



**UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO
FACULDADE DE ENGENHARIA E ARQUITETURA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**

Fábio Roberto Barão

**PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO E ROTEAMENTO
APLICADOS NA OTIMIZAÇÃO DA COLETA DE RESÍDUOS
SÓLIDOS URBANOS NO MUNICÍPIO DE
PASSO FUNDO-RS**

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade de Passo Fundo, para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

**Passo Fundo
2008**

Fábio Roberto Barão

**PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO E ROTEAMENTO
APLICADOS NA OTIMIZAÇÃO DA COLETA DE RESÍDUOS
SÓLIDOS URBANOS NO MUNICÍPIO DE PASSO FUNDO-RS**

Orientador: **Moacir Kripka, Dr.**

Co-orientadora: **Rosana M. L. Kripka, Mestre**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia para obtenção do grau de Mestre em Engenharia na Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo na Área de concentração Infra-Estrutura e Meio Ambiente.

Passo Fundo

2008

Fábio Roberto Barão

**PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO E ROTEAMENTO APLICADOS NA
OTIMIZAÇÃO DA COLETA DE RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS NO
MUNICÍPIO DE PASSO FUNDO-RS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia para obtenção do grau de Mestre em Engenharia na Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo na Área de concentração Infra-Estrutura e Meio Ambiente.

Data de aprovação: Passo Fundo, 11 de janeiro de 2008.

Os membros componentes da banca examinadora abaixo aprovam a dissertação.

Prof. Dr. Moacir Kripka
Presidente da Comissão Examinadora
Orientador

Prof. Msc. Rosana Maria Luvezute Kripka
Universidade de Passo Fundo
Co-orientadora

Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza
Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. Dr. Odacir Deonísio Graciolli
Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Pedro Alexandre Varella Escosteguy
Universidade de Passo Fundo

Passo Fundo
2008

Dedicado à memória de Julieta Marozzin Mistura.

Agradeço...

Aos meus orientadores, Professor Moacir Kripka e Professora Rosana Kripka, não só pela jornada concretizada neste trabalho mas também pela parceria e pela amizade e por haverem despertado em mim um novo gosto pela matemática.

À minha esposa Clóvia Marozzin Mistura por toda a motivação, ajuda e principalmente paciência.

À minha família pelo apoio incondicional, mesmo estando tão distante.

Ao Dr. Marco Antonio Montoya, por haver acreditado nesse projeto.

À Abel Palharini Schwalbert pelo tão caprichado trabalho com a marcação dos pontos.

À Maiga Marques Dias e Guilherme Fleith de Medeiros pela importante ajuda com as figuras.

À Universidade de Passo Fundo por haver disponibilizado toda a sua estrutura para a realização deste trabalho.

Aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia pelo companheirismo e incentivo.

RESUMO

A adequada disposição dos resíduos sólidos urbanos é um problema enfrentado por todos os países industrializados ao redor do mundo. A instituição de programas de coleta seletiva, que podem ser compreendidos como a separação na fonte geradora de resíduos putrescíveis (tais como restos de comida), não putrescíveis e/ou inorgânicos (como papel/papelão, plástico, metais e vidros), realizada no âmbito domiciliar ou empresarial com vistas ao reaproveitamento (reciclagem) dos materiais vem se mostrando uma das ferramentas mais amplamente utilizadas. Esses programas visam o gerenciamento apropriado desses resíduos sólidos, mas que todavia, estão baseados em uma grande parcela de motivação da população para se atingir níveis satisfatórios de performance. Com foco em aprimorar os esforços empreendidos, o presente estudo visa a aplicação dos problemas de localização de facilidades por p -medianas e do caixeiro viajante com o propósito de determinar o posicionamento mais eficiente de postos de entrega voluntária de materiais recicláveis na região central do município de Passo Fundo, localizado na região nordeste do Estado do Rio Grande do Sul (Brasil), bem como objetiva determinar qual a rota mais eficiente para coleta desses resíduos e sua posterior destinação no aterro sanitário municipal. Os algoritmos de localização e roteamento foram implementados no software Lingo versão 10.0. Os resultados do presente estudo apontam um modelo de fácil reprodução e que poderá ser repetido quando necessário, tanto para a inserção de novos postos de coleta como para a aplicação do estudo em diferentes áreas urbanas.

Palavras-chave: coleta seletiva, problema de localização de facilidades, problema do caixeiro viajante, gerenciamento de resíduos sólidos urbanos.

ABSTRACT

Disposal of municipal solid waste is a problem commonly confronting all industrialized countries around the world. The establishment of selective collection programs, that can be seen as the separation of waste into different fractions as organic (such as food scrapings) and inorganic (such as paper/cardboard, plastic, metal and glass) at source, i.e. in the home or office prior to collection, aiming the reutilization (recycling) of such materials has been seen as one of the most commonly used tools as part of programs seeking the proper management of urban waste, nonetheless, such efforts are based mostly on the motivation of householders in order to achieve suitable performance levels. Focusing on the improvement of such efforts, the current study applies the p-mean facility location problem along with the traveling salesman problem in order to determine the most effective location for voluntary delivery spots containers in the area of downtown Passo Fundo, a city located on the northeast area of the southern State of Rio Grande do Sul in Brazil, as well as aiming on the determination of the most cost effective route for the collection of such material and its destination at the city's landfill. The location and routing algorithms were implemented on Lingo 10.0 software. The final result shows a model that can be easily reproduced and that can be repeated whenever necessary, both for the insertion of new collection points as well as the application of such study in different urban areas.

Keywords: selective collection programs, facility location problems, traveling salesman problem, municipal solid waste management.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Espectro dos diferentes métodos de coleta	19
Figura 2: Fluxo de análise quantitativa do processo de modelagem	25
Figura 3: Grafos e multigrafos	27
Figura 4: Representação gráfica de uma rede orientada	28
Figura 5: Grafo $G = (V, E)$ e sua respectiva matriz de custos	31
Figura 6: Uma solução do jogo de Hamilton	37
Figura 7: Representação gráfica das soluções para o problema do caixeiro viajante	38
Figura 8: Brasil, em destaque o Estado do Rio Grande do Sul e o Passo Fundo	44
Figura 9: Modelos de contêineres plásticos para programa de coleta seletiva	46
Figura 10: Representação da área estudada dentro do município de Passo Fundo	47
Figura 11: Destaque de parte da área selecionada com pontos candidatos numerados	48
Figura 12: Localização ótima dos 20 contêineres para recebimento de resíduos	51
Figura 13: Representação das 20 facilidades e seus respectivos pontos de atendimento	53
Figura 14: Gráfico da distância média percorrida em metros em função do número de contêineres obtido pelo método das p -medianas	54
Figura 15: Rota ótima para o veículo coletor baseado em distâncias euclidianas	58
Figura 16: Rota ótima para o veículo coletor sem considerar sentido do tráfego	59
Figura 17: Rota para o veículo coletor considerando sentido do tráfego	60
Figura 18: Detalhe do ponto 75 na rota ótima proposta pelo sentido do tráfego	61
Figura 19: Rota final corrigida para veículo coletor considerando sentido do tráfego	62
Figura 20: Gráfico da variação das distâncias totais (em metros) envolvendo localização e roteirização em função do número de contêineres	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Categorias de resíduos sólidos urbanos e seus respectivos exemplos	16
Tabela 2 – Atributos dos métodos de coleta “levar” e “porta a porta”	20
Tabela 3 – Classificação dos problemas de roteamento puros	39
Tabela 4 – Composição do lixo urbano do município de Passo Fundo	45
Tabela 5 – Síntese do número de pontos atendido por cada facilidade	52
Tabela 6 – Iterações e tempo de processamento para o problema das p -medianas	55
Tabela 7 – Resumo das rotas propostas pelo problema do caixeiro viajante	63
Tabela 8 – Iterações e tempo de processamento para o PCV no Lingo [®]	65

LISTA DE ABREVIATURAS

PEV – Posto de Entrega Voluntária

CEMPRE – Compromisso Empresarial para a Reciclagem

PNSB – Pesquisa Nacional de Saneamento Básico

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

PCV – Problema do Caixeiro Viajante

SUMÁRIO

SUMÁRIO	11
1 INTRODUÇÃO	12
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	12
1.2 OBJETIVOS	13
1.2.1 OBJETIVO GERAL	13
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	14
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	14
2 GESTÃO DOS RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS	15
2.1 DEFINIÇÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS.....	15
2.2 GESTÃO INTEGRADA DOS RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS.....	16
2.3 SISTEMAS DE COLETA	18
2.4 A GESTÃO DOS RESÍDUOS NO BRASIL	21
3 CONCEITUALIZAÇÃO	22
3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA	22
3.1.1 Processo de modelagem	24
3.2 TEORIA DOS GRAFOS	26
3.3 PROBLEMA DO CAMINHO MAIS CURTO	30
3.4 PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO	32
3.5 PROBLEMAS DE ROTEAMENTO	36
3.6 USO DE FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS	40
4 APLICAÇÃO DOS MODELOS	43
4.1 INTRODUÇÃO	43
4.2 GERENCIAMENTO DOS RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS EM PASSO FUNDO	45
4.3 ELABORAÇÃO DA REDE	47
4.4 PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES	49
4.5 PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	55
4.6 UMA ABORDAGEM PARA O NÚMERO IDEAL DE CONTÊINERES NO SISTEMA	64
5 CONCLUSÕES	67
BIBLIOGRAFIA	69

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

No cerne do tão almejado desenvolvimento sustentável reside a questão de se aliar o crescimento econômico à preservação e uso racional dos recursos naturais, assegurando condições às presentes e futuras gerações do atendimento de suas necessidades básicas. Nesse contexto, a correta e apropriada destinação dos resíduos sólidos provenientes das atividades da comunidade de origem doméstica em suas regiões urbanas municipais, destaca-se como um dos principais temas de discussão uma vez que o mesmo tem impacto direto na qualidade de vida dessas comunidades face a seu perene crescimento.

Segundo Cheremisinoff (2003) os governos, que são os principais responsáveis pelos programas de gerenciamento de resíduos sólidos, usualmente dispõem de três estratégias principais para a destinação dos resíduos: compostagem, incineração e aterros sanitários. A compostagem, um processo que envolve bactérias como agentes de decomposição dos resíduos em aditivos ao solo são úteis na destinação de certos resíduos orgânicos, o que auxilia na redução do volume e na higienização dos resíduos a serem destinados. Já a incineração envolve a queima dos resíduos sólidos que, além de diminuir consideravelmente o volume de resíduos também pode gerar energia na forma de vapor ou de eletricidade, mas que todavia gera uma perigosa emissão de substâncias tóxicas como dioxinas, furanos, dióxidos de enxofre e óxido de nitrogênio, bem como as cinzas resultantes do processo. Devido ao fato de que essas alternativas deixam parte dos resíduos sem tratamento ou produzem algum tipo de resíduo, a adoção de aterros sanitários vem se mostrando como uma abordagem definitiva à questão do gerenciamento de resíduos.

Com o aumento na escassez de espaço para a construção de aterros sanitários e com os extensos, complexos e caros processos de localização e construção de incineradores a reciclagem, aliada à coleta seletiva dos resíduos, vem se tornando uma alternativa

significativa no que tange aos sistemas de gestão dos resíduos sólidos em diversos países, sendo que uma das práticas mais comumente utilizadas para se obter uma melhora na efetividade dos custos de coleta está na separação desde a fonte geradora aliada ao uso de contêineres específicos e de veículos dedicados para o transporte desses materiais até a sua área de destinação (CHANG e WEI, 2000).

A exemplo de tais abordagens, o município de Passo Fundo, localizado na região do Planalto Médio do Estado do Rio Grande do Sul, região sul do Brasil, também conta com um sistema integrado de coleta e destinação de seus resíduos sólidos, provido de um aterro sanitário controlado mas ainda não se serve de um programa efetivo de separação de resíduos na fonte geradora, valendo-se atualmente de uma pré-seleção dos resíduos anterior à sua destinação final, o que torna o processo pouco eficaz sob o ponto de vista de se estender a vida útil do aterro sanitário, minimizando os impactos ambientais de tal atividade.

Com vistas a apresentar um modelo para a introdução de um programa de coleta seletiva de resíduos para o município de Passo Fundo, o presente trabalho aborda a utilização de modelos matemáticos de otimização com o foco em aprimorar os esforços empreendidos uma vez que, de acordo com Mohd et al (2004) e Morrissey e Browne (2004), os modelos matemáticos de otimização podem desempenhar um papel proeminente no planejamento efetivo de custos no longo prazo para esses sistemas pois a disposição desses contêineres para separação de materiais deve ser meticulosamente planejada para garantir a quantidade e densidade do material a ser coletado. Além disso, também afirmam que o transporte desempenha um papel muito importante e deve ser cuidadosamente investigado em face aos custos operacionais envolvidos.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral apresentar uma sugestão para a disposição ótima de contêineres destinados à coleta de resíduos sólidos urbanos dentro de uma área previamente estabelecida no município de Passo Fundo, bem como prover uma sugestão de roteiro de viagem para o veículo coletor de forma a minimizar a distância percorrida na execução dessa tarefa.

1.2.2 Objetivos específicos

- Estabelecer uma rede que represente e abranja toda a região central da cidade.
- Determinar a localização ideal de um número pré-definido de contêineres dentro dessa rede por meio da aplicação do problema de localização de facilidades.
- Obter uma rota ótima para a coleta dos resíduos depositados nesses contêineres por meio da aplicação do problema do caixeiro viajante.
- Verificar a correlação entre os custos de localização e os custos de coleta visando um referencial sobre o número ideal de contêineres a ser aplicado ao sistema.

1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho se encontra dividido em 5 capítulos.

O assunto que motivou o estudo e os objetivos do trabalho estão apresentados neste primeiro capítulo.

No segundo capítulo, apresenta-se a problemática envolvida na coleta e destinação dos resíduos sólidos urbanos, visando identificar as diferentes formas de coleta e a influência dessas diferentes sistemáticas sobre o gerenciamento do conjunto como um todo.

No terceiro capítulo apresenta-se uma revisão teórica, onde são abordadas diversas definições utilizadas no trabalho. Apresentam-se aspectos básicos de modelagem, otimização e da teoria dos grafos, bem como uma revisão sobre o conjunto de modelos e algoritmos aplicados na localização de facilidades e roteamento de veículos com o auxílio de ferramentas computacionais.

No quarto capítulo apresenta-se como foram realizadas as aplicações dos conceitos, considerados no capítulo anterior, ao problema da cidade de Passo Fundo, onde também se caracteriza a região e a cidade e sua forma atual de composição, coleta e destinação dos resíduos sólidos urbanos.

Por fim, no quinto capítulo relacionam-se as conclusões obtidas através do desenvolvimento e aplicação dos modelos e as recomendações relativas à continuidade do trabalho.

2 GESTÃO DOS RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS

2.1 Definição de resíduos sólidos urbanos

Segundo a norma brasileira NBR 10004, de 2004 - Resíduos sólidos – classificação, resíduos sólidos são:

“aqueles resíduos nos estados sólido e semi-sólido, que resultam de atividades da comunidade de origem industrial, doméstica, hospitalar, comercial, agrícola, de serviços e de varrição. Ficam incluídos nessa definição os lodos provenientes de sistemas de tratamento de água, aqueles gerados em equipamentos e instalações de controle de poluição, bem como determinados líquidos cujas particularidades tornem inviável o seu lançamento na rede pública de esgotos ou corpos de água, ou exijam para isso soluções técnicas e economicamente inviáveis em face a melhor tecnologia disponível”.

Zanta e Ferreira (2003) destacam que os resíduos sólidos de origem urbana compreendem aqueles produzidos pelas inúmeras atividades desenvolvidas em áreas com aglomerações humanas do município, abrangendo resíduos de várias origens como residencial, comercial, de estabelecimentos de saúde, industriais, de limpeza pública (varrição, capina, poda e outros), da construção civil e, finalmente os agrícolas. Todavia, são normalmente encaminhados para a disposição em aterros sob responsabilidade do poder municipal os resíduos de origem domiciliar ou aqueles com características similares, como os comerciais e os resíduos de limpeza pública. Os resíduos de origem não domiciliar, como é o exemplo dos resíduos de saúde e da construção civil, são de responsabilidade do gerador e estão sujeitos a legislação específica vigente.

Os materiais que compõem os resíduos sólidos urbanos são classificados em 12 categorias distintas. A Tabela 1 apresenta essas categorias aliadas a exemplos de materiais que podem compor cada categoria.

Tabela 1 – Categorias de resíduos sólidos urbanos e seus respectivos exemplos

Categoria	Exemplos
Matéria orgânica putrescível	Restos alimentares, flores, podas de árvores.
Plástico	Sacos, sacolas, embalagens de refrigerantes, água e leite, recipientes de produtos de limpeza, esponjas, isopor, utensílios de cozinha, látex, sacos de rafia.
Papel e papelão	Caixas, revistas, jornais, cartões, papel, pratos, cadernos, livros, pastas.
Vidro	Copos, garrafas de bebidas, pratos, espelho, embalagens de produtos de limpeza, embalagens de produtos de beleza, embalagens de produtos alimentícios.
Metal ferroso	Palha de aço, alfinetes, agulhas, embalagens de produtos alimentícios.
Metal não-ferroso	Latas de bebidas, restos de cobre, restos de chumbo, fiação elétrica.
Madeira	Caixas, tábuas, palitos de fósforos, palitos de picolé, tampas, móveis, lenha.
Panos, trapos, couro e borracha	Roupas, panos de limpeza, pedaços de tecido, bolsas, mochilas, sapatos, tapetes, luvas, cintos, balões.
Contaminante químico	Pilhas, medicamentos, lâmpadas, inseticidas, raticidas, colas em geral, cosméticos, vidro de esmaltes, embalagens de produtos químicos, latas de óleo de motor, latas com tintas, embalagens pressurizadas, canetas com carga, papel-carbono, filme fotográfico.
Contaminante biológico	Papel higiênico, cotonetes, algodão, curativos, gazes e panos com sangue, fraldas descartáveis, absorventes higiênicos, seringas, lâminas de barbear, cabelos, pêlos, embalagens de anestésicos, luvas.
Pedra, terra e cerâmica	Vasos de flores, pratos, restos de construção, terra, tijolos, cascalho, pedras decorativas.
Diversos	Velas de cera, restos de sabão e sabonete, carvão, giz, pontas de cigarro, rolhas, cartões de crédito, lápis de cera, embalagens longa-vida, embalagens metalizadas, sacos de aspirador de pó, lixas e outros materiais de difícil identificação.

