

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

Área de concentração: Infraestrutura e Meio Ambiente

Dissertação de Mestrado

COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PILARES  
MISTOS TUBULARES CIRCULARES SUBMETIDOS À  
FLEXO-COMPRESSÃO

Ândrey Teston Santini

Passo Fundo

2021



CIP – Catalogação na Publicação

---

S235c Santini, Ândrey Teston  
Comportamento estrutural de pilares mistos tubulares  
circulares submetidos à flexo-compressão [recurso eletrônico] /  
Ândrey Teston Santini. – 2021.  
12 MB ; PDF.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Busato Ramires.  
Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de  
Passo Fundo, 2021.

1. Colunas – Estrutura. 2. Aço – Estruturas. 3. Concreto –  
Estruturas. 4. Método dos elementos finitos. I. Ramires,  
Fernando Busato, orientador. II. Título.

CDU: 624.01

Universidade de Passo Fundo  
Faculdade de Engenharia e Arquitetura  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e  
Ambiental

Ândrey Teston Santini

COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PILARES  
MISTOS TUBULARES CIRCULARES SUBMETIDOS À  
FLEXO-COMPRESSÃO

Passo Fundo

2021

Ândrey Teston Santini

COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PILARES  
MISTOS TUBULARES CIRCULARES SUBMETIDOS À  
FLEXO-COMPRESSÃO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia, sob a orientação do Prof. Dr Fernando Busato Ramires.

Passo Fundo

2021

Universidade de Passo Fundo  
Faculdade de Engenharia e Arquitetura  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e  
Ambiental

A comissão examinadora aprova a dissertação de mestrado: Comportamento estrutural de pilares mistos tubulares circulares submetidos à flexo-compressão; elaborada por Ândrey Teston Santini, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em engenharia.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Fernando Busato Ramires - Orientador  
Universidade de Passo Fundo - UPF

Prof. Dr. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

Prof. Dr. Moacir Kripka  
Universidade de Passo Fundo - UPF

Prof. Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia  
Universidade de Passo Fundo - UPF

Passo Fundo, 2021

## RESUMO

Pilares mistos possuem muitas vantagens em relação aos pilares de aço e pilares de concreto armado devido a sua alta resistência à compressão, porque a ocorrência de instabilidades locais no tubo de aço é reduzida devido à restrição provocada pelo concreto ao tubo de aço, e de mesmo modo, pela ductilidade do concreto causada pelo efeito de confinamento provocado pelo tubo de aço. Pilares mistos formados por seções tubulares apresentam vantagens devido a sua aparência estética e seu desempenho mecânico avançado. Quando esta seção tubular é circular, há um ganho no efeito de confinamento quando comparado a outras seções. Apesar de pilares mistos tubulares circulares serem utilizados para resistir a variados esforços como compressão, flexão e torção, existe um vasto número de estudos avaliando modelos submetidos à força axial concêntrica. No entanto, quando um pilar está sujeito a forças aplicadas com excentricidade, há notável perda do estado de confinamento causado pelo aumento da curvatura ao longo da seção transversal. O dimensionamento neste caso é afetado pela interação entre força axial e momentos fletores. Esta pesquisa, analisou 557 pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica e 274 pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica, ensaiados experimentalmente, obtidos através da bibliografia disponível. A influência dos parâmetros: índices de esbeltez global, índice de esbeltez local, tensão de escoamento do aço, resistência à compressão do concreto e índice de excentricidade; foi investigada sob o comportamento estrutural de pilares mistos tubulares circulares. Os resultados foram avaliados através de índices de desempenho: índice de resistência, fator de confinamento e índice de contribuição do concreto. Um modelo numérico foi desenvolvido com o auxílio do *Software Ansys Mechanical APDL* e comparado com 126 exemplares experimentais, incluindo pilares com aço de alta resistência e concreto de ultra resistência, apresentando resultados satisfatórios. Um planejamento estatístico foi realizado avaliando os parâmetros que exercem maior influência sobre o comportamento de pilares mistos, indicando que a excentricidade é o fator mais significativo sobre o desempenho de um pilar misto tubular circular.

**Palavras-chave:** pilar misto tubular circular, confinamento, concreto de alto desempenho, aço de alta resistência, excentricidade, método dos elementos finitos.

## ABSTRACT

Steel-concrete composite columns have many advantages over steel columns and reinforced concrete columns due to their high compressive strength, because the occurrence of local buckling in the steel tube is reduced due to the restriction caused by the concrete to the steel tube, and likewise, due to the ductility of the concrete caused by the confinement effect caused by the steel tube. Steel-concrete composite columns that use tubular sections are advantageous because their aesthetic appearance and advanced mechanical performance. When tubular section is circular, there is a gain in the confinement effect when compared to other sections. Several studies investigated the behavior of concrete filled steel tube (CFST), submitted to concentric force. However, when a column is subjected to an eccentric force, it has been noticed a loss in the confinement effect, caused by the increase of the curvature in the length of the cross-sectional session. In this case, the structural design is affected by the interaction between axial forces and bending moments. This study presents an analysis of 557 circular CFST submitted to concentric axial load and 274 circular CFST submitted to eccentric axial load, experimentally tested, obtained through bibliography. The influence of parameters: global slenderness index, local slenderness index, steel yield strength, concrete compressive strength and eccentricity index; was investigated under the structural behavior of circular tubular composite columns. The results were evaluated using performance indices: strength index, confinement factor and concrete contribution index. A numerical analysis was developed using the Finite Element (FE) method and Ansys Mechanical APDL Software, including composite columns with high strength steel and ultra high strength concrete, with satisfactory results. A statistical approach was carried out evaluating the parameters that exert the major influence on a wide range of composite columns, indicating that eccentricity is the most significant factor on the performance of circular CFST. A statistical approach was carried out to evaluate the parameters that have a major influence on the behavior of composite columns, indicating that eccentricity is the most significant factor affecting the performance of circular CFST

**Keywords:** concrete filled steel tube (CFST), confinement, high-strength concrete, high-strength steel, eccentricity, finite element method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Pilar misto tubular.....	30
Figura 2: Pilar misto parcialmente revestido.....	31
Figura 3: Pilar misto totalmente revestido.....	31
Figura 4: Pilar misto de seção dupla.....	32
Figura 5: Pilar misto de seção dupla vazada.....	32
Figura 6: Mecanismos de aderência.....	34
Figura 7: Condições de contorno em diferentes estágios de carregamento.....	36
Figura 8: Mecanismos de confinamento do concreto.....	39
Figura 9: Pilar submetido à compressão axial.....	40
Figura 10: Pilar misto circular submetido à compressão axial.....	40
Figura 11: Coluna bi rotulada com deflexão lateral em uma única curvatura.....	43
Figura 12: Organização da análise sobre fatores x comportamento.....	45
Figura 13: Tensão de confinamento em seção circular, retangular e quadrada.....	46
Figura 14: Tensão na interface aço-concreto em seção mista circular.....	47
Figura 15: Formas de introdução de carga aqui citadas.....	48
Figura 16: Histograma de exemplares sob força axial concêntrica.....	59
Figura 17: Resistência última $Nu$ em exemplares sob força axial concêntrica.....	61
Figura 18: Índice de resistência $SI$ em exemplares sob força axial concêntrica.....	62
Figura 19: Fator de confinamento $\xi$ em exemplares sob força axial concêntrica.....	65
Figura 20: Relação entre fator de confinamento $\xi$ e resistência última $Nu$ .....	66
Figura 21: Relação entre fator de confinamento $\xi$ e índice de resistência $SI$ .....	67
Figura 22: Relação entre fator de confinamento $\xi$ e índice de contribuição do concreto $CCR$ .....	68
Figura 23: Relação entre fator de confinamento $\xi$ e a tensão de confinamento $f_1$ .....	68
Figura 24: Histograma de exemplares sob força axial excêntrica.....	73
Figura 25: Resistência última em exemplares sob força axial excêntrica.....	75
Figura 26: Índice de resistência em exemplares sob força axial excêntrica.....	76
Figura 27: Fator de confinamento em exemplares sob força axial excêntrica.....	78
Figura 28: Relação entre o fator $\xi$ e a resistência última $Nu$ para modelos sob força axial excêntrica.....	79
Figura 29: Relação entre o fator $\xi$ e o índice $SI$ para modelos sob força axial excêntrica.....	80
Figura 30: Relação entre fator de confinamento $\xi$ e índice de contribuição do concreto $CCR$ .....	80
Figura 31: Relação entre índice de excentricidade $eD$ e resistência última $Nu$ .....	81
Figura 32: Relação entre índice de excentricidade $eD$ e índice de resistência $SI$ .....	82
Figura 33: Relação entre índice de excentricidade $eD$ e índice de contribuição do concreto $CCR$ .....	82
Figura 34: Relação entre o fator de redução ( $\chi$ ) e o índice de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ).....	96
Figura 35: Relações de instabilidade.....	101
Figura 36: Seção tubular retangular preenchida com concreto.....	106
Figura 37: Seção tubular circular preenchida com concreto.....	107

Figura 38: Diagrama de interação do modelo de cálculo I NBR 8800 (2008).....	109
Figura 39: Diagrama de interação do modelo de cálculo II NBR 8800 (2008).....	111
Figura 40: Diagrama de interação do modelo de cálculo III NBR 16239 (2013). ....	112
Figura 41: Seção tubular retangular preenchida com concreto. ....	113
Figura 42: Seção tubular circular preenchida com concreto. ....	114
Figura 43: Diagrama de interação entre compressão axial e momento fletor uniaxial. ....	116
Figura 44: Diagrama de interação – Modelo de cálculo I (ANSI/AISC 360-16).....	119
Figura 45: Diagrama de interação – Modelo de cálculo II (ANSI/AISC 360-16). ....	120
Figura 46: Relação entre dimensões em malha triangular e quadrilateral.....	123
Figura 47: Relação Jacobiana para tetraedros e hexaedros. ....	123
Figura 48: Geometria para o tubo de aço com um elemento.....	124
Figura 49: Geometria para o tubo de aço com mais elementos.....	124
Figura 50: Geometria para o núcleo de concreto.....	126
Figura 51: Geometria para o núcleo de concreto.....	127
Figura 52: Modelos avaliados para representar a interface aço-concreto. ....	127
Figura 53: Geometria para nós coincidentes. ....	129
Figura 54: Formado do mecanismo de apoio. ....	130
Figura 55: Linha para aplicação do carregamento no mecanismo de apoio.....	131
Figura 56: Formulação da malha para o mecanismo de apoio retangular.....	131
Figura 57: Escassez de nós coincidentes na região da excentricidade. ....	132
Figura 58: Modelos avaliados para o mecanismo de apoio.....	133
Figura 59: Mecanismo de apoio e seção mista. ....	134
Figura 60: Ligação mecanismo superior e seção mista com comando <i>ceintf</i> .....	135
Figura 61: Ligação mecanismo superior e seção mista com comando <i>cpintf</i> . ....	135
Figura 62: Ligação mecanismo superior e seção mista com comando <i>cerig</i> . ....	136
Figura 63: Extremidades de concreto reforçado.....	137
Figura 64: Vinculação analisada para o modelo sob força axial concêntrica.....	138
Figura 65: Vinculação analisada para o modelo sob força axial concêntrica.....	139
Figura 66: Vinculação analisada para o modelo sob força axial excêntrica.....	139
Figura 67: Vinculação aplicada para o modelo sob força axial excêntrica. ....	140
Figura 68: Aplicação das condições de contorno com elemento <i>mpc184</i> .....	141
Figura 69: Aplicação de deslocamento nodal.....	142
Figura 70: Elemento <i>solid185</i> . ....	144
Figura 71: Elemento <i>shell181</i> . ....	144
Figura 72: Elemento <i>solsh190</i> . ....	145
Figura 73: Elemento <i>solid186</i> . ....	145
Figura 74: Relação tensão x deformação de engenharia e verdadeira.....	147
Figura 75: Relação tensão x deformação para o concreto confinado. ....	150
Figura 76: Tensão de confinamento como função da deformação axial do aço.....	153
Figura 77: Comportamento tensão x deformação do tubo de aço. ....	155
Figura 78: Endurecimento isotrópico. ....	158
Figura 79: Endurecimento cinemático.....	158
Figura 80: Organização dos resultados.....	166

Figura 81: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por De Nardin (1999). .....	170
Figura 82: Comparação entre o comportamento deformado obtido numericamente neste estudo e experimentalmente obtido por De Nardin (1999). .....	170
Figura 83: Distribuição de tensões de Von Mises no tubo de aço.....	173
Figura 84: Distribuição de tensões de Von Mises no núcleo de concreto .....	173
Figura 85: Extremidades com concreto reforçado - Han et al. (2016). .....	174
Figura 86: Influência da relação $\sigma\epsilon$ do material aço na relação força x deslocamento axial. ....	175
Figura 87: Influência da relação $\sigma\epsilon$ do material concreto na relação força x deslocamento axial. ....	175
Figura 88: Comparação entre as relações tensão x deformação para o material concreto. ....	176
Figura 89: Alternativas do tamanho de elementos para o tubo com o elemento <i>shell181</i> no estudo de Xue et al. (2012). .....	178
Figura 90: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Xue et al. (2012). .....	179
Figura 91: Alternativas do tamanho de elementos para o estudo de Zeghiche e Chaoui (2005). ....	180
Figura 92: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005). .....	181
Figura 93: Representação do tubo de aço no modelo de Han e Yao (2004). .....	182
Figura 94: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han e Yao (2004). .....	184
Figura 95: Representação do tubo de aço no modelo de Han et al. (2016). .....	184
Figura 96: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral e força x deslocamento axial obtida numericamente neste estudo e experimentalmente por Han et al. (2016). .....	186
Figura 97: Representação do tubo de aço no modelo de Zeghiche e Chaoui (2005). .....	186
Figura 98: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005). .....	188
Figura 99: Histograma de exemplares analisados. ....	191
Figura 100: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Chang et al. (2009). .....	193
Figura 101: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Gopal e Manoharan (2004). .....	195
Figura 102: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Gopal e Manoharan (2006). .....	197
Figura 103: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han e Yao (2003). .....	200
Figura 104: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han e Yao (2004). .....	201
Figura 105: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han et al. (2011). .....	202
Figura 106: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral e força x deslocamento axial obtida numericamente e experimentalmente - Han et al. (2016). .....	204

Figura 107: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Kilpatrick e Rangan (1999a). .....	206
Figura 108: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Kilpatrick e Rangan (1999b). .....	208
Figura 109: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Portolés et al. (2013). .....	213
Figura 110: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Rangan e Joyce (1992). .....	215
Figura 111: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Xiong et al. (2017). .....	219
Figura 112: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Xue et al. (2012). .....	221
Figura 113: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005). .....	222
Figura 114: Relação $NmefNexp$ em função da tensão de escoamento do aço. ....	230
Figura 115: Relação $NmefNexp$ em função da resistência à compressão do concreto. ....	231
Figura 116: Relação $NmefNexp$ em função do índice de esbeltez global. ....	232
Figura 117: Relação $NmefNexp$ em função do índice de esbeltez local. ....	232
Figura 118: Relação $NmefNexp$ em função do índice de excentricidade. ....	233
Figura 119: Relação $NmefNexp$ em função do fator de confinamento. ....	234
Figura 120: Relação $NmefNexp$ em função de propriedades geométricas. ....	234
Figura 121: Relação entre valores previstos e obtidos. ....	235
Figura 122: Histograma de exemplares abordados em relação a propriedades geométricas e mecânicas. ....	238
Figura 123: Gráfico de efeitos padronizados dos fatores - força última $Nu$ . ....	247
Figura 124: Gráfico de efeitos padronizados dos fatores - índice de resistência $SI$ . ....	254
Figura 125: Gráfico de resíduos puros $x$ valores preditos. ....	259
Figura 126: Gráfico de probabilidade normal dos resíduos $x$ valores esperados. ....	260
Figura 127: Gráfico de valores observados $x$ valores preditos. ....	260
Figura 128: Histograma de resíduos. ....	261
Figura 129: Curvas de interação $M - N$ em relação aos níveis das variáveis independentes avaliadas. ....	262

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Relação entre resistência obtida em amostra cúbica e amostra cilíndrica.....	55
Tabela 2: Modelos analisados sob força axial concêntrica.....	56
Tabela 3: Modelos analisados sob força axial excêntrica.....	71
Tabela 4: Acurácia de estudos numéricos anteriores.....	90
Tabela 5: Teses e dissertações realizadas no Brasil sobre pilares mistos abordando modelos numéricos. ....	91
Tabela 6: Fórmulas para determinação do módulo de elasticidade do concreto. ....	92
Tabela 7: Limites normativos de algumas normas de dimensionamento. ....	93
Tabela 8: Relações de instabilidade e imperfeições. ....	100
Tabela 9: Fator de imperfeição para relações de instabilidade.....	100
Tabela 10: Índices de esbelteza para pilar misto submetido à compressão axial.....	102
Tabela 11: Síntese do roteiro de cálculo para determinação da resistência última. ....	104
Tabela 12: Etapas de análise.....	122
Tabela 13: Dimensão de elementos na circunferência e comprimento do tubo de aço.....	125
Tabela 14: Principais elementos da biblioteca do software <i>Ansys</i> . ....	143
Tabela 15: Principais modelos de materiais para o concreto.....	156
Tabela 16: Principais modelos de materiais para o aço.....	157
Tabela 17: Imperfeições geométricas adotadas em modelos numéricos. ....	160
Tabela 18: Ângulo de dilatação adotado em modelos numéricos. ....	161
Tabela 19: Valores dos coeficientes de fricção adotados em modelos numéricos.....	162
Tabela 20: Ângulo de fricção interna adotado em modelos numéricos. ....	163
Tabela 21: Opções de processamento adotadas nesta pesquisa.....	165
Tabela 22: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos por De Nardin (1999).....	167
Tabela 23: Calibração do fator de penalidade e penetração na ligação entre o mecanismo de apoio e o pilar misto. ....	168
Tabela 24: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por De Nardin (1999). ....	169
Tabela 25: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por De Nardin (1999). ....	172
Tabela 26: Configurações adotadas para o tamanho dos elementos finitos para representar o exemplar experimental de Xue et al. (2012).....	178
Tabela 27: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xue et al. (2012).....	179
Tabela 28: Configurações adotadas para o tamanho dos elementos finitos para representar o exemplar experimental de Zeghiche e Chaoui (2005).....	180
Tabela 29: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005).....	181
Tabela 30: Representação do tubo de aço no modelo de Han e Yao (2004).....	183
Tabela 31: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2004).....	183
Tabela 32: Representação do tubo de aço no modelo de Han et al. (2016).....	185

Tabela 33: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2016).....	185
Tabela 34: Representação do tubo de aço no modelo de Zeghiche e Chaoui (2005).....	187
Tabela 35: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005).....	187
Tabela 36: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Chang et al. (2009).....	192
Tabela 37: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Chang et al. (2009).....	193
Tabela 38: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Gopal e Manoharan (2004). .....	194
Tabela 39: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Gopal e Manoharan (2004). ....	194
Tabela 40: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Gopal e Manoharan (2006). .....	196
Tabela 41: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Gopal e Manoharan (2006). ....	196
Tabela 42: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han e Yao (2003).....	199
Tabela 43: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2003).....	199
Tabela 44: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han e Yao (2004).....	200
Tabela 45: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2004).....	201
Tabela 46: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han et al. (2011). ....	201
Tabela 47: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2011).....	202
Tabela 48: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han et al. (2016). ....	203
Tabela 49: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2016).....	203
Tabela 50: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Kilpatrick e Rangan (1999a).....	204
Tabela 51: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Kilpatrick e Rangan (1999a). ....	205
Tabela 52: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Kilpatrick e Rangan (1999b). ....	208
Tabela 53: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Kilpatrick e Rangan (1999b).....	208
Tabela 54: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Liew et al. (2016).....	209
Tabela 55: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Liew et al. (2016).....	209
Tabela 56: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de O'shea e Bridge (2000). .....	210
Tabela 57: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente – O'shea e Bridge (2000). ....	211
Tabela 58: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Portolés et al. (2013). ...	212

Tabela 59: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Portolés et al. (2013). .....	212
Tabela 60: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Prion e Boheme (1994). .....	214
Tabela 61: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Prion e Boheme (1994). .....	214
Tabela 62: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Rangan e Joyce (1992). .....	214
Tabela 63: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Rangan e Joyce (1992). .....	215
Tabela 64: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Wang (1999). .....	216
Tabela 65: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Wang (1999). .....	217
Tabela 66: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Xiong et al. (2017). .....	218
Tabela 67: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xiong et al. (2017). .....	219
Tabela 68: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Xue et al. (2012). .....	220
Tabela 69: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xue et al. (2012). .....	220
Tabela 70: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Zeghiche e Chaoui (2005). .....	221
Tabela 71: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005). .....	222
Tabela 72: Relação geral $NmefNexp$ para os 126 exemplares. .....	224
Tabela 73: Relação geral $NmefNexp$ em relação a cada estudo de referência. .....	229
Tabela 74: Valores reais e codificados das variáveis independentes. .....	240
Tabela 75: Matriz experimental com valores codificados e reais. .....	240
Tabela 76: Resultados obtidos em relação a força última $Nu$ . .....	242
Tabela 77: Análise de variância em relação a força última $Nu$ . .....	245
Tabela 78: Coeficientes de regressão em relação a força última $Nu$ . .....	248
Tabela 79: Resultados obtidos em relação ao índice de resistência $SI$ . .....	250
Tabela 80: Análise de variância em relação ao índice de resistência $SI$ . .....	252
Tabela 81: Coeficientes de regressão em relação ao índice de resistência $SI$ . .....	255
Tabela 82: Cálculo do valor de $F$ calculado para a análise estatística desta pesquisa. .....	257
Tabela 83: Relação entre valores de $R^2$ , $p$ de teste, nível de significância, número de variáveis independentes e tamanho da amostra. .....	258

## LISTA DE SÍMBOLOS

$b_1$	maior dimensão externa de uma seção transversal retangular
$b_2$	menor dimensão externa de uma seção transversal retangular
$b_f$	largura total da mesa da seção $i$
$b_i$	maior dimensão paralela a um eixo de simetria da seção tubular retangular ou a maior dimensão da seção transversal
$b$	menor dimensão interna da seção retangular
$c_2$	coeficiente para cálculo da resistência nominal da seção mista ( $P_p$ )
$c_3$	coeficiente de cálculo da rigidez efetiva do pilar submetido à compressão axial
$e_i$	distância do eixo da barra da armadura ao eixo de simetria relevante da seção
$e_{yi}$	distância do eixo da barra da armadura ao eixo $x$
$e$	distância da direção de aplicação de uma força em relação ao centro geométrico de uma seção transversal ou excentricidade
$f_{cd}$	resistência de cálculo do concreto à compressão
$f_c, f_{ck}, f'_c$	resistência característica do concreto à compressão
$f_u$	resistência à ruptura do aço
$f_y$	tensão de escoamento do aço
$f_{yd}$	resistência de cálculo ao escoamento do aço
$f_{ysr}$	tensão de escoamento do aço da armadura do concreto
$f_{ysrd}$	resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura do concreto
$f_t$	resistência do concreto à tração
$f_{ct}$	resistência característica do concreto à tração
$f_{ctk,sup}$	resistência máxima do concreto à tração
$f_{ctk,inf}$	resistência mínima do concreto à tração
$f_{b0}$	resistência à compressão biaxial do concreto
$f_1$	pressão lateral exercida entre o aço e concreto em um pilar misto circular
$f_r$	tensão residual gerada pelo efeito de confinamento
$f_p$	tensão atuante em um tubo de aço circular na direção circunferencial
$f_{b0}/f'_c$	razão entre a resistência à compressão nos estados biaxial e uniaxial de tensão
$f_b$	tensão de confinamento
$h_n$	posição da linha neutra da seção mista
$h$	maior dimensão da seção transversal de uma seção tubular retangular
$k$	rigidez
$k$	parâmetro de confinamento
$l_v$	comprimento total da interface de um pilar misto
$l$	comprimento de um pilar misto
$r_t$	raio de rotação de um pilar misto tubular circular
$t$	espessura do tubo de aço em perfil tubular circular

$t_f$	espessura da mesa em perfil de seção i.
$t_w$	espessura da alma em perfil de seção i
$u_a$	perímetro da seção de um pilar misto circular
$A_c$	área bruta da seção transversal de concreto
$A_s$	área bruta da seção transversal do perfil de aço
$A_{sn}$	soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$
$A_{sni}$	área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$
$A_{sr}$	área bruta da seção transversal da armadura do concreto
$A_p$	área transversal de um tubo de aço que envolve o núcleo de concreto de um pilar misto circular
$A_g$	área bruta de um pilar misto tubular circular
$A$	parâmetro de ajuste para o modelo constitutivo do concreto confinado
$B$	parâmetro de ajuste para o modelo constitutivo do concreto confinado
$CCR$	índice de contribuição do concreto
$D$	diâmetro externo da seção tubular circular
$DI$	índice de ductilidade
$(EA)_e$	rigidez efetiva axial à compressão da seção transversal mista
$(EI)_{eff}$	rigidez efetiva à flexão para cálculo da esbeltez relativa
$(EI)_e$	rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista
$(EI)_{eff,11}$	rigidez efetiva à flexão para cálculo em análise de segunda ordem
$E_{c,eff}$	módulo efetivo de elasticidade do concreto
$E_{c,red}, E'_c$	módulo de elasticidade reduzido do concreto devido aos efeitos de retração e fluência
$E_c, E_{cs}$	módulo de elasticidade secante do concreto
$E_{sr}$	módulo de elasticidade do aço da armadura do concreto
$E, E_s, E_{cm}$	módulo de elasticidade do aço
$F_{cr}$	tensão de instabilidade local da seção mista
$F$	força circunferencial oferecida pelo tubo de aço em um pilar misto circular
$I_c$	momento de inércia da seção transversal do concreto
$I_s$	momento de inércia da seção transversal do perfil de aço
$I_{sr}$	momento de inércia da seção transversal da armadura do concreto
$KL$	comprimento de flambagem de uma barra comprimida axialmente
$L_e$	comprimento efetivo do pilar misto
$L$	comprimento total do pilar misto
$L/D$	relação entre comprimento e diâmetro de um pilar misto circular, ou índice de esbeltez global.
$M_{Sd,x}$	momento fletor solicitante de cálculo em relação ao eixo x-x
$M_{Sd,y}$	momento fletor solicitante de cálculo em relação ao eixo y-y
$M_{Rd,x}$	momento fletor resistente de cálculo em relação ao eixo x-x
$M_{Rd,y}$	momento fletor resistente de cálculo em relação ao eixo y-y
$M_n$	momento de plastificação resistente da seção transversal
$M_{R,pl,x}$	momento de plastificação resistente da seção transversal em relação ao eixo

	x-x
$M_{R,pl,y}$	momento de plastificação resistente da seção transversal em relação ao eixo y-y
$M_{max,pl,Rd}$	momento fletor máximo resistente de plastificação de cálculo
$M_{cr}$	momento fletor correspondente a tensão crítica de instabilidade da parede do perfil de aço
$M_p$	momento correspondente a distribuição de tensão plástica da seção transversal do perfil de aço
$M_y$	momento fletor correspondente a plastificação parcial do perfil da seção transversal do perfil de aço
$M_{pl,RD}$	momento fletor resistente de plastificação de cálculo
$M_{pl,S,RD}$	contribuição do perfil de aço no momento fletor resistente de plastificação
$M_{pl}$	momento fletor de plastificação da seção transversal
$M_{tot,Sd}$	momentos fletores solicitantes de cálculo totais
$M_{i,Sd}$	momento devido às imperfeições ao longo do pilar
$N_{cr}$	força axial de instabilidade elástica
$N_{ed}$	força axial solicitante de cálculo
$N_{g,ed}$	força axial solicitante de cálculo devida à ação permanente
$N_{pl,rk}$	valor característico da resistência plástica à compressão
$N_{Rd}$	força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global
$N_{Sd,G}$	força axial solicitante de cálculo devida à ação permanente
$N_{Sd}$	força axial solicitante de cálculo
$N_e$	força axial de flambagem elástica
$N_{p\ell,R}$	força axial de compressão resistente à plastificação total; valor de $N_{p\ell,Rd}$ tomando-se os coeficientes de resistência $\gamma_s, \gamma_c, \gamma_{sr}$ iguais a 1,0.
$N_{p\ell,Rd}$	força axial resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total
$N_{p\ell,S,Rd}$	força axial resistente de cálculo do perfil de aço à plastificação total
$N_{p\ell,c,Rd}$	força axial resistente de cálculo do concreto à plastificação total
$N_{p\ell,sr,Rd}$	força axial resistente de cálculo da armadura do concreto à plastificação total
$N_{e2}$	força axial de instabilidade elástica
$N_{res}$	força resistente residual após o pilar misto atingir o pico de resistência última
$N_{res}/N_u$	índice de resistência residual
$N_{u,hollow}$	resistência axial última obtida em um pilar de aço não preenchido por concreto
$P_e, N_{cr}$	força axial de instabilidade elástica crítica
$P_n, N_u$	força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global
$P_{no}, P_0, N_0$	força axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total
$P_p$	resistência nominal da seção mista
$P_y$	resistência axial do pilar misto

$R_c$	resistência a compressão uniaxial
$R_t$	resistência a tração uniaxial
$R_b$	resistência à compressão biaxial
$R$	raio de um tubo circular
$SI$	índice de resistência de um pilar misto circular
$X$	parâmetro de ajuste para o modelo constitutivo do concreto confinado
$Z_c$	módulo de resistência plástico da seção de concreto, considerado não-fissurado
$Z_{cn}$	módulo de resistência plástico em relação a seção de concreto
$Z_s$	módulo de resistência plástico da seção do perfil de aço
$Z_{sn}$	módulo de resistência plástico em relação a seção do perfil de aço
$Z_{sr}$	módulo de resistência plástico da seção da armadura do concreto
$Z_{srn}$	módulo de resistência plástico em relação a seção da armadura do concreto
$\lambda_p$	parâmetro limite $(b/t)(D/t)$ para elemento compacto
$\lambda_r$	parâmetro limite $(b/t)(D/t)$ para elemento não compacto
$\omega_c$	massa específica do concreto
$\nu_c$	coeficiente de Poisson do concreto
$\nu_s$	coeficiente de Poisson do aço
$\alpha_1$	coeficiente relacionado a seção transversal de um pilar misto tubular circular
$\gamma_s, \gamma_c, \gamma_{sr}$	fatores de segurança parciais
$\varepsilon_{85}$	deformação correspondente a 0.85 da resistência axial máxima de um pilar misto
$\varepsilon_c, \varepsilon_{c0}$	deformação correspondente a tensão máxima resistente do concreto não confinado
$\varepsilon_{cc}$	deformação correspondente a tensão máxima resistente do concreto confinado
$\varepsilon_{cu}$	deformação última para o concreto confinado
$\varepsilon_u$	deformação referente a resistência última de um pilar misto
$\eta_a$	fator de redução associado a tensão de escoamento do aço
$\eta_c$	fator de ampliação da resistência do concreto devido ao efeito de confinamento
$\lambda_0, \bar{\lambda}_{0,m}$	índice de esbeltez reduzido
$\mu_x, \mu_y$	coeficiente médio de atrito para determinação da força axial de compressão e dos momentos fletores pelo modelo de cálculo ii
$\rho_p$	taxa volumétrica do material que compõe um tubo de aço em um pilar misto circular
$\sigma_c$	tensão do concreto em expansão em um pilar misto circular
$\sigma_{cr}$	tensão crítica de instabilidade da parede do perfil de aço
$\sigma_t$	tensão circunferencial de tração no tubo de aço
$\phi_c$	fator de projeto para carregamento e resistência
$\alpha$	parâmetro de confinamento
$\alpha$	fator de imperfeição correspondente a relação de instabilidade
$\alpha$	ângulo interno de um tubo de aço em um pilar misto circular

$\beta$	fator de confinamento para seções circulares
$\delta$	fator de contribuição do aço
$\varepsilon$	deformação
$\lambda$	índice de esbeltez, parâmetro de esbeltez
$\mu$	coeficiente para determinação da equação de interação da força axial de compressão e dos momentos fletores pelo modelo de cálculo II
$\xi = \xi_c$	índice de confinamento
$\rho$	massa específica
$\sigma$	tensão normal
$\varphi, \varphi_t$	coeficiente de fluência do concreto
$\chi$	fator de redução associado à esbeltez
$\psi$	ângulo de dilatação do material
$\Sigma$	somatório
$\varphi$	fator para cálculo do fator de redução ( $\chi$ )

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>24</b>
1.1	Contexto inicial.....	24
1.2	Justificativa.....	26
1.3	Objetivos.....	27
1.3.1	Objetivo geral.....	27
1.3.2	Objetivos específicos.....	27
1.4	Organização da pesquisa.....	28
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>29</b>
2.1	Contexto histórico.....	29
2.2	Tipos de pilares mistos.....	30
2.2.1	Classificação de acordo com a seção transversal.....	30
2.2.2	Classificação de acordo com a esbeltez global.....	32
2.2.3	Classificação de acordo com os materiais.....	33
2.3	Comportamento estrutural.....	33
2.4	Interação aço-concreto.....	34
2.4.1	Pesquisas iniciais e pesquisas com ênfase na interação aço-concreto.....	35
2.4.2	Relação entre interação aço-concreto e o modo de sollicitação.....	38
2.5	Confinamento do concreto.....	39
2.6	Comportamento geral de um pilar submetido à compressão axial.....	42
2.7	Fatores que influenciam o comportamento de pilares mistos tubulares.....	44
2.7.1	Influência do formato da seção transversal.....	46
2.7.2	Influência da forma de introdução de carga.....	47
2.7.3	Influência da presença de reforços no concreto.....	49
2.7.4	Influência de imperfeições geométricas iniciais.....	49
2.7.5	Influência de pré carregamentos.....	50
2.7.6	Influência de falhas entre a seção de concreto e o tubo de aço.....	50
2.8	Parâmetros de desempenho para analisar a influência de variáveis no comportamento de um pilar misto tubular circular.....	51
2.8.1	Resistência última em pilares mistos tubulares circulares.....	52
2.8.2	Índice de resistência em pilares mistos tubulares circulares.....	52
2.8.3	Fator de confinamento em pilares mistos tubulares circulares.....	53
2.8.4	Índice de contribuição do concreto em pilares mistos tubulares circulares.....	54
2.8.5	Tensão de confinamento em pilares mistos tubulares circulares.....	54
2.9	Comportamento experimental de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica.....	54
2.9.1	Base de dados de ensaios experimentais com pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica.....	55
2.9.2	Resultados de ensaios experimentais de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica.....	59
2.9.2.1	Resistência última em pilares mistos sob força axial concêntrica.....	59
2.9.2.2	Índice de resistência em pilares mistos sob força axial concêntrica.....	61
2.9.2.3	Fator de confinamento em pilares mistos sob força axial concêntrica.....	63

2.9.2.4	Relação entre fator de confinamento e resistência última em pilares mistos sob força axial concêntrica.....	66
2.9.2.5	Relação entre fator de confinamento e índice de resistência em pilares mistos sob força axial concêntrica.....	67
2.9.2.6	Relação entre fator de confinamento e índice de contribuição do concreto em pilares mistos sob força axial concêntrica .....	67
2.9.2.7	Relação entre fator de confinamento e tensão de confinamento em pilares mistos sob força axial concêntrica .....	68
2.9.2.8	Conclusão sobre pilares mistos sob força axial concêntrica .....	69
2.10	Comportamento experimental de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial excêntrica.....	70
2.10.1	Base de dados de ensaios experimentais com pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial excêntrica.....	70
2.10.2	Resultados de ensaios experimentais de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial excêntrica.....	74
2.10.2.1	Resistência última em pilares mistos sob força axial excêntrica .....	74
2.10.2.2	Índice de resistência em pilares mistos sob força axial excêntrica .....	75
2.10.2.3	Fator de confinamento em pilares mistos sob força axial excêntrica .....	77
2.10.2.4	Relação entre fator de confinamento e resistência última em pilares mistos sob força axial excêntrica.....	79
2.10.2.5	Relação entre fator de confinamento e índice de resistência em pilares mistos sob força axial excêntrica.....	79
2.10.2.6	Relação entre fator de confinamento e índice de contribuição do concreto em pilares mistos sob força axial excêntrica .....	80
2.10.2.7	Relação entre índice de excentricidade e resistência última em pilares mistos sob força axial excêntrica.....	81
2.10.2.8	Relação entre índice de excentricidade e índice de resistência em pilares mistos sob força axial excêntrica.....	81
2.10.2.9	Relação entre índice de excentricidade e índice de contribuição do concreto em pilares mistos sob força axial excêntrica .....	82
2.10.2.10	Conclusão sobre pilares mistos sob força axial excêntrica .....	83
2.11	Pesquisas analíticas .....	83
2.11.1	Pesquisas com <i>fiber element method</i> .....	84
2.11.2	Pesquisas com elementos finitos.....	86
2.11.3	Acurácia de estudos numéricos anteriores .....	89
2.12	Teses e dissertações realizadas no Brasil.....	90
<b>3</b>	<b>MODELOS E PRESCRIÇÕES NORMATIVAS .....</b>	<b>92</b>
3.1	Determinação do módulo de elasticidade do concreto.....	92
3.2	Limites normativos .....	92
3.3	Resistência à compressão - ABNT NBR 8800:2008 e ABNT NBR 16239:2013 ...	93
3.3.1	Instabilidade local .....	93
3.3.2	Fator de contribuição da seção de aço .....	94
3.3.3	Índice de esbeltez reduzido .....	94
3.3.4	Força axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total.....	95

3.3.5	Força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global .....	96
3.4	Resistência à compressão - EN 1994-1-1:2004 .....	97
3.4.1	Instabilidade local .....	97
3.4.2	Fator de contribuição da seção de aço .....	97
3.4.3	Índice de esbeltez relativo .....	98
3.4.4	Força axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total.....	99
3.4.5	Força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global .....	100
3.5	Resistência à compressão - ANSI/AISC 360-16 .....	101
3.5.1	Classificação da seção mista por instabilidade local .....	101
3.5.2	Força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global .....	102
3.5.3	Força axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total.....	102
3.6	Síntese do roteiro de cálculo para determinação da resistência última.....	104
3.7	Resistência à flexo-compressão - ABNT NBR 8800:2008 e ABNT NBR 16239:2013 .....	105
3.7.1	Momentos fletores de plastificação de cálculo .....	106
3.7.2	Módulo de resistência plástico para seções tubulares .....	106
3.7.3	Modelo de cálculo I – ABNT NBR 8800:2008 .....	108
3.7.4	Modelo de cálculo II – ABNT NBR 8800:2008 .....	109
3.7.5	Modelo de cálculo III – ABNT NBR 16239:2013.....	111
3.8	Resistência à flexo-compressão – EN 1994-1-1:2004 .....	112
3.8.1	Momentos fletores de plastificação de cálculo .....	113
3.8.2	Módulo de resistência plástico para seções tubulares .....	113
3.8.3	Modelo de cálculo .....	115
3.8.3.1	Modelo de cálculo para flexo-compressão uniaxial.....	116
3.8.3.2	Modelo de cálculo para flexo-compressão biaxial.....	117
3.9	Resistência à flexo-compressão – ANSI/AISC 360-16 .....	117
3.9.1	Seções compactas.....	118
3.9.1.1	Modelo de cálculo I .....	118
3.9.1.2	Modelo de cálculo II .....	119
3.9.2	Seções semicompactas .....	120
3.9.3	Seções esbeltas .....	121
<b>4</b>	<b>MODELO NUMÉRICO PROPOSTO.....</b>	<b>122</b>
4.1	Geometria.....	122
4.1.1	Geometria do tubo de aço .....	124
4.1.1.1	Tubo de aço como elemento de casca .....	124
4.1.1.2	Tubo de aço como elemento sólido.....	124
4.1.2	Geometria do núcleo de concreto.....	126
4.1.3	Interface entre núcleo de concreto e tubo de aço .....	127
4.1.3.1	Interface com elementos de contato.....	128
4.1.3.2	Interface com elementos compartilhados.....	128
4.1.3.3	Interface com acoplamento de nós.....	129
4.1.4	Mecanismo de apoio .....	130
4.1.4.1	Mecanismo de apoio circular conectado por elementos compartilhados.....	133
4.1.4.2	Mecanismo de apoio retangular conectado por equações de restrição .....	134

4.1.4.3	Mecanismo de apoio retangular acoplado por graus de liberdade .....	135
4.1.4.4	Mecanismo de apoio retangular definido por região rígida .....	136
4.1.4.5	Mecanismo de apoio conectado por elementos de contato .....	136
4.1.5	Extremidades de concreto reforçado .....	137
4.2	Condições de contorno .....	138
4.2.1	Restrições .....	138
4.2.2	Forças atuantes .....	140
4.2.2.1	Forças atuantes através de região rígida .....	140
4.2.2.2	Forças atuantes através de nó mestre .....	141
4.2.2.3	Forças atuantes através de elemento de restrição multiponto .....	141
4.2.2.4	Deformação nodal controlada .....	141
4.2.2.5	Forma de solicitação nodal .....	142
4.3	Tipo de elemento .....	143
4.3.1	Tipo de elemento para o núcleo de concreto .....	143
4.3.2	Tipo de elemento para o tubo de aço .....	144
4.4	Propriedades mecânicas .....	146
4.4.1	Carga inercial .....	146
4.4.2	Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson .....	146
4.4.3	Relação tensão x deformação verdadeira .....	146
4.4.4	Comportamento não linear .....	147
4.4.5	Relações constitutivas para os materiais .....	148
4.4.5.1	Relações constitutivas para o concreto .....	149
4.6.5.1.1.	Concreto não confinado com ângulo de dilatação .....	149
4.6.5.1.2.	Concreto confinado sem ângulo de dilatação .....	149
4.6.5.1.3.	Relação constitutiva adotada .....	150
4.4.5.2	Relações constitutivas para o aço .....	155
4.4.5.3	Relações constitutivas para os vergalhões .....	156
4.4.6	Modelos de materiais .....	156
4.4.6.1	Modelos de materiais para o concreto .....	156
4.4.6.2	Modelos de materiais para o aço .....	157
4.4.6.2.1.	Modelo de endurecimento isotrópico .....	158
4.4.6.2.2.	Modelo de endurecimento cinemático .....	158
4.4.6.2.3.	Material modelo adotado para o material aço .....	159
4.4.7	Imperfeições iniciais .....	159
4.4.7.1	Imperfeições de material .....	159
4.4.7.2	Imperfeições geométricas .....	159
4.4.8	Fatores que influenciam o comportamento do concreto .....	160
4.4.8.1	Influência da razão entre compressão biaxial e uniaxial .....	160
4.4.8.2	Influência do ângulo de dilatação .....	161
4.4.8.3	Influência do coeficiente de fricção .....	162
4.4.8.4	Influência do ângulo de fricção .....	163
4.4.8.5	Comportamento do concreto submetido à tração .....	163
4.5	Solução .....	164
4.5.1	Número de carregamentos, sub etapas e iterações .....	164

4.5.2	Opções para solução .....	164
4.5.2.1	Pesquisa em linha.....	165
4.5.2.2	Método do comprimento de arco .....	165
<b>5</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>166</b>
5.1	Calibração do modelo numérico inicial .....	167
5.1.1	Análise do mecanismo de apoio .....	167
5.1.2	Análise da interface entre o tubo de aço e o núcleo de concreto .....	168
5.1.3	Análise de excentricidades acidentais.....	171
5.1.4	Análise de extremidades com anéis em concreto reforçado .....	172
5.1.5	Análise da relação constitutiva para o material aço.....	174
5.1.6	Análise da relação constitutiva para o material concreto.....	175
5.1.7	Análise do tipo e tamanho dos elementos finitos.....	177
5.1.7.1	Malha de elementos finitos para o tubo de aço com o elemento <i>shell181</i> .....	177
5.1.7.1.1	Exemplares de Xue et al. (2012).....	177
5.1.7.1.2	Exemplares de Zeghiche e Chaoui (2005).....	179
5.1.7.2	Malha de elementos finitos para o tubo de aço com o elemento <i>solsh190</i> .....	182
5.1.7.2.1	Exemplares de Han e Yao (2004).....	182
5.1.7.2.2	Exemplares de Han et al. (2016).....	184
5.1.7.3	Malha de elementos finitos para o tubo de aço com o elemento <i>solid186</i> .....	186
5.2	Comparação do modelo numérico com exemplares experimentais.....	188
5.2.1	Modelo numérico proposto .....	189
5.2.2	Exemplares experimentais para comparação .....	189
5.2.3	Propriedades geométricas e mecânicas dos exemplares para comparação .....	190
5.2.4	Resultados do modelo numérico proposto x exemplares experimentais .....	192
5.2.4.1	Exemplares de Chang et al., 2009.....	192
5.2.4.2	Exemplares de Gopal e Manoharan (2004).....	193
5.2.4.3	Exemplares de Gopal e Manoharan (2006).....	195
5.2.4.4	Exemplares de Han e Yao (2003) .....	198
5.2.4.5	Exemplares de Han e Yao (2004) .....	200
5.2.4.6	Exemplares de Han et al. (2011).....	201
5.2.4.7	Exemplares de Han et al. (2016).....	203
5.2.4.8	Exemplares de Kilpatrick e Rangan (1999a) .....	204
5.2.4.9	Exemplares de Kilpatrick e Rangan (1999b).....	207
5.2.4.10	Exemplares de Liew et al. (2016) .....	209
5.2.4.11	Exemplares de O'shea e Bridge (2000) .....	209
5.2.4.12	Exemplares de Portolés et al. (2013) .....	211
5.2.4.13	Exemplares de Prion e Boheme (1994).....	213
5.2.4.14	Exemplares de Rangan e Joyce (1992) .....	214
5.2.4.15	Exemplares de Wang (1999).....	216
5.2.4.16	Exemplares de Xiong et al. (2017) .....	218
5.2.4.17	Exemplares de Xue et al. (2012).....	220
5.2.4.18	Exemplares de Zeghiche e Chaoui (2005).....	221
5.2.5	Caracterização geral.....	223
5.2.6	Fatores que afetam o modelo numérico proposto .....	229

5.3	Análise estatística.....	236
5.3.1	Modelo numérico final.....	236
5.3.2	Propriedades geométricas e mecânicas abordadas.....	237
5.3.3	Planejamento fatorial .....	239
5.3.4	Resultados em relação à força última .....	242
5.3.4.1	Análise de variância - força última .....	244
5.3.4.2	Gráfico de Pareto - força última.....	246
5.3.4.3	Análise de regressão - força última.....	248
5.3.5	Resultados em relação ao índice de resistência .....	249
5.3.5.1	Análise de variância - índice de resistência .....	252
5.3.5.2	Gráfico de Pareto - índice de resistência.....	253
5.3.5.3	Análise de regressão - índice de resistência.....	255
5.3.6	Verificação do planejamento estatístico .....	256
5.3.6.1	Teste de <i>Fischer-Snedecor</i> .....	256
5.3.6.2	Poder estatístico .....	257
5.3.6.3	Independência e aleatoriedade dos dados .....	258
5.3.6.4	Normalidade dos dados.....	259
5.3.7	Curvas de interação.....	261
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>263</b>
6.1	Comportamento experimental de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica e excêntrica.....	263
6.2	Comparação do modelo numérico com exemplares experimentais.....	265
6.3	Análise estatística.....	266
6.4	Recomendação para pesquisas futuras.....	267
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>269</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contexto inicial

Sistema estrutural misto aço-concreto é aquele no qual um perfil de aço estrutural (laminado, soldado ou formado a frio) trabalha em conjunto com o concreto (armado com barras de aço, reforçado com fibras de aço ou simples) formando um pilar misto, viga mista ou laje mista. A interação entre o concreto e o perfil de aço pode ocorrer por meio mecânico (conectores, mossas ou ressaltos), por atrito (formas com cantos reentrantes) ou por simples aderência (QUEIROZ; PIMENTA; MARTINS, 2010).

Estruturas mistas oferecem inúmeros benefícios estruturais, incluindo alta resistência, resistência ao fogo, ductilidade e alta capacidade de absorção de energia (HAN et al., 2014).

Pilares mistos apresentam vantagem em relação aos pilares de aço convencionais e de concreto armado devido a sua alta resistência à compressão, porque a ocorrência de instabilidades locais no tubo de aço seja reduzida por duas razões: primeiro, devido à restrição provocada pelo concreto ao tubo de aço; e segundo, pela ductilidade do concreto causada pelo efeito de confinamento provocado pelo tubo de aço (HAN et al., 2014). Pilares mistos são utilizados amplamente em diversas aplicações, mas normalmente ganham destaque em grandes edifícios e obras de arte (ELYOUSSEF et al., 2019). Pilares mistos também podem ser utilizados em estruturas resistentes a terremotos, estruturas de pontes sujeitas a impactos do tráfego e também como estacas (SHANMUGAM e LAKSHMI, 2001). O uso de pilares mistos é fruto de avanços na pesquisa de elementos estruturais, impulsionados pela existência de edifícios cada vez mais esbeltos, pela necessidade de otimização de espaço em projetos compactos e pela sua facilitada trabalhabilidade durante a construção (PANCHAL e PATEL, 2019).

O concreto confinado pelo tubo de aço é entendido como um corpo unificado, que é um material composto e, seu comportamento é alterado com a mudança de parâmetros físicos dos materiais, parâmetros geométricos dos elementos, tipos de seções transversais e estados de tensão. As mudanças são contínuas, relativamente, enquanto que, o dimensionamento é unificado. Então, o comportamento de pilares mistos é classificado como unificado, contínuo e relativo (KURANOVAS, 2009).

Estruturas tubulares preenchidas por concreto consistem em um tubo de aço externo com um núcleo de concreto. O tubo de aço age como uma forma permanente e pode ser constituído por várias seções transversais: circular, retangular e quadrada (KURANOVAS et al., 2009). Seções tubulares são largamente usadas em pilares mistos devido a sua aparência estética e seu desempenho mecânico avançado (WARDENIER, 2002).

As seções circulares, quadradas e retangulares são as seções transversais para pilares mistos mais comumente utilizadas (OUYANG e HO, 2014). Dentre estas, seções tubulares circulares apresentam efeito de confinamento superior comparado a seções quadradas e retangulares, pois a pressão de confinamento radial tem distribuição uniforme (DE OLIVEIRA et al., 2009). A resposta geral de pilares mistos possui ênfase na resposta não linear, ação composta, efeito da ligação na interface aço-concreto, histórico de carregamento e efeitos de instabilidade (SHAMS e SAADEGHVAZIRI, 1997).

Apesar de pilares mistos tubulares circulares serem utilizados para resistir a variados esforços como compressão, flexão e torção, o maior intuito de sua utilização é a resistência a esforços de compressão concêntrica (ABBAS, 2017). No entanto, um pilar está sujeito a forças aplicadas com excentricidades em relação ao seu eixo normal, ocorrendo assim, a ação simultânea de esforços axiais e de flexão, ou seja, o pilar está submetido à flexo-compressão. Além disso, havendo imperfeições, sempre haverá flexo-compressão. E com isso, há notável perda do estado de confinamento causado pelo aumento da curvatura ao longo da seção transversal, mesmo que, em seções circulares. Neste caso, o dimensionamento é complexo devido a interação entre força axial e momentos fletores (LEE et al., 2011).

Os parâmetros que influenciam o comportamento de pilares mistos de formato circular vem sendo estudados ao longo dos últimos anos através de exemplares experimentais, proporcionando assim, dados para que modelos numéricos ampliem o conjunto de variações geométricas e mecânicas possíveis. Esta pesquisa, reúne uma base de dados unificada acerca de pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica e excêntrica, reunindo 557 pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica e 274 pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica, ambos disponíveis na bibliografia. É realizada uma abordagem sobre a influência dos parâmetros: índice de esbeltez global ( $L/D$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), resistência do concreto ( $f_{ck}$ ) e índice de excentricidade ( $e/D$ ) no desempenho estrutural destes pilares mistos. Os resultados são verificados através de padrões de desempenho existentes, como: resistência última ( $N_u$ ),

índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ) e índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ).

Com base nos exemplares experimentais sob força axial excêntrica, esta pesquisa desenvolve um modelo numérico com o auxílio do Software *Ansys Mechanical APDL* para ser correlacionado com os exemplares experimentais presentes na bibliografia, criando um modelo numérico que possa identificar o comportamento de um pilar misto frente a um grande número de alterações nas variáveis geométricas e mecânicas de um pilar misto circular tubular.

Finalmente, para adicionar novos resultados a pesquisa e extrapolar os resultados experimentais presentes na bibliografia utilizados para a validação do modelo numérico proposto, um planejamento fatorial completo é realizado, possibilitando a análise estatística dos fatores que exercem maior influência no comportamento de um pilar misto tubular circular submetido à força axial excêntrica. As variáveis independentes, ou variáveis de entrada, são: comprimento do pilar misto ( $L$ ), diâmetro do pilar misto ( $D$ ), espessura do tubo de aço ( $t$ ), excentricidade na aplicação da força axial ( $e$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). As variáveis dependentes, ou variáveis de saída, são: resistência última ( $N_u$ ) e índice de resistência ( $SI$ ).

## 1.2 Justificativa

Esta pesquisa interessa ao campo de ensino e à indústria relacionada a estruturas mistas, porque avalia a influência de vários parâmetros geométricos e mecânicos sobre o comportamento de pilares tubulares circulares.

Esta pesquisa é importante, porque uma base de dados unificada acerca de pilares mistos sob força axial concêntrica e excêntrica é significativa para que pesquisadores possam utilizá-la na validação de modelos numéricos. Além disso, o desenvolvimento de um modelo numérico colabora para o avanço na resolução de problemas estruturais.

A novidade desta pesquisa, é desenvolver um modelo numérico para representar um pilar misto tubular circular submetido à força axial excêntrica com o auxílio do Software *Ansys Mechanical APDL*, utilizando a relação constitutiva para concreto confinado proposta por Tao (2014), e também, a relação constitutiva para o tubo de aço proposta por Tao et al. (2013). Além disso, esta pesquisa fornece novos resultados numéricos representando o tubo de aço do pilar misto tubular circular como um elemento sólido, diferentemente de pesquisas

anteriores, ao qual, representavam o tubo de aço como um elemento de casca. Nesta lógica, esta pesquisa gera novos dados sobre o comportamento de elementos mistos em análises numéricas de acordo com diferentes cenários, fornecendo assim, informações para pesquisas futuras.

Em relação ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental (PPGEng), Bordignon (2010) e Medeiros (2012) estudaram anteriormente pilares de concreto armado, enquanto Boeira (2017), estudou imperfeições locais e globais em estruturas constituídas por elementos de aço, incluindo em sua pesquisa pilares de aço. Este trabalho visa contribuir ao PPGEng na pesquisa sobre pilares mistos e, anseia também, contribuir para o avanço do conhecimento do comportamento das estruturas mistas da infraestrutura, linha de pesquisa vigente no PPGEng.

### 1.3 Objetivos

#### 1.3.1 Objetivo geral

Esta pesquisa tem como objetivo geral estudar numericamente o comportamento estrutural de pilares mistos tubulares circulares submetidos à flexo-compressão.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

- Elaborar um banco de dados contendo resultados experimentais de pilares mistos submetidos à força axial concêntrica e excêntrica disponíveis na bibliografia.
- Avaliar a influência de variáveis como: índice de esbeltez global ( $L/D$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e índice de excentricidade ( $e/D$ ) no comportamento de pilares mistos.
- Avaliar a influência de variáveis no comportamento de um pilar misto através dos parâmetros de desempenho: resistência última ( $N_u$ ), índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ), índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) e tensão de confinamento ( $f_1$ ).
- Apresentar o modelo de cálculo para determinação da resistência à compressão e resistência à flexo-compressão para pilares mistos tubulares circulares presentes nas normas: ABNT NBR 8800:2008, EUROCODE 4:2004 e ANSI/AISC:2016.

- Desenvolver um modelo numérico que represente o comportamento estrutural de pilares mistos tubulares circulares submetidos à flexo-compressão.
- Comparar os valores de força última obtidos por meio do modelo numérico desenvolvido com exemplares experimentais presentes na bibliografia.
- Extrapolar os resultados experimentais presentes na bibliografia e realizar uma análise estatística dos fatores que exercem maior influência no comportamento de um pilar misto tubular circular submetido à força axial excêntrica.

#### **1.4 Organização da pesquisa**

Este trabalho foi organizado em sete capítulos. O primeiro capítulo abordou as considerações iniciais desta pesquisa, como introdução, justificativas e objetivos.

No segundo capítulo são abordados aspectos sobre pilares mistos tubulares circulares, como: interação aço-concreto, fatores que influenciam o comportamento de pilares mistos tubulares, comportamento experimental de pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica e excêntrica, e por fim, pesquisas experimentais e analíticas disponíveis na bibliografia sobre pilares mistos tubulares circulares.

No terceiro capítulo, o modelo de cálculo para determinação da resistência à compressão e resistência à flexo-compressão para pilares mistos tubulares circulares presentes nas normas ABNT NBR 8800:2008, EUROCODE 4:2004 e ANSI/AISC:2016 é apresentado.

No quarto capítulo, a concepção de um modelo numérico através do método de elementos finitos para a representação de pilares mistos tubulares circulares submetidas à compressão e flexo-compressão é apresentado, com ênfase na concepção da geometria, malha de elementos finitos, mecanismos de apoio, condições de contorno, tipos de elementos e propriedades mecânicas.

No quinto capítulo, resultados numéricos são apresentados, correlacionando-os com os resultados de pesquisas experimentais disponíveis na bibliografia sobre pilares mistos tubulares circulares.

No sexto capítulo, um planejamento fatorial completo é realizado, procedendo com uma análise estatística dos fatores que exercem maior influência no comportamento de um pilar misto tubular circular submetido à força axial excêntrica.

No sétimo e último capítulo, conclusões sobre esta pesquisa são apresentadas, assim como, sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta aspectos sobre o comportamento de pilares mistos, especialmente dos pilares mistos tubulares circulares. Ao longo do capítulo foram elencados os tipos de pilares mistos existentes, os seus relativos comportamentos estruturais e, as principais pesquisas disponíveis relacionadas ao tema estudado.

### 2.1 Contexto histórico

A evolução de elementos mistos está atrelada a proteção de estruturas metálicas. Segundo Chamberlain (2004), em 1779 a Ponte de *IronBridge* na Inglaterra foi a primeira obra construída em estrutura metálica com ferro fundido. A evolução industrial permitiu a mistura do ferro com outros elementos químicos, formando o aço, mas mesmo que suas propriedades mecânicas fossem satisfatórias à construção, ainda havia uma limitação frente a ação de intempéries e ao fogo. Por tal, o concreto foi primeiramente pensado para a composição da seção mista, com a função de revestir e proteger os perfis metálicos (LEMES, 2015). Na época, a resistência adicional que o concreto conferia a seção mista, era desprezada. Porém, posteriormente, o concreto passou a ser usado visando aumento de resistência do sistema (GRIFFIS, 1994; BRAGA, 2011; ROCHA, 2016).

O sistema de construção misto foi iniciado em 1894 nos Estados Unidos (SABNIS, 1979). Neste ano, a construção da Ponte de Iowa e a construção da edificação *Methodist Building*, em Pittsburg, marcaram o início da construção mista (QUEIROZ, 2003). Os primeiros e principais edifícios construídos no Brasil usando estruturas mistas foram o Edifício Garagem América em 1957 em São Paulo com 16 pavimentos, Edifício Avenida Central em 1959 no Rio de Janeiro com 36 pavimentos, ambos calculados pelo Engenheiro Paulo R. Fragoso e, o Escritório Central da Empresa CSN em 1962 em Volta Redonda/RJ com 18 pavimentos calculado pelo Engenheiro José Villas Boas (FIGUEIREDO, 1998).

Quanto a ensaios experimentais, Bridge e Roderick (1978) citam o ensaio experimental realizado por Emperger em 1907 como o pioneiro no campo de estruturas mistas. Griffis (1994), cita sequencialmente um ensaio experimental realizado em 1908 no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade de Columbia. Furlong (1967), cita o ensaio experimental realizado por Burr, no ano de 1908.

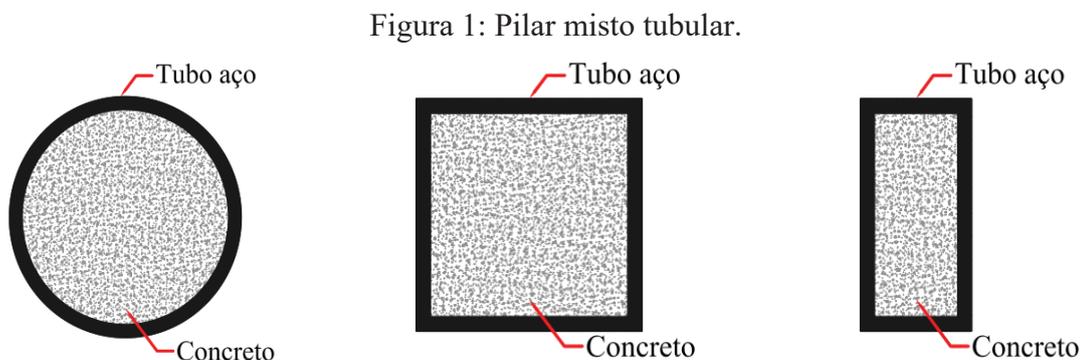
As primeiras normas de dimensionamento foram estabelecidas em 1930, pelo *New York City Building Code* (SABNIS 1979). Em 1944, estruturas mistas foram introduzidas nas normas da *American Association of State Highway Officials* (AASHTO) e em 1952, no *American Institute of steel Construction* (AISC) (MALITE, 1990). Em 1978 foi organizado o *Structural Specifications Liaison Committee* (SSLC) nos Estados Unidos, com vistas a avaliar a aceitabilidade das normas de dimensionamento.

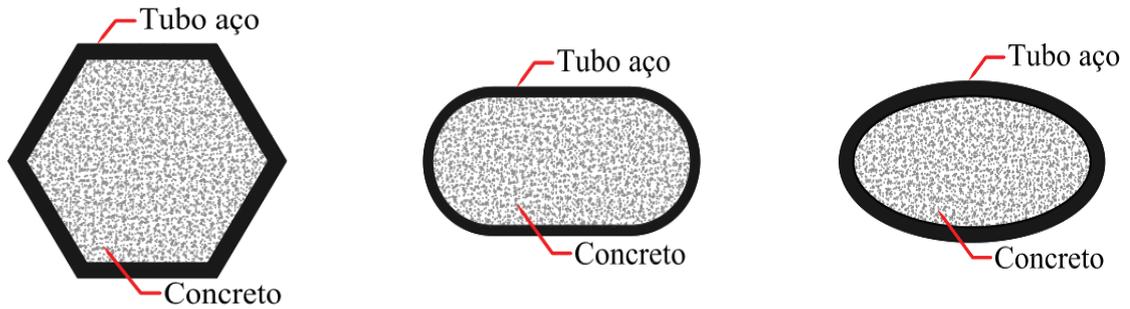
Em 1986 houve o primeiro registro de normatização de estruturas mistas no Brasil, oriundo da publicação da NBR 8800 (Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios), tratando de elementos mistos fletidos. Em 1999, elementos mistos em situação de incêndio foram incluídos na publicação da NBR 14323 (Dimensionamento de estruturas de aço e edifícios em situação de incêndio) (CAMPOS, 2006). Há também, a NBR 14432:2001 (Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações – Procedimento) e, a NBR 15200:2012 (Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio), que citam elementos mistos.

## 2.2 Tipos de pilares mistos

### 2.2.1 Classificação de acordo com a seção transversal

Os pilares mistos podem ser classificados de acordo com a geometria da sua seção transversal, tendo em vista, a disposição entre a seção do perfil de aço e do concreto. As configurações típicas são: pilar misto totalmente revestido, pilar misto parcialmente revestido e pilar misto preenchido. A Figura 1 ilustra pilares mistos preenchidos compostos por seção tubular.

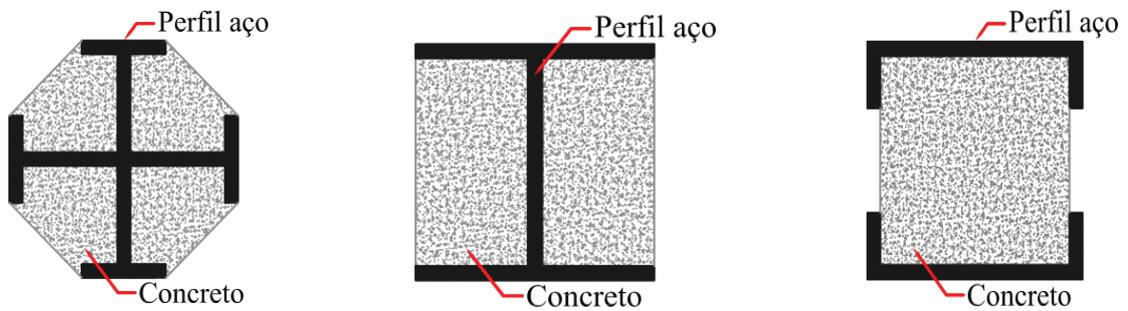




Fonte: Adaptado de Han et al. (2014).

A Figura 2 ilustra pilares mistos parcialmente revestidos.

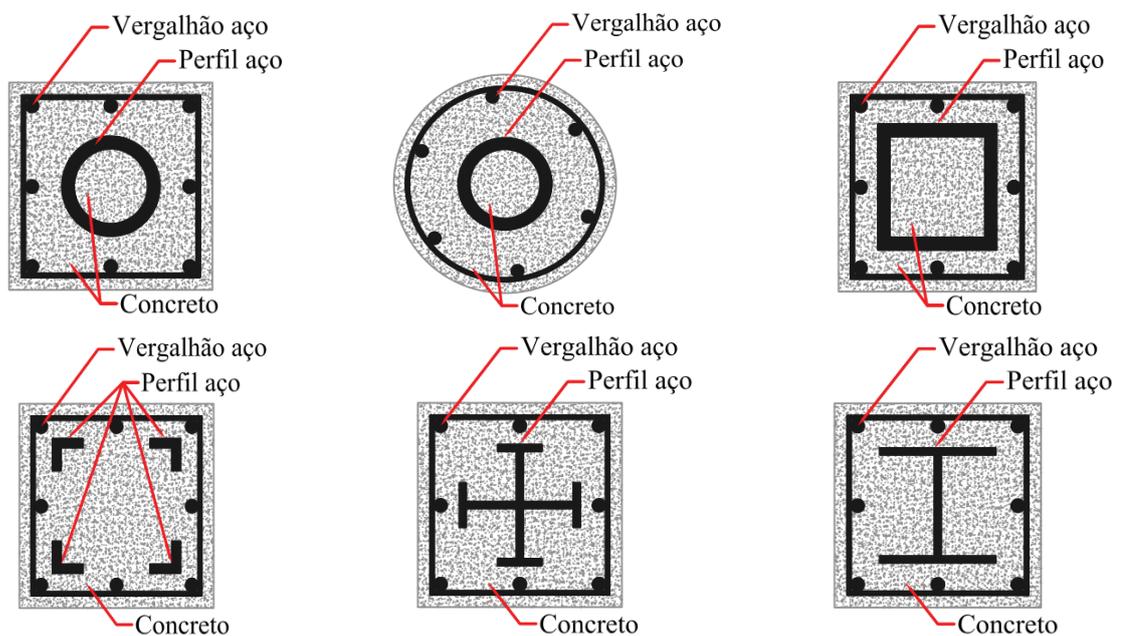
Figura 2: Pilar misto parcialmente revestido.



Fonte: Adaptado de Han et al. (2014).

Pilares totalmente preenchidos estão ilustrados na Figura 3.

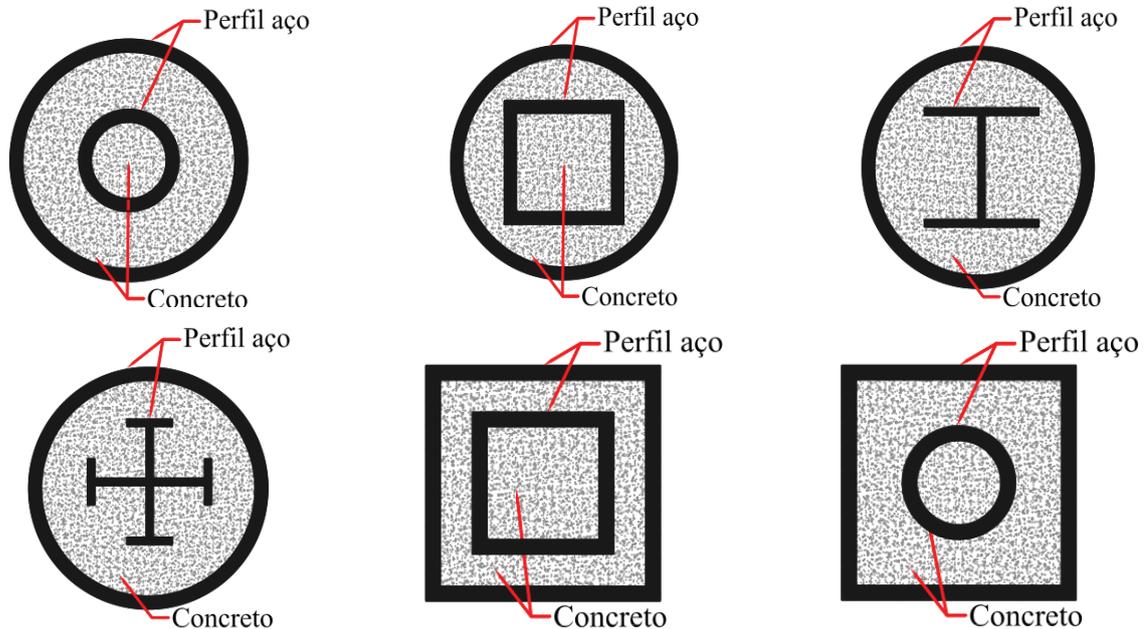
Figura 3: Pilar misto totalmente revestido.



