamento e as ações a serem desenvolvidas. Assim, a avaliação de eficácia da sequência didática dar-se-á pela análise qualitativa dos dados, uma vez que, em uma pesquisa qualitativa, as técnicas utilizadas podem variar. Para isso, serão feitas observações e anotações em diário de campo, durante a aplicação da sequência didática proposta, finalizando com avaliação somativa estruturada, de forma escrita. Sobre isso, Bogdan e Biklen (1994, p. 49) destacam que: “As técnicas qualitativas conseguem demonstrar, recorrendo a pré e pós-testes, que as mudanças se verificam. As estratégias qualitativas patentearam o modo como as expectativas se traduzem nas atividades e procedimentos e interações diárias”.

Bogdan e Biklen (1994) definem cinco características de investigação qualitativa: 1) Na investigação qualitativa, a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador, o instrumento principal; 2) A investigação qualitativa é descritiva; 3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; e, 5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Dentro desse contexto, para esses autores, os fatos não podem ser separados do seu contexto, pois "para o investigador qualitativo divorciar o acto, a palavra, o gesto do seu contexto é perder de vista o significado" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48). Por isso, também para os autores, é importante que o pesquisador esteja envolvido, frequentando os locais de estudo, conhecendo o contexto em que ocorre a investigação. Conhecer o ambiente de pesquisa mostra-se importante à medida que os dados vão sendo coletados, pois o pesquisador qualitativo tenta "analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48).

Nesse sentido, Gatti e André (2010) contribuem para a pesquisa trazendo a importância do sujeito nesse processo, suas experiências e percepções são fundamentais para que os resultados do estudo tenham êxito e possam demonstrar que a interação dos alunos com o tema a ser abordado é muito particular. Destaque que:

> É dada especial atenção ao mundo do sujeito aos significados por ele atribuídos às suas experiências cotidianas, às interações sociais que possibilitam compreender a realidade, aos conhecimentos tácitos e as práticas cotidianas que forjam as condutas dos atores sociais (GATTI; ANDRÉ, 2010, p. 30).

Desse modo, todos os sujeitos do processo são fundamentais, para a pesquisa, sua interação professor/aluno e suas percepções sobre os encontros. Dessa maneira, a investigação ainda se caracteriza por ser participante, já que a interação entre os pesquisadores e membros das situações investigadas (GIL, 2002).

5.2 Os instrumentos de coleta de dados

Com o objetivo de perceber de forma sistematizada, analisar e interpretar os dados da pesquisa, de modo a obter indícios de aprendizagem significativa no contexto de aplicação da UEPS, serão consideradas as interações e os diários das aulas, bem como a avaliação somativa. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), esse procedimento gera um confronto das informações e a consequente percepção de padrões e regularidades. A sistematização das informações de forma oral durante as aulas, descritas no diário de campo – fotografias, relatórios e projetos (artefatos) elaborados pelos alunos – permitirão a análise e a compreensão dos dados coletados.

A partir dessa compreensão, pretende-se utilizar como instrumento o diário de bordo, criando a possibilidade de espaço de anotações de forma livre e, ao mesmo tempo, criteriosa, permitindo registrar todas as reações provocadas pela proposta didática. Essas reações serão fundamentais para auxiliar na análise da proposta desenvolvida, especialmente em termos de estratégia didática.

A partir dessas características, selecionam-se os instrumentos que poderão possibilitar essa análise. Para tanto – e considerando a necessidade de avaliar a proposta a cada encontro, registrando os fatos ocorridos, as reações dos estudantes e as impressões do professor/pesquisador, como forma de identificar características didáticas – o primeiro instrumento selecionado foi o Diário de Bordo ou Diário de Aula, na perspectiva de Zabalza (2004).

Sobre o uso desse instrumento, Coppete (2014) ressalta sua importância mostrando que ele é de natureza pessoal e envolve todo tipo de registro, inclusive das impressões, dos anseios e das inquietudes pessoais. Monteiro (2007), por sua vez, chama a atenção para o fato de que o uso do diário, durante as atividades desenvolvidas em aula, aponta um conjunto de itens que precisam ser cuidadosamente registrados pelo pesquisador ou professor. Exemplificam esses registros o local onde ocorreu a atividade, a data, a hora de início e fim da aula e a descrição das ações do grupo. A partir dessa compreensão, pretende-se recorrer ao uso do diário como possibilidade de espaço de anotações de forma livre e, ao mesmo tempo, cuidadosa, permitindo registrar todas as movimentações provocadas pela proposta didática. Tal movimentação será fundamental para subsidiar a análise da proposta desenvolvida, em especial no que se refere à metodologia pedagógica.

Os outros instrumentos selecionados para coleta de dados são as respostas dos participantes às atividades didáticas propostas, principalmente em termos da avaliação diagnóstica e da avaliação individual, realizadas respectivamente nos momentos iniciais e finais da sequência didática. O intuito está em analisar a validade das atividades e verificar o progresso cognitivo dos alunos, sobretudo em termos da construção dos conceitos, aqui entendidos como indícios de aprendizagem significativa.

5.3 Procedimentos de análise

As categorias foram estabelecidas a *priori* e definidas pelo objetivo do estudo, as categorias foram extraídas a partir da leitura do material coletado. Tal análise, que permitiu obter essas categorias, está de acordo com a perspectiva da Análise de Conteúdo na concepção de Bardin (2011).

De acordo com a autora, esse tipo de análise de dados representa um conjunto de métodos apoiados em comunicações que buscam obter procedimentos sistemáticos e descrição do conteúdo das mensagens, permitindo inferências de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção dessas mensagens. Em outras palavras, esse tipo de análise permite a identificação nos registros dos elementos de características que explicitem o conteúdo, transformando dados brutos em categorias.

Ainda, destaca-se que a técnica da Análise de Conteúdo se mostra viável quando se deseja considerar apenas o texto e não suas relações com as formas como ele foi produzido. Para a análise desse material coletado, é necessária a execução de três etapas que possibilitam chegar às categorias. Para tanto, a autora infere a necessidade de realizar, primeiramente, uma pré-análise; a seguir, uma exploração do material; e, por fim, proceder com a interpretação dos dados.

A partir dessas etapas, tem-se a codificação dos dados coletados ou obtidos em unidades de registro, objetivando com isso a categorização. Para chegar às categorias, é preciso identificar – por meio de análise e observação – o que há em comum nos registros, permitindo seu agrupamento. Todavia, a autora menciona que essa categorização pode ocorrer *a priori*, com categorias indicadas a partir do objetivo do estudo amparado em seus referenciais teóricos, ou a *posteriori*, com categorias elaboradas a partir da leitura do material.

Os dados obtidos por meio dos instrumentos de coleta de dados apresentados na seção anterior serão analisados, buscando-se responder à pergunta "quais as possibilidades de uma sequência didática no formato de uma UEPS na promoção de aprendizagem significativa da equação de primeiro grau?". Assim, o objetivo do trabalho, que consiste em identificar indícios de aprendizagem significativa de equação do 1° grau com uma incógnita, em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, será avaliado de acordo com as seguintes categorias definidas *a priori* para os procedimentos de análise: subsunçores, predisposição para aprender, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, e aplicação em novos contextos.

Para encontrar as evidências citadas, serão avaliadas a compreensão, a captação de significados, bem como a capacidade de transferência do conhecimento a situações não conhecidas, não rotineiras. Ausubel (1973) afirma que a melhor maneira de evitar a simulação da aprendizagem é propor ao aprendiz uma situação nova, não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido e, para isso, tais situações devem ser propostas progressivamente, ao longo do processo de ensino. Ainda, a análise dos dados busca seguir as indicações de Moreira (2012, p. 24), que considera que:

> [...] a avaliação da aprendizagem significativa deve ser predominantemente formativa e recursiva. É necessário buscar evidências de aprendizagem significativa, ao invés de querer determinar se ocorreu ou não. É importante a recursividade, ou seja, permitir

> que o aprendiz refaça mais de uma vez, se for o caso, as tarefas de aprendizagem. É importante que ele ou ela externalize os significados que está captando, que explique, justifique, suas respostas.

Dessa forma, a categoria denominada “subsunçores” busca identificar os conhecimentos prévios presentes na estrutura cognitiva do aprendiz, servindo como base para a construção do novo conhecimento a ser ensinado. De acordo com Ausubel (1968), para que ocorra uma aprendizagem significativa é necessária a interação cognitiva entre esses conhecimentos prévios e a nova informação. Os conhecimentos prévios servem de ‘ancoradouro’ para novas informações, porém não é qualquer conhecimento prévio que pode viabilizar essa ‘ancoragem’. Em outras palavras, os conhecimentos prévios identificados devem ser relevantes para o aprendiz e possuir relação com o novo conhecimento. Esses conhecimentos são denominados subsunçores, pois servem de ancoradouro cognitivo para a nova aprendizagem, que se tornam novos subsunçores. Dessa forma, o objetivo da categoria é identificar esses conceitos subsunçores presentes na estrutura cognitiva dos alunos com base nas discussões relatadas no diário de bordo da professora/pesquisadora e nas avaliações individuais.

A categoria “predisposição para aprender” parte da ideia de que uma das condições necessárias para ocorrer uma aprendizagem significativa é que o aprendiz esteja disposto a aprender novos conceitos significativamente. Dessa forma, Moreira (2011) diz que é preciso que o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar, de maneira substantiva e não arbitrária, o novo material, potencialmente significativo, à sua estrutura cognitiva. Portanto, não importa se a proposta é possivelmente significativa, se a intenção do aprendiz for, simplesmente, a de memorizar arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos (ou automáticos). A predisposição é uma intencionalidade da parte de quem aprende, ou seja, depende da importância que o aluno atribui ao novo conhecimento a ser ensinado. Sendo assim, essa categoria busca encontrar dados que demonstrem a predisposição dos alunos em aprender, considerando que esses dados, quando presentes, reforçam a possibilidade de a aprendizagem realmente tornar-se significativa. Por isso, a categoria é analisada com a intenção de encontrar evidências de motivação na participação das atividades, por meio dos registros do diário de bordo, no qual é possível observar pelos diálogos e questionamentos a motivação para aprender o novo conceito.

No caso da categoria “diferenciação progressiva e reconciliação integrativa”, o objetivo consiste em identificar a aprendizagem progressiva que ocorre com a diferenciação de conceitos e a integração desses por meio de semelhanças. Moreira (2011) diz que diferenciação progressiva se refere a ideias, conceitos, proposições mais gerais e inclusivas do conteúdo devem ser apresentados no início do ensino e, progressivamente, diferenciados, ao longo do processo, em termos de detalhes e especificidades". Já a reconciliação integrativa é a etapa em que o "ensino deve explorar relações entre ideias, conceitos, proposições e apontar similaridades e diferenças importantes, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes. (MOREIRA, 2011). Portanto, na primeira, deve-se trabalhar de forma a ir aumentando o nível de dificuldade do conceito de ensino, já a segunda busca diferenciar os conceitos estudados.

A última categoria denominada "aplicação em novos contextos" visa identificar a utilização dos novos conceitos em contextos diferentes daqueles em que foram aprendidos. Segundo Ausubel (1978, p. 146-147), "a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica na posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis". Assim, essa categoria busca encontrar evidências de que os alunos conseguem distinguir onde está a incógnita nas situações-problema propostas e, dessa forma, conseguir escrever uma equação do 1° grau com uma incógnita e posteriormente resolvê-la.

Nessa categoria, são analisados os registros do diário de bordo da professora/ pesquisadora, observando os diálogos e questionamentos registrados no material. Também, pode apresentar situações em que eles aplicaram os conceitos discutidos em aula em novos contextos. Ou seja, as situações foram propostas de modo que se tornasse difícil chegar a uma conclusão sem a externalização do conceito, ou a identificação de conceitos por parte dos alunos em circunstâncias do seu cotidiano.

6 RESULTADOS

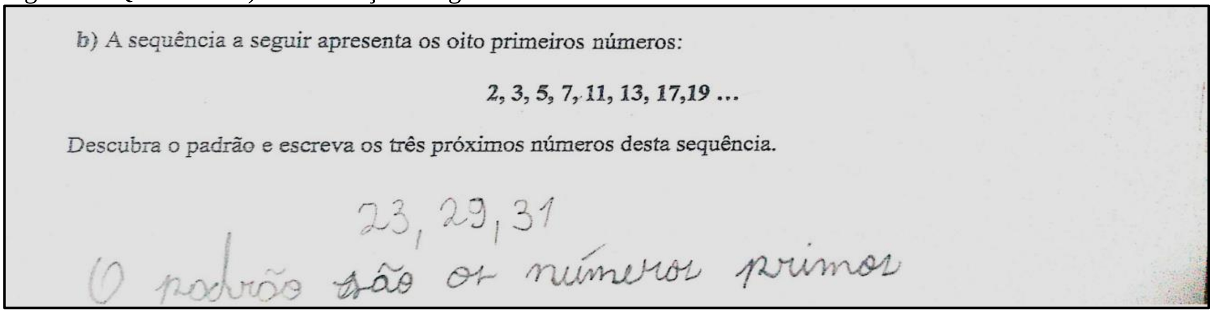
No presente capítulo, são apresentados e discutidos os resultados gerados a partir da implementação da UEPS. Conforme mencionado no capítulo anterior, a análise parte dos dados contidos no diário de bordo da professora/pesquisadora, na avaliação diagnóstica e na avaliação individual, desdobrando-se nas categorias: subsunçores, predisposição para aprender, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, e aplicação dos conhecimentos em novos contextos. Assim, o capítulo está organizado de acordo com as categorias de análise estabelecidas.

6.1 Subsunçores

Para Ausubel (1973 apud MOREIRA, 2010), a aprendizagem significativa é aquela em que uma nova ideia ou conceito interage de maneira não arbitrária e não literal com conceitos já presentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Dessa forma, a interação ocorre com conceitos específicos e relevantes à nova aprendizagem que são denominados de “subsunçores”. Em outras palavras, subsunçor é um “conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto” (MOREIRA 2010, p. 2). Dessa forma, esta categoria busca trazer elementos presentes no diário de bordo e na Avaliação Diagnóstica, que evidenciam que a UEPS foi capaz de identificar conceitos subsunçores nas estruturas cognitivas dos participantes.

A primeira evidência da existência de conceitos subsunçores na estrutura cognitiva dos participantes é verificada nos registros do diário de bordo da professora/pesquisadora sobre o primeiro encontro e, também, por meio da Avaliação Diagnóstica. No registo da avaliação diagnóstica, na questão 1, b) conforme quadro abaixo, é possível verificar que os alunos conseguiram responder os próximos números da sequência, demonstrando que a habilidade prevista na BNCC que salienta “identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguinte, foi explorada em outros anos e o aluno conseguiu relacionar com a atividade” (BRASIL, 2018, p. 278-319).

Figura 8 - Questão 1. b) da Avaliação Diagnóstica



b) A sequência a seguir apresenta os oito primeiros números:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,19 ...

Descubra o padrão e escreva os três próximos números desta sequência.

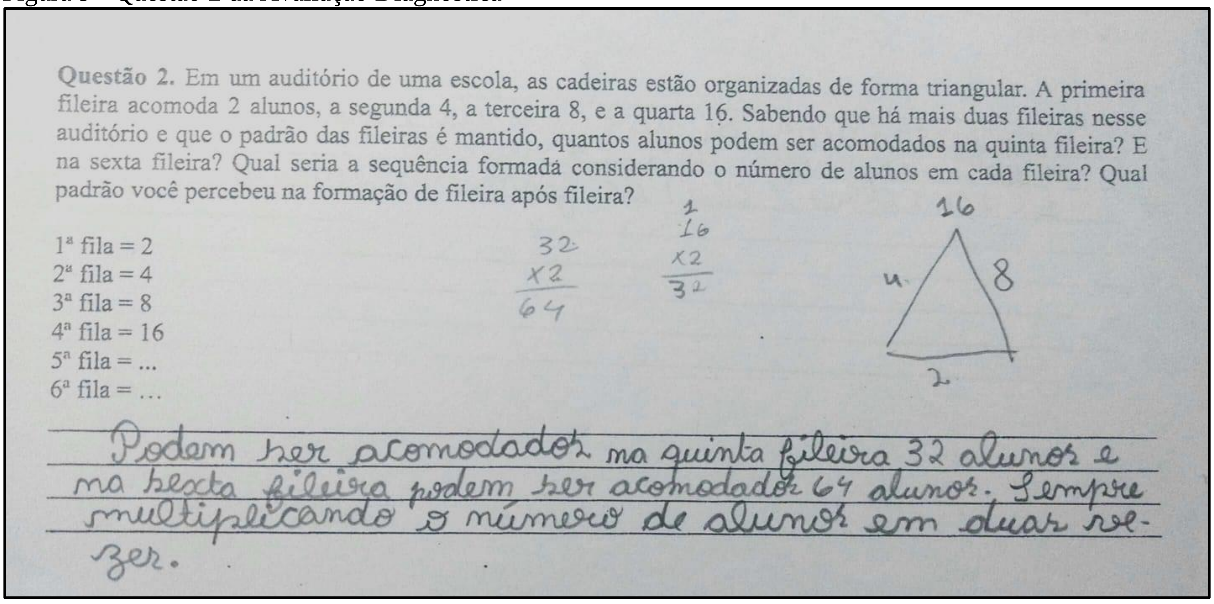
23, 29, 31

O padrão ~~são~~ são os números primos

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Na mesma direção, na questão 2 é possível perceber que a maioria dos alunos conseguiu identificar o padrão utilizado.

Figura 9 - Questão 2 da Avaliação Diagnóstica



Questão 2. Em um auditório de uma escola, as cadeiras estão organizadas de forma triangular. A primeira fileira acomoda 2 alunos, a segunda 4, a terceira 8, e a quarta 16. Sabendo que há mais duas fileiras nesse auditório e que o padrão das fileiras é mantido, quantos alunos podem ser acomodados na quinta fileira? E na sexta fileira? Qual seria a sequência formada considerando o número de alunos em cada fileira? Qual padrão você percebeu na formação de fileira após fileira?

1ª fila = 2
2ª fila = 4
3ª fila = 8
4ª fila = 16
5ª fila = ...
6ª fila = ...

32 × 2 = 64

16 × 2 = 32

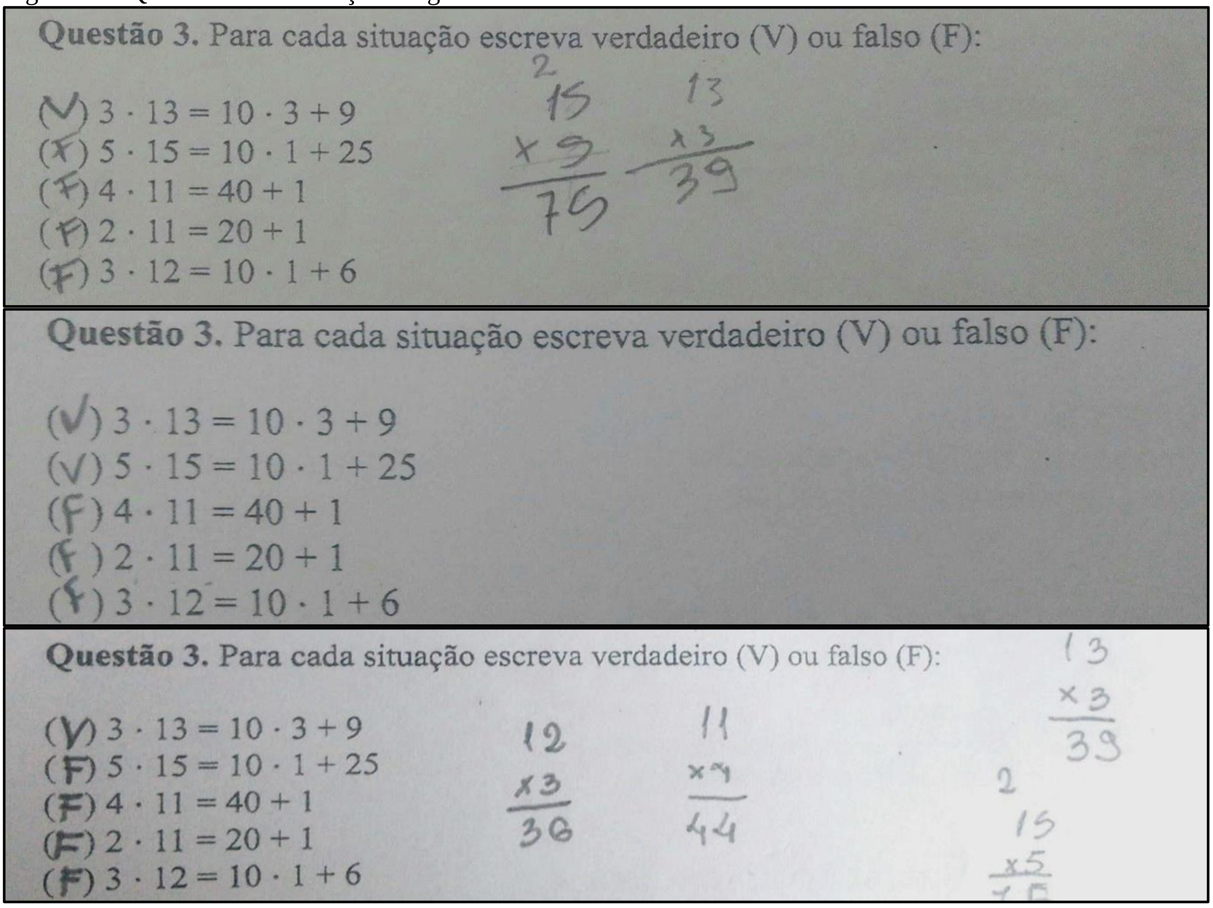
Podem ser acomodados na quinta fileira 32 alunos e na sexta fileira podem ser acomodados 64 alunos. Sempre multiplicando o número de alunos em duas vezes.

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Em outras questões da Avaliação Diagnóstica também é possível verificar os subsunçores presentes na resolução. Nas próximas questões 3 e 4, é possível verificar a habilidade prevista na BNCC: “determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais” (BRASIL, 2018, p. 278-319), os alunos precisavam ter noção do que a igualdade, para então verificar se a igualdade era verdadeira ou falsa, ou então responder a questão.

A maioria dos alunos demonstrou entender o enunciado e conseguiu responder às questões, apresentando dificuldade em apenas alguns itens, por exemplo, lembrar o que era produto.

Figura 10 - Questão 3 da Avaliação Diagnóstica



Questão 3. Para cada situação escreva verdadeiro (V) ou falso (F):

(V) $3 \cdot 13 = 10 \cdot 3 + 9$
(F) $5 \cdot 15 = 10 \cdot 1 + 25$
(F) $4 \cdot 11 = 40 + 1$
(F) $2 \cdot 11 = 20 + 1$
(F) $3 \cdot 12 = 10 \cdot 1 + 6$

Questão 3. Para cada situação escreva verdadeiro (V) ou falso (F):

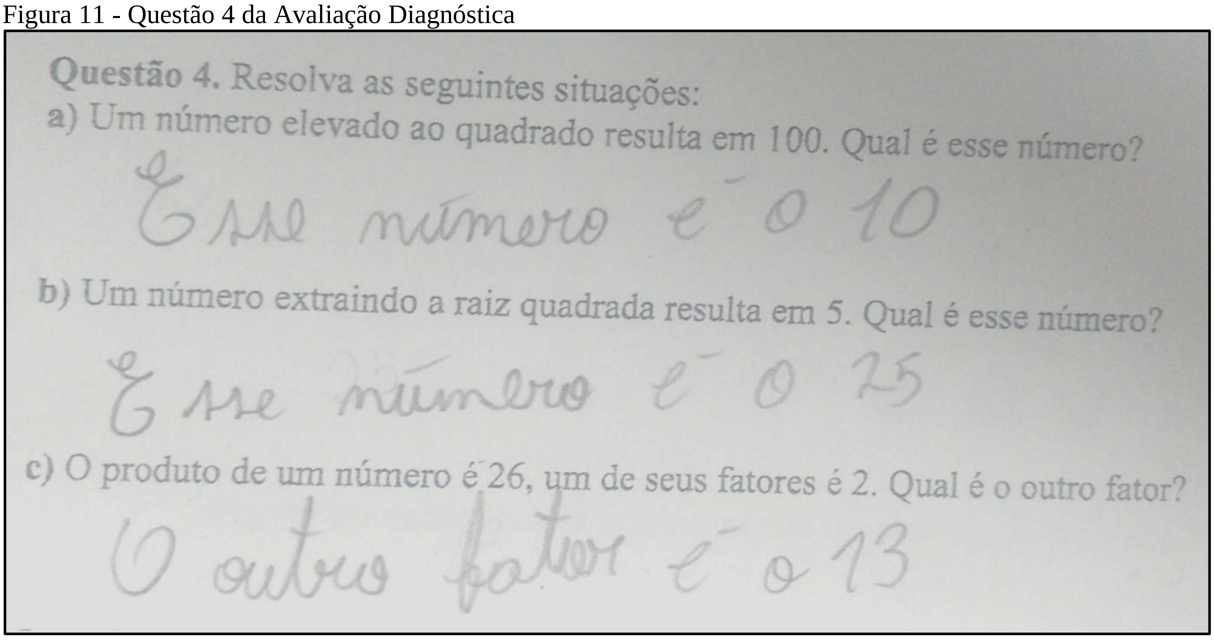
(V) $3 \cdot 13 = 10 \cdot 3 + 9$
(V) $5 \cdot 15 = 10 \cdot 1 + 25$
(F) $4 \cdot 11 = 40 + 1$
(F) $2 \cdot 11 = 20 + 1$
(F) $3 \cdot 12 = 10 \cdot 1 + 6$

Questão 3. Para cada situação escreva verdadeiro (V) ou falso (F):

(V) $3 \cdot 13 = 10 \cdot 3 + 9$
(F) $5 \cdot 15 = 10 \cdot 1 + 25$
(F) $4 \cdot 11 = 40 + 1$
(F) $2 \cdot 11 = 20 + 1$
(F) $3 \cdot 12 = 10 \cdot 1 + 6$

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Figura 11 - Questão 4 da Avaliação Diagnóstica



Questão 4. Resolva as seguintes situações:

a) Um número elevado ao quadrado resulta em 100. Qual é esse número?