Fonte: Zanta e Ferreira, 2003, p.8

2.2 Gestão integrada dos resíduos sólidos urbanos

Atualmente, a gestão integrada dos resíduos sólidos domiciliares se apresenta de forma diversa em cada cidade brasileira, prevalecendo, entretanto, situações nada promissoras. O enfoque dado ao problema dos resíduos no Brasil é, em sua maioria, sob o ponto de vista exclusivo da coleta e do transporte do resíduo sólido, destinando-o em áreas afastadas dos centros urbanos, longe da visão dos seus gerados (IBAM, 2001).

Prosab (2003) afirma, em sua obra, que a gestão integrada dos resíduos sólidos no Brasil apresenta indicadores que mostram um baixo desempenho dos serviços de coleta e, principalmente, na disposição final dos resíduos sólidos urbanos. Adicionalmente, os gastos necessários para melhorar este cenário são expressivos e enfrentam problemas institucionais e de jurisdição de competência do poder público.

McDougall (2001) afirma que uma das peças centrais de um sistema integrado de gerenciamento de resíduos é a maneira com que esses resíduos são recolhidos. A forma de coleta e separação determina quais opções de gerenciamento podem ser aplicadas à esses resíduos e, de uma maneira mais particular, quais métodos como reciclagem de materiais, tratamento térmico ou biológico mostram-se mais plausíveis no que tange à sustentabilidade econômica e ambiental.

Zanta e Ferreira (2003) destacam que a coleta e o transporte podem ser realizados de forma seletiva ou por coleta de resíduos misturados. A coleta de resíduos misturados trata-se da coleta regular ou convencional e a coleta de materiais segregados na fonte de geração passíveis de serem reutilizados, reciclados ou recuperados é chamada de coleta seletiva. Destacam também, que a coleta seletiva pode ser realizada de porta em porta, com veículos coletores apropriados, ou por meio de Postos de Entrega Voluntários (PEVs) de materiais segregados.

Para tal efeito, independente do tipo de coleta a ser adotado, a educação ambiental é peça fundamental para a aceitação e confiabilidade nos serviços prestados, incentivando a participação da comunidade. Essas ações de educação ambiental acontecem, geralmente, por meio de um projeto de conscientização junto à população da região destacando a utilização dos contêineres como unidades receptoras dos resíduos sólidos gerados e segregados nos domicílios para sua posterior coleta e destinação. É importante destacar que, nesse cenário, os moradores serão responsáveis por levar os resíduos gerados até o local onde esses contêineres estarão dispostos, sendo que a partir desse ponto o município torna-se responsável pela coleta e destinação apropriadas, o que exerce um efeito preponderante sobre a motivação da população quanto à adesão ao projeto, uma vez que os moradores não estão dispostos a viajar longas distâncias nem ao menos desviarem-se de seus roteiros habituais somente para a destinação de seus resíduos.

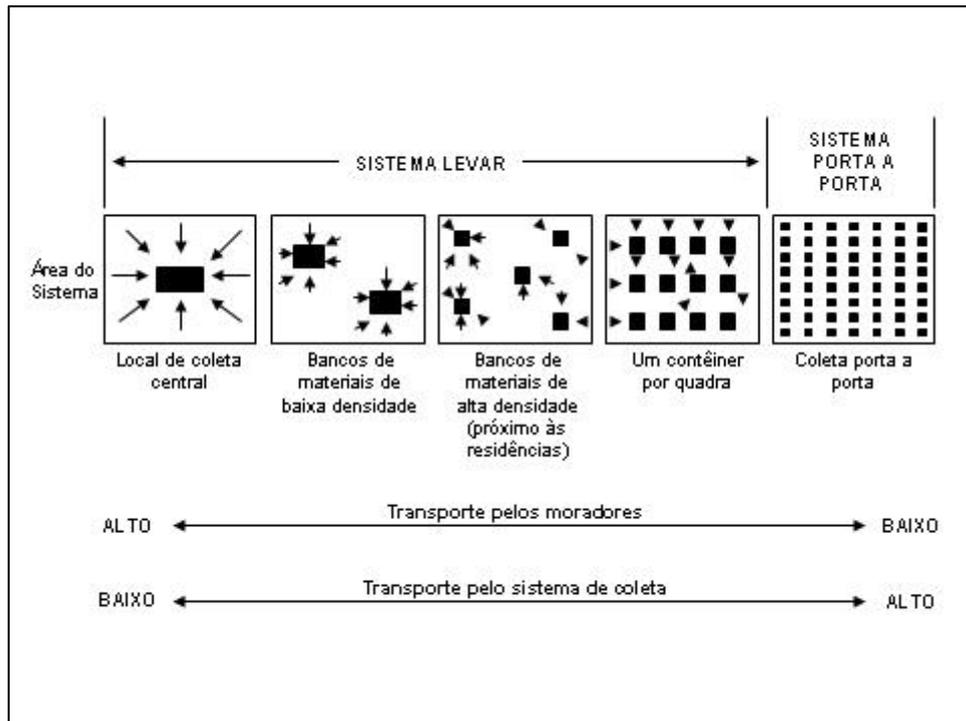
O reaproveitamento e o tratamento dos resíduos são ações corretivas cujos benefícios podem ser a valorização dos resíduos, ganhos ambientais com a redução do uso de recursos naturais e da poluição, geração de emprego e renda e aumento da vida útil dos sistemas de

disposição final. Essas ações quando associadas à coleta seletiva, ganham maior eficiência por utilizarem como matéria-prima resíduos de melhor qualidade. Os resíduos coletados também podem ter maior valor agregado se beneficiados por meio de procedimentos como segregação por tipo de materiais constituintes, lavagem, trituração, peneiramento, prensagem e enfardamento de acordo com as exigências do mercado consumidor (ZANTA e FERREIRA, 2003).

McDougall (2001) afirma que sempre se deve considerar o sistema de gerenciamento de resíduos de forma holística uma vez que todas as operações dentro do sistema estão interligadas. O método empregado para coleta e separação, por exemplo, irá afetar a habilidade de se recuperar materiais ou produzir compostos passíveis de comercialização. De forma similar, a recuperação de materiais a partir do fluxo de resíduos pode afetar a viabilidade dos esquemas de recuperação de energia quando aplicáveis, devendo então o sistema ser sempre sustentável tanto em termos ecológicos como em termos econômicos.

2.3 Sistemas de coleta

Os métodos de coleta são geralmente divididos entre esquemas de coleta de “levar”, onde os geradores devem levar os resíduos a um certo número de contêineres comuns ou “porta a porta”, onde os moradores depositam os resíduos em um contêiner ou saco que é deixado, em um dia específico, do lado de fora de sua propriedade para posterior coleta, formando assim duas partes de um espectro de métodos de coleta ilustrado na Figura 1, onde o tamanho das setas indica as distâncias viajadas pelo moradores até os locais de coleta.



Fonte: McDougall (2001, p.197)

Figura 1 – Espectro dos diferentes métodos de coleta

Em se tratando de um esquema de coleta do tipo “levar”, McDougall (2001) destaca ainda que os chamados “bancos de materiais”, que coletam um único tipo de material por contêiner, representam uma das melhores formas de coleta de materiais, apontando porém, que o sucesso dos bancos de materiais em baixa densidade (que visam atender um grande número de moradores) é muito difícil de se avaliar. Em um sistema como esse, a quantidade de material coletada vai depender da densidade dos contêineres, uma vez que é esse número que irá determinar o quão longe os moradores deverão transportar seus resíduos até o posto de coleta mais próximo, tendo assim um efeito direto sobre sua motivação e que as diferenças entre a densidade desses contêineres é, provavelmente, o maior responsável pela variação nas taxas de recuperação de materiais.

Para efeito de comparação, os atributos gerais para os sistemas de coleta do tipo “levar” e “porta a porta” estão sumarizados na Tabela 2:

Tabela 2 – Atributos dos métodos de coleta “levar” e “porta a porta”

	Levar	Porta a Porta
Definição:	Os materiais são levados da propriedade para o ponto de coleta pelos moradores	Os materiais são coletados na propriedade/residência
Separação:	Separados pelo morador. Podem ou não serem triados por uma central.	Separados pelo morador. Também podem ser triados por uma central ou durante a coleta.
Coleta dos materiais:	Separados ou misturados	Separados ou misturados
Contêineres:	Comuns	Individuais (podendo ser comuns para prédios de apartamentos)
Transporte pelo gerador:	Alto para Baixo (dependendo da densidade do número de contêineres)	Nenhum
Transporte pelo coletor:	Baixo para Alto (dependendo da densidade do número de contêineres)	Alto
Quantidade coletada:	Baixa para Alta (dependendo da eficiência dos bancos de coleta)	Alta
Nível de contaminação:	Baixo (quando segregados) para Alto (quando misturados)	Baixo (quando triados nos pontos de coleta) para Alto (quando misturados)

Fonte: McDougall, 2001, p.198

Um aumento no número de contêineres certamente aumentará as taxas de recuperação, mas por outro lado diminuirá a taxa de retorno sobre a operação, uma vez que a quantidade extra coletada diminuirá com cada contêiner extra que é adicionado ao sistema, até que em um determinado ponto o custo econômico adicional e o passivo ambiental gerado no processo (como o maior consumo de combustível pelo veículo coletor, conseqüentemente gerando maior emissão de gases poluentes durante sua viagem e etc), façam com que esse aumento no número de contêineres venha a exceder os ganhos ambientais desse tipo de coleta diferenciada McDougall (2001) destaca que no momento não existem evidências suficientes capazes de identificar uma densidade ótima para esse banco de materiais.

No entanto, um problema mais imediato relacionado à densidade desses bancos de materiais reside no fato de se encontrar locais apropriados para colocação desses contêineres. Em uma rede de alta densidade, pequenos contêineres colocados em cada esquina podem ser plausíveis, uma vez que os moradores seriam capazes de caminhar até os pontos de entrega com seus resíduos, mas em redes de baixa densidade, que envolvem distâncias maiores a

serem viajadas, a disposição desses contêineres deve ser feita em locais estratégicos visando que não seja necessário que o morador tenha de realizar uma viagem específica só para esse fim.

2.4 Gestão dos resíduos no Brasil

De acordo com o CEMPRE – Compromisso Empresarial para a Reciclagem (2004), o destino dos resíduos domiciliares, em todas as regiões do país apresenta um quadro muito sério, uma vez que a maior parte dos resíduos é despejada em lixões (vazadouros a céu aberto), sem receber o tratamento adequado.

Segundo a Pesquisa Nacional de Saneamento Básico (PNSB), realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística em 2002 (IBGE, 2006), a população brasileira era na ocasião de aproximadamente 170 milhões de habitantes, produzindo diariamente cerca de 126 mil toneladas de resíduos sólidos por dia. Quanto à destinação final, os dados relativos às formas de disposição final de resíduos sólidos distribuídos de acordo com a população dos municípios, obtidos com a PNSB, indicam que 63,6% dos municípios brasileiros depositam seus resíduos sólidos em vazadouros a céu aberto, os chamados “lixões”, somente 13,8% informam que utilizam aterros sanitários e 18,4% dispõem seus resíduos em aterros controlados, sendo que os 5% restantes não declaram o destino de seus resíduos.

3 CONCEITUALIZAÇÃO

3.1 Modelagem matemática

De acordo com Goldbarg e Luna (2005) o homem sempre desejou entender o seu planeta e o mundo em geral. As imposições da sobrevivência assim o determinaram. Rodeada de elementos materiais, a primeira necessidade da humanidade foi conquistar o domínio de seu meio ambiente. A segurança contra predadores e fenômenos naturais, a busca da alimentação, a organização social dos núcleos humanos, etc., despertaram os primeiros questionamentos do homem, privilegiando a ação sobre o concreto. Na medida em que as necessidades do espírito humano foram se tornando mais complexas, cresceram as carências por aperfeiçoar o processo de compreensão do mundo. Na impossibilidade de lidar diretamente com a complexidade do mundo, o homem tem se mostrado cada vez mais hábil na criação de metáforas para a representação e solução de sua relação com esse mesmo mundo.

Dessa forma, a utilização de gráficos ou a representação de planos ou sólidos por meio de equações matemáticas nada mais são do que metáforas de substituição ou modelos.

Já Winston e Albright (2001) definem que, em termos simples, um modelo matemático é uma representação quantitativa, ou uma aproximação, de um problema real, sendo que tal representação pode ser expressa em termos de expressões matemáticas (equações) ou através de uma série de células inter-relacionadas em uma planilha de cálculo.

Em qualquer que seja o caso, o propósito de um modelo matemático é representar a essência de um problema de forma concisa, o que traz uma série de vantagens, como permitir ao analista uma melhor compreensão do problema em estudo, ajudando a definir o escopo do problema, suas possíveis soluções e os dados necessários para tal, e permitindo assim ao analista o uso de uma variedade de procedimentos de solução matemática que já vêm sendo desenvolvidos há quase um século.

Por sua natureza, os modelos matemáticos podem, por si só, representar ou descrever uma determinada situação. Tais modelos são chamados de modelos descritivos.

Já outros modelos podem ser formulados onde variáveis são definidas e relações matemáticas entre essas variáveis são estabelecidas de forma a descrever o comportamento do sistema e a resolução matemática desses modelos sugere um curso de ação desejável. Tais modelos são chamados de modelos de otimização.

Em virtude das várias peculiaridades inerentes aos diversos contextos de programação (planejamento) matemática, os métodos de resolução sofreram especializações e particularizações, sendo que o processo de modelagem matemática, em si, pouco varia; contudo, as técnicas de resolução acabaram agrupadas em várias subáreas tais como: Programação Linear, Programação Não-Linear, Programação Inteira, Programação Dinâmica, Programação Estocástica, Programação Heurística, etc.

A Programação Linear é um caso particular dos modelos de programação em que as variáveis são contínuas e apresentam comportamento linear, tanto em relação às restrições como à função objetivo. Constitui um caso extremamente importante devido à eficiência dos algoritmos de solução existentes e à possibilidade de transformação dos modelos de Programação Não-Linear em modelos de Programação Linear.

Um modelo de otimização constitui um problema de Programação Não-Linear se exibir qualquer tipo de não-linearidade, seja na função objetivo ou em suas restrições. A introdução de não-linearidade é bem tratável nos casos de convexidade, situação em que se preservam propriedades importantes tanto sob a ótica da programação matemática, como da teoria econômica.

Um modelo de otimização constitui um problema de Programação Inteira se pelo menos uma variável ficar condicionada a assumir valores inteiros. O requisito de que variáveis tenham que ser inteiras, normalmente implica em maior complexidade computacional do que a oriunda de situações de não-linearidade de funções.

A Programação Dinâmica é utilizada para resolver modelos matemáticos onde o problema original pode ser decomposto em subproblemas de otimização e a Programação Estocástica é utilizada para analisar modelos onde os parâmetros são descritos por funções de probabilidade.

Em problemas combinatórios onde o número de soluções possíveis cresce exponencialmente em função do número de variáveis do problema considerado, as técnicas de programação matemática exatas tendem a apresentar fraco desempenho, sendo comum, nesses

casos, o uso de técnicas heurísticas. Assim, a Programação Heurística é constituída de métodos ou algoritmos exploratórios para resolução de problemas de difícil resolução, onde as soluções otimizadas são obtidas pela avaliação de um subconjunto de soluções do espaço de busca do problema. Tratam-se de métodos em que, embora a exploração seja feita de forma algorítmica, o progresso é obtido pela avaliação puramente empírica do resultado.

Dentre as técnicas heurísticas de otimização existem os métodos meta-heurísticos que, diferentemente das heurísticas tradicionais, permitem escapar de ótimos locais, tais como GRASP, *Simulated Annealing*, Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, *Annealing* Microcanônico e Otimização Microcanônica (SOUZA, 2000).

A aplicação dessas técnicas gera expressivos ganhos de eficácia, principalmente nos termos da eficiência computacional, todavia ao custo da precisão dos resultados.

As técnicas heurísticas não asseguram as melhores soluções, mas somente soluções válidas, aproximadas; e freqüentemente não é possível justificar em termos estritamente lógicos a validade dos resultados.

Geralmente as técnicas heurísticas são utilizadas como ferramentas de auxílio visando gerar estimativas rápidas ou processos preliminares para problemas que outrossim demandariam um tempo computacional extremamente elevado.

3.1.1 Processo de modelagem

Kallrath e Wilson (1997) afirmam que um modelo matemático de otimização consiste de quatro objetos chave:

- dados ou parâmetros,
- variáveis (contínuas, semi-contínuas, binárias, inteiras)
- restrições (igualdades, desigualdades), e
- função objetivo.

Os dados ou parâmetros fixam uma instância para o problema. Eles podem representar custos ou demanda, condições fixas de operação de um reator, capacidades de fábricas e assim por diante. As variáveis representam os graus de liberdade, ou seja, as decisões: quanto de um certo produto deve ser produzido, se um armazém está fechado ou não, quanto material deve-se armazenar para uso posterior. As restrições podem ser uma ampla faixa de relações matemáticas: algébricas, lógicas, diferenciais ou inteiras e podem representar relações de

qualidade, limites de capacidade, etc. A função objetivo, por fim, expressa a meta a ser atingida: minimizar custos, maximizar a taxa de utilização, minimizar resíduos e assim por diante.

Assim, um problema de programação linear na forma padrão, por exemplo, pode ser formulado como:

$$\text{Minimizar } f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots$$

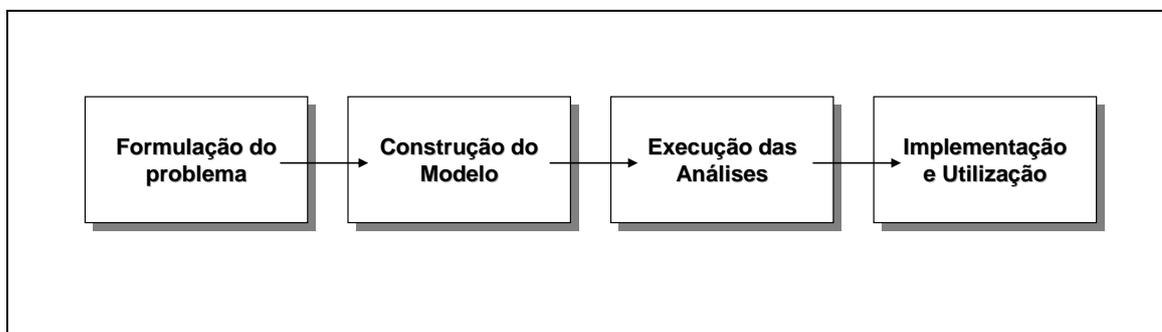
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \quad (3)$$

A função linear f em (1), a ser minimizada, é a função objetivo. O conjunto de equações lineares em (2) define as restrições do problema. As condições de não negatividade estão definidas em (3).