Fonte: Adaptado de Han et al. (2014).

A Figura 4 ilustra seções tubulares duplas.

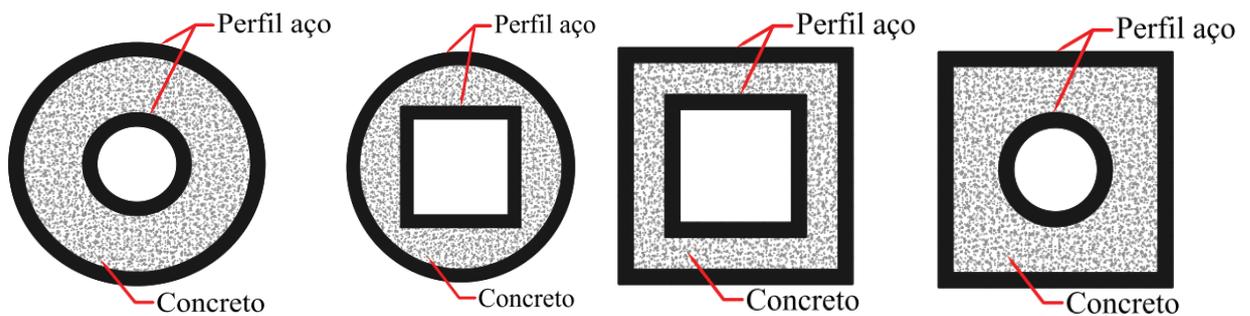
Figura 4: Pilar misto de seção dupla.



Fonte: Adaptado de Han et al. (2014).

Existem ainda, seções duplas com câmara oca, ilustradas na Figura 5.

Figura 5: Pilar misto de seção dupla vazada.



Fonte: Adaptado de Han et al. (2014).

### 2.2.2 Classificação de acordo com a esbeltez global

Kuranovas et al. (2009) e Kang et al. (2015) classificam um pilar misto quanto ao índice de esbeltez global ( $L/D$ ) como curto, quando a relação  $L/D \leq 4$  e como esbelto quando a relação é superior a  $L/D > 4$ . A variável  $L$  representa o comprimento efetivo do pilar misto e a variável  $D$  representa o diâmetro externo do tubo de aço. Tao et al. (2013) classifica

pilares mistos como curtos com relação  $2 \leq L/D \leq 5$ , desconsiderando efeitos de imperfeições globais. Normas de dimensionamento especificam que pilares mistos com seções esbeltas podem ser tratados diferentemente de seções curtas, onde no último caso a resistência é normalmente avaliada com base no comportamento plástico (THAI et al., 2019).

### 2.2.3 Classificação de acordo com os materiais

Em termos de classificação para a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), Uy (2003) cita que o termo alta resistência é designado em alguns trabalhos técnicos para aços entre 450 MPa a 500 MPa, mas é mais comum que aços estruturais com resistência entre 600 MPa a 700 MPa sejam designados como altamente resistentes. Neste caso, o intervalo inferior e intervalo superior são denotados como normal e ultra resistência.

Em termos de classificação para a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), Liew e Xiong (2012) classificam como concreto de resistência normal:  $f_{ck} < 60$  MPa; alta resistência:  $60 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 120$  MPa; e ultra resistência:  $f_{ck} > 120$  MPa, ambos medidos através de amostra cilíndrica de concreto.

## 2.3 Comportamento estrutural

O comportamento da seção mista de aço-concreto difere completamente do comportamento da seção isolada de concreto armado ou do perfil de aço isolado. Para o seu emprego e dimensionamento é necessário o conhecimento das propriedades mecânicas de cada material, adicionando-se o comportamento conjunto da seção mista resultante. O conhecimento das propriedades mecânicas dos materiais que compõem a seção mista é descoberto através de ensaios de caracterização. Tais propriedades mecânicas fornecem grandezas que representam valores de resistência e rigidez utilizados nos cálculos que representam a seção mista.

O aço é responsável por propiciar elevada resistência à tração, ductilidade e rapidez na construção. O aço que compõe a ampla gama de perfis que podem ser utilizados em um pilar misto, é caracterizado geralmente, através das propriedades mecânicas: resistência ao escoamento ( $f_y$ ), módulo de elasticidade ( $E_s$ ) e coeficiente de Poisson ( $\nu_s$ ).

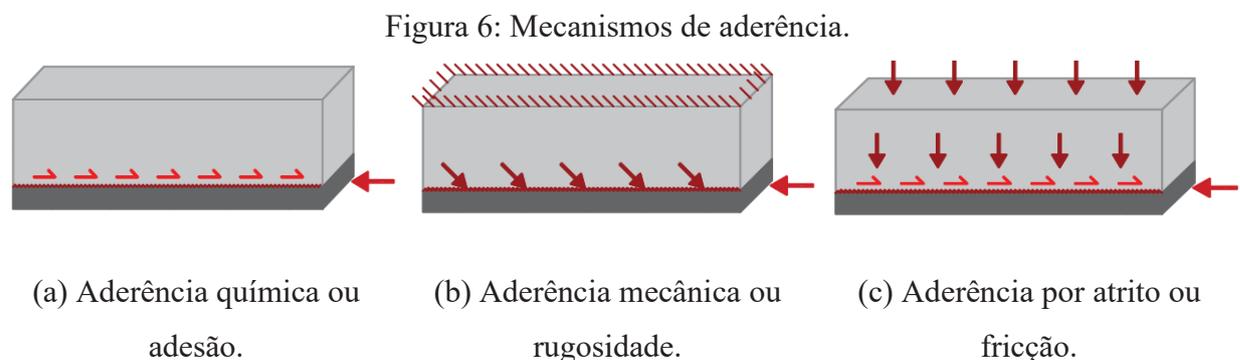
O concreto é responsável por propiciar elevada resistência à compressão, estabilidade e rigidez. Além disso, o concreto melhora a proteção ao efeito do fogo e protege o tubo de aço

contra a corrosão. O material composto é resultante da mistura em proporções adequadas de cimento, agregados finos, agregados graúdos, aditivos diversos e água. O concreto, é caracterizado geralmente, através das propriedades mecânicas: resistência à tração ( $f_t$ ), resistência à compressão ( $f_{ck}$ ), módulo de deformação longitudinal ( $E_c$ ) e coeficiente de Poisson ( $\nu_c$ ).

## 2.4 Interação aço-concreto

A interação aço-concreto consiste na capacidade de transferência de tensões através da aderência entre ambos materiais. A aderência é responsável pela transferência de tensões de cisalhamento e pelo compartilhamento de deformações na interface aço-concreto. Sem aderência entre os dois materiais, o comportamento será semelhante ao comportamento do respectivo material isolado.

Os mecanismos pelos quais as tensões de cisalhamento podem ser transferidas do núcleo de concreto para o tubo de aço são conhecidos como: aderência natural ou aderência química (adesão), aderência mecânica (rugosidade) e, aderência por atrito (fricção) (LUTZ e GERGELY, 1967). Os 3 mecanismos estão ilustrados na Figura 6.



Fonte: Adaptado de Johansson (2002).

A Figura 6 (a) ilustra o mecanismo de aderência química ou adesão, que é rompido logo nos estágios iniciais de sollicitação devido ao deslocamento entre interfaces. A Figura 6 (b) ilustra a aderência mecânica ou rugosidade, onde o aumento da sollicitação provoca uma tendência maior ao deslocamento entre interfaces. No entanto, a expansão do concreto e a restrição do tubo de aço ocasionam tensões normais. A aderência mecânica pode ser desconsiderada quando a superfície do tubo de aço é lisa.

A Figura 6 (c) ilustra a aderência por atrito ou fricção, sendo a maior contribuição para a resistência na interface aço-concreto. Esta resistência é resultante do nível de pressão entre os dois materiais e do coeficiente de atrito da superfície (LUTZ e GERGELY, 1967).

A determinação experimental da tensão de cisalhamento entre a interface aço-concreto é realizada através de ensaios de arrancamento, mensurando a força atuante para deslocar as superfícies de contato.

A determinação analítica da tensão de cisalhamento longitudinal atuante na interface aço-concreto é realizada através da equação que engloba o valor médio desta tensão, dada pela divisão da força normal aplicada ao concreto pela área de transferência da interface aço-concreto, conforme indica a Equação 1. A área de transferência da interface aço-concreto pode ser expressa pela multiplicação do perímetro da seção ( $u_a$ ) pelo comprimento do tubo de aço ( $l_v$ ).

$$\tau_{sd} \frac{N_{c,sd}}{u_a \cdot l_v} \quad \text{Equação 1}$$

Quando a parcela de aderência natural não possui resistência ao cisalhamento suficiente, conectores de cisalhamento devem ser utilizados (JOHANSSON, 2003).

#### 2.4.1 Pesquisas iniciais e pesquisas com ênfase na interação aço-concreto

As seguintes pesquisas experimentais com ênfase na interação aço-concreto podem ser destacadas:

Knowles e Park (1969) constataram a presença de tensões laterais quando o concreto começa a aumentar seu volume em altos níveis de deformação.

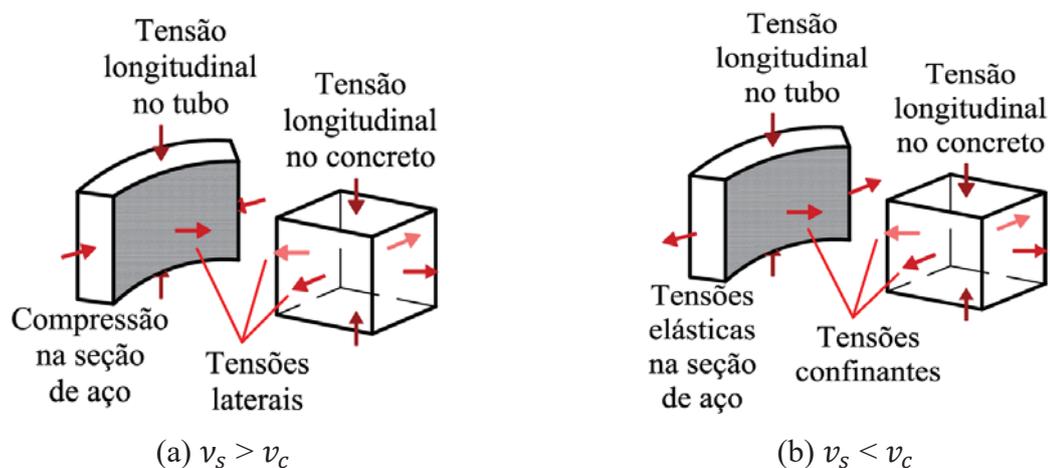
Tomii et al. (1977) indicaram que o efeito de aderência é mais efetivo em seções circulares, pois em seções quadradas ocorre dobramento das paredes do tubo, gerando uma flexão nas paredes do tubo e então, não há efeito de tensões circunferenciais no aro do tubo.

Gardner e Jacobson (1967) indicaram que quando a força axial aplicada alcança a resistência última do pilar misto, o tubo de aço atinge a falha, porém o núcleo de concreto ainda não falhou. Um acréscimo no nível de deformações do tubo de aço foi observado sem instabilidades locais, providenciado pela restrição lateral ocasionada pelo núcleo de concreto. Gardner e Jacobson (1967) indicaram que pilares mistos são significativamente afetados pela diferença entre os valores do coeficiente de Poisson do concreto e do aço. Na faixa inelástica,

causada pela dilatação volumétrica resultante da micro-fissuração interna do concreto, o coeficiente de Poisson não é constante, mas uma função da deformação axial. No estágio inicial de carregamento, o coeficiente de Poisson do concreto é menor que do aço, e por tal, o aço expande mais rapidamente na direção radial do que o concreto. Conseqüentemente, o tubo de aço não restringe o núcleo de concreto. Considerando que a aderência aço-concreto não seja quebrada, a tensão circunferencial do tubo de aço é compressiva e o concreto está sob tensão lateral, conforme é ilustrado na Figura 7 (a).

Em virtude do aumento do carregamento, o concreto comprimido começa plastificar e as deformações laterais do concreto começam alcançar aquelas do aço. Para acréscimos de força, as paredes do tubo restringem o núcleo de concreto e as tensões no aro de aço se tornam elásticas, conforme é ilustrado na Figura 7 (b). Neste estágio e para maiores carregamentos, o núcleo de concreto está sob tensões triaxiais e o tubo de aço sob tensões biaxiais. Como há presença de tensões no aro de aço, o tubo de aço não comporta mais resistência plástica na direção da força axial aplicada e apresenta instabilidade local.

Figura 7: Condições de contorno em diferentes estágios de carregamento.



Fonte: Adaptado de Gardner e Jacobson (1967).

Basu (1967) assumiu que há tensões de compatibilidade entre o aço e o concreto, rompendo esta ligação quando os pilares mistos assumem sua capacidade máxima.

Virdi e Dowling (1980) estudaram três grupos de pilares mistos tubulares circulares de acordo com a superfície interna: torneada sem irregularidades geométricas, lubrificadas sem aderência e sem tratamento. Os resultados indicaram que o fator mais importante para o bom funcionamento do sistema são contato mecânico entre o concreto e as irregularidades do tubo de aço. Estas imperfeições podem ser referentes a rugosidade superficial do tubo de aço

ou de ondulações oriundas da tolerância de fabricação. As irregularidades do tubo de aço constituem um segundo intertravamento, que contribui para a resistência ao cisalhamento após a quebra do intertravamento inicial. Portanto, há um primeiro micro-travamento e um segundo macro-travamento.

Johansson e Gylltoft (2002) indicaram influência da aderência quando a força é aplicada somente no núcleo de concreto. Aumentando a aderência da interface a contribuição do tubo de aço também cresce. Por outro lado, quando a aderência é reduzida o tubo de aço trabalha apenas como confinador pela restrição lateral oferecida ao núcleo de concreto.

De Nardin (2003) indicou que não há influência da aderência sobre a capacidade do pilar quanto este é flexo-comprimido e o carregamento é aplicado na seção mista.

Aly et al. (2010) indicaram que concretos de menor resistência obtiveram maiores tensões na interface aço-concreto. A tensão lateral é reduzida em 20 % para concretos de alta resistência devido a menor expansão volumétrica. Concretos de alta resistência possuem maior retração que concretos de resistência normal, o que causa menores contatos na interface aço-concreto, resultando em uma redução na resistência da ligação.

Liew e Xiong (2012) constataram que o confinamento influencia diretamente a tensão circunferencial no aro do tubo de aço. A tensão circunferencial no aro do tubo pode atingir a tensão de escoamento quando a força é aplicada somente na seção de concreto, mas não pode alcançar a tensão de escoamento quando a força é aplicada na seção mista, visto que ocorrem tensões longitudinais.

Tao et al. (2016) indicaram que tubos de aço inoxidável possuem menor aderência do que tubos de aço carbono. O decréscimo na força de ligação está diretamente ligado com a menor rugosidade das paredes da seção do aço inoxidável. Seções circulares obtiveram melhor força de aderência. A força de aderência decresce notavelmente com o aumento das dimensões da seção transversal e a idade do concreto. Para aumentar a força de ligação, anéis internos soldados são mais efetivos que conectores de cisalhamento e concretos expansivos.

Xiong et al. (2017) verificaram que modelos solicitados somente no núcleo de concreto caracterizaram comportamento conjunto para pequenos estágios de carregamento, seguido pela ruptura na ligação aço-concreto com a força sendo resistida apenas pelo núcleo de concreto. Significante confinamento e tensão de fricção foram desenvolvidos após a expansão volumétrica do concreto. Consequentemente, a força foi transferida ao núcleo de concreto para o tubo de aço e os dois elementos trabalharam juntos até o modelo falhar. Isso resultou em uma maior resistência, se comparado a modelos solicitados na seção mista que tiveram ruptura na ligação aço-concreto em estágios iniciais quando o coeficiente de Poisson

do aço era maior que o do concreto. As lacunas formadas na interface aço-concreto fecharam-se após o aumento do coeficiente de Poisson do concreto, mas a força resistida foi menor.

#### **2.4.2 Relação entre interação aço-concreto e o modo de solicitação**

Há uma relação direta entre a interação aço-concreto e o modo de solicitação ao qual o tubo de aço está submetido. Nesta seção, três formas de aplicação de forças ao pilar misto foram avaliadas: força aplicada somente no tubo de aço, força aplicada somente no núcleo de concreto e força aplicada simultaneamente na seção mista, ou seja, distribuindo a solicitação no tubo de aço e no núcleo de concreto (OLIVEIRA, 2008).

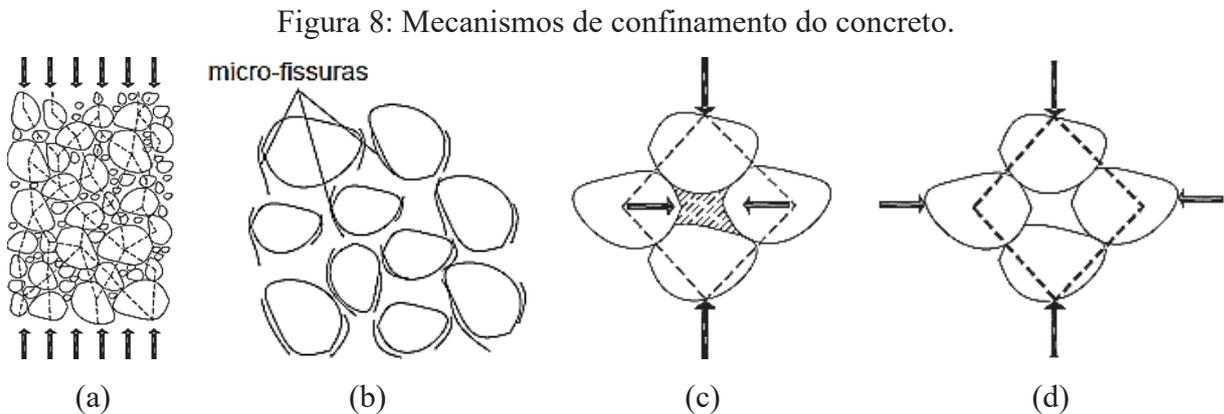
Quando a força é aplicada somente no tubo de aço, o tubo inicia um comportamento de expansão radial, ocorrerá separação entre os materiais logo nos estágios iniciais, e então, a aderência é superada, se tornando neste tipo de solicitação, insignificante.

Quando a força é aplicada somente no núcleo de concreto, este resiste singularmente perante a força aplicada durante o início da aplicação da força, sem considerar expansão volumétrica. Conforme a força aplicada aumenta, inicia o processo de expansão volumétrica do núcleo de concreto em direção as paredes do tubo de aço, exercendo pressão de contato e criando tensões de cisalhamento na interface aço-concreto. Quanto maior o coeficiente de atrito maior será a força encaminhada para o tubo de aço e conseqüentemente maior será sua participação na resistência da seção mista. Em contraponto, quanto maior for o direcionamento de forças para o tubo de aço, antes será alcançado o nível de escoamento do mesmo. A aderência aço-concreto pode ser desprezada em níveis baixos de tensão aplicada no núcleo de concreto. No entanto, sua atuação é inevitável quando os níveis de tensão aplicada no núcleo de concreto são altos (OLIVEIRA, 2008).

Quando a força é aplicada na seção mista, há uma compatibilização de deformações que atuam sobre os materiais e os deslocamentos entre ambos são inibidos. Portanto, não ocorrem tensões de cisalhamento na interface aço-concreto em um primeiro estágio de carregamento. Por este motivo, em pesquisas clássicas se considerou a aderência na interface aço-concreto insignificante. Por outro lado, tensões de contato em um segundo estágio de carregamento são evidentes, pois à medida que o concreto é mobilizado ocorre a expansão volumétrica do mesmo, o tubo de aço passa a atuar como uma restrição lateral frente ao concreto em expansão e a aderência passa a ter importância. Mas, à medida que o tubo de aço possui maior participação e sua tensão limite é atingida, seu trabalho confinador perde efetividade reduzindo a tensão na interface aço-concreto.

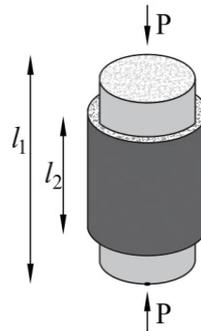
## 2.5 Confinamento do concreto

O efeito de confinamento no concreto pode ser explicado inicialmente considerando o material no estado de compressão uniaxial. Considerando os agregados como componentes rígidos do concreto, estes possuem centros de gravidade por onde passam vetores que representam forças de compressão, conforme ilustra a Figura 8 (a). A coesão da pasta de cimento que envolve estes agregados é uma componente lateral que garante o equilíbrio de forças, Figura 8 (b). O acréscimo de força aplicada provoca micro fissuras na interface entre os agregados e a pasta, onde o contínuo acréscimo de força aplicada amplia a fissuração nesta interface até atingir a ruptura paralela a força aplicada, Figura 8 (c). O efeito de confinamento do concreto cria um vetor horizontal que aumenta a resistência a coesão desta interface, reorganizando o equilíbrio de forças internas do concreto e consequentemente aumentando a resistência do conjunto, Figura 8 (d).



O confinamento do concreto pode ser realizado de forma passiva ou de forma ativa. O confinamento ativo consiste na aplicação de um líquido confinante. O confinamento passivo pode ser explicado considerando um pilar constituído de material elástico-linear submetido à força axial, com dimensões quaisquer e sem restrições laterais, conforme ilustra a Figura 9. A força axial provoca encurtamento axial que se condiciona ao módulo de elasticidade do material e uma expansão volumétrica que se condiciona ao coeficiente de Poisson deste material.

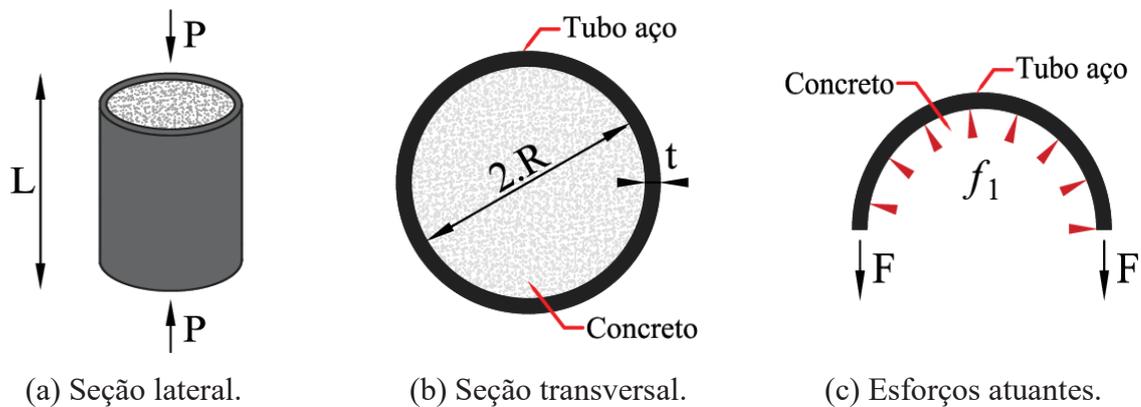
Figura 9: Pilar submetido à compressão axial.



Fonte: Adaptado de Carrazedo (2002).

Considerando a presença de restrições laterais oriundas da implantação de um tubo de paredes finas e o núcleo deste pilar submetido à uma mesma força axial, conforme ilustra a Figura 10, há o mesmo efeito no material que compõe o núcleo deste pilar. No entanto, a presença de um material circundante faz com que ocorra uma restrição lateral que recebe deformação provocada pelo núcleo, desenvolvendo assim uma pressão ( $f_1$ ).

Figura 10: Pilar misto circular submetido à compressão axial.



Fonte: Adaptado de Carrazedo (2002).

As pressões laterais se desenvolvem devido a combinação de restrições impostas pelo tubo de aço e da expansão lateral do concreto. A relação entre pressão interna e o esforço de tração provocado na parede do tubo pode ser obtida através do equilíbrio de esforços da seção transversal, conforme indica a Equação 2.

$$-2.F + \int_0^\pi f_1 \cdot R \cdot \text{sen}\alpha \cdot d\alpha = 0$$

Equação 2

Considerando ( $F$ ) como a resultante de tração por unidade de comprimento do tubo, ( $R$ ) é o raio do tubo e ( $\alpha$ ) é o ângulo interno do tubo. Através da Equação 2, pode ser obtida a relação entre pressão lateral ( $f_1$ ) e o esforço na parede do tubo ( $F$ ), conforme indica a Equação 3.

$$F = f_1 \cdot R \quad \text{Equação 3}$$

Considerando que a tensão seja constante ao longo da parede do tubo de espessura  $t$ , a tensão atuante no tubo na direção circunferencial ( $f_p$ ) é indicada conforme a Equação 4.

$$f_p = F/t \quad \text{Equação 4}$$

Substituindo ( $F$ ) por ( $f_1 R$ ) se obtém a relação entre pressão lateral e a tensão no tubo, como indica a Equação 5.

$$f_p = f_1 \cdot R/t \quad \text{Equação 5}$$

Considerando a área transversal do núcleo do pilar como indica a Equação 6.

$$A_c = \pi \cdot R^2 \quad \text{Equação 6}$$

Considerando a área transversal do tubo que envolve o núcleo do pilar, como indicado na Equação 7.

$$A_p = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot t \quad \text{Equação 7}$$

A taxa volumétrica do material que compõe o tubo ( $\rho_p$ ) é indicada na Equação 8.

$$\rho_p = A_p/A_c \quad \text{Equação 8}$$

Considerando o regime elástico, a relação entre a pressão lateral ( $f_1$ ) e a tensão atuante no tubo na direção circunferencial ( $f_p$ ), a Equação 9 indica a taxa volumétrica do material que compõe o tubo ( $\rho_p$ ).

$$\rho_p = A_p / A_c \quad \text{Equação 9}$$

O confinamento passivo é dependente da dilatação lateral do núcleo de concreto e do comportamento da relação tensão  $\times$  deformação deste material sob estado confinado. Para obter o modelo de comportamento de um pila misto, informações acuradas sobre a expansão lateral do núcleo de concreto são necessárias (CANDAPPA et al., 1999).

## 2.6 Comportamento geral de um pilar submetido à compressão axial

As deformações que um elemento estrutural pode apresentar dependem da configuração do esforço recebido e da distribuição destes esforços através de sua composição geométrica e mecânica. Um pilar pode ser submetido à esforços isolados ou combinados de compressão, momento fletor, cortante e torsão.

Esforços de compressão ocorrem quando uma força axial é aplicada ao centro geométrico da seção transversal de um pilar e a tensão resultante é uniforme ao longo desta seção transversal. Este esforço pode ser denominado como uma força axial concêntrica. No entanto, quando uma força axial não é aplicada no centro geométrico da seção transversal, ocorrem momentos fletores, e por consequência, a tensão resultante não é uniforme ao longo desta seção. A distância entre o ponto de aplicação da força axial e o centro geométrico da seção transversal é denominada excentricidade, e então, esta força, é denominada como uma força axial excêntrica.

Quando um pilar está submetido à uma força axial excêntrica, esforços de compressão e momentos fletores ocorrem de maneira combinada, ou seja, há um esforço de compressão axial e um esforço de flexão. Neste caso, o pilar está submetido à esforços de flexo-compressão.

Quando a força axial excêntrica é aplicada em relação a uma única direção da seção transversal, há presença desta força axial e de um momento fletor, então, o pilar está submetido à flexo-compressão normal. Considerando uma seção quadrada ou retangular, quando a força axial excêntrica é aplicada em relação a duas direções em relação a seção

transversal, existe uma força axial e dois momentos fletores atuando nas duas direções, então, o pilar está submetido à flexo-compressão oblíqua.

Um pilar misto sob força axial atingirá sua capacidade máxima no mesmo instante do surgimento de instabilidades ou no instante do escoamento da seção.

O escoamento da seção ocorrerá em pilares mistos que possuem tubos com espessuras elevadas e toda a seção comprimida atinge a tensão de escoamento do material.

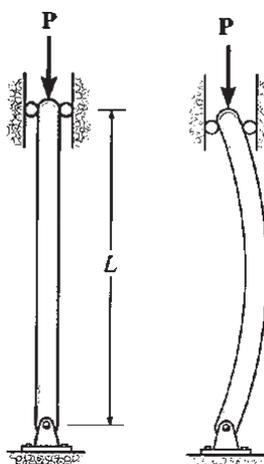
Instabilidades consistem na falha súbita e dramática do elemento, onde um pequeno acréscimo de força provoca grandes acréscimos de deformação. Instabilidades podem ocorrer sem que necessariamente o limite de escoamento do material seja atingido. Instabilidades podem ser locais ou globais.

Instabilidades locais são caracterizadas pela falha de uma região concentrada ao longo da seção transversal do pilar misto, com maior probabilidade de ocorrência em pilares curtos com tubos de aço de paredes finas.

Instabilidades globais são caracterizadas pela falha de todo o elemento, geralmente apresentando deflexão lateral causada por flexão no eixo longitudinal do pilar. Caso um pilar misto seja solicitado axialmente e esbelto, uma força axial de compressão pode ser suficientemente grande para provocar a deflexão lateral. Especificamente, elementos comprimidos e esbeltos sujeitos a uma força axial de compressão também são chamados de colunas (HIBBELER, 2004).

Esta configuração é ilustrada na Figura 11, considerando uma coluna bi rotulada, inicialmente perfeitamente reta, e sob força axial de compressão, apresentando deflexão lateral com uma única curvatura.

Figura 11: Coluna bi rotulada com deflexão lateral em uma única curvatura.



Fonte: Adaptado de Hibbeler, 2004.

Ainda em termos de nomenclatura, alguns autores também, quando a excentricidade aplicada é igual a zero, usualmente denominam o pilar misto em compressão como coluna. Por outro lado, usualmente denominam como viga-coluna se este está com esforços combinados de compressão e momentos fletores devido ao comportamento de flexão provocado no pilar. Na nomenclatura desta pesquisa, se utiliza apenas os termos pilares sob força axial concêntrica ou sob força axial excêntrica.

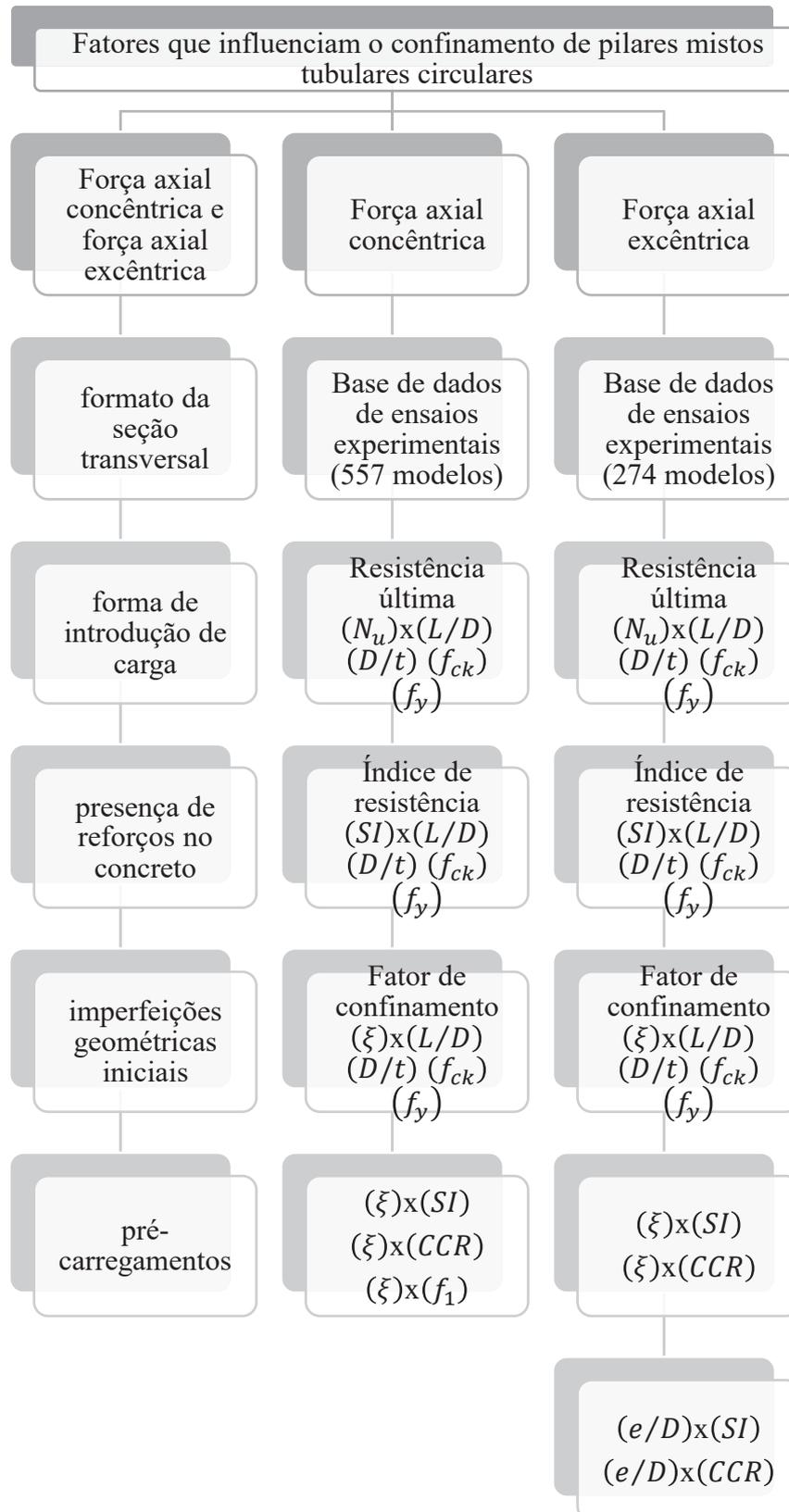
## 2.7 Fatores que influenciam o comportamento de pilares mistos tubulares

Dentre os principais fatores que influenciam o comportamento de pilares mistos tubulares, podem ser citados: índice de esbeltez global ( $L/D$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), índice de excentricidade ( $e/D$ ), formato da seção transversal, forma de introdução de carga, presença de reforços no concreto, imperfeições geométricas iniciais, pré-carregamentos e falhas entre a seção de concreto e o tubo de aço.

Inicialmente, esta pesquisa abordará a influência dos seguintes parâmetros: formato da seção transversal, forma de introdução de carga, presença de reforços no concreto, pré-carregamentos e falhas entre a seção de concreto e o tubo de aço.

Esta pesquisa, reúne uma base de dados composta por pilares de seção transversal circular, solicitados uniformemente e simultaneamente na seção mista, sem presença de reforços no concreto, sem influência de pré-carregamentos e falhas entre a seção de concreto e o tubo de aço. Por tal, estas variáveis iniciais serão abordadas brevemente, para que adiante, sejam abordadas com mais ênfase as variáveis: índice de esbeltez global ( $L/D$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e índice de excentricidade ( $e/D$ ). E a influência destas variáveis, seja medida com relação aos parâmetros de desempenho: resistência última ( $N_u$ ), índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ), índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) e tensão de confinamento ( $f_1$ ). A Figura 12 ilustra a organização da análise sobre os fatores que influenciam o comportamento de pilares mistos tubulares.

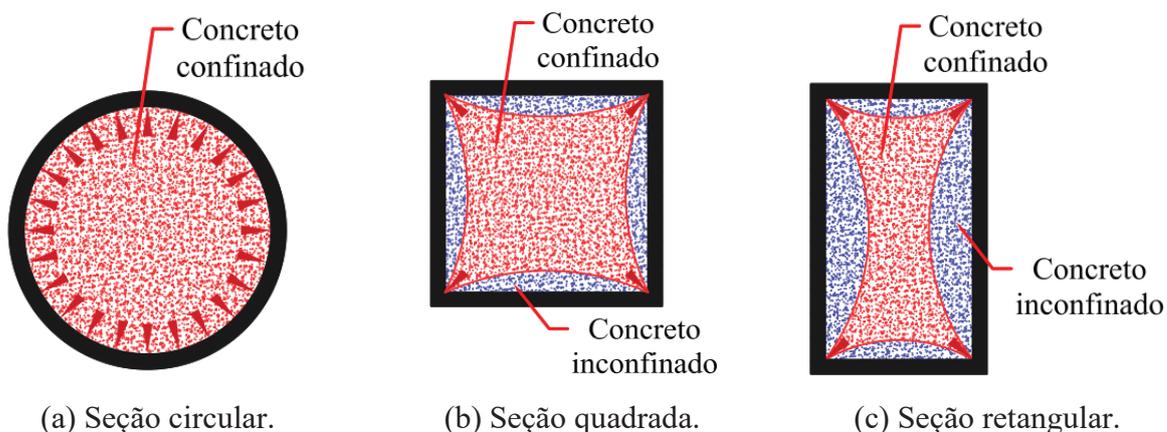
Figura 12: Organização da análise sobre fatores x comportamento.



### 2.7.1 Influência do formato da seção transversal

A seção transversal afeta de forma significativa o efeito de confinamento do concreto. Em seções circulares há o mesmo grau de confinamento ao longo de toda a seção transversal, conforme ilustra a Figura 13 (a). Em seções quadradas e retangulares o grau de confinamento varia na seção transversal, conforme ilustra a Figura 13 (b) e a Figura 13 (c).

Figura 13: Tensão de confinamento em seção circular, retangular e quadrada.



Fonte: Adaptado de De Nardin (2003).

Knowles e Park (1969) identificaram que a resistência característica à compressão do concreto em pilares circulares curtos aumentou devido ao efeito de confinamento. No entanto, em pilares quadrados e retangulares curtos não houve aumento significativo.

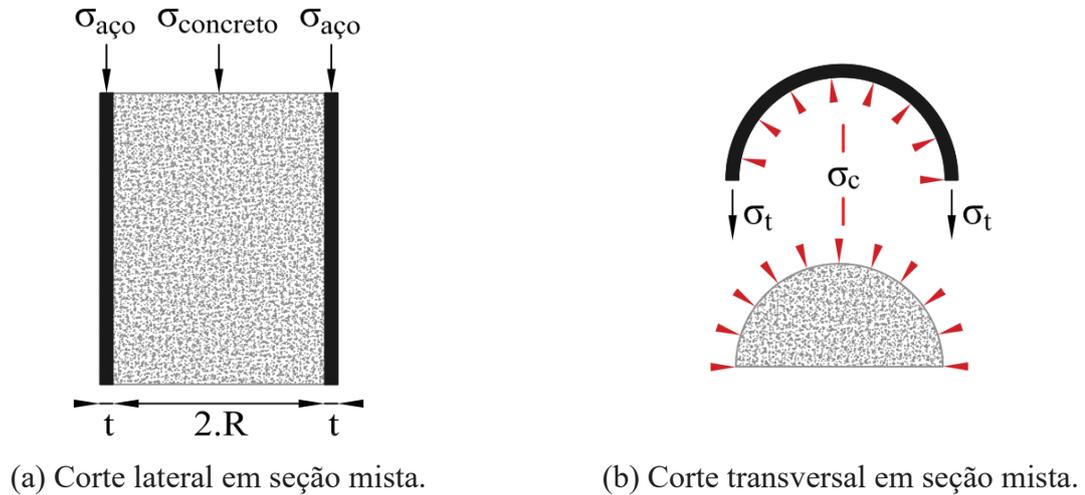
Tommi et al. (1977) indicaram que para altos níveis de força axial, seções circulares e octogonais desenvolvem confinamento. Seções quadradas, pelo contrário, forneceram baixíssimo efeito de confinamento. Isso pode ser explicado pelo fato de que as paredes do tubo quadrado sofrem flexão causada pela pressão do concreto, ao invés de apresentarem tensões circunferenciais.

Ren et al. (2014) identificaram que modelos de seção circular apresentaram maior resistência axial comparado a modelos de outras seções transversais. A resistência axial dos modelos decresceu 16.00 %, 25.10 %, 28.40 %, 32.10 % e 40.00 %, alterando a seção transversal circular para seções transversais: 1/4 circular, D, leque, 1/2 circular e triangular, respectivamente.

O aumento da resistência do pilar misto preenchido em função do estado de confinamento do concreto é maior em seção circular devido ao melhor desempenho que a geometria desta seção propicia quando o concreto inicia o processo de expansão volumétrica.

Este comportamento é explicado em Johansson e Akesson (2001), onde a tensão do concreto em expansão ( $\sigma_c$ ) gera uma tensão circunferencial de tração no tubo de aço ( $\sigma_t$ ) que está confinando o concreto. A Figura 14 ilustra esta ação.

Figura 14: Tensão na interface aço-concreto em seção mista circular.



Fonte: Adaptado de Johansson e Akesson (2001).

A relação entre a tensão do tubo de aço e a tensão no núcleo de concreto é indicada na Equação 10:

$$\sigma_c = \left(\frac{t}{R}\right) \cdot \sigma_t \quad \text{Equação 10}$$

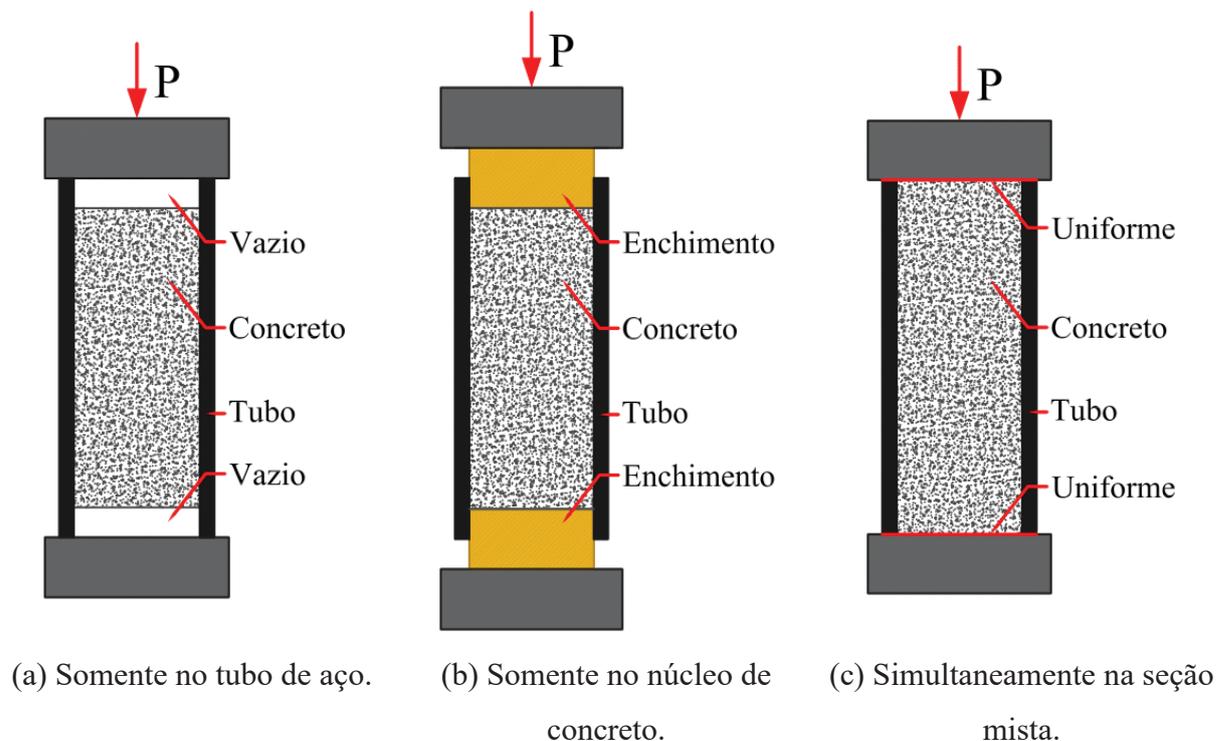
### 2.7.2 Influência da forma de introdução de carga

A variação na condição de carregamento está atrelada a configuração de ligação do pilar misto com o restante da estrutura, especificamente a ligação pilar-viga ou pilar-pilar. A forma de introdução de carga altera por consequência estados de confinamento do núcleo de concreto. De acordo com o modelo de mobilização das seções componentes, pode haver ou não efeito de confinamento.

Dentre as diversas formas de introdução de carga em um pilar misto, a Figura 15 ilustra 3 situações básicas abordadas nesta pesquisa: a Figura 15 (a) ilustra a aplicação da força somente no tubo de aço do pilar misto, a Figura 15 (b) ilustra a aplicação de carga somente no núcleo de concreto do pilar misto e por fim, a Figura 15 (c) ilustra a aplicação da

força na seção mista. Estas situações básicas são elucidativas o suficiente para explicar como estes materiais se comportam perante a variação da aplicação da carga.

Figura 15: Formas de introdução de carga aqui citadas.



Fonte: Adaptado de Oliveira (2008).

Sakino et al. (1985) identificaram que quando o tubo de aço e o concreto são solicitados simultaneamente, o tubo exerce confinamento ao concreto somente após o escoamento, enquanto que, efeitos de confinamento são visíveis em estágios iniciais quando a solicitação é realizada apenas no núcleo de concreto. O'shea e Bridge (2000) identificaram maior grau de confinamento do núcleo de concreto com a aplicação de força axial somente no núcleo de concreto, utilizando o tubo de aço apenas como uma restrição circunferencial à expansão radial do núcleo de concreto. Johansson e Gylltoft (2002) identificaram que solicitando apenas a seção de concreto, a estabilidade do pilar é perdida por uma combinação de instabilidade local do tubo de aço e esmagamento do núcleo de concreto. De Oliveira et al. (2009) identificaram que aplicar o carregamento em toda a seção ou somente no núcleo de concreto não modifica significativamente o comportamento das relações tensão x deformação, mas modifica a capacidade resistente. O maior efeito de confinamento devido a aplicação de força na seção de concreto é verificado nos pilares de concreto reforçados por um tubo de aço,

onde forças axiais são aplicadas apenas no núcleo de concreto e assim, é ampliado o efeito de confinamento (PORTOLÉS et al., 2011).

### **2.7.3 Influência da presença de reforços no concreto**

Gopal e Manoharan (2006) indicaram que a contribuição do concreto reforçado com fibras é mais favorável em modelos esbeltos. Ainda que modelos reforçados por fibras apresentam relativamente maior rigidez, a ductilidade é igual. Portolés et al. (2013) identificaram que a adição de fibra de aço tem predominância sobre a estabilidade local do pilar misto, porque em pilares com esbeltez maior predomina o comportamento global sobre o comportamento local e efeitos de segunda ordem são superiores a melhora que as fibras de aço podem fornecer. A adição de fibras aumenta a ductilidade em pilares com concreto normal, mas não é efetiva em pilares com concreto de alta e ultra resistência. Assim, a melhor opção é a utilização de reforço em vergalhões comparado ao reforço com fibras de aço. Lu et al. (2015) ao reforçarem um concreto com 0.6 %, 0.9 % e 1.2 % de fibras de aço, obtiveram 2.0–6.0 %, 4.0–10.0 % e 5.0–14.0 % de acréscimo na força última resistente de pilares mistos tubulares circulares, respectivamente. Utilizar concreto reforçado por fibras é o método mais eficiente para ampliar o índice de ductilidade em pilares mistos com paredes finas. Além disso, adicionar fibras ao concreto não irá aumentar significativamente o custo e a dificuldade construtiva. Também deve ser observado que a adição de fibras é benéfica para a resistência ao fogo do pilar misto.

### **2.7.4 Influência de imperfeições geométricas iniciais**

Ghasemian e Schmidt (1999) estudaram modelos curvos com raio de curvatura inicial de 2 mm, 4 mm e 10 mm, indicando que a capacidade de carga diminui significativamente com o acréscimo da curvatura inicial. No entanto, a ductilidade aumenta. Han et al. (2011) indicaram que pilares curvos possuem alta ductilidade, apresentando falha por instabilidade global. Este comportamento é similar a pilares mistos retos sob força axial excêntrica, ainda que modelos curvos sob força axial concêntrica apresentam resistência axial levemente superior aos modelos retos equivalentes sob força axial excêntrica. Zeghiche e Chaoui (2005) indicaram que deslocamentos são significativamente maiores para pilares sob força axial excêntrica com curvatura simples, intermediários para pilares sob força axial pura e significativamente menores para pilares sob força axial excêntrica com dupla curvatura.

### **2.7.5 Influência de pré carregamentos**

No processo construtivo de edifícios de múltiplos pavimentos com pilares mistos, geralmente, o tubo de aço sem preenchimento de concreto é fixado a estrutura, para que posteriormente, o concreto seja bombeado na seção vazada do tubo de aço, muitas vezes, após múltiplos pavimentos terem sido fixados. Neste processo o tubo de aço é usualmente pré-solicitado com o peso próprio da estrutura antes que o concreto solidifique e tenha sua capacidade de carga final, considerando inclusive o próprio peso do concreto não solidificado. De acordo com a magnitude do carregamento, esta tensão inicial pode gerar uma deformação inicial no tubo de aço. Liew e Xiong. (2009) indicaram que o efeito do pré carregamento pode ser desconsiderado quando o índice de pré carregamento for inferior a 0.2. No entanto, quando o índice for superior a 0.6 há uma redução na capacidade resistente do pilar superior a 20 %. Chang et al. (2009) identificaram que pilares pré-solicitados excentricamente geralmente possuem maior capacidade de carga. Porém, aumentando a taxa de excentricidade, esta diferença em relação a um pilar solicitando concentricamente diminui.

### **2.7.6 Influência de falhas entre a seção de concreto e o tubo de aço**

Pilares mistos preenchidos apresentam grandes vantagens como alta resistência, ductilidade e facilidade no processo construtivo. No entanto, na prática podem ocorrer falhas entre o tubo de aço e o núcleo de concreto. Essas falhas podem ser fruto de deformações oriundas da retração do núcleo de concreto, que podem ocorrer devido a proporção inadequada da mistura e do processo de cura da mistura. De mesmo modo, em estruturas de grande porte, a expansão inconsistente entre o núcleo de concreto e o tubo de aço devido a diferença de temperatura externa também pode causar falhas do tipo circunferenciais (LIAO et al., 2019). As duas principais formas de falha em estruturas mistas são do tipo circunferenciais e falha de segmento. Enquanto a primeira é comum em estruturas de grandes dimensões, a segunda é comum em estruturas horizontais ou com inclinações (LIAO et al, 2019). Xue et al. (2012) identificaram que instabilidades locais em modelos com falha são mais sérias do que em modelos sem falha. A resistência última de modelos com falha foi menor comparada a modelos sem falha. Em modelos com falha sob força axial concêntrica, a força resistente se reduz mais rapidamente após a força resistente última ser obtida quando comparada a modelos sem falha. No entanto, para modelos solicitados excentricamente, a

relação força x deslocamento é a mesma. Liao et al. (2013) investigou experimentalmente a influência de falhas na capacidade resistente de pilares mistos de seção circular submetidos à força axial concêntrica. Causado pelo efeito de confinamento do tubo de aço sob o núcleo de concreto, uma seção sem falha apresenta uma distribuição de tensão longitudinal constante ao longo da circunferência. No caso contrário, onde há presença de falha, à medida que o índice de falha aumenta há um acréscimo na desigualdade na distribuição de tensões na seção. Liao et al (2013) classifica o efeito de confinamento na seção com falha em 3 categorias: na região da falha não há presença de confinamento, próximo da falha, em uma região de transição, o concreto está parcialmente confinado e, finalmente, na região oposta o concreto está sob condição normal de confinamento. Como conclusão, Liao et al (2013) propuseram que a influência da presença de uma falha no efeito de confinamento necessita ser levada em conta no dimensionamento de pilares mistos preenchidos quando esta for superior a 0.05 %. Han et al. (2016) investigou experimentalmente a influência de falhas na capacidade resistente de pilares mistos de seção circular submetidos à força axial excêntrica. Os resultados indicaram influência significativa de falhas na performance do pilar misto sob força axial excêntrica. Quando foi comparado a seção sem falha com a seção com falha de 2.2 %, o decréscimo na capacidade resistente foi de 27 % a 32 %. Quando a falha é igual ou inferior a 0.05 %, a redução na capacidade resistente da seção ficou dentro de 5 %. Como conclusão, Han et al. (2016) sugere o valor de 0.05 % como limite prático para dimensionamento. Liao et al (2019) desenvolveram um estudo experimental para avaliar a influência de falhas existentes entre o tubo de aço e o núcleo de concreto na performance de pilares mistos preenchidos. Os resultados indicaram que a existência de falhas provoca significativo aumento de instabilidades locais no tubo de aço e fissuramento do concreto. Esta tendência aumenta severamente com o aumento da força axial. A ductilidade e capacidade de dissipação de energia também se mostraram menores onde havia presença de falhas no pilar misto. A falha circunferencial demonstrou ser mais influente na capacidade resistente do pilar comparada a falha de seção. Modelos sob força excêntrica se mostraram mais sensíveis a falhas comparados a outras condições de carregamento.

## **2.8 Parâmetros de desempenho para analisar a influência de variáveis no comportamento de um pilar misto tubular circular**

Uma maneira de analisar a influência de variáveis no comportamento de um pilar misto é utilizando parâmetros de desempenho. Além da resistência última ( $N_u$ ), parâmetros

de desempenho como índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ), índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) e tensão de confinamento ( $f_1$ ), são analisados nesta pesquisa.

Ainda existem outros parâmetros de desempenho para analisar a influência de variáveis no comportamento de um pilar misto tubular circular, como parâmetros para quantificar a rigidez e ductilidade de uma seção mista, como por exemplo, o índice de resistência residual ( $N_{res}/N_u$ ) e, o índice de ductilidade ( $DI = \varepsilon_{85}/\varepsilon_u$ ).

O índice de resistência residual ( $N_{res}/N_u$ ) contabiliza o ganho de ductilidade propiciado pela seção mista. O termo ( $N_{res}$ ) se refere a força resistente residual após o pilar misto atingir o pico de resistência última e ( $N_u$ ) se refere a resistência última obtida. O índice de resistência residual não é abordado nesta pesquisa devido ao parâmetro ( $N_{res}$ ) não estar presente em algumas pesquisas.

O índice de ductilidade ( $DI = \varepsilon_{85}/\varepsilon_u$ ) tem objetivo de quantificar a ductilidade do pilar misto (GE E USAMI, 1996). O termo ( $\varepsilon_u$ ) se refere a deformação referente a resistência última ( $N_u$ ) e, ( $\varepsilon_{85}$ ) se refere a deformação quando a força aplicada atinge  $0.85(N_u)$ . O índice de ductilidade ( $DI = \varepsilon_{85}/\varepsilon_u$ ) não é abordado a seguir pelo motivo de que informações sobre a relação tensão x deformação de modelos experimentais não estão presentes em todas as pesquisas disponíveis na bibliografia.

### **2.8.1 Resistência última em pilares mistos tubulares circulares**

A resistência última ( $N_u$ ) é a máxima força resistente ou o primeiro pico da relação força x deslocamento, se a força máxima for obtida abaixo da deformação correspondente a 0.01 (TAO et al., 2008; UY et al., 2011), ou seja, é definida como a força resistente máxima correspondente com a deformação limite de 0.01.

### **2.8.2 Índice de resistência em pilares mistos tubulares circulares**

Índices de performance como o índice de resistência ( $SI$ ) são definidos para determinar o grau de resistência e ampliação da ductilidade em pilares mistos. O índice de resistência ( $SI$ ) pode ser introduzido para acessar a capacidade máxima de uma seção mista relativa em relação a soma da resistência individual de cada componente (HAN et al., 2005; TAO et al., 2008; GULER et al., 2013; PORTOLÉS et al., 2013; HAN et al., 2011; DING et al., 2015; SONG E XIANG, 2020), sendo expresso pela Equação 11.

$$SI = \frac{N_u}{A_s f_y + A_c 0.80 f_{ck}} \quad \text{Equação 11}$$

Onde ( $N_u$ ) é a resistência última do pilar misto determinado através de ensaios experimentais, modelos numéricos ou normativos.  $A_s$  e  $A_c$  são as áreas da seção transversal do tubo de aço e do núcleo de concreto respectivamente,  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço e  $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto. O fator 0.80 é utilizado no cálculo da resistência da seção transversal de concreto para compensar incertezas inerentes ao próprio concreto. Altos valores para o índice  $SI$  refletem uma interação positiva entre o tubo de aço e o núcleo de concreto, como o aumento da tensão resistente do concreto causado pelo efeito de confinamento e o atraso no surgimento de imperfeições locais no tubo de aço causado pela restrição lateral propiciada pela presença do núcleo de concreto.

### 2.8.3 Fator de confinamento em pilares mistos tubulares circulares

O fator de confinamento ( $\xi$ ) pode ser empregado para seções tubulares circulares para representar a efetividade do comportamento misto da seção transversal na capacidade em confinar o concreto e resistir a instabilidades locais (HAN et al., 2011; HAN et al., 2005; UY et al., 2011). O fator  $\xi$  é comumente adotado para avaliar a performance do pilar misto (YE et al. 2016), considerado como o principal fator que afeta a interação entre tubo de aço e núcleo de concreto (CHEN et al., 1996). A relação entre a resistência do tubo de aço e núcleo de concreto (GULER et al., 2013), é expressa pela Equação 12.

$$\xi = \frac{A_s \cdot f_y}{A_c \cdot f_{ck}} \quad \text{Equação 12}$$

Altos valores para o fator  $\xi$  refletem a capacidade do tubo de aço realizar uma restrição lateral ao concreto, mobilizando tensões de confinamento.

#### 2.8.4 Índice de contribuição do concreto em pilares mistos tubulares circulares

O índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) pode ser expresso para contabilizar à amplificação da resistência do pilar misto devido a presença do concreto (GULER et al., 2013; CHEN et al., 2018), sendo expresso pela Equação 13.

$$CCR = \frac{N_u}{N_{u,hollow}} \quad \text{Equação 13}$$

Onde o termo ( $N_u$ ) se refere a resistência última obtida do pilar misto preenchido por concreto e ( $N_{u,hollow}$ ) se refere a resistência última obtida em um pilar de aço não preenchido por concreto através de ensaios experimentais, modelos numéricos ou modelos normativos.

#### 2.8.5 Tensão de confinamento em pilares mistos tubulares circulares

Mander et al. (1988) propôs um modelo para concreto confinado aplicável a modelos circulares com reforços transversais. Neste modelo, a tensão de confinamento ( $f_1$ ) é expressa pela Equação 14.

$$f_1 = \frac{0.2f_y t}{D} \quad \text{Equação 14}$$

Onde  $t$  é a espessura do tubo de aço e  $D$  é o diâmetro do tubo de aço.

### 2.9 Comportamento experimental de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica

Este capítulo fornece uma abordagem sobre os principais fatores que influenciam o comportamento de pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica, tanto em relação a propriedades geométricas, como em relação a propriedades mecânicas.

Os parâmetros índice de esbeltez global ( $L/D$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) foram analisados para verificar sua influência no desempenho estrutural de pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica.

Os exemplares experimentais foram analisados em relação a fatores de influência através de padrões de desempenho existentes. Além da resistência última ( $N_u$ ), parâmetros de desempenho como: índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ), índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) e tensão de confinamento ( $f_1$ ) foram analisados.

Este capítulo inicia demonstrando as propriedades geométricas e mecânicas dos exemplares experimentais que formam a base de dados utilizada neste capítulo. Em seguida, são apresentados os resultados, relacionando os parâmetros de influência aos parâmetros de desempenho. Por fim, são apresentadas conclusões gerais obtidas através deste capítulo.

### 2.9.1 Base de dados de ensaios experimentais com pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica

As pesquisas de Goode (2006) e Wu (2006) reuniram respectivamente 1792 e 1514 resultados de 92 e 104 exemplares experimentais com pilares mistos tubulares circulares e retangulares. Tao et al. (2008) reuniu 2194 resultados, sendo destes, 1232 para modelos circulares. Kang et al. (2015) reuniu 904 resultados de modelos circulares. Esta pesquisa reúne 557 resultados para modelos circulares sob força axial concêntrica. Pesquisas em que a resistência característica à compressão do concreto foi obtida através de amostras cúbicas foram convertidas para a resistência característica à compressão obtida em amostra cilíndrica. Para essa conversão, foram utilizadas as relações presentes na norma EN 206-1 para concretos de resistência característica à compressão menor ou igual à 50 MPa, e, a relação desenvolvida por Chen et al. (1996), presente na pesquisa de Yu et al. (2008), para concretos com resistência característica à compressão superior à 50 MPa. A Tabela 1 apresenta a relação aproximada entre resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) obtida em amostra cúbica e amostra cilíndrica adotada nesta pesquisa.

Tabela 1: Relação entre resistência obtida em amostra cúbica e amostra cilíndrica.

Cubo ( $f_{ck}$ )	25	30	37	45	50	60	70	80	90	110	110	120
Cilindro ( $f_{ck}$ )	20	25	30	35	41	51	60	70	80	90	100	110

Há um extenso número de pesquisas experimentais investigando o comportamento de pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica. Nesta pesquisa, são incluídas 54 referências, totalizando assim, 557 exemplares de pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica, demonstrados na Tabela 2.

Tabela 2: Modelos analisados sob força axial concêntrica.

Autor	modelos	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$f_c$ (MPa)
Gardener and Jacobson (1967)	7	152-306	76-153	1.70-4.10	363-605		21-34
Knowles and Park (1969)	1	1118-1422	83	1.40-5.84	406-490		42
Gardener (1968)	1	305	168-169	2.60-3.60	288-338		27.0-37.1
Tomii e Yoshimaro (1977)	1	456	152	2.00-3.00	338-290		24.1-28.9
Sakino and Hayashi (1991)	12	348-358	174-179	3.00-9.00	248-283		22-46
Prion e Boheme (1994)	6	500-900	152	1.70	270		73-85
Kato (1995)	12	891-904.5	297-302	4.50-11.90	347.9-471.4		26.6-79.1
Schneider (1998)	3	605-616	141	3.00 - 6.68	285-537		23.80-28.18
Saisho et al. (1999)	29	305-419	102-140	2.37-3.00	341-462.6		24.4-130.2
Kilpatrick e Rangan (1999)	1	350	102	2.40	410	475	106
Campione et al. (2000)	4	1000	127	3.50	206	324	25
Campione et al. (2002)	4	200-1500	127	3.00	474	528	24
O'shea e Bridge (2000)	15	562.5-664.5	165-190	0.86-2.82	185.7-363.3		38.2-108
Mei et al. (2001)	9	203	102	0.40-3.10	448	552	71
Huang et al. (2002)	3	600-900	200-300	2.00-5.00	265.8-341.7		27.15-31.15
Johansson e Gylltoft (2002)	1	650	159	4.80	433	568	65
Yamamoto et al. (2002)	13	304.2-955.50	101.4-318.5	3.20-10.30	294		23.2-52.2
Li et al. (2003)	4	300	100	16.00	235	370	148.9-156.7
Giakoumelis e Lam (2004)	6	300-300.5	114.3-115	3.84-5.02	343-365		31.9-104.9
Sakino et al. (2004)	36	366-1083	108-450	2.96-6.47	279-853		25.4-85.1
Han e Yao (2004)	17	300-2000	100-200	3.00	304		59
Fam et al. (2004)	1	457	152	3.12	347		55
Gopal e Manoharan (2004)	2	1555	76	2.00	280	340	52
Han et al. (2005)	26	180-750	60-250	1.87-2.00	282-404	358-514	75.63-80.32
Zeghiche e Chaoui (2005)	15	2000-4000	159.6-160.3	4.96-5.20	270-283		40-102
Schneider (2006)	6	636-735	164.1-169	1.50-5.70	371-452	0	155.7-176.2
De Nardin e El Debs (2007)	2	1200	127	3.20-4.85	329.1-355	401.3-414.6	47.7-59.3
Gupta et al. (2007)	72	340	47.28-112.56	1.87-2.89	360		25.15-38.32
Yu et al. (2007)	6	510-650	165-219	2.72-4.78	350		46.3-77.2

Autor	n°	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$f_c$ (MPa)
Han et al. (2008)	16	600	206	2.83	363	450	74
Yu et al. (2008)	4	300	100	1.90	404		122
Liew e Xiong (2009)	1	708-3078	219	6.30	300-405	484-518	37-139
Oliveira et al. (2009)	16	342.9-800.1	114	3.35	287		32.7-105.5
Perea (2010)	18	5486.4-7924.8	127.5-200	3.76-7.94	289.58-317.16		34.47-82.74
Liew e Xiong (2010)	4	591	219	6.30	300		149-175
Liew e Xiong (2010)	4	591	219	4.90-9.70	377-381		54-185
Liao et al. (2011)	2	740	180	3.80	360	448	64
Lee et al. (2011)	2	900-1080	300-360	6.00-12.00	479-498	567-631	32
Yang e Han (2011)	2	450	150	3.00	324	467	59
Liew e Xiong (2012)	12	200-600	114.67-219.43	3.54-9.69	377-428		165-176
Xiong (2012)	14	250-600	114.3-219.1	3.60-6.30	300-428		163-193.3
Xue et al. (2012)	3	700	219	3.00-5.00	313	418	63
Ellobody et al. (2012)	4	300-1200	100	2.00	324	651	39-42
Abdalla et al. (2013)	6	250-350	114-167	3.10-5.60	350		44-60
Guler et al. (2013)	7	300	75.84-76.21	2.51-3.31	278-305	374-402	145
Abed et al. (2013)	6	250-350	114-167	3.10-5.60	300		44-60
Portolés et al. (2013)	6	2135	159	6.00	394-494		37.7-120.5
Ren et al. (2014)	2	595	165	2.92	389	532	61
Lu et al. (2015)	36	387-399	129-133	3.00- 5.00	306	417	53.3-76.40
Ekmekyapar e Al-Eliwi (2016)	18	299.46-899.54	114	2.74-5.90	235-355		56.2-107.2
Liew et al. (2016)	27	210-4195	114.3-273	3.60-16.00	374-779	505-846	51.6-193.3
Xiong et al. (2017)	18	210-600	114.3-219.1	3.60-10.00	300-428	467-519	51.6-193.3
Xiong et al. (2017)	2	4195	219.1-273	10.00-16.00	374-412	521-551	180-186
Chen et al. (2018)	12	342	107.9-114.9	2.09-8.03	251.8-304.3	370.8-421.1	59.0-130.8

Os modelos abordados nesta pesquisa possuem força aplicada integralmente na seção mista. Demais pesquisas, não estão inclusos por focarem na interface aço-concreto, através de resultados obtidos em modelos com força aplicada somente na seção de concreto.

A Figura 16 ilustra o histograma de exemplares sob força axial concêntrica estudados em relação a propriedades geométricas e mecânicas.

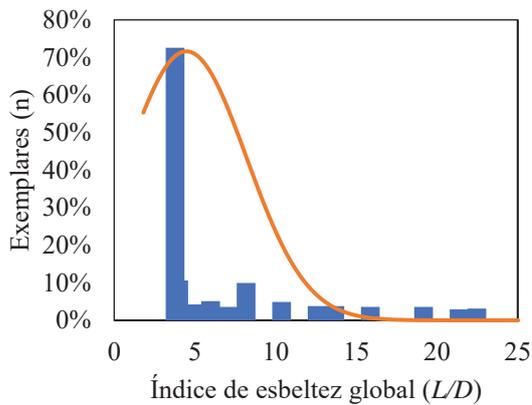
A Figura 16 (a) ilustra a distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez global ( $L/D$ ), demonstrando que 75.11 % dos resultados se referem a pilares mistos curtos, ou seja, com relação  $L/D \leq 4$ . Então, pilares mistos circulares esbeltos contemplam apenas 24.89 % dos experimentos realizados, seguindo a tendência citada por Kang et al. (2015).

A Figura 16 (b) ilustra a distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez local ( $D/t$ ), onde relações  $D/t$  entre 25 e 45 incluem 68.77 % dos resultados listados. Ainda que em modelos sob força axial concêntrica haja um interesse no comportamento local do pilar misto, apenas 24.05 % dos exemplares possuem relações  $D/t$  maiores que 50. Quanto aos parâmetros diâmetro e espessura, 79.54 % dos resultados se referem a pilares mistos com diâmetro entre 100 e 200 mm, apenas 4.64 % dos resultados se referem a pilares mistos com diâmetro acima de 300 mm, 16.88 % dos resultados se referem a pilares mistos com espessura de tubo menor que 2 mm, 40.93 % para espessuras entre 2 mm e 4 mm e, apenas 6.96 % dos resultados se referem a espessuras acima de 10 mm.