Esse número é o 10

b) Um número extraindo a raiz quadrada resulta em 5. Qual é esse número?

Esse número é o 25

c) O produto de um número é 26, um de seus fatores é 2. Qual é o outro fator?

O outro fator é o 13

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Outra evidência foi observada no segundo encontro, como o auxílio do filme "*O jogo da imitação*" (2014), que mostra o uso da álgebra, mais precisamente criptografia, como fator determinante para tomada de decisões, para decifrar códigos durante a 2ª Guerra Mundial. Os alunos conseguiram relacionar o filme como o tema a ser estudado, conforme descreve o diário de bordo, no dia 27/10/2022.

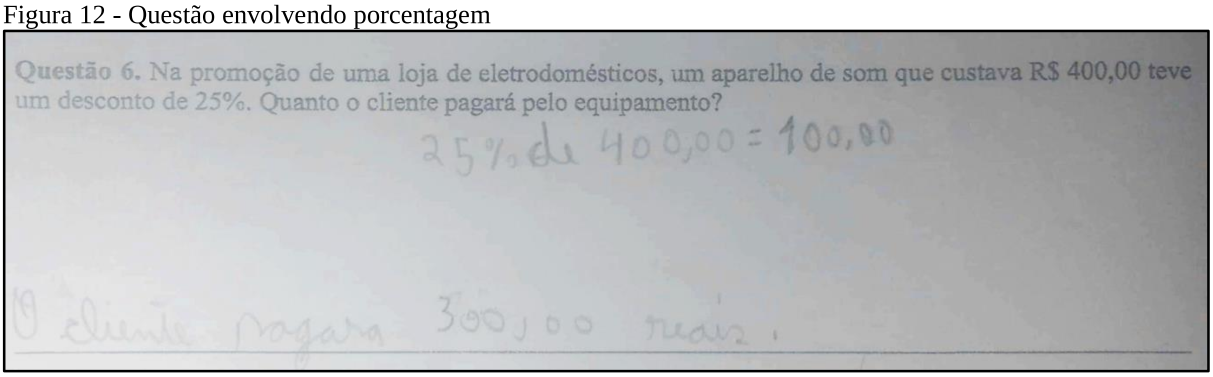
> Após assistir o filme, os alunos foram questionados sobre o que tinham entendido, e de forma clara foi possível perceber que eles observaram que durante o filme o grupo precisou decifrar um código (criptografia), que tiveram que encontrar uma forma de decifrá-los, já que era algo desconhecido por todos (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 27/10/2022).

Foi possível perceber que os alunos conseguiram relacionar seus conhecimentos prévios e a nova informação ser estudada. No próximo encontro é ainda mais evidente esta relação. Os alunos foram desafiados a decifrar códigos criptografados pela professora, encontrando estratégias para decifrar e posteriormente responder a questão contida no código. Conforme descrito no diário de bordo no dia 01/11/2022,

> A equipe está tentando decifrar cada letra, perceberam que existe mais de uma possibilidade para cada número, assim conseguiram combinar as letras para formar uma palavra. Conseguiram decifrar os 3 códigos propostos para a aula, pensando em como formar palavras que fizessem sentido, também conseguiram entender e responder o que a questão dizia (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 01/11/2022).

No que diz respeito a habilidade: “resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros” (BRASIL, 2018, p. 278-319), percebe-se que os alunos demonstraram conseguir aplicá-la nas questões a seguir. Foi notável uma maior dificuldade na questão envolvendo porcentagem, porém, ao fazer a leitura dessa questão com os alunos, essa dificuldade foi superada. Já na questão 5, todos conseguiram entender sua resolução.

Figura 12 - Questão envolvendo porcentagem



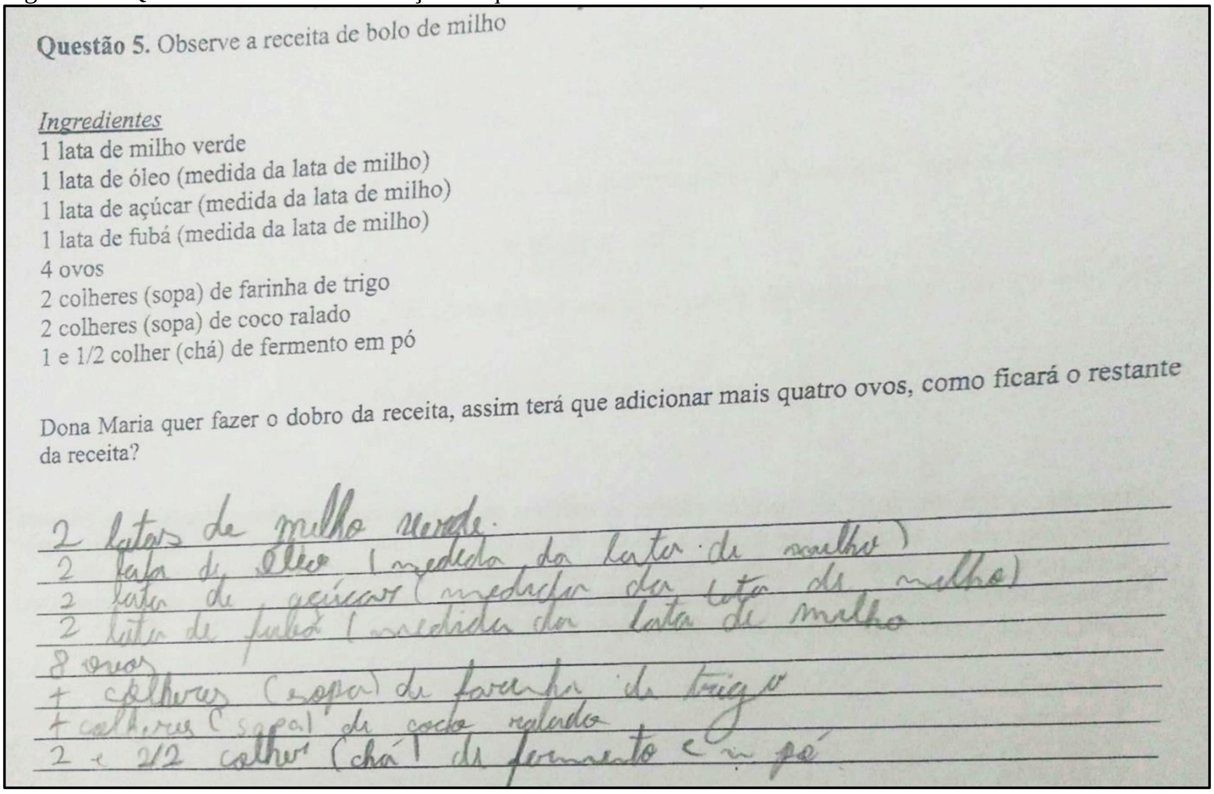
Questão 6. Na promoção de uma loja de eletrodomésticos, um aparelho de som que custava R$ 400,00 teve um desconto de 25%. Quanto o cliente pagará pelo equipamento?

25% de 400,00 = 100,00

O cliente pagara 300,00 reais.

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Figura 13 - Questão envolvendo alteração de quantidades em receita


Questão 5. Observe a receita de bolo de milho

Ingredientes
1 lata de milho verde
1 lata de óleo (medida da lata de milho)
1 lata de açúcar (medida da lata de milho)
1 lata de fubá (medida da lata de milho)
4 ovos
2 colheres (sopa) de farinha de trigo
2 colheres (sopa) de coco ralado
1 e 1/2 colher (chá) de fermento em pó

Dona Maria quer fazer o dobro da receita, assim terá que adicionar mais quatro ovos, como ficará o restante da receita?

2 latas de milho verde.
2 lata de óleo (medida da lata de milho)
2 lata de açúcar (medida da lata de milho)
2 lata de fubá (medida da lata de milho
8 ovos
4 colheres (sopa) de farinha de trigo
4 colheres (sopa) de coco ralado
2 e 2/2 colher (chá) de fermento em pó

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Diante da análise realizada nesta categoria, pode-se concluir que, na maior parte das vezes e em sua maioria, os alunos já apresentavam conceitos na sua estrutura cognitiva, que foram identificados de forma verbal ou escrita, permitindo que novas informações e conceitos fossem ancorados, favorecendo a aprendizagem significativa.

6.2 Predisposição para aprender

Uma das condições para a ocorrência da aprendizagem significativa parte do princípio de que o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender. Como refere Ausubel (1973, apud MOREIRA, 2010, p. 8), essa pode ser a condição mais difícil de atingir, visto que estar predisposto a aprender significa "querer relacionar os novos conhecimentos, de forma não-arbitrária e não-literal, a seus conhecimentos prévios". Nesse sentido, Moreira (2010, p. 8) considera que tal condição se diferencia de motivação ou gosto pela matéria, pois o sujeito que aprende deve "se predispor a relacionar interativamente os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia, modificando, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos". Assim, esta categoria analisa os materiais produzidos pelos alunos, seus relatos, realizados nos encontros que foram registrados no diário de bordo da professora/pesquisadora, buscando evidências que mostram que os alunos estavam predispostos a aprender significativamente os conceitos desenvolvidos.

As primeiras evidências percebidas nos alunos sobre a predisposição para aprender significativamente por meio das atividades propostas foram encontradas nos registros no diário de bordo da professora/pesquisadora, no relato de aula descrito no diário de bordo do dia 01/11/2022, consta que os alunos se mostravam curiosos em relação aos a atividade proposta para o encontro. A curiosidade potencializou a motivação dos alunos na relação dos materiais aos seus conhecimentos e àquilo que haviam assistido no filme anteriormente.

> Os alunos foram separados em duas equipes para traduzir a criptografia. Ao analisar a folha com a criptografia as equipes perceberam que o número está relacionado a mais de uma letra. Nesse momento pensaram em estratégias para conseguir decifrar, cada um tinha uma ou cada dupla tinha a tarefa de decifrar uma palavra, para depois juntarem as informações. Todos estavam engajados em decifrar o código, ajudando ou registrando no caderno ou na descoberta da palavra (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 01/11/2022).

Nesta atividade foi possível perceber o engajamento dos alunos, a professora/pesquisadora deixou os alunos livres, para que pudessem definir as estratégias e qual o papel de cada um na equipe. Como era algo novo, inicialmente precisaram se familiarizar com o material recebido para depois traduzir os códigos.

Outra evidência encontrada no diário de bordo, se refere ao momento da generalização das questões sobre sequência, de forma questionadora a professora/pesquisadora pôde verificar o empenho dos alunos em entender a resolução das questões. A generalização foi feita no quadro com a participação ativa da turma, como mostra o diário de bordo no dia 03/11/2022, veja

> Iniciei a aula escrevendo as sequências no quadro e perguntando: O que acontece de um número para outro? Como podemos chamar os números da sequência? Como é possível descobrir o décimo termo da sequência, sem precisar escrever os primeiros nove termos? Os alunos responderam que na primeira situação seria potência de 10, e “n” corresponde a posição do número na sequência, assim o primeiro termo é 1 na sequência, que substituindo na generalização 10n, ficaria $10^1 = 10$, que corresponde ao primeiro termo da sequência (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 03/11/2022).

Os alunos interagiram entre si e com a professora, relacionando e estabelecendo possíveis respostas para que fosse possível chegar na generalização. Tal constatação vai ao encontro da concepção contida na BNCC (2018) que indica que “é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos" (BRASIL, 2018, p. 270). Este conceito é fundamental para que o aluno tenha capacidade de relacionar com o que vem em seguida, assim a aprendizagem pode ter indícios de que seja significativa e que possa resolver diferentes problemas do dia a dia. Essas evidências também são observadas pela professora/pesquisadora durante a construção da ideia de equação, utilizando a balança de dois pratos.

> Após a retomada dos conceitos, a professora iniciou o conceito de equação, entregando uma folha com balanças de dois pratos. Pergunta: Como podemos descobrir a massa dos blocos? Os alunos responderam, que a massa dos dois pratos é a mesma. E assim, através de tentativa e erro, de forma individual, verificando suas hipóteses, foram substituindo números para encontrar o valor correto (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 18/11/2022).

Nesta aula, os alunos já tinham se deparado com um valor desconhecido, que foi explorado no conceito de expressão algébrica, no entanto Walle (2009, p. 288) destaca que "o pensamento algébrico não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão do simbolismo". Nesse sentido, para iniciar o conceito de equação os alunos podem fazer outras associações, raciocinar de várias maneiras e utilizar diferentes estratégias, à medida que a ideia de igualdade fica estabelecida, a resolução da equação precisa ter um sentido, e, portanto, alguns princípios precisam estar presentes.

Durante a aplicação da proposta, à medida que os conceitos ficam mais complexos, isso exige do aluno uma maior compreensão e atenção aos conceitos, a disposição para aprender é fundamental para que ele interaja com a professora, pergunte sempre que achar necessário e assim assimile os conceitos. Indícios no diário de bordo, deixam claro para a pesquisadora a predisposição para aprender dos alunos:

> Os alunos foram convidados a resolver situações-problema envolvendo equações do 1° grau com uma incógnita, em pequenos grupos, usando os princípios aditivo e multiplicativo. À medida que as dúvidas foram surgindo a professora/pesquisadora vou orientando e interagindo com o grupo, para que conseguissem encontrar a incógnita. Todos os grupos estavam empenhados em resolver as questões e responder de forma correta (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 01/12/2022).

É possível perceber que o aluno está estabelecendo relações, à medida que há indícios no diário de bordo de que houve o seguinte questionamento:

> Um dos alunos exclama: Então, ao escrever e resolver uma equação do 1° grau é o que fazemos no mercado, só que claro lá já sabemos os valores, então escrevemos e resolvemos, sem perceber o que é realmente (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 01/12/2022).

Durante as discussões, nessa categoria, fala-se em predisposição para aprender, motivação e engajamento. É preciso deixar claro que predisposição para aprender não necessariamente é motivação ou engajamento, mas que elas se relacionam, à medida que a motivação e o engajamento são notadamente indícios de curiosidade pelo que está por vir, o que auxilia na predisposição, pois o aluno está tentando relacionar com o que aprendeu até aquele momento.

A partir das diversas situações apresentadas pode inferir que a proposta foi capaz de motivar os estudantes para a aprendizagem demonstrando que a UEPS proposta satisfaz uma das condições necessárias para a ocorrência de uma aprendizagem significativa.

6.3 Diferenciação progressiva e reconciliação integrativa

Moreira (2011) esclarece que a diferenciação progressiva são as ideias, os conceitos, as proposições mais gerais e inclusivas do conteúdo. Para o autor, esses elementos devem ser apresentados no início do ensino e, progressivamente, diferenciados, ao longo do processo, em termos de detalhes e especificidades. Já a reconciliação integrativa é a etapa onde, o “ensino que deve explorar relações entre ideias, conceitos, proposições e apontar similaridades e diferenças importantes, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes” (MOREIRA, 2011).

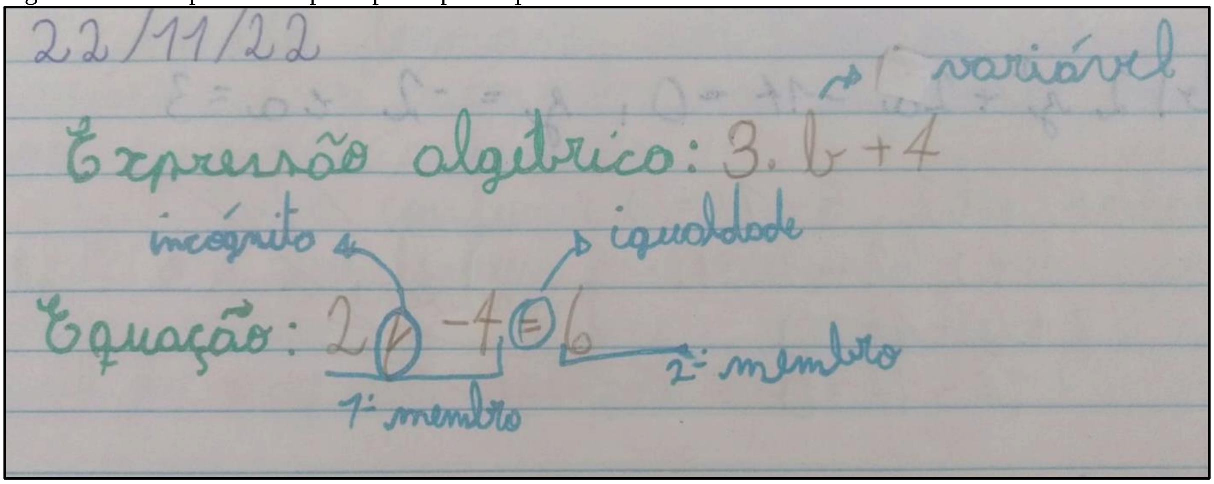
Esses dois processos, que ocorrem na aprendizagem significativa, estão relacionados entre si, já que toda aprendizagem que derivar em reconciliação integradora, ou seja, que recombinar elementos previamente existentes na estrutura cognitiva, também resultará em diferenciação progressiva adicional de conceitos e proposições, ou seja, um novo conceito, se relaciona com o conceito já existente e se modifica. Portanto, a reconciliação integradora é também uma forma de diferenciação progressiva. Nesse sentido, esta categoria visa demonstrar que os alunos foram capazes de diferenciar os conceitos e aplicá-los na resolução de situações-problema.

Alguns indícios da ocorrência de uma diferenciação progressiva são encontrados nos relatos presentes no diário de bordo da professora/pesquisadora. O trecho transcrito abaixo demonstra que os educandos conseguiram diferenciar os conceitos que eram compreendidos como sinônimos. Ao iniciar o conceito de expressão algébrica os alunos que já tinham uma noção do que seria valor numérico, mas ao nomeá-lo alguns alunos precisaram de ajuda para diferenciar e relacionar com expressão numérica, observe o trecho a seguir,

> Os alunos já perceberam que é possível escrever uma expressão algébrica, ou simplificar uma expressão. Eles entenderam que estavam substituindo uma letra por um valor dado no enunciado da questão, e então entenderam o conceito de variável. Perceberam também que substituindo o valor da expressão voltamos para uma expressão numérica, que eles já sabem resolver. Neste momento foi preciso destacar a diferença entre valor numérico e expressão numérica: a professora esclareceu, que quando a questão nos dá um valor para substituir no lugar da variável na expressão algébrica, isso é valor numérico, pois muda de acordo com o enunciado, quando resolvemos o valor numérico, aí vamos precisar lembrar o que foi aprendido sobre expressão numérica para saber resolver (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 08/11/2022).

Neste momento a professora relacionou os conceitos já estudados pelos alunos, adicionando novas informações a ele e modificando-o. Evidências, deste indícios podem ser encontradas no décimo primeiro encontro, onde no início da aula, visando iniciar a reconciliação integrativa dos conceitos, a professora solicitou que os alunos explicassem qual era a diferença entre expressão algébrica e equação, e pediu que dessem dois exemplos, um de expressão algébrica e outro de equação, assim junto com a professora, diferenciam seus elementos. A figura 13 apresenta a explicação dada por um dos participantes.

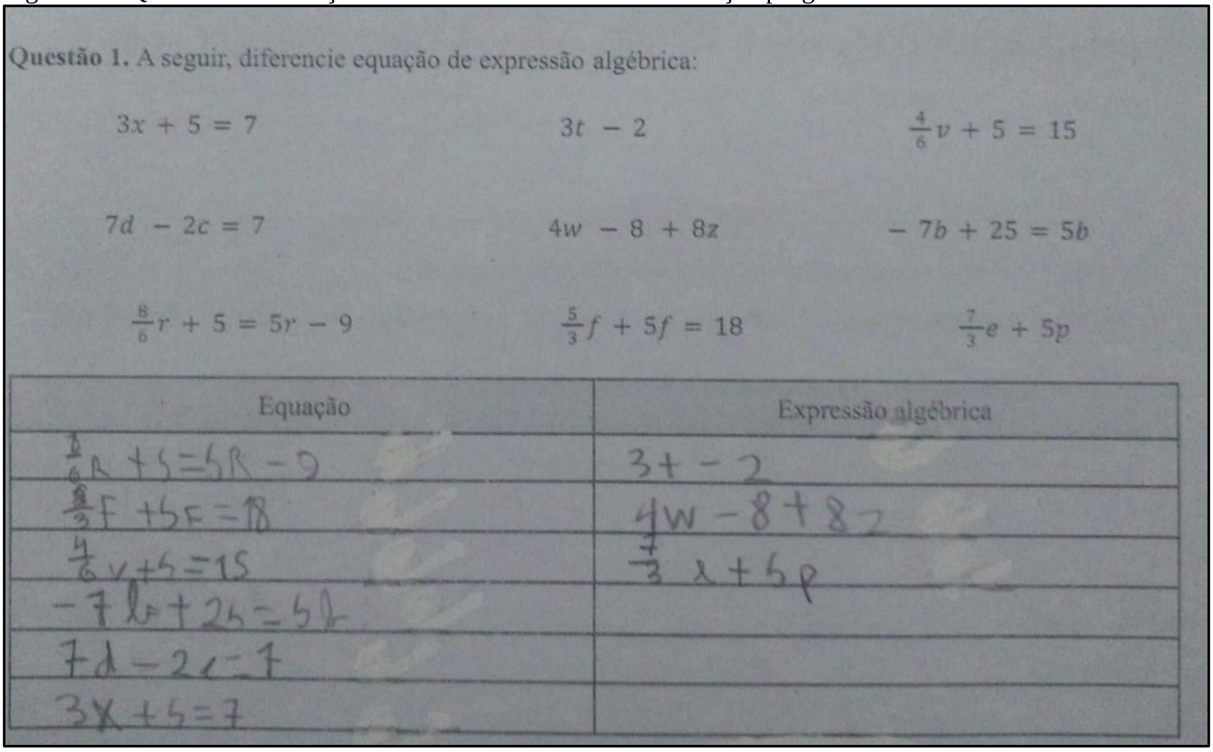
Figura 14 - Exemplos dados pelos participantes para a atividade do 11º encontro



Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ainda na avaliação individual foi possível perceber que os alunos conseguiram fazer a diferenciação progressiva.