Por se tratar de um modelo complexo, via de regra um modelo matemático de otimização não pode ser elaborado em uma só etapa, demandando uma análise quantitativa do processo conforme proposta por Goldberg e Luna (2005, p. 14) e representado na Figura 2.



Fonte: Goldberg e Luna, 2005, p. 14.

Figura 2 – Fluxo de análise quantitativa do processo de modelagem.

A etapa de formulação do problema é constituída pela definição das variáveis controláveis (de decisão ou controle) e não-controláveis (externa ou de estado); a elaboração da função objetivo e do critério de otimização e a formalização das restrições do modelo.

A etapa de construção do modelo engloba a elaboração das estruturas de entrada e saída de informações; as fórmulas de inter-relação e os horizontes de tempo.

Na fase de execução das análises deverá ser realizada uma análise da sensibilidade da solução, bem como o levantamento da precisão dos dados, o estudo da estabilidade computacional e o levantamento das demais especificações do modelo.

Já a fase final de implementação e utilização é constituída por um grande processo de *feedback* repassando as etapas anteriores, vivenciando o uso do modelo no sistema de produção ou prestação de serviço.

Ainda, segundo Goldbarg e Luna (2005, p.14), é interessante notar que os modelos de otimização construídos da forma descrita, por objetivarem a redução do contexto em busca da simplificação, podem ser caracterizados pelas seguintes dicotomias:

Determinístico	<input type="checkbox"/>	Probabilístico
Restrito	<input type="checkbox"/>	Irrestrito
Monocritério	<input type="checkbox"/>	Multicritério
Contínuo	<input type="checkbox"/>	Discreto
Unidecisor	<input type="checkbox"/>	Diversos decisores
Univariável	<input type="checkbox"/>	Multivariável
Linear	<input type="checkbox"/>	Não-linear
Uniobjetivo	<input type="checkbox"/>	Multiobjetivo

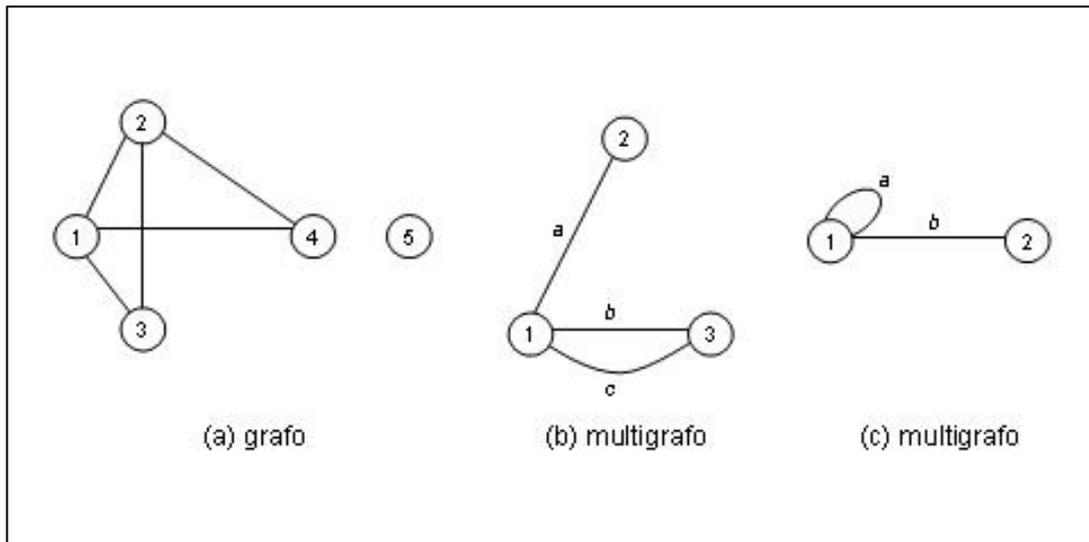
3.2 Teoria dos grafos

A teoria dos grafos tem uma origem relativamente recente (século XVIII) na história da matemática. Dentre os primeiros cientistas a trabalhar nesta área se destacam L. Euler, G. Kirchhoff e A. Cayley. A teoria de grafos tem extensiva utilização em matemática aplicada, pois demonstra ser uma poderosa ferramenta para a modelagem de diversas situações reais em física, química, biologia, engenharia e pesquisa operacional (SANTOS, 1998, p.225).

Um grafo $G = (N, A)$ é constituído por um conjunto finito e não vazio N de nós ou vértices e um conjunto A de arestas. Cada aresta é um par não-ordenado de nós distintos (conjunto de cardinalidade 2). Se uma aresta corresponde ao par de nós (i, j) , i e j são chamadas extremidades da aresta. Por convenção, desenha-se um grafo representando cada nó com um

círculo, e as arestas são representadas por linhas ligando estes círculos conforme apresentado na Figura 3(a).

Aos grafos nos quais são permitidos duas ou mais arestas associadas a um mesmo par de nós e arestas associadas a um único nó – ou seja, onde os dois nós do par não são necessariamente distintos - dá-se o nome de multigrafos, sendo estes representados pelas Figuras 3(b) e 3 (c).



Fonte: Santos, 1998, p. 226.

Figura 3 – Grafos e multigrafos.

As arestas podem ser denotados por símbolos próprios, indicando em separado o par de nós ao qual cada símbolo corresponde, ou simplesmente pelo par de nós ao qual corresponde. No caso de multigrafos contendo mais de uma aresta associada ao mesmo par de nós torna-se necessário utilizar símbolos para as arestas e indicar o par de nós, conforme ilustrado na Figura 3 (b) onde as duas arestas associadas aos nós 1 e 3 são identificados por b e c e a aresta associada ao par (1, 2) é identificada por a .

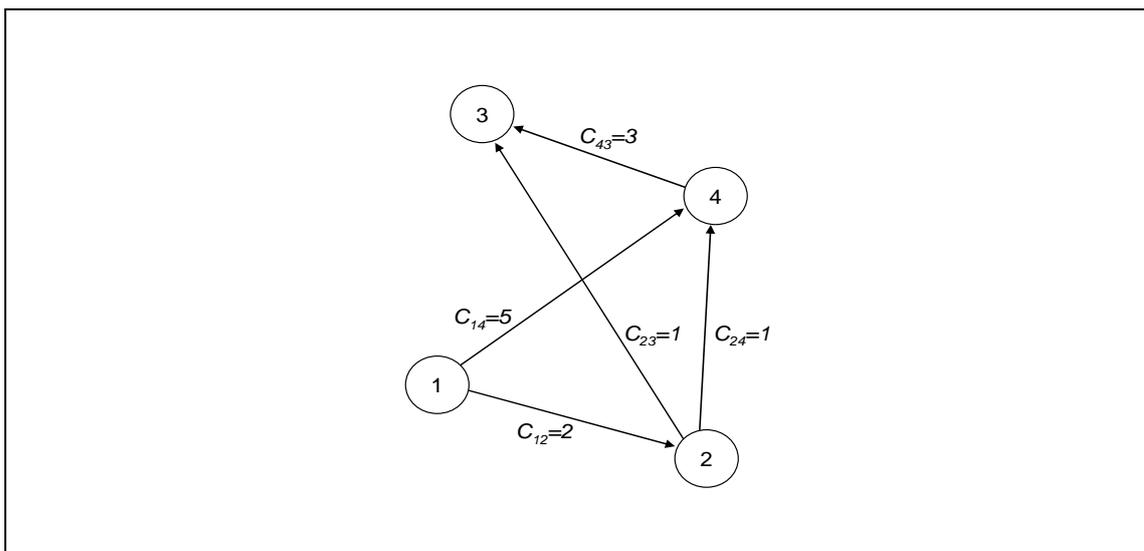
Toda aresta é considerada incidente sobre os nós ao qual está associada e vice-versa. Dessa forma a interseção entre as linhas que representam as arestas (1, 4) e (2, 3) na Figura 3(a) não está associada a nenhum nó. Da mesma forma o nó 5 da mesma figura é chamado de nó isolado pois não está ligado a nenhum outro, ou seja, não existe nenhuma aresta no grafo incidente sobre o nó 5.

Duas arestas que incidam sobre o mesmo nó são ditas adjacentes, assim como uma aresta incidente sobre um único nó, como o ilustrado na Figura 3(c) é denominada de laço. O grau de um nó é o número de arestas incidentes sobre o nó, sendo que cada laço conta como duas arestas. Assim o grau do nó 1 da Figura 3(c) é 3 e o grau do nó 2 da mesma figura é igual a 1.

Um grafo $G = (N, A)$ no qual as arestas são pares ordenados (subconjunto $N \times N$) é chamado de grafo orientado ou dígrafo. Nesse caso o par ordenado (i, j) é chamado aresta, e i é o nó inicial e j é o nó final.

Um grafo orientado é representado graficamente de forma análoga ao grafo, porém, a aresta (i, j) é representada por uma flecha de i para j , indicando a orientação relevante. Dada a orientação da aresta (i, j) , diz-se que a aresta é de saída (ou emergente) do nó i e de entrada no nó j . O nó inicial i é chamado de nó cauda da aresta (i, j) e o nó final j é chamado de nó cabeça da aresta (i, j) . Por sua vez a aresta (i, j) é incidente nos nós i e j , e o nó j é adjacente ao nó i , mas não o reverso, a não ser que a aresta (j, i) também pertença a A .

A cada aresta (i, j) que pertença a A podem existir um ou mais valores numéricos associados representando parâmetros relativos à aresta tais como o custo ou comprimento da aresta, limites de fluxo sobre a aresta, etc. A cada nó $i \in N$ podem existir um ou mais valores numéricos associados d_i . Os valores associados às arestas podem ser indicados sobre eles, e os valores associados aos nós podem ser indicados ao lado deles em uma representação gráfica. Um exemplo de tal representação está caracterizado na Figura 4.



Fonte: Arenales, 2007, p. 291.

Figura 4 – Representação gráfica de uma rede orientada.

Denomina-se caminho de um nó i_0 a um nó i_k a seqüência de arestas $C = \{(i_0, i_1), (i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)\}$ no qual o nó inicial de cada aresta é o nó final da aresta imediatamente anterior na seqüência, e $i_0, i_1, i_2, i_3, \dots, i_k$ são todos nós distintos. Portanto todas as arestas em um caminho estão direcionadas coerentemente, apontando do nó i_0 ao nó i_k (nó cabeça da aresta precedente para o nó cauda da aresta seguinte), como o ilustrado na Figura 4, onde um caminho possível do nó 1 ao nó 3 seria $\{(1, 2), (2, 4), (4, 3)\}$.

Uma seqüência de arestas onde cada aresta tem exatamente um nó em comum com a aresta imediatamente anterior na seqüência todavia sem estar coerentemente orientados é chamado de cadeia. Uma cadeia do nó 1 ao nó 4 da rede representada pela Figura 4 poderia ser $\{(1, 2), (2, 3), (4, 3)\}$. É importante notar que todo caminho é uma cadeia, mas nem toda cadeia constitui um caminho.

A existência de um caminho fechado, ou seja, um caminho de um nó i_0 a um nó i_k , em que $i_k = i_0$ é denominado circuito. O correspondente ao circuito, no caso da cadeia, é denominado ciclo, ou seja, o ciclo é uma cadeia fechada. A Figura 4 não apresenta nenhum circuito, mas apenas ciclos, como $\{(2, 3), (4, 3), (2, 4)\}$ e $\{(1, 4), (2, 4), (1,2)\}$, representando um grafo acíclico. Caso contrário seria denominado um grafo cíclico.

Um grafo também pode ser representado por matrizes. Essas matrizes são úteis na formalização de modelos matemáticos de certos problemas que podem ser representados por grafos.

Uma rede valorada como a caracterizada pela Figura 4 pode ser representada respectivamente pelas seguintes matrizes de custos $M=[d_{ij}]$ onde:

$$d_{ij} = \begin{cases} \text{custo do arco, se } (v_i; v_j) \in A; \\ 0 \text{ se } (v_i) = (v_j); \\ \infty \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (4)$$

resultando nas matrizes:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 2 & \infty & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ \infty & 1 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad M' = \begin{bmatrix} 0 & 2 & \infty & 5 \\ \infty & 0 & 1 & 1 \\ \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz M foi construída relevando-se o fato da rede ilustrada na Figura 4 ser orientada, resultando assim em uma matriz simétrica, uma vez que todas as matrizes para grafos não orientados sempre são simétricas. Já a matriz M' caracteriza a assimetria da matriz devido à orientação apresentada na Figura 4.

3.3 Problema do caminho mais curto

O problema do caminho mais curto está intimamente relacionado à solução de vários problemas combinatórios como os de roteamento, programação e seqüenciamento de tarefas etc.

O problema de percurso ou de passeios, é um dos mais conhecidos e antigos na pesquisa operacional e sua solução foi sugerida até mesmo na mitologia grega antiga, onde Teseu, na lenda do Minotauro, marca cada ponto do caminho (aresta) para evitar que o expedicionário se perca no trajeto.

Goldbarg e Luna (2005) afirmam que existem várias abordagens possíveis para a solução do problema do caminho mais curto, estando os mais eficientes algoritmos hoje disponíveis através da abordagem em grafos.

Um dos algoritmos mais utilizados para se determinar o menor caminho entre os vértices de um grafo sem restrição é o algoritmo de Floyd, criado em 1962, justamente por sua simplicidade e facilidade de implementação computacional.

O algoritmo de Floyd encontra as distâncias mínimas (e os correspondentes caminhos mínimos) entre todos os pares de nós do grafo. O algoritmo funciona mesmo que haja arestas com comprimentos negativos, mas não devem existir circuitos com comprimentos negativos. O algoritmo de Floyd determina as distâncias mínimas entre os pares de nós do grafo de maneira recursiva. Na iteração k , é determinado o caminho mínimo entre dois nós quaisquer utilizando somente os k primeiros nós.

O algoritmo constrói, sucessivamente, n matrizes a partir de uma matriz de custos inicial D^0 , através das modificações efetuadas de acordo com a seguinte expressão:

$$d_{ij}^k = \text{Min}\left[d_{ik}^{k-1}, \left(d_{ik}^{k-1} + d_{kj}^{k-1}\right)\right] \quad (5)$$

Para a determinação do caminho, parte-se do final para o início, levando em conta os vértices intermediários incluídos durante o processo.

A operacionalização do algoritmo de Floyd pode ser descrita a partir dos seguintes passos:

Passo 1: Faça $k = 0$;

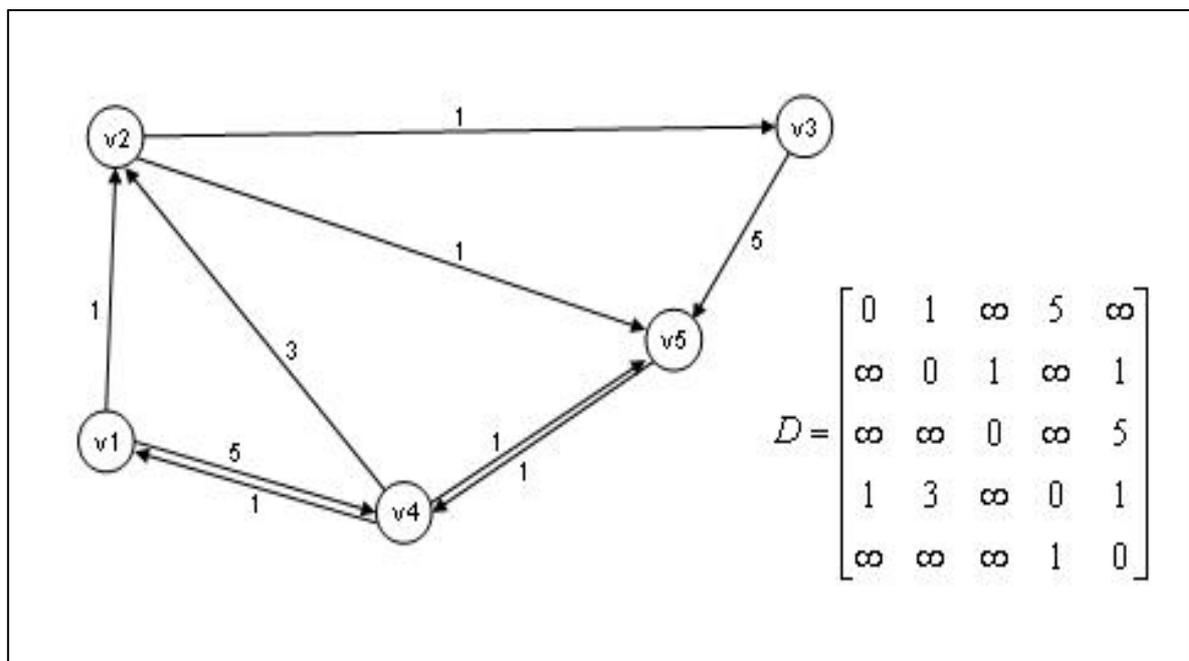
Passo 2: Faça $k = k+1$;

Passo 3: Para todo $i \neq k$ tal que $d_{ik} \neq \infty$ e todo $j \neq k$ tal que $d_{kj} \neq \infty$ faça a equação (5)

Passo 4: Teste de finalização

- Se algum $d_{ii} < 0$, então existe um ciclo de custo negativo contendo o vértice x_i e não existe solução possível. Pare.
- Se todo $d_{ii} \geq 0$ e $k = n$, a solução foi achada, e $[d_{ij}]$ fornece os comprimentos de todos os menores caminhos. Pare.
- Se todo $d_{ii} \geq 0$ mas $k < n$, então retorne ao passo 2.

Como exemplo de aplicação toma-se o Grafo orientado $G = (V, E)$ e sua respectiva matriz de custo ilustrados na Figura 5.



Fonte: adaptado de Graciolli, 1994, p. 18.

Figura 5 – Grafo $G = (V, E)$ e sua respectiva matriz de custo.

Ao aplicar o algoritmo de Floyd, obtém-se a matriz W onde estão descritos os comprimentos dos menores caminhos e sua respectiva matriz de precedentes R , a saber:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_2 & v_5 & v_2 \\ v_5 & v_2 & v_3 & v_5 & v_5 \\ v_5 & v_5 & v_3 & v_5 & v_5 \\ v_1 & v_1 & v_1 & v_4 & v_5 \\ v_4 & v_4 & v_4 & v_4 & v_5 \end{bmatrix}$$

Isso posto, para determinar a rota de v_2 a v_1 , toma-se:

$$R[2, 1] = v_5, R[5, 1] = v_4, R[4, 1] = v_1.$$

Logo, o caminho mais curto de v_2 para v_1 será passando por v_5 e v_4 até chegar a v_1 , e a distância total percorrida será de 3, equivalente à $W[2, 1]$.