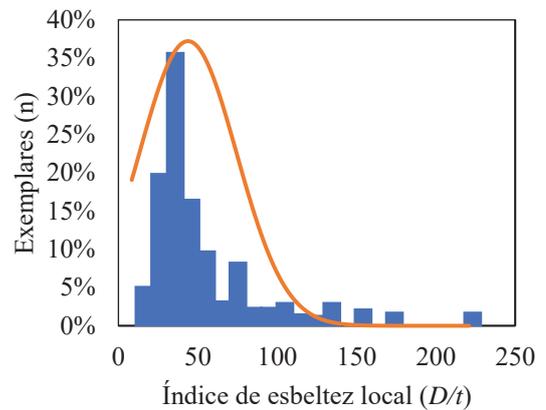
A Figura 16 (c) ilustra a distribuição de exemplares em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), onde 45.57 % dos exemplares possuem resistência menor que 325 MPa e apenas 9.28 % dos exemplares possuem resistência maior que 500 MPa.

Uma melhor distribuição é indicada na Figura 16 (d), que ilustra a distribuição de exemplares em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), onde 32.11 % dos exemplares possuem resistência entre 25 MPa e 50 MPa, 27.43 % possuem resistência entre 50 MPa e 75 MPa e, apesar de 12.66 % dos exemplares possuírem resistência entre 75 MPa e 100 MPa, 17.72 % dos exemplares possuem resistência acima de 150 MPa.

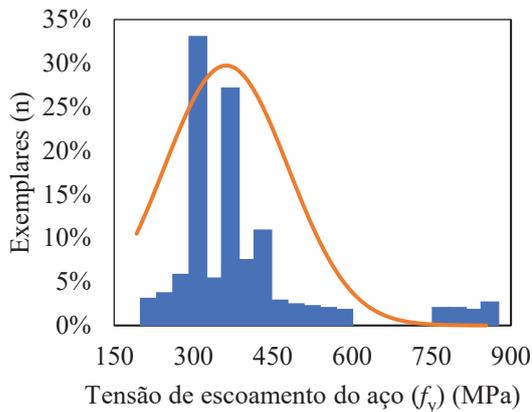
Figura 16: Histograma de exemplares sob força axial concêntrica.



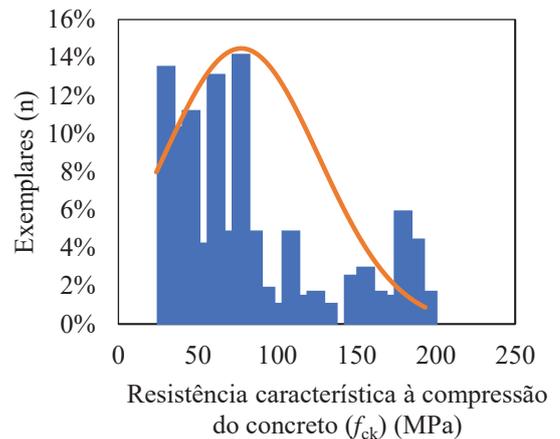
(a) Distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez global ( $L/D$ ).



(b) Distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez local ( $D/t$ ).



(c) Distribuição de exemplares em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ).



(d) Distribuição de exemplares em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).

## 2.9.2 Resultados de ensaios experimentais de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica

### 2.9.2.1 Resistência última em pilares mistos sob força axial concêntrica

A Figura 17 ilustra a influência dos principais fatores que influenciam a resistência última ( $N_u$ ) de pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica.

Na Figura 17 (a) é ilustrada a tendência em relação a esbeltez global ( $L/D$ ). A medida em que se aumenta a relação  $L/D$ , há um decréscimo significativo na capacidade

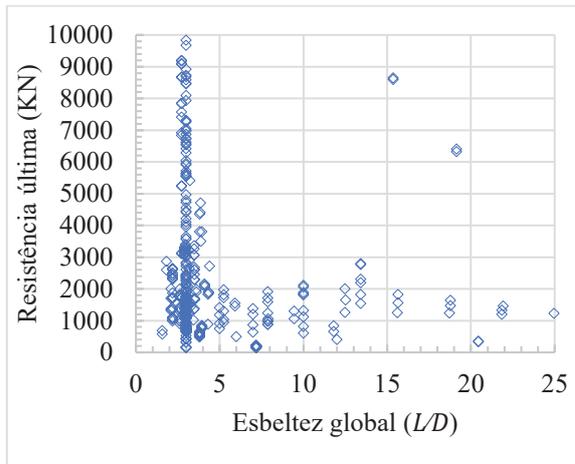
resistente do pilar misto. Resultados obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005) indicaram que o aumento da relação  $L/D$  propiciará falha por instabilidade global. Neste caso, a falha ocorre antes das deformações necessárias para gerar efeito de confinamento. Oliveira et al. (2009) identificaram que modelos com grandes relações  $L/D$  apresentam baixa deformação. Instabilidades globais ocorrem antes do concreto apresentar sua inteira capacidade e deformações radiais do núcleo de concreto são inexpressivas, evitando a mobilização de tensões de confinamento do tubo de aço (OLIVEIRA et al., 2009).

Na Figura 17 (b) é ilustrada a tendência em relação a esbeltez local ( $D/t$ ). Schneider (1998) identificou que a tensão no núcleo de concreto é 30 % maior que a resistência característica à compressão em tubos de pequeno diâmetro. Por outro lado, a tensão no núcleo de concreto para grandes diâmetros foi apenas 15 % maior que a resistência característica à compressão do concreto. Huang et al. (2002) identificaram que o pico para relações  $B/t$  ou  $D/t$  elevadas apresentam resultados semelhantes ao concreto não confinado, e isto vale para demais seções transversais. Ren et al. (2014) avaliou seções transversais de formato circular, triangular, octogonal, leque, D, 1/4 de seção circular e 1/2 de seção circular e, para todas, como resultado, o aumento da relação  $B/t$  ou  $D/t$  provocou redução na capacidade resistente. Em termos de ductilidade, Fujimoto et al. (2004) identificaram que há melhora quando o concreto é confinado em tubo com pequena relação  $D/t$ . Em pilares mistos com uma relação  $D/t$  extremamente alta, instabilidades locais no tubo de aço ocorrem antes que o tubo restrinja o concreto.

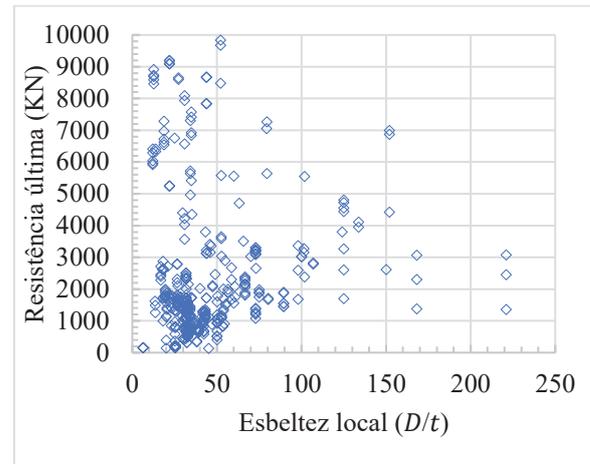
A esbeltez global ( $L/D$ ) impacta diretamente a capacidade e o comportamento de pilares mistos tubulares circulares. Por outro lado, a esbeltez local ( $D/t$ ) possui menor impacto direto.

Na Figura 17 (c) é ilustrada a tendência em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), enquanto que na Figura 17 (d), é ilustrada a tendência em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). Os efeitos da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) agem como o esperado: quando se aumenta a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), a resistência última ( $N_u$ ) aumenta. No entanto, é observado que o aumento da resistência última ( $N_u$ ) é mais afetado pela alteração da relação  $L/D$  e  $D/t$  comparado ao acréscimo da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).

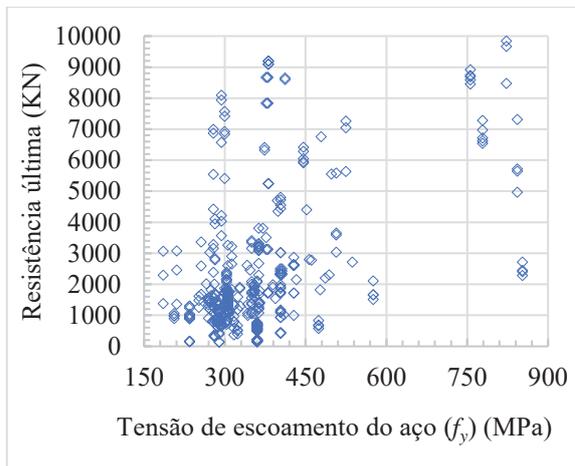
Figura 17: Resistência última ( $N_u$ ) em exemplares sob força axial concêntrica.



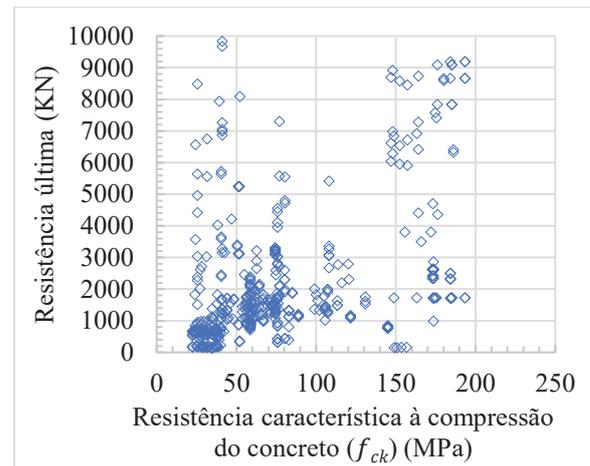
(a) Esbeltez global ( $L/D$ ) x resistência última ( $N_u$ ).



(b) Esbeltez local ( $D/t$ ) x resistência última ( $N_u$ ).



(c) Tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) x resistência última ( $N_u$ ).



(d) Resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) x resistência última ( $N_u$ ).

### 2.9.2.2 Índice de resistência em pilares mistos sob força axial concêntrica

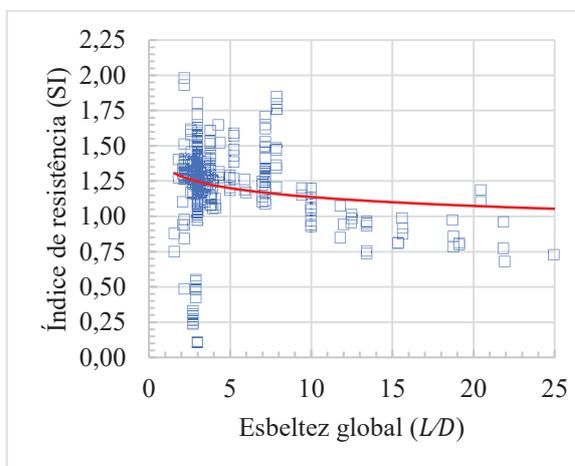
A Figura 18 ilustra a influência dos principais fatores sobre o índice de resistência ( $SI$ ) em pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica.

Na Figura 18 (a) é ilustrada a tendência em relação a esbeltez global ( $L/D$ ). Pode ser observado que a relação  $L/D$  possui impacto direto na capacidade do pilar misto. É possível notar que a relação é aproximadamente linear e que conforme a relação  $L/D$  aumenta, a capacidade do pilar misto diminui. Isto significa que a relação  $L/D$  poderia ser um dos principais parâmetros no dimensionamento de um pilar misto, concentrando os valores próximos a unidade com relações menores que 10.

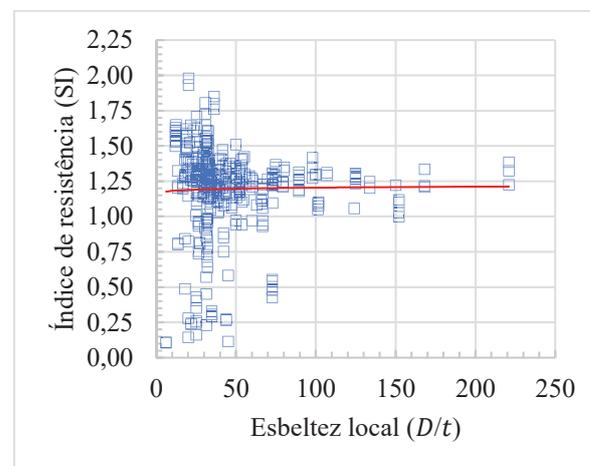
A Figura 18 (b) ilustra a tendência em relação a esbeltez local ( $D/t$ ). Ainda que com pouco impacto direto, concentrando os resultados próximos a unidade para relações menores que 50 (EKMEKYAPAR e AL-ELIWI, 2016; GIAKOUMELIS e LAM, 2004), há uma leve tendência em aumentar o índice  $SI$  aumentando a espessura do tubo de aço. A razão é de que maiores espessuras proporcionarão maior confinamento ao núcleo de concreto e aumentarão a capacidade de resistir a instabilidades locais.

Na Figura 18 (c) é ilustrada a tendência em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), enquanto que na Figura 18 (d) é ilustrada a tendência em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). Valores do índice  $SI$  acima da unidade podem não representar a capacidade do tubo de aço confinar efetivamente o núcleo de concreto, mesmo favoráveis para a utilização de determinadas características geométricas e propriedades mecânicas. Portanto, um mesmo tubo de aço confinando um concreto de alta ou ultra resistência não exerce mesma magnitude de confinamento, quando comparado, a um concreto de resistência normal (EKMEKYAPAR e AL-ELIWI, 2016). Há uma pequena tendência em relação ao acréscimo da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) para o aumento do índice  $SI$ . Com o acréscimo da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), há uma redução no índice  $SI$ . Apesar da tendência ser pequena, é evidente que para aumentar o índice  $SI$  é preferível aumentar a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) antes que a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), já que a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) não possui influência considerável na melhora do índice  $SI$ .

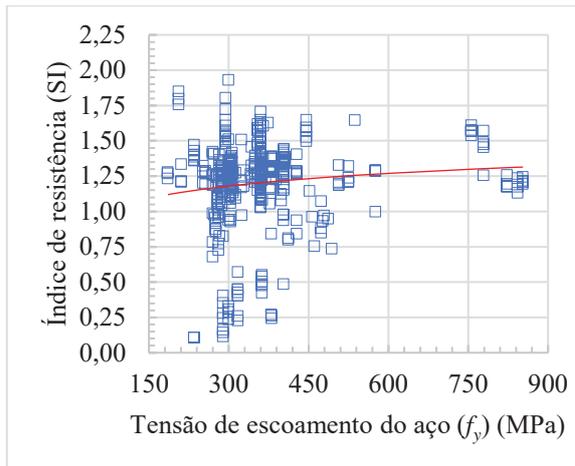
Figura 18: Índice de resistência ( $SI$ ) em exemplares sob força axial concêntrica.



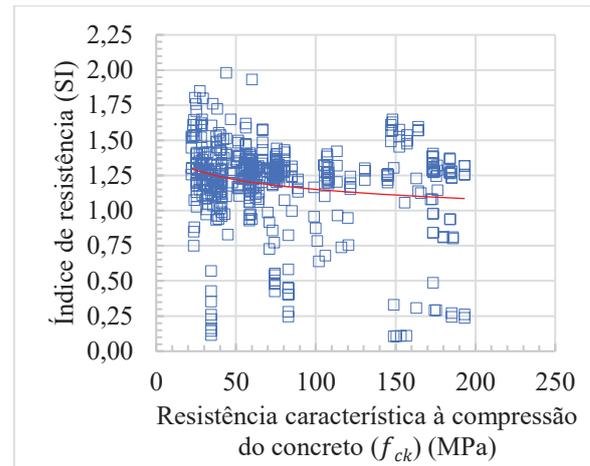
(a) Esbeltez global ( $L/D$ ) x índice de resistência ( $SI$ ).



(b) Esbeltez local ( $D/t$ ) x índice de resistência ( $SI$ ).



(c) Tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) x índice de resistência ( $SI$ ).



(d) Resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) x índice de resistência ( $SI$ ).

A interação entre a relação  $D/t$  e a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) demonstra uma maior contribuição na presença de concretos de alta resistência em modelos compostos por tubos com baixas relações  $D/t$  (EKMEKYAPAR e AL-ELIWI, 2016; HAN et al., 2011).

### 2.9.2.3 Fator de confinamento em pilares mistos sob força axial concêntrica

A Figura 19 ilustra a influência dos principais fatores estudados sobre o fator de confinamento ( $\xi$ ) em pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica.

Na Figura 19 (a) é ilustrada a tendência em relação a esbeltez global ( $L/D$ ). Ainda que, a fórmula do fator de confinamento não leve em conta o comprimento do pilar ou o índice de esbeltez global do pilar, é notável que, em pilares mistos curtos apresentam maior fator  $\xi$  pelo predomínio do comportamento local em relação ao comportamento global, então, maior efeito de confinamento é esperado em pilares mistos curtos e não em pilares mistos esbeltos.

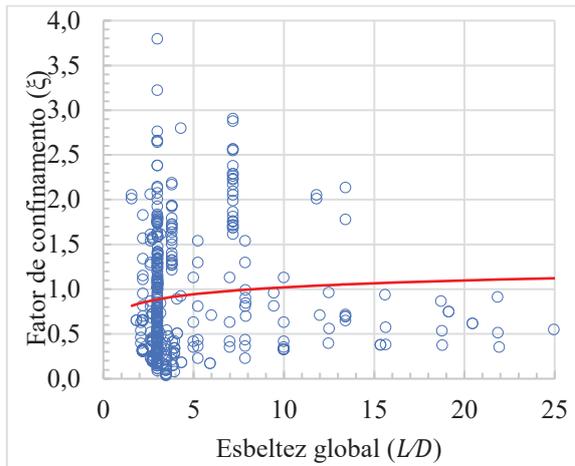
Na Figura 19 (b) é ilustrada a tendência em relação a esbeltez local ( $D/t$ ), demonstrando que o aumento da relação  $D/t$  reduz significativamente o fator  $\xi$ . Além disso, esta perda potencial de confinamento não reduz apenas a rigidez do pilar misto, mas também  $N_u$  (ABED et al., 2013). O aumento da relação  $D/t$  é associado a presença de tubos de paredes finas, que tendem a falhar predominantemente por instabilidades locais, reduzindo o potencial de confinamento (GUPTA et al., 2007; ABED et al., 2013; CHEN, 2018).

Alta tensão circunferencial ou radial resulta em um acréscimo significativo na força última do pilar misto por representar o efeito de confinamento oriundo da ação mista adequada (DUNDU, 2012). Aumentar a espessura do tubo de aço não contribuí apenas para a resistência ao cisalhamento, mas providencia maior confinamento lateral ao concreto. A grande pressão de confinamento através da face da fissura propicia maior capacidade de transferência de forças de cisalhamento e atrasa falhas locais (HASKETT, 2011). Para um alto fator  $\xi$ , o deslocamento entre os planos de deslizamento é restringido pela pressão lateral provida pelo tubo de aço. O núcleo de concreto exibe características plásticas sob alto índice de confinamento, resultando em protuberâncias na superfície de contato com o tubo de aço (CHEN, 2018).

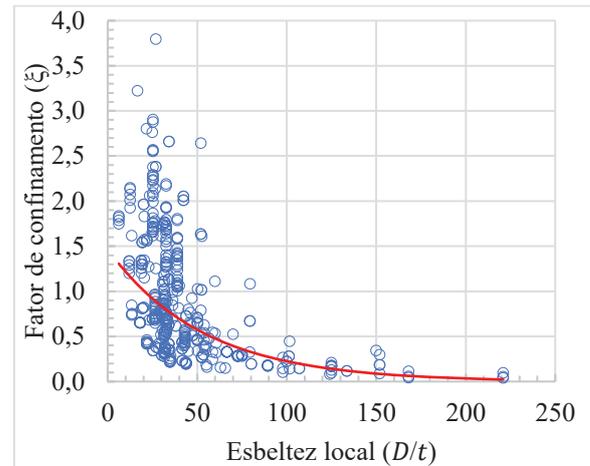
Na Figura 19 (c) é ilustrada a tendência em relação tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), demonstrando que aumentar a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) contribuí significativamente para a melhora do confinamento. A ductilidade do pilar misto pode ser melhorada aumentando a taxa de contribuição do aço (XIONG et al., 2017). A tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) interfere significativamente em pilares mistos com baixa fricção na interface aço-concreto, nestes, haverá baixa tensão vertical, porém a tensão horizontal será maior, e mais significativa será, o efeito de confinamento (LIU et al., 2016; GE e USAMI, 1996; HAN e YAO, 2004; MUCIACCIA et al., 2011; LIU et al., 2016; TAO et al., 2016).

Na Figura 19 (d) é ilustrada a tendência em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), demonstrando que, aumentar a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) diminuí o fator  $\xi$ . Concretos de alto desempenho apresentam elevada retração, resultando em uma ligação pobre entre o concreto e o tubo de aço, reduzindo a ação mista. Micro poros e micro fissuras em concretos de alta resistência são menores do que concretos de resistência normal, reduzindo a capacidade de expansão volumétrica. Então, o efeito de confinamento do tubo de aço sob o núcleo de concreto, não é tão significativa como é, para concretos de resistências normais (CHEN et al., 1996).

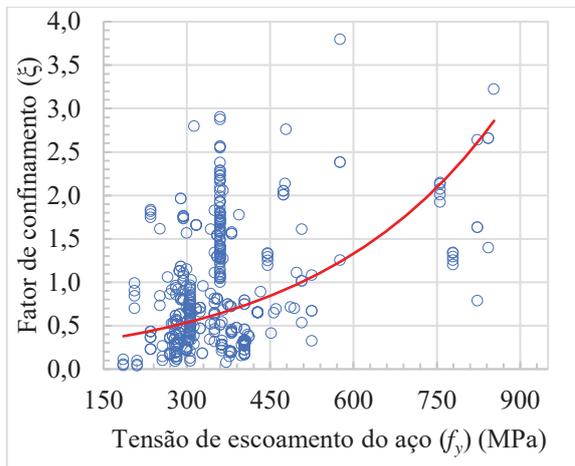
Figura 19: Fator de confinamento ( $\xi$ ) em exemplares sob força axial concêntrica.



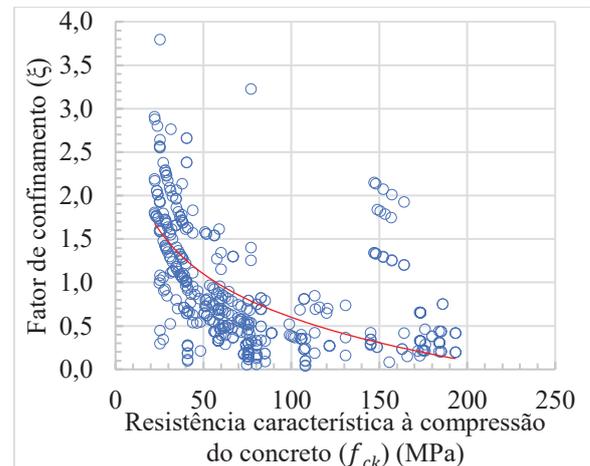
(a) Esbeltez global ( $L/D$ ) x fator de confinamento ( $\xi$ ).



(b) Esbeltez local ( $D/t$ ) x fator de confinamento ( $\xi$ ).



(c) Tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) x fator de confinamento ( $\xi$ ).



(d) Resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) x fator de confinamento ( $\xi$ ).

A interação entre a relação  $D/t$  e a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) possuem influência considerável no efeito de confinamento, pilares mistos com tubos de grande diâmetro e aço com elevada resistência ( $f_y$ ) possuem seu desempenho altamente influenciado pela tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) (EKMEKYAPAR e AL-ELIWI, 2016).

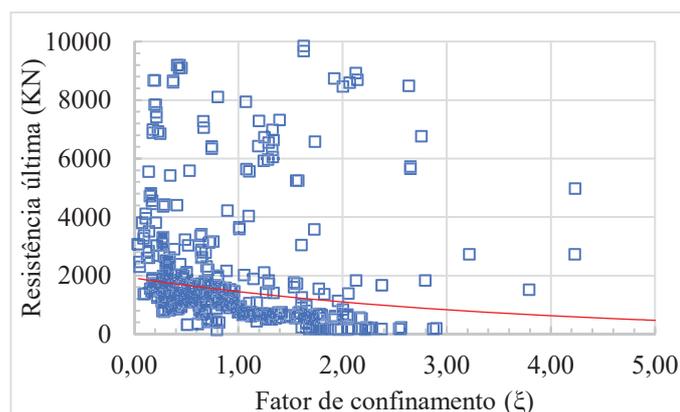
A interação entre a relação  $D/t$  e a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) influencia a ductilidade do pilar misto, que decresce com o acréscimo na resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) para grandes relações ( $D/t$ ). Para pequenas relações  $D/t$ , o inverso é verdadeiro (ABDALLA et al., 2013; ABED et al., 2013)

A interação entre tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), faz com que o nível de confinamento aumente com o acréscimo na tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e seja inversamente proporcional a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) (XIONG et al., 2017). Ao aumentar a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), a pressão de confinamento necessária aumenta. Logo, caso o tubo não tenha a resistência necessária, qualquer acréscimo de confinamento além do necessário irá resultar em uma melhora muito pequena (ABED et al., 2013). Com o aumento do fator  $\xi$ , há um acréscimo gradual na performance dúctil do pilar misto. Quando há baixa tensão de confinamento, a relação tensão x deformação apresenta comportamento de amolecimento. Quando há presença de tensões de confinamento, a relação tensão x deformação apresenta comportamento de endurecimento, após um trecho curto de amolecimento (CHEN et al., 2018).

#### 2.9.2.4 Relação entre fator de confinamento e resistência última em pilares mistos sob força axial concêntrica

A Figura 20 ilustra a relação entre fator de confinamento ( $\xi$ ) e resistência última ( $N_u$ ) em pilares mistos sob força axial concêntrica. Como pode ser observado, analisar o fator de confinamento em relação a força última obtida em um ensaio experimental não consiste na alternativa gráfica mais adequada para tal. Pois propriedades geométricas e mecânicas que podem aumentar a força última, podem de mesmo modo, ocasionar uma redução na ação mista, ou também, no fator de confinamento, como é o caso do concreto de ultra resistência, que eleva a capacidade resistente do pilar misto, mas reduz, o potencial ganho de confinamento oriundo da ação mista.

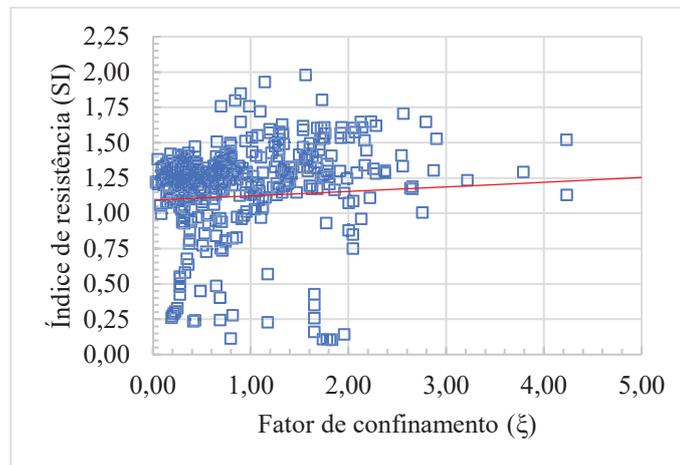
Figura 20: Relação entre fator de confinamento ( $\xi$ ) e resistência última ( $N_u$ ).



### 2.9.2.5 Relação entre fator de confinamento e índice de resistência em pilares mistos sob força axial concêntrica

Aumentando o fator  $\xi$ , o índice  $SI$  aumenta de maneira estável. A Figura 21 ilustra a relação entre fator  $\xi$  e índice  $SI$  para modelos sob força axial concêntrica. Quando o fator  $\xi$  é relativamente baixo, ao aumentar seu valor, haverá um acréscimo no valor do índice  $SI$ . No entanto, quando o fator  $\xi$  se aproxima da unidade, aumentar o valor do fator  $\xi$  não apresenta efeito significativo no índice  $SI$  (LU et al., 2015).

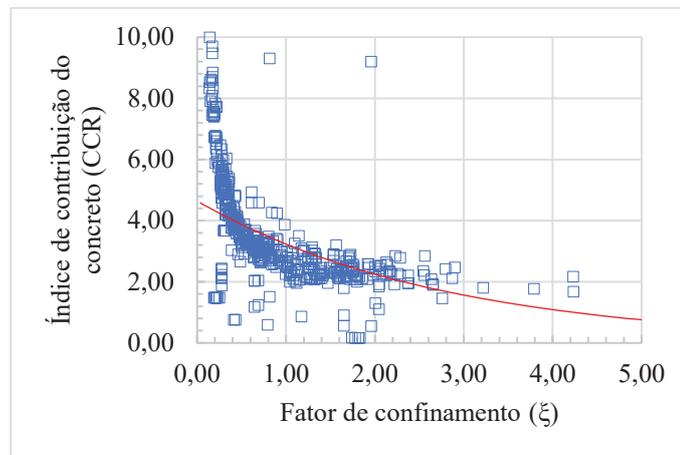
Figura 21: Relação entre fator de confinamento ( $\xi$ ) e índice de resistência ( $SI$ ).



### 2.9.2.6 Relação entre fator de confinamento e índice de contribuição do concreto em pilares mistos sob força axial concêntrica

A Figura 22 ilustra a relação entre fator  $\xi$  e o índice  $CCR$  para modelos sob força axial concêntrica. Como observado, a contribuição do núcleo de concreto em termos de índice  $CCR$  decresce com o aumento do fator  $\xi$  (CHEN et al., 2018).

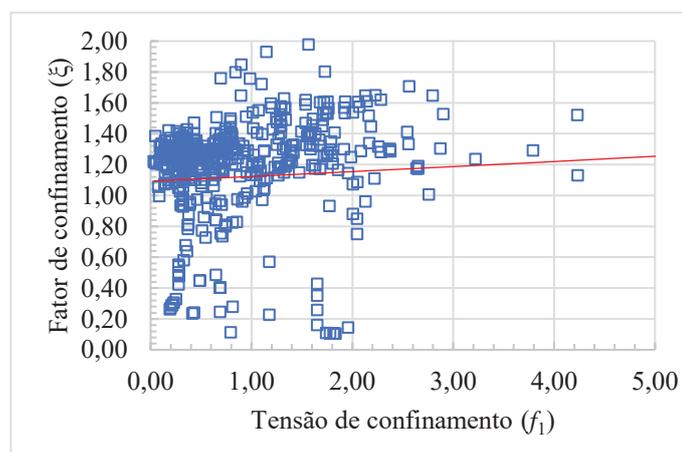
Figura 22: Relação entre fator de confinamento ( $\xi$ ) e índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ).



### 2.9.2.7 Relação entre fator de confinamento e tensão de confinamento em pilares mistos sob força axial concêntrica

A Figura 23 ilustra a relação entre o fator  $\xi$  e a tensão de confinamento ( $f_1$ ) para modelos sob força axial concêntrica. No modelo proposto, a tensão de confinamento ( $f_1$ ) despreza propriedades mecânicas do concreto. Por outro lado, a mesma tensão considera a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e propriedades geométricas da seção transversal. Como a magnitude da pressão de confinamento não é relativa à resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), mas afetada pela área transversal do pilar misto (XIONG et al., 2017), a Figura 23 demonstra que reduzir a relação  $D/t$  e aumentar a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) amplia a tensão de confinamento ( $f_1$ ), ampliando o fator  $\xi$ .

Figura 23: Relação entre fator de confinamento  $\xi$  e a tensão de confinamento ( $f_1$ ).



### 2.9.2.8 Conclusão sobre pilares mistos sob força axial concêntrica

Este capítulo reuniu 54 pesquisas, totalizando assim, 557 resultados experimentais de exemplares submetidos à força axial concêntrica obtidos na bibliografia disponível. Os parâmetros índice de esbeltez global ( $L/D$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) foram analisados para verificar sua influência no desempenho estrutural de pilares mistos tubulares circulares. Além da resistência última ( $N_u$ ), parâmetros de desempenho como: índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ), índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) e tensão de confinamento ( $f_1$ ) foram analisados. Baseado nos resultados desta pesquisa, as seguintes conclusões podem ser realizadas:

- O efeito de confinamento é esperado em pilares mistos com baixa relação  $L/D$ . Modelos com grandes relações  $L/D$  são mais susceptíveis a instabilidade global, falhando antes que ocorra o ganho de resistência provido pelo efeito de confinamento.
- O aumento da relação  $D/t$  é associado a presença de tubos de paredes finas, que tendem a falhar predominantemente por instabilidades locais, reduzindo o potencial de confinamento, reduzindo a rigidez e a potencial resistência do pilar misto.
- Os efeitos da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) agem como o esperado: quando se aumenta a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), há um acréscimo na resistência última ( $N_u$ ). No entanto, geralmente o índice  $SI$  aumenta com o acréscimo da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e decresce com o acréscimo na resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), da mesma maneira, o nível de confinamento aumenta com o acréscimo na tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e é inversamente proporcional a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).
- Geralmente, quanto maior o fator de confinamento ( $\xi$ ), maior será o índice de resistência ( $SI$ ) até que o fator de confinamento ( $\xi$ ) se aproxime da unidade. Além da unidade, aumentar o fator de confinamento ( $\xi$ ) não amplifica significativamente o índice de resistência ( $SI$ ).
- O índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) decresce com o aumento do fator de confinamento ( $\xi$ ).

- Reduzir a relação  $D/t$  e aumentar a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), amplia a tensão de confinamento ( $f_1$ ), ampliando o fator de confinamento ( $\xi$ ).

## **2.10 Comportamento experimental de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial excêntrica**

Este capítulo fornece uma abordagem sobre os principais fatores que influenciam o comportamento de pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica em relação a propriedades geométricas, propriedades mecânicas e condições de contorno. Os parâmetros índice de esbelteza global ( $L/D$ ), índice de esbelteza local ( $D/t$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e índice de excentricidade ( $e/D$ ), foram analisados para verificar sua influência no desempenho estrutural destes elementos. Os exemplares experimentais foram analisados em relação a fatores de influência e avaliados através de padrões de desempenho existentes. Além da resistência última ( $N_u$ ), parâmetros de desempenho como: índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ) e índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) foram analisados. Assim como no capítulo anterior, se inicia apresentando as propriedades geométricas e mecânicas dos exemplares experimentais que formam a base de dados utilizada nesta pesquisa. Os resultados são demonstrados relacionando os parâmetros de influência sob aspecto dos parâmetros de desempenho, e por fim, são apresentadas conclusões gerais obtidas através deste capítulo.

### **2.10.1 Base de dados de ensaios experimentais com pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial excêntrica**

Há diversas pesquisas realizadas anteriormente com uma extensa base de dados. No entanto, pesquisas como Goode (2006), Wu (2006), Tao et al. (2008) e Kang et al. (2015) reúnem resultados de exemplares submetidos à força axial concêntrica. Esta pesquisa, no entanto, reúne 274 resultados de modelos submetidos à força axial excêntrica. Como citado no capítulo anterior, referências em que a resistência característica à compressão do concreto foi obtida através de amostras cúbicas foram convertidas para a resistência característica à compressão obtida em amostra cilíndrica. Quanto aos modelos sob força axial excêntrica, 25 referências com pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica são demonstrados na Tabela 3, totalizando assim, 274 resultados experimentais.

Tabela 3: Modelos analisados sob força axial excêntrica.

Autor	modelos	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$f_c$ (MPa)
Neogi et al. (1969)	4	1410-1714	127	1.83-3.02	6.35	193-270		60.9-70.9
Rangan and Joice (1992)	9	807.50-2322.50	102	1.60	10.00-30.00	218		67
Prion e Boheme (1994)	3	1071	152	1.70	11.00-15.00	328		92
Kilpatrick e Rangan (1999)	17	802-2175	76-101.7	2.20-2.40	5.00-50.00	410-435	495	58
Kilpatrick e Rangan (1999)	2	1037-1952	102	2.40	20.00	410	475	105.5
Wang (1999)	24	500-4200	168	5.00-10.00	0.2-10.0	330.5-480		36.5-106.3
O'Shea e Bridge (2000)	23	578.5-665.5	165-190	0.86-2.82	4.0-20.8	185.7-363.3		41-112.70
Han e Yao (2003)	19	465-2730	133	4.50	50.0-66.0	325		42
Han e Yao (2004)	5	2000	200	3.00	0.30	304		59
Fujimoto et al. (2004)	33	900	108-450	2.96-6.47	800.00	283-834		25.4-81.6
Gopal e Manoharan (2004)	14	645-1785	76	2.00	15.0-25.0	280	340	52
Zeghiche and Chaoui (2005)	8	2000-4000	159.7-160.3	4.96-5.12	8.0 - 32.0	271-281		100-102
Gopal e Manoharan (2006)	12	998-1672	76	2.00	20.00	260	320	49.2-50
Chang et al. (2009)	13	600-1800	158	3.25-3.60	13.4-55.6	343-377		44.65-54.15
Lee et al. (2011)	9	720-1.800	240-480	6.00-12.00	60.0-300.0	468-517		31.5-59
Han et al. (2011)	3	580-1720	114	2.74	7.5-15.0	310	371	45
Yang e Han (2011)	4	450	150	3.00	15.0-30.0	324	467	59
Portolés et al. (2011)	32	2135-3135	100-160.1	3.00-5.70	20-50	320-322		30.54-107.33
Xue et al. (2012)	3	700	219	3.00-5.00	50.00	313		63
Ellobody et al. (2012)	8	300-1200	100	2.00	10.0-20.0	324	651	39-42
Portolés et al. (2013)	18	2135	159	6.00	20.0-50.0	366-494		35.1-131.2
Han et al. (2016)	3	630-1720	114-180	2.74-3.80	27.0-30.0	310-360.3	371-448.6	45-64.1
Liew et al. (2016)	4	3640-4450	219.1-273	10.00-16.00	20.0-50.0	374-412	521-552	176-184
Xiong et al. (2017)	4	3640 - 4450	219.1 - 273	10.00 - 16.00	20.0-50.0	374 - 412	551-522	176-184

Como citado anteriormente, os modelos abordados nesta pesquisa possuem força aplicada integralmente na seção mista. Demais pesquisas, não estão inclusos por focarem na interface aço-concreto, através de resultados obtidos em modelos com força aplicada somente na seção de concreto.

A Figura 24 ilustra o histograma de exemplares sob força axial excêntrica estudados em relação a propriedades geométricas e mecânicas.

A Figura 24 (a) ilustra a distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez global ( $L/D$ ), demonstrando que 30.29 % dos resultados se referem a pilares curtos, ou seja, com relação  $L/D \leq 4$ , e 69.71 % dos exemplares se referem a pilares esbeltos. Obviamente, em modelos solicitados excentricamente um dos principais interesses é obter o comportamento global do elemento e, por isso, há uma porcentagem maior de pilares esbeltos estudados.

A Figura 24 (b) ilustra a distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez local ( $D/t$ ), onde relações  $D/t$  entre 25 e 45 incluem 68.35 % dos resultados listados. Quanto aos parâmetros diâmetro e espessura, 91.70 % dos exemplares se referem a pilares com diâmetro de até 200 mm, com apenas, 8.30 % dos exemplares com diâmetros acima de 200 mm. 26.97 % dos exemplares se referem a pilares com espessura do tubo abaixo de 2 mm, 29.88 % com espessuras entre 2 mm e 4 mm, 34.02 % com espessuras entre 4 mm e 6 mm, e apenas, 9.13 % para espessuras maiores que 6 mm. Ainda que, em modelos solicitados excentricamente ocorra uma distribuição mais abrangente nos níveis de esbeltez global, o mesmo não ocorre na relação  $D/t$ . Naturalmente, com o aumento na altura do pilar, tais parâmetros também, poderiam talvez, assumir maiores valores para buscar uma proporção geométrica aproximada.

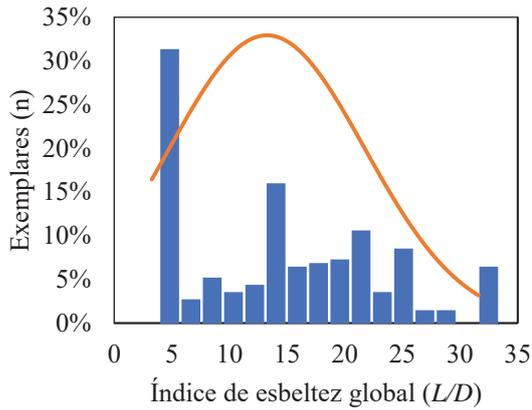
A Figura 24 (c) ilustra a distribuição de exemplares em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), onde 50.21 % dos exemplares contemplam a resistência entre 315 MPa e 400 MPa, e apenas, 3.32 % dos exemplares possuem resistência superior a 500 MPa.

A Figura 24 (d) ilustra a distribuição de exemplares em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), onde 12.45 % dos exemplares possuem resistência entre 25 MPa e 50 MPa, 50.62 % com resistência entre 50 MPa e 75 MPa e, diferentemente de modelos solicitados concentricamente, onde 17.72 % dos exemplares possuem resistência acima de 150 MPa, em modelos solicitados excentricamente, apenas 3.32 % dos exemplares estão acima deste valor. Isso significa que em modelos com predomínio de efeitos globais, a influência da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) é

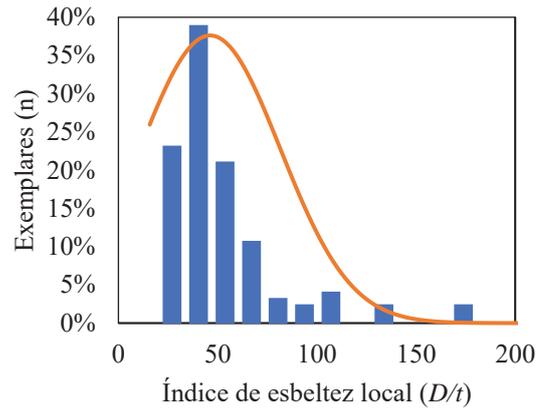
menor e, por tal, não é largamente abrangida em pesquisas experimentais, ao contrário de modelos com foco no comportamento local do pilar misto.

O índice ( $e/D$ ) é ilustrado na Figura 24 (e), contemplando uma distribuição uniforme, 10.37 % dos modelos possuem excentricidade máxima em relação a  $D$ .

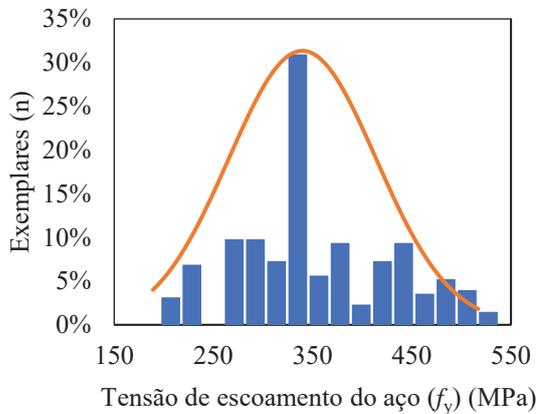
Figura 24: Histograma de exemplares sob força axial excêntrica.



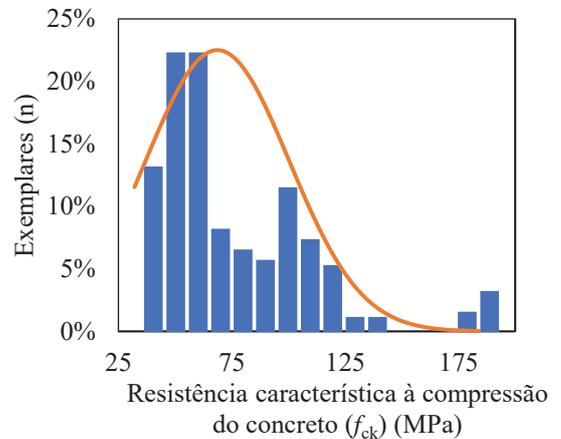
(a) Distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez global ( $L/D$ ).



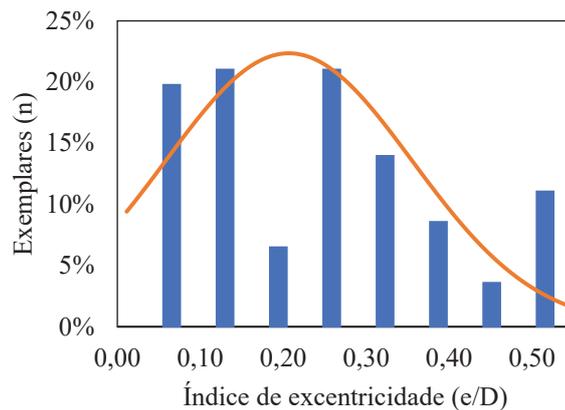
(b) Distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez local ( $D/t$ ).



(c) Distribuição de exemplares em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ).



(d) Distribuição de exemplares em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).



(e) Distribuição de exemplares em relação ao índice  $e/D$ .

## 2.10.2 Resultados de ensaios experimentais de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial excêntrica

### 2.10.2.1 Resistência última em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 25 ilustra a influência dos principais fatores que influenciam a resistência última ( $N_u$ ) de pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica.

Na Figura 25 (a) é ilustrada a tendência em relação a esbelteza global ( $L/D$ ), demonstrando que maiores valores para  $N_u$  são obtidos em pilares curtos.

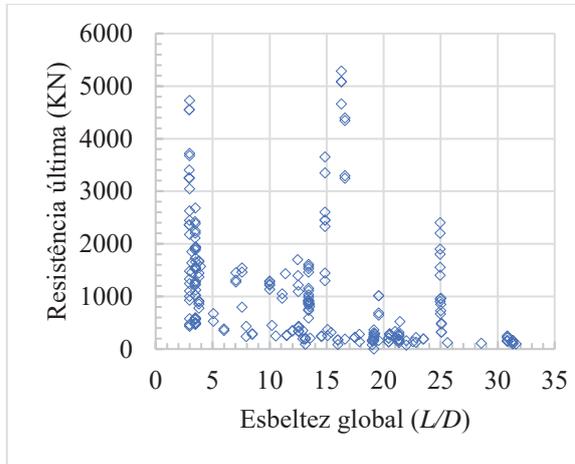
De mesma maneira, na Figura 25 (b) é ilustrada a tendência em relação a esbelteza local ( $D/t$ ) com os maiores valores para  $N_u$  em relações  $D/t$  menores que 50. Para relações  $e/D$  iguais a 0,5, a rigidez axial e a rigidez à flexão decrescem de acordo com o incremento na relação  $D/t$  (LEE et al., 2011).

Na Figura 25 (c) é ilustrada a tendência em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), concentrando maiores valores para  $N_u$  em exemplares com maior tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ). Este comportamento demonstra que para superar o problema da ductilidade, aumentar a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) pode ser solução para garantir ductilidade do pilar misto com ultra resistência (LIEW e XIONG, 2012).

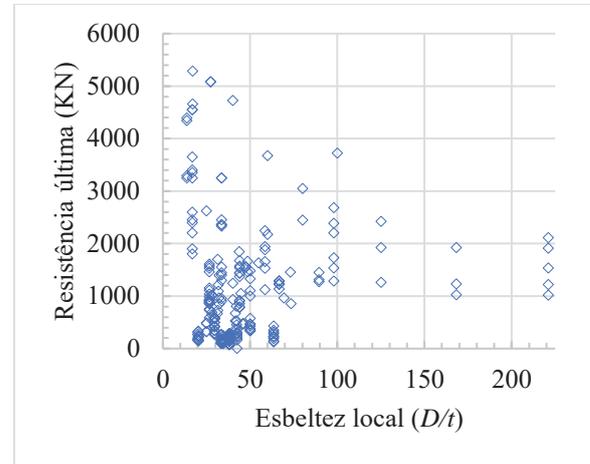
Na Figura 25 (d) é ilustrada a tendência em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). Apesar da concentração de maiores valores para  $N_u$  seguir com o aumento da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), o concreto de maior resistência reduz a ductilidade e, então, a contribuição do concreto de maior resistência

é mais significativa em pilares solicitados concêntricamente comparados ao solicitados excêntricamente (PORTOLÉS et al., 2013).

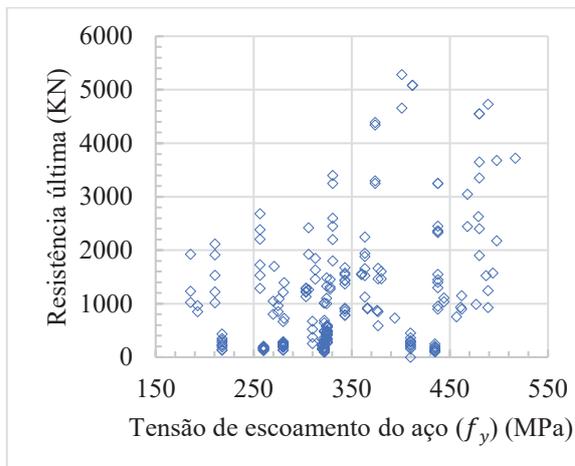
Figura 25: Resistência última em exemplares sob força axial excêntrica.



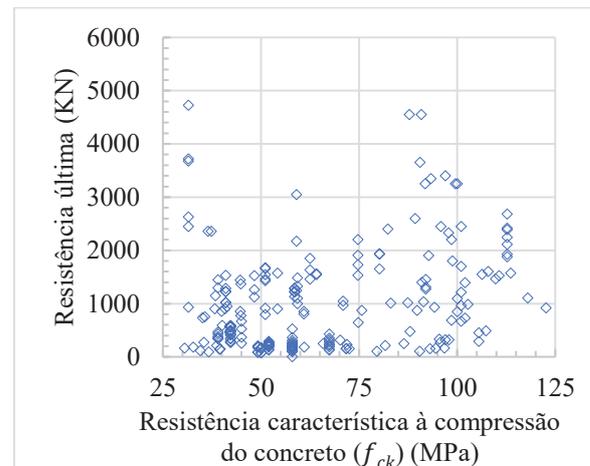
(a) Esbeltez global ( $L/D$ ) x resistência última ( $N_u$ ).



(b) Esbeltez local ( $D/t$ ) x resistência última ( $N_u$ ).



(c) Tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) x resistência última ( $N_u$ ).



(d) Resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) x resistência última ( $N_u$ ).

### 2.10.2.2 Índice de resistência em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 26 ilustra a influência dos principais fatores sobre o índice de resistência  $SI$  em pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica.

Na Figura 26 (a) é ilustrada a tendência em relação a esbeltez global ( $L/D$ ), onde aumentar a relação  $L/D$  reduz o índice  $SI$ . Neste caso, aumentar a resistência característica à

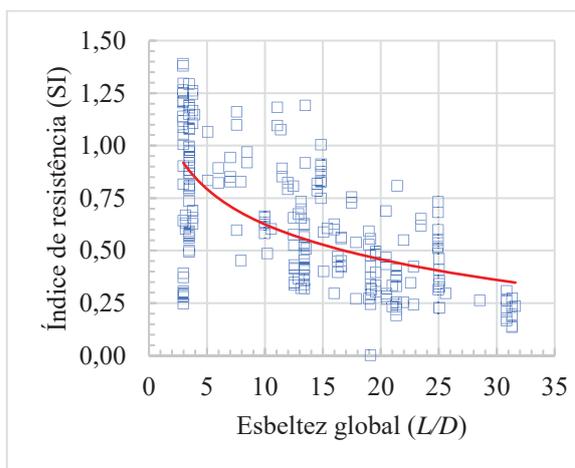
compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) será efetivo para pilares curtos, efeito que decrescerá aumentando a relação  $L/D$  (ZEGHICHE, e CHAOUI, 2005).

Na Figura 26 (b) é ilustrada a tendência em relação a esbelteza local ( $D/t$ ), demonstrando que o índice  $SI$  apresentará maiores valores quando a relação  $D/t$  for menor que 50.

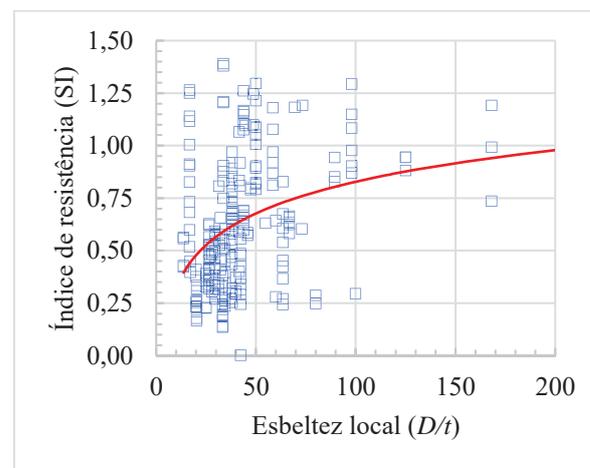
Na Figura 26 (c) é ilustrada a tendência em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), demonstrando não ser significativa para ampliar o índice  $SI$  em pilares mistos submetidos à força axial excêntrica, diferentemente do que ocorre em pilares mistos submetidos à força axial concêntrica.

Na Figura 26 (d) é ilustrada a tendência em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), demonstrando que o índice  $SI$  é praticamente inalterável em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). Portolés et al. (2011) identificaram que aumentar a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) tem maior efetividade para pilares sob força axial concêntrica, ou com baixo índice de excentricidade ( $e/D$ ), pois para uma excentricidade de 50 mm, aumentar a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) de 70 MPa para 90 MPa não influenciou a capacidade resistente do pilar. Portanto, é obtida uma melhora na ductilidade quando se reduz o índice de excentricidade ( $e/D$ ), mas não alterando a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).

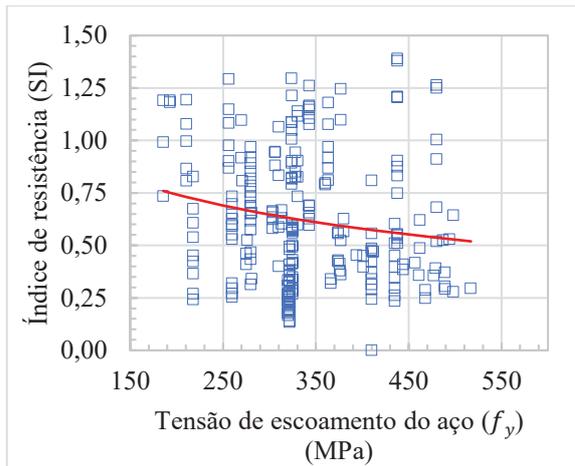
Figura 26: Índice de resistência em exemplares sob força axial excêntrica.



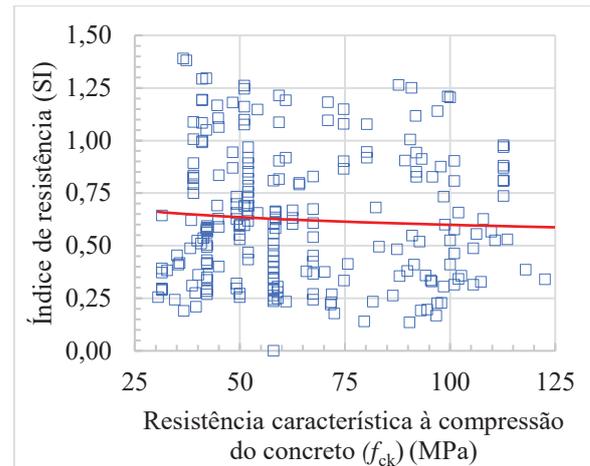
(a) Esbelteza global ( $L/D$ ) x índice de resistência ( $SI$ ).



(b) Esbelteza local ( $D/t$ ) x índice de resistência ( $SI$ ).



(c) Tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) x índice de resistência ( $SI$ ).



(d) Resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) x índice de resistência ( $SI$ ).

### 2.10.2.3 Fator de confinamento em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 27 ilustra a influência dos principais fatores sobre o fator  $\xi$  em pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica.

Na Figura 27 (a) é ilustrada a tendência em relação a esbeltez global ( $L/D$ ). Como a fórmula do fator de confinamento não leva em conta o comprimento do pilar ou o índice de esbeltez global do pilar, é notável que, através deste gráfico, não é possível verificar influência do índice  $L/D$  no fator  $\xi$ . No entanto, em modelos com predomínio de instabilidades globais, o fator  $\xi$  não contribui para a resistência axial do pilar misto, pois a falha global ocorre antes que tensões de confinamento possam ser desenvolvidas.

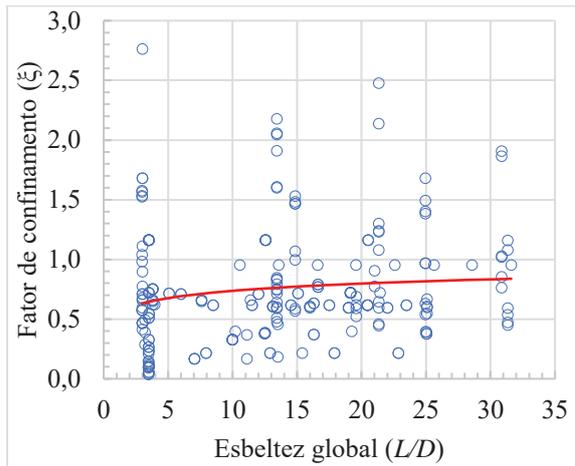
Na Figura 27 (b) é ilustrada a tendência em relação a esbeltez local ( $D/t$ ), onde aumentar a relação  $D/t$  reduz o fator  $\xi$ . Deste modo, o efeito de instabilidades locais deve ser considerado ao avaliar a resistência à flexão de modelos com grande relação  $D/t$  (FUJIMOTO et al., 2004), indicando que o grau de confinamento oferecido em um pilar misto de paredes finas é dependente da condição de carregamento (O'SHEA e BRIDGE, 2000).

Na Figura 27 (c) é ilustrada a tendência em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ). Modelos submetidos à força axial excêntrica apresentam amplificação do fator  $\xi$  com o aumento da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ).

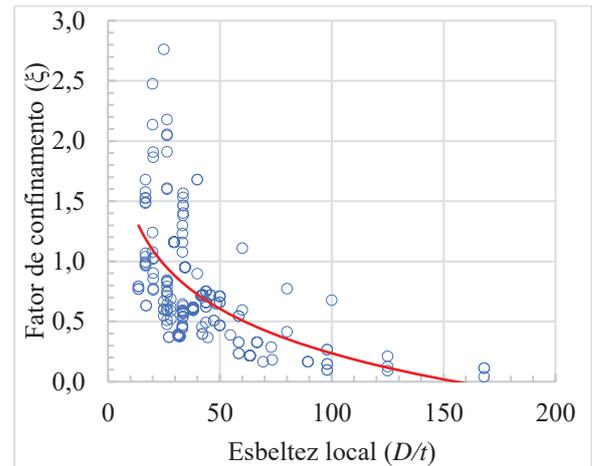
Na Figura 27 (d) é ilustrada a tendência em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), demonstrando que o fator  $\xi$  decresce com o aumento da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). O'shea e Bridge (2000), não

identificaram  $\xi$  em modelos com concreto de elevada resistência, pois o concreto não foi capaz de mobilizar tensões confinantes devido à baixa expansão volumétrica lateral. Deste modo, Liew et al. (2016) identificaram que para concretos com resistência entre 90 MPa e 190 MPa, uma abordagem conservadora é adotar um fator de redução para o concreto de 0.8 e ignorar o efeito de confinamento.

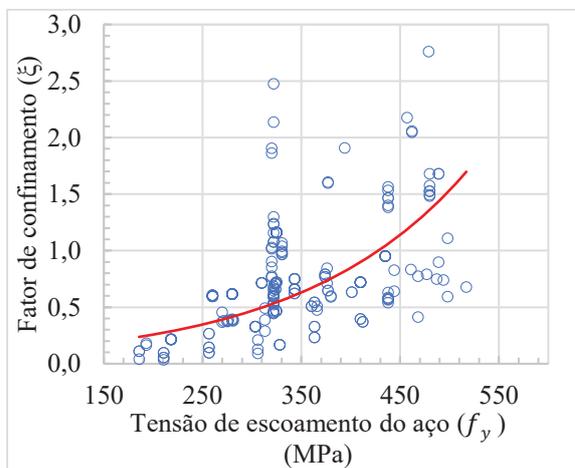
Figura 27: Fator de confinamento em exemplares sob força axial excêntrica.



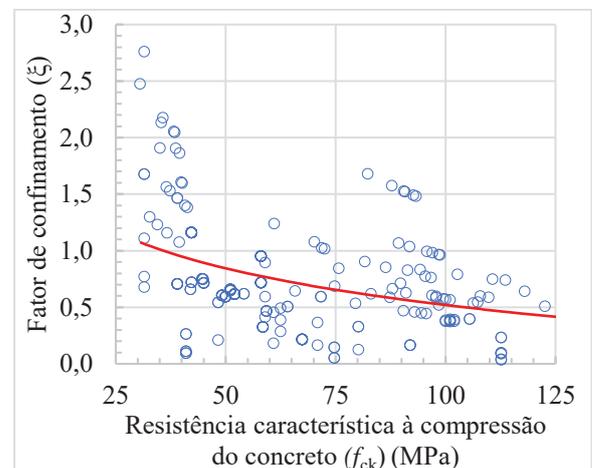
(a) Esbeltez global ( $L/D$ ) x fator de confinamento ( $\xi$ ).



(b) Esbeltez local ( $D/t$ ) x fator de confinamento ( $\xi$ ).



(c) Tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) x fator de confinamento ( $\xi$ ).

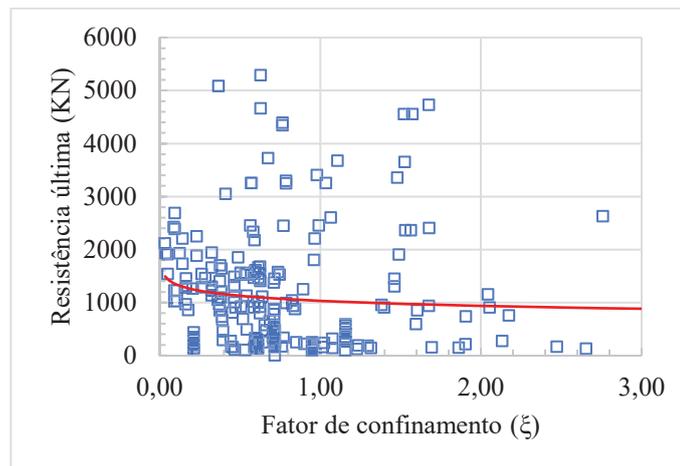


(d) Resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) x fator de confinamento ( $\xi$ ).

#### 2.10.2.4 Relação entre fator de confinamento e resistência última em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 28 ilustra a relação entre o fator de confinamento ( $\xi$ ) e a resistência última ( $N_u$ ) em pilares mistos sob força axial excêntrica. Assim como em pilares mistos sob força axial concêntrica, existe uma concentração de resultados de força última superior quando o fator de confinamento se aproxima da unidade, ainda que, em pilares mistos sob força axial excêntrica, o efeito de confinamento não seja uniforme ao longo da seção transversal do pilar misto, devido a tensões de tração que surgem na face oposta à aplicação da excentricidade.

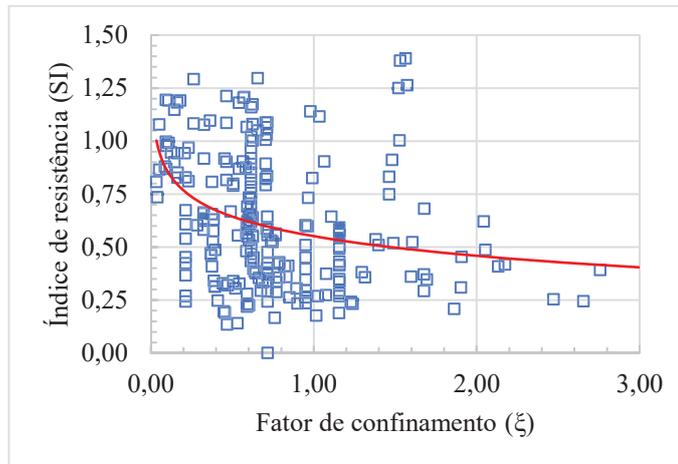
Figura 28: Relação entre o fator  $\xi$  e a resistência última ( $N_u$ ) para modelos sob força axial excêntrica.



#### 2.10.2.5 Relação entre fator de confinamento e índice de resistência em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 29 ilustra a relação entre fator de confinamento ( $\xi$ ) e índice de resistência ( $SI$ ). Apesar da maior concentração de resultados de grande magnitude de força última quando o fator de confinamento se aproxima da unidade, é possível identificar que aumentar o fator de confinamento não exerce nenhuma influência no índice  $SI$ , então, é possível afirmar, que em pilares mistos tubulares circulares, o fator  $\xi$  não possui praticamente nenhuma influência em modelos sob força axial excêntrica (XUE et al., 2012).

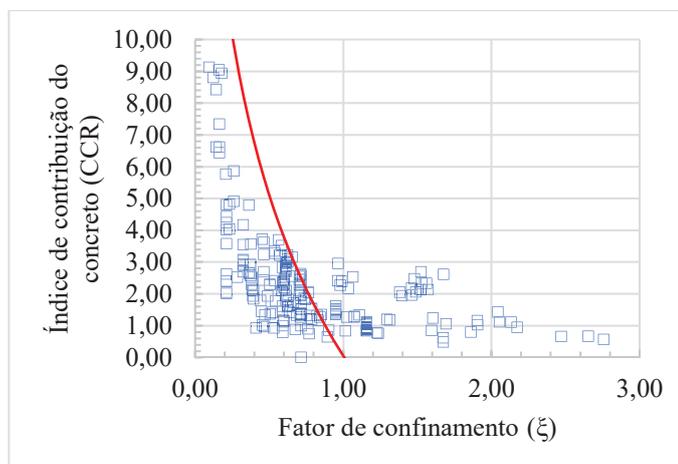
Figura 29: Relação entre o fator  $\xi$  e o índice  $SI$  para modelos sob força axial excêntrica.



#### 2.10.2.6 Relação entre fator de confinamento e índice de contribuição do concreto em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 30 ilustra a relação entre fator  $\xi$  e índice  $CCR$ . Em pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial excêntrica, a contribuição do núcleo de concreto em termos de índice  $CCR$  decresce com o aumento do fator  $\xi$ . Isto é explicado porque o fator  $\xi$  aumenta com o acréscimo na relação  $A_s \cdot f_y$  e pela redução na relação  $A_c \cdot f_{ck}$ . Mesmo que a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) seja amplificada pelo fator  $\xi$ , quando há um alto fator  $\xi$ , a participação do concreto na resistência  $N_u$  será menor.

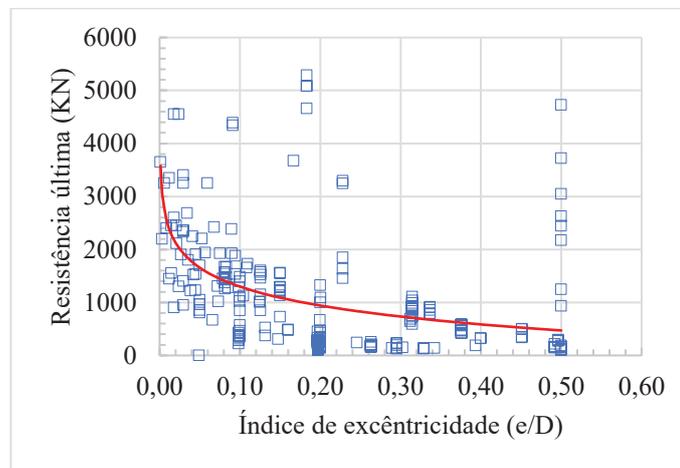
Figura 30: Relação entre fator de confinamento ( $\xi$ ) e índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ).



### 2.10.2.7 Relação entre índice de excentricidade e resistência última em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 31 ilustra a relação entre índice de excentricidade ( $e/D$ ) e resistência última ( $N_u$ ). Ainda que, outras propriedades geométricas e mecânicas podem ser alteradas para reduzir o impacto da presença de excentricidades na aplicação da força axial no pilar misto tubular circular, é possível identificar um padrão para a redução na capacidade resistente conforme se aumenta o índice de excentricidade na força axial aplicada.

Figura 31: Relação entre índice de excentricidade ( $e/D$ ) e resistência última ( $N_u$ ).