Figura 15 - Questão da Avaliação Individual envolvendo diferenciação progressiva



Questão 1. A seguir, diferencie equação de expressão algébrica:

$3x + 5 = 7$ $\quad$ $3t - 2$ $\quad$ $\frac{4}{6}v + 5 = 15$

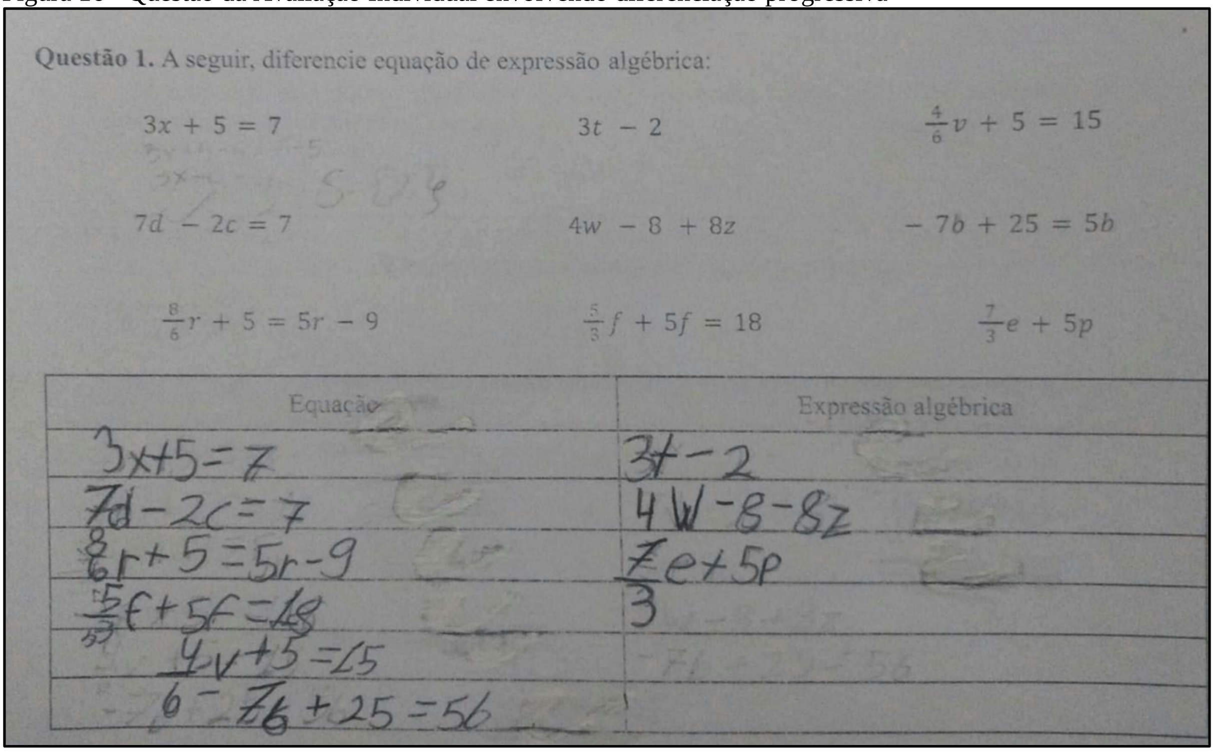
$7d - 2c = 7$ $\quad$ $4w - 8 + 8z$ $\quad$ $-7b + 25 = 5b$

$\frac{8}{6}r + 5 = 5r - 9$ $\quad$ $\frac{5}{3}f + 5f = 18$ $\quad$ $\frac{7}{3}e + 5p$

Equação	Expressão algébrica
$\frac{8}{6}R + 5 = 5R - 9$	$3t - 2$
$\frac{5}{3}F + 5F = 18$	$4w - 8 + 8z$
$\frac{4}{6}v + 5 = 15$	$\frac{7}{3}\lambda + 5p$
$-7b + 25 = 5b$	
$7d - 2c = 7$	
$3x + 5 = 7$	

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Figura 16 - Questão da Avaliação Individual envolvendo diferenciação progressiva



Questão 1. A seguir, diferencie equação de expressão algébrica:

$3x + 5 = 7$ $\quad$ $3t - 2$ $\quad$ $\frac{4}{6}v + 5 = 15$

$7d - 2c = 7$ $\quad$ $4w - 8 + 8z$ $\quad$ $-7b + 25 = 5b$

$\frac{8}{6}r + 5 = 5r - 9$ $\quad$ $\frac{5}{3}f + 5f = 18$ $\quad$ $\frac{7}{3}e + 5p$

Equação	Expressão algébrica
$3x+5=7$	$3t-2$
$7d-2c=7$	$4W-8-8z$
$\frac{8}{6}r+5=5r-9$	$\frac{7}{3}e+5p$
$\frac{5}{3}f+5f=18$	
$\frac{4}{6}v+5=15$	
$-7b+25=5b$	

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Em outro encontro da proposta a professora/pesquisadora foi questionada por um dos alunos sobre as características entre expressão algébrica e equações, este registro está presente no diário de bordo no dia 18/11/2022:

> Um dos alunos perguntou se a letra era o termo desconhecido da expressão algébrica, a professora esclareceu que na expressão algébrica o valor variava, por isso chamamos de variável, já na equação chamamos de incógnita, pois somente um valor faz com a sentença seja verdadeira (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 18/11/2022).

Com os resultados analisados nessa categoria é possível concluir que, os encontros desenvolvidos foram capazes de promover a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora dos conceitos estudados. Para Moreira (2011), a diferenciação progressiva ocorre quando os conceitos são apresentados do mais geral para os mais complexos, isso ficou evidente por meio da análise dos dados coletados, os quais demonstram ter ocorrido, inicialmente, a discussão e compreensão dos conteúdos mais gerais e abrangentes. Os alunos conseguiram diferenciar conceitos de expressão algébrica, sentença matemática: aberta ou fechada e equação, que às vezes são entendidos como similares. Isso mostra que a estrutura cognitiva apresenta uma organização hierárquica de conceitos, visto que, aos poucos, os mais específicos também foram diferenciados.

Posteriormente, ocorreu a reconciliação integrativa dos conceitos, que, de acordo com Moreira (2011), é o momento em que os conceitos já diferenciados são comparados, estabelecendo as relações entre eles.

No diário de bordo é possível observar estes indícios quando a professora/pesquisadora solicitou que resolvessem situações-problema envolvendo as equações do 1° grau com uma incógnita, os alunos conseguiram aplicar o que aprenderam, através de questionamentos feitos pela professora escrever a equação e posteriormente resolvê-la.

> Na sequência da aula, foi entregue uma cópia/folha, contendo situações-problema, onde os alunos deveriam traduzir da linguagem comum para a linguagem algébrica, e resolver as equações do 1° grau. A professora orientou que lessem cada frase e entendessem, para depois ir para a próxima frase, e assim encontrar a incógnita para traduzir e depois resolver usando os princípios. Os alunos tiveram um pouco de dificuldade no início, mas depois conseguiram realizar as atividades (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 30/11/2022).

6.4 Aplicação em novos contextos

Na concepção de Ausubel (1973), a avaliação da aprendizagem significativa precisa levar em consideração uma aprendizagem diferente da considerada mecânica, em que predominam, quase que exclusivamente, a memorização e a repetição. Segundo ele, é preciso avaliar a compreensão, a captação de significados e, principalmente, a capacidade de transferir o conhecimento adquirido a novos contextos, isto é, a situações novas, não conhecida, não rotineiras. Para que isso ocorra, Moreira (2011) considera que essas situações novas devem ser apresentadas progressivamente e assim seria possível incluí-las também nas avaliações. Sendo assim, a avaliação deve apontar evidências de aprendizagem significativa, em vez de simplesmente determinar se esta ocorreu ou não.

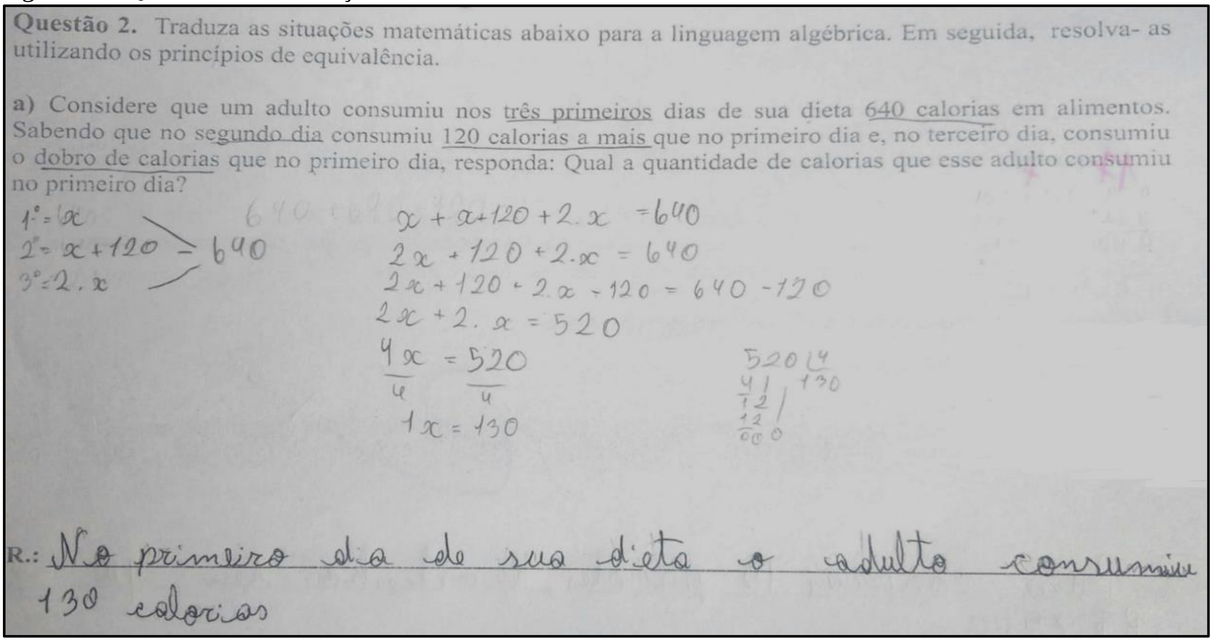
O encontro desta percepção Moreira (2010, p. 24), afirma que “é importante a recursividade, ou seja, permitir que o aprendiz refaça, mais de uma vez, se for o caso, as tarefas de aprendizagem. É importante que ele ou ela externalize os significados que está captando, que explique, justifique suas respostas”.

A categoria visa identificar se os alunos foram capazes de externalizar os conceitos aprendidos, isto é, se conseguiram aplicar os conceitos estudados ao longo da implementação da proposta em contextos diferentes daqueles utilizados nos encontros.

Os indícios de aprendizagem significativa, por serem evidenciados através da aplicação de conceitos em novos contextos, podem surgir em diferentes etapas dos encontros desenvolvidos. Os relatos no diário de bordo da professora/pesquisadora e na Avaliação Individual, estão presentes.

Na figura abaixo, analisando as questões da avaliação individual, aplicada no sétimo passo da UEPS é possível observar que o aluno conseguiu interpretar e transcrever o que aprendeu para outra situação-problema.

Figura 17 - Questão 2 da Avaliação Individual



Questão 2. Traduza as situações matemáticas abaixo para a linguagem algébrica. Em seguida, resolva- as utilizando os princípios de equivalência.

a) Considere que um adulto consumiu nos três primeiros dias de sua dieta 640 calorias em alimentos. Sabendo que no segundo dia consumiu 120 calorias a mais que no primeiro dia e, no terceiro dia, consumiu o dobro de calorias que no primeiro dia, responda: Qual a quantidade de calorias que esse adulto consumiu no primeiro dia?

$1^{\circ} = x$
$2^{\circ} = x + 120$ — 640
$3^{\circ} = 2.x$

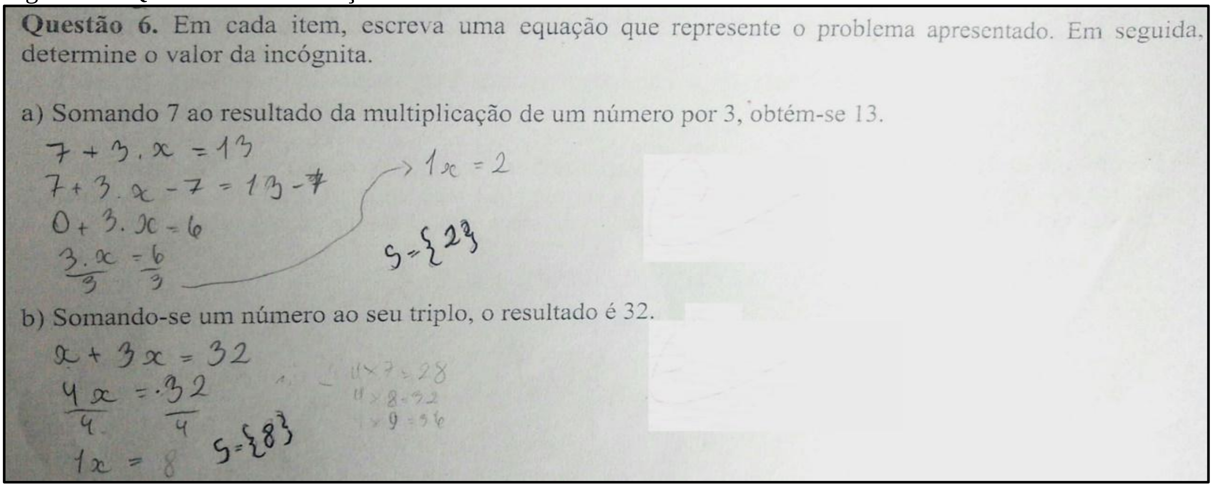
$x + x + 120 + 2.x = 640$
$2x + 120 + 2.x = 640$
$2x + 120 + 2.x - 120 = 640 - 120$
$2x + 2.x = 520$
$\frac{4x}{4} = \frac{520}{4}$
$1x = 130$

R.: No primeiro dia de sua dieta o adulto consumiu 130 calorias

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Outras questões também mostram esses indícios, abaixo você pode observar que o aluno conseguiu traduzir e resolver a equação.

Figura 18 - Questão 6 da Avaliação Individual



Questão 6. Em cada item, escreva uma equação que represente o problema apresentado. Em seguida, determine o valor da incógnita.

a) Somando 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.

$7 + 3 . x = 13$
$7 + 3 . x - 7 = 13 - 7$
$0 + 3 . x = 6$
$\frac{3 . x}{3} = \frac{6}{3}$
$1x = 2$
$S = \{2\}$

b) Somando-se um número ao seu triplo, o resultado é 32.

$x + 3x = 32$
$\frac{4x}{4} = \frac{32}{4}$
$1x = 8$
$S = \{8\}$

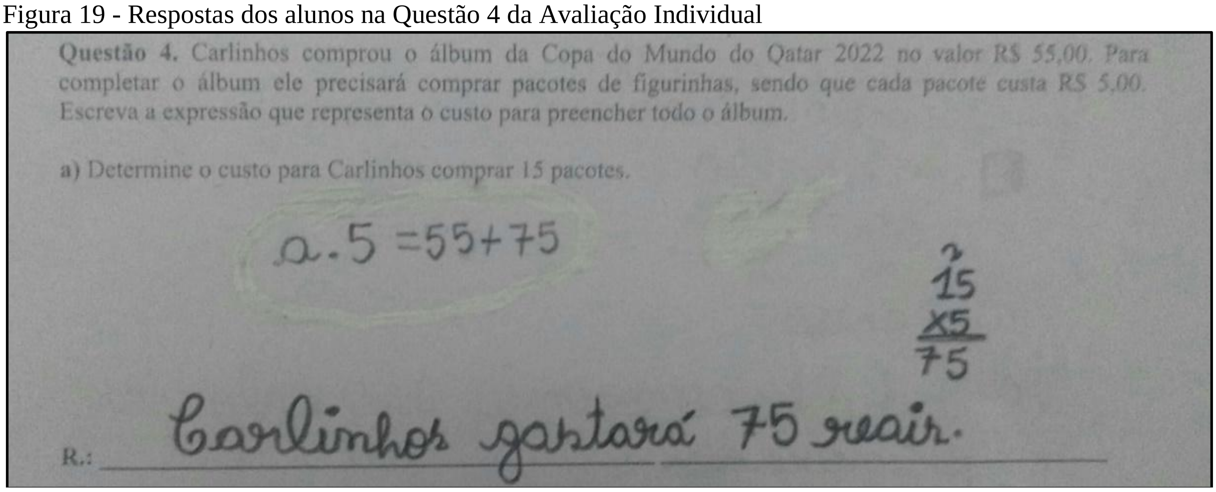
$4 \times 7 = 28$
$4 \times 8 = 32$
$4 \times 9 = 36$

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Como já mencionado no relato da implementação da proposta, na última etapa dos encontros, os alunos realizaram uma avaliação para buscar indícios de aprendizagem significativa. O objetivo desse momento foi avaliar a UEPS na construção discente de conceitos de álgebra, verificando se estavam sendo aplicados de forma correta.

A UEPS teve sua aplicação no mesmo momento em que acontecia a Copa do Mundo, portanto a professora/pesquisadora organizou uma questão, para verificar se os alunos eram capazes de aplicar os conceitos aprendidos na questão e posteriormente em situações do dia a dia.

Figura 19 - Respostas dos alunos na Questão 4 da Avaliação Individual



Questão 4. Carlinhos comprou o álbum da Copa do Mundo do Qatar 2022 no valor R$ 55,00. Para completar o álbum ele precisará comprar pacotes de figurinhas, sendo que cada pacote custa R$ 5,00. Escreva a expressão que representa o custo para preencher todo o álbum.

a) Determine o custo para Carlinhos comprar 15 pacotes.

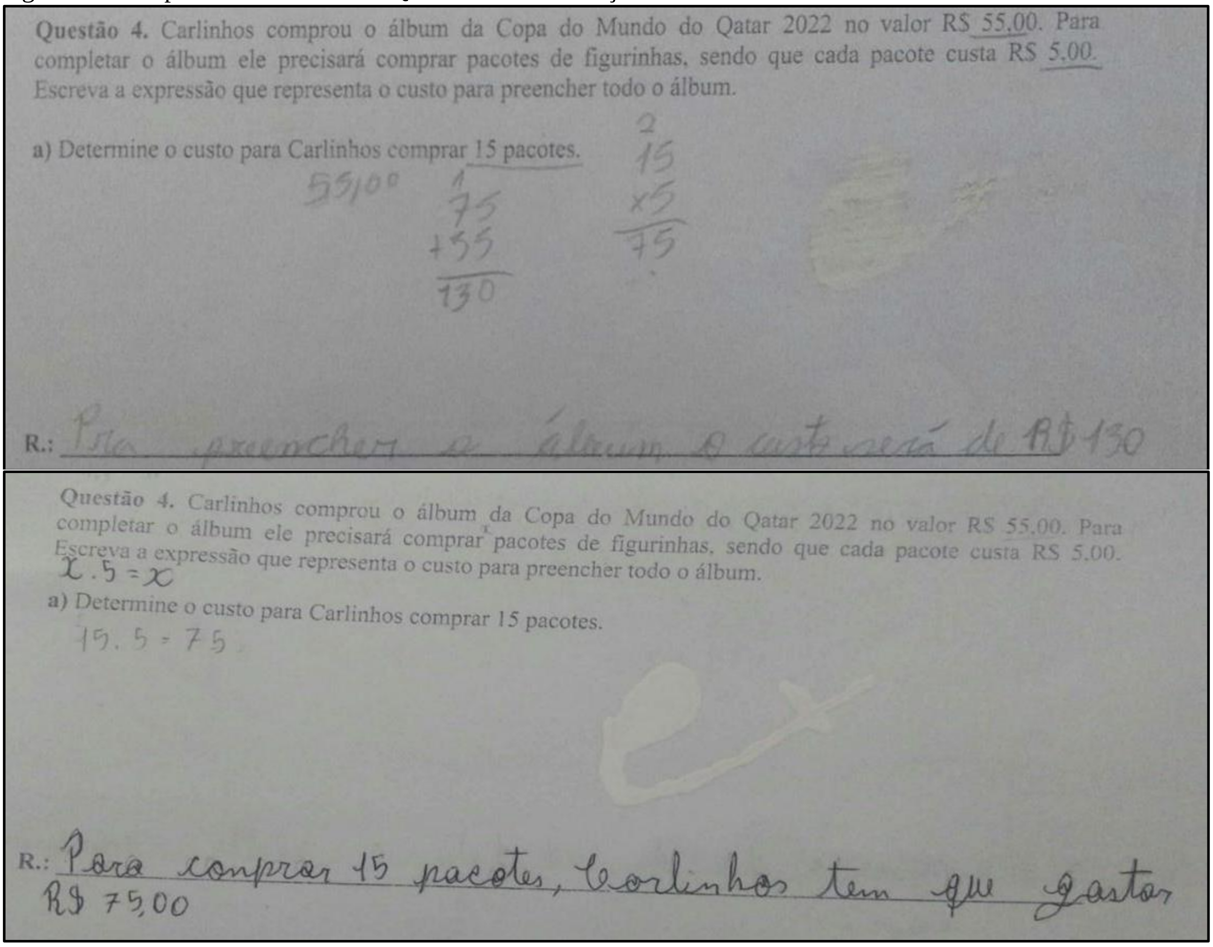
$a . 5 = 55 + 75$

$15 \times 5 = 75$

R.: Carlinhos gastará 75 reais.

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Figura 20 - Respostas dos alunos na Questão 4 da Avaliação Individual


Questão 4. Carlinhos comprou o álbum da Copa do Mundo do Qatar 2022 no valor R$ 55,00. Para completar o álbum ele precisará comprar pacotes de figurinhas, sendo que cada pacote custa R$ 5,00. Escreva a expressão que representa o custo para preencher todo o álbum.

a) Determine o custo para Carlinhos comprar 15 pacotes.

55,00

75 + 55 = 130

15 × 5 = 75

R.: Para preencher o álbum o custo será de R$ 130

Questão 4. Carlinhos comprou o álbum da Copa do Mundo do Qatar 2022 no valor R$ 55,00. Para completar o álbum ele precisará comprar pacotes de figurinhas, sendo que cada pacote custa R$ 5,00. Escreva a expressão que representa o custo para preencher todo o álbum.

x . 5 = x

a) Determine o custo para Carlinhos comprar 15 pacotes.

15 . 5 = 75

R.: Para comprar 15 pacotes, Carlinhos tem que gastar R$ 75,00

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ainda durante as aulas conforme o diário de bordo, os alunos conseguiram transpor para situações do dia a dia, como, por exemplo, quando vão comprar doces na padaria ao lado da escola,

> os alunos comentaram durante a aula sobre o preço dos doces na padaria, a professora aproveitou para questioná-los sobre como a equação estava presente nesta compra, eles responderam que o valor desconhecido era o valor a pagar, e conforme a quantidade que compravam pagaria um valor diferente, então os alunos foram questionados de qual conceito estava presente, eles responderam que se o valor varia é expressão algébrica, a professora continuou, e como seria uma equação? Os alunos responderam que seria se tivessem 5 reais para comprar doces, então a incógnita seria, quantos doces era possível comprar (DIÁRIO DE BORDO, registro dia 30/11/2022).

A análise apresentada permite concluir que os alunos conseguiram transferir os conhecimentos construídos para contextos diferentes, uma vez que as atividades propostas envolveram situações que, para serem solucionadas, exigiam a expansão dos conceitos. Tal evidência vai na direção das concepções de Ausubel (1968), ao afirmar que há indícios de aprendizagem significativa quando um conceito aprendido passa a estabelecer novos significados na estrutura cognitiva do aprendiz.

Ainda, os resultados demonstram que os conceitos foram diferenciados em diversos momentos, das atividades às discussões realizadas, confirmando que a aprendizagem ocorreu ao longo de todo o processo de construção do conhecimento, e não apenas em uma etapa específica. Assim, a análise dos dados aponta que os encontros desenvolvidos proporcionaram uma interação entre os conceitos subsunçores dos alunos e os novos, resultando, assim, em uma ampliação da sua estrutura cognitiva.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das inquietações oriundas de um contexto de ensino de Matemática e em especial de equações do primeiro grau com uma incógnita, o estudo desenvolvido nesta dissertação buscou elaborar e implementar uma proposta para ensinar conceitos de equação do 1° grau com uma incógnita, para uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental no formato de UEPS. Dessa forma, buscou-se responder à pergunta norteadora da pesquisa: Quais as contribuições de uma sequência didática estruturada no formato de UEPS para a promoção de aprendizagem significativa de equações de primeiro grau com uma incógnita?

Durante toda a pesquisa, a pergunta foi norteadora de muitas discussões e escolhas de quais atividades vinham ao encontro dela. Assim suas contribuições abrangem desde a elaboração e a aplicação de uma UEPS para um conceito relativamente novo para os alunos, bem como a verificação de que isso é possível. A forma como cada conceito foi explorado e construído com os alunos em sala de aula, abrangendo conceitos anteriores a equação, que são fundamentais para que este fique claro. As categorias utilizadas para verificar a aprendizagem significativa corroboraram toda a construção da sequência, visto que os resultados deixaram explícitos os indícios de que os alunos conseguiram aprender significativamente.

Assim, para análise dos resultados, foram organizadas as seguintes categorias: subsunçores, predisposição para aprender, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa e aplicação dos conhecimentos em novos contextos.

No que diz respeito aos subsunçores presentes na estrutura cognitiva do aluno, foi possível perceber que, em sua maioria os estudantes possuem conceitos permitem que novas informações e conceitos pudessem ser ancorados. Além disso, ficou evidente que a partir das diversas situações apresentadas, a proposta foi capaz de motivar os estudantes para a aprendizagem demonstrando que a UEPS proposta possibilita a aprendizagem significativa.

Sobre a diferenciação progressiva, os alunos conseguiram diferenciar conceitos de expressão algébrica, sentença matemática (aberta ou fechada) e equação. Por vezes esses conceitos são entendidos como similares, demonstrando que a estrutura cognitiva apresenta uma organização hierárquica, pois, as informações mais específicas também foram diferenciadas.

Em relação a reconciliação integrativa dos conceitos, onde estes já diferenciados são comparados, possibilitando que os alunos ao resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita, foi possível perceber que os alunos conseguiram reunir todas as informações e conseguir resolver uma situação-problema envolvendo equação com facilidade.

A aplicação dos conteúdos estudados em novos contextos, percebe-se que os alunos conseguiram transferir os conhecimentos construídos para outros contextos. Dessa maneira, as atividades que envolveram situações do cotidiano, exigindo a ampliação dos conceitos, verificou-se que os alunos entenderam os conceitos estudados em aula, conseguindo resolver as situações propostas, de forma a identificar onde está a incógnita e escrever a equação e posteriormente resolvê-la.