Para matrizes expressas em distâncias euclidianas que pretendam representar centros urbanos, Novaes (1989) apud Graciolli (1994) declara que usualmente faz-se uso da regressão linear para se estabelecer um quociente de ajustamento, usualmente de 1,35 para áreas urbanas, devendo então a matriz ser multiplicada por esse quociente para gerar assim um resultado mais próximo da realidade.

3.4 Problemas de localização

O problema do caminho mais curto está intimamente relacionado à solução de vários problemas de localização que tratam de decisões sobre onde localizar facilidades, considerando clientes que devem ser servidos de forma a otimizar um certo critério. O termo “facilidades” pode ser substituído por fábricas, depósitos, escolas, etc., enquanto que clientes se referem à depósitos, unidades de vendas, estudantes, etc. Em geral, as facilidades podem tanto ser selecionados como centros a serem localizados como podem também ser alocados ao subconjunto de centros abertos. Por isso, tais problemas também são conhecidos como problemas de localização-alocação, devido ao processo de alocação dos outros centros aos centros abertos.

Os primeiros trabalhos sobre problemas de localização tiveram origem no século XVII com os trabalhos do advogado e matemático Pierre de Fermat (1601-1665). Outras contribuições nesse campo incluem o trabalho de Alfred Weber com sua teoria da localização das indústrias de 1909 e a idéia dos procedimentos iterativos para a localização de uma nova

facilidade para minimizar a soma dos pesos das distâncias euclidianas para um número existente de facilidades apresentada por Weisfeld em 1937.

Os problemas de localização de facilidades constituem uma área com diversas aplicações e vasta literatura (Ducati, 2003). De uma forma geral esses problemas envolvem a localização de um número fixo ou variável de facilidades e a designação de demandas de clientes a essas facilidades de modo a minimizar custos fixos e variáveis, sendo que suas principais utilizações estão voltadas à abordagem para os seguintes problemas:

- quantas facilidades devem ser construídas?
- onde cada facilidade deve ser localizada?
- qual deve ser o tamanho de cada facilidade?
- como alocar demanda de clientes a facilidades?

As respostas para essas questões não são simples e dependem intimamente do contexto no qual o problema está inserido e dos objetivos que se pretenda alcançar. Em alguns casos, como por exemplo a localização de centros de atendimento médico, espera-se alocar as facilidades o mais próximo possível dos centros de demanda. Já em situações como a localização de um centro penitenciário ou uma fábrica que pratique atividades que gerem ruídos excessivos ou perturbações ao ambiente, o objetivo é justamente o contrário, alocar as facilidades o mais longe possível dos centros de demanda.

De acordo com Ducati (2003), uma das características principais dos problemas de localização é o número de facilidades a serem localizadas. A autora também ressalta que uma outra característica dos modelos matemáticos de localização é a maneira como as demandas e a localização das facilidades candidatas são representadas. Há modelos em que as demandas podem ocorrer em qualquer lugar de um plano e, sendo assim, as facilidades também podem ser alocadas por sua vez em qualquer lugar de um plano. Já, em outros modelos de localização em redes, as demandas e as facilidades ocorrem em um grafo composto de nós e arestas e então pode-se assumir que a demanda pode ser localizada apenas nos nós da rede, embora alguns modelos de localização de redes permitam que as demandas sejam localizadas também nas arestas. Neste último caso, as facilidades são designadas aos nós ou arestas da rede.

A distância cliente-facilidade é um diferencial importante entre os modelos de localização, sendo que em certos modelos a distância máxima permitida entre cliente e facilidade é dada a priori. São conhecidos como problemas de distância máxima. Já os modelos de localização

onde o objetivo é encontrar um conjunto de facilidades de mínimo custo dentre uma infinidade de facilidades candidatas, tal que cada cliente seja atendido por pelo menos uma facilidade. São conhecidos como problemas de recobrimento de conjuntos, sendo que uma das principais questões envolvidas nesse tipo de problema é que o número de facilidades necessárias para atender toda a demanda muitas vezes excede o número realmente possível de facilidades a serem construídas (por questões financeiras ou outras razões) tratando todos os nós de demanda de maneira idêntica (DUCATI, 2003).

Nos problemas de recobrimento os clientes são, geralmente, designados às facilidades mais próximas. Desta forma, julga-se adequado atender (cobrir) o cliente se o mesmo estiver dentro de uma dada distância da facilidade. Considera-se o atendimento inadequado se a distância excede um valor crítico estipulado, sendo então que objetivo, neste caso, encontrar um conjunto de facilidades de mínimo custo dentre uma infinidade de facilidades candidatas, tal que cada cliente seja atendido por pelo menos uma facilidade. Vale ressaltar que o modelo de recobrimento de conjuntos trata todos os nós de demanda idêntica, ou seja, são igualmente importantes para o modelo os nós cuja demanda seja de 10 chamadas de serviço por ano ou nós que possuam 10.000 chamadas de serviço por ano.

Uma variante dos problemas de recobrimento é o problema de p -centros, cujo objetivo é localizar p facilidades tais que a máxima distância (ou tempo) de qualquer demanda para sua facilidade mais próxima seja mínima. Este modelo também é conhecido como *minmax*.

Uma segunda classe de problemas que também trabalha com o fator distância cliente-facilidade é a classe de modelos de distância total ou média. Muitas situações de planejamento de localização de facilidades nos setores público e privado tratam da distância total viajada entre as facilidades e os nós de demanda.

Ducatti (2003) apresenta como um exemplo no setor privado a localização de facilidades de produção que recebam sua matéria prima de fontes estabelecidas através de entrega por caminhões. Já no setor público, exemplifica com a necessidade de se localizar uma rede de provedores de serviços de forma a minimizar a distância total que os consumidores precisam percorrer para encontrar a facilidade mais próxima.

No contexto dos modelos de distância total ou média estão os problemas de p -medianas, que consistem em encontrar a localização de p facilidades em uma rede tal que o custo total (soma dos custos de atendimento dos clientes) seja minimizado. O custo de atendimento de cada cliente é dado pelo produto da demanda do cliente versus a distância cliente-facilidade mais próxima.

O problema das p -medianas pode ser formulado como um problema de programação inteira binária. Considere-se um grafo fechado para uma dada instância, obtido através da aplicação do algoritmo de Floyd apresentado anteriormente e o conjunto de vértices indexados resultantes $\{1, \dots, n\}$.

Conforme Arenales et al. (2007), o problema pode ser descrito matematicamente como segue:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=j}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (6)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p \quad (8)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii}, i, j = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = 1, \dots, n \quad (10)$$

onde:

$[d_{ij}]_{n \times n}$ é uma matriz simétrica de custo (distância), com $d_{ii} = 0, \forall i \in \{1, \dots, n\}$;

$[x_{ij}]_{n \times n}$ é a matriz de alocação, com $x_{ij} = 1$ se o nó i é alocado ao nó j , e $x_{ij} = 0$, caso contrário; $x_{ii} = 1$ se o nó i é uma mediana e $x_{ii} = 0$, caso contrário;

p é o número de facilidades (medianas) a serem localizadas;

n é o número de nós na rede.

As restrições (7) e (9) garantem que cada nó j é alocado a somente um nó i , que deve ser uma mediana. Já (8) determina o número exato de medianas a ser localizado (p), e (10) corresponde às condições de integralidade.

Lorena (s.d.) destaca que algumas suposições são consideradas para a validade deste modelo, tais como:

1. toda a demanda de um vértice é atendida por um único centro (mediana).
2. todo ponto de demanda deve ser servido pelo centro mais próximo.
3. os vértices coincidem com os pontos de demanda.

4. não existem restrições de capacidade nos vértices.
5. os custos fixos de implementação não são considerados.

Conceitualmente, o problema das p -medianas é muito simples, entretanto, possui um número muito grande de soluções, dessa forma uma grande variedade de técnicas heurísticas foram criadas para aproximar com qualidade a solução ótima deste problema. No entanto as propostas heurísticas não fazem parte do escopo desse trabalho.

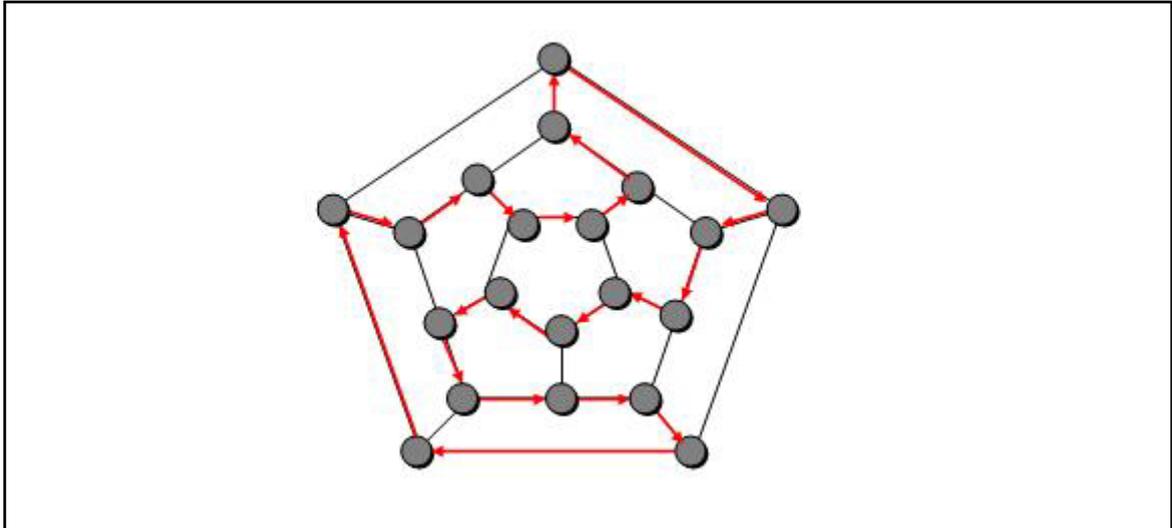
3.5 Problemas de roteamento

O termo roteamento de veículos, embora não encontrado nos dicionários de língua portuguesa, é a forma que vem sendo utilizada como equivalente ao inglês “*routing*” (ou “*routeing*”) para designar o processo para a determinação de um ou mais roteiros ou seqüências de paradas a serem cumpridos por veículos de uma frota, objetivando visitar um conjunto de pontos geograficamente dispersos, em locais pré-determinados, que necessitam de atendimento. O termo roteirização de veículos também é utilizado alternativamente por alguns autores.

O problema de roteamento de veículos consiste em definir roteiros de veículos que minimizem o custo total de atendimento, onde cada um deles inicia ou termina no depósito ou base dos veículos, assegurando que cada ponto seja visitado exatamente uma vez e a demanda em qualquer rota não exceda a capacidade do veículo que a atende.

Os problemas de roteamento lidam em sua maior parte com passeios ou *tours* sobre pontos de demanda e oferta. Esses pontos podem representar cidades, postos de trabalho ou atendimento, depósitos, etc. Dentre os tipos de passeios um dos mais importantes é o denominado hamiltoniano. Seu nome é devido a Willian Rowan Hamilton que, em 1857, propôs um jogo que denominou *Around the World* (do inglês Volta ao Mundo). O jogo era feito sobre um dodecaedro em que cada vértice estava associado a uma cidade importante da época e o desafio consistia em encontrar uma rota através dos vértices do dodecaedro que iniciasse e terminasse em uma mesma cidade sem nunca repetir uma visita. Nasceu daí um dos mais tradicionais e conhecidos problemas de otimização, o problema do caixeiro viajante (PCV).

Uma solução do jogo de Hamilton, conforme representado na Figura 6, em sua homenagem, passou a se denominar um ciclo hamiltoniano.

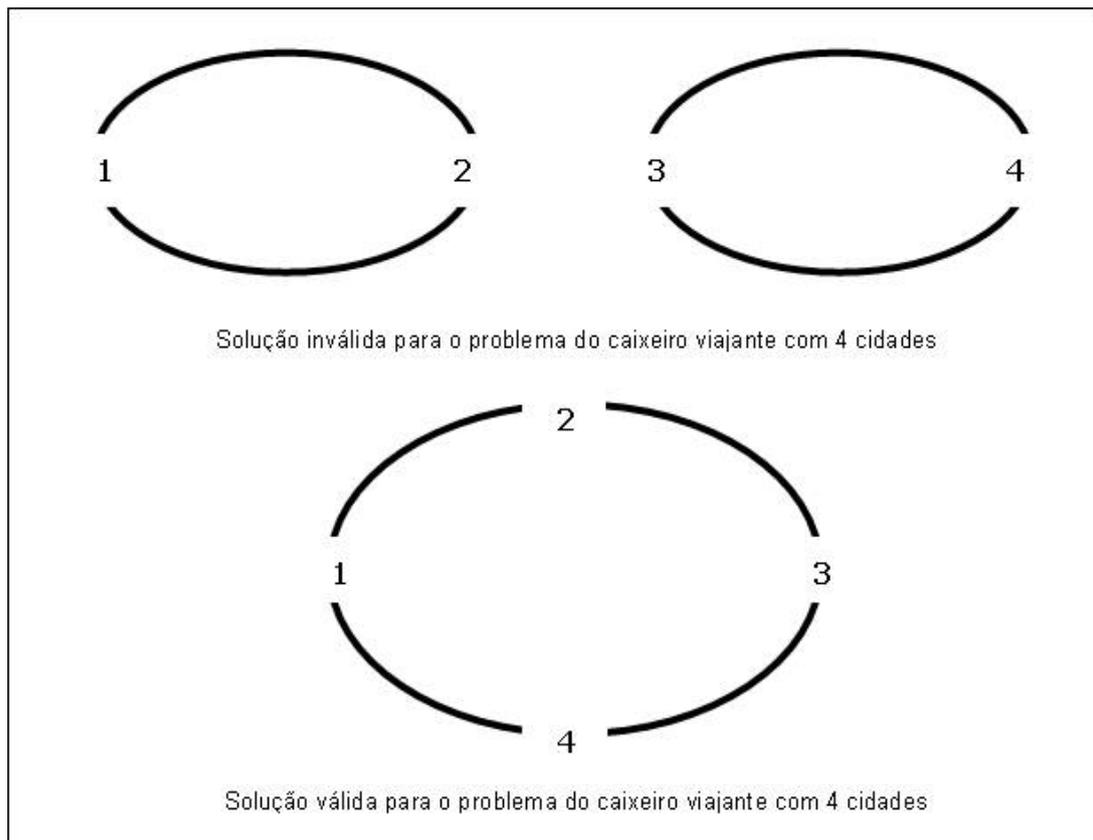


Fonte: adaptado de Goldberg e Luna, 2005, p. 332.

Figura 6 – Uma solução do jogo de Hamilton.

Independente deste trabalho de Hamilton, o problema do caixeiro viajante (PCV) é um problema de otimização associado ao da determinação de caminhos hamiltonianos em um grafo qualquer. O objetivo do PCV é encontrar em um grafo G , o caminho hamiltoniano de menor custo.

Kallrath e Wilson (1997) discutem o PCV composto por 4 cidades, onde uma solução que satisfaria a condição de que todas as cidades fossem visitadas ao menos uma vez seria: uma rota que vai da cidade 1 para a cidade 2 e de volta para a cidade 1 novamente em conjunto com uma rota que vá da cidade 3 para a cidade 4 e de volta para cidade 3. Essa solução tem a virtude de que cada cidade foi visitada uma vez e que todas as cidades foram visitadas, mas não tem a propriedade de haver um circuito, ou seja, não há nenhuma ligação entre os pares de cidades 1,2 e 3,4, fazendo com que tal solução seja inválida, como ilustra a Figura 7. Em uma solução válida, esse circuito é chamado de rota. As soluções inválidas, ou seja, circuitos que cubram menos do que o conjunto completo de cidades, são chamadas de circuitos pré-hamiltonianos ou sub-rotas.



Fonte: adaptado de Kallrath e Wilson, 1997, p. 216.

Figura 7 – Representação gráfica das soluções para o problema do caixeiro viajante com 4 cidades.

Sob a ótica de otimização, os problemas de roteamento de veículos, incluindo o caso particular do caixeiro viajante, pertencem à categoria conhecida como NP-difícil (do inglês “*NP-hard*”), o que significa que possuem ordem de complexidade não polinomial. Em outras palavras, o esforço computacional para a sua resolução cresce significativamente de acordo com o tamanho do problema (dado pelo número de pontos a ser atendidos).

Graciolli (1994) destaca que, formalmente, o problema do caixeiro viajante é trivial. Pela enumeração de todos os roteiros obtêm-se o ótimo, entretanto, se o número de cidades aumenta de maneira rápida, o número de roteiros aumenta drasticamente. O número total de caminhos possíveis para uma rede assimétrica é $(n-1)!$, ou seja, caso $w(j,k) \neq w(k,j)$, onde $w(j,k)$ representa a distância mínima entre a cidade j e a cidade k . Assim, para um número de cidades $n = 5$, existem 120 roteiros viáveis, para $n = 10$, existem 3.628.800 roteiros viáveis. Por isso, os problemas de tamanho real não podem ser resolvidos, atualmente, em tempo computacional aceitável. Quando $w(j,k) = w(k,j)$, ou seja, no caso de uma rede simétrica, o número de roteiros viáveis é $(n-1)!/2$.

Nos problemas de roteamento puros, condicionantes temporais não são importantes para a definição dos roteiros e das seqüências de atendimentos, sendo as estratégias de solução direcionadas aos aspectos espaciais da localização dos pontos a serem atendidos. Os principais tipos de problemas de roteamento puros são relacionados na Tabela 3:

Tabela 3 – Classificação dos problemas de roteamento puros

Denominação	Número de roteiros	Localização dos clientes	Limite de capacidade nos veículos	Número de bases	Demandas
Problema do caixeiro viajante	Um	Nós	Não	Uma	Determinísticas
Problema do carteiro chinês	Um	Arestas	Não	Uma	Determinísticas
Problema de múltiplos caixeiros viajantes	Múltiplos	Nós	Não	Uma	Determinísticas
Problema de roteamento em nós com uma única base	Múltiplos	Nós	Sim	Uma	Determinísticas
Problema de roteamento em nós com múltiplas bases	Múltiplos	Nós	Sim	Múltiplas	Determinísticas
Problema de roteamento em nós com demandas incertas	Múltiplos	Nós	Sim	Uma	Estocásticas
Problema de roteamento em arestas com limite de capacidade	Múltiplos	Arestas	Sim	Uma	Determinísticas

Fonte: Adaptado de Bodin et al (1983) apud Cunha, 2000, p.58

Deve-se observar que os problemas listados derivam do problema clássico do caixeiro viajante, com exceção do problema do carteiro chinês, em que a demanda se localiza nas arestas ao invés de estar localizada nos nós e a otimização envolve os percursos ociosos, já que o veículo precisa passar em todas as arestas uma vez para atendimento.