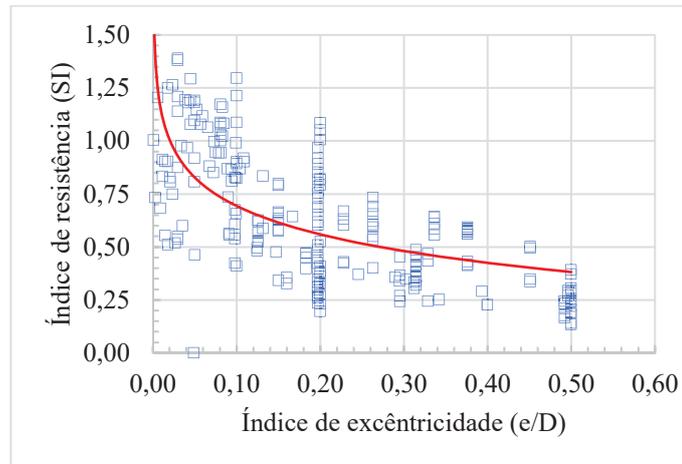


### 2.10.2.8 Relação entre índice de excentricidade e índice de resistência em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 32 ilustra a influência do índice de excentricidade ( $e/D$ ) sobre o índice de resistência ( $SI$ ). Aumentar o índice  $e/D$  reduz o índice  $SI$ . Zeghiche e Chaoui (2005) indicaram que a capacidade resistente do pilar misto sob força axial excêntrica diminuí conforme se aumenta o valor da excentricidade.

Para pilares sob força axial pura, as deformações são puramente compressivas. Para pilares sob força axial excêntrica, as deformações são muito maiores, com tensões de tração na parte inferior da altura média do pilar.

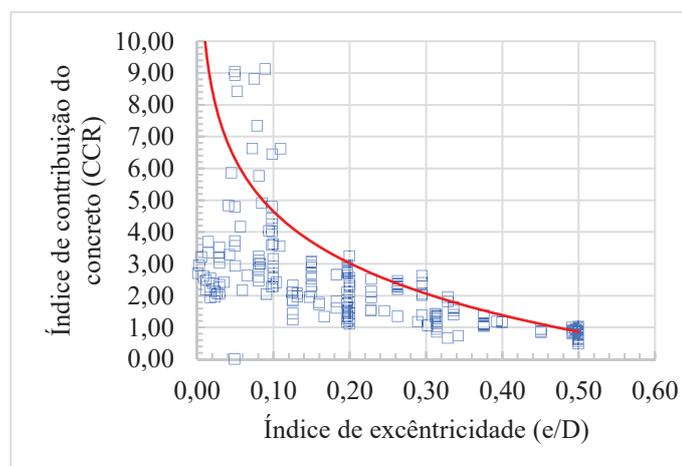
Figura 32: Relação entre índice de excentricidade ( $e/D$ ) e índice de resistência ( $SI$ ).



### 2.10.2.9 Relação entre índice de excentricidade e índice de contribuição do concreto em pilares mistos sob força axial excêntrica

A Figura 33 ilustra a relação entre índice de excentricidade ( $e/D$ ) e índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ). Aumentar o índice  $e/D$  reduz o índice  $CCR$ , pois à medida que a excentricidade aumenta, há um predomínio de tensões de tração na face oposta a aplicação desta excentricidade. Deste modo, o tubo de aço exerce maior influência comparado ao núcleo de concreto.

Figura 33: Relação entre índice de excentricidade ( $e/D$ ) e índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ).



### 2.10.2.10 Conclusão sobre pilares mistos sob força axial excêntrica

Este capítulo reuniu 25 pesquisas, totalizando assim, 274 resultados experimentais de exemplares submetidos à força axial excêntrica obtidos na bibliografia disponível. Os parâmetros índice de esbeltez global ( $L/D$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e índice de excentricidade ( $e/D$ ) foram analisados para verificar sua influência no desempenho estrutural de pilares mistos tubulares circulares. Além da resistência última ( $N_u$ ), parâmetros de desempenho como: índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ) e índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) foram analisados. Baseado nos resultados desta pesquisa, as seguintes conclusões podem ser realizadas:

- Em pilares mistos submetidos à força axial excêntrica, aumentar a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) não influencia em um aumento do índice de resistência ( $SI$ ), diferentemente do que ocorre em pilares mistos submetidos à força axial concêntrica. Portanto, é obtida uma melhora no desempenho do pilar misto quando se reduz o índice de excentricidade ( $e/D$ ), mas não alterando a resistência dos materiais.
- Aumentar a resistência dos materiais será efetivo para aumentar o desempenho de pilares curtos, efeito que decrescerá aumentando a relação  $L/D$ .
- O índice de resistência ( $SI$ ) apresentará maiores valores quando a relação  $D/t$  for menor que 50. Aumentar a relação  $D/t$  reduz o fator de confinamento ( $\xi$ ). Deste modo, o grau de confinamento oferecido em um pilar misto de paredes finas é dependente da condição de carregamento ( $e/D$ ).
- Em pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica, o fator de confinamento ( $\xi$ ) não possui praticamente nenhuma influência no desempenho do pilar misto; a contribuição do núcleo de concreto em termos de índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) decresce com o aumento do fator de confinamento ( $\xi$ ); aumentar o índice de excentricidade ( $e/D$ ) reduz o índice de resistência ( $SI$ ) e reduz o índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ).

## 2.11 Pesquisas analíticas

Dentre os modelos teóricos existentes para prever a performance estrutural de pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica, certos modelos, consideram a tensão de

confinamento uniforme e equi-biaxial, ou seja, a tensão de confinamento ao longo do menor eixo da seção transversal tem valores iguais. Esta suposição simplificadora é aplicável somente quando o pilar está submetido à força axial concêntrica sem a presença de excentricidade. Nos demais casos, a tensão de confinamento pode ser não uniforme e anisotrópica, e então, o método de elementos finitos é aplicado em softwares comerciais como *Ansys* e *Abaqus* para obter este comportamento (OUYANG et al., 2017).

Modelos em elementos finitos em três dimensões podem ser desenvolvidos para precisamente prever o comportamento de estruturas mistas, mas tais modelos são tediosos para serem construídos e impraticáveis em análises de grandes sistemas estruturais. Para alcançar um balanço entre eficiência e acurácia na representação de pilares mistos, elementos de fibra podem ser utilizados (KTWAL et al., 2017). A análise com elementos de fibra é um método de análise para calcular a resistência e deslocamento de um pilar misto como variação de deformação. A análise utiliza informações de uma unidade da seção que é particionada do pilar misto (LEE et al., 2011). Modelos de análise com elementos de fibra são retratados a seguir, representando o comportamento não linear inelástico de pilares mistos tubulares circulares.

A dificuldade em utilizar dados experimentais para desenvolver modelos de materiais é que a contribuição do aço e do concreto é geralmente mensurada não diretamente e suposições são necessárias para extrair respostas individuais (KTWAL et al., 2017).

### 2.11.1 Pesquisas com *fiber element method*

O presente capítulo apresenta um resumo sobre as pesquisas utilizando e desenvolvendo o método de cálculo denominado *fiber element method* em pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica. O *fiber element method* consiste na discretização da seção transversal do pilar misto em diversos elementos denominados como fibras, onde cada fibra da seção transversal recebe as relações constitutivas do seu respectivo material.

Neogi et al. (1969) propuseram procedimentos numéricos para predição da capacidade de carga e deformação de pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica. No entanto, estes procedimentos subestimam a força resistente última para pilares curtos e ignoram a resistência a tração do concreto e o efeito de confinamento.

Susantha et al. (2001) apresentaram um método para prever a relação tensão x deformação completa para o concreto submetido ao estado triaxial de tensões, causado por

força axial concêntrica e pela pressão lateral causada pelo efeito de confinamento para seções circulares, quadradas e octogonais. Modelos de interação aço-concreto baseados no modelo de Tang et al. (1996) foram adotados para estimar a pressão lateral no concreto.

Lakshmi e Shanmugam (2002) desenvolveram um método para representar o comportamento de pilares mistos tubulares circulares curtos sob momento biaxial. No entanto, o modelo não leva em conta o efeito de confinamento do concreto.

Fujimoto et al. (2004) estudaram numericamente modelos sob força axial excêntrica considerando o efeito de escala na resistência característica à compressão do concreto, efeito do confinamento na resistência característica à compressão do concreto, mudança de tensões em modelos circulares e redução na tensão nominal de compressão em modelos quadrados causado por instabilidades locais no tubo de aço. Estes efeitos foram incorporados aos modelos através das relações tensão x deformação para o tubo de aço e o núcleo de concreto. No entanto, a resistência a tração do concreto não é considerada e, em geral, o modelo superestimou o momento resistente último do pilar.

Hu et al. (2005) desenvolveram um modelo incorporando a pressão de confinamento lateral como função do nível de força axial e da tensão de escoamento do aço para prever a relação momento x curvatura em pilares mistos tubulares circulares curtos sob força axial excêntrica. No entanto, o modelo é inconsistente para representar o mesmo pilar sob força axial concêntrica, porque a pressão de confinamento lateral é função da relação  $D/t$ , além da tensão de escoamento do aço.

Hatzigeorgiou (2008) apresentou um modelo para prever o completo comportamento em pilares mistos tubulares circulares curtos sob força axial excêntrica. O modelo leva em conta tanto a relação  $D/t$ , quanto a tensão de escoamento do aço. No entanto, a tensão de tração do concreto não foi considerada.

Liang e Fragomeni (2010) apresentaram um modelo para prever o comportamento não linear inelástico em pilares mistos tubulares circulares curtos sob força axial excêntrica, levando em consideração efeitos de confinamento e materiais de alta resistência.

Lee et al. (2011) conduziram uma análise semelhante abrangendo mais configurações físicas e geométricas dos exemplares, onde 11 modelos foram estudados com o propósito de estimar a relação entre força axial x deslocamento axial, momento curvatura e força axial x momento fletor.

Liang (2011) apresentaram um modelo para prever o comportamento não linear inelástico em pilares mistos tubulares esbeltos sob força axial excêntrica. O modelo considera o efeito de confinamento do concreto, esbeltez do pilar, excentricidade no carregamento,

materiais de alta resistência, imperfeições geométricas iniciais e ainda, não linearidades físicas e geométricas. A relação entre a área de aço e a área bruta da seção transversal foi estudada através da taxa de aço. Os níveis estudados para esta variável foram 0.04, 0.06, 1.2 e 1.6, fixando o diâmetro do pilar misto e alterando a espessura do tubo de aço. Variando a taxa de aço de 0.04 para 0.06 e 1.20 para 1.60, a resistência axial máxima aumenta de 17.80 % para 74.20 % e 103.80 %, o momento resistente máximo aumenta de 33.80 % para 145.60 % e 215.90 %, a resistência máxima a flexão pura aumenta de 44.40 % para 171.50 % e 249.00 %, respectivamente.

Lai e Varma (2015) realizaram uma análise não linear inelástica para prever o comportamento e resistência de pilares mistos tubulares circulares, classificados quanto a esbeltez local, como não compactos e esbeltos, sob força axial, flexão pura e combinando força axial e flexão. No entanto, o efeito de confinamento não foi considerado, divergindo de resultados experimentais.

### **2.11.2 Pesquisas com elementos finitos**

O presente capítulo apresenta um resumo sobre pesquisas com elementos finitos em pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica.

Neogi et al. (1969) estudaram numericamente 7 modelos com comprimento efetivo e diâmetro semelhante; espessura do tubo de aço de 5.11 mm e 8.81 mm; resistência à compressão do concreto de 20 MPa e 40 MPa e; excentricidades de 38.1 mm e 47.6 mm.

Kilpatrick and Rangan (1999) estudaram numericamente dois grupos com tubos de tensão de escoamento do aço de 355 MPa e concreto com resistência à compressão de 50 MPa. No primeiro grupo, o comprimento efetivo variou em níveis de 802 mm a 2402 mm com outras variáveis constantes, enquanto que, em um segundo grupo, a excentricidade variou entre níveis de 10 mm a 50 mm com outras variáveis constantes.

O'shea e Bridge (2000) estudaram numericamente 18 modelos com comprimento efetivo de 660 mm e 745 mm; diâmetro de 165 mm e 190 mm; espessura do tubo de 0.86 mm e 2.82 mm; tensão de escoamento do aço de 235 MPa e 355 MPa; resistência à compressão do concreto de 41 MPa e 112.7 MPa e; excentricidades de 6.5 mm e 20.8 mm.

Zeghiche e Chaoui (2005) estudaram numericamente 8 modelos com comprimento efetivo de 2 m a 4 m em incrementos de 0.50; diâmetro de 160 mm; espessura do tubo de 5 mm; tensão de escoamento do aço de 275 MPa; resistência à compressão do concreto de 100 MPa e; excentricidades de 8 mm a 32 mm em incrementos de 8 mm.

Lee et al. (2009) investigaram numericamente o comportamento de pilares mistos tubulares circulares sob compressão e torção em modelos com comprimento efetivo de 100 mm; diâmetro de 114 mm e 139.8 mm; espessura do tubo de 3.5 mm, 4 mm e 4.5 mm; tensão de escoamento do aço de 280 MPa, 325 MPa e 345 MPa e resistência à compressão do concreto de 30 MPa. Considerando o comportamento do núcleo de concreto, os resultados indicaram que conforme a força axial é aumentada a força torcional aumenta conjuntamente até 0.6 da força resistente máxima. A partir deste ponto, há um decréscimo na resistência torcional conforme a força axial é aumentada. Considerando o comportamento do tubo de aço, os resultados indicaram que a resistência torcional descesse com o aumento da força axial.

Yang e Han (2011) desenvolveram um modelo para prever o comportamento de pilares mistos sob compressão parcial excêntrica.

Han et al. (2011) compararam modelos circulares e modelos quadrados com formato reto solicitados excêntrica e formato curvo solicitados concentricamente.

Muciaccia et al. (2011) estudaram numericamente 2 conjuntos com 4 modelos com comprimento efetivo de 1230 mm e 4670 mm; diâmetro de 140 mm; espessura do tubo de 4 mm; tensão de escoamento do aço de 35 MPa; resistência à compressão do concreto de 60 MPa e; excentricidade de 25 mm.

Portolés et al. (2011) estudaram numericamente 33 modelos com comprimento efetivo de 2135 mm e 3135 mm; diâmetro de 100 mm a 160.1 mm; espessura do tubo de 3 mm, 5 mm e 5,70 mm; tensão de escoamento do aço de 275 MPa; resistência à compressão do concreto de 30 MPa, 60 MPa e 90 MPa e; excentricidades de 20 mm e 50 mm.

Xue et al. (2012) investigaram numericamente 24 modelos levando em consideração falhas entre o tubo de aço e o núcleo de concreto sob o fator de confinamento do concreto.

Portolés et al. (2013) desenvolveram um estudo numérico sobre o comportamento de 24 modelos comparando a influência das variáveis resistência à compressão do concreto, influência de reforço longitudinal e excentricidades na aplicação da força.

Ouyang e Ho (2014) classificaram as ações aplicadas em pilares mistos tubulares circulares utilizando 87 resultados de modelos experimentais com comprimento efetivo de 660 mm e 4670 mm; diâmetro de 76 mm a 600 mm; espessura do tubo de 1.52 mm e 8.81 mm; tensão de escoamento do aço de 256.4 MPa e 517 MPa; resistência à compressão do concreto de 26.42 MPa e 112.70 MPa e; excentricidades de 9.4 mm e 300 mm.

Han et al. (2016) investigaram numericamente a influência de falhas na performance de pilares mistos tubulares sob força axial excêntrica.

Ouyang et al. (2017) investigaram numericamente 95 pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica e excêntrica, utilizando modelos experimentais presentes na bibliografia, com comprimento efetivo de 660 mm e 4670 mm; diâmetro de 76 mm e 210 mm; espessura de 0.86 e 8.81 mm; tensão de escoamento do aço de 185 MPa a 435 MPa; resistência à compressão do concreto de 26.40 MPa e 112.70 MPa e; excentricidade de 50 mm. O modelo incorporou diretamente a relação entre deformação lateral x deformação axial do concreto confinado para representar o efeito de confinamento do tubo de aço em um pilar misto tubular sob força axial excêntrica. Neste modelo, o acréscimo gradual na dilatação no estágio inelástico causado pela fissuração do concreto é totalmente contabilizado, sem a necessidade de definir variáveis dependentes da solução. O modelo incorporou a relação entre deformação lateral e deformação axial proposta por Dong et al. (2015), superfície de falha triaxial de Menétrey e William (1995) e relação tensão x deformação sob condição confinada proposta por Attard e Setunge's (1996).

Xiong et al. (2017) investigaram a performance de pilares mistos tubulares circulares esbeltos preenchidos por concreto de ultra resistência sob força axial concêntrica e excêntrica. Efeitos de segunda ordem foram calculados através da multiplicação da força axial pela soma de deflexões, imperfeições iniciais e excentricidades de sollicitação. Além disso, a rigidez a rotação nas extremidades do pilar misto foi incorporada ao modelo para calcular o momento fletor resistente, considerando ligações semirrígidas. A relação entre força axial e momento resistente foi precisa para a parte ascendente da relação. No entanto, a relação pós pico não foi devidamente capturada.

Baseado no modelo constitutivo para pilares mistos tubulares circulares submetidos à torção pura proposto por Han et al. (2007), Cai et al. (2020) investigaram através de um modelo em elementos finitos o comportamento mecânico de um pilar misto tubular circular sob força axial excêntrica. No estudo de Han et al. (2007) a influência da relação de excentricidade sob o efeito de confinamento foi ignorada, significando que o efeito de confinamento é idêntico para diversas excentricidades. Para considerar o efeito de confinamento em pilares submetidos à diferentes excentricidades e diferentes estágios de carregamento, Cai et al. (2020) introduziram um coeficiente de confinamento  $e$ , uma nova lei constitutiva para o concreto confinado foi desenvolvida.

Lacuesta et al. (2018) validou um modelo numérico através de um vasto banco de dados de resultados experimentais presentes na bibliografia de pilares mistos tubulares circulares. Os resultados indicaram que não há efeito de confinamento apreciável quando a excentricidade é superior a 10 % do diâmetro da seção.

Kedziora and Anwaar (2019) elaboraram um modelo numérico eliminando o comportamento de fissuração do concreto e adicionando um modelo de eliminação do material concreto quando fraturado. Resultados de resistência última em pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica demonstraram igualdade a resultados experimentais. No entanto, o modelo de eliminação do concreto impede análises de dano ou colapso e, mais análises demonstraram ser necessárias porque a precisão do modelo foi dependente do tamanho do elemento finito.

Song e Xiang (2020) elaboraram um modelo numérico para materiais de ultra resistência em pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica, excêntrica e flexão pura. Uma relação tensão x deformação é desenvolvida capturando a fragilidade do concreto de ultra resistência no trecho pós pico da relação. Resultados indicaram que a eficiência do uso de materiais de ultra resistência deve ser estudada para se obter a melhor ação conjunta, visto que, aumentar a resistência característica à compressão do concreto reduz o índice de eficiência e, para um concreto de ultra resistência (160 MPa), o melhor desempenho da seção mista foi determinado com um aço de 700 MPa, e não de 1000 MPa. A influência da taxa de aço, resistência à compressão do concreto e tensão de escoamento do aço é moderada em relação ao índice de eficiência. Por outro lado, o índice é amplificado significativamente reduzindo a relação de esbeltez do pilar e a relação de excentricidade na aplicação de força.

### **2.11.3 Acurácia de estudos numéricos anteriores**

A Tabela 4 demonstra a acurácia dos resultados obtidos em estudos anteriores com pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica utilizando como parâmetro a relação entre o valor de força última determinado numericamente o valor de força última obtido no estudo experimental utilizado como referência. Também é demonstrado o parâmetro desvio padrão dos resultados obtidos numericamente nestas pesquisas.

Tabela 4: Acurácia de estudos numéricos anteriores.

Autor	Numérico/Experimental	Desvio padrão
Neogi et al. (1969)	0.98	0.023
Kilpatrick and Rangan (1999)	1.05	0.042
O'shea e Bridge (2000)	0.93	0.079
Zeghiche e Chaoui (2005)	0.96	0.021
Lee et al. (2009)	1.02	0.097
Yang e Han (2011)	0.99	0.010
Han et al. (2011)	0.84	0.063
Muciaccia et al. (2011)	1.03	0.075
Portolés et al. (2011)	1.02	0.070
Xue et al. (2012)	0.99	0.000
Portolés et al. (2013)	1.00	0.070
Ouyang e Ho (2014)	1.00	0.069
Han et al. (2016)	1.00	0.070
Ouyang et al. (2017)	1.02	0.069
Xiong et al. (2017)	1.01	0.033
Cai et al. (2018)	1.01	0.100
Lacuesta et al. (2018)	0.98	0.069
Kedziora and Anwaar (2019)	-	-
Song e Xiang (2020)	1.22	0.062

## 2.12 Teses e dissertações realizadas no Brasil

Este item apresenta teses e dissertações realizadas no Brasil nos últimos dez anos sobre o tema pilares mistos. Apenas teses e dissertações que contenham o desenvolvimento de um modelo numérico utilizando elementos finitos foram demonstradas.

Neste sentido, se observam estudos relacionados ao comportamento do pilar misto em situação de incêndio, estudo do uso de diversas tipologias de conectores, ligações com outros elementos estruturais e principalmente, estudos para prever a resistência última de pilares de diferentes seções transversais. Por outro lado, se identifica um número menor de estudos analisando o comportamento destes elementos quando submetidos à flexo-compressão.

A Tabela 5 demonstra teses e dissertações realizadas no Brasil nos últimos dez anos sobre o tema pilares mistos abordando modelos numéricos.

Tabela 5: Teses e dissertações realizadas no Brasil sobre pilares mistos abordando modelos numéricos.

Estudo	Instituição	Software	Seção	Principal assunto
Spavier (2020)	USP	<i>Diana</i>	Parc. Revestido	Ligações
Gonçales (2019)	IPB	<i>Ansys</i>	Parc. Revestido	Situação de incêndio
Chaves (2019)	UFOP	<i>Abacus</i>	Circular	Conectores
Rossi (2019)	USP	<i>Abacus</i>	Quadrada	Situação de incêndio
Melo (2018)	UFSCAR	<i>Ansys</i>	Quadrada	Flexo-compressão
Filho (2018)	UFES	<i>Ansys</i>	Circular	Situação de incêndio
Faria (2018)	UFOP	<i>Abacus</i>	Circular	Conectores
Rodrigues (2018)	UERJ	<i>Abacus</i>	Circular duplo	Aço inoxidável
Calio (2017)	IPB		Parc. revestido	Situação de incêndio
Alcântra (2017)	UFMG	<i>Abacus</i>	Circular	Resistência última
Prado (2017)	UFMG	<i>Abacus</i>	Circular	Conectores
Prates (2017)	UFMG	<i>Abacus</i>	Quadrada	Conectores
Pereira (2017)	USP	<i>Diana</i>	Parc. revestido	Flexo-compressão
Rodrigues (2017)	UNICAMP	<i>Abacus</i>	Quadrada	Situação de incêndio
Santos (2017)	UFMG	<i>Abacus</i>	Circular	Conectores
Tineo (2016)	UFSCAR	<i>Ansys</i>	Quadrada	Ligações
Rocha (2016)	USP	<i>Abacus</i>	Parc. revestido	Situação de incêndio
Araújo (2016)	UERJ	<i>Ansys</i>	Circular	Material do tubo
Aguiar (2015)	UFMG	<i>Abacus</i>	Circular	Conectores
Gomes (2015)	UFES	<i>Ansys</i>	Circular	Resistência última
Cardoso (2014)	UFMG	<i>Abacus</i>	Circular	Conectores
Pereira (2014)	USP	<i>Diana</i>	Parc. revestido	Resistência última
Silva (2013)	UFV	<i>Abacus</i>	Quadrada	Conectores
Almeida (2012)	UFMG	<i>Abacus</i>	Quadrada	Ligações
Barros (2011)	USP	<i>Diana</i>	Quadrada	Ligações
Bezerra (2011)	USP	<i>Diana</i>	Quadrada	Ligações

### 3 MODELOS E PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

O presente capítulo aborda modelos de cálculo presentes na Norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008), Norma Europeia EN 1994-1-1 (2004) e Norma Americana ANSI/AISC 360:16 (2016) para o cálculo e dimensionamento de pilares mistos tubulares circulares sob compressão axial e flexo-compressão.

#### 3.1 Determinação do módulo de elasticidade do concreto

O módulo de elasticidade do concreto pode ser determinado analiticamente segundo a ANBT NBR 8800 (2008), EN 4 (2004) e ANSI/AISC 360 (2016) conforme as Equações apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6: Fórmulas para determinação do módulo de elasticidade do concreto.

ABNT NBR 8800 (2008)	$E_c = 4760\sqrt{f_{ck}}$	Equação 15
EN 4 (2004)	$E_{cm} = 22000 \left( \frac{f_{ck} + 8MPa}{10} \right)^{0.3}$	Equação 16
ANSI/AISC 360 (2016)	$E_c = 0,043\omega_c^{1,5}\sqrt{f_{ck}}$	Equação 17

#### 3.2 Limites normativos

A Tabela 7 demonstra os limites normativos em relação a esbeltez local, global, tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) de acordo com cada norma de dimensionamento.

Além da norma ABNT NBR 8800 (2008), EN 4 (2004) e ANSI/AISC 360 (2016) abordadas com ênfase no capítulo a seguir, também se demonstra limites normativos das normas Americana ACI 318(2014), Australiana AS/NZ 2327(2017), Chinesa DBJ 13-51-2010 (2010) e, Japonesa AIJ (2001).

Tabela 7: Limites normativos de algumas normas de dimensionamento.

Norma	Esbeltez local	Esbeltez global	$f_y (MP_a)$	$f_{ck} (MP_a)$
ACI 318 (2014)	$D/t \leq \sqrt{8E_s f_y}$		-	$f'_c \geq 17.2$
ANSI/AISC 360 (2016)	$D/t \leq 0.15E_s f_y$	$K \cdot \frac{L}{r_t} < 200$	$f_y \leq 525$	$21 \leq f'_c \leq 69$
AS/NZS 2327 (2017)	$\frac{D}{t} \frac{250}{f_y} \leq 0.19 \frac{E_s}{f_y}$		$f_y \leq 690$	$20 \leq f'_c \leq 100$
EN 4 (2004)	$D/t \leq 90 x \frac{235}{f_y}$	$\lambda \leq 2$	$235 \leq f_y \leq 460$	$20 \leq f'_c \leq 50$
DBJ 13-51-2010 (2010)	$D/t \leq 150 x \frac{235}{f_y}$		$235 \leq f_y \leq 420$	$24 \leq f'_c \leq 70$
AIJ (2001)	$D/t \leq 1.5 x \frac{23500}{f_y}$	$L/D \leq 12$	$235 \leq f_y \leq 440$	$18 \leq f'_c \leq 90$
ABNT NBR 8800 (2008)	$D/t \leq 0.15E_s f_y$	$\lambda_0 \leq 2$	$250 \leq f_y \leq 450$	$20 \leq f'_c \leq 50$

### 3.3 Resistência à compressão - ABNT NBR 8800:2008 e ABNT NBR 16239:2013

O dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto realizado com base na norma ABNT NBR 8800:2008 deve ser feito de acordo com as prescrições do Anexo P. Este procedimento possui mesma formulação da norma ABNT NBR 16239:2013

O dimensionamento de pilares mistos consiste em um método simplificado, para seções transversais total ou parcialmente revestidas com concreto, seções preenchidas com concreto, submetidos à compressão simples ou a flexo-compressão. O método se qualifica como simplificado por considerar interação completa entre o concreto e o aço no colapso. Imperfeições iniciais se resumem a determinação da resistência de barras de aço axialmente comprimidas e não há consideração de instabilidade local. O perfil estrutural de aço pode ser laminado ou soldado.

#### 3.3.1 Instabilidade local

Como não há consideração de instabilidade local, não podem ser ultrapassadas as relações  $(D/t)$ , conforme as seguintes Equações.

seções tubulares circulares preenchidas:  $D/t \leq 0,15 E/f_y$  Equação 18

seções tubulares retangulares preenchidas:  $b_i/t \leq 2,26\sqrt{E/f_y}$  Equação 19

seções I parcialmente revestidas:  $b_f/t_f \leq 1,49\sqrt{E/f_y}$  Equação 20

### 3.3.2 Fator de contribuição da seção de aço

O fator de contribuição do aço ( $\delta$ ) determinado conforme a Equação 21, deve ser superior a 0,2 e inferior a 0,9. Quando igual ou inferior a 0,2 o pilar é dimensionado como pilar de concreto armado, quando igual ou superior a 0,9 o pilar deve ser dimensionado como pilar de aço.

$$0,2 < \frac{f_{yd}A_s}{N_{p\ell,Rd}} < 0,9 \quad \text{Equação 21}$$

### 3.3.3 Índice de esbeltez reduzido

O Índice de esbeltez reduzido deve atender a condição  $(\bar{\lambda}_{0,m}) < 2$ , é determinado pela relação entre a força axial de compressão resistente à plastificação total ( $N_{p\ell,R}$ ) e a força axial de flambagem elástica ( $N_e$ ) conforme a Equação 22.

$$\bar{\lambda}_{0,m} = \sqrt{\frac{N_{p\ell,R}}{N_e}} < 2 \quad \text{Equação 22}$$

Onde a força axial de compressão resistente à plastificação total ( $N_{p\ell,R}$ ) é determinada conforme a Equação 23.

$$N_{p\ell,R} = f_y A_s + f_{ck} A_c + f_{ysr} A_{sr} \quad \text{Equação 23}$$

Onde a força axial de flambagem elástica ( $N_e$ ) é determinada conforme a Equação 24.

$$N_e = \frac{(EI)_e \pi^2}{(KL)^2} \quad \text{Equação 24}$$

A rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista  $(EI)_e$  é determinada conforme a Equação 25:

$$(EI)_e = E_s I_s + 0,6 E_{c,red} I_c + E_{sr} I_{sr} \quad \text{Equação 25}$$

A rigidez efetiva axial à compressão da seção mista  $(EA)_e$  é determinada conforme a Equação 26:

$$(EA)_e = E_s A_s + E_{c,red} A_c + E_{sr} A_{sr} \quad \text{Equação 26}$$

Os efeitos de retração e deformação lenta do concreto são representados por uma redução do módulo de elasticidade do concreto. No lugar do módulo de elasticidade do concreto ( $E_c$ ), se considera o módulo de elasticidade reduzido do concreto ( $E_{c,red}$ ), determinado conforme a Equação 27:

$$E_{c,red} = \frac{E_c}{\left[ 1 + \varphi \left( \frac{N_{sd,G}}{N_{sd}} \right) \right]} \quad \text{Equação 27}$$

Onde se adotada  $\varphi = 2,50$  para seções parcialmente revestidas e  $\varphi = 0$  para seções tubulares preenchidas com concreto, desconsiderando assim, efeitos de retração e fluência.

### 3.3.4 Força axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total

A força normal resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total ( $N_{p\ell,Rd}$ ) é determinada pela Equação 28 para seções tubulares circulares preenchidas com concreto e pela Equação 29 para demais seções.

$$N_{p\ell,Rd} = f_{yd} A_s + 0,95 f_{cd} A_c + f_{ysrd} A_{sr} \quad \text{Equação 28}$$

$$N_{p\ell,Rd} = f_{yd} A_s + 0,85 f_{cd} A_c + f_{ysrd} A_{sr} \quad \text{Equação 29}$$

Em pilares mistos preenchidos por concreto, é dispensado o uso de armaduras internas, neste sentido, o termo  $f_{sr} A_{sr}$  pode ser suprimido da Equação 28.

### 3.3.5 Força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global

A força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global ( $N_{Rd}$ ) é determinada conforme a Equação 30.

$$N_{Rd} = \chi N_{p\ell,Rd} \quad \text{Equação 30}$$

Onde fator de redução ( $\chi$ ) é determinado em função do índice de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ).

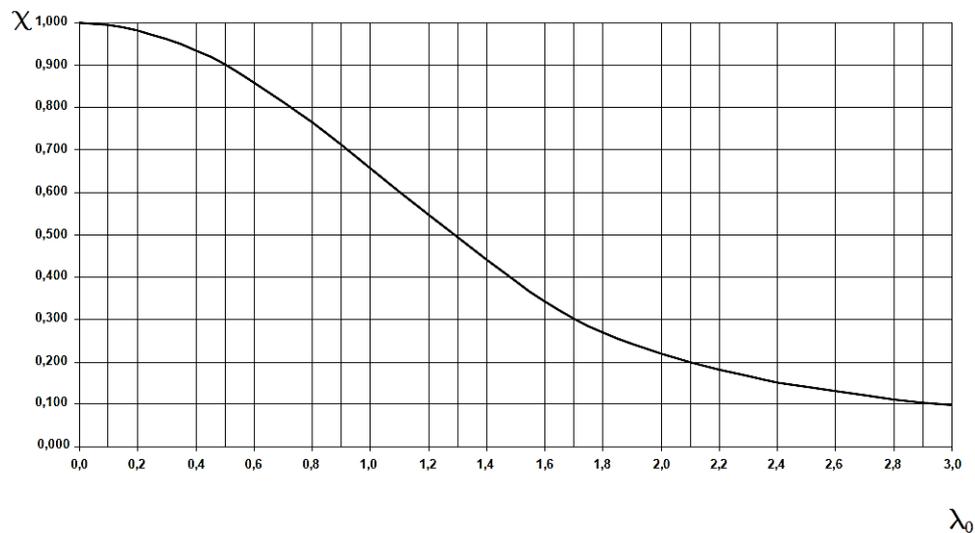
$$\lambda_0 \leq 1,5: \chi = 0,658\lambda_0^2 \quad \text{Equação 31}$$

$$\lambda_0 \geq 1,5: \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \quad \text{Equação 32}$$

Imperfeições iniciais são consideradas consistentes com aquelas adotadas na determinação da resistência de elementos de aço submetidos à compressão concêntrica.

A Figura 34 apresenta a relação entre o fator de redução ( $\chi$ ) e um índice de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ), presentes no ABNT NBR 8800:2008, que é a mesma para barras e pilares mistos submetidos à compressão axial concêntrica.

Figura 34: Relação entre o fator de redução ( $\chi$ ) e o índice de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ).



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008).

### 3.4 Resistência à compressão - EN 1994-1-1:2004

O dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto à esforços de compressão axial concêntrica devem ser realizados de acordo com as prescrições do item 6.7 do código EN 1994-1-1:2004.

O dimensionamento de elementos mistos aço-concreto previsto no código EN 1994-1-1:2004 consiste em um método simplificado para pilares com dupla simetria e seção transversal constante. Ampliando a abrangência, o método inclui no seu modelo prescritivo perfis estruturais formados a frio além dos perfis estruturais laminados e soldados.

#### 3.4.1 Instabilidade local

Os efeitos de instabilidade local podem ser negligenciados para pilares totalmente preenchidos por concreto e desde que não excedam os limites para as seções demonstradas na Equação 33, Equação 34 e Equação 35.

$$\text{seções tubulares circulares preenchidas com concreto: } D/t = 90 \frac{235}{f_y} \quad \text{Equação 33}$$

$$\text{seções tubulares retangulares preenchidas com concreto: } h/t = 52 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad \text{Equação 34}$$

$$\text{seções I parcialmente revestidas: } b_f/t_f = 44 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad \text{Equação 35}$$

#### 3.4.2 Fator de contribuição da seção de aço

O fator de contribuição do aço ( $\delta$ ) é determinado conforme a Equação 36, condição para a relação entre áreas de aço e de concreto.

$$0,2 < \frac{f_{yd}A_s}{N_{Rd,p\ell}} < 0,9 \quad \text{Equação 36}$$

### 3.4.3 Índice de esbeltez relativo

A esbeltez relativa do pilar deve atender a condição  $(\bar{\lambda}) \leq 2$ , determinado pela relação entre a força axial de compressão resistente à plastificação total e a força axial de flambagem elástica, conforme a Equação 37.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{p\ell,Rk}}{N_{cr}}} \leq 2 \quad \text{Equação 37}$$

$N_{p\ell,Rk} = f_{yd}A_s + 0.85f_{cd}A_c + f_{srd}A_{sr}$  para seções revestidas ou parcialmente revestidas por concreto e  $N_{p\ell,Rk} = f_{yd}A_s + f_{cd}A_c + f_{srd}A_{sr}$  para seções preenchidas por concreto.

A força axial de instabilidade ( $N_{cr}$ ) é determinada conforme a Equação 38.

$$N_{cr} = \frac{(EI)_{eff}}{L_e^2} \quad \text{Equação 38}$$

A rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista  $(EI)_{eff}$ , é determinada conforme a Equação 39.

$$(EI)_{eff} = E_s I_s + E_{sr} I_{sr} + 0,6 E_{cm} I_c \quad \text{Equação 39}$$

Efeitos de retração e deformação lenta do concreto conforme a Equação 40.

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + \left(\frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}}\right) \varphi_t} \quad \text{Equação 40}$$

Efeitos de segunda ordem podem ser desprezados quando a rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista é determinada conforme a Equação 41:

$$(EI)_{eff,11} = 0.9(E_s I_s + E_{sr} I_{sr} + 0.5 E_{c,eff} I_c) \quad \text{Equação 41}$$

### 3.4.4 Força axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total

A resistência axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total ( $N_{p\ell,Rd}$ ) é determinada pela Equação 42 para seções parcialmente ou totalmente revestidas por concreto e pela Equação 43 para seções preenchidas por concreto.

$$N_{p\ell,Rd} = f_{yd}A_s + 0.85f_{cd}A_c + f_{srd}A_{sr} \quad \text{Equação 42}$$

$$N_{p\ell,Rd} = f_{yd}A_s + f_{cd}A_c + f_{srd}A_{sr} \quad \text{Equação 43}$$

Para pilares mistos tubulares de seção circular, o aumento de resistência provocado pelo efeito de confinamento só é considerando quando a esbeltez relativa satisfaz  $(\lambda) \leq 0.5$  e relação entre excentricidade e diâmetro satisfaz  $(e/D) \leq 0.1$ . A resistência axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total ( $N_{p\ell,Rd}$ ) é então determinada conforme a Equação 44.

$$N_{p\ell,Rd} = \eta_a f_{yd} A_s + f_{cd} A_c \left( 1 + \eta_c \frac{t}{D} \frac{f_y}{f_{ck}} \right) + f_{srd} A_{sr} \quad \text{Equação 44}$$

Quando  $e=0$ ,  $\eta_a = \eta_{a0}$  e  $\eta_c = \eta_{c0}$ , determinados conforme a Equação 45 e Equação 46.

$$\eta_{a0} = 0.25(3 + 2\lambda) \leq 1 \quad \text{Equação 45}$$

$$\eta_{c0} = 4,90 - 18,50\lambda + 17\lambda^2 \geq 0 \quad \text{Equação 46}$$

Em elementos submetidos à compressão excêntrica, onde há presença combinada de compressão e momento  $0 < e/D \leq 0.1$ ,  $\eta_a$  e  $\eta_c$  são determinados conforme a Equação 47 e Equação 48 e  $\eta_{a0}$  e  $\eta_{c0}$  conforme a Equação 45 e Equação 46 anteriormente descritas.

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0})(10e/D) \quad \text{Equação 47}$$

$$\eta_c = \eta_{c0}(1 - 10e/D) \quad \text{Equação 48}$$

Em elementos onde  $e/D > 0.1$ ,  $\eta_a=1$  e  $\eta_c = 0$ .

### 3.4.5 Força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global

A força axial resistente de cálculo à instabilidade global ( $N_{Rd}$ ) de pilares mistos é determinada conforme a Equação 49.

$$N_{Rd} = \chi N_{p\ell,Rd} \quad \text{Equação 49}$$

O fator de redução ( $\chi$ ) para o modo de instabilidade relevante em termos de esbeltez relativa ( $\lambda$ ) é determinado na Equação 50 e Equação 51.

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} \leq 1,0 \quad \text{Equação 50}$$

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\lambda - 0,2) + \lambda^2] \quad \text{Equação 51}$$

Imperfeições físicas e geométricas são levadas em conta como imperfeições geométricas equivalentes, as quais são obtidas nas relações de instabilidade e imperfeições demonstradas na Tabela 8.

Tabela 8: Relações de instabilidade e imperfeições.

Seção transversal	Limite	Eixo de instabilidade	Relação de instabilidade	Imperfeição
Seções tubulares		z-z	c	L/150
circulares e	$\rho \leq 3\%$	Ambos	a	L/300
retangulares	$3\% < \rho \leq 6\%$	Ambos	b	L/200

Fonte: EN 1994-1-1 (2004).

Onde:

( $\rho$ ) é a taxa de armadura, determinado por  $\rho = A_s/A_c$ .

( $\alpha$ ) é o fator de imperfeição correspondente a apropriada relação de instabilidade indicada na Tabela 8 e obtida na Tabela 9 presente EN 1993-1-1:2005.

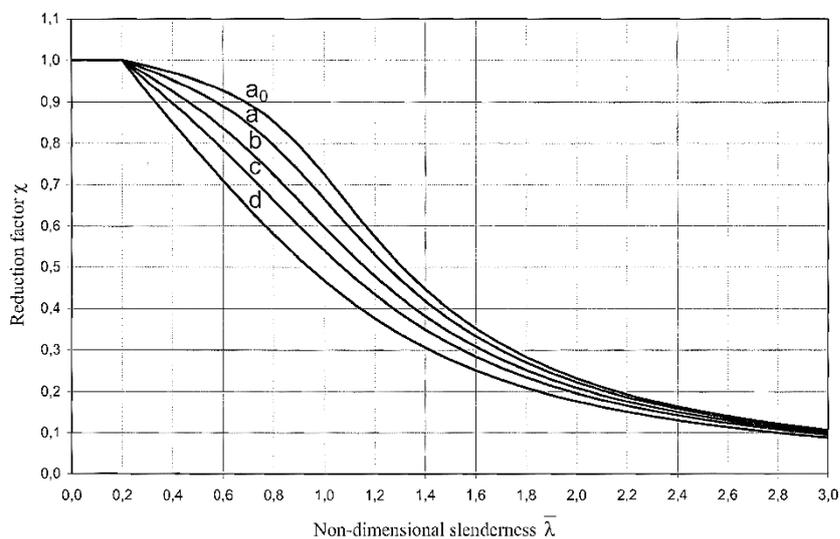
Tabela 9: Fator de imperfeição para relações de instabilidade.

Relação de instabilidade	$a_0$	a	b	c	d
Fator $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Fonte: EN 1994-1-1 (2004).

As relações de instabilidade relacionando a esbeltez relativa do pilar ( $\bar{\lambda}$ ) e o fator de redução ( $\chi$ ) presentes no EN 1993-1-1:2005 são ilustradas na Figura 35.

Figura 35: Relações de instabilidade.



Fonte: EN 1993-1-1 (2005).

### 3.5 Resistência à compressão - ANSI/AISC 360-16

O dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto à esforços de compressão axial concêntrica deve ser feito de acordo com as prescrições do capítulo I da norma ANSI/AISC 360-16.

O dimensionamento de elementos mistos aço-concreto previsto no código ANSI/AISC 360-16 se aplica em pilares mistos de seção transversal duplamente simétrica de geometria circular e retangular. O perfil estrutural de aço pode ser laminado, soldado ou formado a frio.

A área da seção transversal da seção mista deve atender a Equação 52.

$$A_s \geq 0,01(A_s + A_c A_{sr}) \quad \text{Equação 52}$$

#### 3.5.1 Classificação da seção mista por instabilidade local

Seções mistas preenchidas por concreto são classificadas como compactas, semi compactas e esbeltas de acordo com a relação largura x espessura parâmetro limite  $(b/t)(D/t)$  para elemento não compacto ( $\lambda_r$ ) e o parâmetro limite  $(b/t)(D/t)$  para

elemento compacto ( $\lambda_p$ ). A máxima relação permitida para elementos solicitados a compressão axial é demonstrada na Tabela 10.

Tabela 10: Índices de esbeltez para pilar misto submetido à compressão axial.

Seção transversal	Relação	( $\lambda_p$ ) Compacta/não compacta	( $\lambda_r$ ) Não compacta/esbelta	Limite
Retangular ou quadrada	(b/t)	$2,26 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$3,00 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5,00 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
Circular	(D/t)	$\frac{0,15E}{f_y}$	$\frac{0,19E}{f_y}$	$\frac{0,31E}{f_y}$

Fonte: ANSI/AISC 360 (2016).

### 3.5.2 Força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global

A força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global é determinada conforme a Equação 53 e Equação 54.

$$P_n = P_{no} \left( 0,658 \frac{P_{no}}{P_e} \right) \rightarrow \frac{P_{no}}{P_e} \leq 2,25 \quad \text{Equação 53}$$

$$P_n = 0,877 P_e \rightarrow \frac{P_{no}}{P_e} > 2,25 \quad \text{Equação 54}$$

### 3.5.3 Força axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total

A força axial de compressão resistente de cálculo à plastificação total pode ser determinada em através da força axial de compressão resistente de cálculo à instabilidade global, realizando as alterações em relação a esbeltez do pilar descritas nas equações Equação 55, Equação 56, Equação 57 e Equação 58.

$$P_{no} = P_p \rightarrow \text{seções compactas} \quad \text{Equação 55}$$

$$P_{no} = P_p - \frac{P_p - P_y}{\lambda_r - \lambda_p^2} \left( \frac{D}{t} - \lambda_p \right)^2 \rightarrow \text{seções semicompactas circulares} \quad \text{Equação 56}$$

$$P_{no} = P_p - \frac{P_p - P_y}{\lambda_r - \lambda_p^2} \left( \frac{b}{t} - \lambda_p \right)^2 \rightarrow \text{seções semicompactas retangulares} \quad \text{Equação 57}$$

$$P_{no} = A_s F_{cr} + 0,7 f_{ck} \left( A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right) \rightarrow \text{seções esbeltas} \quad \text{Equação 58}$$

A resistência nominal da seção mista ( $P_p$ ) é determinada conforme a Equação 59 e a resistência axial do pilar ( $P_y$ ) é determinada conforme a Equação 60.

$$P_p = A_s f_y + C_2 f_{ck} \left( A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right) \quad \text{Equação 59}$$

$$P_y = A_s f_y + 0,70 f_{ck} \left( A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right) \quad \text{Equação 60}$$

Onde ( $C_2$ ) é igual a 0.85 para seções retangulares e 0.95 para seções circulares e a tensão de instabilidade local ( $F_{cr}$ ) é determinada conforme a Equação 61 e Equação 62.

$$F_{cr} = \frac{0,72 f_y}{\left( \frac{D f_y}{t E_s} \right)^{0,2}} \rightarrow \text{seções circulares} \quad \text{Equação 61}$$

$$F_{cr} = \frac{9 E_s}{\left( \frac{b}{t} \right)^2} \rightarrow \text{seções retangulares} \quad \text{Equação 62}$$

A força axial de instabilidade elástica ( $P_e$ ) é determinada conforme a Equação 63.

$$P_e = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(KL)^2} \quad \text{Equação 63}$$

A rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista é determinada conforme a Equação 64.

$$(EI)_{eff} = E_s I_s + C_3 E_c I_c + E_s I_{sr} \quad \text{Equação 64}$$

O coeficiente de cálculo da rigidez efetiva do pilar submetido à compressão axial ( $C_3$ ) é determinado conforme a Equação 65.

$$C_3 = 0,45 + 3 \left( \frac{A_s + A_{sr}}{A_s + A_c + A_{sr}} \right) \leq 0,90 \quad \text{Equação 65}$$

### 3.6 Síntese do roteiro de cálculo para determinação da resistência última

A Tabela 11 demonstra uma síntese do roteiro de cálculo para determinação da resistência última de pilares mistos tubulares circulares de diversas normas de dimensionamento. Além da norma ABNT NBR 8800 (2008), EN 4 (2004) e ANSI/AISC 360 (2016) abordadas com ênfase no capítulo anterior, também se demonstra o roteiro de cálculo para determinação da resistência última de pilares mistos tubulares circulares das normas Americana ACI 318 (2014), Australiana AS/NZ 2327 (2017), Chinesa DBJ 13-51-2010 (2010) e Japonesa AIJ (2001).

Tabela 11: Síntese do roteiro de cálculo para determinação da resistência última.

Norma	Previsão de força
ACI 318 (2014)	$N_u = f_y A_s + 0,85 f'_c A_c$
AISC 360 (2016)	$N_u = \left[ 0,658 \left( \frac{N_0}{N_{cr}} \right) \right] N_0 \rightarrow N_0 \leq 2,25 N_{cr}$ $N_u = 0,877 N_{cr} \rightarrow N_0 > 2,25 N_{cr}$ $N_0 = f_y A_s + 0,85 f'_c A_c$ $N_{cr} = \frac{\pi^2}{(KL)^2} (EI_{eff})$ $(EI)_{eff} = E_s I_s + C_3 E_c I_c$ $C_3 = 0,45 + 3 \frac{A_s}{A_s + A_c} \leq 0,9$
AS/NZS2327 (2017)	$N_u = \eta_s f_y A_s + f'_c A_c \left( 1 + \eta_c \frac{t f_y}{D f'_c} \right)$ $\eta_s = 0,25(3 + 2\lambda) \leq 1$ $\eta_c = 4,9 - 18,5\lambda + 17\lambda^2 \geq 0$ $\lambda = \sqrt{\frac{N_{plR}}{N_{cr}}}$ $N_{plR} = f_y A_s + f_c A_c$ $N_{cr} = \frac{\pi^2}{(KL)^2} (EI_{eff})$ $(EI)_{eff} = E_s I_s + E_c I_c$
EN 4 (2004)	$N_u = \eta_s f_y A_s + f'_c A_c \left( 1 + \eta_c \frac{t f_y}{D f'_c} \right)$ $\eta_s = \eta_{s0} + (1 - \eta_{s0}) \frac{10e}{D}$ $\eta_c = \eta_{c0} \left( 1 - \frac{10e}{D} \right)$

	$\eta_{s0} = 0.25(3 + 2\lambda) \leq 1$ $\eta_{c0} = 4.9 - 18.5\lambda + 17\lambda^2 \geq 0$ $\lambda = \sqrt{\frac{N_{plR}}{N_{cr}}}$ $N_{plR} = f_y A_s + f_c A_c$ $N_{cr} = \frac{\pi^2}{(KL)^2} (EI_{eff})$ $(EI)_{eff} = E_s I_s + 0.6 E_c I_c$
DBJ 13-51-2010 (2010)	$N_u = f_{sc} (A_s + A_c)$ $f_{sc} = f_{ck} (1,14 + 1,02\xi)$ $\xi = \frac{f_y A_s}{f_{ck} A_c}$
	$N_{u1} = N_{cu,c} + (1 + \eta) N_{cu,s} \rightarrow l/D \leq 4$ $N_{u2} = N_{u1} - 0.125 [N_{u1} - N_{u3} (l/D = 12)] (l/D - 4)$ $\rightarrow 4 < l/D \leq 12$ $N_{u3} = N_{cr,c} + N_{cr,s} \rightarrow l/D > 12$ $N_{cu,c} = 0.85 A_c f_c$ $N_{cr,c} = A_c \sigma_{cr}$ $\sigma_{cr} = \frac{0.85 f_c}{1 + \sqrt{\lambda_1^4 + 1}} \rightarrow \lambda_1 \leq 1$ $\sigma_{cr} = 0.83 \exp[C_c (1 - \lambda_1)] 0.85 f_c \rightarrow \lambda_1 > 1$ $\lambda_1 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\varepsilon_{u,c}}$ $\varepsilon_{u,c} = 0.93 (0.85 f_c)^{1/4} \times 10^{-3}$ $C_c = 0.568 + 0.00612 f_c$ $N_{cu,s} = A_s f_y$ $N_{cr,s} = \begin{cases} A_s f_y & \lambda_1 < 0.3 \\ 1 - 0.545(\lambda_1 - 0.3) & 0.3 \leq \lambda_1 < 1.3 \\ N_{E,s}/1.3 & \lambda_1 \geq 1.3 \end{cases}$ $\lambda_1 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E_s}}$ $N_{E,s} = \frac{\pi^2 E_s I_s}{l^2}$ $\eta = 0.27$
AIJ (2001)	
ABNT NBR 8800 (2008)	$N_u = f_y A_s + 0,95 f'_c A_c$

### 3.7 Resistência à flexo-compressão - ABNT NBR 8800:2008 e ABNT NBR 16239:2013

O dimensionamento dos pilares mistos de aço e concreto deve ser feito de acordo com as prescrições do Anexo P da norma ABNT NBR 8800:2008.

Para a verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores, a ABNT NBR 8800:2008 possui um modelo de cálculo simplificado denominado modelo de

cálculo I baseado na Norma ANSI/AISC 360 e um modelo mais rigoroso denominado modelo de cálculo II baseado no código EN 1994-1-1:2004. A ABNT NBR 16239:2013 apresenta um modelo de cálculo denominado modelo de cálculo III.

### 3.7.1 Momentos fletores de plastificação de cálculo

O momento fletor resistente de plastificação de cálculo em relação ao eixo x ( $M_{pl,x,Rd}$ ) ou em relação ao eixo y ( $M_{pl,y,Rd}$ ) é determinado pela Equação 66 para seções tubulares circulares preenchidas com concreto e pela Equação 67 para demais seções.

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_s - Z_{sn}) + 0,475f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{srd}(Z_{sr} - Z_{srn}) \quad \text{Equação 66}$$

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_s - Z_{sn}) + 0,425f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{srd}(Z_{sr} - Z_{srn}) \quad \text{Equação 67}$$

O momento fletor máximo resistente de plastificação de cálculo em relação ao eixo x ( $M_{max,pl,x,Rd}$ ) ou em relação ao eixo y ( $M_{max,pl,y,Rd}$ ) é determinado pela Equação 68 para seções tubulares circulares preenchidas com concreto e pela Equação 69 para demais seções.

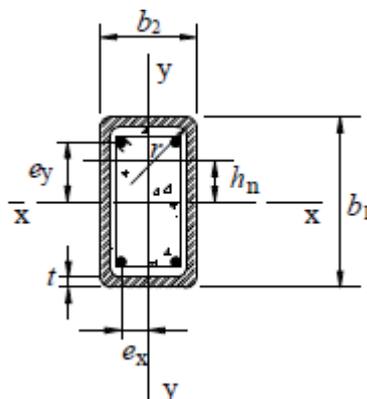
$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}Z_s + 0,475f_{cd}Z_c + f_{srd}Z_{sr} \quad \text{Equação 68}$$

$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}Z_s + 0,425f_{cd}Z_c + f_{srd}Z_{sr} \quad \text{Equação 69}$$

### 3.7.2 Módulo de resistência plástico para seções tubulares

A Figura 36 ilustra uma seção tubular retangular preenchida com concreto.

Figura 36: Seção tubular retangular preenchida com concreto.



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008).

Para seções tubulares retangulares preenchidas com concreto,  $(Z_s)$ ,  $(Z_c)$  e  $(Z_{sr})$  são determinados conforme a Equação 70, Equação 71 e Equação 72.

$$Z_s = \frac{b_2 b_1^2}{4} \quad \text{Equação 70}$$

$$Z_c = \frac{(b_2 - 2t)(b_1 - 2t)^2}{4} - \frac{2}{3}r^3 - r^2(4 - \pi) \left| \left( \frac{b_1}{2} - t - r \right) \right| - Z_{sr} \quad \text{Equação 71}$$

$$Z_{sr} = \sum_{i=1}^n A_{si} e_1 \quad \text{Equação 72}$$

Os módulos de resistência plásticos em relação as seções  $(Z_{sn})$ ,  $(Z_{cn})$ ,  $(Z_{srn})$  são determinados conforme a Equação 73, Equação 74 e Equação 75.

$$Z_{sn} = b_2 h_n^2 - Z_{cn} - Z_{srn} \quad \text{Equação 73}$$

$$Z_{cn} = (b_2 - 2t) h_n^2 - Z_{srn} \quad \text{Equação 74}$$

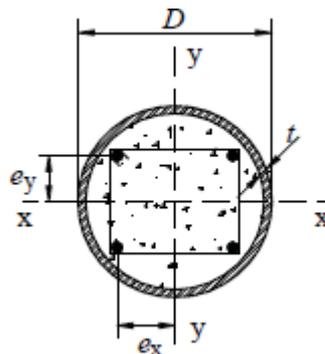
$$Z_{srn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni} e_{yi}| \quad \text{Equação 75}$$

O termo  $h_n$  é determinado conforme a Equação 76.

$$h_n = \frac{A_c 0,85 f_{cd} - A_{srn} (2 f_{srd} - 0,85 f_{cd})}{2 b_2 0,85 f_{cd} + 4 t (2 f_{yd} - 0,85 f_{cd})} \quad \text{Equação 76}$$

A Figura 37 ilustra uma seção tubular circular preenchida com concreto.

Figura 37: Seção tubular circular preenchida com concreto.



Fonte: ABNT NBR 8800 (2008).

Para seções tubulares circulares preenchidas com concreto, são utilizadas as mesmas equações de cálculo da seção tubular retangular, substituindo  $b_1$  e  $b_2$  por  $D$  e  $r$  por  $(D/2 - t)$ . Os módulos de resistência plásticos ( $Z_s$ ), ( $Z_c$ ) e ( $Z_{sr}$ ) são determinados conforme a Equação 77, Equação 78 e Equação 79.

$$Z_s = \frac{D^3}{6} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2t}{D} \right)^3 \right]; tD^2 \quad \text{Equação 77}$$

$$Z_c = \frac{(D - 2t)(D - 2t)^2}{4} - \frac{2}{3} \left( \frac{D}{2} - t \right)^3 - \left( \frac{D}{2} - t \right)^2 (4 - \pi) \left| \left( \frac{D}{2} - t - \left( \frac{D}{2} - t \right) \right) \right| - Z_{sr} \quad \text{Equação 78}$$

$$Z_{sr} = \sum_{i=1}^n A_{si} e_i \quad \text{Equação 79}$$

Os módulos de resistência plásticos em relação as seções ( $Z_{sn}$ ), ( $Z_{cn}$ ), ( $Z_{srn}$ ) são determinados conforme a Equação 80, Equação 81 e Equação 82.

$$Z_{sn} = Dh_n^2 - Z_{cn} - Z_{srn} \quad \text{Equação 80}$$

$$Z_{cn} = (D - 2t)h_n^2 - Z_{srn} \quad \text{Equação 81}$$

$$Z_{srn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni} e_{yi}| \quad \text{Equação 82}$$

A posição da linha neutra da seção mista ( $h_n$ ) é determinada conforme a Equação 83.

$$h_n = \frac{A_c 0,95 f_{cd} - A_{srn} (2f_{srd} - 0,95 f_{cd})}{2D 0,95 f_{cd} + 4t (2f_{yd} - 0,95 f_{cd})} \quad \text{Equação 83}$$

### 3.7.3 Modelo de cálculo I – ABNT NBR 8800:2008

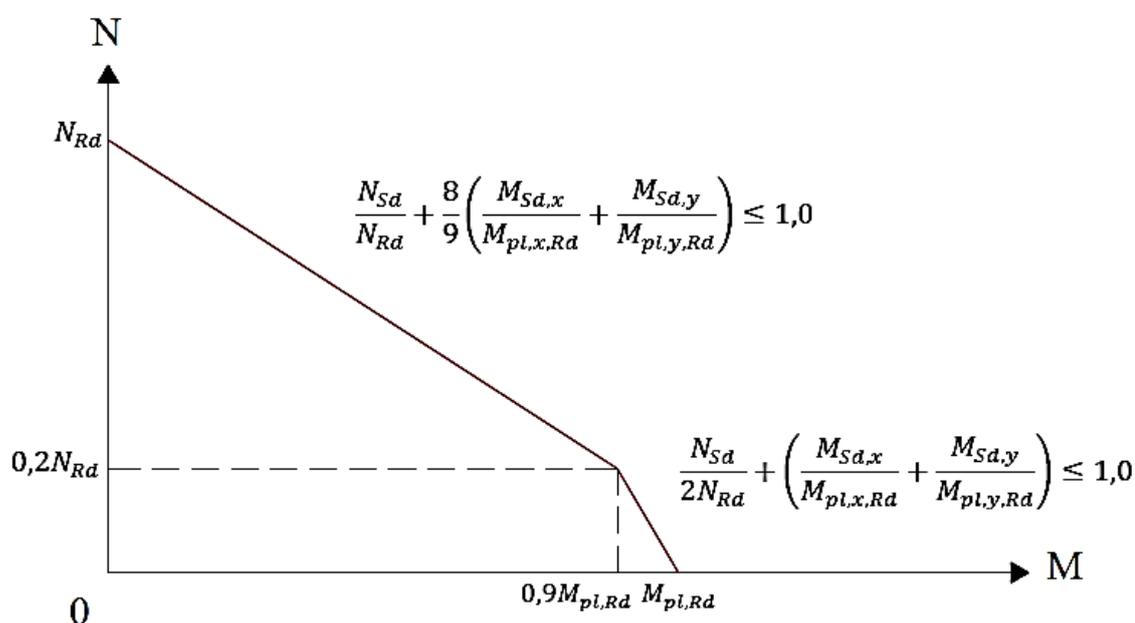
A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores é realizada pela Equação 84 e Equação 85.

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{pl,y,Rd}} \right) \leq 1,0 \rightarrow \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2 \quad \text{Equação 84}$$

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{pl,y,Rd}} \right) \leq 1,0 \rightarrow \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2 \quad \text{Equação 85}$$

A Figura 38 demonstra o diagrama de interação do modelo de cálculo I que relaciona a força axial de compressão e momentos fletores, sendo assim, composto por duas retas.

Figura 38: Diagrama de interação do modelo de cálculo I NBR 8800 (2008).



Fonte: Adaptado de Lourenção (2019).

### 3.7.4 Modelo de cálculo II – ABNT NBR 8800:2008

A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores é realizada pela Equação 86 e Equação 87.

$$N_{Sd} \leq N_{Rd} \quad \text{Equação 86}$$

$$\frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x 0,9M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y 0,9M_{pl,y,Rd}} \leq 1,0 \quad \text{Equação 87}$$

O coeficiente  $\mu_x$  é determinado na Equação 88, Equação 89 e Equação 90. Para determinar  $\mu_y$ , se substituí as grandezas referentes a x por y.

$$\mu_x = 1 - \frac{N_{Sd} - N_{pl,c,Rd}}{N_{pl,Rd} - N_{pl,c,Rd}} \rightarrow N_{Sd} \geq N_{pl,c,Rd} \quad \text{Equação 88}$$

$$\mu_x = \left(1 - \frac{0,8M_{max,pl,x,Rd}}{0,9M_{pl,x,Rd}}\right) \left(\frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} - 1\right) + \frac{0,8M_{max,pl,x,Rd}}{0,9M_{pl,x,Rd}} \rightarrow \frac{N_{pl,c,Rd}}{2} \leq N_{Sd} < N_{pl,c,Rd} \quad \text{Equação 89}$$

$$\mu_x = 1 + \frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} \left(\frac{0,8M_{max,pl,x,Rd}}{0,9M_{pl,x,Rd}} - 1\right) \rightarrow 0 \leq N_{Sd} < \frac{N_{pl,c,Rd}}{2} \quad \text{Equação 90}$$

Onde:

$N_{pl,c,Rd} = 0,95f_{cd}A_c$  e  $N_{pl,Rd} = f_{yd}A_s + 0,95f_{cd}A_c + f_{ysrd}A_{sr}$  para seções tubulares circulares preenchidas com concreto;  $N_{pl,c,Rd} = 0,85f_{cd}A_c$  e  $N_{pl,Rd} = f_{yd}A_s + 0,85f_{cd}A_c + f_{ysrd}A_{sr}$  para demais seções. Se  $0,8M_{max,pl,Rd} < 0,9M_{pl,Rd}$ , adotar,  $0,9M_{pl,Rd}$  em  $0,8M_{max,pl,Rd}$ .

Os momentos fletores solicitantes de cálculo totais ( $M_{x,tot,Sd}$ ) e ( $M_{y,tot,Sd}$ ) em relação aos eixos x e y, caso não seja feita análise mais rigorosa, podem ser determinados pela Equação 91 e Equação 92.

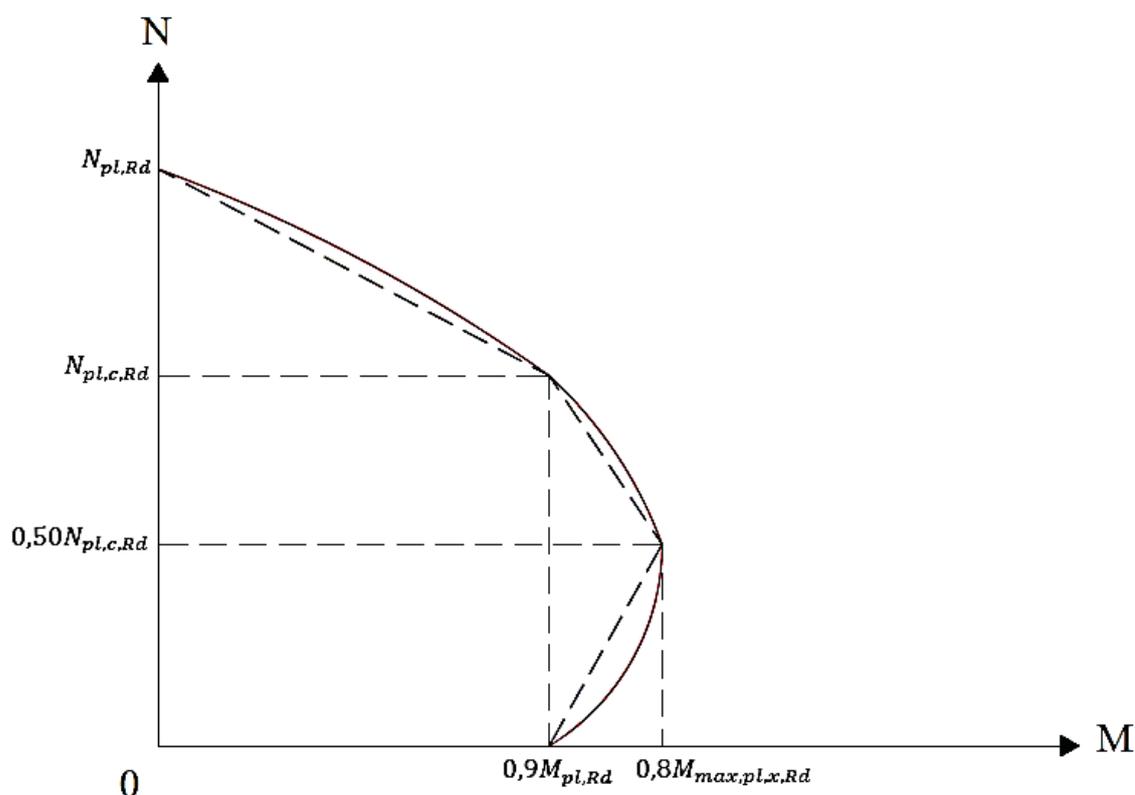
$$M_{x,tot,Sd} = M_{x,Sd} + \frac{N_{Sd}L_x}{200 \left(1 - \frac{N_{Sd}}{\pi^2(EI)_{e,x}L_x^2}\right)} \quad \text{Equação 91}$$

$$M_{y,tot,Sd} = M_{y,Sd} + \frac{N_{Sd}L_y}{200 \left(1 - \frac{N_{Sd}}{\pi^2(EI)_{e,y}L_y^2}\right)} \quad \text{Equação 92}$$

O momento devido às imperfeições ao longo do pilar deve ser considerando apenas em relação apenas a um dos eixos, o que pode levar ao resultado mais desfavorável. Isso implica que se o segundo termo da equação de determinação de ( $M_{x,tot,Sd}$ ) for considerado com seu valor diferente de zero, ( $M_{y,tot,Sd}$ ) deve ser tomado igual a zero, e vice-versa.

A Figura 39 demonstra o diagrama de interação do modelo de cálculo II, formado por três retas, amplificando a proximidade com à curva teórica que representa a relação entre força axial de compressão e momentos fletores.

Figura 39: Diagrama de interação do modelo de cálculo II NBR 8800 (2008).



Fonte: Adaptado de Lourenção (2019).