A proposta estruturada no formato de uma UEPS, permitiu que os alunos relacionassem e identificassem a aplicação dos conceitos algébricos no seu dia a dia e, a partir delas, gerar uma aprendizagem significativa, evidenciando que é importante utilizar estratégias alternativas para a elaboração do material e que, quando partem de seus conhecimentos prévios, a aprendizagem passa a ser mais significativa para o aprendiz. Ressalto que devido a alguns conceitos algébricos serem novos para os alunos, houve a necessidade de ministrar algumas aulas expositivas e dialogadas. Todavia, nessas aulas o diálogo foi explorado, de modo que a professora e os alunos puderam construir juntos o conceito.

Retomando o diário de bordo e as avaliações, fica evidente que os materiais e a metodologia utilizadas foram eficazes durante a aplicação. O tempo de duração e aplicação da UEPS, também demonstrou ser suficiente e eficiente para a aplicação das atividades e aprendizagem dos alunos. Os mesmos demonstraram interesse e participaram ativamente das aulas, bem como exploraram e relacionaram os conceitos estudados, podendo assim, diferenciá-los.

Ainda, destaca-se que a UEPS de que se trata esta pesquisa já foi aplicada em outra turma de sétimo ano, abordando os mesmos conceitos algébricos. Nos dois casos, pode-se observar uma mudança na postura dos alunos em relação à disciplina, além de uma melhora significativa em relação a retenção dos conceitos.

A proposta desenvolvida e implementada para esse estudo pode ser adaptada para outros anos e faixas etárias. Ainda, o ensino de álgebra pode contribuir para a formação crítica e social dos alunos, tratando de temas atuais e de relevância social, à medida que os alunos percebam que ela está presente em vários problemas que surgem no dia a dia.

Diante dos resultados apresentados, considera-se que a proposta obteve êxito na sua implementação, na medida em que permitiu identificar os conceitos subsunçores presentes na estrutura cognitiva dos educandos, que por consequência demonstraram interesse e motivação na execução das atividades. Além disso, na análise dos dados obtidos, ficou evidente a ocorrência da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa dos conceitos estudados, bem como o interesse dos alunos em aprender, e a aplicação em outros contextos, que posteriormente resultaram na aprendizagem significativa, cujos indícios puderam ser identificados.

A partir dos estudos relacionados descritos ao longo do texto, foi possível perceber que muitas indagações feitas nos artigos também eram desta pesquisa e foram respondidas parcial ou totalmente ao final da aplicação dessa UEPS, ao perceber que a exploração dos conceitos anteriores à equação sana algumas (ou todas) dificuldades elencadas por elas. Nas discussões trazidas pelas dissertações encontradas, muitos elementos e/ou ferramentas foram utilizadas na proposta, por exemplo, os jogos pedagógicos e novas tecnologias. Outros serviram de alerta para sua construção, ou seja, elementos que precisavam de maior atenção na elaboração da UEPS. Também foi possível perceber que as dificuldades encontradas pelos autores na aplicação de uma sequência em sala de aula são comuns para esse tipo de pesquisa.

Ainda durante a implementação da UEPS foram identificadas outras dificuldades, tais como: a duração dos períodos, o que acabou limitando a organização dos encontros e atividades; por ser aplicada em parte dos meses de novembro e dezembro, muitos alunos faltaram aos encontros, o que dificultou sua aprendizagem; além do fato de a pesquisadora dar aula em outras turmas no mesmo turno, dificultando os registros do diário de bordo.

A UEPS apresentada nesta dissertação agrega ao campo de pesquisa, possibilitando a novos pesquisadores e professores melhorar e incorporar à sua prática alguns dos elementos apresentados e desenvolvidos neste trabalho. Ainda é possível avaliar e melhorar a proposta, enriquecendo a aprendizagem dos alunos, e sempre pensando na realidade de cada professor e escola.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. *Psicologia Educativa*. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

AUSUBEL, David Paul. *Algunos aspectos psicológicos de la estrutuctura del conocimiento*. Buenos Aires: El Ateneo, 1973.

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo*. Trad. Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2006. (Obra original publicada em 1977).

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática Bianchini*. 8. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2015.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Ed. Unesp, 1999.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.

COPPETE, Maria Conceição. Diários de bordo e ensaios pedagógicos: possibilidades para pensar a formação de professores na modalidade de educação a distância. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL HISTÓRIA DO TEMPO PRESENTE, 2, 2014, Florianópolis. *Anais*... Florianópolis: UFSC, 2014. p. 1-16.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. Contribuições para um repensar...a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, v. 4, n. 1, p. 78-91, mar. 1993.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em educação matemática*: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

GATTI, Bernardette Angelina; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. A relevância dos métodos de pesquisa qualitativa em Educação no Brasil. In: WELLER, Wivian; PFAFF, Nicolle. *Metodologias da pesquisa qualitativa em Educação*: teoria e prática. Petrópolis: Vozes, 2010.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GIL, Antonio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GRANDO, Neiva Ignês; MARASINI, Sandra Mara. Análise de percepções e procedimentos algébricos de estudantes da Educação Básica. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 397-420, jul./dez. 2012.

GRANDO, Neiva Ignês; MARASINI, Sandra Mara; MORAIS, Mônica Damo de. Educação algébrica no Ensino Fundamental II: a extensão gerada pela pesquisa. In: ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, Santa Maria. *Anais…* Santa Maria: UFSM, 2014. p. 1-8.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Ed. Unesp, 1999, p. 153-167.

MONTEIRO, Manuela Matos. *Área de Projecto*: Guia do Aluno. 12. ed. Porto: Porto Editora, 2007. Disponível em: <https://eremptm.files.wordpress.com/2012/03/como-se-faz-um-dic3a1rio-de-bordo.pdf>. Acesso em: 15 set. 2022.

MOREIRA, Marco Antonio. *Teorias de aprendizagem.* São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio. Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS, *Aprendizagem Significativa em Revista*, v. 1, n. 2, p. 43-63, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. *Aprendizagem significativa*: a teoria de David Ausubel. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2006.

MOREIRA, Marco Antonio. *O que é afinal aprendizagem significativa?* Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS, 2010.

MOREIRA, Marco Antonio. Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS, *Aprendizagem Significativa em Revista*, v. 1, n. 2, p. 43-63, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. *Aprendizagem significativa*: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centuro, 2001.

NOVAK, Joseph Donald. *Uma teoria de educação*. São Paulo: Pioneira, 1980.

PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2013.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. *Álgebra no ensino básico*. Ministério da Educação. Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. 2009. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf>. Acesso em: 28 set. 2022.

VAN DE WALLE, John A. *Matemática no Ensino Fundamental*: formação de professores e aplicação em sala de aula. Trad. Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZABALZA, Miguel Ángel. *Diários de aula*: um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional. Porto Alegre: Artmed, 2004.

APÊNDICE A - Termo de consentimento livre e esclarecido

Você está sendo convidado a participar da pesquisa “Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o Ensino de Equação do primeiro grau”, de responsabilidade da pesquisadora Taís Montelli dos Santos e orientação do Dr. Luiz Marcelo Darroz. Esta pesquisa apresenta como objetivo consiste em investigar as contribuições de um ensino através da UEPS, na aprendizagem significativa de equações de primeiro grau junto a uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental. As atividades serão desenvolvidas durante aproximadamente 13 encontros no componente curricular Matemática no espaço da escola e envolverá gravações de áudio/vídeo, gravações dos encontros, entrevistas/aplicação de questionários/coleta de materiais produzidos pelos estudantes.

Esclarecemos que sua participação não é obrigatória e, portanto, poderá desistir a qualquer momento, retirando seu assentimento. Além disso, garantimos que você receberá esclarecimentos sobre qualquer dúvida relacionada à pesquisa e poderá ter acesso aos seus dados em qualquer etapa do estudo. As informações serão transcritas e não envolvem a identificação do nome dos participantes. Tais dados serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo garantido o sigilo das informações.

Sua participação nesta pesquisa não traz complicações legais, não envolve nenhum tipo de risco físico, material, moral e/ou psicológico. Caso for identificado algum sinal de desconforto psicológico referente à sua participação na pesquisa, pedimos que nos avise. Além disso, lembramos que você não terá qualquer despesa para participar da presente pesquisa e não receberá pagamento pela participação no estudo.

Caso tenham dúvida sobre a pesquisa e seus procedimentos, você pode entrar em contato com o pesquisador e orientador do trabalho Dr. Luiz Marcelo Darroz pelo e-mail: ldarroz@upf.br ou no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo pelo e-mail ppgecm@upf.br.

Dessa forma, se concordam em participar da pesquisa, em conformidade com as explicações e orientações registradas neste Termo, pedimos que registre abaixo a sua autorização. Informamos que este Termo, também assinado pelas pesquisadoras responsáveis.

Passo Fundo, 13 de Outubro de 2022.

Nome do participante: ____

Data de nascimento: _____/____/______

Pesquisador/a: Taís Montelli dos Santos

APÊNDICE B - Autorização fornecida pela escola

UPF UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PPGECM

Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

CARTA DE AUTORIZAÇÃO DO ESTABELECIMENTO DE ENSINO

Eu, Taís Montelli dos Santos, solicito autorização da Escola Estadual de Ensino Fundamental Gomercindo dos Reis localizada no município Passo Fundo, estado do Rio Grande do Sul, para a realização de atividades de pesquisa associadas a dissertação que desenvolvo junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, RS. A pesquisa está vinculada a dados produzidos durante a aplicação do produto educacional, que consiste em atividades didáticas junto a estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental. O período de aplicação das atividades na escola será de 20/10/2022 a 28/10/2022 e contará com a visita do professor orientador do estudo.

(X) Autorizo
( ) Não autorizo

Beatris S. Santos
Responsável pela Escola
Beatris Silva dos Santos
Diretora

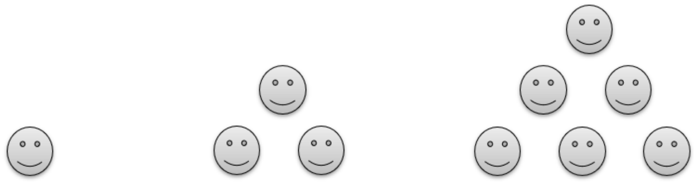
Beatris Silva dos Santos
DIRETORA - ID: 3772462/01
Autorização 271/ 2022 - 7ª CRE
EEEF GOMERCINDO DOS REIS
PASSO FUNDO / RS

Eu, Taís Montelli dos Santos, me comprometo a cumprir as normativas da escola, mantendo conduta ética e responsável e a utilizar os dados produzidos pela pesquisa, exclusivamente para fins acadêmicos e a destruí-los após a conclusão do estudo.

Taís Montelli dos Santos
Mestrando
Taís Montelli dos Santos

APÊNDICE C - Avaliação diagnóstica

Questão 1. Observe a sequência abaixo:
a) Veja os desenhos a seguir para responder:



Essa sequência tem um padrão, então faça um desenho que represente as duas próximas imagens.

b) A sequência a seguir apresenta os oito primeiros números: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,19 ...** Descubra o padrão e escreva os três próximos números desta sequência.

Questão 2. Em um auditório de uma escola, as cadeiras estão organizadas de forma triangular. A primeira fileira acomoda 2 alunos, a segunda 4, a terceira 8, e a quarta 16. Sabendo que há mais duas fileiras nesse auditório e que o padrão das fileiras é mantido, quantos alunos podem ser acomodados na quinta fileira? E na sexta fileira? Qual seria a sequência formada considerando o número de alunos em cada fileira? Qual padrão você percebeu na formação de fileira após fileira?

1ª fila = 2
2ª fila = 4
3ª fila = 8
4ª fila = 16
5ª fila = ...
6ª fila = …

Questão 3. Para cada situação escreva Verdadeiro (V) ou Falso (F):

(   ) $3 \cdot 13 = 10 \cdot 3 + 9$
(   ) $5 \cdot 15 = 10 \cdot 1 + 25$
(   ) $4 \cdot 11 = 40 + 1$
(   ) $2 \cdot 11 = 20 + 1$
(   ) $3 \cdot 12 = 10 \cdot 1 + 6$

Questão 4. Resolva as seguintes situações:
a) Um número elevado ao quadrado resulta em 100. Qual é esse número?

b) Um número extraindo a raiz quadrada resulta em 5. Qual é esse número?

c) O produto de um número é 26, um de seus fatores é 2. Qual é o outro fator?

Questão 5. Observe a receita de bolo de milho

Ingredientes
1 lata de milho verde
1 lata de óleo (medida da lata de milho)
1 lata de açúcar (medida da lata de milho)
1 lata de fubá (medida da lata de milho)
4 ovos
2 colheres (sopa) de farinha de trigo
2 colheres (sopa) de coco ralado
1 e 1/2 colher (chá) de fermento em pó

Dona Maria quer fazer o dobro da receita, assim terá que adicionar mais quatro ovos, como ficará o restante da receita?
____
____
____
____

Questão 6. Na promoção de uma loja de eletrodomésticos, um aparelho de som que custava R$ 400,00 teve um desconto de 25%. Quanto o cliente pagará pelo equipamento?
____
____
____
____

Questão 7. Em uma escola o número de meninas está na razão 3 para 5 ou $\frac{3}{5}$ com relação ao número de meninos. Se essa escola possui 345 meninos, o número de meninas é:
____
____
____
____

APÊNDICE D - Criptografia

ALFABETO	
A - 2	U - 1
B - 4	V – 8
C - 7	W - 5
D - 9	X – 3
E - 0	Y- 4
F - 1	Z - 9
G - 3	
H - 4	
I - 5	**Números**
J - 6	1 – r
K - 8	2 – t
L - 3	3 - y
M - 2	4 - j
N - 6	5 - w
O - 7	6 - g
P - 4	7 – l
Q - 2	8 – k
R - 5	9 – ç
S - 0	0 - q
T - 9	

APÊNDICE E - Atividades sobre valor numérico das expressões algébricas

1) Calcule o valor numérico das expressões.

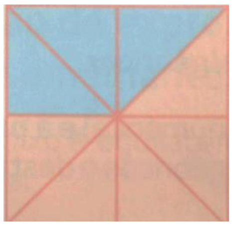
a) $3x + 5$ para $x = -6$

b) $2a + 7b$ para $a = -3$ e $b = 17$

c) $a^2 + 3a$ para $a = -12$

d)- $2ab + b$ para $a = -5$ e $b = 2$

2) Esta região quadrada está dividida em 8 partes iguais
Determine a expressão que representa. Sabendo que o lado do quadrado mede *y*.



a) a área da região quadrada;
b) o perímetro do quadrado que delimita essa região;
c) a área da parte laranja. Agora, determine o valor numérico da área da região quadrada para
$y = 2$.

3) Uma empresa de confecção assume um custo mensal fixo de R$ 10.000,00 para o pagamento de algumas despesas com funcionários e impostos, além do custo de RS 3,00 para cada camiseta produzida.
O custo mensal para essa empresa pode ser dado pela expressão algébrica

$$C = 10.000 + 3x.$$

em que C é o custo mensal, em real, e x, o número de camisetas produzidas.

a) Determine o custo para a empresa no mês em que eles fabricaram 1.000 camisetas.
b) Se cada camiseta for vendida a RS 20,00, a empresa terá lucro? Em caso afirmativo, de quanto?

4) Em certa cidade o plano de uma linha telefônica, com direito a 100 minutos iniciais, custava RS 40,00. Se o consumidor excedesse esses 100 minutos, ele pagaria RS 1,00 por minuto excedente.
a) Escreva no caderno uma expressão algébrica que represente a situação em que o consumidor excedeu os 100 minutos.
b) Quanto um consumidor pagará se usar 82 minutos em um mês? E se usar 320 minutos?

APÊNDICE F - Atividade sobre raiz ou solução de uma equação

1) Nos itens abaixo, são apresentados equações e valores para as incógnitas. Verifique se os valores fornecidos são raízes dessas equações.

a) $5 \cdot (x + 4) - (x - 1) = 40$, $x = 6$

b) $-3t^2 + 4 = 16$, $t = -2$

c) $2z^2 + 2a - 14 = 0$, $z = -2$ e $a = 3$

d) $3x^3 - 12 = 0$, $x = 3$

e) $2m + 2 = 6$, $n = 2$

APÊNDICE G - Atividade sobre conjunto universo

1) Associe cada equação ao conjunto solução correspondente.

a) $3x - 2 = 7$, com $U = \mathbb{N}$.	b) $8 - m = 11$, com $U = \mathbb{Z}$.	c) $a^2 - 4a + 4 = 0$, com $U = \mathbb{Z}$.	d) $z^3 + 1 = 0$, com $U = \mathbb{N}$.	e) $\frac{b}{3} + \frac{1}{6} = 0$, com $U = \mathbb{Q}$.
I. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$	II. $S = \{3\}$	III. Não tem solução.	IV. $S = \{-3\}$	V. $S = \{2\}$

APÊNDICE H - Atividades sobre equação do 1º grau com uma incógnita

1) A diferença entre um número e 17 é 35. Que número é esse?

2) A metade de um número adicionada a 2 é igual a um terço desse número adicionada a 3. Que número é esse?

3) Somando-se 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.

4) Somando-se um número ao seu triplo, o resultado é 32.

5) A metade de um número adicionado a 5 é igual a 14.

6) Sabendo que os pratos da balança abaixo estão em equilíbrio, faça o que se pede.

a) Considerando que os valores estampados indicam a respectiva massa em quilograma de cada objeto, escreva uma equação que represente esse equilíbrio.
b) A equação que você usou é do 1° grau com uma incógnita? Justifique sua resposta.
c) Qual a massa de cada lata, em quilograma.

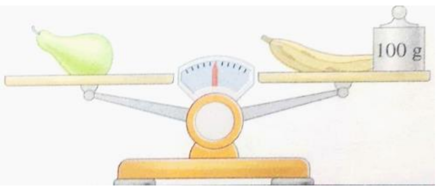
APÊNDICE I - Atividades sobre resolução de situações-problema em grupo

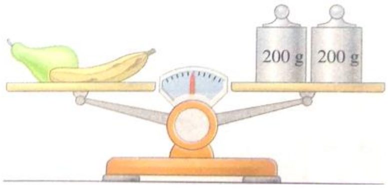
1) Maria tem o dobro da idade de Lúcia. Se Maria tivesse 8 anos a menos, e Lúcia, 4 anos a mais, elas teriam a mesma idade.
a) Representando a idade de Lúcia por y, como se representa a idade de Maria?
b) Determine a equação correspondente ao problema.
c) Qual é a idade de Lúcia?
d) Qual é a idade de Maria?

2) Uma mesa plástica custa o triplo de uma cadeira plástica. Duas dessas mesas e oito dessas cadeiras custam R$ 546,00.
a) Qual é o preço de uma cadeira?
b) Qual é o preço de uma mesa?
c) Quanto custam 5 mesas e 20 cadeiras?

3) Quatro candidatos disputavam a prefeitura de uma cidade. Após a apuração dos 5.219 votos, foram obtidos os resultados: o primeiro candidato conseguiu 22 votos a mais que o segundo,130 a mais que o terceiro e 273 votos a mais que o último. Quantos votos recebeu o candidato eleito?
4) Ricardo e Julinho subiram juntos em uma balança, e o ponteiro da balança marcou 80 kg. Ricardo desceu, e Julinho pôde, então, verificar que ele tinha 6 kg a mais que Ricardo. Quantos quilogramas tem Julinho?

5) Observe o esquema das balanças e responda
De acordo com o que as balanças indicam, quantos gramas tem a pera? E a banana?





6) Na figura abaixo, uma estrada com três postos de gasolina, A, B e C, está representada. A distância entre A e B é o triplo da distância de B a C. Calcule mentalmente qual é a distância entre A e B.

APÊNDICE J - Avaliação Individual

PPGECM
Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

AVALIAÇÃO INDIVIDUAL

Questão 1. A seguir, diferencie equação de expressão algébrica:

$3x + 5 = 7$	$3t - 2$	$46v + 5 = 15$
$7d - 2c = 7$	$4w - 8 + 8z$	$-7b + 25 = 5b$
$86r + 5 = 5r - 9$	$53f + 5f = 18$	$73e + 5p$

Equação	Expressão algébrica

Questão 2. Traduza as situações matemáticas abaixo para a linguagem algébrica. Em seguida, resolva- as utilizando os princípios de equivalência.

a) Considere que um adulto consumiu nos três primeiros dias de sua dieta 640 calorias em alimentos. Sabendo que no segundo dia consumiu 120 calorias a mais que no primeiro dia e, no terceiro dia, consumiu o dobro de calorias que no primeiro dia, responda: Qual a quantidade de calorias que esse adulto consumiu no primeiro dia?

R.: ____

b) Em um fim de semana, 876 pessoas, entre homens e mulheres, assistiram ao musical O Mágico de Oz em uma casa de espetáculos em São Paulo. A quantidade de mulheres correspondia ao triplo da quantidade de homens mais 520. Quantas mulheres assistiram a esse musical?

R.: ________________________________ ___________________________________

Questão 3. Observe as expressões algébricas a seguir e faça o que se pede.

$$5t + 7 - \frac{5}{3}t - z$$

a) Separe os termos algébricos e identifique o coeficiente e a parte literal.

Termo algébrico	Coeficiente	Parte literal

b) Determine o valor numérico da expressão algébrica sabendo que t = 2 e z = -3.

Questão 4. Carlinhos comprou o álbum da Copa do Mundo do Qatar 2022 no valor R$ 55,00. Para completar o álbum ele precisará comprar pacotes de figurinhas, sendo que cada pacote custa R$ 5,00. Escreva a expressão que representa o custo para preencher todo o álbum.

a) Determine o custo para Carlinhos comprar 15 pacotes.

R.: ____

Questão 5. Sabendo que os pratos da balança abaixo estão em equilíbrio, faça o que se pede.

a) Considerando que os valores estampados indicam a respectiva massa em quilograma de cada objeto, escreva uma equação que represente esse equilíbrio.

b) A equação que você usou é do 1° grau com uma incógnita? Justifique sua resposta.

c) Qual a massa de cada lata, em quilograma.

Questão 6. Em cada item, escreva uma equação que represente o problema apresentado. Em seguida, determine o valor da incógnita.

a) Somando 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.

b) Somando-se um número ao seu triplo, o resultado é 32.

c) A metade de um número adicionada a 5 é igual a 14.

PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional encontra-se disponível nos endereços:

<https://www.upf.br//_uploads/Conteudo/ppgecm/2023/Tais_PRODUTO.pdf>
<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/731223>

UPF UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PPGECM
Prorama de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade -IHCEC

UEPS

PARA O ENSINO DE

EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Taís Montelli dos Santos
Luiz Marcelo Darroz

2023

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

S237u Santos, Taís Montelli dos

UEPS para o ensino de equação do 1º grau [recurso eletrônico] / Taís Montelli dos Santos, Luiz Marcelo Darroz. – Passo Fundo: EDIUPF, 2023.

2.3 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: http://www.upf.br/ppgecm

Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Didática. 4. Aprendizagem centrada ao aluno. I. Darroz, Luiz Marcelo. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

LISTA DE QUADROS E FIGURAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Diante do contexto atual, em que o ensino muitas vezes, direciona e prioriza uma aprendizagem mecânica (Moreira, 2011) e descolada da realidade do aluno, é necessário elaborar propostas que possibilitem aos alunos explorar e tirar suas próprias conclusões sobre o objeto de estudo.

Nesse sentido, este trabalho, desenvolvido na linha de Práticas Educativas em Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade de Passo Fundo (UPF), tem por objetivo apresentar uma sequência didática para o ensino de Equação do 1º grau com uma incógnita, destinada aos professores de Matemática da Educação Básica.

O material didático foi implementado em condições reais de ensino em uma turma de 7º ano, da rede pública do município de Passo Fundo e refere-se a uma UEPS para o ensino de equação do 1º grau com uma incógnita. Ele acompanha a dissertação de mestrado intitulada "Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o ensino de equação do primeiro grau", da autora Taís Montelli dos Santos, sob orientação do professor Dr. Luiz Marcelo Darroz.

Na busca por subsidiar as práticas pedagógicas dos professores de Matemática do Ensino Fundamental, a UEPS está organizada na forma de "passos", seguindo o mencionado por Moreira (2011), nos quais é possível encontrar o tema abordado, a duração e o número de encontros, os objetivos e as atividades desenvolvidas. O relato da aplicação dessa sequência didática foi objeto de apresentação e avaliação do estudo realizado no mestrado e integra o texto da dissertação.

O material está disponível e pode ser utilizado de forma livre por todos aqueles que estiverem interessados, desde que com a devida citação da fonte. Outrossim, destaca-se que o material será disponibilizado às redes de ensino e terá divulgação em cursos de formação continuada com professores da região de abrangência da Universidade de Passo Fundo.

Os próximos capítulos trazem de forma resumida a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS). No capítulo seguinte, é apresentada a Unidade de Ensino Potencialmente Significativa. No outro capítulo, serão descritos os encontros e materiais utilizados e as sugestões de atividades. Por fim, no último capítulo, apresentam-se os autores do estudo.

TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA - TAS

David Ausubel (1968-2008) médico psiquiatra de formação, dedicou-se à psicologia educacional, pois questionava a forma como os professores conduziam o processo de ensino na busca do desenvolvimento da aprendizagem. Dessa forma, apresenta uma teoria cognitivista que muda a perspectiva da maneira como o ensino era visto. Joseph Novak (1981) deu continuidade aos estudos de David Ausubel e foi considerado seu grande interlocutor, aprimorando a teoria para o que conhecemos hoje.

Outros autores, como Moreira (1995), também se dedicaram a essa teoria. Para esse autor, a aprendizagem divide-se de forma geral em três: cognitiva (organização de informações na mente do indivíduo), afetiva (são sinais internos, ligados às emoções) e psicomotora (respostas musculares, através de treinos e prática).

A teoria de Ausubel foca na aprendizagem cognitiva, embora acredite que a experiência na aprendizagem afetiva seja relevante também. Assim, para o autor, a aprendizagem ocorre quando a nova informação se ancora em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz, definindo esse processo como conceito subsunçor (AUSUBEL, 1968). Desse modo, a aprendizagem é um conjunto organizado de informações e integração dessas ideias na estrutura cognitiva, em que os conteúdos específicos ficam em uma área particular.

Nessa direção, Ausubel (1968) considera que se deve levar em consideração o que o aluno já sabe. Sobre isso, Moreira afirma que para o estudioso, o fator isolado que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; descubra isso e ensine de acordo (2011).

As novas ideias, informações e conceitos relevantes podem ser aprendidos e retidos, à medida que existam conceitos relevantes, incluídos na estrutura cognitiva, que estejam organizados de forma clara e disponível. Esses funcionam como ancoragem às novas ideias e conceitos; neste momento, as informações interagem na estrutura cognitiva, podendo modificar ou aprimorar conceitos assim que as novas informações são adquiridas pelo indivíduo. Ocorre um processo de interação, em que os conceitos relevantes incluídos interagem como o novo material, funcionando como ponto de ancoragem, ou seja, ampliando o conceito já aprendido, integrando-o, modificando-o.

Ausubel também define a aprendizagem mecânica (ou automática) como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com os conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva (MOREIRA, 2011). Segundo ele, essas informações seriam assimiladas de maneira arbitrária, não havendo relação com as informações já armazenadas pelo aprendiz. Assim, o conceito fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva, sem se ligar a conceitos subsunçores relevantes, sendo um exemplo a memorização de fórmulas. Para o autor, a aprendizagem por descoberta e por recepção são um contínuo, sendo que depois de o conceito ser assimilado pelo indivíduo, a aprendizagem por recepção pode ser usada para a fixação desse conceito, enquanto que na aprendizagem por descoberta, o conteúdo aprendido deve ser descoberto pelo aprendiz. Esse conteúdo se liga a outros relevantes, já existentes na estrutura cognitiva, ou seja, nova informação é incorporada de forma não-arbitrária.

Mas de onde vêm os conceitos subsunçores tão necessários para o desenvolvimento da aprendizagem significativa? De acordo com Ausubel (1968), existem duas possibilidades. Uma é por meio da aprendizagem mecânica, quando o indivíduo está estudando algo completamente novo – à medida que surgem mais elementos relacionados a esse conhecimento na estrutura cognitiva –, temos então subsunçores, ainda que pouco elaborados; conforme vai recebendo mais informações, fica mais elaborado, e é capaz de ancorar mais ideias. Outra possibilidade é que as crianças adquirem os conceitos por meio da formação de conceitos, o qual envolve abstração e generalização de instâncias específicas. No entanto, ao atingir a idade escolar, elas já possuem subsunçores bem definidos, os conceitos são aprendidos por meio da assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integradora.

Ausubel recomenda organizadores prévios. Esses são materiais introdutórios que devem apresentados antes mesmo do conteúdo em si e que sirvam como pontes cognitivas, que levem ao desenvolvimento de novos conceitos subsunçores, para facilitar a aprendizagem seguinte, a ideia é manipular deliberadamente a estrutura cognitiva, para facilitar a aprendizagem. Para Moreira (2011), Ausubel considera que

> a função dos organizadores prévios é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, a fim de o material possa ser aprendido de forma significativa, ou seja, organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como “pontes cognitivas” (MOREIRA, 2011).

A TAS indica que para uma aprendizagem significativa duas condições devem ser efetivadas. A primeira salienta que as ideias simbolicamente expressas devem ser relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe. Um material com essa característica é considerado potencialmente significativo. Outra condição é que o aprendiz manifeste interesse pela aprendizagem, assim a construção do conhecimento vai ao encontro de seu interesse. Do contrário, não é possível mensurar se houve aprendizagem significativa; do mesmo modo, se o aluno demonstrar interesse, e o material não for potencialmente significativo.

Ausubel diferencia, no decorrer da TAS, três tipos de aprendizagem significativa: representacional (envolve a atribuição de significados a determinados símbolos), conceitos (são a representação de símbolos mais particulares, mas são genéricos e categóricos), proposicional (aprender o significado das ideias expressas verbalmente, por meio de conceitos sob forma de uma proposição). Cada aprendizagem significativa complementa a seguinte, pois sem a ideia de símbolo não é possível fazer generalizações, bem como expressar esse conceito.

Para que fique mais claro para o aprendiz, é preciso organizar as ideias e aprendizagens na estrutura cognitiva do indivíduo. Dessa forma, Ausubel propõe a "teoria da assimilação", que pode ser representada de maneira esquemática conforme Quadro 1:

Quadro 1 - Teoria da assimilação de Ausubel.

Nova informação, potencialmente significativa	Relacionada a, e assimilada por conceito subsunçor existente na estrutura cognitiva	Produto interacional (subsunçor modificado)
A	A	A' a''

Fonte: Elaborado pela autora (com base em MOREIRA, 1995, p. 166).

Nessa, a nova informação potencialmente significativa, ou novo conhecimento se relaciona com os conceitos subsunçores presentes na estrutura cognitiva, transformando essa nova informação, ou seja, ressignificando-a, modificando-a e tornando-a mais significativa, e fazendo desse conceito mais amplo e com novas aplicações ainda mais complexas tanto na resolução de problemas de problemas de sala, quanto no seu cotidiano. Para Ausubel,

> a assimilação é o processo que ocorre quando uma ideia, conceito ou proposição a, potencialmente significativo, é assimilado sob uma ideia, conceito ou proposição, um subsunçor, A, já estabelecido na estrutura cognitiva, como um exemplo, extensão, elaboração ou qualificação do mesmo. Portanto, o verdadeiro produto do processo interacional que caracteriza a aprendizagem significativa não é apenas o novo significado de a', mas inclui também a modificação da idéia-âncora, sendo, consequentemente, o significado composto de A'a' (MOREIRA, 1995, p. 166).

A assimilação ou ancoragem pode ter um efeito facilitador na retenção, o que pode levar um tempo variável para cada indivíduo.

Outro tipo de assimilação é a obliteradora, em que os conceitos são relacionados aos subsunçores existentes até que não faça mais sentido essa interação e então inicie o processo de dissociabilidade nula, ou seja, o esquecimento, que faz parte para que outros conceitos sejam incorporados à mente. Dessa forma, se aprendizagem é significativa, o indivíduo pode esquecer aquilo que considera irrelevante.

O processo pelo qual uma nova informação adquire significado – quando interage com subsunçores – é considerada uma relação subordinada com o material preexistente à estrutura cognitiva.

Quando uma ideia mais geral é relacionada a conceitos mais específicos na estrutura cognitiva, criando assim novos atributos para a aprendizagem subordinada, temos a aprendizagem superordenada.

A aprendizagem combinatória, por sua vez, é uma aprendizagem de proposições em menor escala, conceitos que não guardam relação subordinada, nem superordenada, ou seja, conceitos específicos, conteúdos mais amplos relevantes de uma maneira geral.

Portanto, quando um conceito é aprendido de forma subordinada, ou seja, num processo de interação e ancoragem com os conceitos subsunçores, ele se modifica, o que leva à ocorrência de uma diferenciação progressiva.

Por outro lado, se a aprendizagem se dá de forma superordenada ou combinatória, em que os conceitos podem ser modificados, reorganizados e ressignificados, Ausubel a chama na estrutura cognitiva como reconciliação integradora. Esses processos se relacionam na aprendizagem significativa; esses dois princípios programáticos podem ser na prática organizadores prévios adequados. Existe também a possibilidade de promover a diferenciação progressiva e reconciliação integradora através de “mapas conceituais”.

Esses dois processos, que ocorrem na aprendizagem significativa, estão relacionados entre si, já que toda aprendizagem que derivar em reconciliação integradora, ou seja, que recombinar elementos previamente existentes na estrutura cognitiva, também resultará em diferenciação progressiva adicional de conceitos e proposições, ou seja, um novo conceito se relaciona com o conceito já existente e se modifica. Portanto, a reconciliação integradora é também uma forma de diferenciação progressiva.

Sendo assim, é importante que o professor entenda os processos que implicam em aprendizagem significativa. Por exemplo, quando o aluno é capaz de transpor um conceito aprendido significativamente em sala de aula para diferentes contextos, ou então, quando ele consegue traduzir o que aprendeu com suas próprias palavras, é possível identificar indícios de aprendizagem significativa. Assim, a estrutura cognitiva pode ser influenciada de duas maneiras: substantivamente, quando os conceitos dos organizadores prévios e o conteúdo a ser trabalhado estão bem definidos; e de também de forma programática, em que a partir dos organizadores prévios são elaboradas as sequências das aulas.

A Teoria da Aprendizagem Significativa, em sala de aula, leva em consideração os conhecimentos prévios do aluno, o que é fundamental para o ensino e aprendizagem.

Para continuidade da proposta, após a descrição da teoria a ser utilizada, buscou-se uma sequência que pudesse contribuir para a investigação, de modo que permeie toda a discussão do conteúdo escolhido, a definição foi pela Unidade Potencialmente Significativa (UEPS). A seguir, será relatada a forma como essa sequência didática é estruturada.

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA - UEPS

Fundamentado na Teoria Aprendizagem Significativa, Moreira (2011) propõe que o ensino seja estruturado em situações de ensino que tenham como premissas de que não há ensino sem aprendizagem e que o ensino é o meio e a aprendizagem é o fim. Assim, apresenta as Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) como "sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada à sala de aula" (MOREIRA, 2011, p. 43, traduzida).

Nas UEPS, de acordo com o almejado por Ausubel (1968), Moreira (2011) indica o estudo de um novo conhecimento a partir do que o estudante já sabe, ou conceitos âncora. Assim, o estudante pode interagir com o conhecimento, pesquisar mais sobre ele, e pode tirar suas próprias conclusões. Nelas o estudante pode demonstrar sua aprendizagem de diferentes maneiras: declarativa – no qual o conhecimento pode ser verbalizado, declarado de alguma maneira – refere-se ao conhecimento sobre objetos e eventos; ou procedimental, é aquele que consiste de habilidades cognitivas envolvidas no saber fazer algo, é conhecimento sobre executar ações.

Para isso, o conhecimento prévio é considerado o elemento mais importante e com maior influência na aprendizagem significativa. Para Ausubel (1968) é ele que possibilita a relação entre o que o estudante já sabe e o que irá aprender. Ainda, a UEPS é descrita e elaborada, levando em consideração a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação. Assim, a UEPS é estruturada desde a escolha do conteúdo até a avaliação seguindo os seguintes passos:

1. Definir o tópico específico a ser abordado.
2. Criar/propor situações que levem o aluno a externalizar seu conhecimento prévio.
3. Propor situações-problema em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno, que preparem o terreno para a introdução do conhecimento que se pretende ensinar.
4. Apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, começando com aspectos mais gerais, mas logo exemplificando, abordando aspectos específicos, propor atividades em grupo.
5. Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes, em nova apresentação, porém em nível mais alto de complexidade em relação a primeira apresentação, propor uma atividade colaborativa.
6. Concluindo a unidade, retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, deve-se explorar as relações entre as ideias, conceitos, proposições e apontar similaridades e diferenças importantes, então propor novas situações-

problema devem ser propostas, em níveis mais elevados discutindo-as em grupo de forma colaborativa.

7. A avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo, além disso uma avaliação somativa individual, deverá ser avaliada em pé de igualdade, tanto na avaliação formativa, o que foi desenvolvido ao longo da sequência, observando o progresso do estudante, como a avaliação somativa, que tem como objetivo avaliar certos aspectos da aprendizagem, como um exame final da unidade.
8. Avaliação da UEPS, somente será exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa, visto que o domínio de um campo conceitual é progressivo (Adaptações da autora, de MOREIRA, 2011).

Para a construção da sequência, os aspectos transversais são fundamentais para o bom êxito na aplicação da UEPS. Dessa forma, deve-se

- em todos os passos, os materiais e as estratégias de ensino devem ser diversificados, o questionamento deve ser privilegiado em relação às respostas prontas e o diálogo e a crítica devem ser estimulados;
- como tarefa de aprendizagem, em atividades desenvolvidas ao longo da UEPS, pode-se pedir aos alunos que proponham, eles mesmos, situações-problema relativas ao tópico em questão;
- embora a UEPS deva privilegiar as atividades colaborativas, a mesma pode também prever momentos de atividades individuais (MOREIRA, 2011).

A partir dessas concepções, para a construção da UEPS, Moreira (2011) ainda salienta que

- o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa (AUSUBEL);
- pensamentos, sentimentos e ações estão integrados no ser que aprende; essa integração é positiva, construtiva, quando a aprendizagem é significativa (NOVAK);
- é o aluno quem decide se quer aprender significativamente determinado conhecimento (AUSUBEL; GOWIN);
- organizadores prévios mostram a relacionabilidade entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios;
- são as situações-problema que dão sentido a novos conhecimentos (VERGNAUD); elas devem ser criadas para despertar a intencionalidade do aluno para a aprendizagem significativa;
- situações-problema podem funcionar como organizadores prévios;
- as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade (VERGNAUD);
- frente a uma nova situação, o primeiro passo para resolvê-la é construir, na memória de trabalho, um modelo mental funcional, que é um análogo estrutural dessa situação (JOHNSON-LAIRD);
- a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação devem ser levadas em conta na organização do ensino (AUSUBEL);
- a avaliação da aprendizagem significativa deve ser feita em termos de buscas de evidências; a aprendizagem significativa é progressiva;

- o papel do professor é o de provedor de situações-problema, cuidadosamente selecionadas, de organizador do ensino e mediador da captação de significados de parte do aluno (VERGNAUD; GOWIN);
- a interação social e a linguagem são fundamentais para a captação de significados (VYGOTSKY; GOWIN);
- um episódio de ensino envolve uma relação triádica entre aluno, docente e materiais educativos, cujo objetivo é levar o aluno a captar e compartilhar significados que são aceitos no contexto da matéria de ensino (GOWIN);
- essa relação poderá ser quadrática na medida em que o computador não for usado apenas como material educativo;
- a aprendizagem deve ser significativa e crítica, não mecânica (MOREIRA, 2011);
- a aprendizagem significativa crítica é estimulada pela busca de respostas (questionamento) ao invés da memorização de respostas conhecidas, pelo uso da diversidade de materiais e estratégias instrucionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno (MOREIRA, 2011).

Em suma, a UEPS é uma proposta de sequência didática que busca facilitar a aprendizagem significativa de tópicos específicos (conteúdos), buscando resgatar conhecimentos prévios dos alunos (que tenham vínculo ou não ao conteúdo de ensino). O uso de materiais que sejam potencialmente significativos para eles e em uma abordagem que parta de conceitos mais gerais, caminhando em direção aos específicos.

A UEPS PARA O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

4.1 PASSO 1 - Ponto de partida

Segundo Moreira (2011) o primeiro passo é definir o tópico específico a ser abordado, dentro da disciplina em que a UEPS será aplicada, identificando seus aspectos declarativos e procedimentais.

- **Conhecimento declarativo**: é o conhecimento que pode ser verbalizado, declarado de alguma maneira, refere-se ao conhecimento sobre objetos e eventos;
- **Conhecimento procedimental**: é aquele que consiste de habilidades cognitivas envolvidas no saber fazer algo; é o conhecimento sobre como executar ações;

Tema: Apresentação da proposta aos alunos e avaliação diagnóstica.

Objetivos: Apresentar a proposta de trabalho aos alunos e identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conceitos básicos de álgebra.

Recursos: Avaliação diagnóstica impressa.

Tempo estimado para a aula: 2 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor (a):

É importante que os alunos tenham conhecimento de como as atividades irão ocorrer durante as aulas, bem como a metodologia e recursos que serão utilizados. A participação dos alunos em todo o processo torna-se essencial.

Neste passo da UEPS, a avaliação diagnóstica tem o objetivo de verificar os conhecimentos algébricos preexistentes na estrutura cognitiva dos alunos. Sendo assim, a avaliação contém situações-problema envolvendo conhecimentos de álgebra considerados condizentes com o ano que os alunos frequentam.

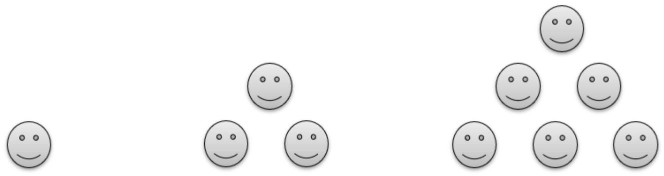
No momento da aplicação dessa atividade, mencione aos alunos que eles devem respondê-la. Pode pedir que registrem por escrito o que acham que seria a resolução. Ao final, recolha a avaliação por escrito, posteriormente faça a leitura oral para os alunos de cada questão, abrindo a possibilidade de a turma debater suas respostas das questões. Assim, os alunos podem ir se apropriando das ideias e verificando suas respostas.

A avaliação diagnóstica utilizada nessa investigação, está na sequência do texto, você precisará de dois períodos de 45 min cada.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Questão 1.

a) Observe a sequência abaixo para responder



Essa sequência tem um padrão. Então, faça um desenho que represente as duas próximas imagens.

b) A sequência a seguir apresenta os oito primeiros números:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,19 …

Descubra o padrão e escreva os três próximos números desta sequência.

Questão 2. Em um auditório de uma escola, as cadeiras estão organizadas de forma triangular. A primeira fileira acomoda 2 alunos, a segunda 4, a terceira 8, e a quarta 16. Sabendo que há mais duas fileiras nesse auditório e que o padrão das fileiras é mantido, quantos alunos podem ser acomodados na quinta fileira? E na sexta fileira? Qual seria a sequência formada considerando o número de alunos em cada fileira? Qual padrão você percebeu na formação de fileira após fileira?

1ª fila = 2

2ª fila = 4

3ª fila = 8

4ª fila = 16

5ª fila = ...

6ª fila = …

____

____

____

____

____

Questão 3. Para cada situação escreva verdadeiro (V) ou falso (F):

( ) $3 \cdot 13 = 10 \cdot 3 + 9$

( ) $5 \cdot 15 = 10 \cdot 1 + 25$

( ) $4 \cdot 11 = 40 + 1$

( ) $2 \cdot 11 = 20 + 1$

( ) $3 \cdot 12 = 10 \cdot 1 + 6$

Questão 4. Resolva as seguintes situações:

a) Um número elevado ao quadrado resulta em 100. Qual é esse número?

b) Um número extraindo a raiz quadrada resulta em 5. Qual é esse número?

c) O produto de um número é 26, um de seus fatores é 2. Qual é o outro fator?

Questão 5. Observe a receita de bolo de milho

Ingredientes

1 lata de milho verde	4 ovos
1 lata de óleo (medida da lata de milho)	2 colheres (sopa) de farinha de trigo
1 lata de açúcar (medida da lata de milho)	2 colheres (sopa) de coco ralado
1 lata de fubá (medida da lata de milho)	1 e 1/2 colher (chá) de fermento em pó

Dona Maria quer fazer o dobro da receita, assim terá que adicionar mais quatro ovos, como ficará o restante da receita?

____

____

____

____

____

____

____.

Questão 6. Na promoção de uma loja de eletrodomésticos, um aparelho de som que custava R$ 400,00 teve um desconto de 25%. Quanto o cliente pagará pelo equipamento?

____

____

____

____

Questão 7. Em uma escola o número de meninas está na razão 3 para 5 ou $\frac{3}{5}$ com relação ao número de meninos. Se essa escola possui 345 meninos, o número de meninas é:

____

____

____

____

4.2 PASSO 2 - Organizadores Prévios

No segundo passo, Moreira (2011) determina que é necessário criar/propor situações – discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, situação-problema etc. – que leve(m) o aluno a externalizar seu conhecimento prévio, aceito ou não-aceito no contexto da matéria de ensino, supostamente relevante para a aprendizagem significativa do tópico (objetivo) em pauta;

Tema: A álgebra presente na II Guerra Mundial.

Objetivo: Identificar, por meio da visualização de um filme, os conhecimentos de álgebra presentes na estrutura cognitiva (conhecimento prévio) dos estudantes.

Recursos: Filme "O jogo da Imitação" (2014) e caderno de aula.

Tempo estimado para a aula: 4 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor (a) para o segundo encontro:

O organizador prévio é fundamental, pois ele vai proporcionar aos alunos, estabelecer a relação do que eles já sabem com o que eles devem saber. Para isso, o(a) professor(a) precisa conhecer os interesses da turma, utilizando um tema que instigue os alunos a participar, questionar e expor as suas conclusões. Isso porque um dos pressupostos para que a aprendizagem significativa aconteça é que os alunos tenham interesse e disposição em fazer essas relações.

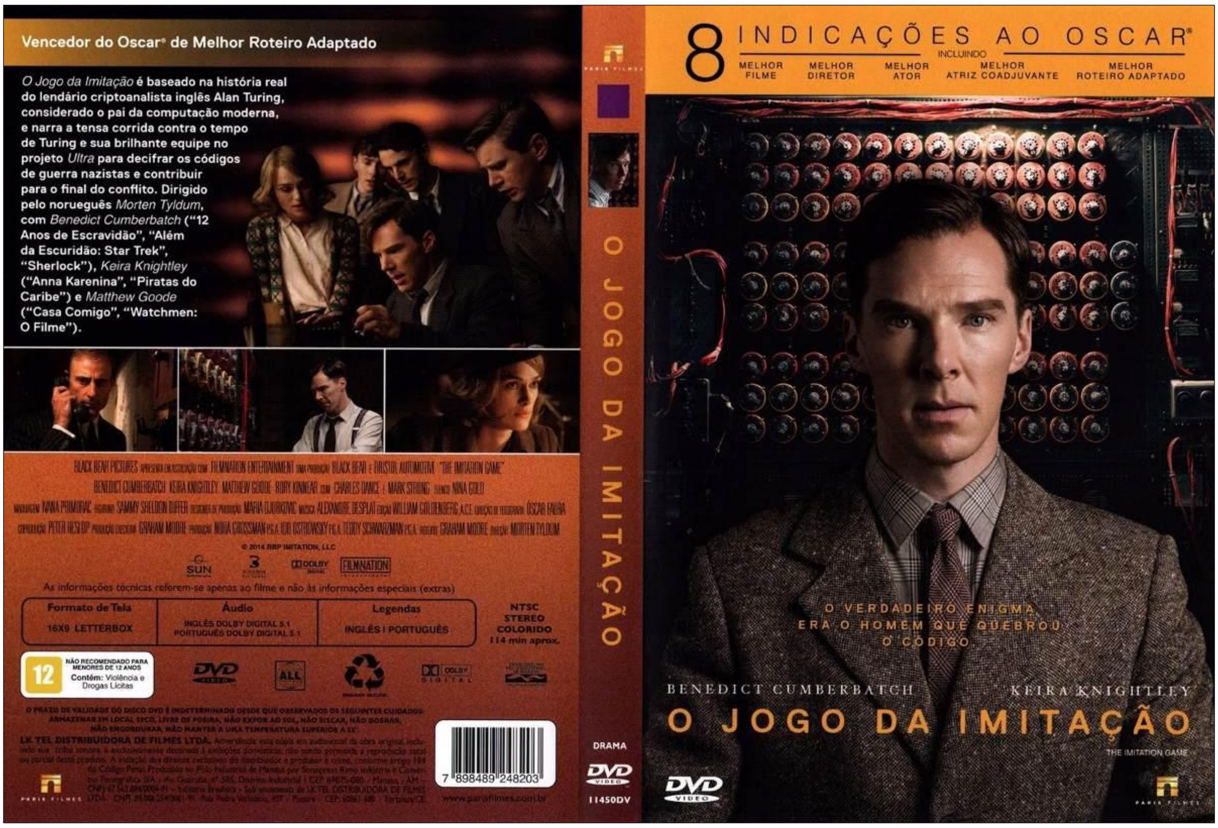
Para tal, indica-se assistir o filme "O jogo da Imitação" (2014). O filme, em sua trama, mostra em vários momentos a utilização da criptografia, que é a tradução de códigos, ou seja, elementos desconhecidos durante II Guerra Mundial, mostrando o valor utilitário da álgebra. Na sequência descreve-se o filme e apresenta-se a descrição das atividades.