Em 1954, Dantzig, Fulkerson e Johnson formularam o PCV como um problema de forma binária sobre um grafo $G = (N, A)$, como segue:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (11)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (13)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subset N \quad (14)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (15)$$

onde a variável binária x_{ij} assume valor igual a 1, se a aresta $(i,j) \in A$ for escolhida para integrar a solução, e 0 em caso contrário, e S é um subgrafo de G , com $|S|$ representando o número de vértices desse subgrafo. Nessa formulação é assumido implicitamente que x_{ii} não existe e que existem $n(n-1)$ variáveis inteiras 0 - 1 e $O(2^n)$ restrições. O terceiro conjunto de restrições (13) determina a eliminação dos circuitos pré-hamiltonianos (subrotas).

Para cada circuito pré-hamiltoniano possível é necessário uma restrição como a apresentada, justificando-se assim o número de $O(2^n)$ restrições.

A formulação apresentada destaca um importante aspecto do PCV que é sua natureza combinatória. Pela formulação fica claro que solucionar um PCV é determinar uma certa permutação legal de custo mínimo.

3.6 Uso de ferramentas computacionais

Church e Murray (2006) afirmam que há cerca de quarenta anos atrás as ferramentas computacionais para resolução de modelos de otimização apresentavam um escopo muito limitado e eram muito caras. Hoje, muitos pacotes de programas disponíveis no mercado contêm módulos capazes de resolver diferentes tipos de problemas de otimização como modelos lineares inteiros e modelos não lineares. Um dos maiores obstáculos no uso de tais ferramentas está na necessidade de se comunicar à ferramenta computacional a exata natureza

do problema a ser resolvido. Muitos desses pacotes são projetados para tratar dados de entrada de problemas ou modelos em um dos três principais formatos:

- 1) arquivo de texto em um formato pré-determinado;
- 2) formato planilha de cálculo;
- 3) formato de linguagem de modelagem.

Entre os pacotes de ferramentas que se utilizam da linguagem de modelagem encontra-se o Lingo[®]. O aplicativo Lingo[®] é relativamente fácil de compreender e foi projetado para reproduzir, na forma mais precisa possível, as expressões matemáticas as quais definem um modelo.

Atualmente o Lingo[®] é comercializado por seus projetistas, a empresa Lindo Systems de Chicago, Illinois, Estados Unidos.

O Lingo[®] dispõe de quatro *solvers* que são utilizados nos mais diferentes tipos de modelos, a saber:

- *solver* direto,
- *solver* linear,
- *solver* não linear, e
- gerenciador *branch and bound*.

Esses *solvers*, diferentemente dos *solvers* usualmente vendidos com outras linguagens de modelagem, fazem parte do mesmo programa. Em outras palavras, todos estão ligados diretamente à linguagem de modelagem. Isso permite que o Lingo[®] passe os dados para os seus *solvers* diretamente através da memória do computador ao invés de se valer de arquivos intermediários. Tais ligações diretas também minimizam problemas de compatibilidade entre os componentes da linguagem de modelagem e os componentes do *solver*.

Quando se busca a solução de um modelo, o *solver* direto processa primeiramente os valores para as diferentes variáveis na medida do possível. Caso o *solver* direto encontre uma restrição de igualdade com apenas uma variável desconhecida, ele determina um valor para a variável que satisfaça tal restrição. O *solver* direto pára quando esgota o número de variáveis desconhecidas ou quando não houver mais nenhuma restrição de igualdade com uma única variável desconhecida.

Uma vez que o *solver* direto conclui seus processos, caso todas as variáveis tenham sido computadas, o Lingo[®] apresenta o relatório de solução. Caso ainda existam variáveis a serem

consideradas, então o Lingo[®] determina qual dos *solvers* restantes deverá ser utilizado naquele determinado modelo através de uma análise de sua estrutura e de seu conteúdo matemático. Para um modelo linear contínuo, o Lingo[®] aplica o *solver* linear. Caso o modelo apresente uma ou mais restrições não lineares, o Lingo[®] aplica o *solver* não linear. Caso o modelo contenha quaisquer restrições inteiras, o gerenciador *branch and bound* é utilizado para reforçar tais restrições. Por outro lado, o gerenciador *branch and bound* irá se valer do *solver* linear ou do *solver* não linear dependendo da natureza do modelo.

O *solver* linear do Lingo[®] utiliza o método Simplex revisado com produto de forma inversa. O *solver* não linear emprega tanto a programação linear sucessiva como algoritmos de gradiente reduzido. Modelos inteiros são resolvidos pelo método *branch and bound*. Nos modelos inteiros lineares, o Lingo[®] executa um pré-processamento (tal como adicionar “cortes” às restrições para restringir a região factível não inteira) visando principalmente reduzir os tempos de cálculo para a maioria dos modelos de programação inteira.

Através do uso do *solver* direto, o Lingo[®] substitui todas as variáveis fixas e as restrições do modelo. Essas restrições e variáveis reduzidas remanescentes são então classificadas como lineares ou não lineares. Caso quaisquer variáveis ou restrições não lineares sejam encontradas, o modelo inteiro é considerado como não linear e o Lingo[®] utiliza então o *solver* não linear.

4 APLICAÇÃO DOS MODELOS

4.1 Introdução

Com o objetivo de ilustrar a aplicabilidade das técnicas de otimização a resolução de problemas reais, foi proposta a modelagem de uma rede de coleta seletiva de resíduos sólidos urbanos para implantação na região central do município de Passo Fundo, no Estado do Rio Grande do Sul.

Inicialmente foi definida uma rede que abrangesse todas as esquinas da região em estudo e em seguida, foi estudada a distribuição de contêineres entre as esquinas candidatas de modo a minimizar a distância a ser percorrida pelo usuário do sistema, estudando-se ainda a influência do número de facilidades na redução dessa distância. Por fim, para um número determinado de facilidades, foram estudadas as rotas de mínima distância a serem percorridas pelo veículo coletor.

O município de Passo Fundo está localizado na mesorregião do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, mais precisamente entre 28° 22' 43" de Latitude Sul e 52° 27'36" de Longitude Oeste. A uma altitude de 687 metros acima do nível do mar, o município conta atualmente com uma área total de 758,27 km² e uma população estimada em 183.300 habitantes (IBGE 2007), e faz divisa ao norte com os municípios de Coxilha e Pontão, ao sul com os municípios de Ernestina e Marau, ao leste com o município de Mato Castelhano e a oeste com o município de Carazinho, estando distante 287 quilômetros da capital Porto Alegre, conforme caracteriza a Figura 8.



Fonte: Prefeitura Municipal de Passo Fundo, 2007

Figura 8 – Brasil, em destaque o Estado do Rio Grande do Sul e o município de Passo Fundo.

Emancipado em 28 de janeiro de 1857, o município teve sua formação a partir de 1827 como resultado da ocupação do Planalto Médio e Alto Uruguai Rio Grandense e seu território original abriga hoje 107 municípios do Estado. Passo Fundo leva esse nome em função de um rio de mesmo nome utilizado pelos tropeiros desde o século XVIII.

Considerada informalmente como a “Capital do Planalto Médio”, Passo Fundo é uma das maiores cidades do Rio Grande do Sul e também uma das mais densas, com uma densidade demográfica de 241,73 habitantes por quilometro quadrado, o município está dividido em seis distritos, além de contar entre suas principais vias de acesso com a rodovia BR 285 que interliga os principais centros do eixo econômico Buenos Aires – Montevideú / São Paulo - Rio de Janeiro.

4.2 Gerenciamento dos resíduos sólidos urbanos em Passo Fundo

De acordo com dados prestados pela Prefeitura Municipal, atualmente o município de Passo Fundo conta com um sistema integrado de coleta e destinação de seus resíduos sólidos, sendo que tais atividades são delegadas a uma empresa particular contratada por meio de licitação pública.

A coleta de resíduos se estende hoje a 98% da zona urbana, o equivalente a uma área de 117,60 km², dividida em 14 setores, sendo que em dois desses setores a coleta é diária e nos 12 restantes, executada de forma alternada. Atualmente o município é servido pelo serviço de coleta porta a porta, conforme identificado no capítulo 2 deste trabalho.

A destinação destes resíduos é realizada em aterro sanitário controlado, cuja cobertura é realizada em ação conjunta com a secretaria de obras do município, que periodicamente empresta seus caminhões para transporte da cobertura dos resíduos não reciclados, sendo esse aterro dotado de um sistema de drenagem simples (brita), que encaminha o lixiviado gerado para quatro lagoas de estabilização.

Segundo estudo realizado por Andrade (2005), a geração de resíduos sólidos urbanos no município de Passo Fundo é de aproximadamente 2.500 toneladas métricas por mês, que resulta em uma média diária, respeitando-se os dias de coleta, de aproximadamente 93,82 toneladas de lixo por dia. A composição de acordo com o classificação proposta por Zanta e Ferreira (2003) está apresentada na Tabela 4.

Tabela 4 – Composição do lixo urbano do município de Passo Fundo

Categoria	% médio
Matéria orgânica putrescível	52,91
Plástico	22,04
Papel e papelão	5,76
Vidro	4,12
Embalagens Longa Vida	1,97
Metal ferroso	1,45
Metal não-ferroso	1,59
Madeira	0,74
Panos, trapos, couro e borracha	6,68
Contaminante químico	0,51
Contaminante biológico	Não quantificado
Pedra, terra e cerâmica	1,45
Diversos	0,81

Fonte: Adaptado de Andrade (2005), p.48

Como forma de minimizar o impacto do aterramento dos resíduos bem como ampliar a vida útil das células do aterro sanitário, todos os resíduos recebidos pelo aterro sanitário passam antes por um processo de triagem humana que busca separar todos os materiais passíveis de reciclagem.

Atualmente o município de Passo Fundo não conta com um sistema de separação de resíduos na fonte nem com um sistema de coleta seletiva em plena operação. Em um contato prévio estabelecido com a secretaria de obras do município, esboços estavam sendo conduzidos para um projeto de implantação de 20 contêineres plásticos com capacidade de 1.000 litros como os apresentados na Figura 9 com o intuito de se dar início a um processo de separação de resíduos na fonte e coleta seletiva desses resíduos.



Fonte: Arquivo pessoal

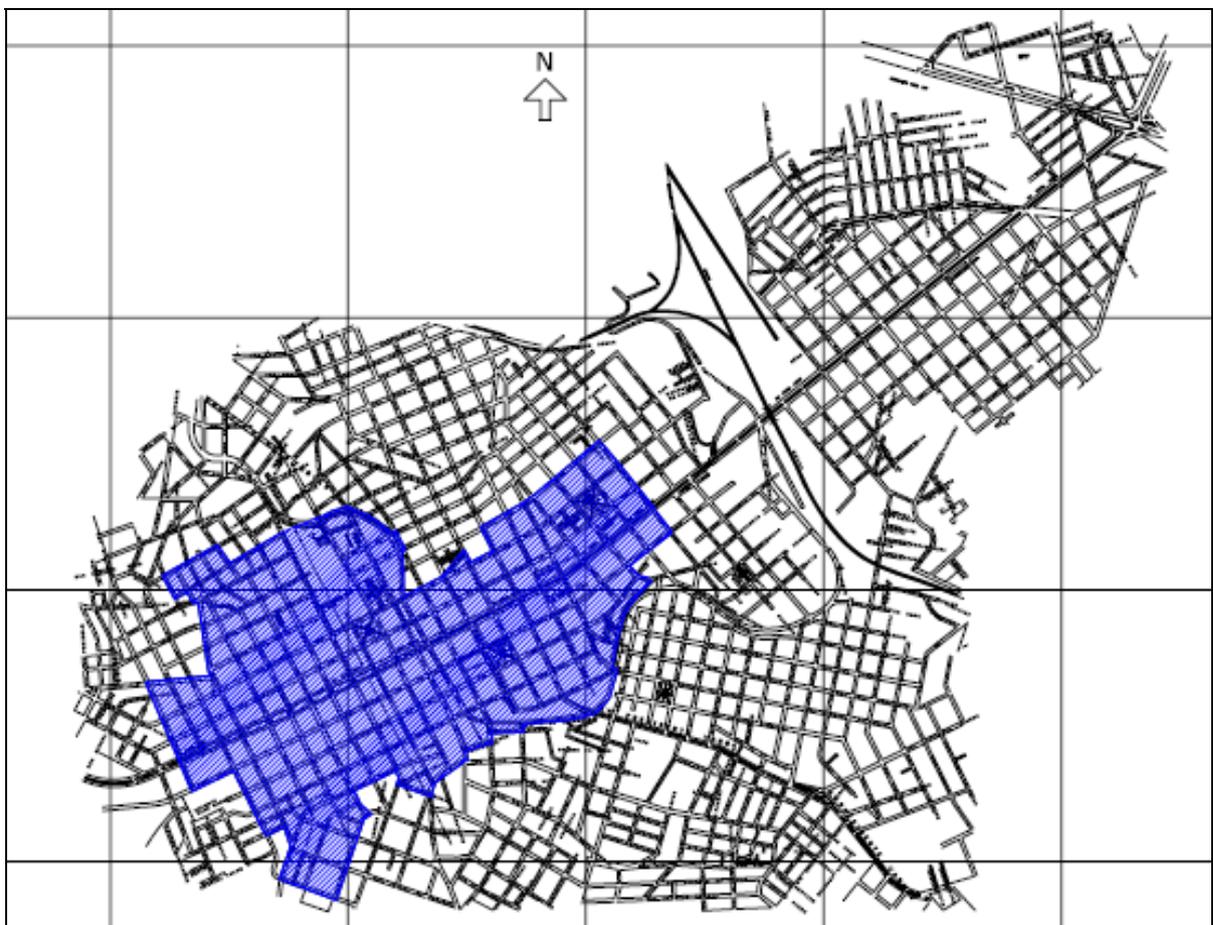
Figura 9 – Modelos de contêineres plásticos para programa de coleta seletiva.

Tais planos objetivavam abranger a área central do município, mais precisamente os dois setores que hoje contam com coleta diária dos resíduos. Dessa forma, os estudos conduzidos neste trabalho estarão pautados na localização e roteamento de 20 postos de entrega voluntária de material na referida região.

4.3 Elaboração da rede

Como apresentado no capítulo 3, para se estabelecer uma matriz de valores passível de ser aplicada aos problemas por meio da teoria dos grafos, faz-se necessária a caracterização da topologia da área em estudo. Neste caso específico a malha viária que compreende a região estudada, que pode ser caracterizada a partir de um mapa provido pela Prefeitura Municipal.

A Figura 10 representa a área objeto do estudo dentro da malha viária do município de Passo Fundo.



Fonte: Dados primários

Figura 10 – Representação da área estudada dentro do município de Passo Fundo.

De acordo com a proposta de McDougall (2001), apresentada no capítulo 2, uma das formas mais plausíveis para a disposição dos bancos de coleta de materiais está na localização

coleta dos resíduos depositados nesses pontos, as mãos de direção exercem fator impreterível na determinação do roteiro.

Exemplificando tem-se, na Figura 11 que, ao considerar o vértice de número 81 assume-se, na construção da matriz de incidências, que existe ligação com os vértices 83 (acima), 95 (direita), 79 (abaixo) e 61 (esquerda), uma vez que para a construção da matriz associamos os vértices ao seu par mais próximo. No entanto, levando-se em consideração o sentido do tráfego indicado pelas setas no mapa, o mesmo vértice 81 teria como pares somente os vértices 95 (direita) e 79 (abaixo).

Dessa forma, considerando as distâncias obtidas, foram construídas duas matrizes de distâncias, ambas com 57.600 pontos, sendo que uma delas relaciona todos os vértices com seus pares diretos, resultando em uma matriz simétrica, e uma segunda que relaciona os vértices com seus pares de acordo com as mãos de direção apresentadas no mapa, que resultou em uma matriz assimétrica.

Uma vez construídas as duas matrizes de distâncias, foi implementado o algoritmo matricial de Floyd, em linguagem Fortran, para a obtenção do caminho mais curto entre todos os pontos das matrizes, bem como a geração de suas respectivas matrizes de precedentes.

De posse das duas matrizes completas e suas respectivas matrizes de precedentes, puderam então ser aplicadas as formulações propostas. Com o propósito de buscar uma interface que permitisse uma maior facilidade de manuseio e visualização de uma gama tão ampla de dados, todas as matrizes foram trabalhadas em um aplicativo do tipo planilha eletrônica, nesse caso específico o MS-Excel[®], visando assim assegurar a consistência das informações durante todo o processo.

4.4 Problema de localização de facilidades

Uma vez estabelecida a rede, que representa a referida região central de Passo Fundo, e sua matriz de distâncias, a partir de seus respectivos grafos valorados, o passo seguinte constituiu-se na determinação dos 20 pontos ótimos, obtidos dentro da estabelecida rede de 240 pontos.

Como os valores individuais de geração de resíduos por residência não foram quantificados, dada sua extrema complexidade, a aplicação de um problema de localização de facilidades por recobrimento, ou seja, encontrar um conjunto de facilidades de mínimo custo

dentre uma infinidade de facilidades candidatas, tal que cada cliente seja atendido por pelo menos uma facilidade mostrou-se inviável.