### 3.7.5 Modelo de cálculo III – ABNT NBR 16239:2013

A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores é realizada pela Equação 93 e Equação 94.

$$\frac{M_{Sd,x}}{0,9M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{Sd,y}}{0,9M_{pl,y,Rd}} \leq 1,0 \rightarrow N_{sd} \leq \chi N_{pl,c,Rd} \quad \text{Equação 93}$$

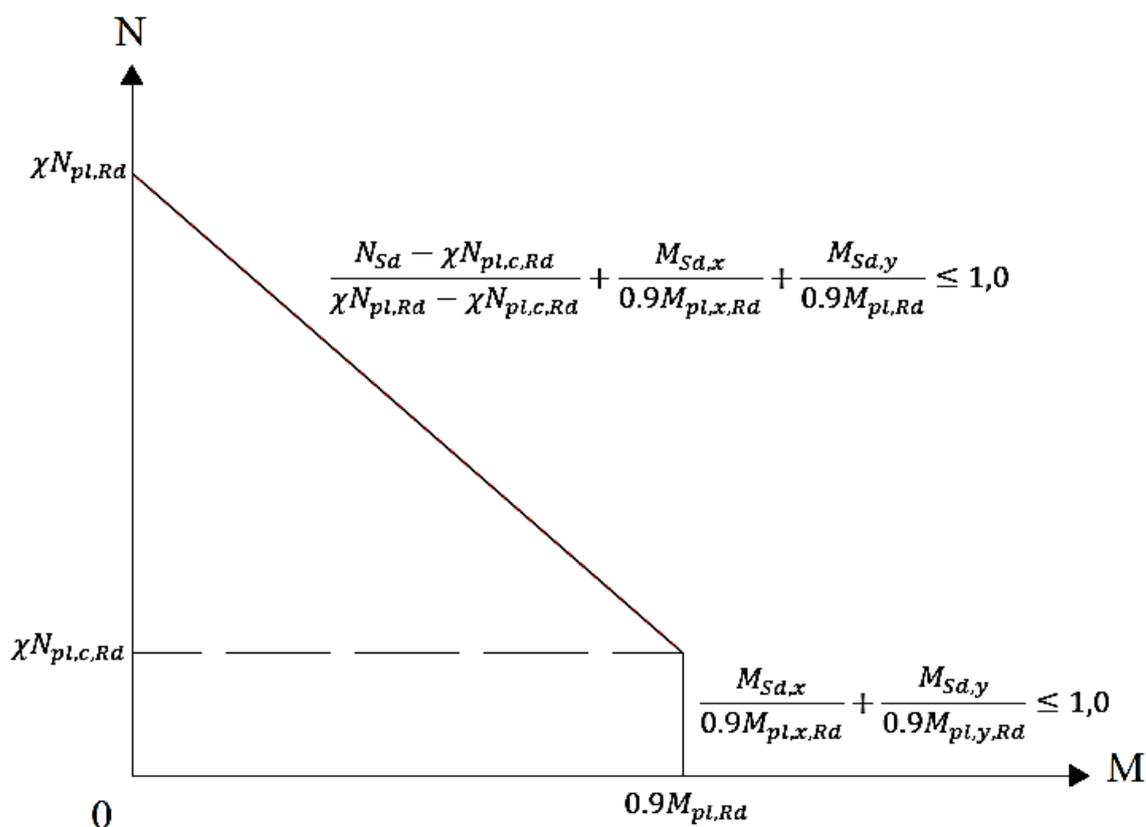
$$\frac{N_{sd} - \chi N_{pl,c,Rd}}{\chi N_{pl,Rd} - \chi N_{pl,c,Rd}} + \frac{M_{Sd,x}}{0,9M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{Sd,y}}{0,9M_{pl,y,Rd}} \leq 1,0 \rightarrow N_{sd} > \chi N_{pl,c,Rd} \quad \text{Equação 94}$$

O fator de redução ( $\chi$ ) é determinado em relação ao índice de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ), que por sua vez, é determinado pela relação entre a força axial de compressão resistente à plastificação total ( $N_{pl,R}$ ) e a força axial de flambagem elástica ( $N_e$ ). Para a determinação da força axial de flambagem elástica ( $N_e$ ), se utiliza a Equação 95, para determinação da rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista ( $EI$ )<sub>e</sub>.

$$(EI)_e = E_s I_s + 0,7 E_c I_c + E_{sr} I_{sr} \quad \text{Equação 95}$$

A Figura 40 demonstra o diagrama de interação do modelo de cálculo III, formado por duas retas, representando a relação entre força axial de compressão e momentos fletores simplificada em relação a curva de interação do modelo de cálculo II.

Figura 40: Diagrama de interação do modelo de cálculo III NBR 16239 (2013).



Fonte: Adaptado de Lourenção (2019).

### 3.8 Resistência à flexo-compressão – EN 1994-1-1:2004

O dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto à esforços de compressão axial excêntrica devem ser realizados de acordo com as prescrições do item 6.7 do código EN 1994-1-1:2004.

O EN 1994-1-1:2004 apresenta um modelo de verificação para pilares mistos sob efeitos combinados de força axial de compressão e momento fletor uniaxial e outro modelo de verificação para pilares mistos sob efeitos combinados de força axial de compressão e momento fletor biaxial, ou seja, sob flexão oblíqua.

### 3.8.1 Momentos fletores de plastificação de cálculo

O momento fletor resistente de plastificação de cálculo em relação ao eixo x ( $M_{pl,x,Rd}$ ) ou em relação ao eixo y ( $M_{pl,y,Rd}$ ) é determinado pela Equação 96.

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_s - Z_{sn}) + 0,5f_{cd}(Z_c - Z_{cn}) + f_{srd}(Z_{sr} - Z_{srn}) \quad \text{Equação 96}$$

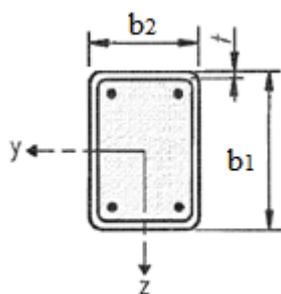
O momento fletor máximo resistente de plastificação de cálculo em relação ao eixo x ( $M_{max,pl,x,Rd}$ ) ou em relação ao eixo y ( $M_{max,pl,y,Rd}$ ) é determinado pela Equação 97.

$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}Z_s + 0,5f_{cd}Z_c + f_{srd}Z_{sr} \quad \text{Equação 97}$$

### 3.8.2 Módulo de resistência plástico para seções tubulares

O módulo de resistência plástico para seções tubulares retangulares preenchidas por concreto é determinado pela notação ilustrada na Figura 41.

Figura 41: Seção tubular retangular preenchida com concreto.



Fonte: EN 1994-1-1 (2004).

Para seções tubulares retangulares preenchidas com concreto, ( $Z_s$ ), ( $Z_c$ ) e ( $Z_{sr}$ ) são determinados conforme a Equação 98, Equação 99 e Equação 100.

$$Z_s = \frac{b_2 b_1^2}{4} - \frac{2}{3}(r+t)^3 - (r+t)^2(4-\pi)\left(\frac{h}{2} - t - r\right) - Z_{cn} - Z_{srn} \quad \text{Equação 98}$$

$$Z_c = \frac{(b_2 - 2t)(b_1 - 2t)^2}{4} - \frac{2}{3}r^3 - r^2(4-\pi)\left|\left(\frac{b_1}{2} - t - r\right)\right| - Z_{sr} \quad \text{Equação 99}$$

$$Z_{sr} = \sum_{i=1}^n A_{si} e_{1i} \quad \text{Equação 100}$$

Os módulos de resistência plásticos em relação as seções ( $Z_{sn}$ ), ( $Z_{cn}$ ), ( $Z_{srn}$ ) são determinados conforme a Equação 101, Equação 102 e Equação 103.

$$Z_{sn} = b_2 h_n^2 - Z_{cn} - Z_{srn} \quad \text{Equação 101}$$

$$Z_{cn} = (b_2 - 2t) h_n^2 - Z_{srn} \quad \text{Equação 102}$$

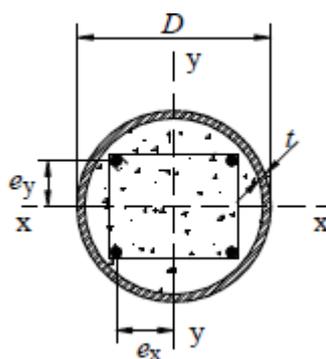
$$Z_{srn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni} e_{yi}| \quad \text{Equação 103}$$

O termo  $h_n$  é determinado conforme a Equação 104.

$$h_n = \frac{A_c f_{cd} - A_{srn} (2f_{srd} - f_{cd})}{2b_2 f_{cd} + 4t(2f_{yd} - f_{cd})} \quad \text{Equação 104}$$

O módulo de resistência plástico para seções tubulares circulares preenchidas por concreto é determinado pela notação ilustrada na Figura 42.

Figura 42: Seção tubular circular preenchida com concreto.



Fonte: EN 1994-1-1 (2004).

Os módulos de resistência plásticos ( $Z_s$ ), ( $Z_c$ ) e ( $Z_{sr}$ ) são determinados conforme a Equação 105, Equação 106 e Equação 107.

$$Z_s = \frac{D^3}{6} - Z_c - Z_{sr} \quad \text{Equação 105}$$

$$Z_c = \frac{(D - 2t)^3}{6} \quad \text{Equação 106}$$

$$Z_{sr} = \sum_{i=1}^n A_{si} e_i \quad \text{Equação 107}$$

Os módulos de resistência plásticos em relação as seções ( $Z_{sn}$ ), ( $Z_{cn}$ ), ( $Z_{srn}$ ) são determinados conforme a Equação 108, Equação 109 e Equação 110.

$$Z_{sn} = Dh_n^2 - Z_{cn} - Z_{srn} \quad \text{Equação 108}$$

$$Z_{cn} = (D - 2t)h_n^2 - Z_{srn} \quad \text{Equação 109}$$

$$Z_{srn} = \sum_{i=1}^n |A_{sni} e_{yi}| \quad \text{Equação 110}$$

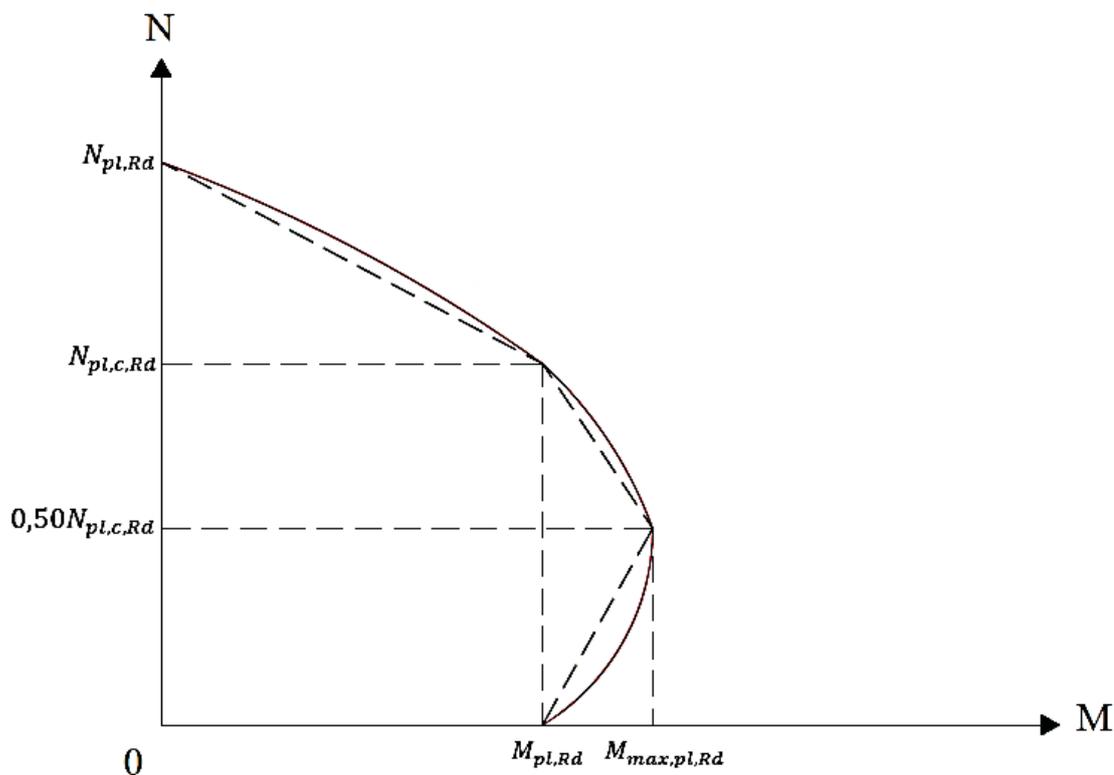
A posição da linha neutra da seção mista ( $h_n$ ) é determinada conforme a Equação 111.

$$h_n = \frac{A_c f_{cd} - A_{srn} (2f_{srd} - f_{cd})}{2D f_{cd} + 4t (2f_{yd} - f_{cd})} \quad \text{Equação 111}$$

### 3.8.3 Modelo de cálculo

No modelo de cálculo para a verificação entre compressão axial e momento fletor do EN 1994-1-1:2004, se considera uma relação de interação constituída por três segmentos de retas. A Figura 43 ilustra o diagrama de interação entre compressão axial e momento fletor.

Figura 43: Diagrama de interação entre compressão axial e momento fletor uniaxial.



Fonte: Adaptado de EN 1994-1-1 (2004).

### 3.8.3.1 Modelo de cálculo para flexo-compressão uniaxial

No modelo de cálculo para flexo-compressão uniaxial, a verificação dos efeitos combinados de força axial de compressão e momento fletor uniaxial é realizada pela Equação 112.

$$\frac{M_{Sd}}{\mu_d M_{pl,Rd}} \leq \alpha_M \quad \text{Equação 112}$$

Onde:

$(\alpha_M)$  é igual a 0,90 para aços entre  $235 \text{ MPa} \leq f_y \leq 355 \text{ MPa}$

$(\alpha_M)$  é igual a 0,80 para aços entre  $420 \text{ MPa} \leq f_y \leq 460 \text{ MPa}$

### 3.8.3.2 Modelo de cálculo para flexo-compressão biaxial

No modelo de cálculo para flexo-compressão biaxial, a verificação dos efeitos combinados de força axial de compressão e momento fletor biaxial é realizada pela Equação 113, Equação 114 e Equação 115.

$$\frac{M_{Sd,x}}{\mu_x M_{pl,x,Rd}} \leq \alpha_M \quad \text{Equação 113}$$

$$\frac{M_{Sd,y}}{\mu_y M_{pl,y,Rd}} \leq \quad \text{Equação 114}$$

$$\frac{M_{Sd,x}}{\mu_{d,x} M_{pl,x,Rd}} + \frac{M_{Sd,y}}{\mu_{d,y} M_{pl,y,Rd}} \leq 1 \quad \text{Equação 115}$$

O coeficiente ( $\mu_x$ ) é determinado na Equação 116, Equação 117 e Equação 118. Para determinar ( $\mu_y$ ), se substituí as grandezas referentes a  $x$  por  $y$ .

$$\mu_x = \frac{N_{pl,Rd} - N_{Sd}}{N_{pl,Rd} - N_{pl,c,Rd}} \rightarrow N_{Sd} \geq N_{pl,c,Rd} \quad \text{Equação 116}$$

$$\mu_x = 1 + \left( \frac{2(N_{pl,c,Rd} - N_{Sd})}{N_{pl,c,Rd}} \right) \left( \frac{M_{max,pl,x,Rd}}{M_{pl,x,Rd}} - 1 \right) \rightarrow \frac{N_{pl,c,Rd}}{2} \leq N_{Sd} < N_{pl,c,Rd} \quad \text{Equação 117}$$

$$\mu_x = 1 + \frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} \left( \frac{M_{max,pl,x,Rd}}{M_{pl,x,Rd}} - 1 \right) \rightarrow 0 \leq N_{Sd} < \frac{N_{pl,c,Rd}}{2} \quad \text{Equação 118}$$

Imperfeições podem ser consideradas somente no plano de falha do pilar misto. Caso não seja evidente qual é o plano crítico, imperfeições podem ser consideradas em ambos os planos.

## 3.9 Resistência à flexo-compressão – ANSI/AISC 360-16

O dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto à esforços de compressão axial excêntrica devem ser realizados de acordo com as prescrições do capítulo I e capítulo H da norma ANSI/AISC 360-16. O ANSI/AISC 360-16 apresenta um modelo de verificação para pilares mistos sob efeitos combinados de força axial de compressão e momento fletor

uniaxial ou biaxial. O momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ) em relação ao eixo X-X ( $M_{Rd,x}$ ) e ao eixo Y-Y ( $M_{Rd,y}$ ) é determinado conforme a Equação 119.

$$M_{Rd} = 0,9M_{R,pl} \quad \text{Equação 119}$$

$M_{R,pl}$  é o momento de plastificação resistente da seção transversal em relação ao eixo X-X ( $M_{R,pl,x}$ ) e ao eixo Y-Y ( $M_{R,pl,y}$ ), determinado em relação a classificação da seção transversal como compacta, semicompacta ou esbelta.

### 3.9.1 Seções compactas

#### 3.9.1.1 Modelo de cálculo I

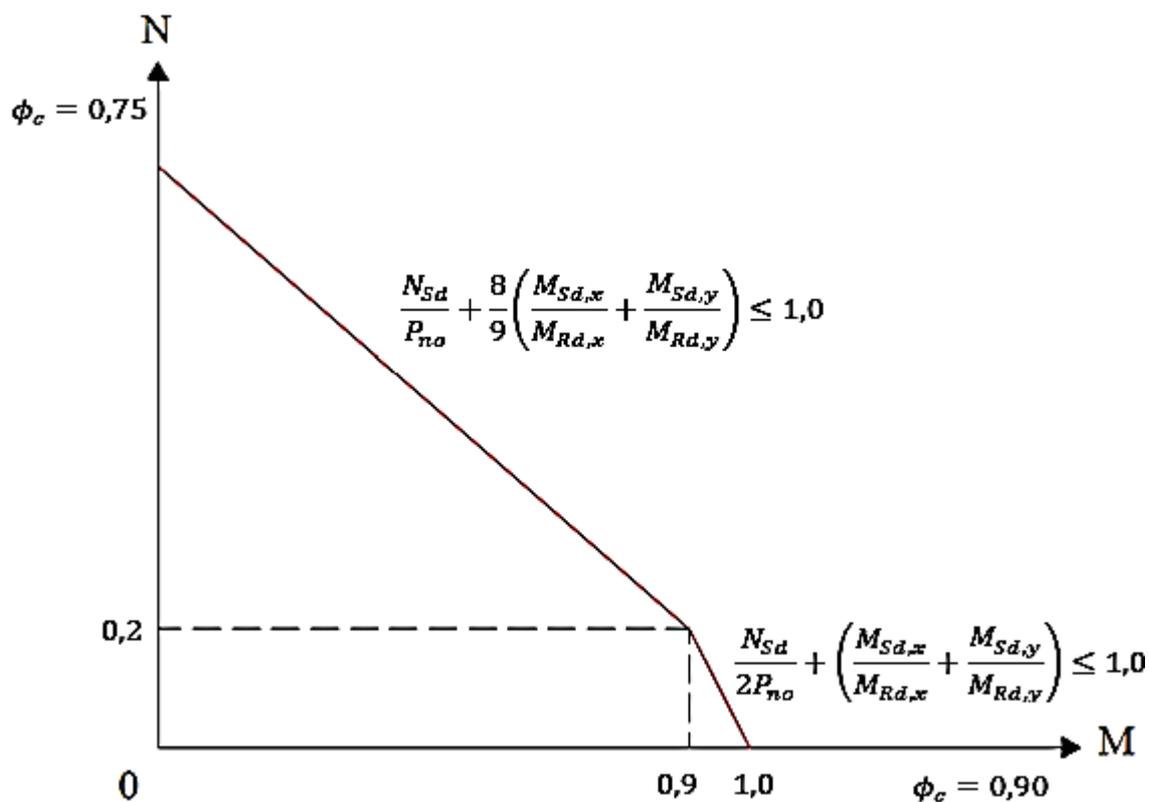
A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores para seções compactas realizada através do modelo de cálculo I pode ser realizada pela Equação 120 e Equação 121.

$$\frac{N_{Sd}}{P_{no}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \rightarrow \frac{N_{Sd}}{P_n} \geq 0,2 \quad \text{Equação 120}$$

$$\frac{N_{Sd}}{2P_{no}} + \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \rightarrow \frac{N_{Sd}}{P_n} < 0,2 \quad \text{Equação 121}$$

No modelo de cálculo I, se considera distribuição de tensões plásticas na seção transversal do pilar misto. A Figura 44 demonstra o diagrama de interação entre compressão axial e momento fletor uniaxial do modelo de cálculo I.

Figura 44: Diagrama de interação – Modelo de cálculo I (ANSI/AISC 360-16)



Fonte: Adaptado de ANSI/AISC 360 (2016).

### 3.9.1.2 Modelo de cálculo II

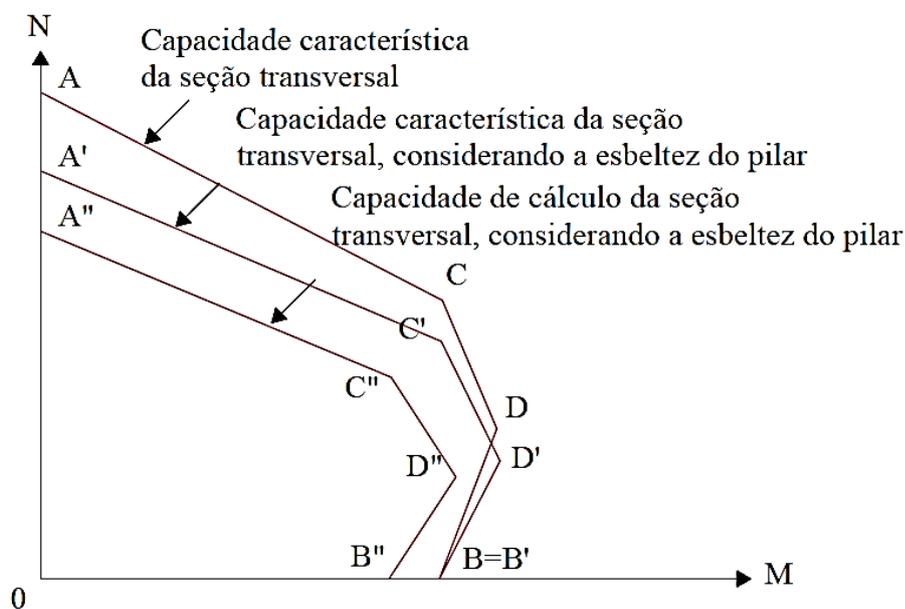
A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores para seções compactas realizada através do modelo de cálculo II pode ser realizada pela Equação 122 e Equação 123.

$$\frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \leq 1,0 \rightarrow N_{Sd} < N_c \quad \text{Equação 122}$$

$$\frac{N_{Sd} - N_c}{N_{Rd,pl} - N_c} + \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \leq 1,0 \rightarrow N_{Sd} \geq N_c \quad \text{Equação 123}$$

A Figura 45 demonstra o diagrama de interação entre compressão axial e momento fletor uniaxial do modelo de cálculo II.

Figura 45: Diagrama de interação – Modelo de cálculo II (ANSI/AISC 360-16).



Fonte: Adaptado de ANSI/AISC 360 (2016).

### 3.9.2 Seções semicompactas

A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores para seções semicompactas pode ser realizada pela Equação 124 e Equação 125.

$$\frac{N_{Sd}}{P_{no}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \rightarrow \frac{N_{Sd}}{P_n} \geq 0,2 \quad \text{Equação 124}$$

$$\frac{N_{Sd}}{2P_{no}} + \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \rightarrow \frac{N_{Sd}}{P_n} < 0,2 \quad \text{Equação 125}$$

O momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ) é determinado na Equação 126. O momento fletor resistente de plastificação ( $M_{R,pl}$ ) é determinado na Equação 127. Onde  $M_y$  é momento fletor correspondente a plastificação parcial do perfil de aço.

$$M_{Rd} = 0,9M_{R,pl} \quad \text{Equação 126}$$

$$M_{R,pl} = M_p - (M_p - M_y) \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \rightarrow \text{Seções semicompactas} \quad \text{Equação 127}$$

Para seções semicompactas, se considera que a região interna a linha neutra da seção transversal é elástica e linear, enquanto que, a região externa a linha neutra da seção

transversal é plástica. A tensão máxima do concreto é determinada por  $0,70f_{ck}$  e a tensão máxima do aço é igual ao valor de  $f_{yk}$ .

### 3.9.3 Seções esbeltas

A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores para seções esbeltas pode ser realizada pela Equação 128 e Equação 129.

$$\frac{N_{Sd}}{P_{no}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \rightarrow \frac{N_{Sd}}{P_n} \geq 0,2 \quad \text{Equação 128}$$

$$\frac{N_{Sd}}{2P_{no}} + \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \rightarrow \frac{N_{Sd}}{P_n} < 0,2 \quad \text{Equação 129}$$

O momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ) é determinado na Equação 130.

$$M_{Rd} = 0,9M_{R,pl} \quad \text{Equação 130}$$

O momento fletor resistente de plastificação ( $M_{R,pl}$ ) é determinado na Equação 131.

$$M_{R,pl} = M_p - \frac{(M_p - M_y)}{(\lambda_r - \lambda_p)} (\lambda - \lambda_p) \rightarrow \text{Seções esbeltas} \quad \text{Equação 131}$$

Para seções esbeltas, se considera distribuição de tensões elásticas e lineares ao longo da seção transversal do pilar misto. A tensão máxima do concreto é determinada por  $0,70f_{ck}$  e a tensão máxima do aço é igual ao valor da tensão crítica de instabilidade da parede do perfil de aço ( $\sigma_{cr}$ ), determinada na Equação 132 ou Equação 133.

$$\sigma_{cr} = \frac{9E_a}{\left(\frac{b}{t}\right)^2} \rightarrow \text{seção transversal retangular} \quad \text{Equação 132}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{0,72f_{yk}}{\left(\frac{D}{t} \frac{f_{yk}}{E_a}\right)^{0,2}} \rightarrow \text{seção transversal circular} \quad \text{Equação 133}$$

## 4 MODELO NUMÉRICO PROPOSTO

A calibração do modelo numérico deste estudo através de modelos experimentais encontrados na literatura buscou considerar: geometria, interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço, mecanismo de apoio, extremidades em concreto reforçado, condições de contorno e propriedades mecânicas.

O modelo numérico compreende comportamento não linear sob carregamento estático, desenvolvido no pacote do software *Ansys* utilizando o módulo *Mechanical APDL* (*Ansys Parametric Design Language*). A Tabela 12 resume as principais etapas de análise.

Tabela 12: Etapas de análise.

Pré-processamento	Entrada do tipo de elemento finito
	Entrada das propriedades físicas dos materiais
	Entrada dos dados geométricos
	Definição de malha e geração da malha
	Definição das condições de contorno: aplicação de restrições
	Definição das condições de contorno: aplicação de forças
Processamento	Análise estática
	Análise não linear
Pós-Processamento	Visualização e registro de deslocamentos
	Visualização e registro de tensões

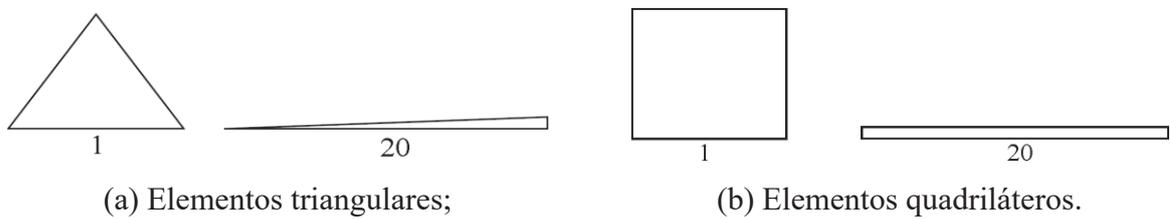
### 4.1 Geometria

A elaboração da geometria do modelo numérico foi realizada avaliando cinco elementos: tubo de aço, núcleo de concreto, interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço, mecanismo de apoio e extremidades de concreto reforçadas.

Este modelo foi desenvolvido visando distribuir a malha de elementos de forma regular nas regiões desejadas, ainda que o processo de geração da malha seja automático através dos comandos de criação automática de nós em elementos de linha, área ou volume.

A qualidade de uma malha de elementos em um modelo numérico também foi definida pela geometria resultante para o elemento. Neste sentido, quanto mais regular e com relações entre dimensões superficiais e volumétricas próximas a unidade, melhor será a malha, pois evita-se distorções. Se tratando de elementos triangulares, a melhor razão entre dimensões da malha é próxima a unidade, enquanto as piores razões englobam valores a partir de 20, conforme ilustra a Figura 46 (a). O mesmo ocorre para elementos quadriláteros, conforme ilustra a Figura 46 (b).

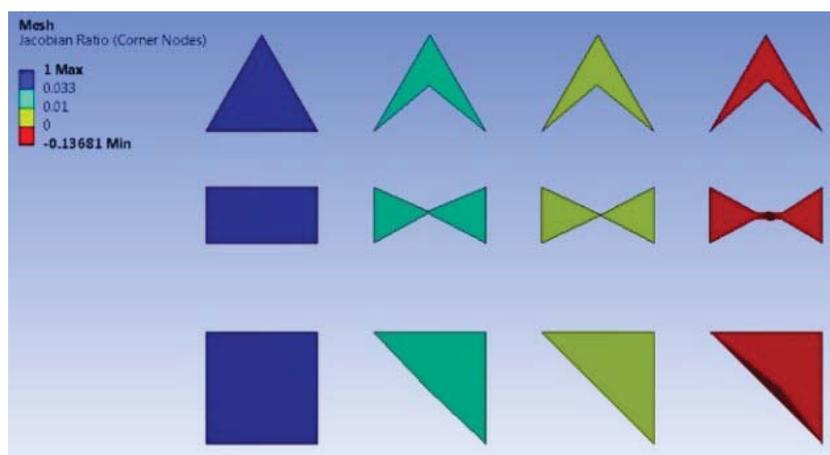
Figura 46: Relação entre dimensões em malha triangular e quadrilateral.



Fonte: *Ansys Mechanical APDL Meshing Users Guide* (2017).

Para elementos tetraédricos e hexaédricos, o Software *Ansys* apresenta duas formulações de verificação da malha. A relação Jacobiana mensura o tamanho do elemento comparado ao elemento geométrico ideal. Conforme ilustra a Figura 47, boas relações se aproximam da unidade.

Figura 47: Relação Jacobiana para tetraedros e hexaedros.



Fonte: *Ansys Mechanical APDL Meshing Users Guide* (2017).

Apesar de que este indicador seja adequado por usar a mesma formulação que o Solver do software *Ansys* utiliza, não é recomendado que se use esse indicador para malhas de placa e casca. Para estas, a documentação do software *Ansys* recomenda a verificação da qualidade do elemento, descrita na Equação 134, onde  $C$  assume o valor de 124.70765802 para elementos tetraédricos e 41.56921938 para elementos hexaédricos.

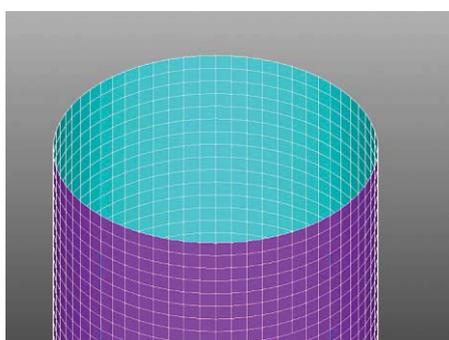
$$\text{Qualidade} = C \left[ \frac{\text{Volume}}{\sqrt{[\sum(\text{Aresta})^2]^3}} \right] \quad \text{Equação 134}$$

## 4.1.1 Geometria do tubo de aço

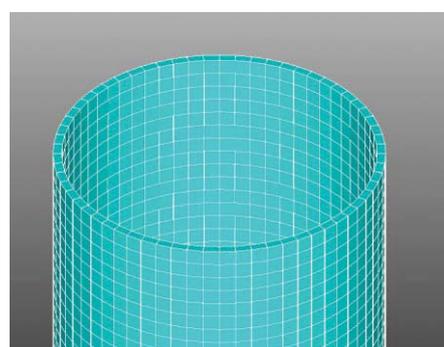
### 4.1.1.1 Tubo de aço como elemento de casca

Inicialmente, o tubo de aço foi representado considerando um elemento de casca. Esta configuração permite a definição de apenas um elemento ao longo da espessura do tubo de aço, conforme ilustra a Figura 48.

Figura 48: Geometria para o tubo de aço com um elemento.



(a) Visão geral.

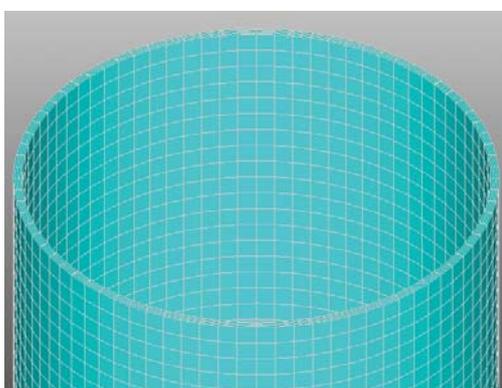


(b) Apenas um elemento ao longo da espessura do tubo.

### 4.1.1.2 Tubo de aço como elemento sólido

A Figura 49 ilustra a geometria do tubo de aço elaborada para que houvessem dois e quatro elementos ao longo da espessura.

Figura 49: Geometria para o tubo de aço com mais elementos.



(a) Visão geral.



(b) Elementos ao longo da espessura do tubo.

Para a formulação da malha ao longo do tubo de aço se desenvolveu uma tabela relacionando o número de elementos para a espessura do tubo, circunferência do tubo e altura do tubo. O objetivo foi de que a qualidade do elemento se aproximasse da unidade.

Para avaliar a influência do número de elementos na espessura do tubo de aço na qualidade do elemento formado, se adotou o valor de 2 e 4 elementos. Quanto ao número de elementos na circunferência do tubo de aço, adotou-se um valor de referência mínimo de quatro elementos ao longo de  $\frac{1}{4}$  de circunferência parcial. Assim, um valor mínimo de 16 elementos foi adotado ao longo da circunferência total, majorados para 32, 48, 64 e 80 elementos no teste de malha.

Quanto ao número de elementos no comprimento do tubo de aço, se adotou o mesmo valor obtido na circunferência do tubo de aço, caso contrário, elementos com grandes relações entre suas dimensões apresentariam altas distorções e prejudicariam a convergência do modelo numérico. Para tal, se desenvolveu a Tabela 13, relacionando a dimensão do comprimento do elemento necessário ao longo do comprimento do tubo de aço para que este possuísse a mesma dimensão da largura do elemento aplicado ao longo da circunferência do tubo de aço. Como exemplo, considerando um tubo de diâmetro 127,00 mm e comprimento de 914,40 mm, quando há 48 divisões ao longo da sua circunferência, são necessárias 112 divisões ao longo do seu comprimento para que as dimensões de largura e comprimento sejam semelhantes. Assim, o número de divisões ao longo do comprimento do elemento sempre foi adotado como um valor geométrico imediatamente menor que o valor geométrico para a circunferência.

Tabela 13: Dimensão de elementos na circunferência e comprimento do tubo de aço.

Multiplicador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n° de divisões	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192
<b>D (mm)</b>	<b>Largura do elemento (mm)</b>											
114,85	22,6	11,3	7,5	5,6	4,5	3,8	3,2	2,8	2,5	2,3	2,1	1,9
127,00	24,9	12,5	8,3	6,2	5,0	4,2	3,6	3,1	2,8	2,5	2,3	2,1
159,00	31,2	15,6	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	2,8	2,6
180,00	35,3	17,7	11,8	8,8	7,1	5,9	5,0	4,4	3,9	3,5	3,2	2,9
219,00	43,0	21,5	14,3	10,8	8,6	7,2	6,1	5,4	4,8	4,3	3,9	3,6
<b>L (mm)</b>	<b>Comprimento do elemento (mm)</b>											
342,90	21,4	10,7	7,1	5,4	4,3	3,6	3,1	2,7	2,4	2,1	1,9	1,8
630,00	39,4	19,7	13,1	9,8	7,9	6,6	5,6	4,9	4,4	3,9	3,6	3,3
914,40	57,2	28,6	19,1	14,3	11,4	9,5	8,2	7,1	6,4	5,7	5,2	4,8
1500,00	93,8	46,9	31,3	23,4	18,8	15,6	13,4	11,7	10,4	9,4	8,5	7,8
2000,00	125,0	62,5	41,7	31,3	25,0	20,8	17,9	15,6	13,9	12,5	11,4	10,4
2500,00	156,3	78,1	52,1	39,1	31,3	26,0	22,3	19,5	17,4	15,6	14,2	13,0

#### 4.1.2 Geometria do núcleo de concreto

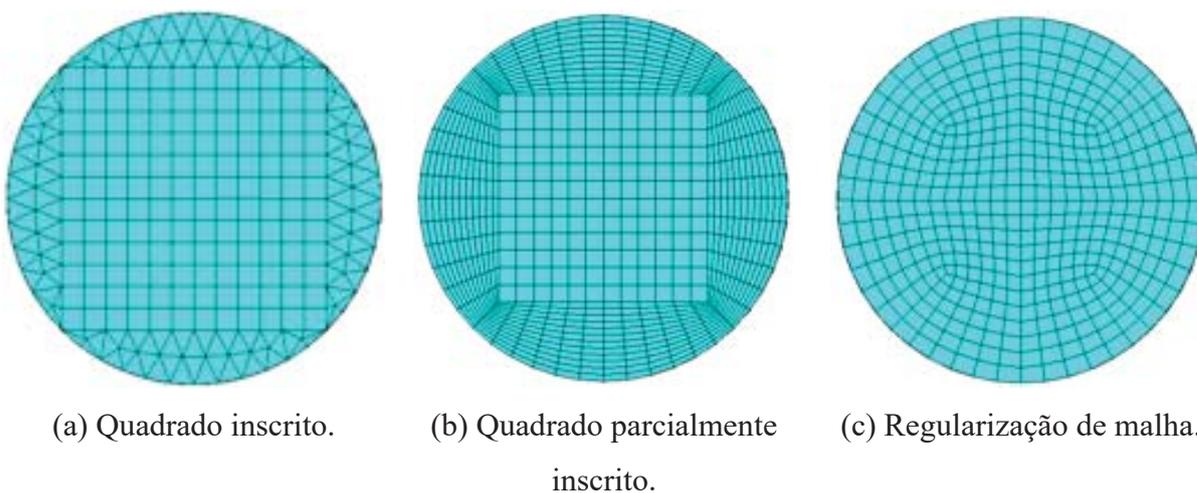
Três alternativas foram analisadas para representar a geometria do núcleo de concreto deste modelo.

Uma primeira alternativa, ilustrada na Figura 50 (a), buscou edificar um quadrado inscrito na circunferência com objetivo de buscar uma redução no número de elementos e uma regularização na malha. No entanto, a geração de malha nas extremidades resultou em uma malha com elementos tetraédricos, prejudicando a distribuição de tensões na interface do pilar misto.

Uma segunda alternativa, ilustrada na Figura 50 (b), buscou reduzir as dimensões do quadrado inscrito na circunferência com objetivo de utilizar apenas elementos quadrilaterais. No entanto, conforme demonstrado a seguir, esta configuração aumenta o número de elementos e provoca uma distorção em elementos próximos a interface.

A terceira alternativa, ilustrada na Figura 50 (c), buscou uma regularização da malha, mesmo que todas as faces dos elementos não possuam orientação  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , como objetivado através das tentativas anteriores.

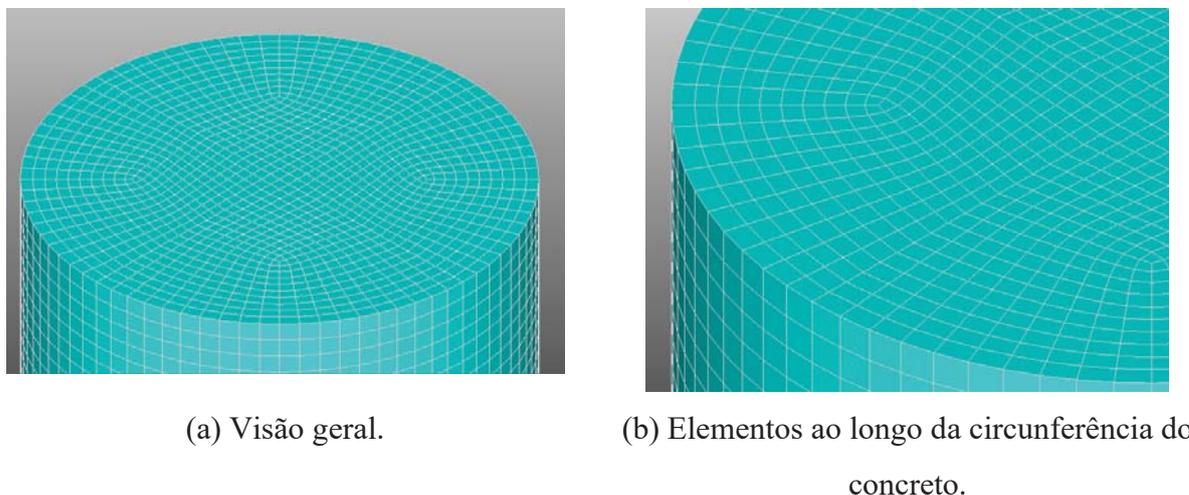
Figura 50: Geometria para o núcleo de concreto.



Neste sentido, uma análise linear foi realizada com o objetivo de identificar o tempo de processamento necessário para as três alternativas propostas, onde se optou pela terceira alternativa, pois o número de nós e elementos é menor em detrimento da alternativa com quadrado parcialmente inscrito.

A Figura 51 ilustra a geometria final para o núcleo de concreto.

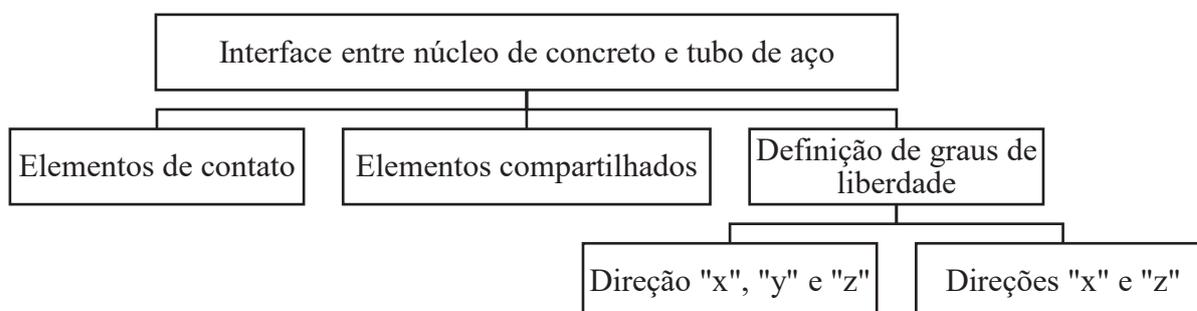
Figura 51: Geometria para o núcleo de concreto.



#### 4.1.3 Interface entre núcleo de concreto e tubo de aço

A interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço foi modelada em três modelos distintos: interface representada por elementos de contato, interface representada por elementos compartilhados e interface representada por definição de graus de liberdade. Ainda, no modelo utilizando a definição de graus de liberdade, duas condições foram consideradas: acoplamento no plano da seção transversal e direção axial, e; acoplamento somente no plano da seção transversal, enquanto que, a direção axial não é restringida. A Figura 52 resume os modelos testados para representar a interface entre núcleo de concreto e tubo de aço.

Figura 52: Modelos avaliados para representar a interface aço-concreto.



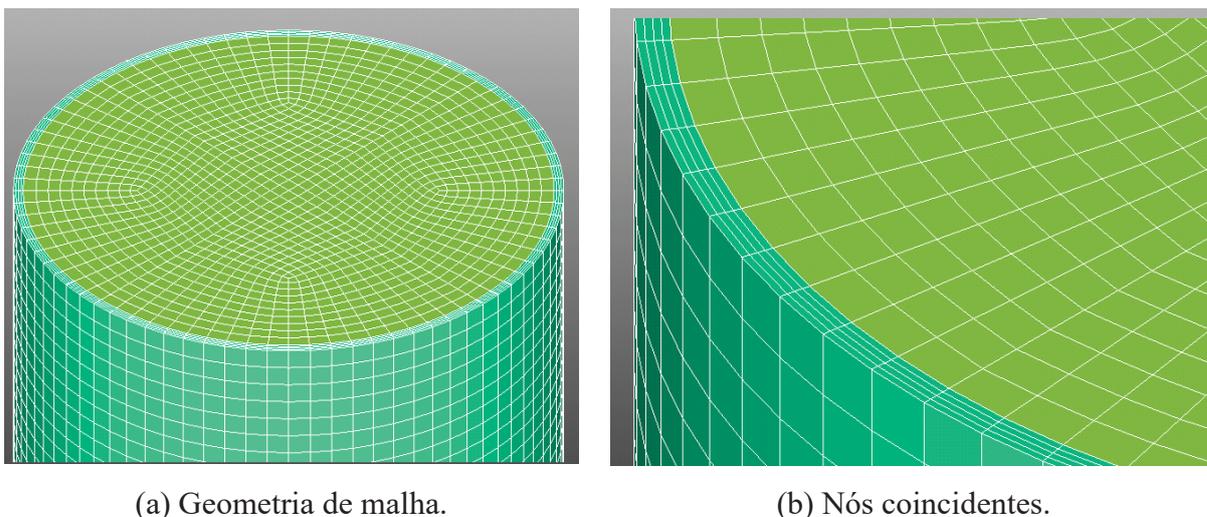
#### 4.1.3.1 Interface com elementos de contato

A representação da interface entre núcleo de concreto e tubo de aço pode ser representada através dos elementos de superfície disponíveis na biblioteca de elementos do software *Ansys*. Neste caso, o núcleo de concreto pode ser considerado como uma superfície alvo, utilizando o elemento *targe170*, recomendado para superfícies rígidas, superfícies planas, superfícies grandes, malhas grossas (grande espaçamento entre nós do modelo) e elementos finitos com variação de tensão linear; enquanto que, o tubo de aço pode ser considerado como uma superfície de contato, utilizando o elemento *conta174*, recomendado para superfícies menos rígidas, raios menores, malhas finas e elementos finitos com variação de tensão não linear. Através da implantação destes elementos, se considerou um coeficiente de atrito único, penetração nula e possibilidade de deslizamento na interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço. O valor da coesão ou aderência química foi considerado desprezível em relação a parcela de atrito mecânico, então, não foi incluído no modelo.

#### 4.1.3.2 Interface com elementos compartilhados

Neste modelo, houve a intenção de coincidir os nós da interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço para uso do comando *nummrg*, conforme ilustra a Figura 53. A tecnologia de elementos compartilhados é recomendada para separar partes do modelo que possuem propriedades mecânicas distintas, mas estão conectadas. Este procedimento elimina parâmetros de ajuste do modelo, evitando o uso de elementos de contato ou acoplamentos. Vale ressaltar que nós compartilhados não são recomendados para análises com cascas e placas de espessura limitada. Entretanto, os modelos experimentais desta pesquisa não possuem relação entre diâmetro e espessura do tubo de aço elevada, tornando possível a utilização de elementos compartilhados com o objetivo de simplificar a elaboração do modelo numérico. Neste método, dois elementos compartilham o mesmo nó, então, o mesmo nó possui propriedades mecânicas de dois materiais distintos.

Figura 53: Geometria para nós coincidentes.



#### 4.1.3.3 Interface com acoplamento de nós

Outra representação possível para a interface entre o núcleo de concreto e tubo de aço consiste no recurso para definição de graus de liberdade acoplados em uma interface (*CPINTF*), onde se define os mesmos graus de liberdade para nós coincidentes. Nesta representação, elementos coincidentes são selecionados considerando os mesmos graus de liberdade. Neste caso, dois nós coincidentes são acoplados para cada grau de liberdade indicado. Neste sentido, duas alternativas foram avaliadas.

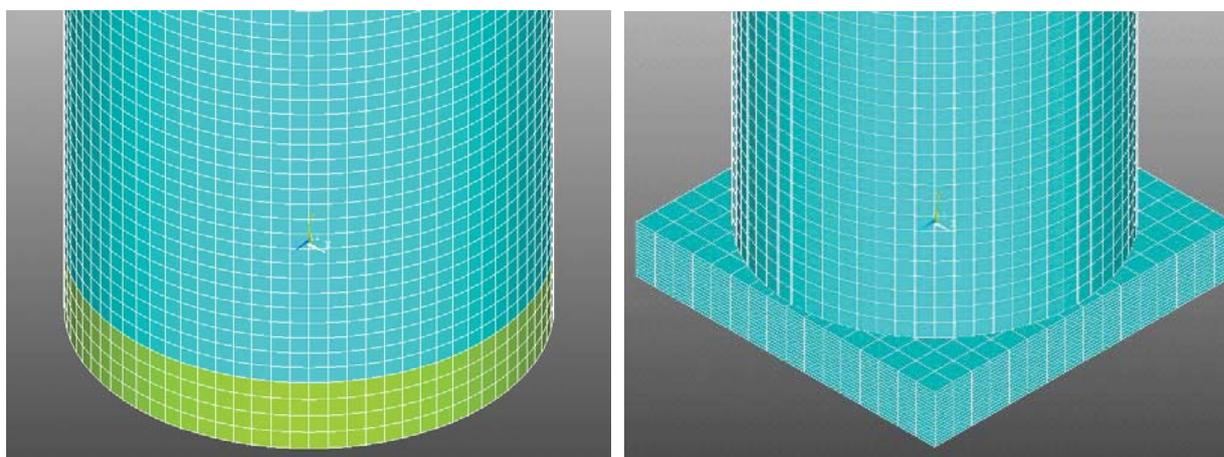
A primeira alternativa realiza o acoplamento dos nós coincidentes considerando que os nós do modelo estão integralmente conectados nas direções do plano da seção transversal e axial. Esta alternativa, é realizada com o objetivo de comparação com a tecnologia de elementos compartilhados.

A segunda alternativa realiza o acoplamento de nós coincidentes considerando que os nós do modelo estão conectados nas direções do plano da seção transversal, enquanto que, na direção axial, os nós não estão conectados e por estarem livres, pode haver deslocamento axial entre o núcleo de concreto e o tubo de aço. Esta alternativa é realizada com o objetivo de comparação com a utilização de elementos de contato, que possibilita o deslizamento axial entre o núcleo de concreto e o tubo de aço.

#### 4.1.4 Mecanismo de apoio

Inicialmente, um modelo sem a presença de mecanismos de apoio foi testado. Sem a presença de um mecanismo de apoio, o deslocamento aplicado na extremidade do pilar provoca maior deformação inicial no núcleo de concreto que no tubo de aço. Tensões que na presença de um mecanismo de apoio se concentram na interface dos elementos, sem um mecanismo de apoio, provocam o escoamento do aço e esmagamento do concreto, somente na região de aplicação de forças. Geralmente, em ensaios experimentais com pilares mistos, existem chapas rígidas nas extremidades dos modelos para aplicação das condições do contorno. Este comportamento foi representado através da implementação de um mecanismo de apoio com mesmo formato da seção transversal do pilar misto e através da implementação de um mecanismo de apoio retangular com bordas excedentes. A Figura 54 ilustra os dois formatos para o mecanismo de apoio aplicados nesta pesquisa.

Figura 54: Formado do mecanismo de apoio.

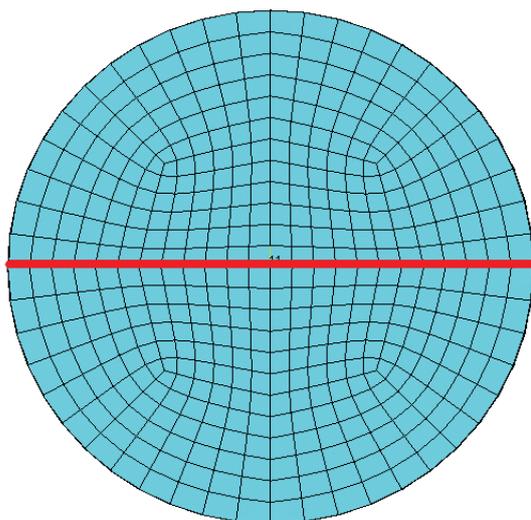


(a) Mecanismo de apoio circular.

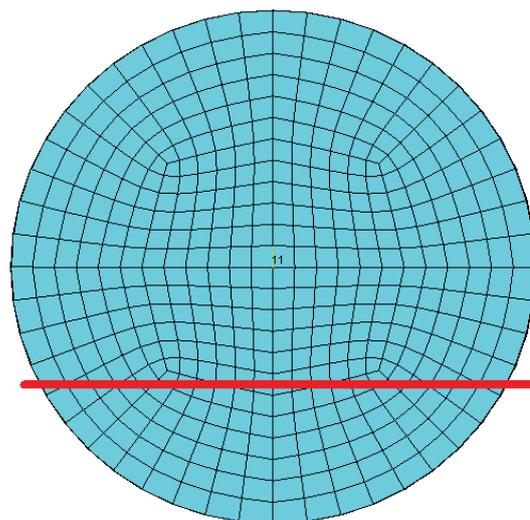
(b) Mecanismo de apoio retangular.

A configuração circular, pode ser aplicada para modelos sobre compressão axial concêntrica, uma vez que, a linha central do mecanismo de apoio coincide com o ponto de aplicação do carregamento axial. No entanto, para modelos sob compressão axial excêntrica, ou mesmo em modelos sob compressão axial concêntrica com consideração de excentricidades acidentais, é necessária a implementação de uma linha auxiliar para a formação de nós que recebem a aplicação da solicitação excêntrica. Essa observação é feita considerando que este carregamento seja aplicado diretamente nos nós do modelo sem a utilização de outra metodologia. A Figura 55 ilustra esta condição.

Figura 55: Linha para aplicação do carregamento no mecanismo de apoio.



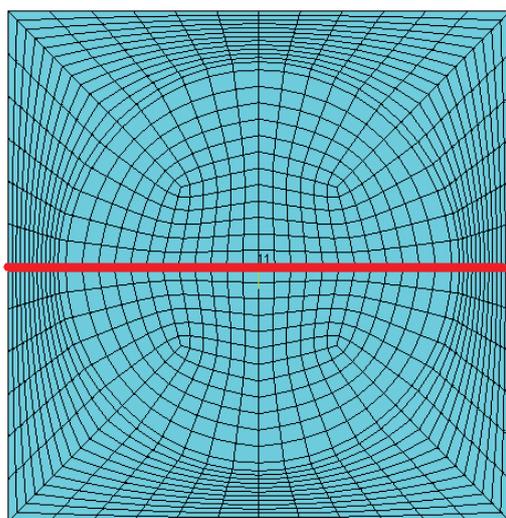
(a) Modelo sob compressão concêntrica.



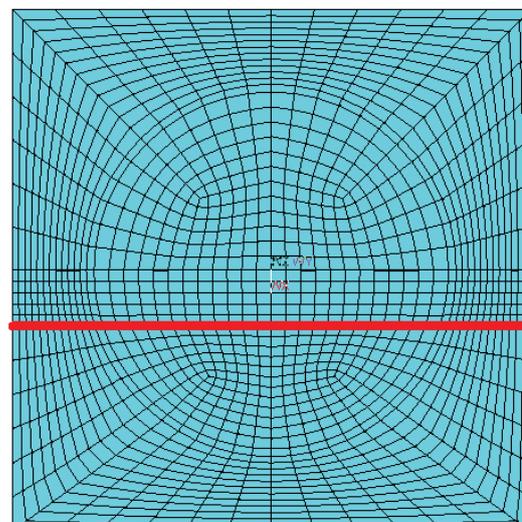
(b) Modelo sob compressão excêntrica.

Com o objetivo de compor os nós do mecanismo de apoio e os nós do pilar misto na mesma coordenada global, um mecanismo de apoio com a mesma configuração de malha do pilar misto foi desenvolvido. Então, independentemente do valor da excentricidade ao qual o pilar misto é submetido, todos os nós do mecanismo localizados na parte inversa da excentricidade podem ser conectados aos nós do pilar misto. Além destes, todos os nós do tubo de aço também estão na mesma coordenada global. A Figura 56 ilustra esta configuração.

Figura 56: Formulação da malha para o mecanismo de apoio retangular.



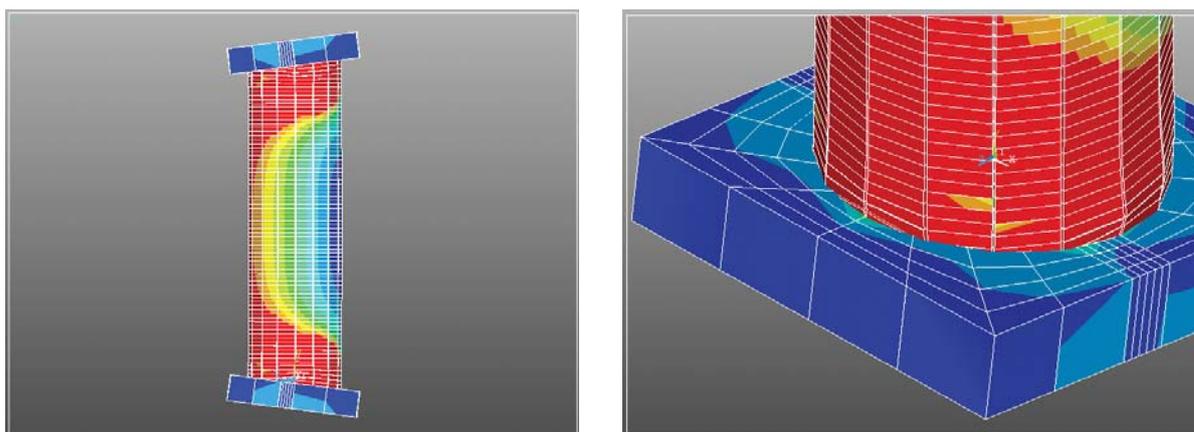
(a) Modelo sob compressão concêntrica.



(b) Modelo sob compressão excêntrica.

No entanto, a região de aplicação da excentricidade não possui nós do mecanismo de apoio e do pilar misto na mesma coordenada global, tornando a malha na interface de ligação destes dois elementos descontínua. Quando o modelo é solicitado, ocorre penetração entre os elementos da região onde ocorre a excentricidade, porque nesta região não há nós coincidentes. A Figura 57 ilustra este comportamento.

Figura 57: Escassez de nós coincidentes na região da excentricidade.

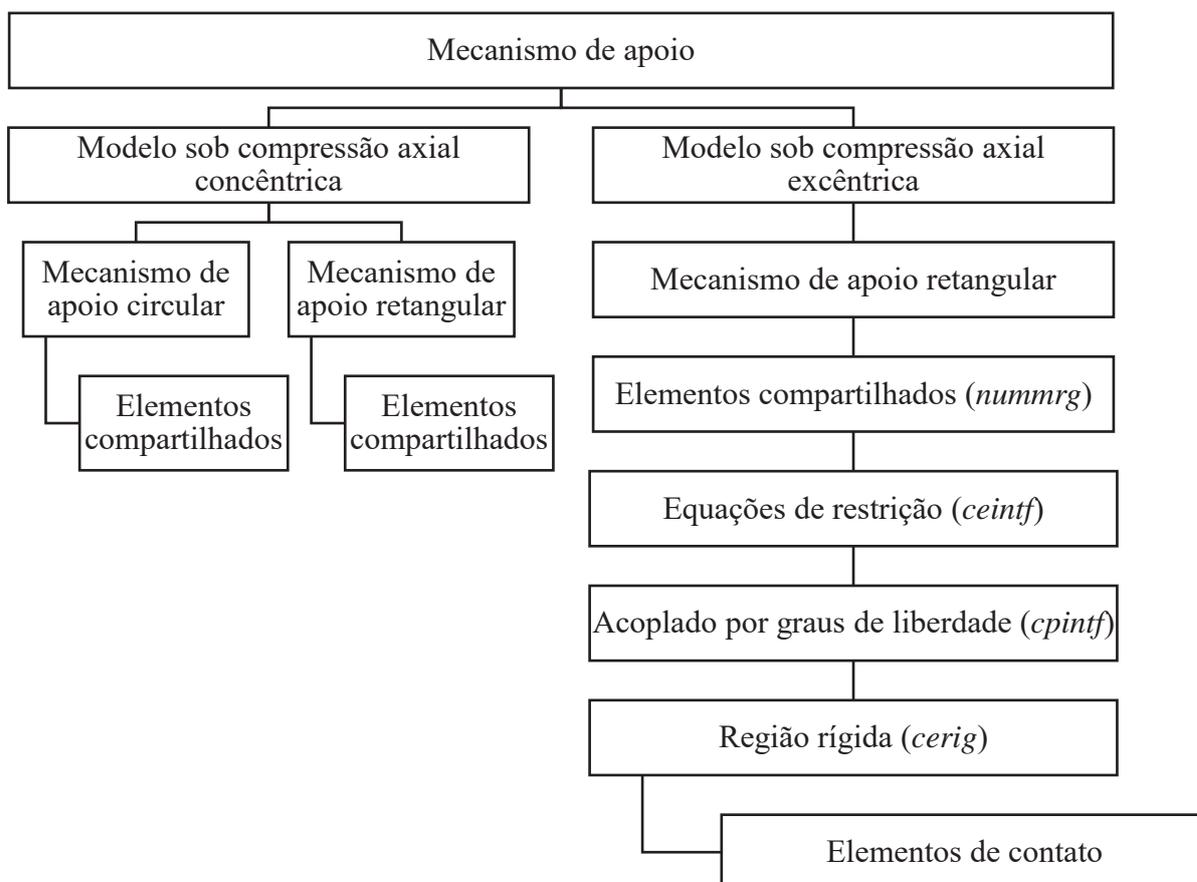


(a) Deformações excessivas na região da excentricidade.

(b) Descontinuidade de malha na região da excentricidade.

Por este motivo, nesta pesquisa se desenvolveu uma série de tentativas para realizar a conexão entre o mecanismo de apoio e o pilar misto. Para esta finalidade, o software *Ansys* apresenta uma série de opções que foram implementadas e descritas detalhadamente a seguir. A Figura 58 resume os modelos avaliados e implementados.

Figura 58: Modelos avaliados para o mecanismo de apoio.

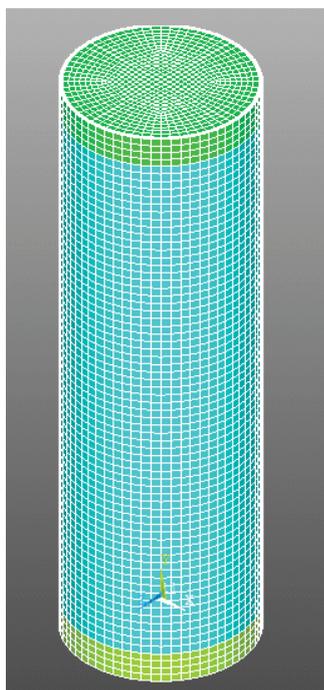


Como a espessura do mecanismo de apoio dificilmente é informada em estudos experimentais, esta foi arbitrada de acordo com a espessura de chapas de aço comerciais encontradas no catálogo comercial de chapas grossas da empresa Gerdau. A espessura de 25,00 mm foi aplicada. O módulo de elasticidade foi arbitrado com magnitude de 20 vezes o módulo de elasticidade utilizado para representar o tubo de aço.

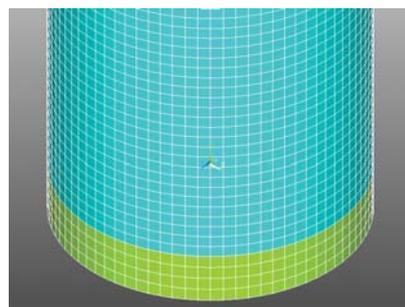
#### 4.1.4.1 Mecanismo de apoio circular conectado por elementos compartilhados

Inicialmente, se testou um mecanismo de apoio com os nós coincidentes aos nós da seção mista para uso de elementos compartilhados, comando denominado *nummrg*. A Figura 59 ilustra a geometria do mecanismo de apoio com os nós coincidentes a seção mista.

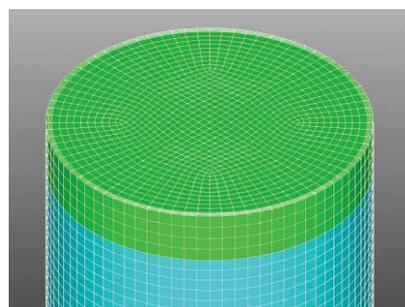
Figura 59: Mecanismo de apoio e seção mista.



(a) Mecanismo de apoio circular.



(b) Mecanismo de apoio circular inferior.



(c) Mecanismo de apoio circular superior.

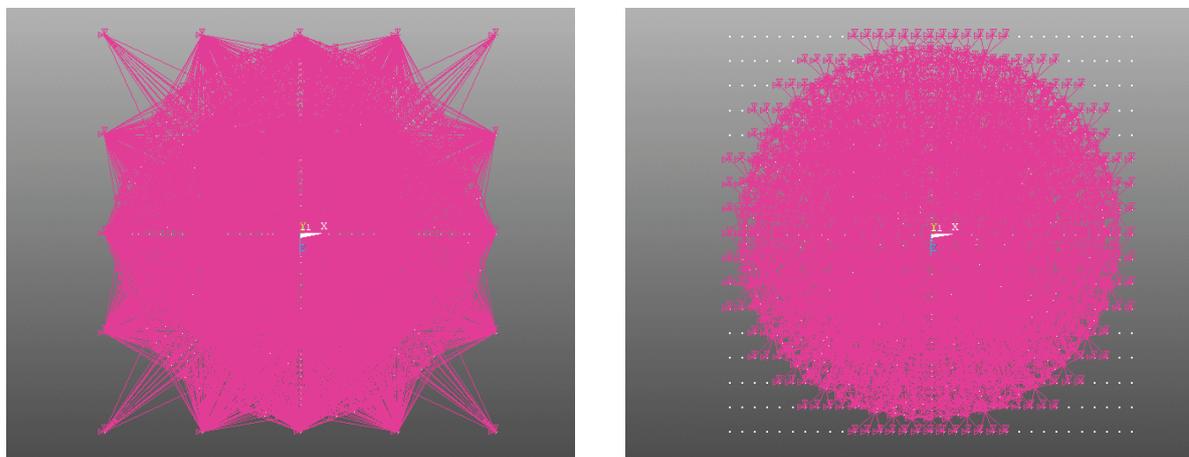
Apesar dos resultados de força última representarem fielmente a capacidade resistente analítica da seção mista, concentrações de tensão foram registradas na interface entre mecanismo de apoio e seção mista, verificadas através da tensão de Von Mises. Assim, os elementos que concentravam tensões ultrapassavam a relação tensão x deformação informada e interrompiam a análise, não propiciando a convergência do modelo. Além disto, esta configuração não pode ser aplicada em casos de excentricidade acidental, como descrito anteriormente.

#### 4.1.4.2 Mecanismo de apoio retangular conectado por equações de restrição

A ligação dos elementos do mecanismo aos elementos da seção mista foi testada através da geração de equações de restrição que conectam os nós de uma região aos nós de outra região, comando denominado *ceintf*. Neste método, os nós da malha menos densa do mecanismo foram conectados aos nós da malha mais densa da seção mista. Sendo assim, os graus de liberdade do mecanismo são interpolados com os graus de liberdade da seção mista. No entanto, as equações de restrição podem não ser válidas para elementos que sofrem grandes deflexões, eliminando resultados durante a formulação da matriz de rigidez do

modelo e não apresentando convergência. Por tal modo, este recurso não pôde ser utilizado. A Figura 60 ilustra o padrão de ligações.

Figura 60: Ligação mecanismo superior e seção mista com comando *ceintf*.



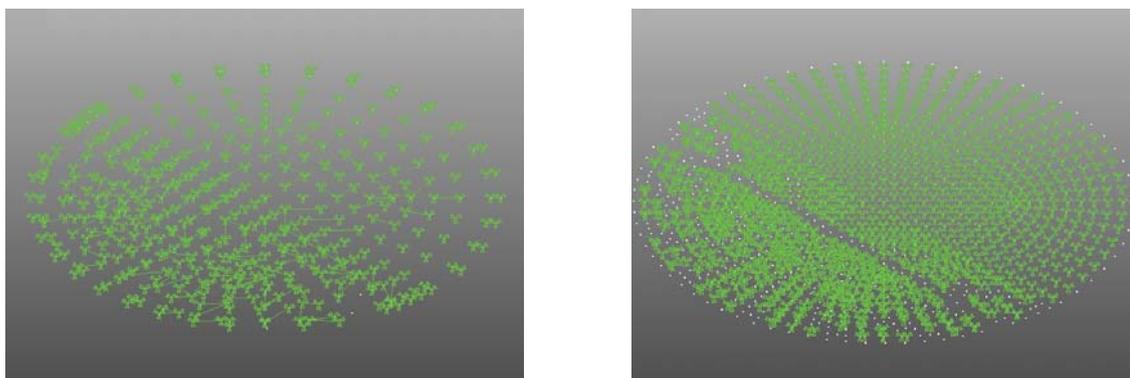
(a) Menor número de nós no mecanismo.

(b) Maior número de nós no mecanismo.

#### 4.1.4.3 Mecanismo de apoio retangular acoplado por graus de liberdade

O recurso para definição de graus de liberdade acoplados em uma interface, comando denominado *cpintf*, define os mesmos graus de liberdade para nós coincidentes. No entanto, este recurso apresenta dependência com a tolerância determinada para considerar um nó comum para efetuar a ligação entre ambos. Por consequência, reduzindo a precisão de seleção para que o comando conecte dois nós não coincidentes, é comum a seleção de nós onde já há graus de liberdade definidos, impondo condições de contorno errôneas nesta região. Por tal modo, este recurso não pôde ser utilizado. A Figura 61 ilustra o padrão de ligações.