4.2.1 ORGANIZADOR PRÉVIO – Filme: O JOGO DA IMITAÇÃO

No filme, que ocorre durante a Segunda Guerra Mundial, o governo britânico monta uma equipe que tem por objetivo quebrar o Enigma, o famoso código que os alemães usam para enviar mensagens aos submarinos. Um de seus integrantes é

Alan Turing (*Benedict Cumberbatch*), um matemático de 27 anos estritamente lógico e focado no trabalho, que tem problemas de relacionamento com praticamente todos a sua volta. Não demora muito para que *Turing*, apesar de sua intransigência, lidere a equipe. Seu grande projeto é construir uma máquina que permita analisar todas as possibilidades de codificação do Enigma em apenas 18 horas, de forma que os ingleses conheçam as ordens enviadas antes que elas sejam executadas. Entretanto, para que o projeto dê certo, Turing terá que aprender a trabalhar em equipe e tem *Joan Clarke* (*Keira Knightley*) como sua grande incentivadora.

Figura 1 - Capa do filme: O jogo da imitação



Fonte: Google imagens. Disponível em: <encurtador.com.br/dSUWY>. Acesso em: 03 julho. 2022.

Após a exibição, solicite aos alunos que falem sobre suas percepções sobre o filme, especialmente em relação à utilização da álgebra, e registrem no caderno, fazendo um resumo sobre o que assistiram. Nesse momento, deixe-os bem à vontade para escrever suas percepções, auxilie caso precisem de informações específicas. Para ajudar no resumo, podem ser anotados no quadro alguns itens, tais como onde acontece, em que ano, qual o contexto do filme, quais os personagens e sua importância na história, qual o tema ou assunto, o que eles constroem e qual a importância disso.

Pergunte se já ouviram falar na utilização da álgebra, especialmente criptografia em outros contextos, solicitando que deem exemplos de situações em que os códigos são utilizados no seu dia a dia. A partir das respostas dos alunos e das discussões que esses questionamentos provocaram, inicie o próximo encontro. Essa atividade tem duração de 4 períodos de 45 minutos cada.

4.3 PASSO 3 - Situação problema 1 – nível introdutório

No terceiro passo, Moreira (2011) indica que é necessário criar/propor situações, discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, situação-problema, que levem o aluno a externalizar seu conhecimento prévio, aceito ou não-aceito no contexto da matéria de ensino, supostamente relevante para a aprendizagem significativa do tópico (objetivo) em pauta.

Tema: Conceitos básicos de álgebra: atividade envolvendo criptografia envolvendo sequência.

Objetivo: Construir os conceitos iniciais de álgebra.

Recursos: Folhas impressas de Criptografia e códigos para decifrar.

Tempo estimado para a aula: 3 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor (a) para o terceiro encontro:

Para essa UEPS, foi selecionada uma atividade de Criptografia, em que os alunos recebiam o código criptografado e a criptografia para decifrá-lo. Os códigos envolvem questões sobre sequências, para introduzir o conteúdo de álgebra. À medida que um era decifrado e respondida a pergunta, outro era entregue.

Assim, na continuidade, com a turma dividida em dois grupos, após o filme, solicite que os estudantes abram uma conversa no WhatsApp e que leiam a mensagem escrita, logo perceberão que a criptografia está presente nas mensagens enviadas entre eles, e que relacionem a álgebra com a codificação explorada na trama. Esse momento é importante no sentido de apresentar uma continuidade da etapa anterior, falando sobre álgebra e seus conceitos, mas sem começar a ensiná-los.

Na página a seguir, estão disponíveis a Criptografia e as questões utilizadas na atividade. Para essas, os alunos levarão 3 períodos de 45 minutos cada, entre traduzir e responder às questões.

CÓDIGOS PARA DECIFRAR

Quadro 2 - Questões entregues aos alunos

2 002106752 2 003155 902 12 42957, 90071452 70 45735270 6120570? rq, rqq, rqqq, rqqqq, …
00315697 7 429527 92 002106752 61205572 2123 7 4573527 612057? -y, -r, r, y, w, …
9292 2 002106752 2 003155 21250 70 45735270 75677 6120570? j, k, rt, rg, tq, …
00315697 7 429527 92 002106752 61205572 2123 7 4573527 612057? l, rt, rl, tt, …
2 002106752 2 003155 902 12 42957, 90071452 70 45735270 6120570? y, g, ç, rt, rw, …
9292 2 002106752 2 003155 21250 70 45735270 75677 6120570? r, w, ç, ry, ...

Fonte: Dados da pesquisa 2022

CRIPTOGRAFIA

Quadro 3 - Criptografia

Alfabeto		**Números**
A - 2	O - 7	1 – r
B - 4	P - 4	2 – t
C - 7	Q - 2	3 - y
D - 9	R - 5	4 - j
E - 0	S - 0	5 - w
F - 1	T - 9	6 - g
G - 3	U- 1	7 – l
H - 4	V - 8	8 – k
I - 5	W - 5	9 – ç
J – 6	X - 3	0 - q
K – 8	Y - 4	
L – 3	Z - 9	
M - 2		
N - 6		

Fonte: Dados da pesquisa 2022

TRADUÇÃO DOS CÓDIGOS

Quadro 4 - Códigos traduzidos para consulta do professor

A sequência a seguir tem um padrão, descubra os próximos números. 10, 100, 1000, 10 000, …
Seguindo o padrão da sequência numérica, qual o próximo número? -3, -1, 1, 3, , …
Dada a sequência a seguir, quais os próximos cinco números? 4, 8, 12, 16, …
Seguindo o padrão da sequência numérica, qual o próximo número? 7, 12, 17, 22, …
A sequência a seguir tem um padrão, descubra os próximos números. 3, 6, 9, 12, 15, …
Dada a sequência a seguir, quais os próximos cinco números? 1, 5, 9, 13, ...

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

4.4. PASSO 4 - Diferenciação Progressiva

Moreira (2011), no quarto passo, observa que levada em conta a diferenciação progressiva, uma vez trabalhadas as situações iniciais, apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido deve iniciar neste passo, ainda em aspectos mais gerais, inclusivos. Deve-se dar uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, mas logo exemplificando, abordando aspectos específicos.

Tema: Conceitos básicos de álgebra: expressão algébrica, valor numérico, termo algébrico, coeficiente e parte literal, simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes.
Objetivo: Promover a diferenciação progressiva por meio de situações-problema.
Recursos: Quadro branco e caneta.
Tempo estimado para a aula: 12 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor (a) para o quarto encontro:

Neste encontro, buscando aprofundar e aumentar o nível de complexidade do conhecimento em questão, serão apresentadas aos alunos situações para que escrevam as expressões algébricas. Para isso, retome a última aula sobre as sequências que foram construídas.

Inicie a aula perguntando a seus alunos sobre as sequências numéricas que solucionaram na aula anterior. A partir disso, você pode questionar: como é possível descobrir o décimo termo da sequência, sem precisar escrever os primeiros nove termos? Como eles já resolveram, escreva no quadro a continuação da sequência, então eles perceberão que a primeira envolve potência de 10, a segunda é o dobro menos 5, e assim por diante. Você pode explicar que na sequência chamamos os números de termos e que isso corresponde ao número que será substituído no lugar do n.

Dessa forma, já é possível escrever as sequências, pois a letra que será usada também representa a posição do termo na sequência, o primeiro termo é 1, o segundo termo é 2, e assim por diante.

Nota ao (à) professor (a) para o quarto encontro:

Na primeira sequência será 10n, na segunda 2n - 5, na terceira 4n, na quarta 5n + 2, na quinta 3n e na sexta 4n -3. Inicie, então, explicando que essa expressão que contém uma letra é chamada de expressão algébrica. Também já é possível explicar o que é valor numérico. Em seguida, dê exercícios para que façam a tradução da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática. As atividades aplicadas nesse material estão em seguida. Para essa atividade, você precisará de 3 períodos de 45 minutos cada.

Note que nas atividades propostas os alunos podem escolher a letra em algumas questões para expressar a expressão algébrica, portanto, para a correção, peça que leiam suas respostas, e juntos com os outros alunos colegas verifiquem se estava correta.

Atividades sobre expressão algébrica

1) Escolha uma letra para representar um número e traduza para a linguagem simbólica da Matemática cada expressão relativa a esse número.

a) O triplo desse número mais dez.

b) Esse número menos quatro.

c) O quádruplo desse número.

d) A terça parte desse número.

e) Três quartos desse número.

Lembre-se professor(a):

É de suma importância sempre no início da aula retomar os conceitos da aula anterior, solicitando exemplos.

Nota ao (à) professor (a) para o quinto encontro:

Inicie a aula questionando: O que é uma expressão algébrica? O que é valor numérico? Como é chamada a letra na expressão algébrica? Após retomar os conceitos de expressão algébrica, faça o registro no quadro da definição, e os alunos registram no caderno. Após os alunos respondem a algumas questões sobre expressão algébrica, para que possam traduzir uma expressão algébrica da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática. O tempo para essa atividade será de 2 períodos de 45 minutos cada.

4.4.1 Expressões algébricas

Expressões algébricas

Em algumas situações, você teve a oportunidade de trabalhar com expressões matemáticas. Observe estas expressões, escritas na linguagem comum e na linguagem simbólica da Matemática.

a) Dois vezes cinco $\rightarrow$ $2 \,.\, 5$

b) Três vezes quatro mais um $\rightarrow \frac{3}{4} + 1$

c) O quadrado de dois sétimos somado a dois quintos $\rightarrow$ $\left(\frac{2}{7}\right)^2 + \frac{2}{5}$

Quando falamos de um número racional qualquer, podemos usar uma letra para representá-lo. Veja alguns exemplos.

a) O dobro de um número → $2\,.\,x$

b) O triplo de um número mais quatro → $3\,.\,x + 4$

c) A metade de um número menos um terço → $\frac{x}{2} - \frac{1}{3}$

d) Um número mais seus três quintos → $x + \frac{3}{5}.\,x$

e) A soma de dois números inteiros consecutivos → $x + (x + 1)$

Note que em todos esses exemplos, a letra *x* pode ser qualquer número racional. Dizemos, então, que *x* é uma **variável**. Conforme o valor assumido por *x*, há um valor para a expressão matemática.

As expressões $2\,.\,x$, $3\,.\,x + 4$, $\frac{x}{2} - \frac{1}{3}$, $x + \frac{3}{5}.\,x$ e $x + (x + 1)$ são exemplos de **expressões algébricas.**

Em expressões como essa, a variável não precisa ser obrigatoriamente a letra *x*, ela pode ser representada por qualquer outra letra. Observe.

a) O dobro de um número → $2 \cdot y$ ou $2y$ (sem o sinal de multiplicação)

b) O triplo de um número menos dez → $3z - 10$

c) O quadrado da metade de um número menos um terço desse número →

$$\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}t$$

d) A soma de um número com o dobro de outro número → $a + 2b$

Atividades sobre expressão algébrica

1) Sendo a e b dois números racionais, represente na linguagem simbólica da Matemática:

a) a soma desses números;

b) a diferença entre esses números;

c) o dobro de a menos o triplo de b;

d) o produto desses números.

2) Nas expressões a seguir, a letra x representa um número. Identifique cada expressão escrita na linguagem comum com a expressão algébrica correspondente, escrevendo o número romano e a letra que estão associados a elas.

I. O dobro do quadrado de *x*.	a) $2x - 3$
II. O quadrado do dobro de *x*.	b) $x2+32$
III. A diferença entre o dobro de *x* e 3.	c) $(2x)^2$
IV. O dobro da diferença entre *x* e 3.	d) $(x + 3)^2$
V. A divisão da soma de *x* com 3 por 2.	e) $2x^2$
VI. A soma dos quadrados dos números *x* e 3.	f) $\frac{x+3}{2}$
VII. O quadrado da soma dos números *x* e 3.	g) $2(x - 3)$

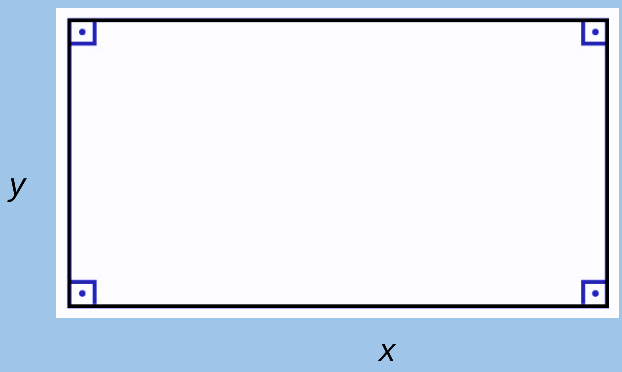
Nota ao (à) professor (a) para o sexto encontro:

Inicie a aula perguntando qual conteúdo estava sendo visto na última aula. Os alunos respondem que era expressão algébrica. Após, de forma expositiva, retome o conceito de valor numérico usando um exemplo que envolva perímetro e área para generalizar e encontrar valor numérico. No decorrer da aula, retome o que é perímetro, dando exemplos, como a de uma tela para cercar um terreno, em seguida peça para que apliquem no problema e explique como seria o perímetro. Aqui já é possível trabalhar o conceito de termos semelhantes para adicionar as letras semelhantes. Na área, faça da mesma forma, explique o que é a área e depois peça que digam como seria no retângulo. Assim, os alunos participam ativamente da aula. Peça que os alunos registrem no caderno as informações, em seguida passe exercícios no quadro sobre valor numérico e após faça a correção. Essa atividade levará aproximadamente 2 períodos de 45 minutos cada.

4.4.2 Valor numérico de uma expressão algébrica

Valor numérico de uma expressão algébrica

Considere o retângulo em que x representa a medida da base e y a medida de altura.



Lembrando que o perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados, então o perímetro desse retângulo é dado pela expressão:

$$x + x + y + y = 2 \cdot x + 2 \cdot y = 2x + 2y$$

Dessa maneira, usando a expressão 2x+2y, podemos calcular o perímetro de um retângulo cuja medida da base é 50 cm, e a medida da altura é 20 cm.

Nesse caso, $x = 50$ e $y = 20$

Veja,

$$2x + 2y = 2 \cdot (50) + 2 \cdot (20) = 100 + 40 = 140$$

Logo, o perímetro desse retângulo é 140 cm.

Quando trocamos as letras da expressão por números e efetuamos as operações indicadas, o número obtido é chamado de **valor numérico.**

No exemplo anterior, o número 140 é o valor numérico da expressão $2x + 2y$ para $x = 50$ e $y = 20$.

Considerando agora a região retangular delimitada pelo retângulo acima e lembrando que a área de uma região retangular é o produto das medidas da base e da altura, então sua área é dada pela expressão:

$$x \cdot y \text{ ou } xy$$

Como $x = 50$ e $y = 20$, medidas em centímetro, temos:

$$x \cdot y = 50 \cdot 20 = 1.000$$

A área dessa região retangular e 1.000 cm²

Agora, veja como calcular o valor numérico da expressão $p^2 + 2pq$ para $p = -2$ e $q = \frac{3}{5}$. Substituindo na expressão a letra *p* por -2 e a letra *q* por $\frac{3}{5}$, temos:

$$p^2 + 2pq = (-2)^2 + 2\,.\,(-2)\,.\,\frac{3}{5} = 4 - \frac{12}{5} = \frac{8}{5}$$

Logo o valor numérico da expressão $p^2 + 2pq$, $p = -2$ e $q = \frac{3}{5}$, é $\frac{8}{5}$.

Atividades sobre valor numérico das expressões algébricas

1) Calcule o valor numérico das expressões.

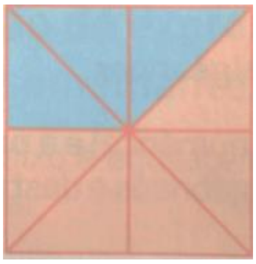
a) $3x + 5$ para $x = -6$

b) $2a + 7b$ para $a = -3$ e $b = \frac{1}{7}$

c) $a^2 + 3a$ para $a = -\frac{1}{2}$

d) $-2ab + b$ para $a = -5$ e $b = 2$

2) Esta região quadrada está dividida em 8 partes iguais. Determine a expressão que representa. Sabendo que o lado do quadrado mede *y.*



a) a área da região quadrada;

b) o perímetro do quadrado que delimita essa região;

c) a área da parte laranja.

- Agora, determine o valor numérico da área da região quadrada para $y = 2$.

3) Uma empresa de confecção assume um custo mensal fixo de R$ 10.000,00 para o pagamento de algumas despesas com funcionários e impostos, além do custo de RS 3,00 para cada camiseta produzida.

O custo mensal para essa empresa pode ser dado pela expressão algébrica

$$C = 10.000 + 3x.$$

em que *C* é o custo mensal, em real, e *x*, o número de camisetas produzidas.

a) Determine o custo para a empresa no mês em que eles fabricaram 1.000 camisetas.

b) Se cada camiseta for vendida a RS 20,00, a empresa terá lucro? Em caso afirmativo, de quanto?

4) Em certa cidade o plano de uma linha telefônica, com direito a 100 minutos iniciais, custava RS 40,00. Se o consumidor excedesse esses 100 minutos, ele pagaria RS 1,00 por minuto excedente.

a) Escreva no caderno uma expressão algébrica que represente a situação em que o consumidor excedeu os 100 minutos.

b) Quanto um consumidor pagará se usar 82 minutos em um mês? E se usar 320 minutos?

Nota ao (à) professor (a) para o sétimo encontro:

No sétimo encontro, retome e explique os conceitos iniciais de valor numérico e o conceito de variável. É possível que eles confundam com expressão numérica, por isso esclareça que quando a variável é substituída pelo valor dado na questão, ela se transforma em uma expressão numérica. Retome esse conceito já estudado para resolver a expressão algébrica, assim conseguirão diferenciar expressão numérica de expressão algébrica, visto que a última tem uma letra.
Retome a aula anterior, solicitando que deem exemplos de expressão algébrica e o que é valor numérico. Em seguida, de forma expositiva e dialogada, diferencie termo algébrico, coeficiente e parte literal. A seguir, esclareça o que são termos semelhantes, e os alunos farão as anotações no caderno. Essa atividade levará 3 períodos de 45 minutos cada.

4.4.3 Termos algébricos e termos semelhantes

Termos algébricos

As expressões $20x$, $3y^2$ e $\frac{5}{9}a^2$, são exemplos de **termos algébricos.**

Em um termo algébrico, distinguimos o **coeficiente** (parte numérica) e a **parte literal** (parte com letras). No quadro a seguir, mostramos alguns termos algébricos e destacamos, em cada um, o coeficiente e a parte literal.

Termo algébrico	Coeficiente	Parte literal
5x	5	x
- m	-1	m
$-\frac{3}{4}xy^2$	$-\frac{3}{4}$	xy^2
$-\frac{ax}{6}$	$-\frac{1}{6}$	ax

Termos semelhantes

A medida do segmento da figura 1 é representada por 3x.

O perímetro do pentágono da figura 2 é representado por 5x.

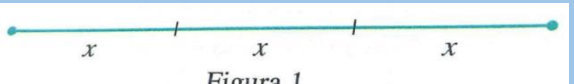


Figura 1

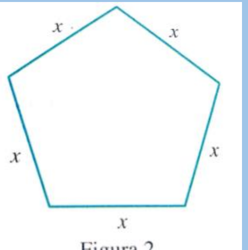


Figura 2

Os termos algébricos 3x e 5x têm a mesma parte literal (x); dizemos, então, que eles são **termos semelhantes.**

Veja outros exemplos.

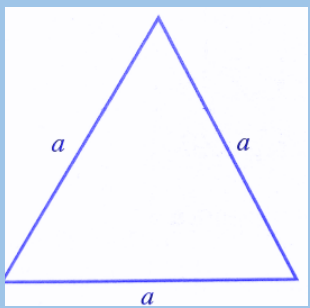
a) $-2ax$ e $8ax$ são termos semelhantes, porque possuem a mesma parte literal (ax).

b) $5ax^2$ e $2a^2x$ não são termos semelhantes, porque as partes literais são diferentes

($ax^2 \neq a^2x$) , embora as variáveis, a e x, sejam as mesmas.

Simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes

O triângulo abaixo é equilátero, isto é, todos os seus lados têm a mesma medida, que indicamos pela letra a.



Então, o perímetro desse triângulo é dado por: $a + a + a$

Como o triângulo é equilátero, podemos calcular seu perímetro obtendo o triplo da medida do lado, ou seja, o perímetro também é dado por: $3a$

Assim, é possível simplificar a expressão $a + a + a$ escrevendo $3a$

Veja outros exemplos.

a) Simplificar a expressão algébrica $2 \cdot (x + 6) + x$.

Para isso, vamos usar a propriedade distributiva da multiplicação:

$$2 \cdot (x + 6) + x = 2 \cdot x + 2 \cdot 6 + x = 2x + 12 + x = 3x + 12$$

b) Simplificar a expressão $\frac{15x+9}{3} + x + 4 = \frac{15x}{3} + \frac{9}{3} + x + 4 = 6x +$

Na prática, para reduzir termos semelhantes a um único termo, adicionamos algebricamente os coeficientes e conservamos a parte literal.

Nota ao (à) professor (a) para o oitavo encontro:

No oitavo encontro, use a diferenciação progressiva e explore os conceitos iniciais para poder aprofundá-los e, consequentemente, elevar o nível de complexidade. Retome os conceitos de expressão algébrica e simplificação de termos. Peça aos alunos que deem exemplos e expliquem como reduziram os termos, ou seja, a variável tem quer ser a mesma. Após, passe no quadro atividades para que os alunos entendam bem esse conceito, tirando as dúvidas de forma individual e, posteriormente, corrija-as no quadro. Essa atividade levará 2 períodos de 45 minutos cada.

Atividade sobre simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes

1) Reduza os termos semelhantes e simplifique as expressões algébricas.

a) - 4x + 6y + 10x - 2y - x =

b) x + 7x + 10y - 3x =

c) 2x - 8y - 6y - y - 9x =

d) 4 (x - 1) + 3 (x + 1) =

e) -2 (2x - 4) + 5 (-2x - 10) =

4.5 PASSO 5 - Aprofundamento em nível de complexidade maior

No quinto passo, Moreira (2011), indica que é necessário, em continuidade das aulas, retomar os aspectos mais gerais, estruturantes, aquilo que efetivamente se pretende ensinar, do conteúdo da unidade de ensino, em nova apresentação. Porém, em nível mais alto de complexidade em relação à primeira apresentação; as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação integradora;

Tema: Conceito de sentença matemática e equação usando a balança de dois pratos.
Objetivo: Retomar os conceitos básicos de álgebra, por meio de situações problema de maior complexidade, estimulando o trabalho em grupo e a interações entre os alunos.
Recursos: Cópias impressas sobre sentença matemática e equação usando a balança de dois pratos e material de uso comum em sala de aula.
Tempo estimado para a aula: 14 períodos de 45 min cada.

Nota ao(à) professor (a) para o nono encontro:
Sempre de forma questionadora, pergunte sobre o que é expressão algébrica, solicite que deem exemplos e escreva-os no quadro.
Inicie o conceito de sentença matemática, na sequência do material, siga o que foi utilizado. Tal atividade visa promover situações em que os estudantes consigam diferenciar expressão algébrica de sentença matemática e a relação entre elas, já que toda a expressão algébrica é uma sentença matemática, no entanto a expressão algébrica é uma sentença aberta, pois a letra é chamada de variável, podendo assumir qualquer valor. Já na sentença fechada, o sentido é completo, portanto, tem uma única resposta certa, podendo ser avaliada como verdadeira ou falsa.

4.5.1 Sentenças matemáticas

Sentenças matemáticas

Sentença é um conjunto de palavras com sentido completo. Algumas são consideradas ditados populares. por exemplo:

a) De poeta e de louco, todo mundo tem um pouco.

b) Mais difícil que encontrar uma agulha no palheiro e encontrar duas.

c) Quem não tem cão caça como gato.

d) Batatinha, quando nasce, espalha a rama pelo chão.

Quando uma sentença envolve números, ela é chamada de **sentença matemática**, Veja alguns exemplos.

a) Cinco mais três é igual a oito.

b) Dois e menor que vinte.

c) Sete é diferente de nave.

d) Doze é o dobro de seis.

e) Dez e maior ou igual a dez terços.

Podemos escrever as **sentenças matemáticas** por extenso, como vimos nos exemplos, ou na linguagem simbólica da Matemática. Observe.

a) $5 + 3 = 8$ **b)** $2 < 20$ **c)** 7 # 9 **d)** $12 = 2 . 6$ **e)** $10 \geq \frac{10}{3}$

As sentenças matemáticas podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas.

Verificamos facilmente que as sentenças são verdadeiras enquanto as sentenças

5 + 7 = 12 e $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$ são verdadeiras, enquanto as sentenças 4 + 5 < 2 e 7 - 2 = 4 são falsas.

A sentença $10 \geq \frac{10}{3}$ é classificada coma verdadeira, porque dez é maior ou igual a dez terços, e a conjunção **ou** liga duas afirmações:

- dez é maior que dez terços (verdadeira);
- dez é igual a dez terços (falsa).