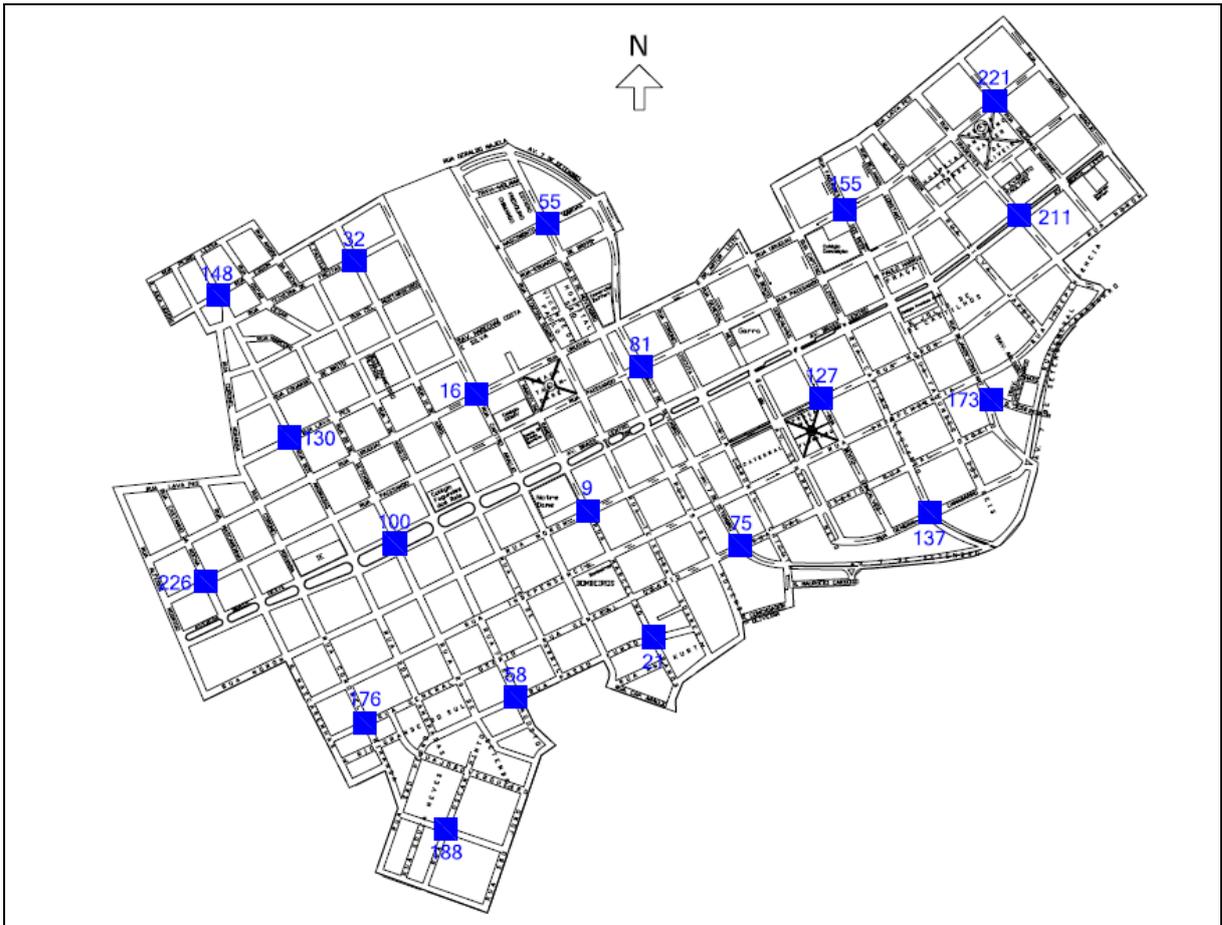
Dessa forma, a aplicação do problema de p -medianas, que consiste em encontrar a localização de p facilidades, em uma rede, de maneira que o custo total (soma dos custos de atendimento dos clientes) seja minimizado, que de acordo com o exposto no capítulo 2, mostrou-se como a melhor alternativa, levando-se em consideração um número pré-definido de contêineres.

Por sua capacidade de admitir dados de outros aplicativos em sua forma original através de sua interface de transferências OLE (*Object Linking and Embedding*), que transfere os dados sem fazer uso de arquivos intermediários, a formulação das p -medianas, proposta no capítulo 3, foi implementada na ferramenta computacional Lingo[®], previamente apresentada.

Com vistas a assegurar que a formulação implementada estivesse de acordo com a formulação matemática apresentada, a mesma foi testada para três modelos matemáticos, com soluções já conhecidas.

As análises foram efetuadas num computador equipado com processador Intel Dual Core T2080 de 1,73 Gigahertz de velocidade e 1 Gigabyte de memória RAM.

Após o processamento da formulação no Lingo[®], foi obtida a localização ótima das 20 facilidades, a qual é apresentada na Figura 12.



Fonte: Dados primários

Figura 12 – Localização ótima dos 20 contêineres para recebimento de resíduos.

Cada facilidade atende a um número variável de pontos, sendo que o valor total da função de custo obtido, para o modelo proposto, foi de 44.835 metros, resultando em uma distância média a ser percorrida, para se alcançar os 20 contêineres, de 186,81 metros.

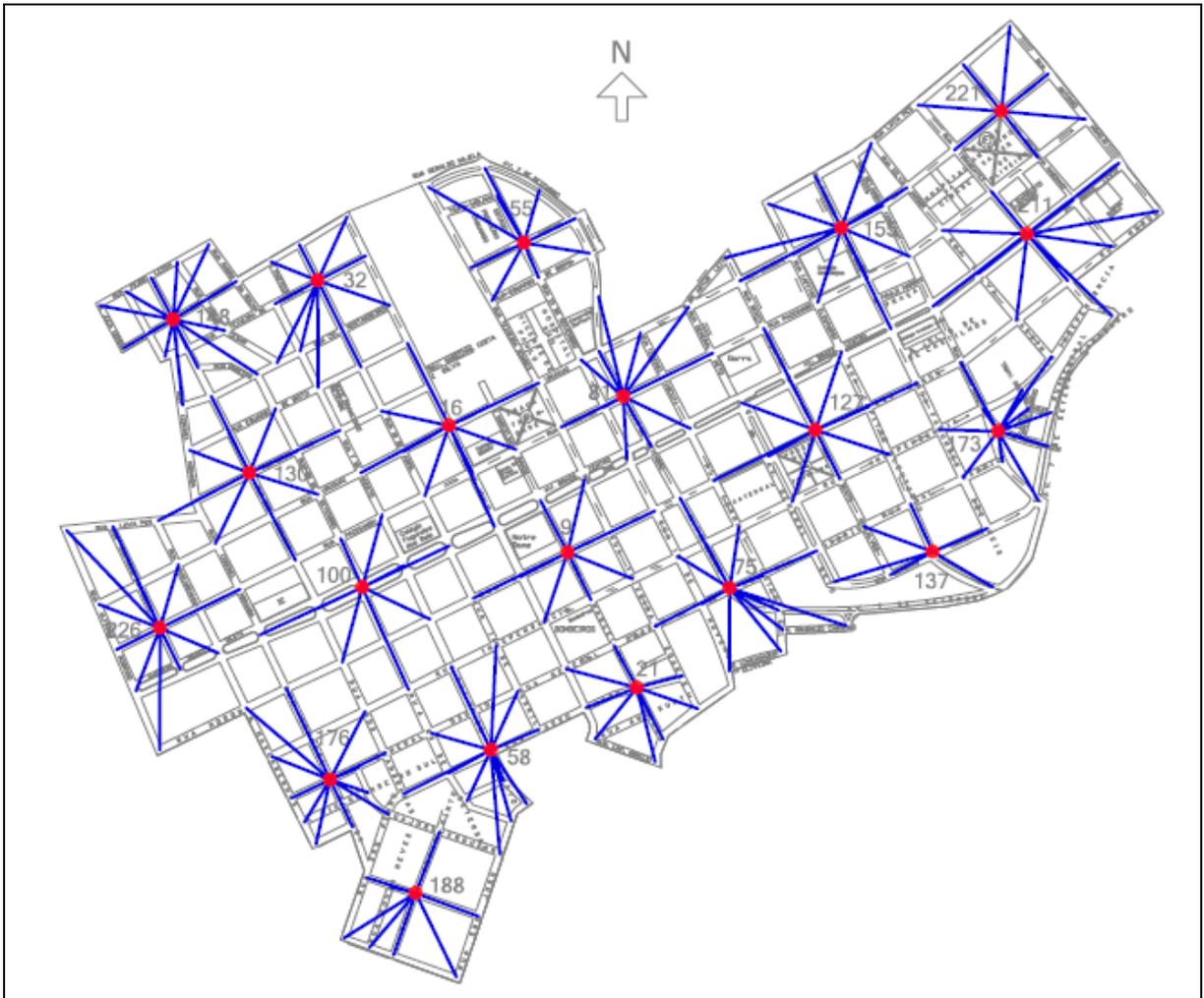
O número de pontos atendidos por cada facilidade está apresentado na Tabela 5.

Tabela 5 – Síntese do número de pontos atendidos por cada facilidade

Localização da Facilidade	Número de Pontos atendidos pela facilidade
Ponto 9	10
Ponto 16	13
Ponto 21	10
Ponto 32	13
Ponto 55	11
Ponto 58	14
Ponto 75	14
Ponto 81	13
Ponto 100	11
Ponto 127	12
Ponto 130	13
Ponto 137	07
Ponto 148	16
Ponto 155	13
Ponto 173	13
Ponto 176	15
Ponto 188	09
Ponto 211	12
Ponto 221	08
Ponto 226	13
Total de facilidades: 20	Total de Pontos Atendidos: 240

Fonte: Dados primários

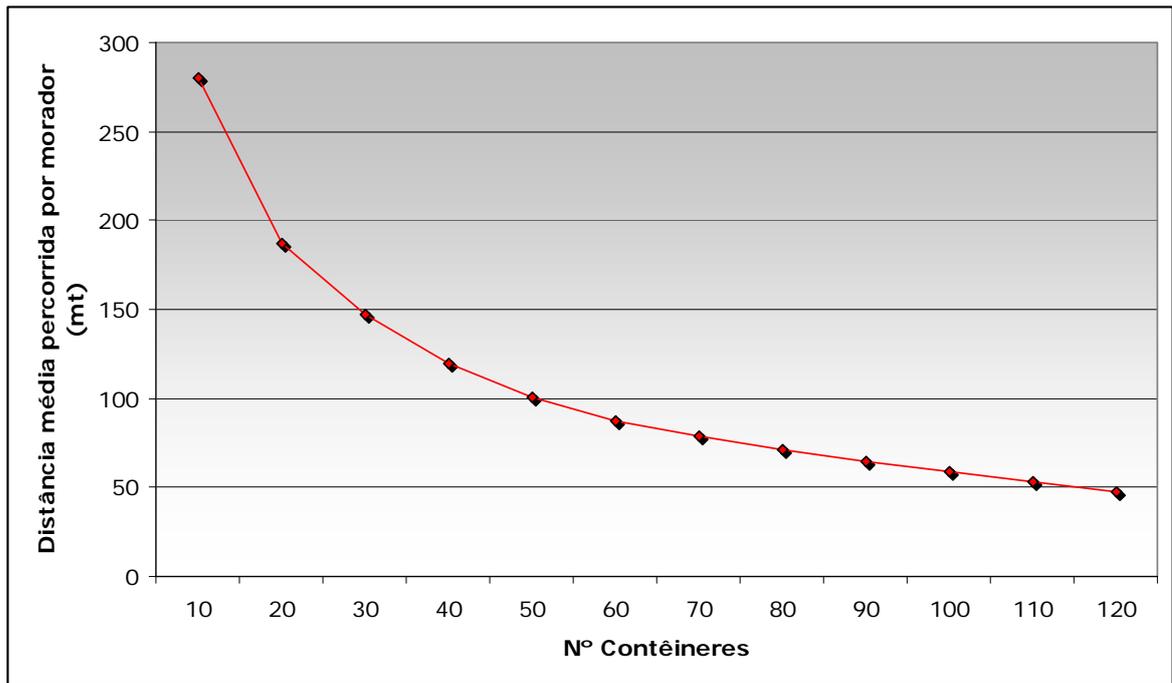
Uma representação gráfica das 20 facilidades e seus respectivos pontos de atendimento pelo método das p -medianas está expressa na Figura 13.



Fonte: Dados primários

Figura 13 – Representação das 20 facilidades e seus respectivos pontos de atendimento.

Com vistas a estudar a influência do aumento do número de facilidades, na redução da distância a ser percorrida, o cálculo das p -medianas foi repetido considerando um número cada vez maior de contêineres (pontos ótimos), partindo de 10 contêineres até o limite de um contêiner a cada duas esquinas (120 contêineres para 240 pontos candidatos). Tais resultados estão representados no gráfico da Figura 14.



Fonte: Dados primários

Figura 14 – Gráfico da distância média percorrida em metros em função do número de contêineres obtido pelo método das *p*-medianas.

Observa-se que a distância média a ser percorrida por morador não diminui de forma linear, conforme representado pela Figura 14, de modo que não necessariamente o aumento em um contêiner no sistema representa uma diminuição diretamente proporcional na distância percorrida.

Assim, a investigação realizada, cujos resultados estão apresentados na Figura 14, busca subsidiar a determinação do número mínimo de facilidades. Ressalta-se que existe um custo na aquisição das facilidades (contêineres) e que não existe consenso na literatura sobre a distância ideal a ser percorrida pelos moradores em localidades, uma vez que essa distância média está ligada diretamente à densidade dos postos de coleta distribuídos pela área.

Com relação à análise dos resultados obtidos pelo *software* Lingo[®], cabe observar que o esforço computacional se dá em função não apenas do número de pontos candidatos a receber uma facilidade (dimensão da matriz de custo), mas também do número de facilidades considerado. Assim, tratando-se de um problema combinatório, o número de possíveis soluções não cresce necessariamente de acordo com o número de facilidades. Exemplificando para o problema analisado (20 facilidades), o número de combinações possíveis é de aproximadamente $7,32 \times 10^{28}$.

No entanto, para uma situação extrema na qual se objetivasse dispor 240 facilidades nos 240 pontos, haveria uma única solução, ou seja, uma facilidade em cada esquina.

A Tabela 6 apresenta o número de iterações efetuadas pelo Lingo[®] para cada situação ilustrada na Figura 14, juntamente com o seu tempo de processamento correspondente.

Tabela 6 – Iterações e tempo de processamento para o problema das p -medianas

Número de Contêineres	Iterações	Tempo
10	17.306	00:07:32
20	51.434	00:11:38
30	181.196	00:10:55
40	690.710	00:23:17
50	2.516.047	01:06:20
60	154.407	00:09:24
70	131.435	00:07:06
80	5.120	00:06:05
90	6.399	00:05:56
100	2.085	00:05:26
110	2.285	00:05:35
120	378	00:04:38

Fonte: Dados primários

4.5 Problema de roteamento de veículos

Ainda que o objetivo principal do presente trabalho consista em minimizar o percurso do usuário ao ponto de coleta mais próximo, ao se determinar a localização mais conveniente do ponto de coleta, faz-se mister também determinar a forma mais econômica de se realizar o transporte desses resíduos, desde os pontos de coleta eleitos até a área determinada para descarte.

Assim, uma vez determinados os 20 pontos ótimos para a localização dos postos de coleta, o passo seguinte consistiu no estabelecimento da rota que deveria ser cumprida pelo veículo coletor, visando minimizar a distância total percorrida, bem como garantir o atendimento a todos os 20 pontos encontrados.

Uma vez que a operação de coleta dos contêineres não está sujeita a condicionantes de capacidade e temporais, ou seja, não existe um horário determinado para a coleta de cada ponto, a estratégia de solução passa a ser direcionada somente aos aspectos de distância entre os pontos a serem atendidos, o que remete ao clássico problema do caixeiro viajante (PCV), como melhor forma de se propor um roteiro.

Conforme apresentado, o problema do caixeiro viajante pode ser modelado matematicamente de diversas formas. No entanto, ao se levar em consideração que os pontos de coleta, que deverão ser visitados, estão localizados nos nós do grafo e não em suas arestas, e que o número de roteiros que se procura determinar é somente um, partindo e retornando a uma base única, no caso o aterro sanitário municipal, a formulação matemática clássica do PCV, elaborada por Dantzig, Fulkerson e Johnson (apresentada no capítulo 3), foi considerada ideal para a busca de tal solução.

É importante ressaltar que para a elaboração desse modelo não foi considerada a capacidade de carga do veículo coletor, tendo em vista que as quantidades de resíduos depositadas em cada ponto de coleta também não foram mensuradas. Dessa forma, com a finalidade de simplificar o problema considerado, assumiu-se que no caso do veículo coletor chegar ao limite de sua capacidade, durante o percurso, o mesmo retornará ao seu ponto de descarga e retomará à rota de coleta a partir do último ponto coletado.

Assim, a formulação clássica para o PCV foi implementada no aplicativo Lingo[®] e, da mesma forma que a formulação das p -medianas, essa formulação foi testada com modelos de soluções conhecidas para assegurar a exatidão da formulação.

Conforme mencionado anteriormente, ao se elaborar a matriz de distâncias para os moradores não se faz necessário levar em consideração o sentido do tráfego, uma vez que se assume que os moradores deverão caminhar até os postos. Todavia, em se tratando do roteamento do veículo coletor, tal informação se torna imprescindível, uma vez que o veículo é obrigado a seguir o sentido do trânsito.

Para fins de comparação foram criadas então três matrizes distintas, todas compostas pelos 20 pontos obtidos, como resultado do problema de localização.

A primeira matriz foi construída através do cálculo, com o AutoCad[®], das distâncias euclidianas entre os 20 pontos ótimos, localizados na rede considerada. Esta estratégia, apesar de não ter aplicabilidade direta, uma vez que não considera a mão de tráfego, é comumente utilizada em muitos trabalhos, por simplificar a obtenção das distâncias entre os pares de pontos. Essa matriz serve como base para a verificação de um coeficiente de ajuste entre as distâncias euclidianas e as distâncias mais próximas da realidade, considerando a mão de direção em áreas urbanas, para aplicação em trabalhos futuros.