Figura 61: Ligação mecanismo superior e seção mista com comando *cpintf*.



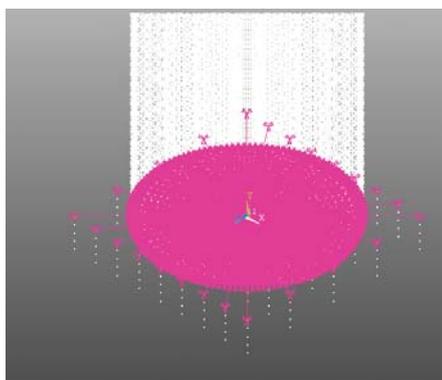
(a) Menor número de elementos na seção.

(b) Maior número de elementos na seção.

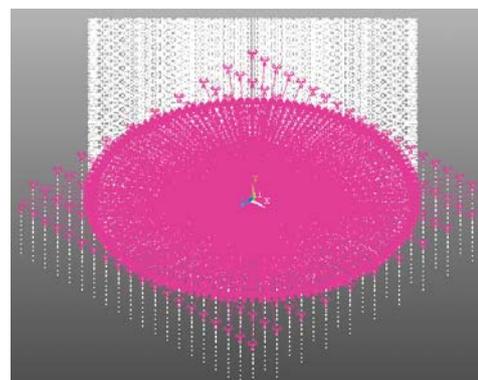
#### 4.1.4.4 Mecanismo de apoio retangular definido por região rígida

Outra tentativa desta ligação foi realizada através da criação de uma região rígida, comando denominado *cerig - rbe2*. Para a geração de equações de restrição relacionando os nós desta região, é necessária a definição de nós dependentes (nós escravos) à um nó independente (nó mestre). No entanto, além de produzir uma junção rígida e adicionar rigidez não desejada ao modelo, estas equações são baseadas na teoria de pequenas deflexões, não atualizando a matriz de rigidez do modelo a cada interação, sendo assim, válido apenas para análises lineares. Por tal modo, este recurso não pode ser utilizado. A Figura 62 ilustra o padrão de ligações.

Figura 62: Ligação mecanismo superior e seção mista com comando *cerig*.



(a) Menor número de elementos na seção.



(b) Maior número de elementos na seção.

#### 4.1.4.5 Mecanismo de apoio conectado por elementos de contato

A última opção da série de tentativas para realizar a conexão entre o mecanismo de apoio e o pilar misto foi realizada através dos elementos de superfície disponíveis na biblioteca de elementos do software *Ansys*.

Neste caso, o mecanismo de apoio foi caracterizado com o elemento *targe170* por se tratar de uma superfície rígida, superfície plana, com malha grossa (grande espaçamento entre nós do modelo) e o pilar misto foi caracterizado com o elemento *conta174* por se tratar de uma superfície menos rígida e com malha mais fina. Através da implantação destes elementos se considerou uma ligação permanentemente colada, sem separação e penetração inicial. Após uma análise inicial, se identificou que a opção por um par de contato ampliaria a capacidade

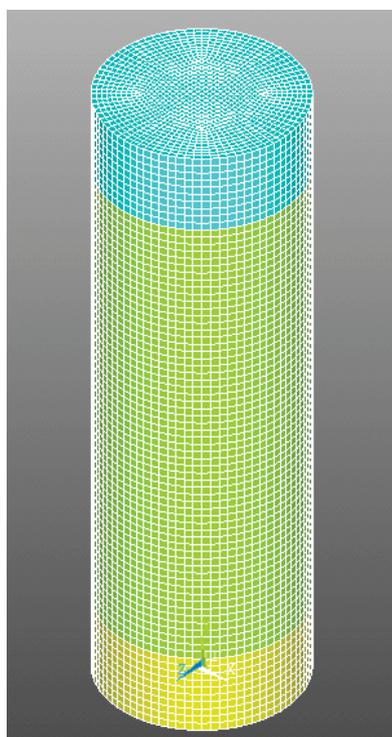
de resolução do modelo, habilitando assim, que as duas superfícies possam ser caracterizadas como *targe170* ou como *conta174* conforme ocorre a solução.

Devido a possibilidade de redução da malha do mecanismo para uma quantidade básica de elementos necessários para definir a direção da excentricidade, além da influência relativamente baixa no comportamento do pilar misto, a opção por elementos de contato foi adotada como ligação entre o mecanismo de apoio e o pilar misto.

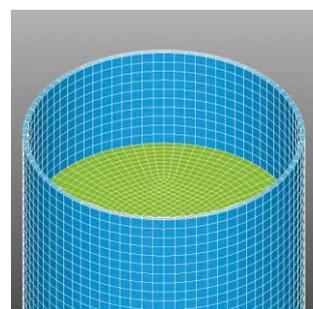
#### 4.1.5 Extremidades de concreto reforçado

O estudo de Melo (2018), apresenta a opção de atribuir concreto com maior resistência nas extremidades próximas ao mecanismo do apoio, representando armaduras de fretagem adotadas em alguns ensaios experimentais. Em termos geométricos, o estudo de Melo (2018) utilizou 20 % da altura total do pilar como extremidade reforçada, ou seja, 10 % da altura do pilar para cada extremidade. O estudo de Melo (2018) adotou um concreto 42 % mais resistente nas extremidades. A Figura 63 ilustra esta aplicação. Esta alternativa foi avaliada no capítulo resultados.

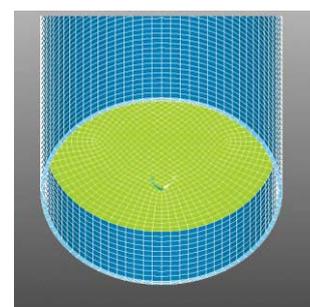
Figura 63: Extremidades de concreto reforçado.



(a) Extremidades pilar misto.



(b) Local da extremidade superior para receber concreto reforçado.



(c) Local da extremidade inferior para receber concreto reforçado.

## 4.2 Condições de contorno

### 4.2.1 Restrições

Inicialmente, para os modelos submetidos à força axial concêntrica, modelos de restrição de deslocamento foram avaliados principalmente em relação a influência das restrições no plano da seção transversal do pilar misto.

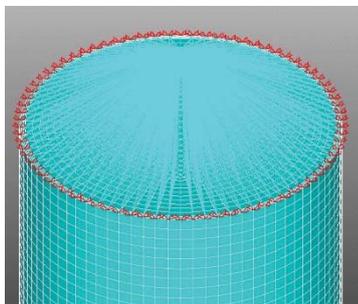
O modelo 01 ilustrado na Figura 64 (a), possui todos os nós da extremidade superior com restrição no plano da seção transversal e, por consequência, nenhum nó do perímetro da extremidade superior está sendo solicitado, enquanto que, todos os nós da extremidade inferior possuem restrição total.

O modelo 02 ilustrado na Figura 64 (b), possui 4 nós do perímetro da extremidade superior com restrição no plano da seção transversal e todos os nós restantes do perímetro da extremidade superior estão livres, enquanto que, todos os nós da extremidade inferior possuem restrição total.

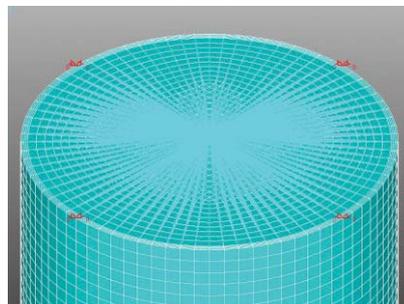
O modelo 03 também ilustrado na Figura 64 (b), apresenta 4 nós do perímetro da extremidade superior com restrição no plano da seção transversal e todos os nós restantes do perímetro da extremidade superior estão sendo solicitados, enquanto que, todos os nós da extremidade inferior possuem restrição total.

O modelo 04 também ilustrado na Figura 64 (b) apresenta 4 nós do perímetro da extremidade superior com restrição no plano da seção transversal, enquanto que, todos os nós da extremidade inferior apresentam mesma condição atribuída a extremidade superior.

Figura 64: Vinculação analisada para o modelo sob força axial concêntrica.



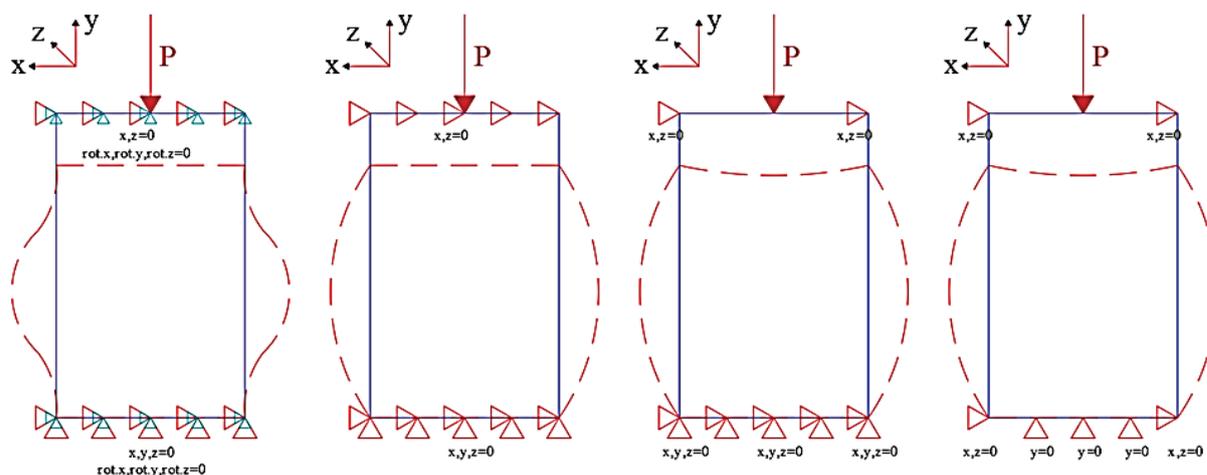
(a) Modelo 01.



(b) Modelo 02 / Modelo 03 / Modelo 04.

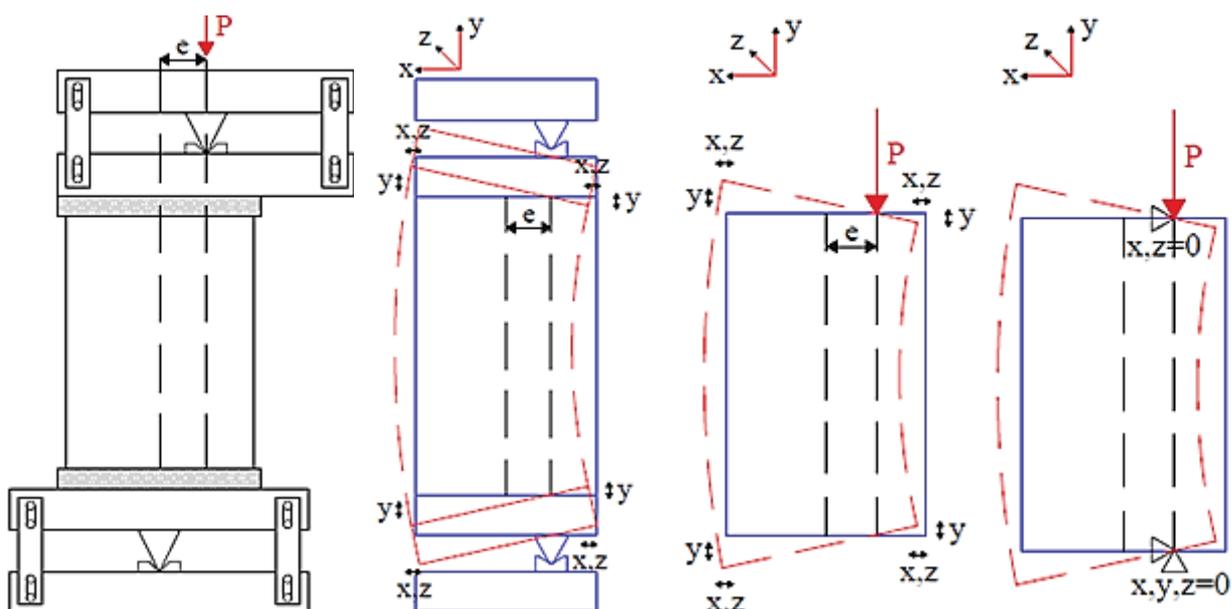
Com estes modelos, a força resistente do pilar misto não foi influenciada. No entanto, o plano da seção transversal do pilar misto permanece plano após a sollicitação, como pode ser observado nos padrões de comportamento resumidos na Figura 65.

Figura 65: Vinculação analisada para o modelo sob força axial concêntrica.



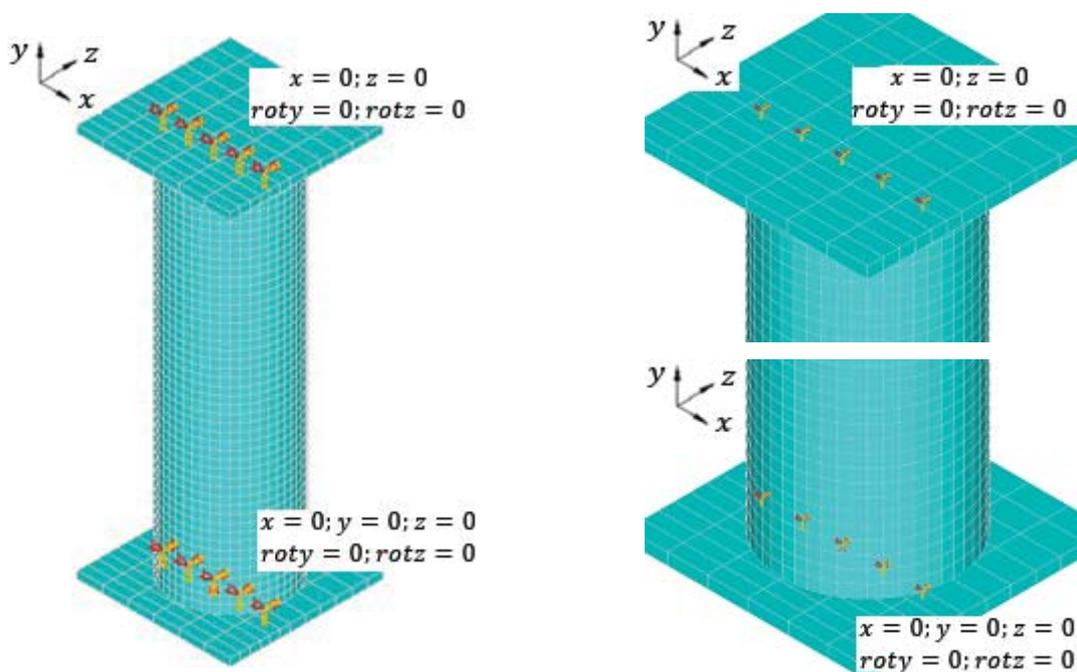
Deste modo, se identificou que são necessários deslocamentos na circunferência do pilar misto para que este apresente o comportamento experimental mais frequentemente utilizado, conforme ilustrado na Figura 66.

Figura 66: Vinculação analisada para o modelo sob força axial excêntrica.



Neste sentido, um modelo único foi proposto para pilares submetidos à força axial excêntrica, onde apenas uma linha de nós recebe restrições e solicitações. Deste modo, na extremidade superior, uma linha de nós recebe restrições à deslocamentos no plano da seção transversal, e permanece livre para deslocar axialmente. Na extremidade inferior, uma linha de nós recebe restrições à deslocamentos no plano da seção transversal e axial, conforme é ilustrado na Figura 67.

Figura 67: Vinculação aplicada para o modelo sob força axial excêntrica.



## 4.2.2 Forças atuantes

### 4.2.2.1 Forças atuantes através de região rígida

Utilizando o comando *cerig - rbe2*, equações de restrição definem uma região rígida de acordo com a definição de um nó mestre que controla a região em termos de deslocamentos, ou seja, o nó principal (mestre) controla o comportamento da região rígida (nós escravos). No entanto, tal comando transfere apenas pequenas rotações, pois as constantes não são atualizadas a cada interação.

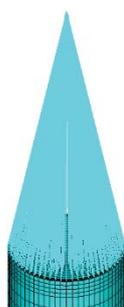
#### 4.2.2.2 Forças atuantes através de nó mestre

Utilizando o comando *rbe3*, o nó mestre é dependente e os nós escravos são independentes. Ao contrário do comando anterior, o comando *rbe3* não define uma rígida, é apenas uma maneira de transferir forças e momentos para os nós escravos. Cabe ressaltar que tais comandos são úteis apenas em análises lineares, ou seja, suas equações são válidas apenas para análises de pequenas deflexões.

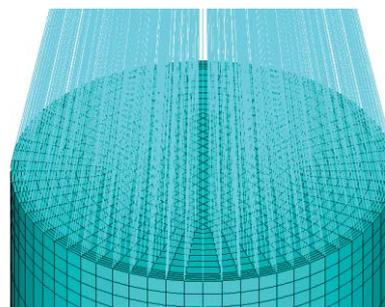
#### 4.2.2.3 Forças atuantes através de elemento de restrição multiponto

Para análises não lineares, o elemento *mpc184* (elemento de restrição multiponto), apresenta constantes atualizadas após cada interação. O comando pode ser usado para conectar nós em uma linha ou área a nós em outra linha ou área, definindo regiões rígidas ou conexões. A Figura 68 ilustra o padrão de ligações. As solicitações e restrições são aplicadas através de um nó mestre que distribuí estas condições de contorno ao pilar misto. A distância do nó mestre foi avaliada e não apresentou influência nos resultados. Este elemento não utilizado devido tardar a convergência do modelo numérico.

Figura 68: Aplicação das condições de contorno com elemento *mpc184*.



(a) Vista geral.



(b) Vista aproximada;

#### 4.2.2.4 Deformação nodal controlada

O elemento misto foi solicitado através de um deslocamento aplicado na linha de nós referente a excentricidade na extremidade superior do modelo, que direcionou tal solicitação ao pilar misto. Este deslocamento recebe uma força de reação, gerando deformação nos elementos do modelo. A força resistente última, foi verificada através da força de reação no nó mestre localizado na extremidade inferior do modelo. O deslocamento aplicado

corresponde a deformação máxima implementada através da relação tensão x deformação dos materiais para que o solucionador realize a análise até o último incremento de solicação arbitrada.

Não se obteve convergência aplicando força na extremidade superior, pois após o pico da relação força x deslocamento, não há equilíbrio estático. O solucionador não apresenta convergência e não há inclinação negativa na relação força x deslocamento obtida.

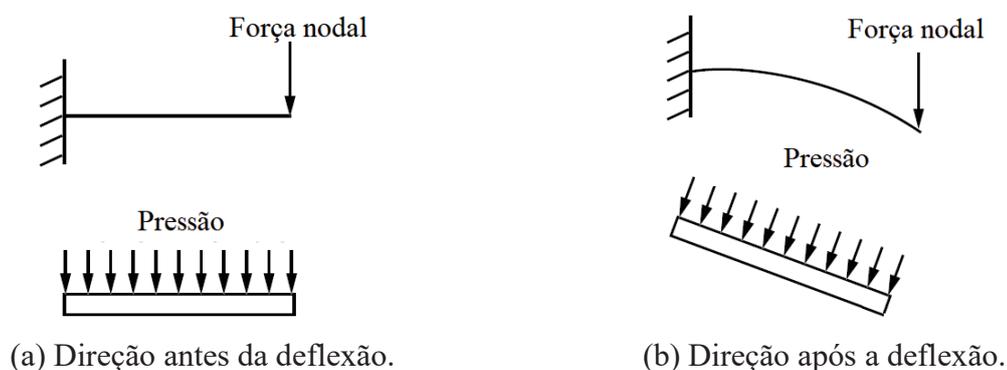
Substituindo a condição de limite de força por um deslocamento, o solucionador continuou avançando com o deslocamento aplicado mesmo depois que a força de reação atingiu seu valor de pico, apresentando a inclinação negativa da relação, que ultrapassa a força última. Deste modo, há equilíbrio estático no próximo incremento de deslocamento, ele apenas possui uma força de reação menor que o último deslocamento convergente.

A força de reação permite resultados para rastrear a força necessária a cada incremento de deslocamento. A força aumenta ao máximo, apresenta trecho na horizontal e começa a diminuir em magnitude, apresentando equilíbrio para o próximo incremento de deslocamento além do ponto em que a relação força x deslocamento fica plana.

#### 4.2.2.5 Forma de solicação nodal

No modelo, não há presença de solicações em linhas ou áreas. A solicação através de um deslocamento nodal visou manter a orientação original da solicação independentemente da orientação que o modelo adquire sob rotações que os elementos realizam conforme solicionados. A Figura 69 compara esta aplicação com uma solicação de força sobre linha ou área.

Figura 69: Aplicação de deslocamento nodal.



### 4.3 Tipo de elemento

A Tabela 14 resume alguns dos principais elementos da biblioteca do software *Ansys* que podem ser aplicados na análise estrutural desta pesquisa. Na Tabela 14 não são ilustrados elementos pontuais como pontos de massa concentrada e pontos para conexões, além de elementos de viga e cabo.

Tabela 14: Principais elementos da biblioteca do software *Ansys*.

Ordem	Bidimensionais (plano)		Tridimensionais (volumétrico)		Membrana, casca e placa	
<i>linear</i>		<i>plane42</i>		<i>solid45</i>		<i>shell63</i>
		<i>plane182</i>		<i>solid65/185</i>		<i>shell181</i>
				<i>solsh190</i>		
<i>quadrática</i>		<i>plane82/183</i>		<i>solid95/186</i>		<i>shell281</i>
	<i>o</i>		<i>plane2</i>		<i>solid92/187</i>	

Fonte: Adaptado de *Ansys Mechanical APDL Element Reference* (2017).

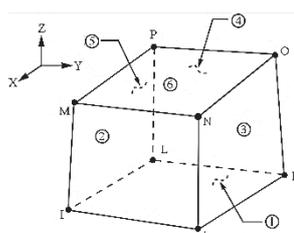
Neste modelo, o elemento utilizado para representar o núcleo de concreto foi o elemento volumétrico linear *solid185*. O tubo de aço foi analisado utilizando os elementos de casca *shell181* e os elementos volumétricos *solsh190* e *solid186*. Este último foi utilizado para verificar a influência de um elemento quadrático. Após análises iniciais utilizando um mecanismo de apoio com elementos volumétricos, o mecanismo de apoio para aplicação de forças e restrições no modelo foi simplificado e representado com elementos de casca *shell181*.

#### 4.3.1 Tipo de elemento para o núcleo de concreto

O elemento volumétrico *solid45* é um elemento com oito nós e três graus de liberdade por nó (translação nos eixos x, y e z), não utilizado por não representar a fissuração e esmagamento do concreto. Os elementos volumétricos *solid65* e *solid95* são elementos da biblioteca de elementos do software *Ansys*, capazes para representar efeitos de esmagamento e

fissuração, possuindo integração total como formulação. Os elementos volumétricos *solid185* e *solid186* são elementos que representam a tecnologia corrente da biblioteca de elementos do software *Ansys*, mas possuem integração reduzida. Neste sentido, é possível obter o mesmo comportamento dos elementos antigos, utilizando chaves de opção na configuração de cada elemento para que estes possuam integração total. Desde modo, o elemento volumétrico *solid185* é utilizado neste modelo, seguindo a recomendação da documentação do Software *Ansys* por retratarem a tecnologia corrente do programa. O elemento linear *solid185* é um elemento volumétrico que representa sólidos ou sólidos em camada, quando em formato hexaédrico possui 8 nós, com três graus de liberdade por nó (translação nas direções x, y e z). O elemento suporta análises não lineares, grande deflexão e grande capacidade de deformação. A Figura 70 ilustra o elemento *solid185*.

Figura 70: Elemento *solid185*.

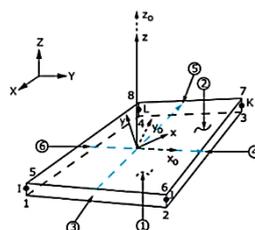


Fonte: *Ansys Mechanical APDL Element Reference* (2017).

#### 4.3.2 Tipo de elemento para o tubo de aço

O elemento *shell181* é um elemento de casca com variação de tensão linear, que representa elementos de casca fina até moderadamente espessa, possui quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó (translação e rotação nas direções x, y e z). O elemento suporta análises não lineares, grande deflexão e grande capacidade de deformação. A Figura 71 ilustra o elemento *shell181*.

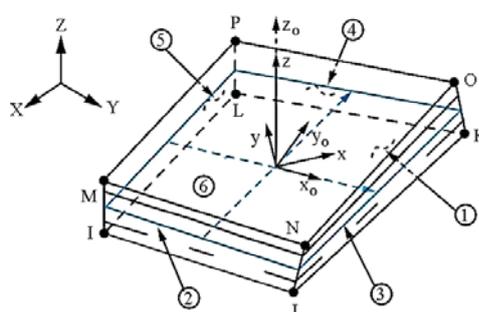
Figura 71: Elemento *shell181*.



Fonte: *Ansys Mechanical APDL Element Reference* (2017).

O elemento *solsh190* representa elementos de placa e casca com espessura moderada a grande, ou seja, elementos volumétricos. Quando em formato hexaédrico possui 8 nós com três graus de liberdade por nó (translação nas direções x, y e z). O elemento é capaz de representar grande capacidade de deformação. O elemento é ideal para representar elementos com camadas, como placas laminadas e elementos sanduiche. A Figura 72 ilustra o elemento *solsh190*.

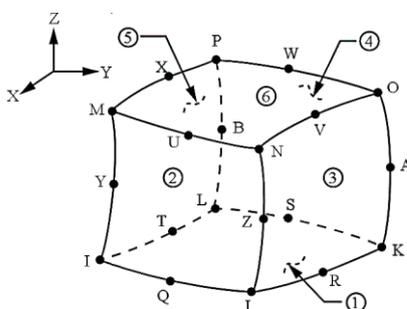
Figura 72: Elemento *solsh190*.



Fonte: *Ansys Mechanical APDL Element Reference* (2017).

O elemento quadrático *solid186* é um elemento volumétrico com variação de tensão interna não linear, que representa sólidos ou sólidos em camadas, quando em formato hexaédrico possui 20 nós com três graus de liberdade por nó (translação nas direções x, y e z). O elemento é capaz de representar a não linearidade física dos materiais através de deformações plásticas, grande deflexão e grande capacidade de deformação. A Figura 73 ilustra o elemento *solid186*.

Figura 73: Elemento *solid186*.



Fonte: *Ansys Mechanical APDL Element Reference* (2017).

## 4.4 Propriedades mecânicas

### 4.4.1 Carga inercial

Para representar a massa específica dos materiais, o comando *dens* foi adotado e implantado no primeiro carregamento aplicado ao modelo.

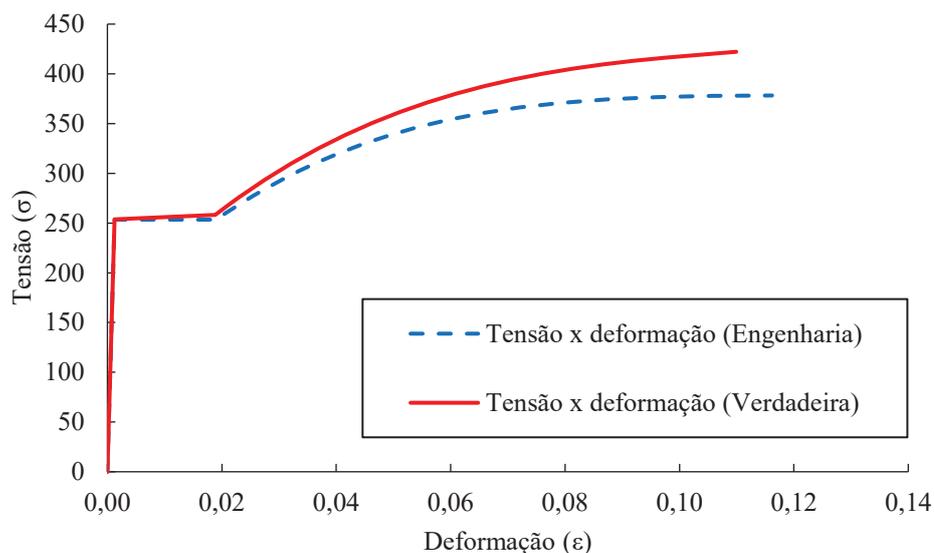
### 4.4.2 Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson

Ainda que a expansão lateral do concreto conforme resiste eleve tensões laterais devido ao enclausurado provocado pelo tubo de aço, propriedades como coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade são inalteradas. Se entende por módulo de elasticidade a tangente do menor ângulo formado entre o trecho linear com o eixo horizontal da deformação sob carregamento uniaxial. Quanto mais próximo ao eixo vertical da tensão, maior é o módulo, enquanto que, quanto mais próximo ao eixo horizontal da deformação, menor é o módulo.

### 4.4.3 Relação tensão x deformação verdadeira

Os modelos experimentais utilizados para calibração do modelo numérico possuem relações tensão x deformação de materiais constituintes providos de ensaios experimentais de caracterização. Se entende por tensão x deformação de engenharia a relação entre tensão aplicada e a geometria do elemento ensaiado. Por outro lado, a tensão x deformação verdadeira consiste na relação entre a tensão aplicada e a geometria atualizada do elemento. Durante o ensaio simples de tração para uma amostra, o material altera seu comportamento no caso de um alongamento, assim, a força necessária para provocar maiores deformações é menor. No entanto, as propriedades geométricas do material se alteram ainda mais. O cálculo de conversão de tensão x deformação de engenharia para tensão x deformação verdadeira estima a área transversal atual do elemento conforme ocorre a aplicação de uma força, pois apesar do elemento apresentar um alongamento ou encurtamento, as dimensões da seção transversal são reduzidas para manter o volume constante. Este comportamento é ilustrado na Figura 74: Em vermelho, a relação tensão x deformação verdadeira, em azul, a relação tensão x deformação de engenharia.

Figura 74: Relação tensão x deformação de engenharia e verdadeira.



Esta conversão é limitada ao estágio próximo da tensão de ruptura do material. Após este estágio até a ruptura, as equações de conversão não são válidas e podem gerar uma região ascendente inválida. No entanto, caso esta conversão não seja realizada, a relação tensão x deformação implantada apresenta uma redução na tensão aplicada para altos níveis de deformação, o que não é verdadeiro para materiais dúcteis. A Equação 135 demonstra a conversão para tensão verdadeira, enquanto que, a Equação 136 demonstra a conversão para deformação verdadeira.

$$\sigma_{verdadeira} = \sigma_{engenharia}(1 + \epsilon) \quad \text{Equação 135}$$

$$\epsilon_{verdadeira} = \ln(1 + \epsilon) \quad \text{Equação 136}$$

#### 4.4.4 Comportamento não linear

Pilares mistos apresentam comportamento não linear devido a interação provocada entre não linearidades físicas dos materiais e não linearidades geométricas.

Não linearidades físicas dos materiais se referem ao próprio comportamento não linear do aço e do concreto conforme são solicitados. Os materiais constituintes da seção mista possuem relações tensão x deformação não linear, respondendo de maneira não linear. Por exemplo, a resposta não linear do concreto é ocasionada pela fissuração e esmagamento do concreto. Antes de receber tensões, já há presença de micro fissuras que se ampliam

quando o concreto é solicitado. Esta ampliação nas deformações, com conseqüente perda de resistência e amolecimento, pode ocorrer quando o concreto está submetido à tensões de tração ou compressão, e caracteriza um comportamento não-linear.

Não linearidades geométricas se referem a configuração geométrica dos elementos constituintes. Conforme os elementos são solicitados, sua geometria é alterada. Em um pilar misto, a interação entre os materiais propicia altos níveis de tensão nos elementos constituintes da seção, grandes deslocamentos ou rotações alteram a configuração geométrica e o pilar misto passa a responder não linearmente, caracterizando assim, a não linearidade geométrica. Análises de pequenas deflexões e pequenas deformações assumem que os deslocamentos são pequenos, e então, a resultante de rigidez é alterada de forma insignificante. Por outro lado, em análises de grandes deflexões e grandes deformações há alterações de rigidez como resultado da alteração da forma e orientação dos elementos. Para representar este comportamento, o comando *nlgeom* foi adotado.

O comando *sstif* também foi arbitrado no modelo para que a matriz de rigidez do modelo seja atualizada após cada iteração do solucionador.

O tubo de aço ao ser solicitado radialmente pela expansão lateral do núcleo de concreto, a um nível de tensão superior a tensão de escoamento, apresenta um ganho de rigidez transversal, comportamento característico de estruturas delgadas quando estão submetidas à um elevado estado de tensão, como cabos e membranas. Para representar este comportamento, o comando *pstres* foi adotado.

#### **4.4.5 Relações constitutivas para os materiais**

O comportamento tensão x deformação de uma amostra quando submetida a um esforço axial pode apresentar os comportamentos ditos rígidos, elásticos e plásticos.

Um material de comportamento linear elástico, apresenta deformação quando solicitado e ao cessar esta solicitação a deformação é recuperável, ou seja, este material retorna a dimensão original e não há deformação plástica.

Quando a deformação não é recuperável, ao cessar a solicitação, este material possui comportamento plástico, e a deformação é dita plástica. Este comportamento ocorre após a tensão de plastificação. Um material pode exibir três comportamentos principais: perfeitamente plástico, onde a deformação plástica não influencia a tensão necessária para causar deformação plástica; comportamento de enrijecimento plástico após a tensão de plastificação; comportamento de amolecimento plástico após a tensão de plastificação. No

enrijecimento ou amolecimento plástico, a deformação plástica influencia a tensão necessária para causar deformação plástica no material. Estes materiais são ditos elasto-plásticos, e a fase plástica, pode ocorrer após um trecho elástico linear ou não linear.

E por fim, um material também pode ser frágil, apresentando deformações recuperáveis em um trecho elástico e ao atingir certo nível de tensão este material fratura, sem comportamento plástico. Também pode ser rígido e plástico, não apresentando deformação até um nível de tensão, e a partir deste nível, ocorre apenas deformação plástica.

#### **4.4.5.1 Relações constitutivas para o concreto**

Em um pilar misto submetido à compressão, o concreto expande lateralmente e é confinado pela seção de aço. Este confinamento é do tipo passivo e aumenta a ductilidade do concreto. Este comportamento é conhecido como ação composta entre o tubo de aço e o núcleo de concreto (HAN et al., 2007). Se considera que o concreto confinado está submetido à um estado triaxial de tensões e o aço a um estado biaxial de tensões após a ação conjunta entre os elementos ocorrer (TAO, 2014). O efeito do concreto confinado por ser informado ao solucionador em duas abordagens. A primeira, utilizando concreto não confinado definindo o ângulo de dilatação. A segunda, utilizando relação tensão x deformação de um concreto confinado, sem definir o ângulo de dilatação (ELCHALAKANI, 2019).

##### **4.6.5.1.1. Concreto não confinado com ângulo de dilatação**

O ângulo de dilatação permite que o concreto altere seu volume durante a deformação. Assim, durante a expansão do concreto o tubo de aço exerce uma restrição que propicia o confinamento do núcleo de concreto. Durante a análise, o concreto é convertido de não confinado para confinado. No entanto, o problema deste método consiste em definir o valor verdadeiro, visto que, este parâmetro influencia significativamente a resposta (ELCHALAKANI, 2019).

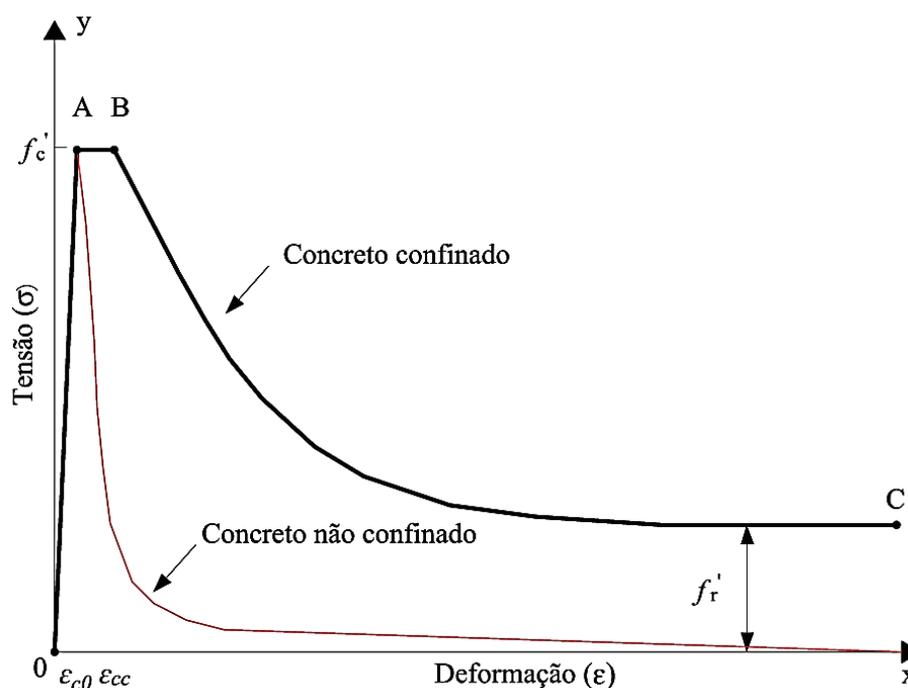
##### **4.6.5.1.2. Concreto confinado sem ângulo de dilatação**

Este método foi adotado por Hu et al. (2003) e Elchalakani (2019), e permite que o modelo de concreto controle o nível de confinamento. Nesta pesquisa, foi adotado um modelo de concreto confinado proposto por Tao (2014) sem definir o ângulo de dilatação.

#### 4.6.5.1.3. Relação constitutiva adotada

A relação constitutiva para concreto confinado proposta por Tao (2014) consiste no aperfeiçoamento da relação constitutiva desenvolvida por Tao et al. (2013). A relação constitutiva representa o comportamento não linear plástico do concreto confinado, consistindo em um modelo com três estágios principais, seguindo um comportamento de endurecimento/amolecimento, conforme é ilustrado na Figura 75. Em um estágio inicial, (do ponto 0 ao ponto A), não há ou há uma baixa interação entre o tubo de aço e o núcleo de concreto. Então, o trecho ascendente da relação tensão x deformação para o concreto não confinado é suficiente para representar o trecho 0 – A antes de atingir o pico de resistência característica à compressão do concreto. Depois disto, um platô (do ponto A ao ponto B), representa o aumento na deformação resistente para um mesmo nível de tensão causado pela interação entre o tubo de aço e o núcleo de concreto. Após o ponto B, um trecho descendente representa o aumento na ductilidade resultante do efeito de confinamento, atingindo o ponto C, com um platô que representa a tensão residual resultante da contenção do tubo de aço ao concreto já triturado.

Figura 75: Relação tensão x deformação para o concreto confinado.



Fonte: Adaptado de Tao (2014).

A seguir, esta pesquisa explica detalhadamente a relação tensão x deformação do concreto confinado proposta por Tao (2014) e adotada neste trabalho, especificadamente em relação ao trecho linear ascendente, trecho constante, trecho descendente e, o trecho final da relação.

#### 4.6.5.1.3.1. Trecho linear da relação tensão x deformação adotada

O primeiro trecho da relação tensão x deformação para o concreto segue a relação linear, neste estágio, o módulo de elasticidade do concreto é função da resistência característica do concreto. O módulo de elasticidade desta relação pode ser determinado através da resistência média a compressão do concreto ( $f'_c$ ). Este trecho possui baixa deformação e expansão lateral, conseqüentemente há uma baixa tensão de confinamento no concreto e, por tal, coincide-se com o concreto não confinado. Esta equação adotada por Tao (2014) foi proposta por Samani e Attard (2012) com a Equação 137.

$$\frac{\sigma}{f'_c} = \frac{A \cdot X + B \cdot X^2}{1 + (A - 2)X + (B + 1)X^2} \quad \text{Equação 137}$$

Onde ( $\sigma_c$ ) é a tensão aplicada ao concreto. ( $A$ ), é o parâmetro determinado conforme a Equação 138. ( $B$ ), é o parâmetro determinado conforme a Equação 139. ( $X$ ), é o parâmetro determinado conforme a Equação 140.

$$A = \frac{E_c \varepsilon_{c0}}{f'_c} \quad \text{Equação 138}$$

$$B = \frac{(A - 1)^2}{0,55} - 1 \quad \text{Equação 139}$$

$$X = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \quad \text{Equação 140}$$

( $\varepsilon_{c0}$ ) é a deformação correspondente a resistência à compressão do concreto não confinado, ou seja, a deformação no Ponto A da relação tensão x deformação. Esta equação adotada por Tao (2014) foi proposta por Nicolo et al. (1994), conforme a Equação 141.

$$\varepsilon_{c0} = 0,00076 + \sqrt{0,626f'_c - 4,33} \times 10^{-7} \quad \text{Equação 141}$$

Esta deformação corresponde ao trecho ascendente da relação tensão x deformação e correlaciona a deformação axial com a deformação para o valor da resistência à compressão do concreto.

#### 4.6.5.1.3.2. Trecho constante da relação tensão x deformação adotada

O segundo trecho da relação tensão x deformação é constante, onde a deformação é determinada de acordo com a tensão máxima resistente do concreto. Neste trecho são apresentados os ganhos de resistência em função da interação entre o tubo de aço e o núcleo de concreto. A deformação neste trecho inicia no ponto *A* com a deformação referente ao concreto não confinado. O ponto *B*, determinado conforme a Equação 142 adotado por Tao (2014), foi obtido de Samani e Attard (2012).

$$e^k = \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{c0}} \quad \text{Equação 142}$$

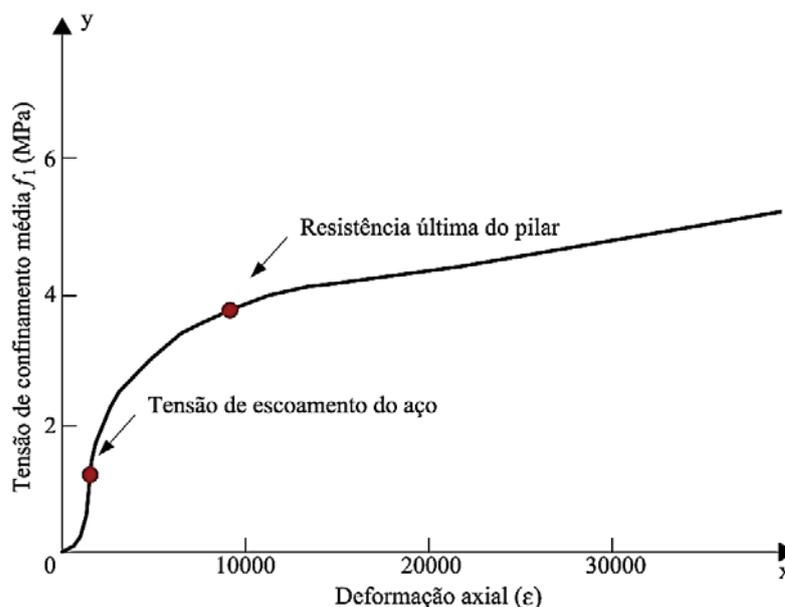
Onde ( $\varepsilon_{cc}$ ) e a deformação correspondente a resistência à compressão do concreto confinado e ( $k$ ), é o parâmetro de confinamento, determinado de acordo com a Equação 143.

$$k = (2,9224 - 0,00367f'_c) \left(\frac{f_B}{f'_c}\right)^{0,3124+0,002f'_c} \quad \text{Equação 143}$$

Na interface entre o tubo de aço e o concreto, há uma tensão média de confinamento ( $f_1$ ) que é influenciada pela deformação do aço. Após atingir a tensão de escoamento do aço, a tensão de confinamento aumenta rapidamente. Uma vez atingida a tensão de ruptura do aço, a tensão de confinamento permanece estável ou aumenta muito devagar, dependendo do fator de confinamento ( $\xi_c$ ).

A Figura 76 ilustra a tensão de confinamento ( $f_1$ ) correspondente ao ponto *B* da relação tensão x deformação para o concreto confinado ( $f_B$ ). Se assume que neste ponto é alcançada a capacidade máxima resistente do pilar (TAO, 2014).

Figura 76: Tensão de confinamento como função da deformação axial do aço.



Fonte: Adaptado de Tao (2014).

( $f_B$ ) representa a tensão de confinamento exercida ao núcleo de concreto e corresponde a tensão de confinamento, ( $f_B$ ) é determinado conforme a Equação 144.

$$f_B = \frac{(1 + 0,027 f_y) \cdot e^{-0,02 \frac{D}{t}}}{1 + 1,6e^{-10} \cdot (f_c')^{4,8}} \quad \text{Equação 144}$$

A tensão de confinamento ( $f_B$ ) aumenta quanto maior o ( $f_y$ ) e quanto menor a relação  $D/t$ . Além disso, ( $f_c$ ) do concreto não tem influência em estágios avançados de sollicitação, e então, ( $f_B$ ) diminui conforme se aumenta ( $f_c$ ). Em seções retangulares, há uma redução no confinamento de 75 %. Por isso, se deve aplicar um fator de redução de 0.25.

#### 4.6.5.1.3.3. Trecho descendente da relação tensão x deformação adotada

A tensão no trecho descendente da relação tensão x deformação do concreto é determinada conforme a Equação 145, utilizada por Tao (2014) e proposta por Binici (2005). O trecho descendente do diagrama tensão x deformação é menos abrupto em razão do efeito confinamento do concreto.

$$\sigma = f_r + (f'_c - f_r) \exp \left[ - \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cc}}{\alpha} \right)^\beta \right] \quad \text{Equação 145}$$

Onde ( $\beta$ ) é o fator de confinamento para seções circulares, determinado através de análise de regressão em modelos experimentais presentes na bibliografia. Tao (2014) recomenda 1,20 para seções circulares. Neste caso, ( $\alpha$ ) é o parâmetro de confinamento determinado conforme a Equação 146.

$$\alpha = 0,04 - \frac{0,036}{1 + e^{6,08\xi_c - 3,49}} \quad \text{Equação 146}$$

Onde ( $f_r$ ) é a tensão residual gerada pelo efeito de confinamento determinado conforme a Equação 147, elevando o concreto a um alto índice de deformação. O comportamento do concreto em estruturas de concreto armado convencional dificilmente ultrapassa a deformação última prevista. Algumas regiões em pilares mistos ultrapassam este valor, especialmente quando há presença de conectores.

$$f_r = 0,70(1 - e^{-1,38\xi_c}) \quad \text{Equação 147}$$

Onde ( $\xi_c$ ) é o índice de confinamento calculado através das propriedades geométricas e mecânicas, determinado conforme a Equação 148.

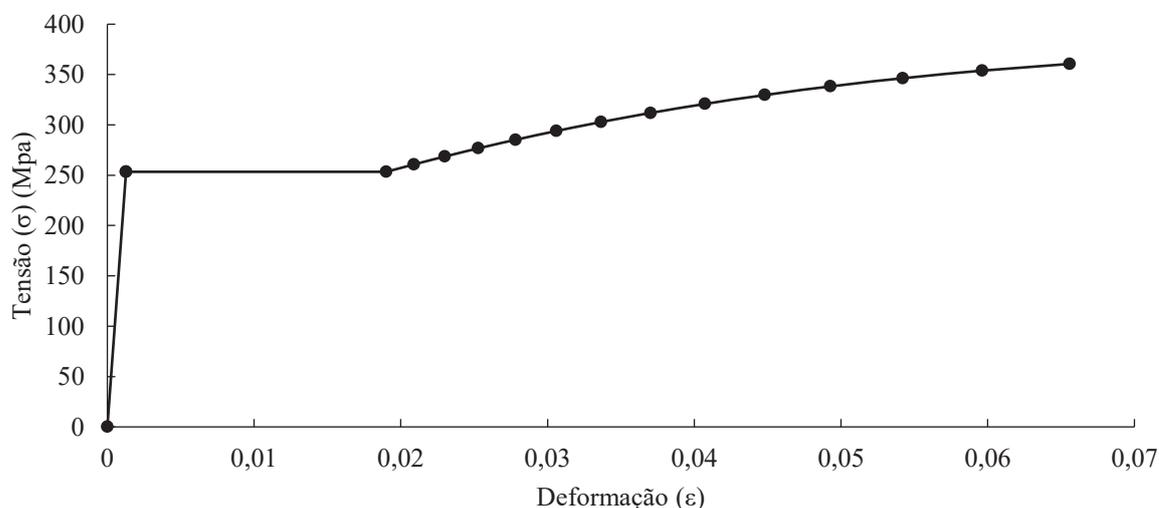
$$\xi_c = \frac{A_s f_y}{A_c f'_c} \quad \text{Equação 148}$$

Ao definir a relação constitutiva para concreto não confinado com ângulo de dilatação, se permite que o concreto altere seu volume durante a deformação. No entanto, o problema deste método consiste em definir um valor verdadeiro. Nesta pesquisa, foi adotado o modelo de concreto proposto por Tao (2014). Se trata de um modelo elástico, com amolecimento plástico e fratura.

#### 4.4.5.2 Relações constitutivas para o aço

O comportamento do tubo de aço neste trabalho foi representado através de um modelo elásto-plástico com enrijecimento plástico. A relação constitutiva para o aço foi representada através do modelo proposto por Tao et al. (2013). Há uma região elástica inicial onde deformações são proporcionais ao carregamento e após este limite elástico, deformações plásticas não recuperáveis se desenvolvem. A Figura 77 ilustra o comportamento da relação tensão x deformação do modelo proposto por Tao et al. (2013).

Figura 77: Comportamento tensão x deformação do tubo de aço.



Fonte: Adaptado de Tao et al. (2013).

Esta relação constitutiva pode ser implementada utilizando tanto a relação tensão x deformação elasto-plástica como a relação tensão x deformação plástica. No modelo de tensão x deformação elasto-plástica, os pontos iniciam na tensão de valor 0 e com correspondente deformação elástica de valor 0. Enquanto que, no modelo de tensão x deformação plástica, a relação inicia no ponto de tensão de escoamento com a deformação plástica correspondente de valor 0. Considerando que a relação tensão x deformação inicia no zero, ao final da primeira etapa de carregamento, esta já possuirá uma deformação. Considerando que a tensão de escoamento foi definida como primeiro ponto, ao final da primeira etapa de carregamento, se esta fase não atingir a tensão de escoamento, este voltará ao seu estado original. Quando a primeira entrada de materiais é a resistência ao escoamento do material e a tensão plástica de zero, este primeiro ponto será onde a parte linear encerra, e a parte não linear inicia. Enquanto o primeiro ponto da relação tensão x deformação plástica não for atingido, o software

computa deformações utilizando o módulo de elasticidade do material. Apenas após ultrapassar o ponto de escoamento do material o software passa a computar deformações plásticas. A decomposição da relação tensão x deformação em deformações elásticas e deformações plásticas foi realizada durante a etapa de calibração do modelo numérico e, resultados apresentados foram gerados sem a decomposição desta relação. O comportamento do tubo de aço neste trabalho foi representado através do modelo elásto-plástico com enrijecimento plástico, então, a relação constitutiva para o aço foi representada através do modelo proposto por Tao et al. (2013).

#### 4.4.5.3 Relações constitutivas para os vergalhões

Geralmente o comportamento de vergalhões de aço quando representados em modelos de elementos finitos é representado através de um modelo bi linear, com um trecho elástico e outro perfeitamente plástico. Nesta pesquisa, não foram representados estudos experimentais com o reforço de vergalhões, portanto, as propriedades necessárias para a implementação deste modelo de material não foram abordadas.

#### 4.4.6 Modelos de materiais

##### 4.4.6.1 Modelos de materiais para o concreto

Para representar o material concreto, a Tabela 15 apresenta os principais materiais modelos disponíveis na biblioteca de elementos do software *Ansys*.

Tabela 15: Principais modelos de materiais para o concreto.

Modelo	Descrição do modelo
<i>BISO</i>	bilinear de endurecimento isotrópico
<i>MISO</i>	multilinear de endurecimento isotrópico
<i>BKIN</i>	bilinear de endurecimento cinemático
<i>KINH</i>	multilinear de endurecimento cinemático
<i>DP</i>	Drucker-Prager plástico
<i>EDP</i>	Drucker-Prager extendido plástico
<i>MC</i>	Mohr-Coulomb
<i>CONCR, MW</i>	Menetrey William
<i>CONCR, DP</i>	Drucker-Prager clássico
<i>MPLANE</i>	Microplano

Fonte: Adaptado de *ANSYS Mechanical APDL Material Reference* (2017).

Inicialmente, a primeira intenção no procedimento de atribuir a relação tensão x deformação do material concreto para o Software *Ansys* foi utilizando o modelo multilinear de endurecimento isotrópico (*MISO*). No entanto, materiais multilineares de endurecimento isotrópico (*MISO*) da biblioteca de materiais do Software *Ansys* exigem que o módulo tangente não seja menor que zero. Se entende por módulo tangente a declividade de uma linha tangente à relação tensão x deformação em qualquer local desta relação. Como na relação constituinte proposta por Tao (2014) há um trecho descendente, o material modelo utilizado para atribuir a relação tensão x deformação do material concreto para o Software *Ansys* foi um material multilinear de endurecimento cinemático (*KINH*).

#### 4.4.6.2 Modelos de materiais para o aço

Para representar a relação constituinte para o material aço, a Tabela 16 apresenta os principais materiais modelos disponíveis na biblioteca de elementos do software *Ansys*.

Tabela 16: Principais modelos de materiais para o aço.

Modelo	Descrição do modelo
<i>BISO</i>	bilinear de endurecimento isotrópico
<i>MISO</i>	multilinear de endurecimento isotrópico
<i>NLISO</i>	não linear de endurecimento isotrópico
<i>BKIN</i>	bilinear de endurecimento cinemático
<i>KINH</i>	multilinear de endurecimento cinemático
<i>PLASTIC, MISO</i>	multilinear plástico de endurecimento isotrópico
<i>PLASTIC, KINH</i>	multilinear plástico de endurecimento cinemático

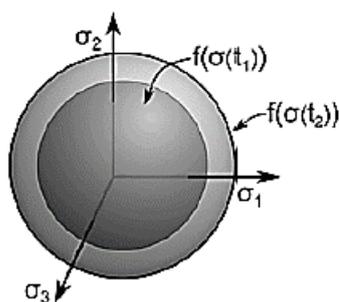
Fonte: Adaptado de *ANSYS Mechanical APDL Material Reference* (2017).

Ambos os modelos assumem o critério de escoamento de von Mises. A superfície de escoamento do modelo adotado é função escalar da tensão e variáveis internas. Estados de tensão internos a superfície de escoamento resultam em deformações elásticas, níveis de tensão que ultrapassam a superfície de escoamento, geram deformações plásticas. A superfície de escoamento para metais depende do histórico de carregamento e da evolução das deformações plásticas. A mudança no critério de escoamento causada pelo nível de carregamento é chamada de endurecimento. Este comportamento resulta no acréscimo na tensão após uma tensão adicional a superfície de escoamento, de modo que, ao material deformar plasticamente um acréscimo de tensão é acompanhado por um aumento na deformação plástica.

#### 4.4.6.2.1. Modelo de endurecimento isotrópico

Carregamentos plásticos de  $\sigma(t_1)$  para  $\sigma(t_2)$  aumentam a tensão de escoamento e resultam em um aumento uniforme no tamanho da superfície de escoamento conforme ilustra a Figura 78. As superfícies se expandem uniformemente em todas as direções no escoamento plástico. Este modelo é usado em grandes deformações ou forças proporcionais.

Figura 78: Endurecimento isotrópico.

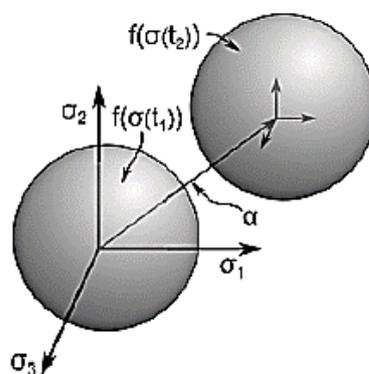


Fonte: *Ansys Mechanical APDL Material Reference* (2017).

#### 4.4.6.2.2. Modelo de endurecimento cinemático

A Figura 79 representa o endurecimento cinemático, onde as superfícies permanecem constantes em tamanho e transladam na direção da deformação plástica. Este modelo é usado para pequenas deformações e carregamentos cíclicos. A plasticidade cinemática multilinear é ideal para metais dúcteis.

Figura 79: Endurecimento cinemático.



Fonte: *Ansys Mechanical APDL Material Reference* (2017).

#### 4.4.6.2.3. Material modelo adotado para o material aço

Duas alternativas foram avaliadas para atribuir a relação tensão x deformação do material aço. A primeira, consistiu na aplicação da relação tensão x deformação elasto-plástica com um modelo multilinear de endurecimento cinemático (*KINH*).

A segunda, consistiu na aplicação da relação tensão x deformação apenas considerando a deformação plástica do material. Com isto, a parcela elástica da relação foi suprimida e o primeiro ponto de deformação da relação consistiu em uma deformação plástica não recuperável. Para a implementação do modelo plástico, materiais multilineares de endurecimento cinemático (*KINH*) da biblioteca de materiais do Software *Ansys* não permitem nenhuma inclinação do segmento da relação tensão x deformação do material maior que a inclinação do segmento anterior. Como a relação constitutiva proposta por Tao et al. (2013) adotada nesta pesquisa possui uma fase de platô, o modelo multilinear de endurecimento isotrópico (*MISO*) foi utilizado quando se utilizou a tensão x deformação apenas considerando a deformação plástica do material. Demais parâmetros foram utilizados para representar o comportamento do material aço, como: densidade, módulo de elasticidade longitudinal e coeficiente de Poisson.

#### 4.4.7 Imperfeições iniciais

##### 4.4.7.1 Imperfeições de material

Para representar possíveis imperfeições iniciais de material, como tensões residuais no tubo de aço utilizado no procedimento experimental de referência, se adicionou um ponto na relação tensão x deformação do aço com tensão correspondente a 85 % da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), para que deformações anteriores a tensão de escoamento do aço sejam computadas.

##### 4.4.7.2 Imperfeições geométricas

Para representar possíveis imperfeições geométricas iniciais, como excentricidades acidentais ocorridas durante o posicionamento do ponto de aplicação do carregamento ao pilar misto no procedimento experimental adotado como referência, alternativas foram avaliadas, conforme demonstra a Tabela 17.

Tabela 17: Imperfeições geométricas adotadas em modelos numéricos.

Estudo	Valor adotado
Rodrigues (2018)	$t/10$
Patel et al. 2013)	$L/1000$
Gomes (2015)	$L/500$
Oliveira (2008)	$D. 0,035$
Teste	$L/200$

A primeira alternativa, consistiu na aplicação do carregamento com uma excentricidade acidental de valor ( $t/10$ ), adotada no estudo de Rodrigues (2018). Em seguida, uma segunda tentativa com excentricidade acidental de ( $l/1000$ ), sugerida por Patel et al (2013) foi testada. Uma terceira alternativa consistiu na aplicação do carregamento com uma excentricidade acidental de valor ( $l/500$ ), adotada no estudo de Gomes (2015). A quarta tentativa considerou uma excentricidade acidental de valor  $(e/D) = 0.035$ , adotada no estudo de Oliveira (2008). Ainda, uma quinta e última alternativa, consistiu na aplicação do carregamento com uma excentricidade acidental de ( $l/200$ ).

Esta consideração, foi utilizada apenas nos modelos com aplicação de força axial concêntrica.

Nos modelos com aplicação de força axial excêntrica se considerou apenas a excentricidade informada, pois é de difícil consideração se a excentricidade acidental provocou o aumento ou redução na excentricidade alvo do estudo experimental adotado como referência.

#### 4.4.8 Fatores que influenciam o comportamento do concreto

A descrição da transição do comportamento do material em estado uniaxial para o estado multiaxial de tensão inclui parâmetros como a razão entre a resistência à compressão nos estados biaxial e uniaxial de tensão ( $f_{b0}/f'_c$ ), ângulo de dilatação ( $\psi$ ) e comportamento do concreto submetido a tensões de tração.

##### 4.4.8.1 Influência da razão entre compressão biaxial e uniaxial

A razão entre compressão biaxial e uniaxial ( $f_{b0}/f'_c$ ), expressa na Equação 149 proposta por Papanikolaou e Kappos (2007), com base na resistência média a compressão do

concreto ( $f'_c$ ). Este valor diminui conforme ocorre o acréscimo da resistência característica à compressão do concreto. Onde ( $f_{b0}$ ) é a resistência à compressão biaxial do concreto.

$$f_{b0}/f'_c = 1.5(f'_c)^{-0.075} \quad \text{Equação 149}$$

#### 4.4.8.2 Influência do ângulo de dilatação

Considerar um ângulo de dilatação zero significa que o concreto não confinado não sofrerá nenhuma expansão volumétrica adicional quando o limite plástico for atingido. Neste caso, relações tensão x deformação podem se encaixar semelhantemente com resultados experimentais se forem adotados valores precisos para o ângulo de atrito e coesão. No entanto, valores imprecisos podem desenvolver tendências completamente diferentes que não coincidem com a dilatação volumétrica identificada em pesquisas experimentais (MIRMIRAN et al., 2000).

Aumentar o valor do ângulo de dilatação induz a maiores tensões de confinamento sobre o núcleo de concreto, aumentando a tensão resistente do pilar. Considerar o efeito do ângulo de dilatação como uma variável determinada após cada interação pode garantir que a deformação lateral x deformação axial seja considerada adequadamente, permitindo a implantação de uma tensão confinante na relação (YU et al. 2010). A Tabela 18 demonstra o ângulo de dilatação adotado em modelos numéricos presentes na bibliografia em pilares mistos tubulares.

Tabela 18: Ângulo de dilatação adotado em modelos numéricos.

Estudo	Valor adotado
Han et al. (2007)	30°
Poliotti e Bairán (2019)	32°
Hang et al. (2019)	38°
Pham e Nguyen (2019)	40°
Patel et al. (2019)	30°
Tran et al. (2020)	20°

Tao (2013) propõe um modelo de cálculo para o ângulo de dilatação do material considerando o efeito de confinamento do concreto, expresso pela Equação 150.

$$\psi = \begin{cases} 56,30(1 - \xi) & \xi \leq 0,50 \\ 6,672e^{\frac{7,4}{4,64+\xi}} & \xi > 0,50 \end{cases} \quad \text{Equação 150}$$

Onde ( $\psi$ ) é o ângulo de dilatação do material e ( $\xi$ ) é o índice de confinamento calculado através das propriedades geométricas e mecânicas.

Os resultados apresentados foram obtidos com o modelo constitutivo para o concreto confinado, portanto, não foi aplicado o ângulo de dilatação do material.

#### 4.4.8.3 Influência do coeficiente de fricção

A Tabela 19 demonstra os valores dos coeficientes de fricção adotados em modelos numéricos presentes na bibliografia.

Tabela 19: Valores dos coeficientes de fricção adotados em modelos numéricos.

Estudo	Valor adotado
Baltay and Gjelsvik (1990)	0.47
Elremaily et al. (2001)	0.3
D. Lam et al. (2012)	0.3
Garzón et al. (2012)	0.2
Ding et al. (2015)	0.5
Khanouk et al. (2016)	0.3
Serras et al. (2017)	0.47
Yang et al. (2017)	0.3
Xiong et al. (2017)	0.25
Ding et al. (2018)	0.5
Liu et al. (2018)	0.3
Al Ani et al. (2018)	0.6
Hang et al. (2019)	0.55
Kedziora et al. (2019)	0.5
Patel et al. (2019)	0.3
Pham e Nguyen (2019)	0.6
Tran et al. (2020)	0.3
Kenarangi et al. (2020)	0.5
Song et al. (2020)	0.6
Wang et al. (2020)	0.6
Elchalakani et al. (2019)	0.8

Os resultados apresentados durante a calibração do pilar misto sob força axial concêntrica utilizando resultados experimentais obtidos por De Nardin (1999) e interface com elementos de contato utilizaram o coeficiente de fricção de valor 0.4.

Os resultados apresentados comparando o modelo a exemplares sob força axial excêntrica utilizaram interfaces ligadas com nós ou elementos compartilhados, considerando uma ligação perfeita entre os elementos.

#### 4.4.8.4 Influência do ângulo de fricção

A Tabela 20 demonstra valores do ângulo de fricção adotados em modelos numéricos presentes na bibliografia em pilares mistos tubulares circulares.

Tabela 20: Ângulo de fricção interna adotado em modelos numéricos.

Estudo	Valor adotado
Liu et al. (2016)	34°- 46°
Poliotti e Bairán (2019)	65°
Patel et al. (2019)	20°
Tran et al. (2020)	20°
Elchalakani (2019)	20°

#### 4.4.8.5 Comportamento do concreto submetido à tração

O concreto submetido à tração apresenta uma relação elástica linear até a tensão de tração uniaxial ( $f_{ct}$ ) e uma sequente abertura de fissuras propicia uma redução drástica na tensão resistente do mesmo. Ainda que este comportamento possa ser representado por uma relação tensão x deformação, para modelos com baixa presença de armaduras o modelo pode se tornar muito sensível ao tamanho dos elementos finitos.

O cálculo da resistência à tração uniaxial ( $f_{ct}$ ) pode ser determinado pelo método sugerido pela ABNT/NBR 6118:2014, que apresenta o valor médio entre o intervalo mínimo ( $f_{ctk,inf}$ ) determinado pela Equação 151 e o intervalo máximo ( $f_{ctk,sup}$ ) determinado pela Equação 152.

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m} \quad \text{Equação 151}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m} \quad \text{Equação 152}$$

Onde o valor de ( $f_{ctm}$ ) é determinado na Equação 153 e Equação 154.

$$f_{ctm} = 0,30(f_{ck})^{2/3} \rightarrow f'_c \leq 50 MP_a \quad \text{Equação 153}$$

$$f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + 11f_{ck}) \rightarrow 50 MP_a < f'_c \leq 90 MP_a \quad \text{Equação 154}$$

Outra alternativa para determinação da resistência à tração uniaxial ( $f_{ct}$ ) é através do método sugerido pelo Eurocode 1992 1-1 (2004), na Equação 155.

$$f_{ct} = 2,12 \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right) \quad \text{Equação 155}$$

## 4.5 Solução

### 4.5.1 Número de carregamentos, sub etapas e iterações

A análise não linear realizada é dividida em três níveis: carregamento (*load step*), sub etapas (*substeps*) e iterações (*iterations*). Em suma, primeiramente é aplicado um carregamento, que pode ser aplicado em etapas e em cada etapa, o solucionador desenvolve iterações de equilíbrio para obter a convergência do modelo. Nesta pesquisa, inicialmente se objetivou aplicar um carregamento com um número menor de sub etapas para a complementação da fase linear da relação tensão x deformação. Em seguida, foi aplicado um outro carregamento com um número maior de sub etapas e iterações, designado para a complementação da fase não linear da relação tensão x deformação, dividindo o carregamento gradualmente em incrementos, visando aumentar a acurácia da solução e facilitar a convergência do modelo. Esta condição foi utilizada durante a fase de calibração do modelo numérico em pilares sob força axial concêntrica. No entanto, para os pilares sob força axial excêntrica, o processo iterativo incremental demonstrou ser mais efetivo na convergência do modelo e por tal, foi implementado.

### 4.5.2 Opções para solução

Com base nas opções de processamento utilizadas em estudos anteriores como de Gaiga (2008), Tineo (2016) e Melo (2018), foram realizados testes para designar as opções de

processamento mais adequadas para o problema desta pesquisa. Por padrão, o software *Ansys* utiliza o *Sparse direct solver* como solucionador e o método incremental de *Newton Raphson* completo. O método preditor foi utilizado. A Tabela 21 apresenta as opções de processamento adotadas nesta pesquisa.

Tabela 21: Opções de processamento adotadas nesta pesquisa.

	Gaiga (2008)	Tineo (2016)	Melo (2018)	Presente
<i>stress - stiffening</i>	✓	✓	✓	✓
<i>equation solver option</i>	<i>sparse</i>	<i>sparse</i>	<i>sparse</i>	<i>sparse</i>
<i>newton-raphson option</i>	<i>unsym</i>	modificado	modificado	<i>full</i>
<i>predictor method</i>	✓	x	x	✓
<i>nonlinear options</i>	<i>lnsrch</i>	<i>lnsrch</i>	<i>lnsrch</i>	<i>lnsrch/arclen</i>
<i>convergence controls</i>	<i>L2 norm</i>	<i>infinite norm</i>	<i>L2 norm</i>	<i>L2 norm</i>

#### 4.5.2.1 Pesquisa em linha

Apesar do método da pesquisa de linha ser recomendado para estudos em que o modelo é solicitado por forças e não por deslocamentos como no modelo em questão nesta pesquisa, este foi o método não linear recomendado pelo solucionador para modelos sem excentricidade. No entanto, para os modelos sob força axial excêntrica, o método do comprimento de arco foi utilizado por ser recomendado para problemas de equilíbrio instável.