Pelo fato de **ou** ser uma conjunção alternativa, basta uma das afirmações ser verdadeira para que a sentença também o seja.

Nota ao (à) professor (a) no décimo encontro:

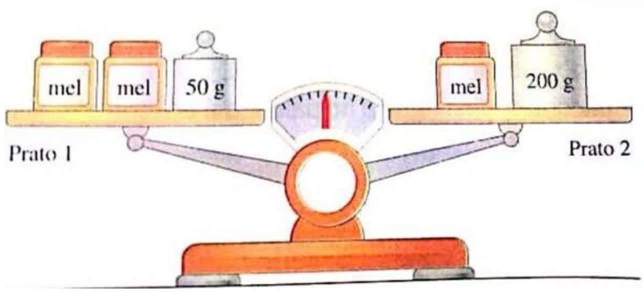
Após a diferenciação dos conceitos de expressão algébrica e de sentenças matemáticas, inicie o conceito de equação, usando a balança de dois pratos. Na continuação do texto, seguem os exemplos usados.

Em seguida, sempre de forma questionadora: Como podemos identificar a massa do pote de mel? Que informações podemos usar para começar a resolver? O que vocês percebem em relação aos pratos da balança? Os alunos devem concluir que os dois pratos têm a mesma massa.

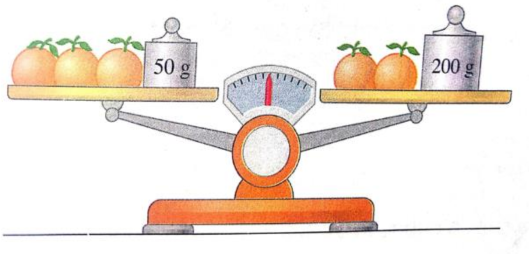
Para continuar pergunte: Como podemos começar a resolver usando essa informação? Nos pratos, o que nós temos certeza da massa? Eles responderão que o peso de 50kg e 200kg, um em cada prato, já possui valor conhecido.

Na sequência, indague: Se a massa dos pratos é a mesma, que símbolo podemos usar para representar quando escrevemos em linguagem matemática? Eles precisaram responder que é igual, portanto será o sinal de igual, após a escrita. Os alunos, por tentativa e erro, encontrarão a massa do pote de mel. Essa atividade levará 3 períodos de 45 minutos cada.

Exemplo 1



Exemplo 2



Nota ao (à) professor (a) no décimo encontro:

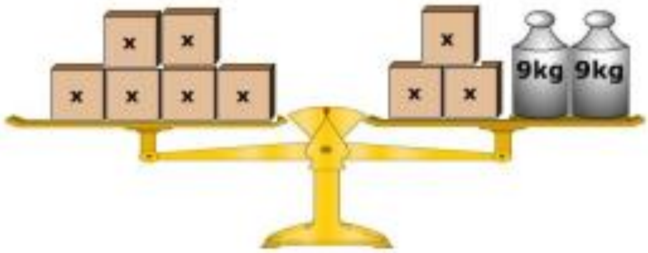
Inicie questionando o que estavam estudando na última aula, questione também o que diferencia expressão algébrica de equação, eles podem responder que é o sinal de igual. Após a retomada dos conceitos, busque ampliar os conceitos e diferenciá-los entregando a folha de atividades com balanças, conforme quadro abaixo, para que os alunos possam revisar e ampliar esse conceito.

Oriente que primeiro encontrem a massa dos blocos e de forma individual os respondam na folha as equações. Se perceber que os alunos estão com dificuldade, faça a correção da massa e, usando os mesmos questionamentos da aula anterior, escreva as equações no quadro correspondentes à cada balança. Essa atividade levará 2 períodos de 45 minutos cada.

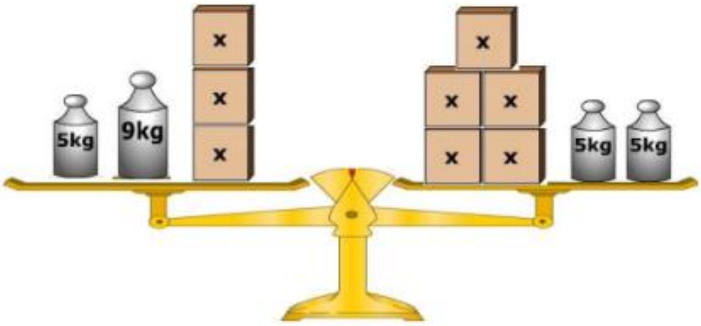
Atividade envolvendo equações e balanças de dois pratos

1) Escreva uma equação que representa a equivalência entre os pratos das balanças a seguir. Determine o valor de “x”

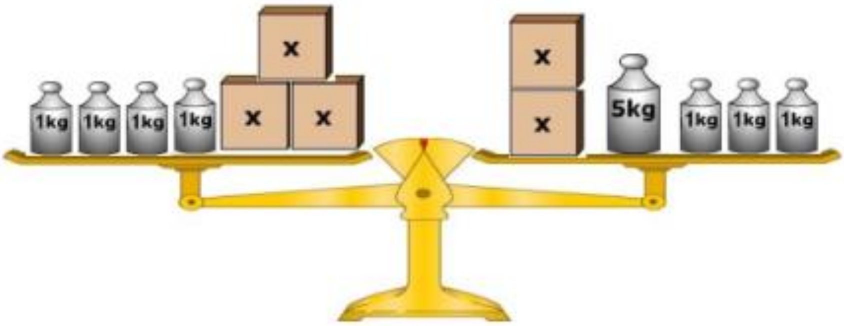
a)



b)


5kg
9kg
x
x
x
x
x
x
x
x
5kg
5kg

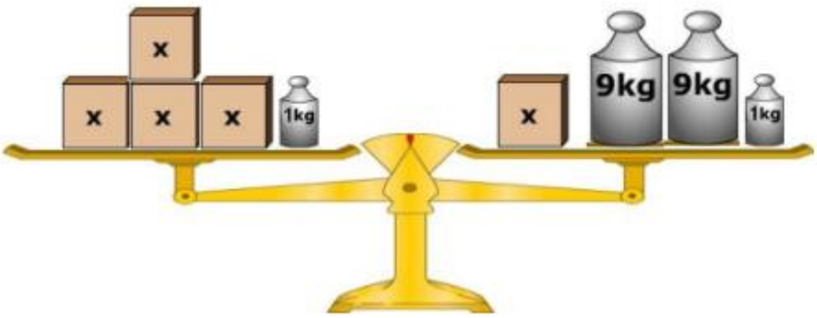
c)


1kg
1kg
1kg
1kg
x
x
x
x
x
5kg
1kg
1kg
1kg

d)


5kg
5kg
5kg
5kg
x
x
x
9kg
5kg
1kg

e)


x
x
x
x
1kg
x
9kg
9kg
1kg

Nota ao (à) professor (a) no décimo encontro:

Na continuidade, explique que assim como a balança tem dois pratos, a equação tem dois membros que são separados pelo sinal de igualdade. Após, peça que os alunos anotem essas informações no caderno. Na sequência, explique a eles que na equação temos um elemento desconhecido, e que as letras representam esse número; chamamos na equação esse elemento de incógnita. Então, anote no quadro o conceito de equação, dando alguns exemplos, para que identifiquem a incógnita. De forma expositiva e dialogada, peça que os alunos respondam e a vá anotando as respostas no quadro. Em seguida, peça que façam o registro no caderno.

4.5.2 Conceito de equação

Conceito de equação

Sentenças matemáticas expressas por uma igualdade que contém pelo menos uma letra são chamadas de **equações**. Cada letra que aparece em uma equação é chamada de **incógnita** e representa um número desconhecido.

Veja os exemplos:

a) $7x + \frac{5}{2} = 4$ **b)** $2y^2 - 3y + 7 = 0$ **c)** $2x + 3y = 8$

Outros exemplos, agora identificando a incógnita:

A. $2x - 4 = 29$ → a incógnita é *x*

B. $-\frac{h}{7} + 15 = 20 + z$ → as incógnitas são *h e z*

Nota ao (à) professor (a) no décimo encontro:
Na sequência, de forma expositiva, explique o conceito de raiz ou solução de uma equação, e os alunos fazem o registro no caderno.

4.5.3 Raiz ou solução de uma equação

Raiz ou solução de uma equação

As incógnitas de uma equação podem ser substituídas por diversos números, mas apenas alguns deles tornam a igualdade verdadeira.

Por exemplo, vamos considerar a equação $x + 12 = 25$ e substituir a incógnita x pelos números 10 e 13.

Para x = 10, temos	Para x = 13, temos
$x + 12 = 25$	$x + 12 = 25$
$10 + 12 = 25$	$13 + 12 = 25$
$22 = 25$ (falso)	$25 = 25$ (verdadeiro)

Observe que o número 13 torna a sentença verdadeira, mas o número 10, não. Dizemos que o número 13 é a solução ou a raiz da equação $x + 12 = 25$.

Raiz ou **solução** de uma equação e todo número pelo qual a incógnita é substituída e que torna a sentença verdadeira.

Exemplo:

Vamos verificar se 1 é raiz da equação $y^2 + 3 = 2 - \frac{1}{4}y$

Para isso, substituímos *y* por 1 na equação dada.

$$y^2 + 3 = 2 - \frac{1}{4}y$$

$$12 + 3 = 2 - \frac{1}{4}.1$$

$$12 + 3 = 2 - \frac{1}{4}$$

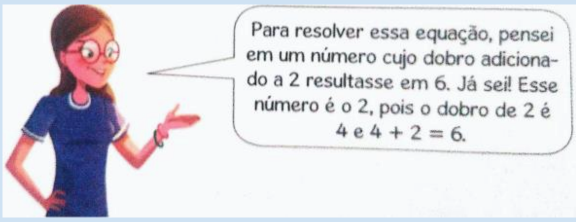
$$4 = \frac{8}{4} - \frac{1}{4}$$

$$4 = \frac{7}{4} \text{ (falso)}$$

Portanto, 1 não é solução da equação.

Para resolver uma equação, devemos pensar em um número que, ao substituir a incógnita, mantém a sentença verdadeira.

Leia como Clara pensou para resolver a equação *22n + 2 = 6.*



Perceba que o número 2 torna a sentença *2n + 2 = 6* verdadeira e, por tanto, é solução dessa equação.

$2n + 2 = 6$

$2 \cdot 2 + 2 = 6$

$4 + 2 = 6$

$6 = 6$ (verdadeiro)

Nota ao (à) professor (a) no décimo primeiro encontro:

Nesta aula, visando iniciar a reconciliação integrativa dos conceitos, solicite que os alunos expliquem qual é a diferença entre expressão algébrica e equação, e peça que deem dois exemplos, um de expressão algébrica e outro de equação. Assim, junto com os alunos, diferencie seus elementos.

Ainda, buscando relacionar, organizar e adquirir novos significados, faça também a retomada do conceito de raiz ou solução de uma equação, por meio da seguinte pergunta: o que é raiz ou solução de uma equação? Então, solicite um exemplo, anote-o no quadro. Após a retomada, os alunos deverão fazer atividades para entender melhor o conceito, anotando do quadro e também corrigindo de forma coletiva. Essa atividade pode utilizar 2 períodos de 45 minutos cada.

Atividade sobre raiz ou solução de uma equação

1) Nos itens abaixo, são apresentados equações e valores para as incógnitas. Verifique se os valores fornecidos são raízes dessas equações.

a) $5\ (x+4)\ -(x-1) = 40,\ x = 6$

b) $-3(t)^2 + 4 = 16\ ,\ t = -\ 2$

c) $2z^2 + 2a - 14 = 0,\ z = -\ 2$ e $a = 3$

d) $3x^3 - 12 = 0,\ x = 3$

e) $2m + 2 = 6,\ n = 2$

Nota ao (à) professor (a) no décimo segundo encontro:

Ainda explorando o passo 5, retome o conceito de raiz de uma equação de forma expositiva e introduza o conceito de conjunto universo ou conjunto solução de uma equação, como é um conceito novo. Essa aula será mais expositiva.

Este conceito fecha os conceitos importantes para o próximo passo para concluir a UEPS, pois todos os conceitos básicos para a resolução das equações foram explorados. Dessa maneira, os alunos realizarão atividades sobre esse conceito e farão a correção coletiva. Essa atividade pode utilizar 2 períodos de 45 minutos cada.

4.5.4 Conjunto universo ou conjunto solução de uma equação

Conjunto universo ou conjunto solução de uma equação.

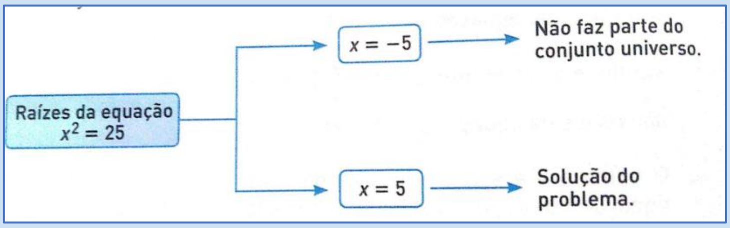
O conjunto formado por todos os valores possíveis que a incógnita pode assumir, em uma equação, é chamado de **conjunto universo *(U)***. Já o conjunto formado pelos valores de *U*, que, ao serem substituídos nas incógnitas, tornam a sentença verdadeira, é chamado de **conjunto solução *(S)*.**

Resolver uma equação consiste em determinar seu conjunto solução. Como exemplo, acompanhe a situação a seguir.

Júlia adotou alguns cães e vai construir um canil em uma região quadrada de 25m². Para determinar a medida x do lado dessa região, ela precisa encontrar as raízes da equação $x^2 = 25$.

Vamos analisar a situação para determinar o conjunto universo *(U)*. Como a incógnita *x* se refere a uma medida de comprimento, ela pode ser qualquer número racional, com exceção dos valores negativos e do zero. Assim, representamos esse conjunto universo da seguinte maneira: $U = Q_+^*$.

Júlia pensou nos possíveis valores de *x* que tornariam a sentença $x^2 = 25$ verdadeira e concluiu que esses valores seriam 5 e - 5, pois $5^2 = 25$ e $(-5)^2 = 25$.



Observe que os valores que Júlia encontrou estão corretos, pois ambos tornam a sentença verdadeira, mas não pertencem ao conjunto universo.

Nessa situação, o conjunto solução é dado por S = {5}.

Atividade sobre conjunto universo

1) Associe cada equação ao conjunto solução correspondente.

a) $3x - 2 = 7$, com $U = \mathbb{N}$.
b) $8 - m = 11$, com $U = \mathbb{Z}$.
c) $a^2 - 4a + 4 = 0$, com $U = \mathbb{Z}$.
d) $z^3 + 1 = 0$, com $U = \mathbb{N}$.
e) $\frac{b}{3} + \frac{1}{6} = 0$, com $U = \mathbb{Q}$.

I. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
II. $S = \{3\}$
III. Não tem solução.
IV. $S = \{-3\}$
V. $S = \{2\}$

Nota ao (à) professor (a) no décimo terceiro encontro:

Nesse encontro, aumentando o nível de complexidade dos conceitos, de forma expositiva, explique os conceitos de equação equivalente para introduzir os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade, sempre dando exemplos.

Esclareça que no 7º ano, ano da turma, eles aprendem sobre o conceito de equações do 1° grau com uma incógnita. Diferencie, então, equação de equação do 1° grau com uma incógnita, destacando que como o nome diz, a equação terá um valor desconhecido, que aprenderão a resolver, usando os princípios. Peça, na sequência, que façam o registro das informações no caderno.

Para que o aluno entenda a importância e por que usamos os princípios para resolver, o próximo conceito é de equação equivalente e os princípios aditivo e multiplicativo. Essa atividade pode utilizar 1 período de 45 minutos.

4.5.5 Equação equivalente e os princípios aditivo e multiplicativo

Equações equivalentes

Sendo U = $\mathbb{Q}$, considere as seguintes equações:

I. $x + 3 = 7$ **II.** $3x = 16 - x$

Observe que 4 é raiz de todas elas.

I. $x + 3 = 7$

$4 + 3 = 7$

$7 = 7$

II. $3x = 16 - x$

$3.4 = 16 - 4$

$12 = 12$

Em um mesmo conjunto universo, equações que apresentam o mesmo conjunto solução (não vazio) são chamadas de **equações equivalentes.**

Assim, dizemos que as equações I e II são equivalentes.

Para obter equações equivalentes mais simples que as equações dadas, podemos aplicar os princípios de equivalência das igualdades, que estudaremos a seguir.

Princípio aditivo da igualdade

Ao adicionar um mesmo número aos dois membros de uma equação ou ao subtrair um mesmo número dos dois membros de uma equação, obtemos uma equação equivalente à primeira.

Exemplos: Considere U = *Q*.

A. x – 4 = 8
x – 4 + 4 = 8 + 4
x = 12

B. w + 8 = 13
w + 8 – 8 = 13 – 8
w = 5

As equações x – 4 = 8 e x = 12 são equivalentes.
As equações w + 8 = 13 e w = 5 são equivalentes.

Princípio multiplicativo da igualdade

Ao multiplicar os dois membros de uma equação ou ao dividir os dois membros de uma equação por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma equação equivalente à primeira.

Exemplos: Considere U = **Q.**

A. $\frac{x}{2} = 5$ $\frac{x}{2} . 2 = 5 . 2$ x = 10 As equações $\frac{x}{2} = 5$ e x = 10 são equivalentes.	**B.** 3w = - 87 (3w) : 3 = - 87 : 3 w = - 29 As equações 3w = - 87 e w = - 29 são equivalentes.

Nota ao (à) professor (a) no décimo quarto encontro:

Para o décimo quarto encontro, é necessário retomar conceitos, então explique o que significa resolver uma equação do 1° grau com uma incógnita, escrevendo o conceito no quadro.

4.5.6 Equações do 1° grau com uma incógnita

Equações do 1° grau com uma incógnita

Agora, vamos estudar as equações do 1° grau com uma incógnita.

Uma equação do 1° grau com uma incógnita é qualquer equação que pode ser escrita na forma $ax + b = 0$, em que x é a incógnita e os coeficientes a e b são números racionais,com a ≠ 0.

Exemplos:

A. $2y - 5 = 29$ incógnita é y, a = 2 e b = - 5.

B. $-\frac{t}{2} + 10 = 20$ incógnita é t, a = $-\frac{1}{2}$ e b = 20

Note que equações desse tipo apresentam apenas uma incógnita, com expoente igual a 1.

Nem toda equação é equação do 1° grau com uma incógnita. Observe os exemplos:

- $w^2 - 4 = 0$ **não** é uma equação do 1° grau com uma incógnita, pois o expoente da incógnita w é diferente de 1.
- $0y - 1 = 0$ **não** é uma equação do 1° grau com uma incógnita, pois o coeficiente a é igual a zero.

Nota ao (à) professor (a) no décimo quarto encontro:

Observe, professor(a), que à medida que se explora cada conceito, chega-se mais perto da resolução, por isso esse processo é importante para que o aluno entenda qual a razão de se resolver equações. Na sequência do material, será feita a resolução das equações do 1° grau com uma incógnita, usando os princípios aditivo e multiplicativo, assim o aluno relacionará com a balança de dois pratos um conceito já visto.

Os alunos já resolveram as equações de forma intuitiva quando aprenderam sobre a balança de dois pratos e também durante a explicação dos princípios, por tanto você irá questioná-los à medida que explica os exemplos.

Algumas sugestões de perguntas:

Como chamamos o valor desconhecido na equação? O que diz o princípio aditivo? E o princípio multiplicativo?

Por onde começamos a resolução? Em que membro vai ficar a incógnita? Que princípios será usado primeiro?

Dessa forma, eles revisam os conceitos e já entendem como é a resolução de uma equação do 1° grau com uma incógnita.

Usando exemplos, conforme abaixo, de forma dialogada, em que os alunos precisam traduzir da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática, antes de resolver e usando os princípios aditivo e multiplicativo. De forma questionadora e junto com os alunos, faça a tradução e resolva os exemplos, registrando no caderno as informações do quadro. As atividades deverão ser escritas no quadro, copiadas no caderno pelos alunos, que as responderão na sequência. Conforme as dúvidas persistirem, de forma individual, explique. Faça a correção no quadro. Essa atividade pode utilizar 2 períodos de 45 minutos cada.

Atividades sobre equação do 1º grau com uma incógnita

1) A diferença entre um número e 17 é 35. Que número é esse?

2) A metade de um número adicionada a 2 é igual a um terço desse número adicionada a 3. Que número é esse?

3) Somando-se 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.

4) Somando-se um número ao seu triplo, o resultado é 32.

5) A metade de um número adicionado a 5 é igual a 14.

6) Sabendo que os pratos da balança abaixo estão em equilíbrio, faça o que se pede.

a) Considerando que os valores estampados indicam a respectiva massa em quilograma de cada objeto, escreva uma equação que represente esse equilíbrio.

b) A equação que você usou é do 1° grau com uma incógnita? Justifique sua resposta.

c) Qual a massa de cada lata, em quilograma.

Nota ao (à) professor (a) no décimo quinto encontro:

No décimo quinto encontro, retome os conceitos de equação e os princípios aditivo e multiplicativo de forma oral, fazendo os seguintes questionamentos: Como chamamos o valor desconhecido na equação? O que diz o princípio aditivo? Da mesma forma que foi questionado sobre o princípio multiplicativo.

Após a retomada dos conceitos, anote o conceito de resolução de equação do 1° grau no quadro, e os alunos registram no caderno. Na sequência, entregue uma cópia/folha, conforme segue abaixo, contendo situações-problema, em que os alunos deverão traduzir da linguagem comum para a linguagem algébrica e resolver as equações do 1° grau.

À medida que perceber alguma dificuldade questione: Por onde começamos a resolução? Em que membro vai ficar a incógnita? Que princípios será usado primeiro? A aula encerra com os registros no caderno. Essa atividade pode utilizar 2 períodos de 45 minutos cada.

4.5.7 Resolução de equações do 1° grau com uma incógnita

Resolução de equações do 1° grau com uma incógnita.

Resolver uma equação do 1°grau com uma incógnita significa determinar o número pelo qual a incógnita é substituída e que torna a sentença verdadeira. Podemos usar o que vimos sobre equações equivalentes e princípios de equivalência de igualdades para resolver equações desse tipo.

Atividades sobre equação do 1º grau com uma incógnita

1) As reproduções de telas acima são assinadas por Elza Bernardes. Eu as comprei por R$ 1.320,00. Pela tela A, paguei o dobro do que paguei pela tela B. e pela ela C, paguei o triplo do que paguei pela tela B. Quanto paguei pela tela C?

tela A

Frutas à mesa, óleo sobre tela, 77 cm x 54 cm, 1999

tela B

Vila dos pescadores, óleo sobre tela, 72 cm x 59 cm, 1987

tela C

Choupana no Tietê , óleo sobre tela, 60 cm x 50 cm, 1990

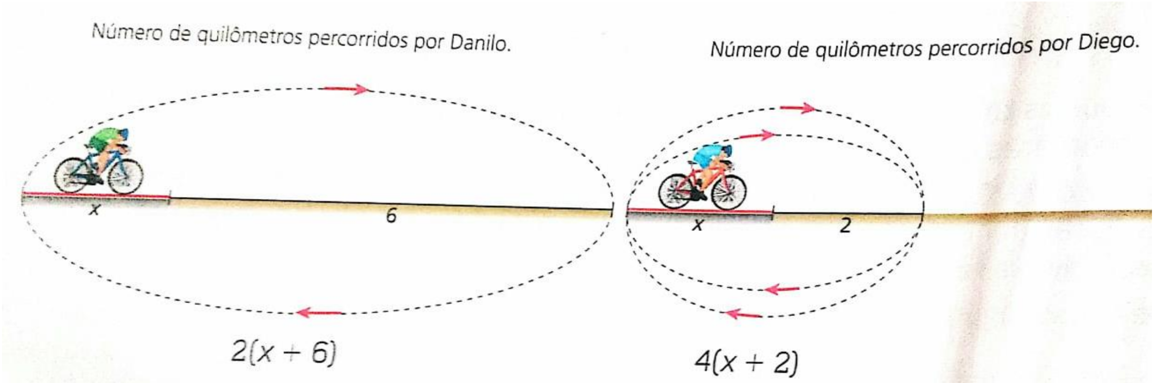
2) Danilo e Diego são ciclistas e resolveram percorrer uma estrada que tem um trecho asfaltado e outro de terra.

Danilo transpôs o trecho asfaltado e mais 6 km do trecho de terra. Depois, retornou ao ponto de partida.

Diego percorreu o trecho asfaltado e mais 2 km do de terra, depois voltou ao ponto de partida. Ele fez esse percurso duas vezes.

Quando fizeram as contas, descobriram que haviam percorrido a mesma distância. Quantos quilômetros tem o trecho asfaltado?

Vamos esquematizar a situação indicando o comprimento do trecho asfaltado por x.



4.6 PASSO 6 - Reconciliação Integrativa

No sexto passo, Moreira (2011), concluindo a unidade, dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, buscando a reconciliação integrativa; isso deve ser feito através de nova apresentação dos significados

Tema: Situações-problema envolvendo equações.