A segunda matriz foi construída através da eliminação de todos os pontos não selecionados como ótimos, pelo problema das p -medianas, nas matrizes de valor e de precedência que deram origem ao cálculo de localização, formando assim duas matrizes

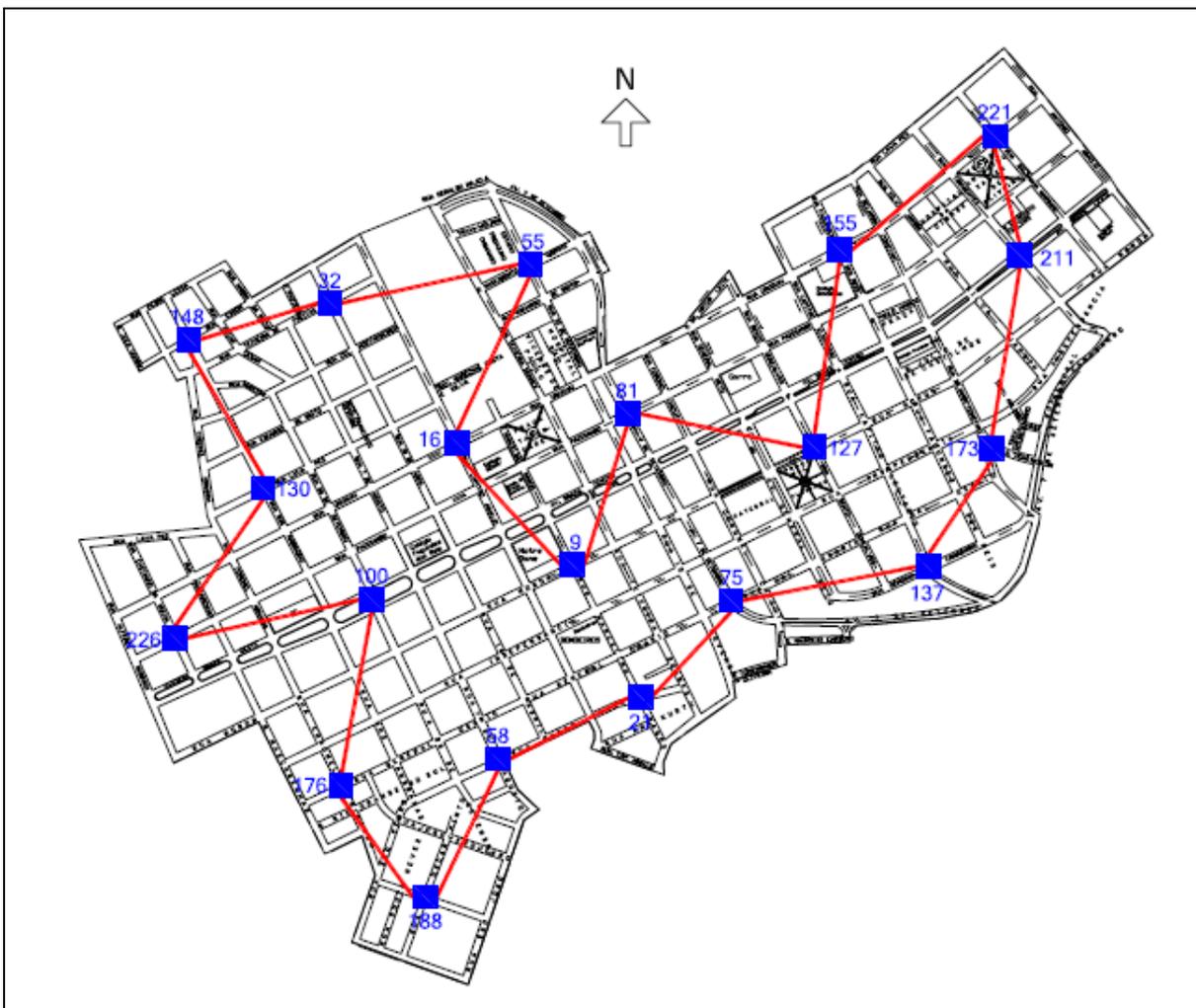
simétricas, compostas por 400 elementos em cada uma, que estabelecem a distância entre todos os 20 pontos ótimos sem considerar o sentido do tráfego (matriz de valores).

Por fim, o mesmo procedimento de eliminação foi aplicado às matrizes de custo e precedentes obtidas, considerando o sentido do trânsito, obtendo-se, assim, uma matriz assimétrica também composta por 400 elementos cada.

É importante ressaltar que todas as rotas propostas apresentam um roteiro circular, partindo e retornando do mesmo ponto (ponto 137). Isso se dá devido ao fato de que o aterro sanitário de onde partem os veículos coletores vazios e retornam cheios está localizado cerca de 8,5 quilômetros de distância ao sul da área objeto de estudo, devendo então os veículos coletores iniciarem e encerrarem o circuito ótimo pelo ponto de coleta indicado, que se encontra na interseção com a única via de acesso ao aterro sanitário.

Cabe destacar a importância da matriz de precedentes, uma vez que ao apresentar uma solução ótima para o problema de roteamento, o Lingo® determinará somente a seqüência que deverá ser cumprida entre os pontos, cabendo à matriz de precedentes identificar exatamente por quais vias o veículo deverá trafegar até alcançar o próximo ponto de coleta.

A rota ótima obtida a partir da matriz de distâncias euclidianas apresentou uma distância total percorrida de 8.881 metros e está representada na Figura 15.

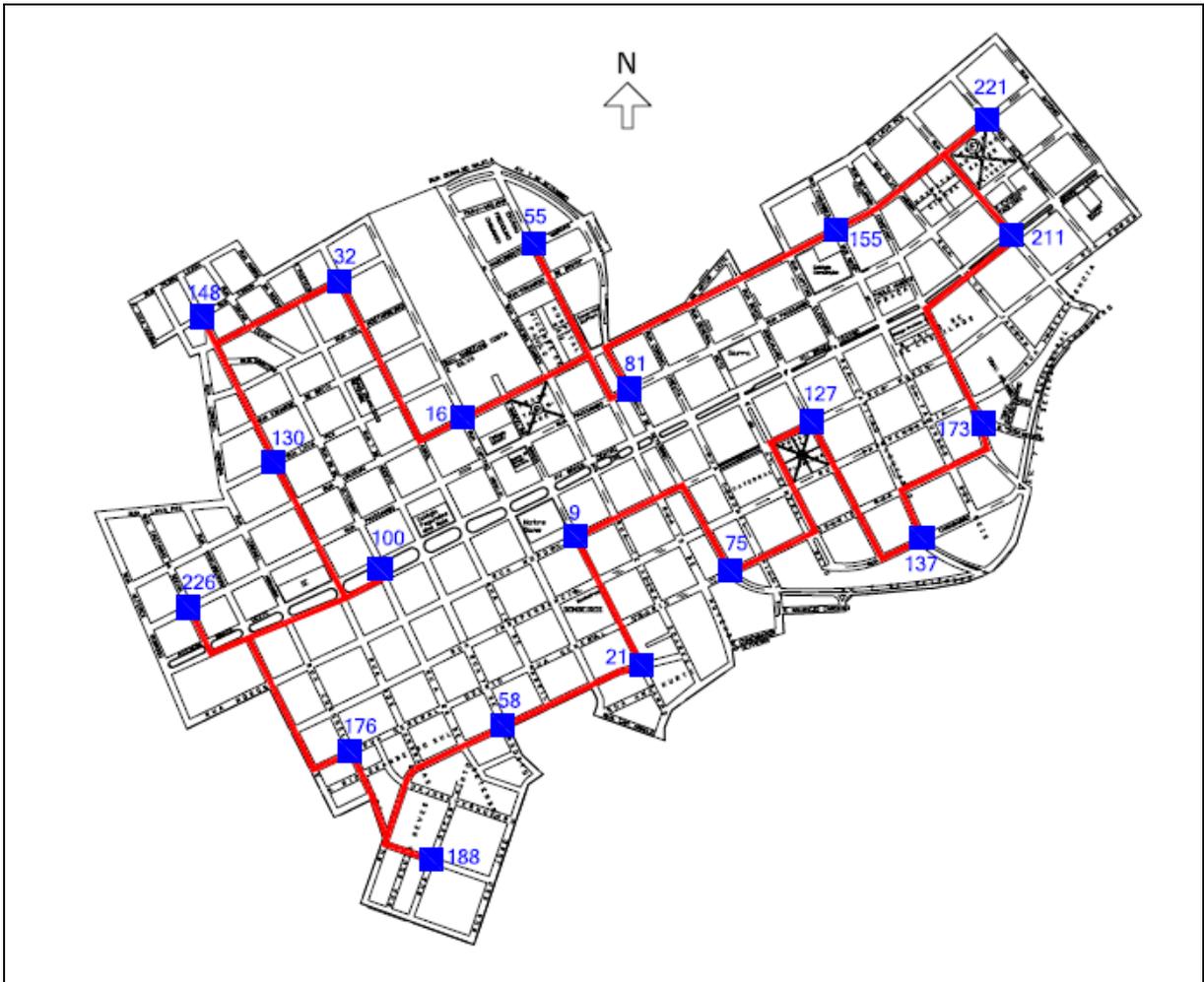


Fonte: Dados primários

Figura 15 – Rota ótima para veículo coletor baseado em distâncias euclidianas.

Ao se aplicar o problema do PCV à matriz simétrica de distâncias, sem mão de direção, a distância total percorrida foi de 10.995 metros, cuja rota ótima correspondente está representada na Figura 16.

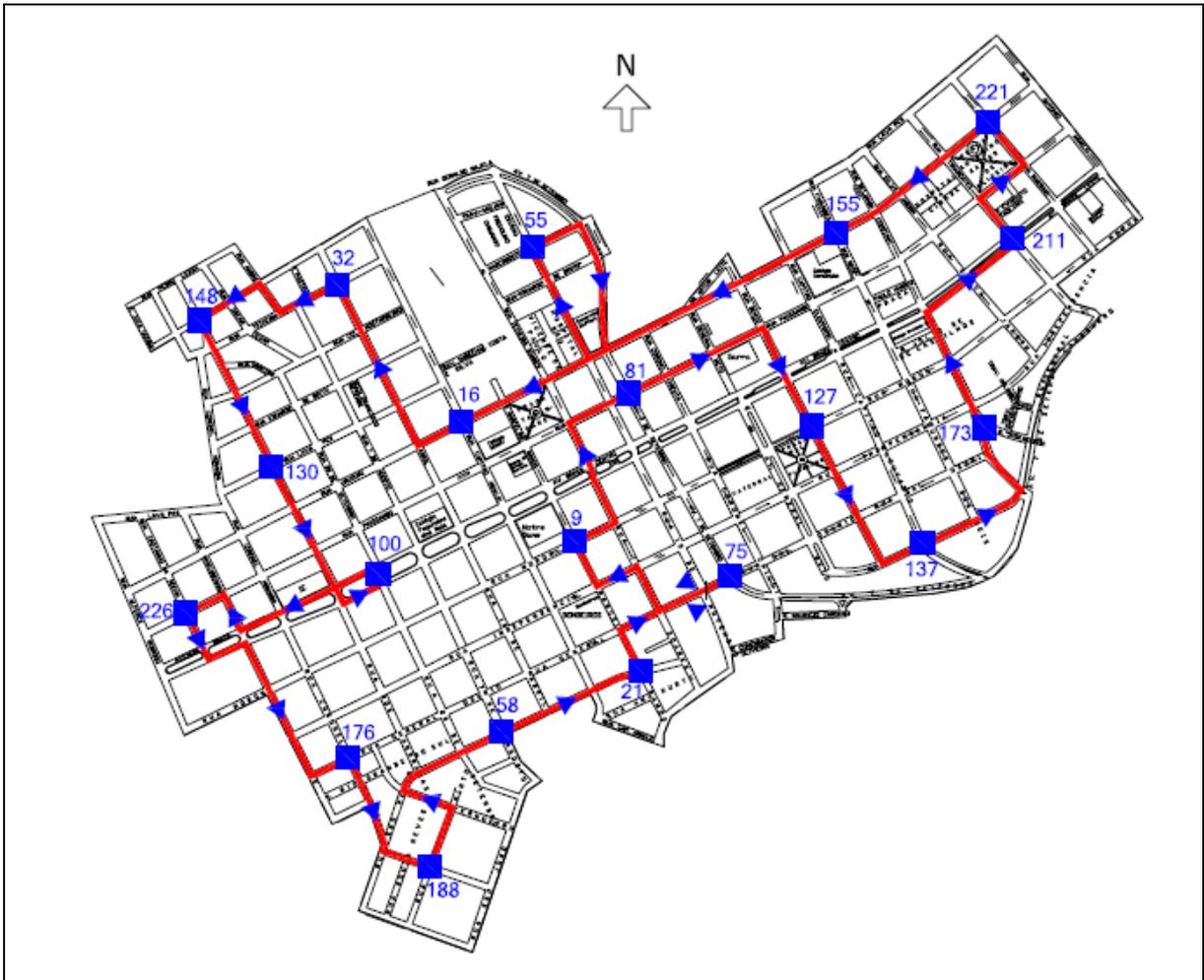
Cabe observar que, apesar de existir um aumento percentual não muito significativo (23,8%) na distância percorrida, a rota ótima não é mais coincidente com a obtida na situação anterior.



Fonte: Dados primários

Figura 16 – Rota ótima para veículo coletor sem considerar sentido do tráfego.

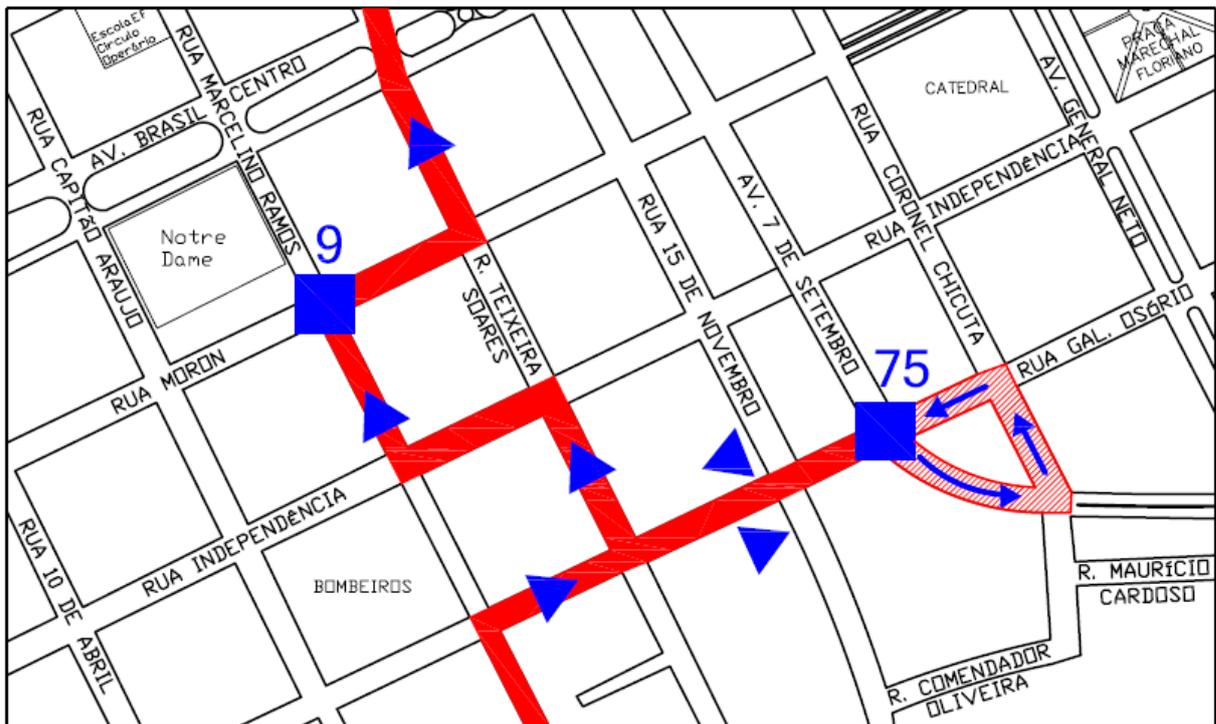
Já ao se aplicar a formulação à matriz assimétrica, que considera o sentido da mão das mãos de trânsito, a distância total mínima percorrida obtida foi de 11.681 metros, cuja rota ótima está representada na Figura 17.



Fonte: Dados primários

Figura 17 – Rota para veículo coletor considerando o sentido do tráfego.

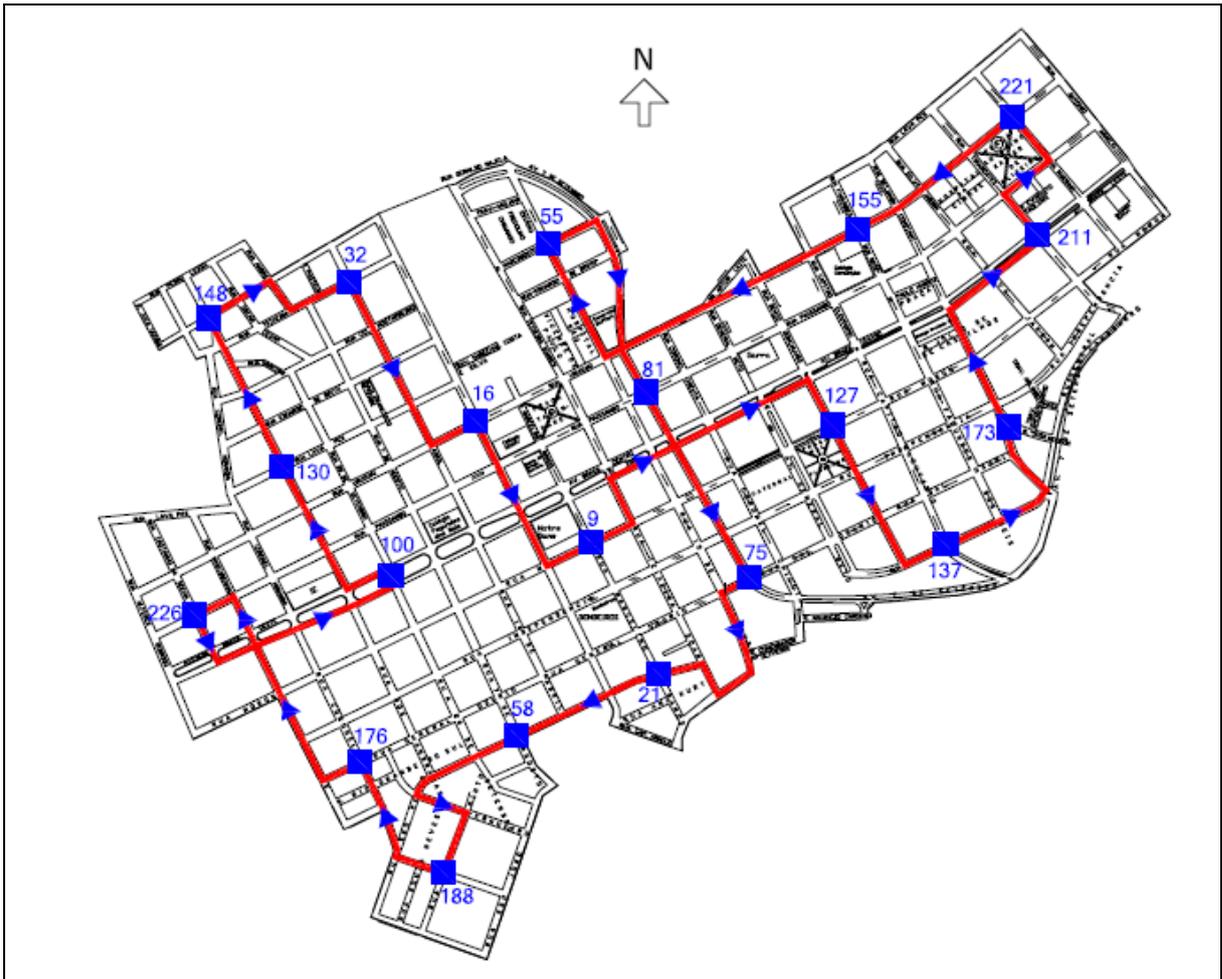
No entanto, ao se verificar a exeqüibilidade desta rota, notou-se que a solução proposta sugeriria que o veículo coletor executasse uma manobra de retorno, logo após coletar o ponto 75, conforme o detalhe representado na Figura 18.