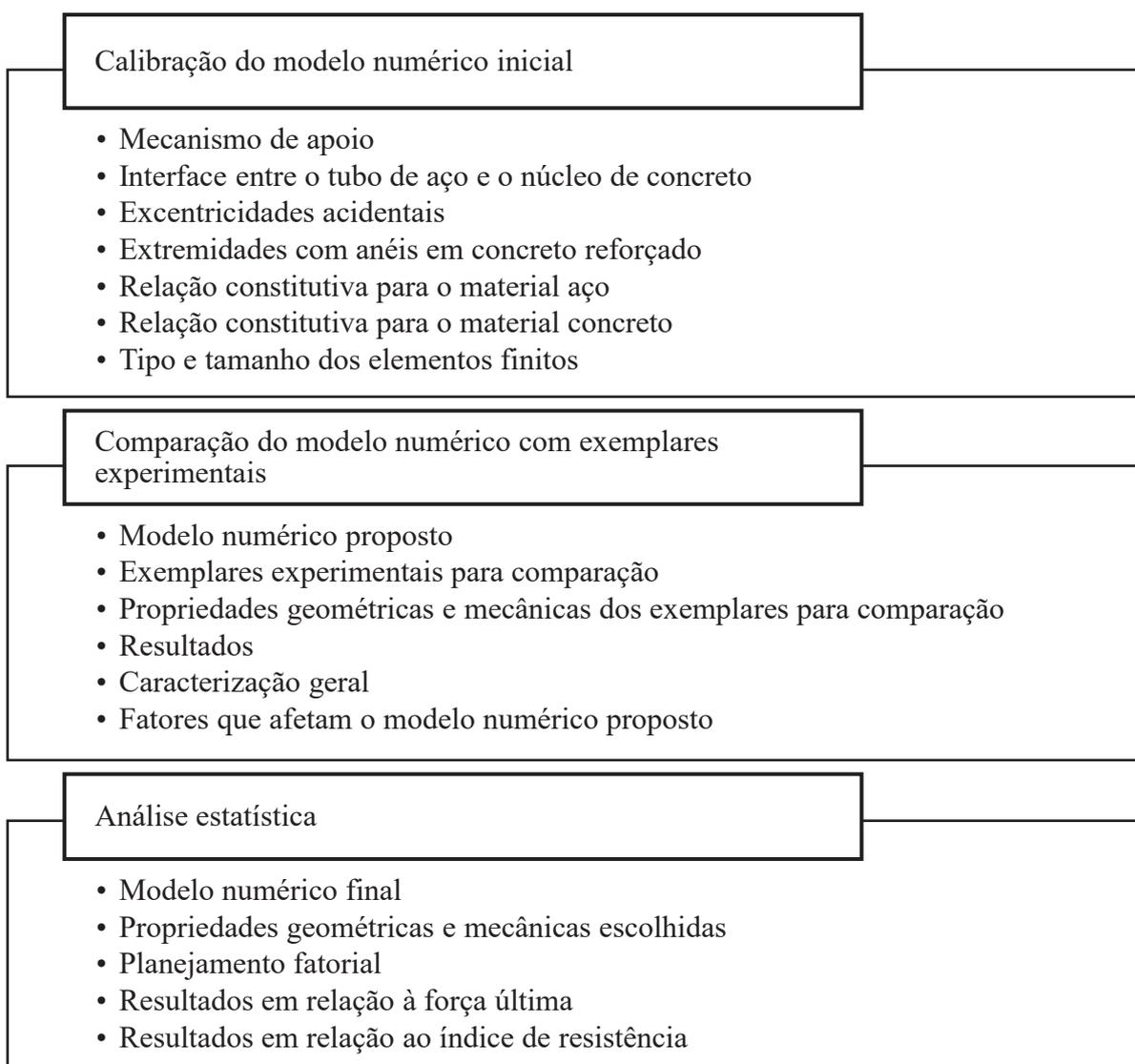
#### 4.5.2.2 Método do comprimento de arco

O método do comprimento de arco foi utilizado visando obter resultados considerando modelos sob força axial excêntrica como instáveis. O método do comprimento de arco foi capaz de detectar a parte negativa da relação força x deslocamento, assim como, condições com presença de instabilidades globais.

## 5 RESULTADOS

Os resultados desta pesquisa são apresentados em três capítulos principais. O primeiro capítulo, consiste na descrição do procedimento de calibração do modelo numérico inicial. O segundo capítulo, consiste na apresentação da correlação dos resultados numéricos obtidos com o modelo numérico proposto e resultados experimentais presentes na bibliografia. O terceiro e último capítulo, consiste na apresentação de novos resultados numéricos obtidos com o modelo numérico final, assim como, na apresentação de uma análise estatística dos resultados que exercem maior influência sobre o comportamento de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial excêntrica. A Figura 80 ilustra esta organização.

Figura 80: Organização dos resultados.



## 5.1 Calibração do modelo numérico inicial

Este capítulo tem como objetivo apresentar resultados de testes que foram realizados para a calibração do modelo numérico proposto, e por tal, a tomada de decisão na escolha dos parâmetros que influenciam o modelo numérico proposto.

O modelo numérico proposto, foi avaliado inicialmente em um pilar misto sob força axial concêntrica com o objetivo de investigar a influência do tratamento adotado para a interface entre o tubo de aço e o núcleo de concreto. Para tal, os exemplares experimentais de referência foram obtidos por De Nardin (1999).

A Tabela 22 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos por De Nardin (1999).

Tabela 22: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos por De Nardin (1999).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
CFT 2_1	1200,00	127,00	3,20	355,00	187500	53,04	32260
CFT 2_2	1200,00	127,00	4,85	329,10	199000	65,93	32260

### 5.1.1 Análise do mecanismo de apoio

Conforme mencionado anteriormente, diante da possibilidade de redução da malha do mecanismo para uma quantidade básica de elementos, além da influência relativamente baixa no comportamento do pilar misto, a opção por elementos de contato foi adotada como ligação entre o mecanismo de apoio e o pilar misto.

A Tabela 23 demonstra a variação do fator de penalidade e do fator de penetração almejando a melhor representação na ligação entre tais elementos, onde se considerou uma ligação permanentemente colada, sem separação e penetração inicial. A direção da excentricidade é aplicada na direção esquerda do pilar misto.

Tabela 23: Calibração do fator de penalidade e penetração na ligação entre o mecanismo de apoio e o pilar misto.

	Verificação ao deslizamento	Verificação a penetração	Condição do contato após a análise.
Penalidade:0.001 Penetração:0.1			
Penalidade:0.01 Penetração:0.01			
Penalidade:0.1 Penetração:0.001			
Penalidade:1.0 Penetração:0.0055			

### 5.1.2 Análise da interface entre o tubo de aço e o núcleo de concreto

Com objetivo de representar a interface entre o tubo de aço e o núcleo de concreto para os exemplares sob força axial excêntrica, quatro condições para a interface foram analisadas: interface representada por elementos de contato, interface representada por nós compartilhados, interface indicando graus de liberdade conectando os nós do núcleo de concreto aos nós do tubo de aço na direção do plano da seção transversal e axial, e por fim, interface indicando graus de liberdade conectando os nós da interface nas direções do plano da seção transversal.

Este modelo teste foi praticado adotando um mecanismo de apoio com nós compartilhados entre o mecanismo de apoio e o pilar misto, adotando elementos de casca para representar o tubo de aço e elementos volumétricos para representar o núcleo de concreto, adotando a relação tensão x deformação proposta por Tao (2014) para o aço e para o concreto e, adotando o coeficiente de fricção de valor 0.4 para o modelo de elementos de contato.

A Tabela 24 demonstra a comparação entre resultados de força resistente máxima do pilar misto obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por De Nardin (1999). Estes resultados foram obtidos comparando-os com o exemplar experimental denominado CFT 2\_1. Todas as condições de representação para a interface entre o tubo de aço e o núcleo de concreto apresentaram resultados satisfatórios em relação a força resistente máxima do pilar misto.

Tabela 24: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por De Nardin (1999).

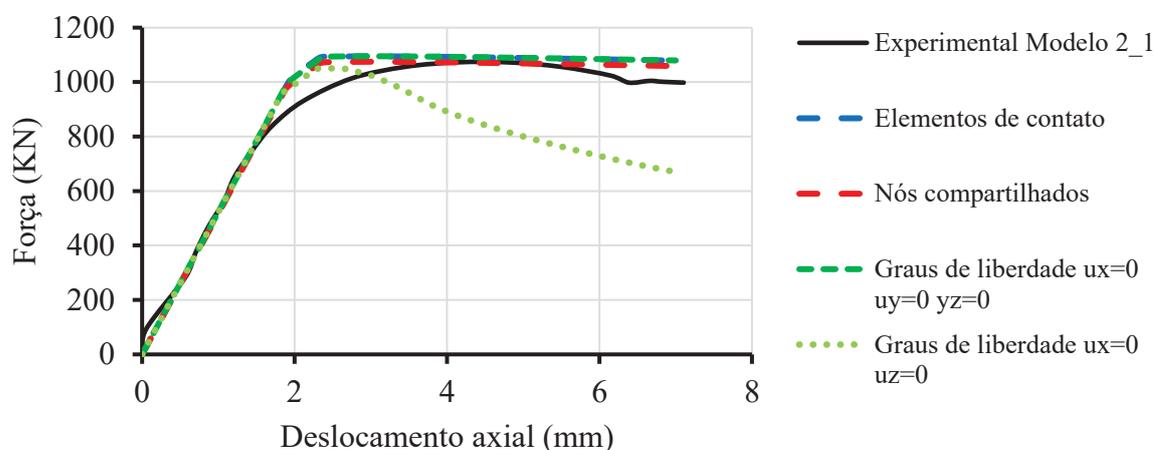
Tratamento	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
elementos de contato	1072,69	1094,86	1,02
nós compartilhados	1072,69	1074,80	1,00
graus de liberdade x y e z	1072,69	1095,14	1,02
graus de liberdade x e z	1072,69	1050,58	0,98

A Figura 81 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento axial obtida numericamente e experimentalmente obtida por De Nardin (1999).

As três condições de representação para a interface entre o tubo de aço e o núcleo de concreto que apresentam ligação entre os elementos da interface no sentido axial do pilar misto apresentaram a relação força x deslocamento lateral semelhante, diferentemente da condição em que os nós apenas possuem ligação no plano da seção transversal do pilar misto. Isso indica que para representar a ação conjunta entre o tubo de aço e o núcleo de concreto é necessário considerar que os elementos não estão livres para deslocar no sentido axial do modelo.

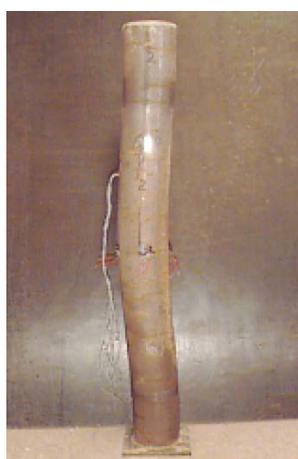
Neste caso, a condição em que os nós apenas possuem ligação no sentido circunferencial não representa a aderência por atrito entre elementos, que é a maior contribuição para a resistência na interface aço-concreto. A relação ilustrada para esta condição apresenta trecho descendente porque em altos níveis de deformação, o nível de pressão entre os dois materiais e o coeficiente de atrito das superfícies não é considerado.

Figura 81: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por De Nardin (1999).

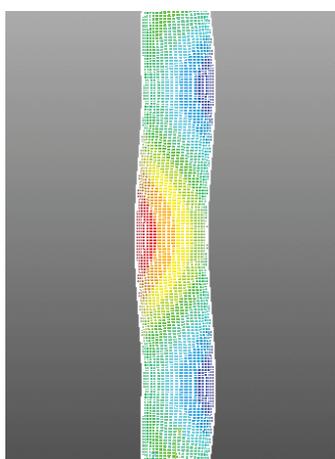


A Figura 82 ilustra a comparação entre o comportamento deformado obtido numericamente nesta pesquisa e experimentalmente obtida por De Nardin (1999). As condições de interface com graus de liberdade apresentaram o maior deslocamento lateral do pilar misto na região da extremidade inferior, diferentemente do exemplar experimental, onde o maior deslocamento lateral ocorre no meio do vão do pilar misto. A condição mais semelhante com o comportamento experimental foi observada na interface representada por elementos de contato e elementos compartilhados.

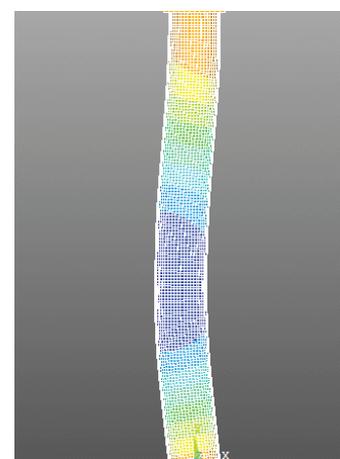
Figura 82: Comparação entre o comportamento deformado obtido numericamente neste estudo e experimentalmente obtido por De Nardin (1999).



(a). Experimental.



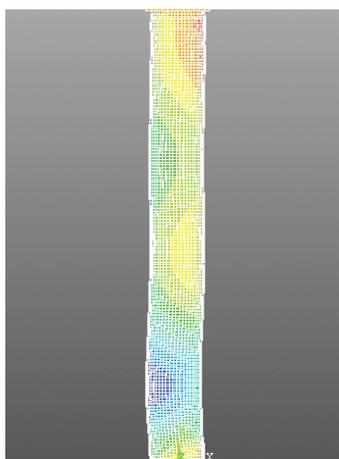
(b) Nós compartilhados.



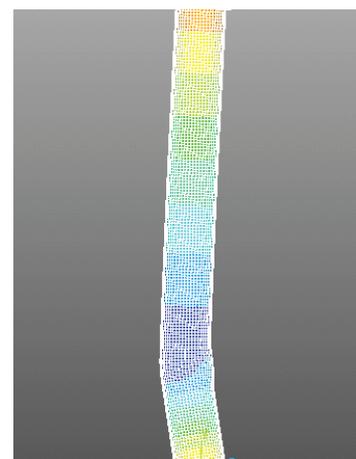
(c) Graus de liberdade  $u_x=0$ ;  
 $u_y=0$ ;  $u_z=0$



(d) Experimental.



(e) Elementos de contato.

(f) Graus de liberdade  $u_x=0$ ; e  $y_z=0$ .

A Figura 82 (b) representado elementos compartilhados apresentou a maior semelhança com o modo de falha do exemplar experimental. Além disso, o modelo apresentou o menor custo computacional comparado aos outros modelos. Se entende que este modelo é uma opção simplificadora em relação ao comportamento real da interface entre o tubo de aço e o núcleo de concreto de um pilar misto porque considera a condição de aderência perfeita, entretanto, é a tecnologia de mais acessível implementação presente no Software *Ansys*. Deste modo, como essa pesquisa não possui foco na interface entre materiais, os resultados demonstrados a seguir possuem interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço representada com nós ou elementos compartilhados.

### 5.1.3 Análise de excentricidades acidentais

Em pilares mistos submetidos à força axial concêntrica, excentricidades acidentais durante o procedimento experimental podem reduzir a capacidade resistente do pilar misto. O modelo numérico desenvolvido nesta pesquisa, foi avaliado com objetivo de verificar a influência da excentricidade acidental arbitrada no modelo numérico para representar o comportamento global do pilar misto obtido experimentalmente. A Tabela 25 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por De Nardin (1999) em relação a excentricidade acidental avaliada. Estes resultados foram obtidos e comparados com o exemplar experimental denominado CFT 2\_2.

Tabela 25: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por De Nardin (1999).

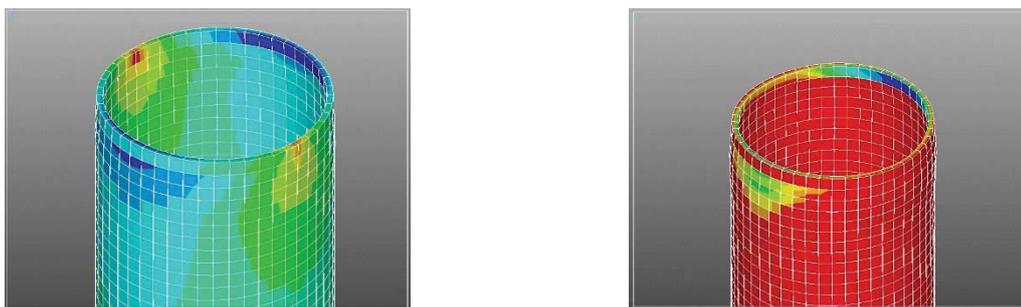
Tratamento	(mm)	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
t/10	0,0032	1310,15	1232,58	0,94
L/1000	1,200	1310,15	1204,47	0,92
L/500	2,400	1310,15	1158,02	0,88
e/D=0,035	4,445	1310,15	1086,02	0,83
L/200	6,000	1310,15	1041,35	0,79

Ainda que estes resultados forneçam informações para representar a excentricidade acidental presente em ensaios experimentais em modelos numéricos, para pilares submetidos à força axial excêntrica, se torna inviável estabelecer se a excentricidade acidental é adicionada ou reduzida em relação a excentricidade acionada propositalmente. Neste sentido, os resultados demonstrados a seguir com pilares mistos submetidos à força axial excêntrica não possuem a adição ou subtração de excentricidades acidentais. No entanto, a adoção de um valor adequado para representar a excentricidade acidental presente em ensaios experimentais é importante em modelos submetidos à força axial concêntrica, sendo capaz de ser um parâmetro de ajuste do modelo.

#### 5.1.4 Análise de extremidades com anéis em concreto reforçado

Como mencionado anteriormente, uma alternativa para eliminar concentrações de tensão oriundas da aplicação de carregamentos nas extremidades do pilar misto, é utilizar a estratégia adotada por Melo (2018), onde há concreto com maior resistência nas extremidades próximas ao mecanismo do apoio, representando armaduras de fretagem adotadas em alguns ensaios experimentais. O exemplar experimental ensaiado por Han et al. (2016) foi escolhido para verificar a influência desta alteração no comportamento do pilar em razão da relação entre comprimento e diâmetro caracterizar um pilar curto, susceptível a instabilidades locais nas regiões de aplicação de força. A Figura 83 ilustra a distribuição de tensões de Von Mises no tubo de aço não considerando extremidades reforçadas e considerando extremidades reforçadas.

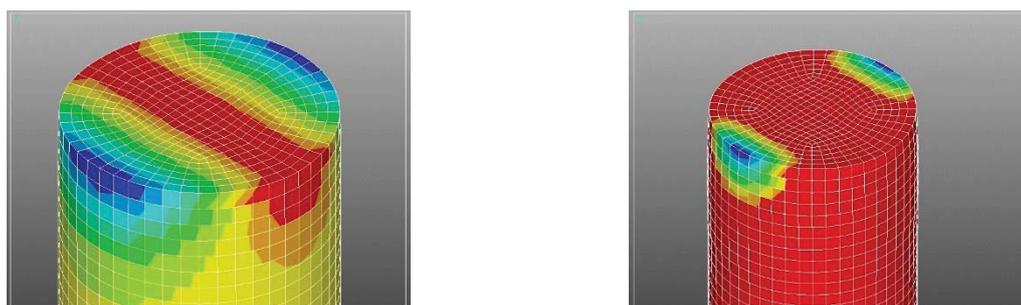
Figura 83: Distribuição de tensões de Von Mises no tubo de aço.



(a) Sem extremidades de concreto reforçado. (b) Com extremidades de concreto reforçado.

Do mesmo modo, a Figura 84 ilustra a distribuição de tensões de Von Mises no núcleo de concreto não considerando a aplicação de extremidades reforçadas e considerando extremidades reforçadas.

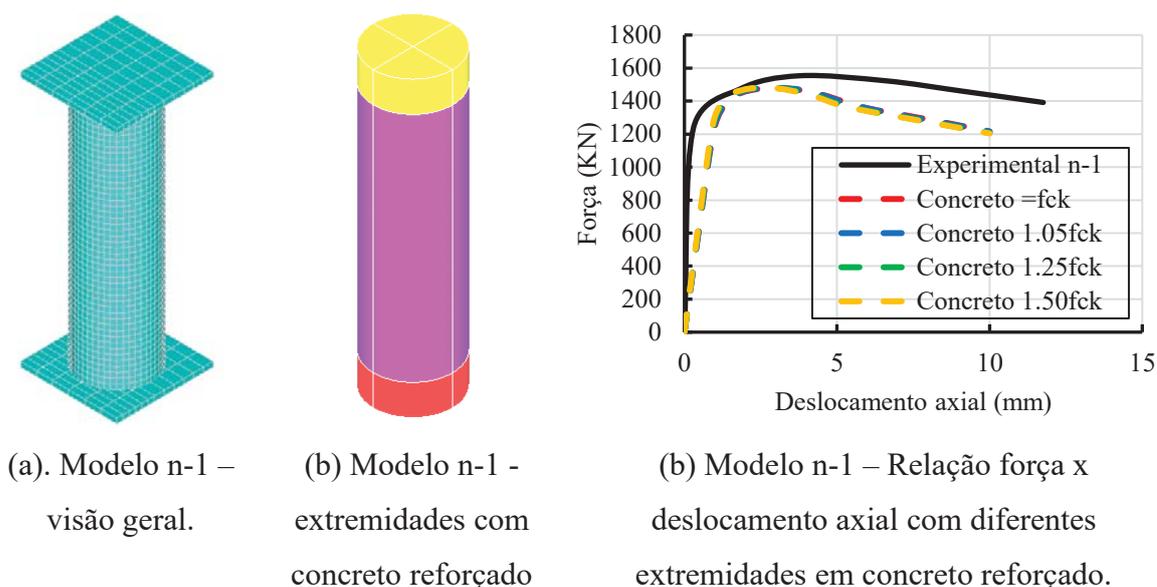
Figura 84: Distribuição de tensões de Von Mises no núcleo de concreto



(a) Sem extremidades de concreto reforçado. (b) Com extremidades de concreto reforçado.

Assim como Melo (2018), se adotou 10 % do comprimento total do pilar com concreto de maior resistência. A Figura 85 (a) ilustra a geometria geral do pilar misto. A Figura 85 (b) ilustra a geometria do núcleo de concreto do pilar misto. Finalmente, se identifica na Figura 85 (c) que para três resistências a compressão superiores a resistência à compressão do restante do pilar misto, não se observa para este exemplar experimental analisado influência da aplicação de extremidades reforçadas.

Figura 85: Extremidades com concreto reforçado - Han et al. (2016).



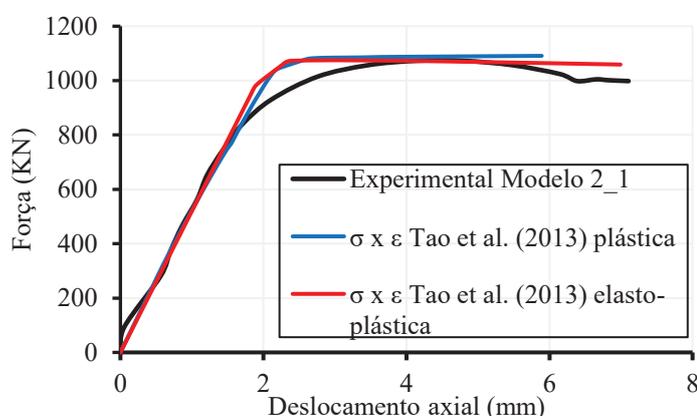
Este comportamento pode ser explicado devido a área de sollicitação a que o pilar misto está submetido. O exemplar experimental representado por Melo (2018) é sollicitado parcialmente com um retângulo de aço, enquanto que, no presente modelo, o exemplar experimental é sollicitado com um mecanismo de apoio, que distribuí tensões igualmente ao longo da seção transversal da extremidade do pilar misto. Por este motivo, extremidades em concreto reforçado não exercem influência significativa quando o pilar misto é sollicitado uniformemente.

### 5.1.5 Análise da relação constitutiva para o material aço

Uma alternativa para a implementação da relação constitutiva do aço é a consideração de que as deformações informadas são recuperáveis até o nível de tensão correspondente a tensão de escoamento do aço e além deste valor passam a ser irreversíveis. Outra alternativa para a implementação da relação entre tensões x deformações é separar as deformações em sua parcela elástica e em sua parcela plástica, informando ao solucionador apenas as deformações que são irreversíveis após tensão de escoamento do aço. A Figura 86 ilustra a comparação entre a relação tensão x deformação para o material aço. Obviamente a relação tensão x deformação não altera a capacidade resistente do pilar misto, no entanto, pode alterar a curva formada na transição da capacidade máxima ou o trecho pós pico da relação. A diferença encontrada entre as formas de implementação pode ser explicada devido a forma de sollicitação adotada nesta pesquisa, onde uma primeira sollicitação é aplicada para

mobilizar a fase linear, enquanto que, uma segunda solicitação é aplicada para mobilizar a fase não linear do elemento. Ainda que, o comando denominado *upgeom* seja utilizado para representar os deslocamentos ocorridos durante a primeira solicitação e atualizar a geometria do modelo para a configuração deformada, não informar as deformações iniciais referentes a fase elástica do modelo reduziram a deformação do modelo, ainda que, esta diferença seja relativamente muito pequena. Os resultados demonstrados a seguir por este trabalho utilizaram a relação constitutiva para ao aço sem decompor a parcela elástica e a parcela plástica de deformações.

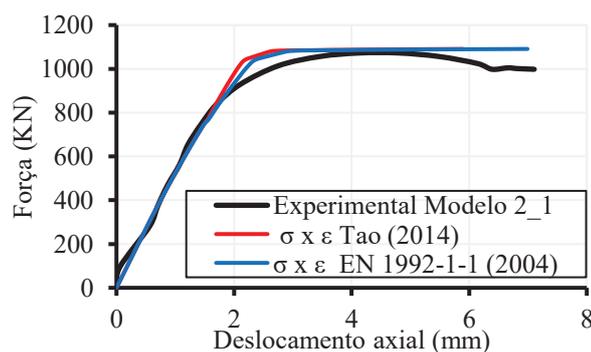
Figura 86: Influência da relação  $\sigma \times \varepsilon$  do material aço na relação força x deslocamento axial.



### 5.1.6 Análise da relação constitutiva para o material concreto

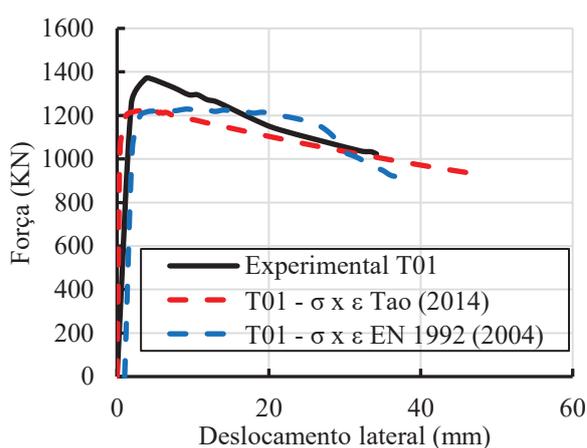
Alguns modelos numéricos presentes na bibliografia, como Tineo (2016) e Melo (2018) utilizam o modelo constitutivo do concreto sugerido pelo EN 2 (2004), a Figura 87 demonstra a comparação deste modelo com o modelo para concreto proposto por Tao (2014).

Figura 87: Influência da relação  $\sigma \times \varepsilon$  do material concreto na relação força x deslocamento axial.

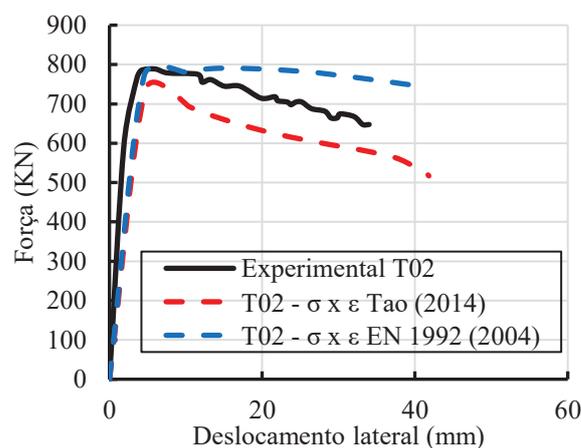


É possível identificar que durante a fase de transição entre a fase linear e a fase não linear da relação entre força x deslocamento lateral, o modelo constitutivo do concreto sugerido pelo EN 2 (2004) apresenta um decaimento em relação ao modelo constitutivo proposto por Tao (2014). Este comportamento pode ser explicado devido ao modelo sugerido pelo EN 2 (2004) sugerir maiores deformações quando o concreto atinge sua tensão máxima. Por exemplo, considerando um concreto de resistência à compressão ( $f_{ck}$ ) igual à 25 MPa e módulo de elasticidade de 28000 MPa, no modelo sugerido pelo EN 2 (2004) a deformação correspondente a resistência máxima do concreto é de 0.0019 %, enquanto que, no modelo sugerido por Tao (2014) é de 0.0009 %. No entanto, o modelo sugerido por Tao (2014) possui um platô durante a tensão máxima do concreto, representando o aumento na deformação resistente para um mesmo nível de tensão, efeito causado pela interação entre o tubo de aço e o núcleo de concreto, alcançando apenas ao final deste platô, a deformação de 0.0022 %. Para verificar esta comparação em um pilar misto sob força axial excêntrica, esta comparação foi aplicada ao estudo de Chang et al. (2009) e Han et al. (2011). A Figura 88 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente em relação aos exemplares do estudo experimental de Chang et al. (2009) e Han et al. (2011).

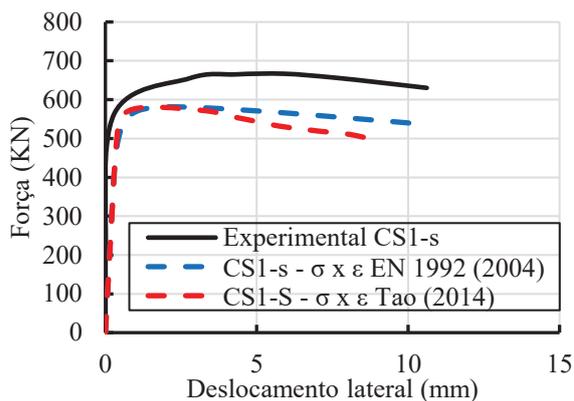
Figura 88: Comparação entre as relações tensão x deformação para o material concreto.



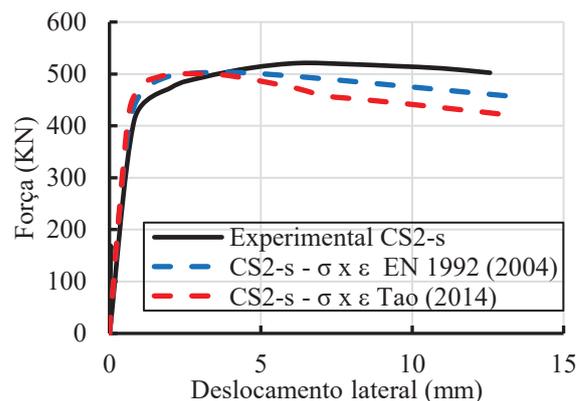
(a) Exemplar T01 - Chang et al. (2009).



(b) Exemplar T02 - Chang et al. (2009).



(a) Exemplar CS1- Han et al. (2011).



(b) Exemplar CS2-s - Han et al. (2011).

Quando o modelo para concreto sugerido pelo Eurocode 2 (2004) é adotado, o trecho pós pico da relação força x deslocamento é mais acentuado, enquanto que, o modelo para concreto sugerido por Tao (2014) ocasiona maior amolecimento na relação. Nos três primeiros modelos, o modelo constitutivo para o concreto proposto por Tao (2014) representa os exemplares com maior eficiência comparado ao modelo constitutivo presente no Eurocode 2 (2004), com exceção do quarto modelo, onde houve uma superestimativa da capacidade máxima do pilar misto.

## 5.1.7 Análise do tipo e tamanho dos elementos finitos

### 5.1.7.1 Malha de elementos finitos para o tubo de aço com o elemento *shell181*

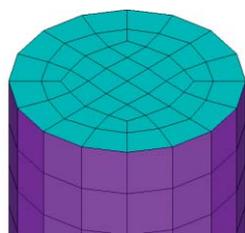
Para verificar a influência do tamanho dos elementos finitos no modelo numérico que representa o tubo de aço com o elemento *shell181*. Os estudos de Xue et al. (2012) e Zeghiche e Chaoui (2005) foram utilizados como referência.

#### 5.1.7.1.1 Exemplares de Xue et al. (2012)

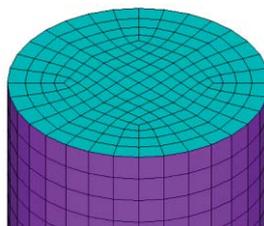
Para o estudo de Xue et al. (2012), o tamanho dos elementos finitos foi analisado dividindo a circunferência do pilar misto em 16, 32, 48, 64 e 80 elementos. Ao longo da altura do pilar, se adotou o número de elementos necessários para que os elementos tivessem a mesma dimensão resultante da circunferência do pilar. O modelo de material para o aço foi um modelo bi linear com trecho inicial elástico e trecho final plástico perfeito. A Figura 89

ilustra as três alternativas da divisão do tamanho de elementos para o estudo de Xue et al. (2012).

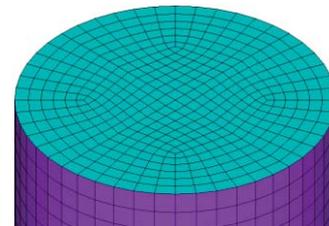
Figura 89: Alternativas do tamanho de elementos para o tubo com o elemento *shell181* no estudo de Xue et al. (2012).



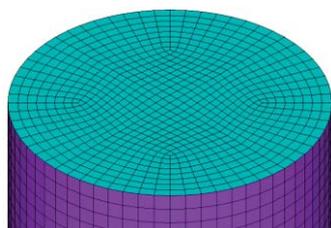
(a) Malha (a): 16 elementos circunferência e altura.



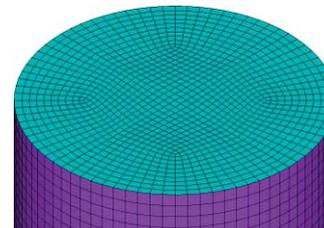
(b) Malha (b): 32 elementos circunferência e altura.



(c) Malha (c) 48 elementos circunferência e altura.



(d) Malha (d): 64 elementos circunferência e altura.



(e) Malha (e): 80 elementos circunferência e altura.

A Tabela 26 demonstra as configurações adotadas para o tamanho dos elementos finitos para o estudo de Xue et al. (2012) representando o tubo de aço com o elemento *shell181*.

Tabela 26: Configurações adotadas para o tamanho dos elementos finitos para representar o exemplar experimental de Xue et al. (2012).

Número de elementos (n)	D (mm)	219,00	Malha (a)	Malha (b)	Malha(c)	Malha(d)	Malha(e)
			L (mm)	700,00	16,00	32,00	48,00
	e (mm)	*	*	*	*	*	*
Tamanho dos elementos (mm)	D (mm)	219,00	Malha (a)	Malha (b)	Malha(c)	Malha(d)	Malha(e)
	L (mm)	700,00	43,00	21,50	14,30	10,80	8,60
	e (mm)	*	43,80	21,90	14,60	10,90	8,80

Espessura (mm): 3,00 mm; 4,00 mm e 5,00 mm

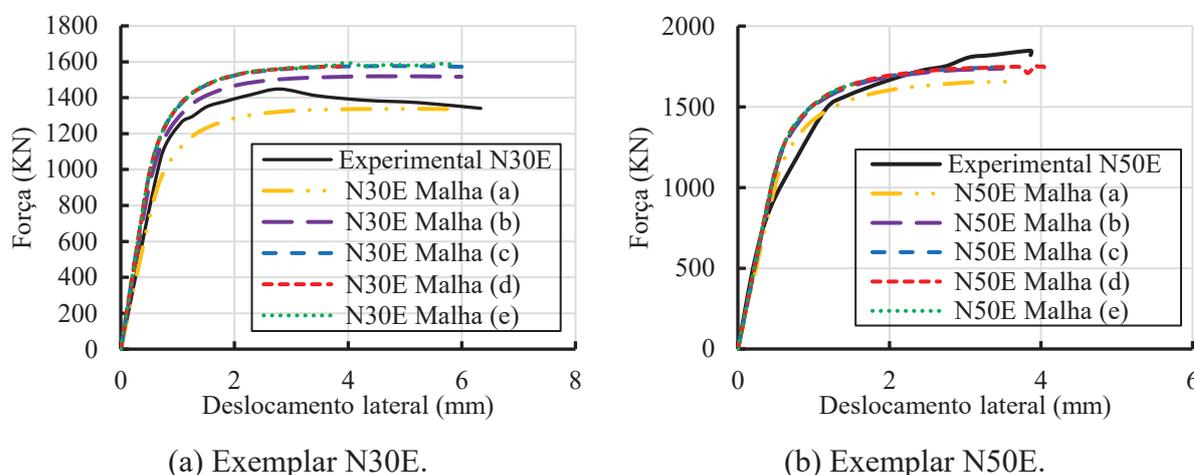
A Tabela 27 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xue et al. (2012) para as configurações de malha analisadas.

Tabela 27: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xue et al. (2012).

Exemplar	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)				
		Malha (a)	Malha (b)	Malha (c)	Malha (d)	Malha (e)
N30E	1457	1337,87	1519,42	1576,00	1575,74	1594,62
N40E	1634	1106,64	1582,28	1681,33	1682,60	1693,43
N50E	1847	1656,11	1736,76	1743,52	1752,29	1646,72

A Figura 90 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral numericamente e experimentalmente obtida. Os resultados indicam convergência de resultados a partir da malha de 32 elementos ao longo da circunferência.

Figura 90: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Xue et al. (2012).

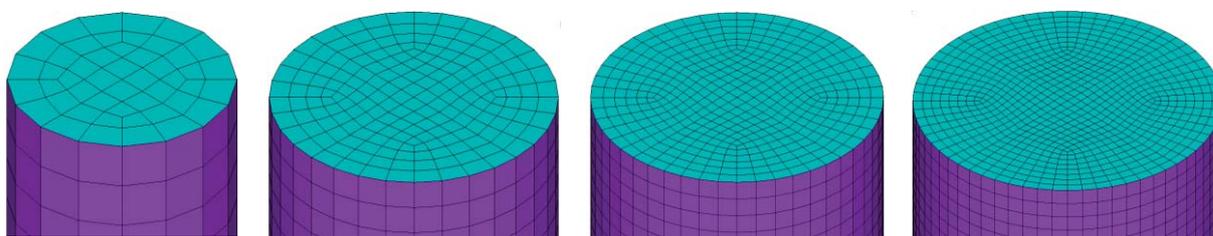


#### 5.1.7.1.2. Exemplares de Zeghiche e Chaoui (2005)

Para verificar a influência do tamanho dos elementos finitos em um pilar de maior comprimento, o estudo de Zeghiche e Chaoui (2005) foi selecionado. O tamanho dos elementos finitos foi analisado dividindo a circunferência do pilar misto em 16, 32, 48 e 64 elementos. Ao longo da altura do pilar, se adotou o número de elementos necessários para que os elementos tivessem a mesma dimensão resultante da circunferência do pilar. A Figura 91

ilustra as alternativas da divisão do tamanho de elementos para o estudo de Zeghiche e Chaoui (2005) representando o tubo de aço com o elemento *shell181*.

Figura 91: Alternativas do tamanho de elementos para o estudo de Zeghiche e Chaoui (2005).



(a) Malha (a): 16 elementos circunferência e 64 elementos altura.  
 (b) Malha (b): 32 elementos circunferência e 128 elementos altura.  
 (c) Malha (c): 48 elementos circunferência e 192 elementos altura.  
 (d) Malha (d): 64 elementos circunferência e 256 elementos altura.

A Tabela 28 demonstra as configurações adotadas para o tamanho dos elementos finitos para o estudo de Zeghiche e Chaoui (2005) representando o tubo de aço com o elemento *shell181*.

Tabela 28: Configurações adotadas para o tamanho dos elementos finitos para representar o exemplar experimental de Zeghiche e Chaoui (2005).

Número de elementos (n)	Diâmetro (mm)	219,00	Malha (a)	Malha (b)	Malha (c)	Malha(d)	
			Altura (mm)	64,00	128,00	192,00	256,00
			Espessura (mm)	*	1,00	1,00	1,00
Tamanho dos elementos (mm)	Diâmetro (mm)	219,00	Malha (a)	Malha (b)	Malha (c)	Malha(d)	
			Altura (mm)	31,25	15,60	10,40	7,80
			Espessura (mm)	*	*	*	*

Espessura (mm): variável entre 4,96 mm e 5,12 mm

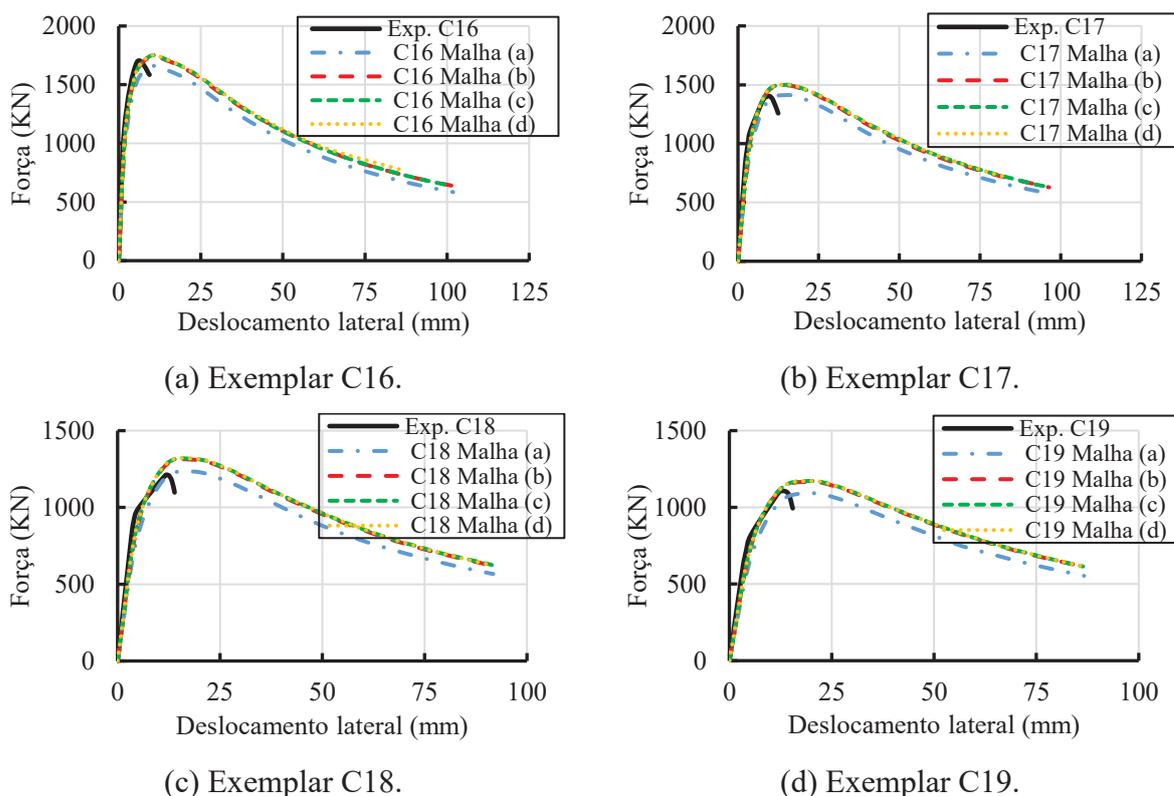
A Tabela 29 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005) para as três configurações de malha. Os resultados apresentam acréscimo da capacidade última do pilar misto à medida que a malha é refinada, todavia, esta variação não ultrapassa 0.4 %.

Tabela 29: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005).

Exemplar	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)
		malha (a)	malha (b)	malha (c)	malha (d)
C 16	1697	1656,50	1740,78	1747,33	1749,66
C 17	1394	1412,49	1493,85	1499,41	1501,36
C 18	1212	1233,43	1310,81	1315,43	1316,98
C 19	1091	1091,80	1166,92	1171,57	1172,01

A Figura 92 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral numericamente e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005). A malha composta por 32 elementos ao longo da circunferência do pilar se mostrou suficiente, onde o refinamento apenas alterou suavemente o trecho de tensão residual do pilar misto.

Figura 92: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005).



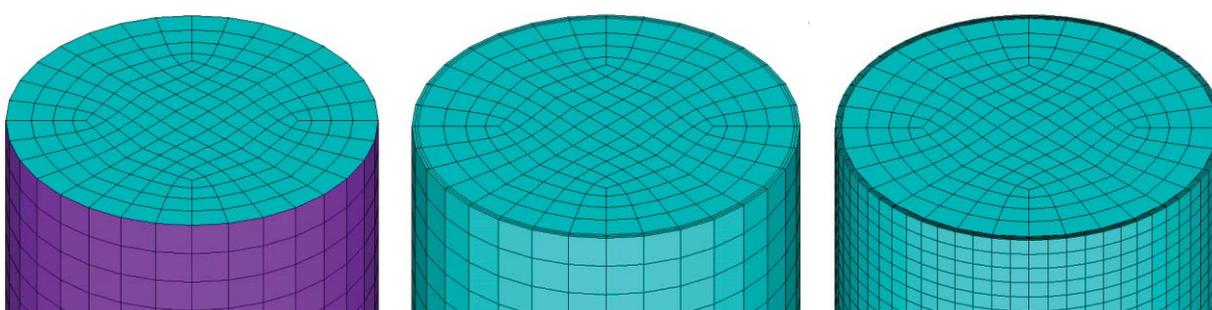
### 5.1.7.2 Malha de elementos finitos para o tubo de aço com o elemento *solsh190*

Para verificar a influência do tamanho dos elementos finitos no modelo numérico que representa o tubo de aço com o elemento volumétrico *solsh190*. Os estudos de Han e Yao (2004), Han et al. (2016) e Zeghiche e Chaoui (2005) foram utilizados como referência. A malha contendo 16 divisões ao longo da circunferência não foi mais considerada devido se demonstrar insuficiente como os resultados anteriores demonstraram. Para todos os modelos o núcleo de concreto foi representado com uma malha de 32 elementos ao longo da circunferência do pilar misto.

#### 5.1.7.2.1. Exemplos de Han e Yao (2004)

Para o estudo de Han e Yao (2004), a comparação entre elementos de casca utilizando o elemento *shell181* e elementos volumétricos utilizando o elemento *solsh190* foi realizada. Ambos os elementos são elementos com variação de tensão interna linear. Para o modelo que utilizou elementos volumétricos para representar o tubo de aço, duas configurações de divisões ao longo da espessura foram analisadas, com duas e com quatro camadas ao longo da espessura. A Figura 93 demonstra as configurações adotadas para representar o tubo de aço no exemplar experimental de Han e Yao (2004).

Figura 93: Representação do tubo de aço no modelo de Han e Yao (2004).



(a) Malha (a): tudo com elementos de casca.

(b) Malha (b): tubo com elementos volumétricos de duas camadas.

(c) Malha (c): tubo com elementos volumétricos de quatro camadas.

A Tabela 30 demonstra as configurações adotadas para representar o tubo de aço no modelo de Han e Yao (2004).

Tabela 30: Representação do tubo de aço no modelo de Han e Yao (2004).

Número de elementos (n)	Diâmetro (mm)	200,00	Malha (a)	Malha (b)	Malha(c)
			Altura (mm)	32,00	32,00
Número de elementos (n)	Altura (mm)	2000,00	112,00	112,00	224,00
			Espeçura (mm)	1,00	2,00
Tamanho dos elementos (mm)	Diâmetro (mm)	200,00	Malha (a)	Malha (b)	Malha(c)
			Altura (mm)	19,63	19,63
Tamanho dos elementos (mm)	Altura (mm)	2000,00	17,86	17,86	8,93
			Espeçura (mm)	3,00	1,50

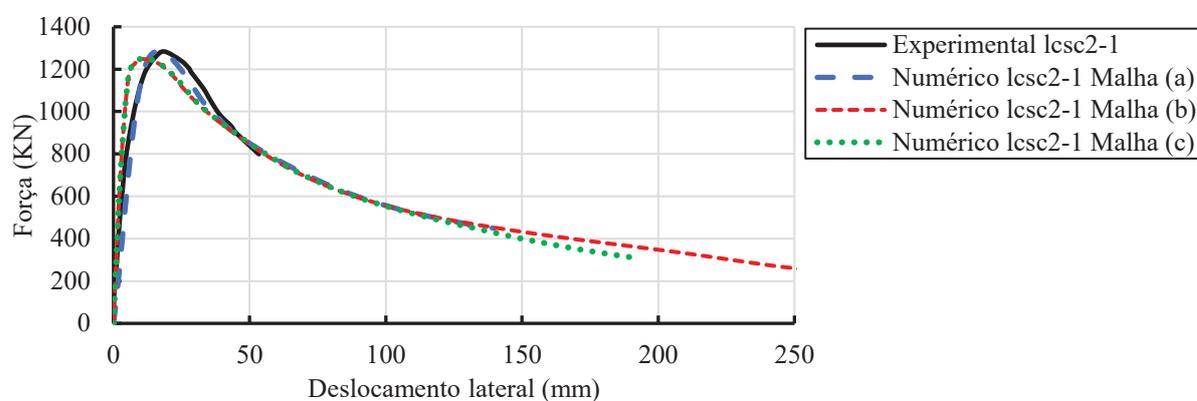
A Tabela 31 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2004). Os resultados indicam que o elemento *solsh190* é adequado para representar a força última neste modelo.

Tabela 31: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2004).

Exemplar	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)
		malha (a)	malha (b)	malha (c)
lcsc2-1	1215,00	1240,10	1243,38	1246,07

A Figura 94 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtida por Han e Yao (2004), indicando que os modelos com o pilar misto representado por elementos volumétricos, possuem maior rigidez inicial comparado ao modelo com elementos de casca, outra observação é realizada em relação ao acréscimo na tensão residual deste modelo comparado ao modelo com elementos de casca. A maior precisão encontrada no elemento de casca pode ser explicada devido a escolha de nove pontos de integração para o elemento, enquanto que, o elemento *solsh190* consiste em um elemento com variação de tensão interna linear.

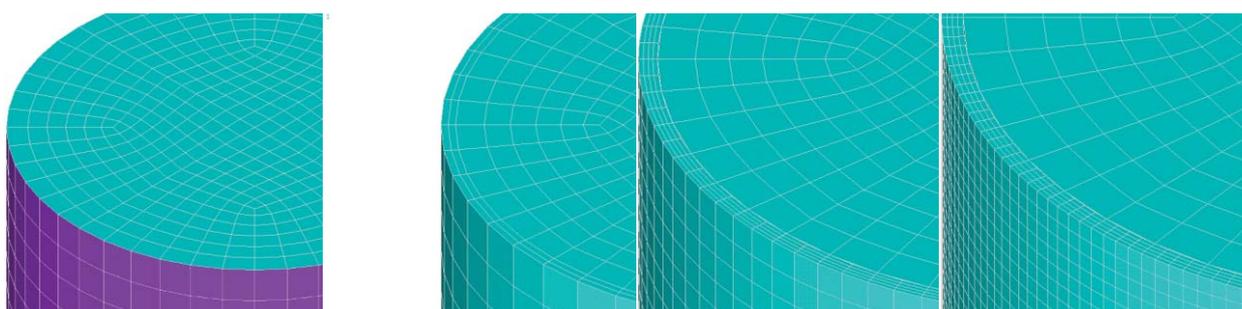
Figura 94: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han e Yao (2004).



#### 5.1.7.2.2. Exemplos de Han et al. (2016)

Para o estudo de Han et al. (2016), novamente foi realizada a comparação entre os elementos lineares *shell181* e *solsh190*. Para o modelo que utilizou elementos volumétricos para representar o tubo de aço, três configurações de malha foram analisadas. A Figura 95 ilustra as configurações adotadas para representar o tubo de aço no modelo de Han et al. (2016).

Figura 95: Representação do tubo de aço no modelo de Han et al. (2016).



(a) Malha (a): tubo com elementos de casca.

(b) Malha (b): tubo com elementos volumétricos de duas camadas.

(c) Malha (c): tubo com elementos volumétricos de quatro camadas.

(d) Malha (d): tubo com elementos volumétricos de quatro camadas.

A Tabela 32 demonstra as configurações adotadas para representar o tubo de aço no modelo de Han et al. (2016).

Tabela 32: Representação do tubo de aço no modelo de Han et al. (2016).

			Malha (a)	Malha (b)	Malha(c)	Malha (d)
Número de elementos (n)	Diâmetro (mm)	180,00	32,00	32,00	96,00	192,00
	Altura (mm)	630,00	32,00	32,00	96,00	192,00
	Espessura (mm)	3,80	1,00	2,00	4,00	4,00
			Malha (a)	Malha (b)	Malha(c)	Malha (d)
Tamanho dos elementos (mm)	Diâmetro (mm)	180,00	17,67	17,67	5,89	2,95
	Altura (mm)	630,00	19,69	19,69	6,56	3,28
	Espessura (mm)	3,80	3,80	1,90	0,95	0,95

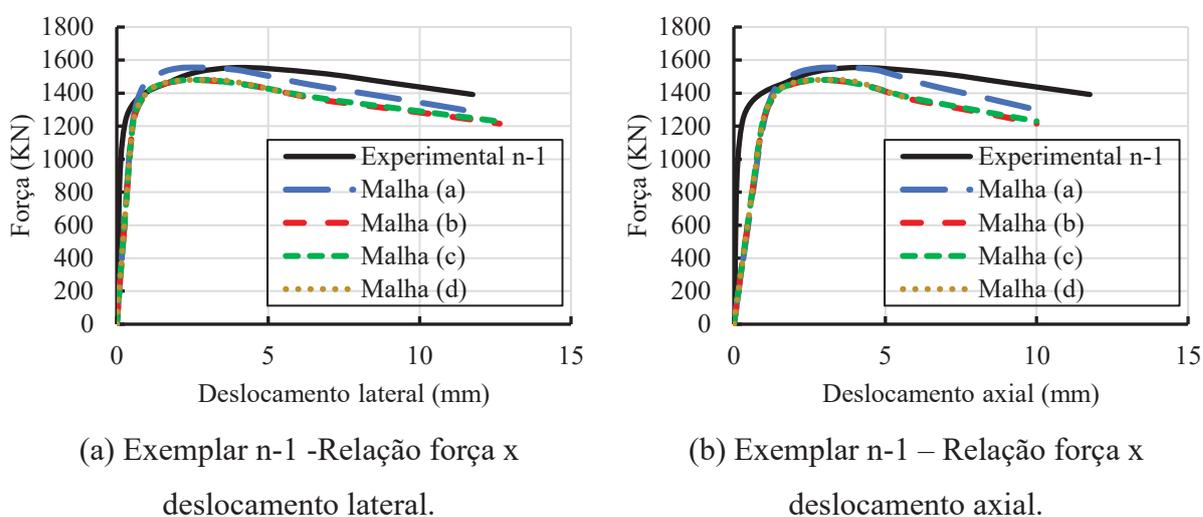
A Tabela 33 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2016).

Tabela 33: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2016).

Exemplar	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)
		malha (a)	malha (b)	malha (c)	malha (d)
n-1	1559,00	1554,84	1477,85	1479,79	1480,10

A Figura 96 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral e força x deslocamento axial obtida numericamente e experimentalmente obtida por Han et al. (2016) para as quatro configurações de malha citadas. Os modelos com o tubo de aço representado com elementos volumétricos apresentaram mesmo comportamento, independentemente do número de elementos utilizados, por outro lado, apresentaram capacidade resistente inferior comparado ao tubo de aço representado com elementos de casca.

Figura 96: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral e força x deslocamento axial obtida numericamente neste estudo e experimentalmente por Han et al. (2016).

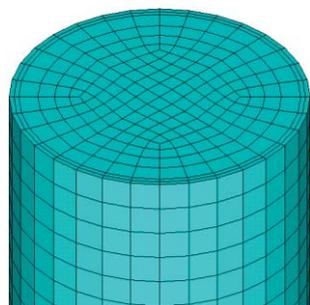


### 5.1.7.3 Malha de elementos finitos para o tubo de aço com o elemento *solid186*

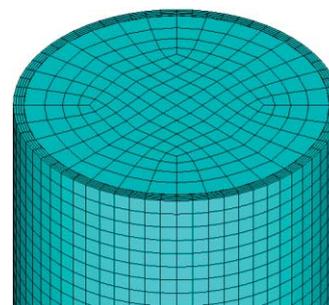
Para analisar o comportamento do modelo utilizando o elemento *solid186* para representar o tubo de aço, se utilizou o estudo de Zeghiche e Chaoui (2005) como referência, onde se analisou representar o tubo de aço com elementos volumétricos utilizando o elemento *solid186*, com 2 camadas e outro com 4 camadas.

A opção pelo elemento *solid186* foi motivada para analisar a influência de um elemento quadrático. A Figura 97 ilustra as configurações adotadas representando o tubo de aço com o elemento *solid186*.

Figura 97: Representação do tubo de aço no modelo de Zeghiche e Chaoui (2005).



(a) Malha (d): tubo com 32 elementos circunferência, 128 elementos comprimento e 2 elementos espessura.



(b) Malha (e): tubo com 64 elementos circunferência, 256 elementos comprimento e 4 elementos espessura.

A Tabela 34 demonstra as configurações adotadas para o estudo de Zeghiche e Chaoui (2005) representando o tubo de aço com o elemento *solid186*.

Tabela 34: Representação do tubo de aço no modelo de Zeghiche e Chaoui (2005).

Número de elementos (n)	Diâmetro (mm)	219,00	Malha (d)	Malha (e)
			Altura (mm)	32,00
	Espessura (mm)	*	128,00	256,00
			2,00	4,00
Tamanho dos elementos (mm)	Diâmetro (mm)	219,00	Malha (d)	Malha (e)
			Altura (mm)	15,74
	Espessura (mm)	5,04	15,63	7,80
			2,52	1,26

Espessura (mm): variável entre 4,96 mm e 5,12 mm

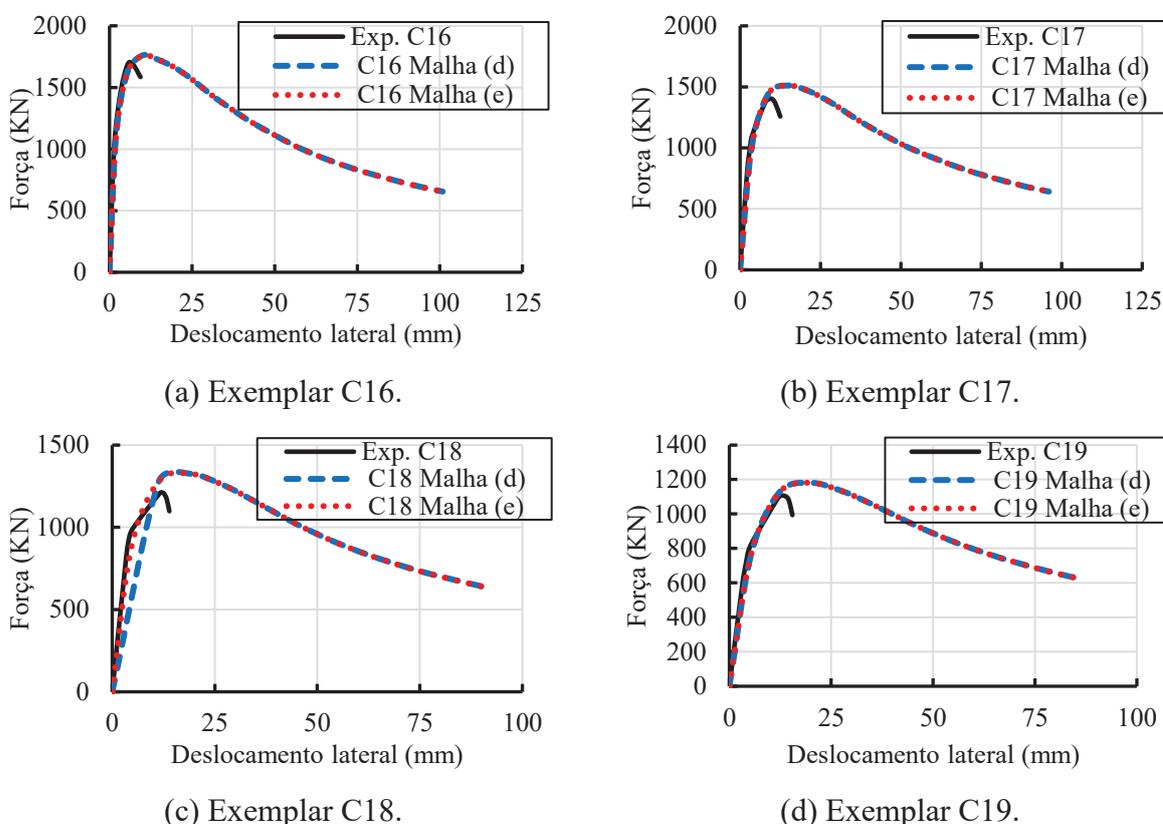
A Tabela 35 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005) para as configurações representando o tubo de aço com o elemento *solid186*. Os resultados obtidos certificam que para este caso, não há influência em se utilizar duas ou quatro camadas de elementos no tubo de aço.

Tabela 35: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005).

Exemplar	L/D	D/t	e/D	N <sub>exp</sub> (KN)	N <sub>mef</sub> (KN)	N <sub>mef</sub> (KN)
					malha (d)	malha (e)
C 16	12,5	31,4	0	1697	1760,16	1760,16
C 17	12,5	32,2	0,1	1394	1511,32	1511,27
C 18	12,5	31,8	0,2	1212	1325,54	1325,53
C 19	12,5	31,8	0,2	1091	1181,55	1181,46

A Figura 98 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral numericamente e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005) para os modelos com o tubo de aço representado pelo elemento *solid186* com duas e quatro camadas. Os resultados mostram a capacidade do elemento *solid186* para ser utilizado em diversas aplicações.

Figura 98: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005).



## 5.2 Comparação do modelo numérico com exemplares experimentais

Este capítulo tem como objetivo correlacionar o modelo numérico proposto a exemplares experimentais presentes na bibliografia, apresentando a validação do modelo numérico proposto.

A comparação entre os resultados experimentais e resultados numéricos foi realizada analisando a força máxima resistente, relação entre força resistente e deslocamento axial, relação entre força resistente e deslocamento lateral, assim como, o modo de falha caracterizado pelo pilar misto. Esta pesquisa considerou a força máxima resistente do pilar misto como a força máxima obtida ao longo das aplicações de deslocamento que o elemento foi submetido.

A comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente será demonstrada para todos os estudos analisados, no entanto, alguns estudos não apresentam a relação de força x deslocamento obtida experimentalmente para comparação, para estes casos, os resultados se resumirão a comparação de força última obtida.

Para melhor compreensão, os resultados obtidos numericamente com o modelo proposto e, experimentalmente obtidos de pesquisas disponíveis na bibliografia, estão organizados em ordem alfabética em relação aos nomes dos autores.

### 5.2.1 Modelo numérico proposto

Os resultados listados e utilizados como parâmetro para avaliar o modelo numérico proposto, consideram as seguintes premissas:

- O comportamento do material concreto foi representado através do modelo de concreto confinado proposto por Tao (2014) com um material modelo multilinear de endurecimento cinemático (KINH);
- O comportamento do material aço foi representado através da relação constitutiva proposta por Tao et al. (2013) com um material modelo multilinear de endurecimento cinemático (KINH);
- O tubo de aço foi representado com o elemento *shell181* e o núcleo de concreto com o elemento *solid185*;
- Para evitar elementos com mais de 15 mm, a circunferência do pilar misto foi discretizada em 32 elementos para menores diâmetros e 48 elementos para maiores diâmetros. A altura do pilar foi discretizada com o mesmo tamanho geométrico do elemento finito discretizado na circunferência;
- A interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço foi representada com nós ou elementos compartilhados;
- A ligação entre o mecanismo de apoio e o pilar misto foi representada com elementos de contato.

### 5.2.2 Exemplos experimentais para comparação

Estudos experimentais concernentes na bibliografia consultada nesta pesquisa são utilizados para a correlação com o modelo numérico desenvolvido.

Quanto a forma de solicitação, modelos solicitados simultaneamente no tubo de aço e no núcleo de concreto foram selecionados, ou seja, na seção mista do pilar.

Quanto a condições de contorno em relação à aplicação de solicitações e restrições, modelos com mesma excentricidade em ambas as extremidades foram selecionados, apresentando assim, uma curvatura única.

Quanto ao comprimento de instabilidade, foram escolhidos modelos em que o procedimento experimental apresentou coeficiente de 1.

### 5.2.3 Propriedades geométricas e mecânicas dos exemplares para comparação

Com o objetivo de representar através de um modelo numérico exemplares experimentais presentes na bibliografia, assim como, alguns fatores que exercem influência sobre este modelo numérico, este trabalho selecionou 126 exemplares experimentais para realizar esta análise.

Como dito anteriormente, os exemplares experimentais possuem força aplicada na seção mista. A excentricidade é aplicada em ambas as extremidades do pilar misto, caracterizando uma única curvatura.

A Figura 99 demonstra o histograma de exemplares analisados em relação a propriedades geométricas e mecânicas.

A Figura 99 (a) demonstra a distribuição de exemplares em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), demonstrando a presença de exemplares experimentais com resistência ao escoamento superior a 450 MPa e 500 MPa. Segundo Uy (2003), estes exemplares podem ser denominados ou classificados como exemplares de alta resistência.

A Figura 99 (b) demonstra a distribuição de exemplares em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). Considerando a convenção recomendada por Liew e Xiong (2012), que classificam concretos de resistência normal em concretos com resistência menor que 60 MPa, concretos de alta resistência em concretos com resistência entre  $60 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 120 \text{ MPa}$  e, ultra resistência em concretos com resistência superior a 120 MPa. Se observa que, 46.00 % dos exemplares possuem resistência menor que 60 MPa, igualmente, 46.00 % dos exemplares possuem resistência entre  $60 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 120 \text{ MPa}$ , e por fim, 8.00 % dos exemplares possuem resistência superior a 120 MPa.

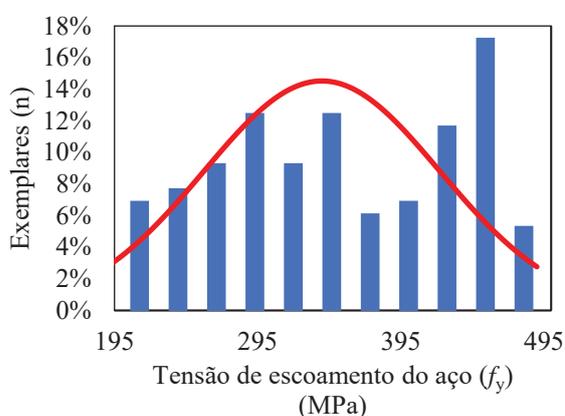
A Figura 99 (c) demonstra a distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez global ( $L/D$ ). Considerando a convenção recomendada por Tao (2013), que considera um pilar curto com relação entre comprimento e diâmetro entre  $2 \leq L/D \leq 5$ . Se

observa que, 31.00 % dos exemplares podem ser considerados curtos e 69.00 % dos exemplares podem ser considerados como esbeltos.

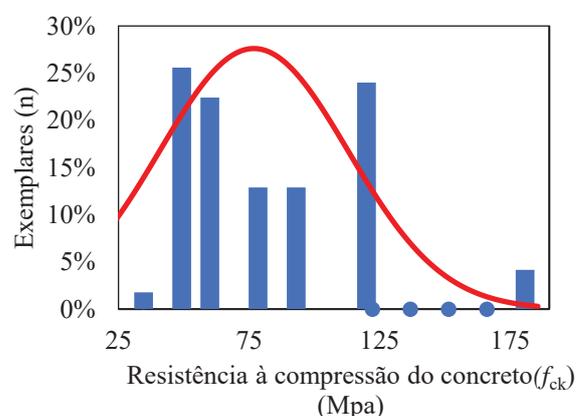
A Figura 99 (d) demonstra a distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez local ( $D/t$ ), identificando maior predominância de exemplares com índice de esbeltez local menor que 50.

Finalmente, a Figura 99 (d) demonstra a distribuição de exemplares em relação ao índice de excentricidade ( $e/D$ ). Considerando que esta pesquisa selecionou amostras com excentricidade limite de ( $0.5D$ ) para que a solicitação permaneça interna ao diâmetro externo do elemento misto, mesmo que este possua o mecanismo de apoio.