Objetivo: Resolver situações-problema envolvendo equações.

Recursos: Material de uso comum em sala de aula.

Tempo estimado para a aula: 5 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à)professor(a) para o décimo sexto e décimo sétimo encontro:

Nesta etapa da UEPS, apresente à turma a proposta de realização de resolução de situações-problema envolvendo equações. A turma precisará ser dividida em pequenos grupos de, no máximo, quatro alunos. Os alunos serão estimulados a resolver as questões sem a ajuda do(a) professor(a).

Após a formação dos grupos, explique os detalhes, os passos que devem ser seguidos: ler a questão com calma, encontrar onde está a incógnita e ler cada frase para ir traduzindo e, posteriormente, resolver as questões usando os princípios.

O(A) professor(a) deve auxiliar os grupos em todos os passos da UEPS, dessa forma pode ajudar na leitura da questão, questionando sobre a incógnita e lembrando os passos de resolução.

Na resolução de situações-problema, observe a postura dos alunos, a argumentação em suas falas, a interação com o grupo sobre a resolução, bem como a sua criticidade em relação aos resultados apresentados pelo seu grupo e pelos demais.

Após a organização, vá ajudando à medida que perceber alguma dificuldade maior.

Atividade sobre resolução de situações-problema em grupo

1) Maria tem o dobro da idade de Lúcia. Se Maria tivesse 8 anos a menos, e Lúcia, 4 anos a mais, elas teriam a mesma idade.

a) Representando a idade de Lúcia por y, como se representa a idade de Maria?

b) Determine a equação correspondente ao problema.

c) Qual é a idade de Lúcia?

d) Qual é a idade de Maria?

2) Uma mesa plástica custa o triplo de uma cadeira plástica. Duas dessas mesas e oito dessas cadeiras custam R$ 546,00.

a) Qual é o preço de uma cadeira?

b) Qual é o preço de uma mesa?

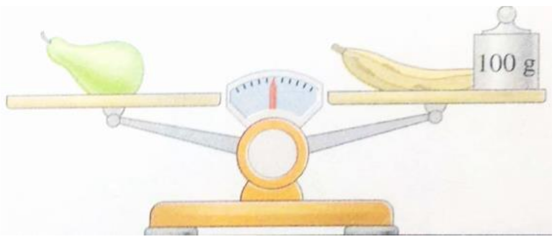
c) Quanto custam 5 mesas e 20 cadeiras?

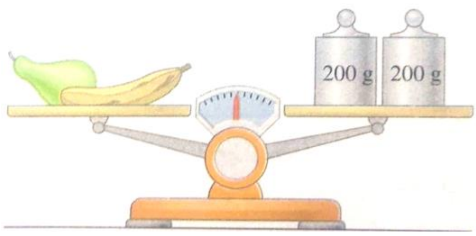
3) Quatro candidatos disputavam a prefeitura de uma cidade. Após a apuração dos 5.219 votos, foram obtidos os resultados: o primeiro candidato conseguiu 22 votos a mais que o segundo,130 a mais que o terceiro e 273 votos a mais que o último. Quantos votos recebeu o candidato eleito?

4) Ricardo e Julinho subiram juntos em uma balança, e o ponteiro da balança marcou 80 kg. Ricardo desceu, e Julinho pôde, então, verificar que ele tinha 6 kg a mais que Ricardo. Quantos quilogramas tem Julinho?

5) Observe o esquema das balanças e responda.

De acordo com o que as balanças indicam, quantos gramas tem a pera? E a banana?





6) Na figura abaixo, uma estrada com três postos de gasolina, A, B e C, está representada. A distância entre A e B é o triplo da distância de B a C. Calcule mentalmente qual é a distância entre A e B.

JOGO "CAÇA AO TESOURO"

Tema: Situações-problema envolvendo os conteúdos estudados na UEPS.

Objetivo: Revisar os conteúdos estudados durante a UEPS.

Recursos: Planta baixa da escola, cartas com as perguntas e cartas com os enigmas.

Tempo estimado para a aula: 2 a 3 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor(a) para o décimo oitavo encontro:

Professor! Para finalizar a UEPS, optou-se por um jogo de caça ao tesouro. Os alunos serão organizados em grupos de no máximo 5 integrantes.

O grupo receberá um mapa ou a planta baixa (usei o da minha escola) com questões envolvendo o conteúdo estudado até aqui que estão no formato de QR Code. os alunos devem ler a questão e resolver, quando encontrarem a resposta terão a pista de onde está a próxima.

Você vai precisar de um mapa impresso para cada grupo e que pelo menos um integrante do grupo tenha celular.

A atividade pode levar de 2 a 3 períodos dependendo da agilidade e raciocínio do grupo.

Figura 2: Exemplo de planta baixa que pode ser usado

Fonte: https://encurtador.com.br/nrxU8

SUGESTÕES PARA ORGANIZAR O JOGO

Após os combinados iniciais e a apresentação da carta, entregue aos grupos o enigma 1 para iniciar o jogo.

- Antes de iniciar a "Caça ao tesouro", reúna a turma, separe os grupos de no máximo 5 integrantes e faça os combinados, estabelecendo regras com relação à segurança em escadas, respeito aos colegas, trabalho em equipe, etc.
- No caso de grupo, cada um terá uma cor de identificação das perguntas que irão procurar e para cada participante terá uma fita de identificação colorida no braço, para identificar a que time pertence.
- A professora é a "juiza", que ficará com os enigmas em local fixo pré combinado e os entregará na sequência, conforme os grupos forem desvendando os enigmas, encontrando as perguntas e respondendo corretamente.

- As perguntas devem ser distribuídas em locais diversos: sala da direção, cozinha, secretaria, coordenação, sala dos professores.
- No enigma número 6 (que revela o local do tesouro).

DICAS!

- Organize o jogo de maneira que todos estejam presentes no momento em que abrir o baú de tesouros.
- Como essa brincadeira gera uma certa competição, converse previamente com o grupo sobre o espírito de equipe e os objetivos da brincadeira.

Nota ao professor(a):

A planta baixa serve para os alunos localizarem os espaços na escola (exemplo: sala da direção, secretaria) onde estão as perguntas em formato de QR Code.

A equipe volta para a sala, resolvem a questão, e a professora confere se está correta a resposta.

Caso esteja correta entrega o próximo enigma, para saberem onde está a próxima pergunta.

Questões para a atividade com QR Code		
nº	**Questão**	**QR Code**
1	Ana nasceu 8 anos depois de sua irmã Natália. Em determinado momento da vida, Natália possuía o triplo da idade de Ana. Calcule a idade das duas nesse momento.	SCAN ME

2	Um terreno retangular tem 13 metros mais de comprimento que de largura. Se o perímetro deste terreno é igual a 210 metros, quais são as medidas de largura e do comprimento do terreno?	SCAN ME
3	A soma de três números inteiros consecutivos é -57. Qual é o maior deles?	SCAN ME
4	Juliana tem 12 anos e Ana, 16. Daqui a quantos anos a soma da idade de duas será igual a 112 anos?	SCAN ME

5	O triplo de um número, menos 32, é igual ao próprio número mais 20.	SCAN ME
6	Subtraindo- se 18 do triplo de um número, obtém-se 9. Qual é esse número?	SCAN ME
7	O quádruplo da soma de um número com 14 é igual a -20.	SCAN ME

8	Resolva a equação: $4 + 3x +12 = x - 5$	SCAN ME
9	Somando-se 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.	SCAN ME
10	Renata é dois números mais nova que Aline. Há dez anos, a soma da idade delas era 46 anos. Quantos anos tem cada uma das jovens?	SCAN ME

11	Fabrício economizou, por alguns meses, o dinheiro de sua mesada para comprar jogos de videogame. Ao todo, economizou R$359,00, dinheiro suficiente para comprar três jogos de preços diferentes. Sabendo-se que o jogo mais caro é o dobro do mais barato e o terceiro jogo custa R$ 59,00 a mais que o de menor preço. Determine o valor de cada jogo.	SCAN ME
12	Em uma festa compareceram cinco meninas a mais que a quantidade de meninos. Quantas meninas estavam na festa, sabendo que o total de meninos e meninas eram 49?	SCAN ME
13	Júlia gastou R$ 52,00 na compra de um caderno, uma caixa de lápis de cor e uma cola bastão. A caixa de lápis de cor custou R$ 10,00 a menos que o caderno, e a cola bastão custou R$ 6,00. Quanto custou a caixa de lápis de cor?	SCAN ME

14	Na granja de Joaquim, a produção de ovos nos últimos três dias foi a seguinte: no segundo dia, uma dúzia de ovos a mais que no primeiro dia, e no terceiro dia, duas dúzias a mais que no segundo dia. Sabendo que, após os três dias, a produção total foi de cinco dúzias, quantos ovos foram produzidos no terceiro dia?	
15	A velocidade de um automóvel (em m/s) varia com a aceleração constante em função do tempo, obedecendo a equação $v = 10 + 2 . t$. Qual é a velocidade de um automóvel que percorre uma determinada distância em 35 segundos?	
16	Para calcular o valor de uma corrida, um taxista cobra R$ 4,00 pela bandeirada mais R$ 2,50 por quilômetro percorrido. a) A expressão algébrica a seguir pode ser usada para calcular o valor de uma viagem? **$4 + 2{,}5 . q$** b) Se o taxista percorrer 10 quilômetros, qual será o preço da viagem?	

17	Determine a solução das equações a seguir, considerando o conjunto universo indicado. a) x + 7 = 21, para U = Q b) 2 (6x - 4) = 3 (3x - 1), para U = Q	SCAN ME
18	Em uma partida de basquete, dois times fizeram, juntos, 142 pontos. O time da casa fez o dobro de pontos, menos 8, que o time visitante. Quantos pontos cada time marcou nesta partida?	SCAN ME
19	Você sabia que existe uma relação entre o número do calçado e o comprimento do pé de uma pessoa? Sendo S o número do sapato que uma pessoa calça e P o comprimento do pé, em cm, da pessoa, temos a seguinte relação: S = (5P + 28)/4 . Quanto a pessoa calça se seu pé tem 24 cm?	SCAN ME

20	Um pai tem, hoje, 50 anos e os seus três filhos têm 5, 7, e 10 anos, respectivamente. Daqui a quantos anos a soma das idades dos três filhos será igual à idade do pai?	SCAN ME

Nota ao professor(a):
Na sequência estão as perguntas com o gabarito.
Espero que seus alunos tenham se divertido e gostado da atividade.

Questões para a atividade - Gabarito
1) Ana nasceu 8 anos depois de sua irmã Natália. Em determinado momento da vida, Natália possuía o triplo da idade de Ana. Calcule a idade das duas nesse momento. **Solução** Idade de Ana: x. Como Natália tem oito anos a mais que Ana, sua idade será: $x + 8$. Por conseguinte, a idade de Ana vezes 3 será igual à idade de Natália: $3x = x + 8$ $3x - x = 8$ $2x = 8$ $x = 4$ **R:** Ana ela terá 4 anos e Natália terá 12 anos.

2) Um terreno retangular tem 13 metros mais de comprimento que de largura. Se o perímetro deste terreno é igual a 210 metros, quais são as medidas de largura e do comprimento do terreno? **Solução:** comprimento : $x + 13$ largura : x $x + 13 + x + x + 13 + x = 210$ $x= 46$ **R:** *A largura é 46 metros e o comprimento 59 metros.*
3) A soma de três números inteiros consecutivos é -57. Qual é o maior deles? **Solução:** $n + n + 1 + n + 2 = - 57$ $n = - 20$ *O maior é -20.* **R:** *O maior é -18.*
4) Juliana tem 12 anos e Ana, 16. Daqui a quantos anos a soma da idade de duas será igual a 112 anos? **Solução:** Juliana : 12 + x Ana : 16 + x 12 + x + 16 + x= 112 2x = 112 -12 - 16 $2x = 84$ $x = 42$ **R:** A soma da idade das duas será igual a 112 anos daqui a 42 anos.
5) O triplo de um número, menos 32, é igual ao próprio número mais 20. Qual é esse número? **Solução:** $3m - 32 = m + 20$ $3m - m = 20 + 32$ $2m = 52$

m = 26 **R:** O número procurado é 26.
6) Subtraindo- se 18 do triplo de um número, obtém-se 9. Qual é esse número? **Solução:** 3x-18 = 9 3x = 9 +18 *x = 9* **R:** O número procurado é 9
7) O quádruplo da soma de um número com 14 é igual a -20.Qual é esse número? **Solução:** 4(y+14) = - 20 4y + 56 = - 20 4y = -20 - 56 4y = -76 y = - 19 **R:** O número procurado é - 19.
8) Resolva a equação: *4 + 3x +12 = x - 5* **Solução:** *3x - x = -12 - 4 - 5* *2x = - 21* $x = -\frac{21}{2}$
9) Somando-se 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13. Qual é esse número? **Solução:** 3x + 7 = 13 3x = 13 - 7 3*x* = 6 *x* = 2 **R:** O número é 2.

10) Renata é dois números mais nova que Aline. Há dez anos, a soma da idade delas era 46 anos. Quantos anos tem cada uma das jovens?

Solução:

Idade de Aline: x

Idade de Renata: x - 2

(x - 10) + (x - 2 - 10) = 46

2x -22 =46

2x = 68

x=34

R: Aline tem 34 anos e Renata 32 anos

11) Fabrício economizou, por alguns meses, o dinheiro de sua mesada para comprar jogos de videogame. Ao todo, economizou R$359,00, dinheiro suficiente para comprar três jogos de preços diferentes. Sabendo-se que o jogo mais caro é o dobro do mais barato e o terceiro jogo custa R$ 59,00 a mais que o de menor preço. Determine o valor de cada jogo.

Solução:

b: é o preço mais barato

b + 2b + b + 59 = 359

b = 75

R: *O jogo mais barato custa R$ 75,00, o jogo mais caro R$ 150,00 e terceiro jogo R$ 134,00.*

12) Em uma festa compareceram cinco meninas a mais que a quantidade de meninos. Quantas meninas estavam na festa, sabendo que o total de meninos e meninas eram 49?

Solução:

Número de meninos: *x*

Número de meninas: *x +5*

x+x+5=49

x= 22

Número de meninas: *22 +5 = 27*

R: Estavam na festa 27 meninas.

13) Júlia gastou R$ 52,00 na compra de um caderno, uma caixa de lápis de cor e uma cola bastão. A caixa de lápis de cor custou R$ 10,00 a menos que o caderno, e a cola bastão custou R$ 6,00. Quanto custou a caixa de lápis de cor?

Solução:

Preço do caderno: x

Preço da caixa de lápis de cor: $x - 10$

$x + x - 10 + 6 = 52$

$x = 28$

Preço da caixa de lápis de cor: $28 - 10 = 18$

R: Cada caixa de lápis de cor custou R$ 18,00

14) Na granja de Joaquim, a produção de ovos nos últimos três dias foi a seguinte: no segundo dia, uma dúzia de ovos a mais que no primeiro dia, e no terceiro dia, duas dúzias a mais que no segundo dia. Sabendo que, após os três dias, a produção total foi de cinco dúzias, quantos ovos foram produzidos no terceiro dia?

Solução:

Primeiro dia: x

Segundo dia: $x + 12$

Terceiro dia: $x + 12 + 24$

$x + (x + 12) + (x + 12 + 24) = 60$

$3x + 48 = 60$

$3x = 12$

$x = 4$

Terceiro dia: $4 + 12 + 24 = 40$

R: Foram produzidos 40 ovos no terceiro dia.

15) A velocidade de um automóvel (em m/s) varia com a aceleração constante em função do tempo, obedecendo a equação $v = 10 + 2 . t.$ Qual é a velocidade de um automóvel que percorre uma determinada distância em 35 segundos?

Solução:

$v = 10 + 2 . 35$

$v = 10 + 70$

$v = 80$

R: A velocidade é de 80 m/s
16) Para calcular o valor de uma corrida, um taxista cobra R$ 4,00 pela bandeirada mais R$ 2,50 por quilômetro percorrido. a) A expressão algébrica a seguir pode ser usada para calcular o valor de uma viagem? 4 + 2,5 . q b) Se o taxista percorrer 10 quilômetros, qual será o preço da viagem? **Solução:** **a)** Sim **b)** 4 + 2,5 . 10 4 + 25 29 **R:** O preço da viagem será de R$ 29,00.
17) Determine a solução das equações a seguir, considerando o conjunto universo indicado. a) x + 7 = 21, para U = Q b) 2 (6x - 4) = 3 (3x - 1), para U = Q **Solução: a)** $x = 14$ **b)** $x = \frac{5}{3}$
18) Em uma partida de basquete, dois times fizeram, juntos, 142 pontos. O time da casa fez o dobro de pontos, menos 8, que o time visitante. Quantos pontos cada time marcou nesta partida? **Solução:** Time da casa: 2x - 8 Time visitante: x $2x - 8 + x = 142$ $3x = 150$ $x = 50$ **Time da casa:** 2. 50 - 8 = 92 **R:** O time da casa marcou 92 pontos e o time visitante marcou 50 pontos.

19) Você sabia que existe uma relação entre o número do calçado e o comprimento do pé de uma pessoa? Sendo S o número do sapato que uma pessoa calça e P o comprimento do pé, em cm, da pessoa, temos a seguinte relação:

$S = \frac{5P+28}{4}$. Quanto a pessoa calça se seu pé tem 24 cm?

Solução:

$S = \frac{5.24 + 28}{4}$

S = 37

R: A pessoa calça 37.

20) Um pai tem, hoje, 50 anos e os seus três filhos têm 5, 7, e 10 anos, respectivamente. Daqui a quantos anos a soma das idades dos três filhos será igual à idade do pai?

Solução:

Daqui a *n* anos tem-se:

Pai: 50 + *n*

Filho 1: 5 + n

Filho 2: 7 + n

Filho 3: 10 + n

A equação é: *50 + n = 5+ n + 7 + n + 10 + n*

n = 14

***R:** Daqui a 14 anos, a soma da idade dos três filhos será igual a idade do pai.*

4.7 PASSO 7 - Avaliação da aprendizagem discente na UEPS

No sétimo passo, Moreira (2011) aponta que a avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo que possa ser considerado evidência de aprendizagem significativa do conteúdo trabalhado. Além disso, deve haver uma avaliação somativa individual após o sexto passo, na qual deverão ser propostas questões/situações que impliquem compreensão, que evidenciem captação de significados e, idealmente, alguma capacidade de transferência.

Tema: Avaliação formativa e avaliação individual**.**

Objetivo: Avaliar a aprendizagem discente considerando todos os passos da UEPS, observando a sua interação no grupo, suas construções e contribuições em aula, sua argumentação, bem com o uso da linguagem algébrica adequada.

Recursos: Diário de bordo, memórias de aula, atividades realizadas pelos alunos e avaliação individual impressa.

Tempo estimado para a aula: 2 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à)professor(a) para o décimo oitavo encontro:

A avaliação da aprendizagem discente não deve se restringir à avaliação individual escrita. A avaliação somativa (prova escrita) e a avaliação formativa devem ser consideradas com o mesmo peso.

O aluno deve ser avaliado desde a primeira aula da UEPS, considerando seus conhecimentos prévios, a sua interação no grupo, a participação e o envolvimento na realização das atividades propostas, a argumentação na comunicação entre eles ou no grande grupo. Ainda, deve-se observar a evolução dos alunos, à medida que são propostos os passos da UEPS.

Durante as aulas, observe a postura dos alunos, a argumentação em suas falas, a interação com o grupo sobre os temas propostos, bem como a sua criticidade em relação aos resultados apresentados pelo seu grupo e pelos demais.

Na avaliação somativa, a resolução das atividades, usando os princípios estudados, a distinção entre os conceitos.

A seguir, está disponível a avaliação individual utilizada nesta investigação.

AVALIAÇÃO INDIVIDUAL

Questão 1. A seguir, diferencie equação de expressão algébrica:

$3x + 5 = 7$ $\quad$ $3t\ - 2$ $\quad$ $46v + 5 = 15$

$7d\ - 2c = 7$ $\quad$ $4w\ - 8\ + 8z$ $\quad$ $-\,7b + 25 = 5b$

$\frac{8}{6}\mathrm{r} + 5 = 5\mathrm{r} - 9$ $\quad$ $\frac{5}{3}\mathrm{f} + 5\mathrm{f} = 18$ $\quad$ $\frac{7}{3}\mathrm{e} + 5\mathrm{p}$

Equação	Expressão algébrica

Questão 2. Traduza as situações matemáticas abaixo para a linguagem algébrica. Em seguida, resolva- as utilizando os princípios de equivalência.

a) Considere que um adulto consumiu nos três primeiros dias de sua dieta 640 calorias em alimentos. Sabendo que no segundo dia consumiu 120 calorias a mais que no primeiro dia e, no terceiro dia, consumiu o dobro de calorias que no primeiro dia, responda: Qual a quantidade de calorias que esse adulto consumiu no primeiro dia?

R.:____

b) Em um fim de semana, 876 pessoas, entre homens e mulheres, assistiram ao musical O Mágico de Oz em uma casa de espetáculos em São Paulo. A quantidade de mulheres correspondia ao triplo da quantidade de homens mais 520. Quantas mulheres assistiram a esse musical?

R.:____

Questão 3. Observe as expressões algébricas a seguir e faça o que se pede.

$$5t + 7 - \frac{5}{3}t - z$$

a) Separe os termos algébricos e identifique o coeficiente e a parte literal.

Termo algébrico	Coeficiente	Parte literal

b) Determine o valor numérico da expressão algébrica sabendo que t = 2 e z = -3.

Questão 4. Carlinhos comprou o álbum da Copa do Mundo do Qatar 2022 no valor R$ 55,00. Para completar o álbum ele precisará comprar pacotes de figurinhas, sendo que cada pacote custa R$ 5,00. Escreva a expressão que representa o custo para preencher todo o álbum.

a) Determine o custo para Carlinhos comprar 15 pacotes.

R.: ____

Questão 5. Sabendo que os pratos da balança abaixo estão em equilíbrio, faça o que se pede.

a) Considerando que os valores estampados indicam a respectiva massa em quilograma de cada objeto, escreva uma equação que represente esse equilíbrio.

b) A equação que você usou é do 1° grau com uma incógnita? Justifique sua resposta.

c) Qual a massa de cada lata, em quilograma.

Questão 6. Em cada item, escreva uma equação que represente o problema apresentado. Em seguida, determine o valor da incógnita.

a) Somando 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.

b) Somando-se um número ao seu triplo, o resultado é 32.

c) A metade de um número adicionada a 5 é igual a 14.

4.8 PASSO 8 - Avaliação da UEPS

Moreira (2011), como oitavo passo, esclarece que a UEPS somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema). A aprendizagem significativa é progressiva, o domínio de um campo conceitual é progressivo; por isso, a ênfase em evidências, não em comportamentos finais.

Tema: Avaliação da UEPS.

Objetivos: Avaliar a UEPS na construção discente de conceitos algébricos, buscando evidências da aprendizagem significativa em contextos distintos daqueles abordados em sala de aula.

Recursos: Diário de bordo, memórias de aula, avaliação diagnóstica e avaliação individual.

Nota ao(à) professor(a):

A avaliação da UEPS é observar indícios de aprendizagem significativa que o aluno consiga aplicar em diferentes contextos, ou seja, se as atividades em sala de aula proporcionaram uma aprendizagem significativa, que pode ser aplicada em situações do cotidiano do seu cotidiano.

Lembrando que a aprendizagem é progressiva, dessa forma você poderá observar somente indícios dela. Para essa avaliação foram utilizados: o diário de bordo, memórias de aula, avaliação diagnóstica e avaliação individual.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, Editora. Moderna, São Paulo, 8º ed. 2015.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio. Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS, **Aprendizagem Significativa em Revista**, v. 1, n. 2, p. 43-63, 2011.

Equacao do primeiro grau**. Toda a matéria**. 2023. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/equacao-do-primeiro-grau/>

OLIVEIRA, Carlos N. C. de. **Geração alpha matemática: ensino fundamental**, São Paulo, 2º ed. 2018.

RIBEIRO, Francis. **Caderno de Atividades: Ensino Fundamental**, Editora. Positivo, Curitiba. 2013.

SOBRE OS AUTORES

Taís Montelli dos Santos

Licenciada em Matemática (UPF) e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (UPF). Integrante do grupo de Pesquisa em Educação Científica e Tecnológica (GruPECT). Membro do Projeto Integração da Universidade com a Educação Básica. Professora de Matemática da rede pública estadual do Rio Grande do Sul.

Lattes: http://lattes.cnpq.br/0944597799433126
Email: tais.montelli@gmail.com

Luiz Marcelo Darroz

Licenciado em Matemática (UPF). Licenciado em Física (UFSM). Especialista em Física (UPF). Mestre em Ensino de Física (UFRGS). Doutor em Educação em Ciências (UFRGS).
Professor permanente do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) e membro do Grupo de Pesquisa em Educação Científica e Tecnológica (GruPECT).

Lattes: http://lattes.cnpq.br/2775138857066526
Email: ldarroz@upf.br