Fonte: Dados primários

Figura 18 – Detalhe do ponto 75 na rota ótima proposta pelo sentido do tráfego.

Apesar de não representar uma movimentação ilegal, uma vez que a Rua General Osório transita nos dois sentidos, como mostra a Figura 18, tal manobra pode se tornar inviável para um veículo coletor de grande porte. Assim, foi proposto que o veículo realizasse o contorno continuando pela Rua Sete de Setembro e dobrando à esquerda na Rua Coronel Chicuta, para, então, retomar a Rua General Osório e prosseguir com seu roteiro. Como tal ajuste implica em um aumento na distância total percorrida pelo modelo proposto de 322 metros, o mesmo passou a ser considerado na matriz de distâncias e a formulação mais uma vez foi analisada, dessa vez obtendo-se uma rota com distância total percorrida de 11.796 metros com exeqüibilidade assegurada, conforme apresentado na Figura 19.



Fonte: Dados primários

Figura 19 – Rota final corrigida para veículo coletor considerando sentido do tráfego.

Os resultados ilustrados nas Figuras 15 a 19 estão sintetizados na Tabela 7 que por sua vez representa um resumo das rotas propostas pelo problema do caixeiro viajante.

Todas as rotas descritas na Tabela 7 tem partida e chegada no ponto 137 que representa o ponto de entrada e saída da rota circular em relação à localização do aterro sanitário e pátio dos veículos coletores conforme anteriormente descrito, passando então a ser denominado como Ponto 01 na coluna esquerda, que dita a seqüência de pontos até cobrir toda a rota circular e retornar novamente ao Ponto 01, obedecendo as diferentes rotas propostas baseadas na diferentes matrizes de distâncias utilizadas no modelo.

Tabela 7 – Resumo das rotas propostas pelo problema do caixeiro viajante

	Distâncias Euclidianas	Matriz Simétrica (sem mão de direção)	Matriz Assimétrica (com mão de direção)	Matriz Exequível (com mão de direção)
Ponto 01	137	137	137	137
Ponto 02	75	127	173	173
Ponto 03	21	75	211	211
Ponto 04	58	09	221	221
Ponto 05	188	21	155	155
Ponto 06	176	58	55	55
Ponto 07	100	188	16	81
Ponto 08	226	176	32	75
Ponto 09	130	226	148	21
Ponto 10	148	100	130	58
Ponto 11	32	130	100	188
Ponto 12	55	148	226	176
Ponto 13	16	32	176	226
Ponto 14	09	16	188	100
Ponto 15	81	55	58	130
Ponto 16	127	81	21	148
Ponto 17	155	155	75	32
Ponto 18	221	221	09	16
Ponto 19	211	211	81	09
Ponto 20	173	173	127	127
Ponto 01	137	137	137	137
Distância Total Percorrida	8.881 metros	10.995 metros	11.681 metros	11.796 metros

Fonte: Dados primários

Ao se comparar as distâncias totais obtidas através da matriz de distâncias euclidianas (8.881 metros) com as distâncias totais obtidas através da matriz simétrica, sem mãos de direção (10.995 metros) pode-se considerar um coeficiente de ajustamento de 1,238 e um coeficiente de 1,328 para a matriz assimétrica, com mãos de direção exequível (11.796 metros). Este último coeficiente é bastante próximo do coeficiente de ajustamento aproximado de 1,35 obtido através de regressão linear para áreas urbanas apresentado por Novaes (1989 apud Graciolli, 1994, p.41) e proposto para situações onde as distâncias reais sejam impraticáveis de se obter. Destaca-se, no entanto, que as rotas ótimas não são as mesmas para as situações analisadas uma vez que o coeficiente de ajustamento proposto corrige somente o valor da distância total a ser percorrida pelo veículo.

4.6 Uma abordagem para o número ideal de contêineres no sistema

Uma vez que o enfoque dado ao problema dos resíduos no Brasil é, em sua maioria, sob o ponto de vista exclusivo da coleta e do transporte do resíduo para posterior destinação (IBAM, 2001), pode-se assumir então que tais atividades são as mais dispendiosas e críticas dentro de todas as atividades de gerenciamento dos resíduos sólidos urbanos.

Sendo a participação da população impreterível para o bom andamento de um programa de coleta seletiva, quanto maior o número de contêineres disponíveis, menor deverá ser a distância percorrida pelos moradores até o ponto de coleta mais próximo, o que claramente aumenta o índice de sucesso do programa.

Todavia, McDougall (2001) destaca que o aumento no número de contêineres certamente aumentará as taxas de participação da população e, conseqüentemente, as taxas de recuperação de resíduos, mas por outro lado diminuirá a taxa de retorno sobre a operação uma vez que a quantidade extra coletada diminuirá com cada contêiner extra que é adicionado ao sistema, até que em um determinado ponto, o custo econômico adicional e o passivo ambiental gerados no processo, como o maior consumo de combustível pelo veículo coletor, façam com que esse aumento no número de contêineres venha a exceder os ganhos ambientais desse tipo de coleta diferenciada.

Dessa forma, tendo em vista que as distâncias totais percorridas pelos moradores diminuem de forma não linear, conforme apresentado anteriormente, na medida em que o número de contêineres aumenta e que a distância total percorrida pelo veículo coletor tende a aumentar uma vez que o número de contêineres no sistema aumenta, a tendência apresentada entre esses dois pontos de custo poderia ajudar, apesar de não de forma absoluta, a orientação no sentido de se obter um número ideal de contêineres no sistema que procure o equilíbrio entre os dois custos.

Com esse objetivo procurou-se ampliar o estudo para um número crescente de contêineres, determinando não apenas a distância a ser percorrida pelos usuários, mas também a distância total do percurso efetuado pelo veículo coletor.

Para esse último objetivo, verificou-se que a análise pelo Lingo[®] só se mostrou viável, em termos computacionais para esta base de dados, para um limite de 40 facilidades, como demonstra a Tabela 8.

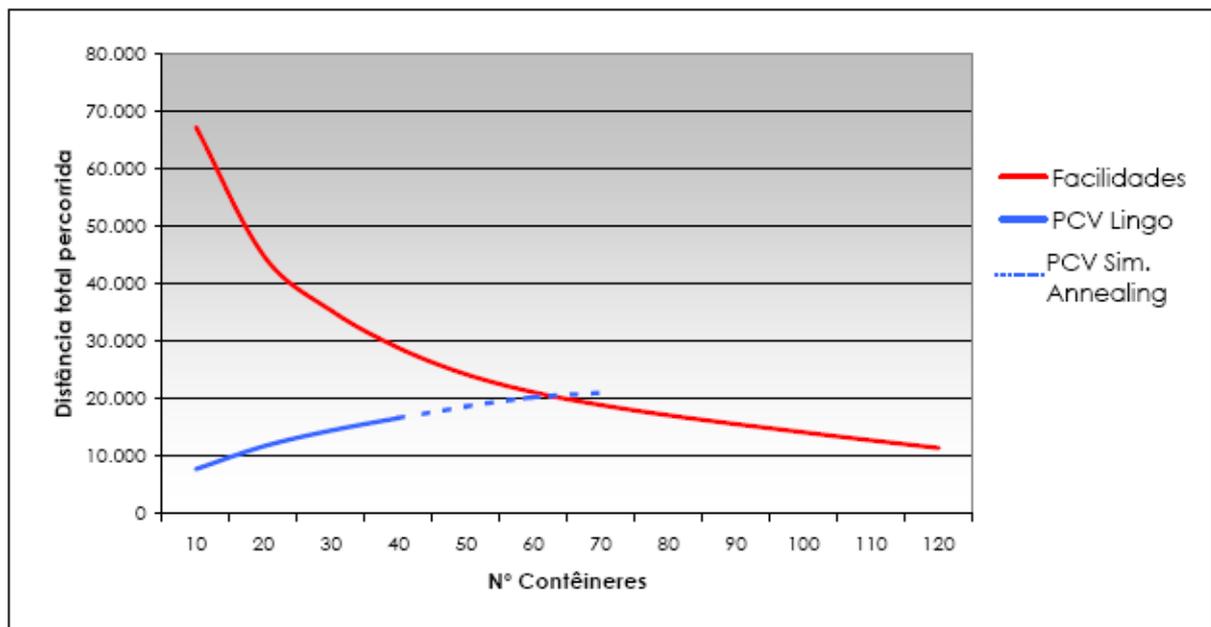
Tabela 8 – Iterações e tempo de processamento para o PCV no Lingo®

No. Pontos	Iterações	Tempo (hh:mm:ss)
10	346	00:00:01
20	140.861	00:00:17
30	7.157.030	00:19:58
40	338.292.830	17:35:56

Fonte: Dados primários

Visando a obtenção das rotas ótimas para números crescentes de facilidades, foi utilizado um programa, previamente desenvolvido pelo Professor orientador, que efetua a otimização por um método heurístico (*Simulated Annealing*), que portanto, gera uma solução final aproximada. Com o emprego desse programa foram obtidos os resultados, em tempo computacional aceitável (cerca de 25 minutos), correspondentes à 50, 60 e 70 facilidades.

A Figura 20 apresenta os resultados correspondentes a ambas as aplicações e em contraposição aos valores obtidos para o problema de localização de facilidades apresentados na Figura 14.



Fonte: Dados primários

Figura 20 – Gráfico da variação das distâncias totais (em metros) envolvendo localização e roteirização em função do número de contêineres.

O problema de roteamento de veículos não foi analisado para um número maior de facilidades pois se observou que, uma vez que a área total a ser coberta não muda em função do número de facilidades a serem atendidas, o aumento na distância total a ser percorrida pelo veículo coletor varia de forma pouco significativa.

5 CONCLUSÕES

A constante busca em se prover a destinação adequada de resíduos sólidos, aliada à questão dos custos econômicos, decorrentes de tais atividades, sempre representaram um grande desafio para as administrações públicas responsáveis pelas mesmas.

Com o objetivo de minimizar os impactos ambientais causados por tais atividades a adoção de programas de coleta seletiva com separação de resíduos na fonte tem se mostrado uma ferramenta eficiente, mas que depende fortemente da motivação da população em aderir a tais programas. A distância percorrida pelos moradores até os pontos de coleta de resíduos representa um papel primordial nesses esforços de motivação.

Por outro lado, os custos envolvidos na aquisição e distribuição de postos de coleta, bem como os custos envolvidos na atividade de coleta e destinação desses resíduos representam um montante considerável para a administração pública.

Através da aplicação de modelos matemáticos, referentes ao problema de localização de facilidades e ao problema de roteamento de veículos, nesse trabalho são apresentadas sugestões otimizadas, tanto para a localização ótima de contêineres destinados à coleta de resíduos sólidos urbanos, dentro de uma área central previamente estabelecida no município de Passo Fundo no Estado do Rio Grande do Sul, bem como o roteiro ótimo de viagem para o veículo responsável pela coleta desses resíduos de forma a se percorrer uma distância mínima, na execução dessa tarefa.

Por meio de um mapa digital, provido pela Prefeitura Municipal, e pela utilização da teoria dos grafos, foi possível estabelecer uma rede abrangendo a região central do município de Passo Fundo. Essa rede foi representada através de uma matriz de distâncias, que serviu de base de dados para os modelos matemáticos em questão.

A partir da aplicação da técnica das p -medianas foi determinada a localização ótima de vinte contêineres na região central da cidade, objetivando que os moradores tenham que percorrer a menor distância possível entre suas residências e os pontos de coleta.

A partir da localização ótima desses pontos, foi aplicada a formulação matemática do clássico problema do caixeiro viajante, em conjunto com as informações de sentido de tráfego das vias que compõem a rede, para se estabelecer uma rota ótima para a coleta desses resíduos, minimizando a distância percorrida pelo veículo coletor entre os pontos da rede.

Nesse contexto, observou-se que a redução na distância a ser percorrida pelos usuários varia de forma não linear com o número de facilidades sendo que, a partir de um determinado ponto, a influência da variação do número de contêineres passa a ser pouco significativa no resultado.

A definição da rota ótima a ser percorrida pelo veículo coletor foi efetuada para três situações distintas: considerando distâncias euclidianas entre os pontos, percorrendo-se as vias sem considerar o sentido do tráfego e considerando o sentido do tráfego. Constatou-se que a consideração do sentido do tráfego é efetuada de forma relativamente simples e que, caso não seja feita, os resultados obtidos serão pouco significativos, ainda que permitam estimar a distância total a ser percorrida.

Em seguida, realizando simulações numéricas, verificou-se que o número de pontos de coleta não influencia de forma significativa a distância total a ser percorrida pelo veículo coletor, quando não consideradas variáveis de capacidade e temporais.

De forma geral, pode se concluir que quanto maior o número de facilidades, maior será a complexidade do problema envolvendo a localização e a roteirização, em consequência, a importância, bem como o ganho relativo decorrente do emprego de técnicas de otimização.

É importante destacar que a construção e aplicação dos modelos aqui apresentados é bastante genérica e que tais modelos podem ser facilmente adaptados para resolver outros problemas de natureza correlata, mostrando-se extremamente versáteis e úteis para as mais diversas aplicações.

Como sugestão para trabalhos futuros, que visem melhorar ainda mais a eficiência do programa de coleta seletiva, recomenda-se que sejam conduzidos estudos de pesquisa sobre a geração, classificação e quantificação dos resíduos por áreas, ou regiões da cidade, para que os modelos aqui apresentados possam ser recalculados de forma capacitada, levando em consideração os volumes gerados em cada local para que se calcule quantidade e volume dos contêineres receptores, bem como a capacidade e a periodicidade relativa aos veículos coletores.

BIBLIOGRAFIA

ANDRADE, A.P. **Determinação da quantidade de resíduos sólidos gerados em Passo Fundo com potencial para implantação do processo de compostagem.** 2005. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, 2005.

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional para cursos de engenharia.** Elsevier, Rio de Janeiro, 2007, 564p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 10004: *Resíduos sólidos: classificação.* Rio de Janeiro, 2004.

BODIN, L.D. et al. Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art. **Computers and Operations Research**, vol.10, n.2., 1983.

CEMPRE – COMPROMISSO EMPRESARIAL PARA A RECICLAGEM. **Informa**, São Paulo, Número 75 - Maio / junho 2004

CHANG, N.; WEI, Y.L. Siting recycling drop-o stations in urban area by genetic algorithm-based fuzzy multiobjective nonlinear integer programming modeling. **Fuzzy Sets and Systems**, v.114, p. 133-149, 2000.

CHEREMISINOFF, N. P.. **Handbook of solid waste management and waste minimization technologies.** Amsterdam: Butterworth Heinemann, 2003. 477 p.

CHURCH, R.L.; MURRAY, A.T. Model building fundamentals. **Business Site Selection, Location Analysis, and GIS**, vol. 1, 2006, p. 3-21.

CUNHA, C.B. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. **Revista Transportes da ANPET**, v.8, n.2, p.51-74, novembro/2000. .

DUCATI, E.A. **Busca tabu aplicada ao problema de localização de facilidades com restrições de capacidade**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

GRACIOLLI, O.D., **Otimização de roteiros de veículos coletores de resíduos sólidos de serviços de saúde**. 1994. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1994.

GOLDBARG, M.C.; LUNA, H.P. **Otimização combinatória e Programação Linear**. 2ª Edição, Rio de Janeiro: Elsevier, 2005, 520 p.

IBAM - INSTITUTO BRASILEIRO DE ADMINISTRAÇÃO MUNICIPAL. **Manual de Gerenciamento Integrado de resíduos sólidos**. Rio de Janeiro: 197 p. 2001.

IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Pesquisa Nacional de Saneamento Básico. Rio de Janeiro, 2002. CD-ROM

_____. Dados populacionais do município de Passo Fundo. 2007. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/cidadesat/default.php>>. Acesso em 14 outubro 2007.

KALLRATH, J.; WILSON, J.M. **Business optimization**. Londres: Macmillan Press Ltd, 1997, 423 p.

LORENA, L.A.N. **Análise de redes**. São Paulo. Inpe, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, (s.d.)

MCDUGALL, F. R. **Integrated solid waste management: a life cycle inventory**. 2nd ed. Oxford: Blackwell Science, 2001. 513 p.

MORRISEY, A.J.; BROWNE, J. Waste Management models and their application to sustainable waste management. **Waste Management**, v.24, p. 297-308, 2004.

MOHD, S.G. et al. Mathematical model for optimal development and transportation of recycled waste materials. **Environmental Informatics Archives**, v. 2, n. 2, p. 233-241, 2004.

NOVAES, A.G. **Sistemas logísticos: transporte, armazenagem e distribuição física de produtos**, Edgard Blucler Ltda, 1989, 418 p.

PROSAB. **Resíduos sólidos urbanos: aterro sustentável para municípios de pequeno porte**. Florianópolis: [s.n.], 2003., 294 p.

SANTOS, José Plínio de Oliveira; MELLO, Margarida Pinheiro; MURARI, Idani T. C.. **Introdução a análise combinatória**. 2.ed. Campinas: Ed. Universidade Estadual de Campinas, 1998. 297 p.

SOUZA, M. J. F. **Programação de horários em escolas: uma aproximação por meta-heurísticas**. 2000. Tese de doutorado (Doutorado em Engenharia de Sistemas de Computação) Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000..

PREFEITURA MUNICIPAL DE PASSO FUNDO. Mapa do município de Passo Fundo. 2007. Disponível em <<http://www.pmpf.rs.gov.br/portal/geral/portal/index.php?p=1146&a=1&pm=1&if=1>>. Acesso em 02 novembro 2007.

WINSTON, W.; ALBRIGHT, S.C. **Practical management science**. 2ª Edição, California: Duxbury, 2001, 953 p.

ZANTA, V.M.; FERREIRA, C.F.A. Gerenciamento integrado de resíduos sólidos urbanos. In: PROSAB. **Resíduos sólidos urbanos: aterro sustentável para municípios de pequeno porte**. Florianópolis: [s.n.], 2003. p. 1-18