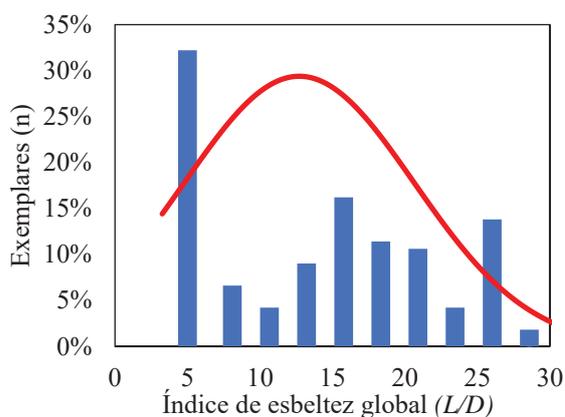
Figura 99: Histograma de exemplares analisados.



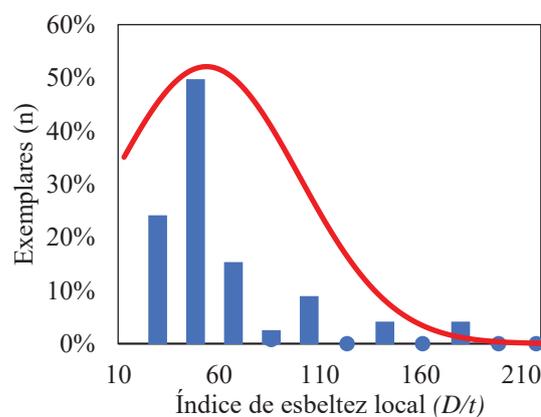
(a) Distribuição de exemplares em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ).



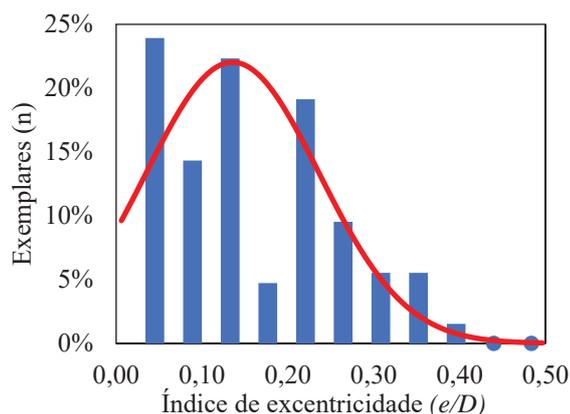
(b) Distribuição de exemplares em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).



(c) Distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez global ( $L/D$ ).



(d) Distribuição de exemplares em relação ao índice de esbeltez local ( $D/t$ ).



(e) Distribuição de exemplares em relação ao índice de excentricidade ( $e/D$ ).

Como as propriedades dos exemplares foram obtidas de estudos com propósitos acadêmicos, alguns casos podem não representar a realidade de estruturas reais, mesmo assim, podem representar grande variedade de propriedades existentes, principalmente propriedades mecânicas. Nesta pesquisa, os resultados de propriedades geométricas são demonstrados através de parâmetros de esbeltez. Em alguns casos, exemplares elaborados em laboratório possuem menores dimensões de diâmetro ou comprimento comparado a estruturas reais, no entanto, podem apresentar relações de esbeltez aproximadas.

## 5.2.4 Resultados do modelo numérico proposto x exemplares experimentais

### 5.2.4.1 Exemplares de Chang et al., 2009

Chang et al. (2009) estudaram a influência de pré carregamentos no comportamento de pilares mistos tubulares sob força axial excêntrica. A Tabela 36 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Chang et al. (2009) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 36: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Chang et al. (2009).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
T01	600,00	165,20	3,60	13,40	343,00	200000	44,88	31888
T02	600,00	165,20	3,60	55,60	343,00	200000	44,88	31888

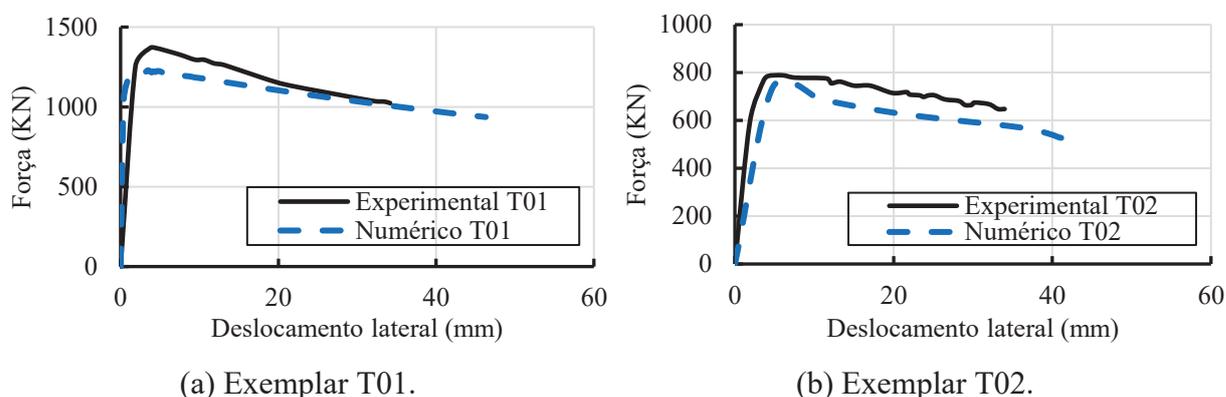
A Tabela 37 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Chang et al. (2009). Se identifica que o modelo numérico subestima a capacidade resistente máxima do pilar misto.

Tabela 37: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Chang et al. (2009).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
T01	3,63	45,89	0,08	1371,20	1229,12	0,90
T02	3,63	45,89	0,34	777,70	737,23	0,95
Média ( $\mu$ )						0,92
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,03

A Figura 100 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtida por Chang et al. (2009). Apesar da capacidade resistente do exemplar ser subestimada pelo modelo numérico, é possível identificar que o modelo é capaz de representar o comportamento do pilar no trecho inicial da relação, e parcialmente no trecho final da relação.

Figura 100: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Chang et al. (2009).



#### 5.2.4.2 Exemplares de Gopal e Manoharan (2004)

Gopal e Manoharan (2004) estudaram a influência de reforços no concreto em pilares mistos sob força axial excêntrica. A Tabela 38 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Gopal e Manoharan (2004) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 38: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Gopal e Manoharan (2004).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
A1	645,00	76,00	2,00	15,00	280,00	205000	52,00	35000
A2	875,00	76,00	2,00	15,00	280,00	205000	52,00	35000
A3	1105,00	76,00	2,00	15,00	280,00	205000	52,00	35000
A4	1330,00	76,00	2,00	15,00	280,00	205000	52,00	35000
A5	1555,00	76,00	2,00	15,00	280,00	205000	52,00	35000
A6	1785,00	76,00	2,00	15,00	280,00	205000	52,00	35000
A8	1555,00	76,00	2,00	25,00	280,00	205000	52,00	35000

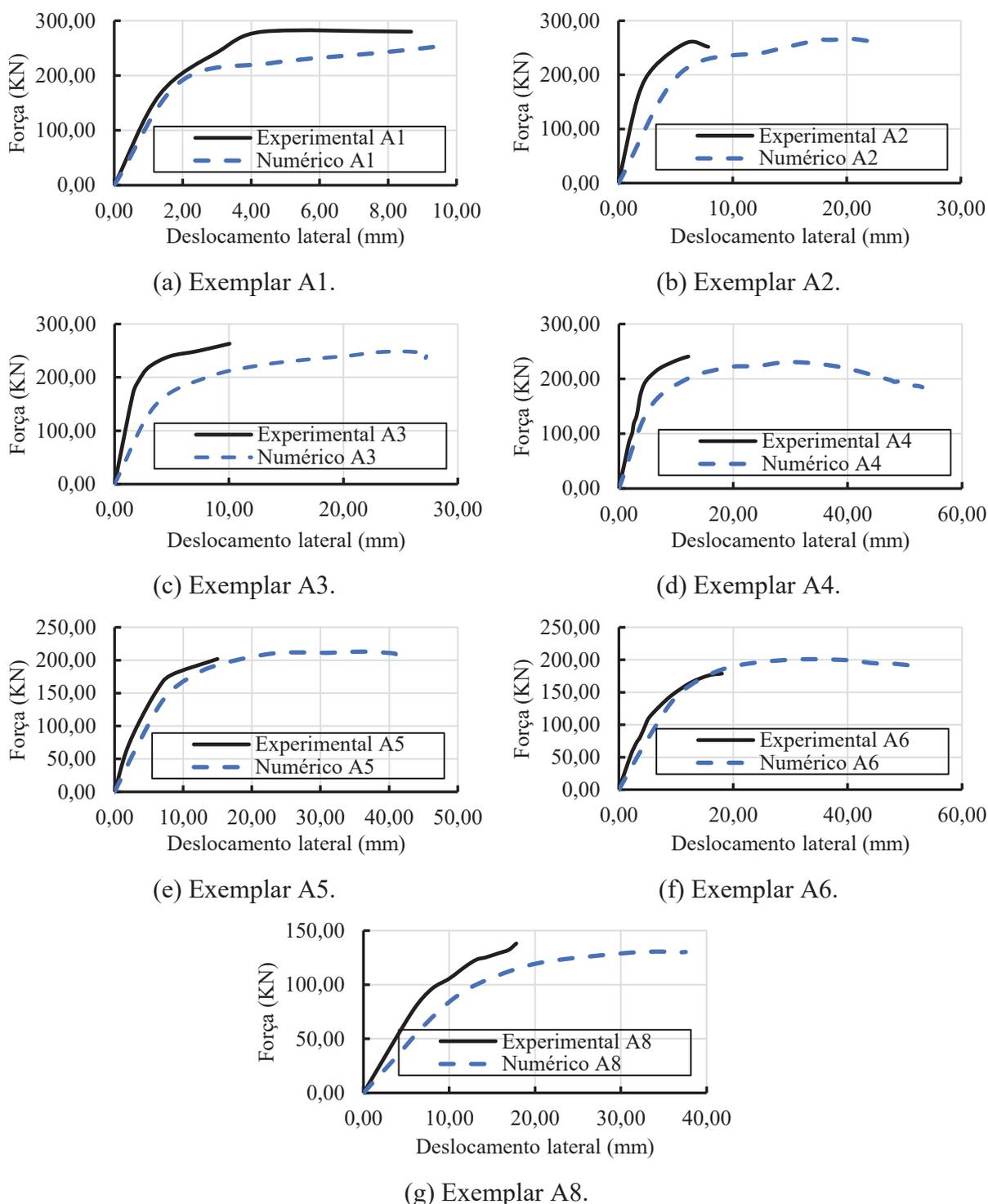
A Tabela 39 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Gopal e Manoharan (2004). É possível identificar que o modelo numérico representa a capacidade resistente dos exemplares com média unitária.

Tabela 39: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Gopal e Manoharan (2004).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
A1	8,49	38,00	0,20	290,00	252,85	0,87
A2	11,51	38,00	0,20	267,00	266,46	1,00
A3	14,54	38,00	0,20	245,00	248,77	1,02
A4	17,50	38,00	0,20	226,00	230,47	1,02
A5	20,46	38,00	0,20	206,00	212,92	1,03
A6	23,49	38,00	0,20	185,00	200,42	1,08
A8	20,46	38,00	0,33	130,00	130,63	1,00
Média ( $\mu$ )						1,00
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,06

A Figura 101 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtida por Gopal e Manoharan (2004). É possível perceber que, para alguns exemplares a força máxima do modelo ocorre com maiores deformações comparado ao exemplar. Isto pode ser explicado porque no modelo numérico se considera uma rótula perfeita nas extremidades do pilar, no entanto, imagens do ensaio experimental discernem de uma rótula perfeita.

Figura 101: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Gopal e Manoharan (2004).



#### 5.2.4.3 Exemplos de Gopal e Manoharan (2006)

Em estudo semelhante ao citado anteriormente, Gopal e Manoharan (2006), analisaram a influência de reforços no concreto em pilares mistos sob força axial excêntrica.

As condições de contorno dos exemplares foram alteradas em relação ao ensaio anterior. A Tabela 40 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Gopal e Manoharan (2006) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 40: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Gopal e Manoharan (2006).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
CP-4	998,00	76,00	2,00	20,00	260,00	200000	49,20	35020
CP-7	1216,00	76,00	2,00	20,00	260,00	200000	49,20	35020
CP-10	1672,00	76,00	2,00	20,00	260,00	200000	49,20	35020
CP-13	1900,00	76,00	4,00	22,00	260,00	200000	49,20	35020
CP-16	1900,00	76,00	7,00	25,00	260,00	200000	49,20	35020

A Tabela 41 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Gopal e Manoharan (2006).

Tabela 41: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Gopal e Manoharan (2006).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
CP-4	13,13	38,00	0,26	184,00	148,59	0,81
CP-7	16,00	38,00	0,26	170,00	136,17	0,80
CP-10	22,00	38,00	0,26	150,00	127,64	0,85
CP-13	25,00	19,00	0,29	135,00	149,28	1,11
CP-16	25,00	10,86	0,33	125,00	123,57	0,99
Média ( $\mu$ )						0,91
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,12

Se identifica que o modelo numérico subestima a capacidade resistente dos exemplares. O ensaio experimental desenvolvido no estudo de Gopal e Manoharan (2006) possui condições de vinculação das extremidades dos exemplares com restrições parciais a rotações, já que apoios nas extremidades possuíam mais pontos de vinculação, ao contrário de uma rótula perfeita.

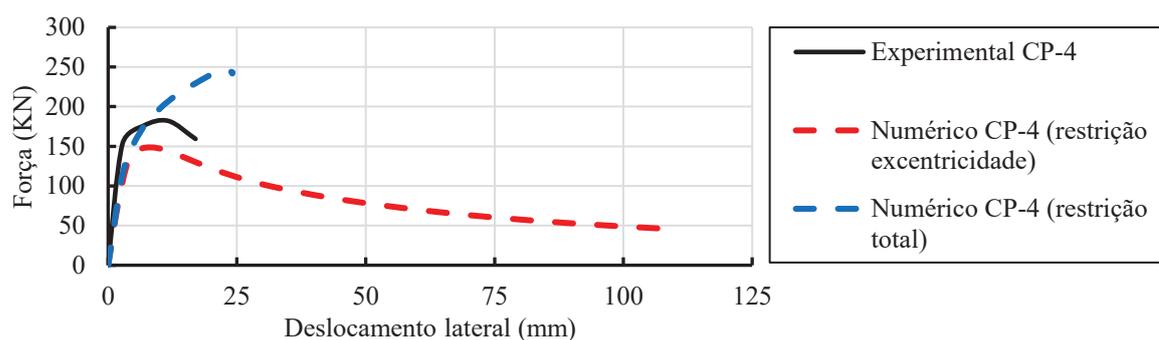
Deste modo, para avaliar as condições dos exemplares ensaiados por Gopal e Manoharan (2006), duas condições de vinculações foram analisadas. A primeira alternativa consiste em vinculações apenas na linha da excentricidade aplicada ao modelo, em ambas as extremidades. A segunda alternativa consiste em vinculações impedindo deslocamentos nos eixos horizontais e permitindo deslocamentos apenas no eixo vertical do modelo. Ambas as condições de vinculação ocasionam deslocamento configurando uma única curvatura.

A Figura 102 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtida por Gopal e Manoharan (2006) para as duas condições de vinculação analisadas. Se identifica que a restrição a rotações presente nas extremidades dos exemplares estudados por Gopal e Manoharan (2006) ocasionam uma restrição intermediária entre um modelo com extremidades rotuladas e extremidades com restrição total.

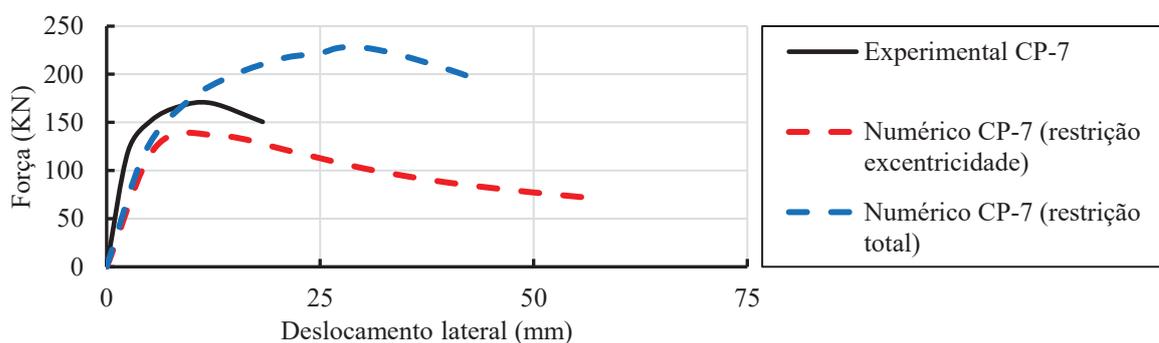
Para representar o comportamento real deste ensaio experimental é necessário em estudos complementares, analisar o raio de giração das extremidades dos exemplares e assim, representar de maneira efetiva a condição do ensaio experimental.

Os resultados de força última indicados na comparação do modelo numérico proposto com este experimental, foram os obtidos considerando uma rótula perfeita.

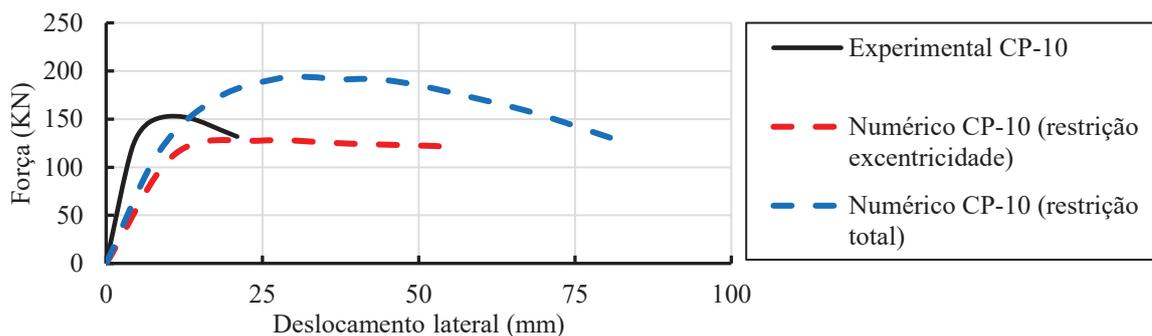
Figura 102: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Gopal e Manoharan (2006).



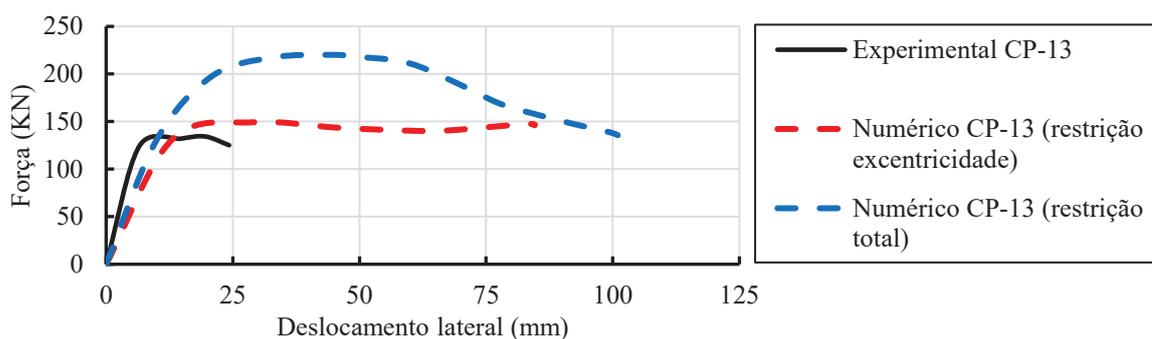
(a) Exemplo CP-4.



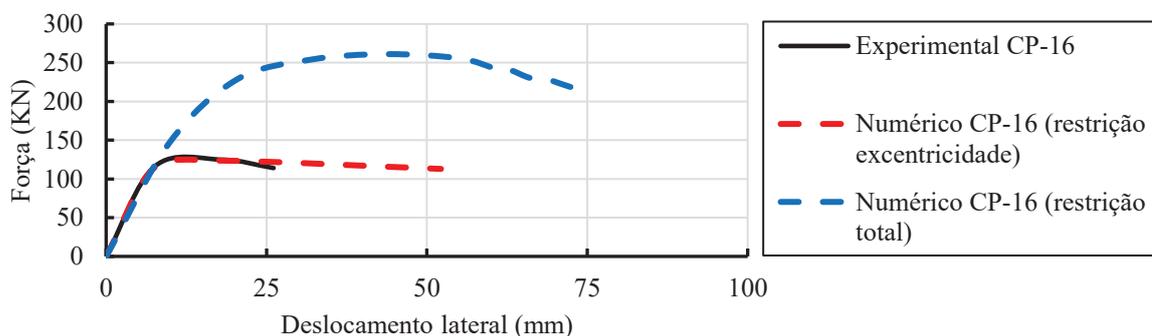
(b) Exemplo CP-7.



(c) Exemplo CP-10.



(d) Exemplo CP-13.



(e) Exemplo CP-16.

#### 5.2.4.4 Exemplos de Han e Yao (2003)

Han e Yao (2003) estudaram a influência de pré carregamentos no comportamento de pilares mistos tubulares sob força axial excêntrica, indicando que pré carregamentos aumentam o deslocamento lateral e reduzem a capacidade resistente de pilares mistos. A Tabela 42 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han e Yao (2003) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 42: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han e Yao (2003).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
S-2	360,00	120,00	2,65	14,00	340,00	207000	20,01	25306
S-4	360,00	120,00	2,65	14,00	340,00	207000	36,00	27102
L-1	1400,00	120,00	2,65	14,00	340,00	207000	36,00	27102
L-5	1400,00	120,00	2,65	31,00	340,00	207000	36,00	26819

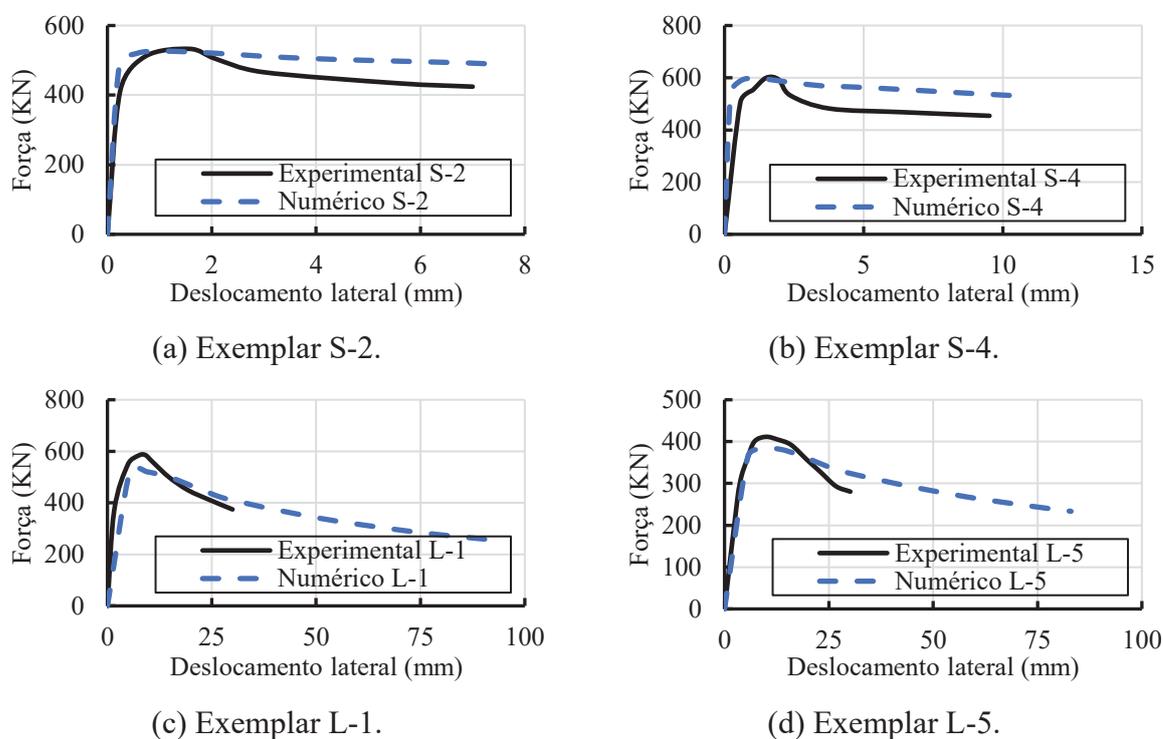
A Tabela 43 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2003). Se identifica que o modelo numérico prevê adequadamente a capacidade resistente do pilar misto para os exemplares com índices  $L/D$  iguais a 3, subestimando a capacidade resistente do pilar misto para os exemplares com índices  $L/D$  iguais a 11.

Tabela 43: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2003).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
S-2	3,00	45,28	0,12	533,00	525,94	0,99
S-4	3,00	45,28	0,12	600,00	597,80	1,00
L-1	11,67	45,28	0,12	590,00	526,24	0,89
L-5	11,67	45,28	0,26	412,00	382,99	0,93
Média ( $\mu$ )						0,95
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,04

A Figura 103 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtida por Han e Yao (2003). Se observa que o modelo possui dificuldades para representar a alteração de rigidez no trecho posterior à capacidade máxima para pilares com relação  $L/D$  iguais a 3, mas representa o comportamento dos exemplares com relação  $L/D$  iguais a 11. Esta atuação pode significar que o modelo número possui dificuldades para representar adequadamente pilares com predominância de instabilidades locais.

Figura 103: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han e Yao (2003).



#### 5.2.4.5 Exemplos de Han e Yao (2004)

Han e Yao (2004) avaliaram a influência do concreto auto adensável sem vibração no comportamento de pilares mistos tubulares sob força axial excêntrica, indicando que pilares preenchidos com este tipo de concreto sem vibração possuem uma resistência levemente menor, mas equiparável comparado a pilares preenchidos com concreto normal vibrado. A Tabela 44 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han e Yao (2004) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 44: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han e Yao (2004).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
lcsc2-1	2000,00	200,00	3,00	30,00	303,50	206500	58,50	37420

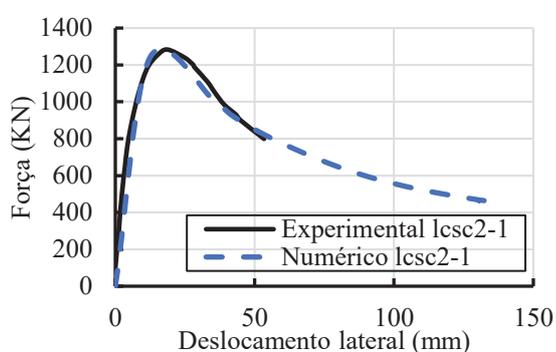
A Tabela 45 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2004). É possível constatar que o modelo representa adequadamente a capacidade resistente do exemplar.

Tabela 45: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han e Yao (2004).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
lcsc2-1	10,00	66,67	0,15	1215,00	1240,10	1,02

A Figura 104 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han e Yao (2004).

Figura 104: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han e Yao (2004).



#### 5.2.4.6 Exemplos de Han et al. (2011)

Han et al. (2011) compararam o comportamento de pilares mistos curvos sob força axial concêntrica com pilares mistos retos sob força axial excêntrica. Os pilares foram preenchidos com concreto auto adensável. A Tabela 46 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han et al. (2011) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 46: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Han et al. (2011).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
CS1-s	580,00	114,00	2,74	7,50	310,00	197000	45,00	27800
CS2-s	580,00	114,00	2,74	15,00	310,00	197000	45,00	27800
CL2-s	1720,00	114,00	2,74	15,00	310,00	197000	45,00	27800
CL3-s	1720,00	114,00	2,74	30,00	310,00	197000	45,00	27800

A Tabela 47 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2011). Se percebe

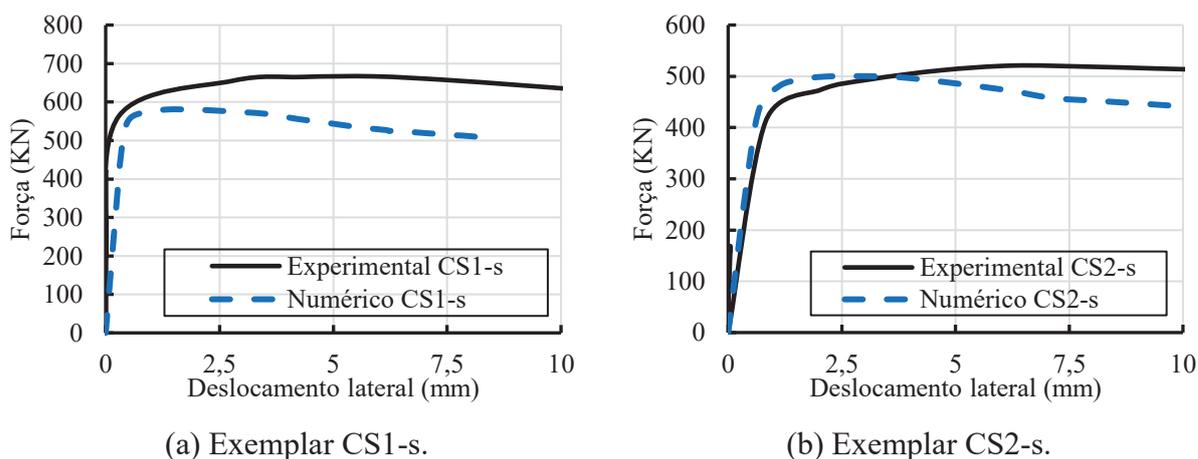
que o modelo subestima a capacidade resistente dos exemplares com relação  $L/D$  igual a 5,09, comportamento semelhante ao obtido pelo modelo numérico proposto por Han et al. (2011), onde a média  $N_{mef}/N_{exp}$  para estes exemplares foi de 0.84.

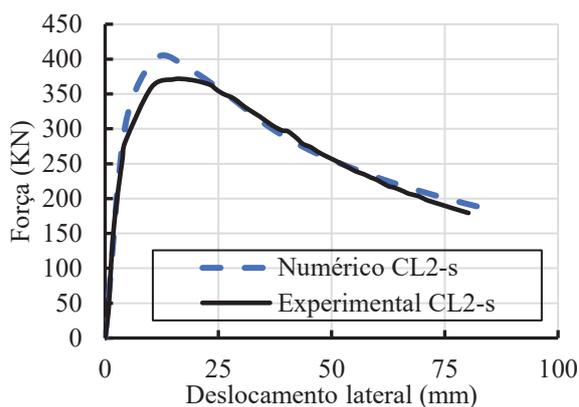
Tabela 47: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2011).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
CS1-s	5,09	41,61	0,07	670,00	581,51	0,87
CS2-s	5,09	41,61	0,13	525,00	502,94	0,96
CL2-s	15,09	41,61	0,13	370,00	401,17	1,08
CL3-s	15,09	41,61	0,26	252,00	274,11	1,09
Média ( $\mu$ )						1,00
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,09

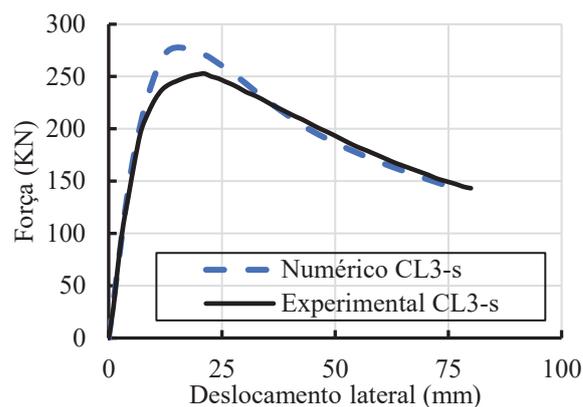
A Figura 105 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han et al. (2011). As relações demonstram que o modelo representa com maior eficácia exemplares com maior esbelteza comparado a exemplares curtos.

Figura 105: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Han et al. (2011).





(c) Exemplo CL2-s.



(d) Exemplo CL3-s.

#### 5.2.4.7 Exemplos de Han et al. (2016)

Han et al. (2016) analisaram a influência de falhas na seção transversal de pilares mistos tubulares sob força axial excêntrica. Os pilares foram preenchidos com concreto auto adensável. A Tabela 48 demonstra as propriedades dos exemplos experimentais obtidos de Han et al. (2016) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 48: Propriedades dos exemplos experimentais obtidos de Han et al. (2016).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
n-1	630,00	180,00	3,80	27,00	360,30	210000	64,10	35800

A Tabela 49 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2016). O modelo foi capaz de prever a capacidade resistente de um exemplar curto com predominância de instabilidades locais. Obtendo assim, resultado semelhante ao obtido pelo modelo numérico proposto por Han et al. (2016), onde se obteve a mesma capacidade resistente numérica e experimental.

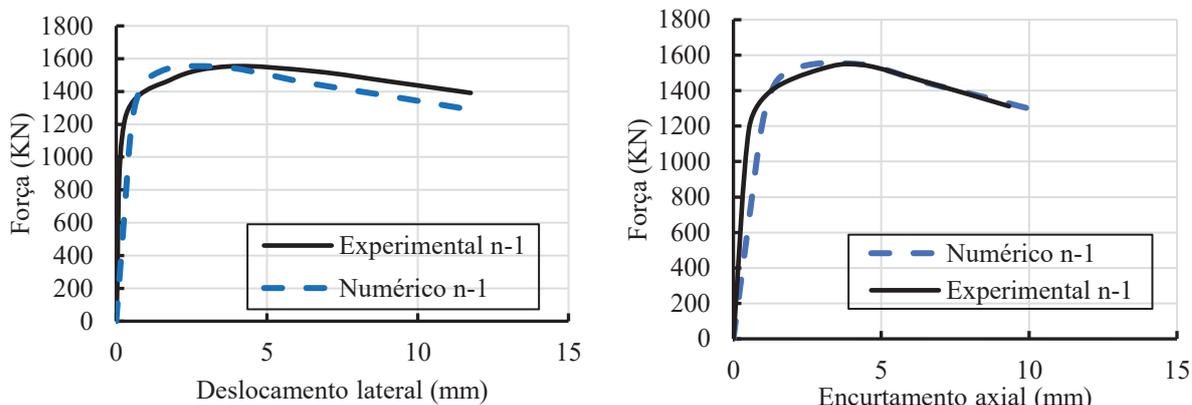
Tabela 49: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Han et al. (2016).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
n-1	3,50	47,37	0,15	1559,00	1554,84	1,00

A Figura 106 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral e força x deslocamento axial obtida numericamente e experimentalmente obtida por Han et al.

(2016), onde se percebe uma ótima representação do modelo experimental em termos de deslocamento lateral e deslocamento axial.

Figura 106: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral e força x deslocamento axial obtida numericamente e experimentalmente - Han et al. (2016).



(a) Exemplar n-1 -Relação força x deslocamento lateral.

(b) Exemplar n-1 – Relação força x deslocamento axial.

#### 5.2.4.8 Exemplos de Kilpatrick e Rangan (1999a)

Kilpatrick and Rangan (1999) avaliaram a influência de propriedades geométricas e a tensão de escoamento do aço em pilares mistos sob força axial excêntrica. A Tabela 50 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Kilpatrick e Rangan (1999a) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 50: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Kilpatrick e Rangan (1999a).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
SC-0	802,00	76,00	2,20	15,00	435,00	203000	58,00	36251
SC-1	1032,00	76,00	2,20	15,00	435,00	203000	58,00	36251
SC-2	1262,00	76,00	2,20	15,00	435,00	203000	58,00	36251
SC-3	1487,00	76,00	2,20	15,00	435,00	203000	58,00	36251
SC-4	1717,00	76,00	2,20	15,00	435,00	203000	58,00	36251
SC-5	1947,00	76,00	2,20	15,00	435,00	203000	58,00	36251
SC-6	2172,00	76,00	2,20	15,00	435,00	203000	58,00	36251
SC-7	2402,00	76,00	2,20	15,00	435,00	203000	58,00	36251
SC-8	1947,00	101,70	2,40	5,00	410,00	205000	58,00	36251
SC-9	1947,00	101,70	2,40	10,00	410,00	205000	58,00	36251

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
SC-10	1947,00	101,70	2,40	15,00	410,00	205000	58,00	36251
SC-11	1947,00	101,70	2,40	20,00	410,00	205000	58,00	36251
SC-12	1947,00	101,70	2,40	25,00	410,00	205000	58,00	36251
SC-13	1947,00	101,70	2,40	30,00	410,00	205000	58,00	36251
SC-14	1947,00	101,70	2,40	40,00	410,00	205000	58,00	36251
SC-15	1947,00	101,70	2,40	50,00	410,00	205000	58,00	36251

A Tabela 51 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Kilpatrick e Rangan (1999a), indicando que o modelo superestima a capacidade resistente de todos os exemplares. Uma possível razão para este comportamento é de que a interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço deste experimental recebeu tratamento com lubrificantes. No entanto, o modelo numérico proposto por Kilpatrick and Rangan (1999) superestimou a capacidade resistente em 5 %, ainda que, a superestimativa seja inferior a obtida nesta pesquisa.

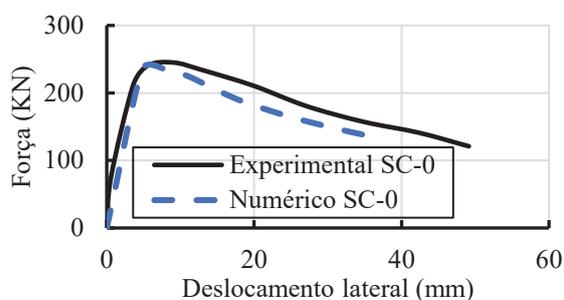
Tabela 51: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Kilpatrick e Rangan (1999a).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
SC-0	10,55	34,55	0,20	246,00	245,55	1,00
SC-1	13,58	34,55	0,20	208,00	225,50	1,08
SC-2	16,61	34,55	0,20	184,00	205,99	1,12
SC-3	19,57	34,55	0,20	162,00	187,27	1,16
SC-4	22,59	34,55	0,20	141,00	168,13	1,19
SC-5	25,62	34,55	0,20	121,00	149,99	1,24
SC-6	28,58	34,55	0,20	107,00	133,91	1,25
SC-7	31,61	34,55	0,20	96,00	119,34	1,24
SC-8	19,14	42,38	0,05	0,00	407,90	1,00
SC-9	19,14	42,38	0,10	361,00	387,81	1,07
SC-10	19,14	42,38	0,15	309,00	341,33	1,10
SC-11	19,14	42,38	0,20	275,00	307,74	1,12
SC-12	19,14	42,38	0,25	240,00	279,42	1,16
SC-13	19,14	42,38	0,29	220,00	256,36	1,17
SC-14	19,14	42,38	0,39	188,00	225,34	1,20
SC-15	19,14	42,38	0,49	158,00	198,93	1,26
Média ( $\mu$ )						1,15
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,08

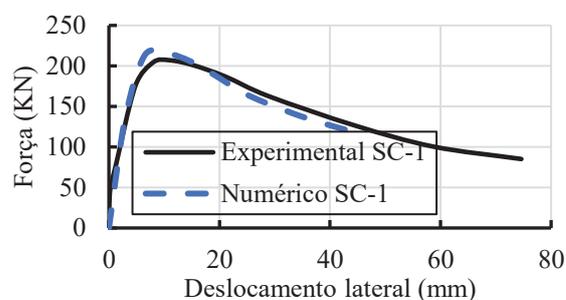
A Figura 107 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtida por Kilpatrick e Rangan (1999a). O

comportamento do modelo numérico é representativo em relação ao exemplar, ainda que, subestimando todos os exemplares.

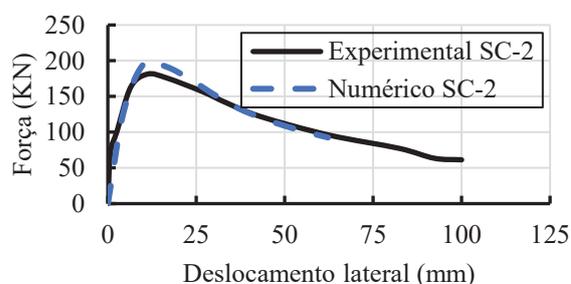
Figura 107: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Kilpatrick e Rangan (1999a).



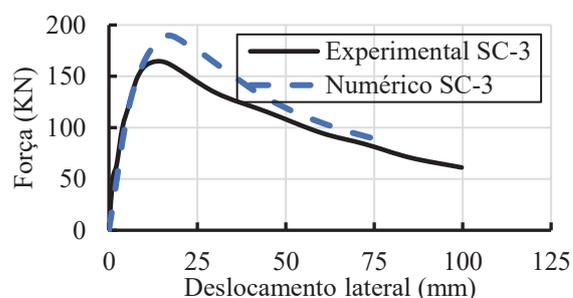
(a) Exemplo SC-0.



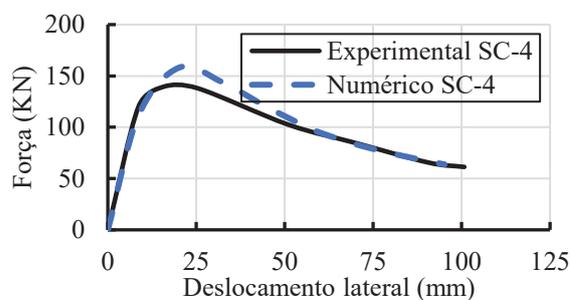
(b) Exemplo SC-1.



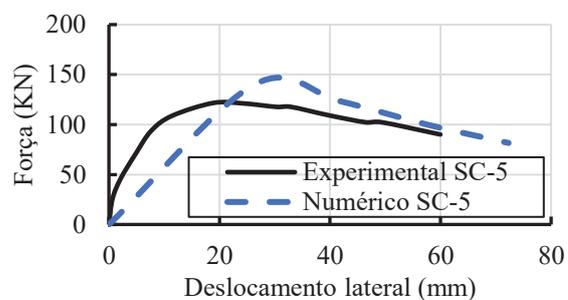
(c) Exemplo SC-2.



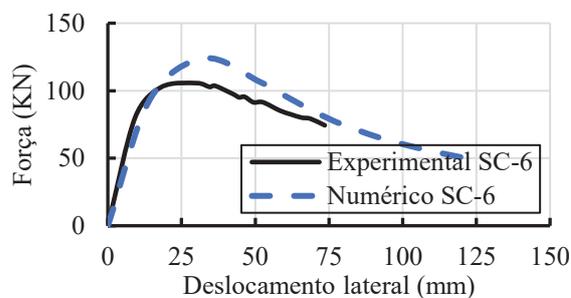
(d) Exemplo SC-3.



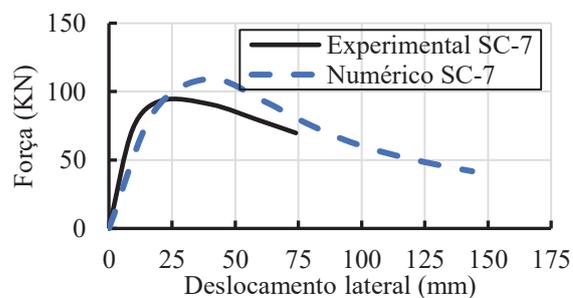
(c) Exemplo SC-5.



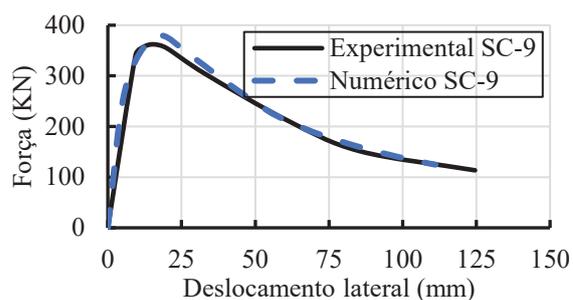
(d) Exemplo SC-5.



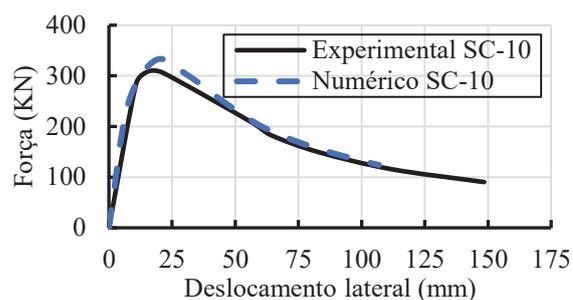
(e) Exemplo SC-6.



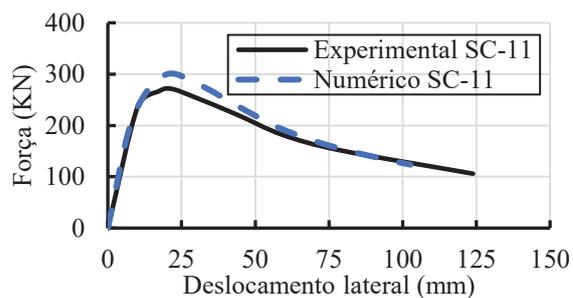
(f) Exemplo SC-7.



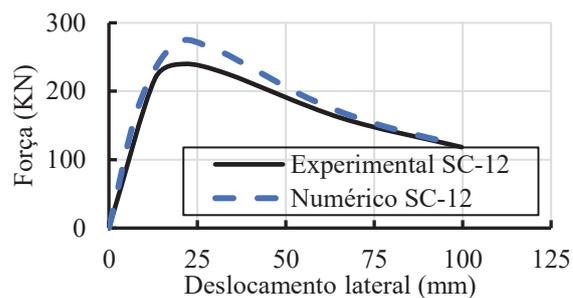
(i) Exemplar SC-9.



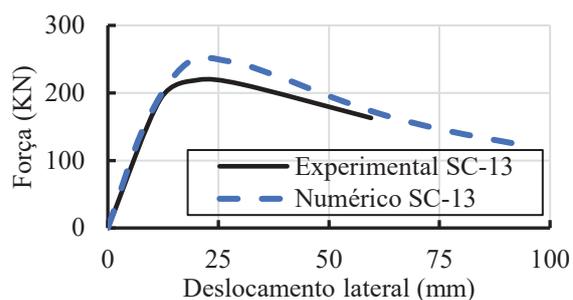
(j) Exemplar SC-10.



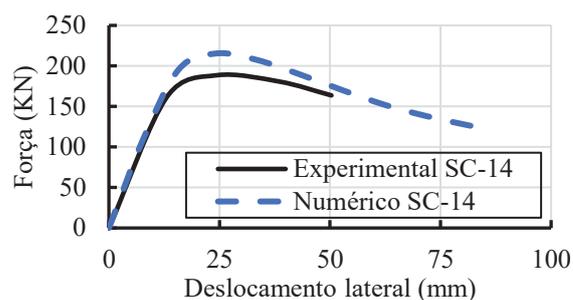
(k) Exemplar SC-11.



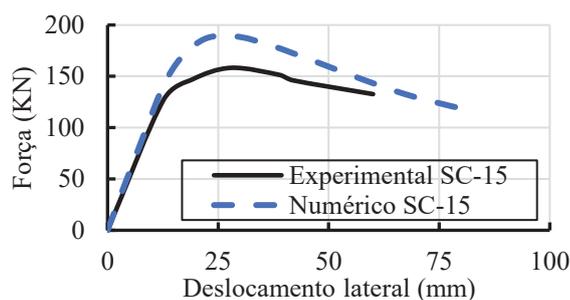
(l) Exemplar SC-12.



(m) Exemplar SC-13.



(n) Exemplar SC-14.



(o) Exemplar SC-15.

#### 5.2.4.9 Exemplares de Kilpatrick e Rangan (1999b)

Em estudo semelhante ao citado anteriormente, Kilpatrick e Rangan (1999b) avaliaram a influência do índice de esbeltez global em pilares mistos sob força axial excêntrica. A Tabela 52 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Kilpatrick e Rangan (1999b) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 52: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Kilpatrick e Rangan (1999b).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
C2	1037,00	101,50	2,40	20,00	410,00	203000	105,50	48891
C6	1952,00	101,50	2,40	20,00	410,00	203000	105,50	48891

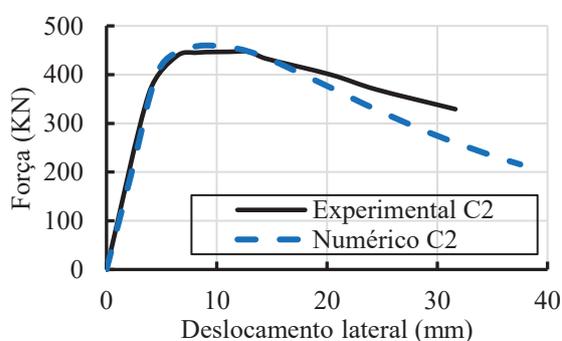
A Tabela 53 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Kilpatrick e Rangan (1999b), exibindo capacidade de predição sem apresentar tendência em relação a alteração no índice  $L/D$  do exemplar.

Tabela 53: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Kilpatrick e Rangan (1999b).

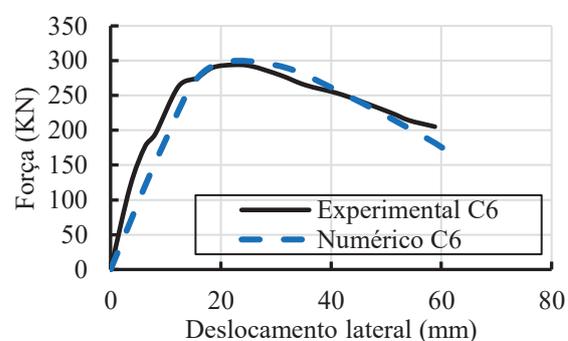
Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
C2	10,22	42,29	0,20	450,00	457,53	1,02
C6	19,23	42,29	0,20	290,00	293,33	1,01
Média ( $\mu$ )						1,01
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,00

A Figura 108 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtida por Kilpatrick e Rangan (1999b), denotando uma perda de rigidez na fase final da relação superior a que ocorre no exemplar.

Figura 108: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Kilpatrick e Rangan (1999b).



(a) Exemplar C2.



(b) Exemplar C6.

#### 5.2.4.10 Exemplos de Liew et al. (2016)

Liew et al. (2016) analisaram a influência de concretos de alta resistência na ductilidade de pilares mistos sob força axial excêntrica. Os pilares foram preenchidos com concreto bombeado de ultra resistência. A Tabela 54 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Liew et al. (2016) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 54: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Liew et al. (2016).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
CS-2	3640,000	219,100	16,000	20,000	374,000	202000	181,000	68000
CS-3	3640,000	219,100	16,000	50,000	374,000	202000	176,000	68000
CS-5	4450,000	273,000	10,000	50,000	412,000	204000	184,000	68000
CS-6	4450,000	273,000	16,000	50,000	401,000	203000	180,000	68000

A Tabela 55 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Liew et al. (2016). Em três dos modelos houve a subestimação da capacidade resistente, sendo um indício de que o confinamento do concreto de ultra resistência pode não ter sido capturado adequadamente para este modelo.

Tabela 55: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Liew et al. (2016).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
CS-2	16,61	13,69	0,09	4389,00	4310,69	0,98
CS-3	16,61	13,69	0,23	3246,00	3154,05	0,97
CS-5	16,30	27,30	0,18	5083,00	4961,97	0,98
CS-6	16,30	17,06	0,18	5284,00	5358,42	1,01
Média ( $\mu$ )						0,99
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,02

#### 5.2.4.11 Exemplos de O'shea e Bridge (2000)

O'shea e Bridge (2000) analisaram a influência de excentricidades na aplicação de força em pilares mistos de paredes finas. A Tabela 56 demonstra as propriedades dos

exemplares experimentais obtidos de O'shea e Bridge (2000) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 56: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de O'shea e Bridge (2000).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
S10E150A	663,00	190,00	0,86	13,90	210,70	177035	41,00	17807
S10E180B	665,00	190,00	0,86	17,90	210,70	177035	74,70	27576
S10E210B	660,50	190,00	0,86	4,00	210,70	177035	112,70	31470
S10E250A	662,00	190,00	0,86	7,40	210,70	177035	41,00	17807
S10E280B	665,50	190,00	0,86	8,60	210,70	177	74,70	27576
S12E110B	662,00	190,00	1,13	17,10	185,70	178366	112,70	31470
S12E150A	664,00	190,00	1,13	18,90	185,70	178366	41,00	17807
S12E250A	663,50	190,00	1,13	8,50	185,70	178366	41,00	17807
S16E110B	660,50	190,00	1,52	12,90	306,10	207403	112,70	31470
S16E150B	662,00	190,00	1,52	15,50	306,10	207403	48,30	21209
S16E180A	663,50	190,00	1,52	14,30	306,10	207403	80,20	28445
S20E110B	664,50	190,00	1,94	17,00	256,40	204686	112,70	31470
S20E150A	664,00	190,00	1,94	16,20	256,40	204686	41,00	17807
S20E180B	663,00	190,00	1,94	20,80	256,40	204686	74,70	27576
S20E210B	661,50	190,00	1,94	6,50	256,40	204686	112,70	31470
S20E250A	661,00	190,00	1,94	8,60	256,40	204686	41,00	17807
S20E280B	662,50	190,00	1,94	10,00	256,40	204686	74,70	27576
S30E110B	578,50	165,00	2,82	15,60	363,30	200588	112,70	31470
S30E150B	580,00	165,00	2,82	17,20	363,30	200588	48,30	21209
S30E180A	579,50	165,00	2,82	17,90	363,30	200588	80,20	28445
S30E210B	578,50	165,00	2,82	6,80	363,30	200588	112,70	31470
S30E250B	580,50	165,00	2,82	7,00	363,30	200588	48,30	21209
S30E280A	579,50	165,00	2,82	9,40	363,30	200588	80,20	28445

A Tabela 57 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente para o estudo de O'shea e Bridge (2000). Apesar de alguns modelos superestimarem a capacidade resistente, o modelo apresenta uma média final igual a unidade, enquanto que, no modelo numérico proposto por O'shea e Bridge (2000), a relação final tenha subestimado a capacidade resistente do conjunto de pilares mistos em 7 %.

Tabela 57: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente – O’shea e Bridge (2000).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
S10E150A	3,49	220,93	0,07	1017,00	992,68	0,98
S10E180B	3,50	220,93	0,09	1532,00	1750,36	1,14
S10E210B	3,48	220,93	0,02	2112,00	2926,37	1,39
S10E250A	3,48	220,93	0,04	1219,00	1095,35	0,90
S10E280B	3,50	220,93	0,05	1910,00	1942,38	1,02
S12E110B	3,48	168,14	0,09	1925,00	2350	1,22
S12E150A	3,49	168,14	0,10	1023,00	936,22	0,92
S12E250A	3,49	168,14	0,04	1229,00	1084,73	0,88
S16E110B	3,48	125,00	0,07	2420,00	2639,35	1,09
S16E150B	3,48	125,00	0,08	1260,00	1252,89	0,99
S16E180A	3,49	125,00	0,08	1925,00	1952,34	1,01
S20E110B	3,50	97,94	0,09	2386,00	2492,59	1,04
S20E150A	3,49	97,94	0,09	1284,00	1107,24	0,86
S20E180B	3,49	97,94	0,11	1730,00	1694,07	0,98
S20E210B	3,48	97,94	0,03	2683,00	2906,89	1,08
S20E250A	3,48	97,94	0,05	1533,00	1012,75	0,66
S20E280B	3,49	97,94	0,05	2203,00	1948,43	0,88
S30E110B	3,51	58,51	0,09	1880,00	2059,96	1,10
S30E150B	3,52	58,51	0,10	1123,00	1119,96	1,00
S30E180A	3,51	58,51	0,11	1653,00	1562,11	0,95
S30E210B	3,51	58,51	0,04	2246,00	2369,04	1,05
S30E250B	3,52	58,51	0,04	1525,00	1285,72	0,84
S30E280A	3,51	58,51	0,06	1940,00	1761,83	0,91
Média ( $\mu$ )						1,00
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,14

#### 5.2.4.12 Exemplares de Portolés et al. (2013)

Portolés et al. (2013) analisaram a influência de reforços no núcleo de concreto de pilares mistos sob força axial excêntrica. A Tabela 58 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Portolés et al. (2013) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 58: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Portolés et al. (2013).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
CHSC50	2135,00	159,00	6,00	50,00	376,00	210000	75,70	41415
CNSC20	2135,00	159,00	6,00	20,00	377,00	210000	39,90	30067
CNSC50	2135,00	159,00	6,00	50,00	377,00	210000	40,10	30142
CUHSC20	2135,00	159,00	6,00	20,00	380,00	210000	109,80	49878
CUHSC20BB	2135,00	159,00	6,00	20,00	487,00	210000	110,70	50082
CUHSC50	2135,00	159,00	6,00	50,00	444,00	210000	91,40	45507

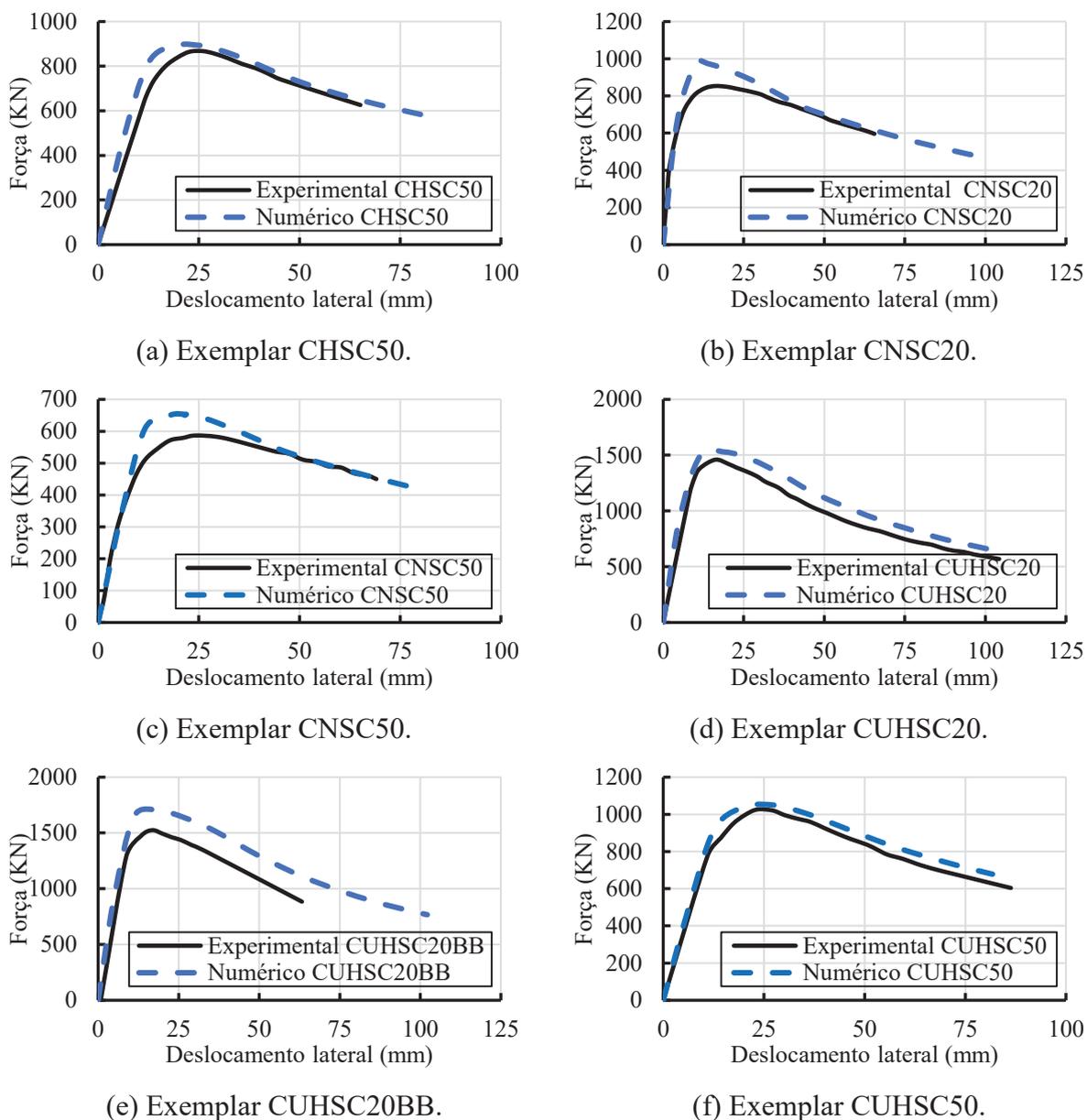
A Tabela 59 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Portolés et al. (2013), indicando uma superestimativa da capacidade resistente dos exemplares semelhante a encontrada no modelo numérico proposto pelos autores, que superestimou a capacidade resistente dos modelos em 3 %. Como os exemplares não apresentam relações  $D/t$  elevadas, um indício deste comportamento é que o modelo numérico amplifica a consideração de confinamento em modelos com relações  $D/t$  baixas, onde há predomínio de maior efeito de confinamento.

Tabela 59: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Portolés et al. (2013).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
CHSC50	13,43	26,50	0,31	870,00	893,49	1,03
CNSC20	13,43	26,50	0,13	851,00	979,01	1,15
CNSC50	13,43	26,50	0,31	587,00	652,99	1,11
CUHSC20	13,43	26,50	0,13	1462,00	1527,82	1,05
CUHSC20BB	13,43	26,50	0,13	1525,00	1701,20	1,12
CUHSC50	13,43	26,50	0,31	1033,00	1051,47	1,02
Média ( $\mu$ )						1,08
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,05

A Figura 109 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral numericamente e experimentalmente obtida por Portolés et al. (2013). Ainda que o modelo apresenta uma superestimativa da capacidade resistente, é capaz de identificar o comportamento de todos os exemplares experimentais.

Figura 109: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Portolés et al. (2013).



### 5.2.4.13 Exemplos de Prion e Boheme (1994)

Prion e Boheme (1994) avaliaram a influência de concretos de alta resistência em pilares mistos submetidos à diversas condições de contorno. A Tabela 60 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Prion e Boheme (1994) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 60: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Prion e Boheme (1994).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
BP20	1071,00	152,00	1,70	15,00	328,00	210000	92,00	45656
BP21	1071,00	152,00	1,70	12,00	328,00	210000	92,00	45656
BP22	1071,00	152,00	1,70	11,00	328,00	210000	92,00	45656

A Tabela 61 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Prion e Boheme (1994)

Tabela 61: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Prion e Boheme (1994).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
BP20	7,05	89,41	0,10	1273,00	1316,60	1,03
BP21	7,05	89,41	0,08	1451,00	1391,00	0,96
BP22	7,05	89,41	0,07	1309,00	1418,58	1,08
Média ( $\mu$ )						1,03
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,05

#### 5.2.4.14 Exemplares de Rangan e Joyce (1992)

Rangan e Joyce (1992) avaliaram a influência da esbeltez global e do valor de excentricidades em pilares mistos sob força axial excêntrica. A Tabela 62 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Rangan e Joyce (1992) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 62: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Rangan e Joyce (1992).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
C1	807,50	101,60	1,60	10,00	218,00	200000	67,40	39000
C2	807,50	101,60	1,60	30,00	218,00	200000	67,40	39000
C3	1312,50	101,60	1,60	10,00	218,00	200000	67,40	39000
C4	1312,50	101,60	1,60	30,00	218,00	200000	67,40	39000
C5	1565,00	101,60	1,60	10,00	218,00	200000	67,40	39000
C6	1817,50	101,60	1,60	10,00	218,00	200000	67,40	39000
C7	1817,50	101,60	1,60	30,00	218,00	200000	67,40	39000
C8	2322,50	101,60	1,60	10,00	218,00	200000	67,40	39000
C9	2322,50	101,60	1,60	30,00	218,00	200000	67,40	39000

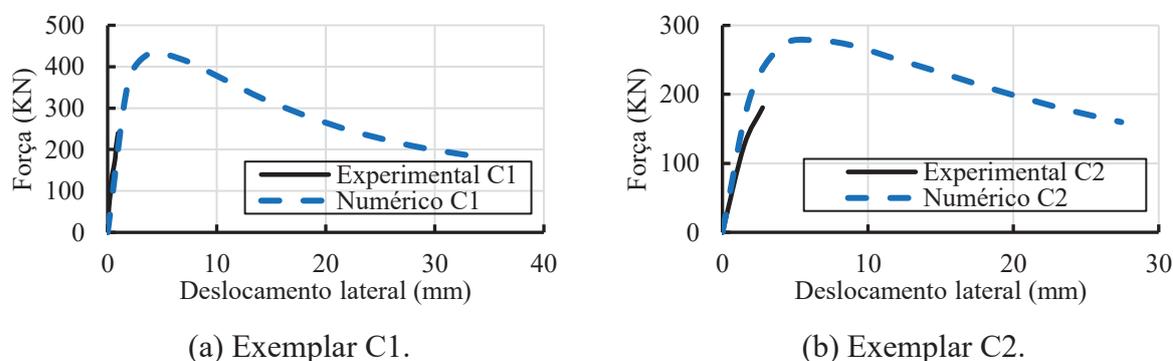
A Tabela 63 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Rangan e Joyce (1992). É possível identificar que o modelo superestima todos os exemplares, apresentando uma tendência maior em superestimar modelos que possuem maior relação  $e/D$ .

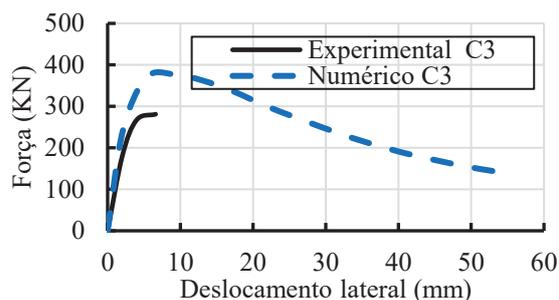
Tabela 63: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Rangan e Joyce (1992).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
C1	7,95	63,50	0,10	430,00	430,81	1,00
C2	7,95	63,50	0,30	235,00	278,61	1,19
C3	12,92	63,50	0,10	350,00	377,51	1,08
C4	12,92	63,50	0,30	190,00	241,51	1,27
C5	15,40	63,50	0,10	315,00	328,85	1,04
C6	17,89	63,50	0,10	280,00	303,40	1,08
C7	17,89	63,50	0,30	140,00	205,22	1,47
C8	22,86	63,50	0,10	220,00	258,13	1,17
C9	22,86	63,50	0,30	126,00	169,37	1,34
Média ( $\mu$ )						1,18
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,14

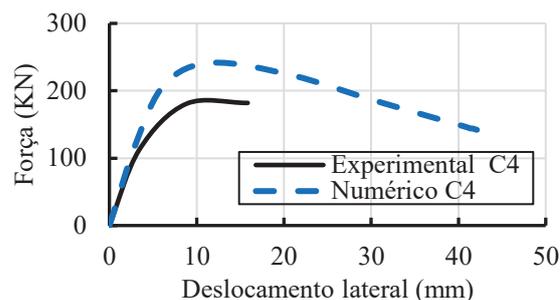
A Figura 110 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtidos por Rangan e Joyce (1992). Se identifica que o modelo apresenta melhores resultados para os exemplares C5 e C6, exemplares com índice  $e/D$  igual a 0,10.

Figura 110: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Rangan e Joyce (1992).

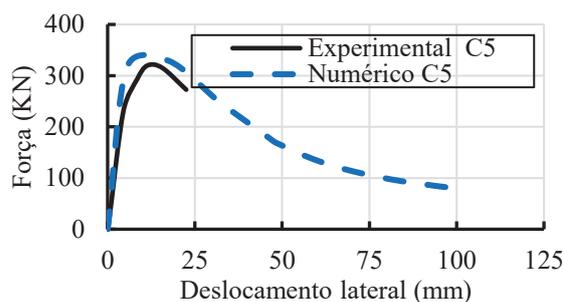




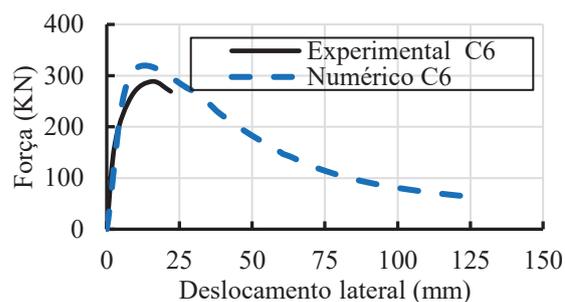
(c) Exemplar C3.



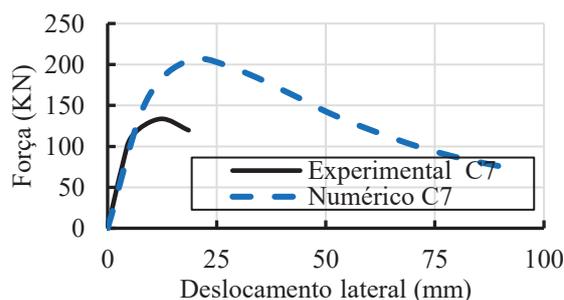
(d) Exemplar C4.



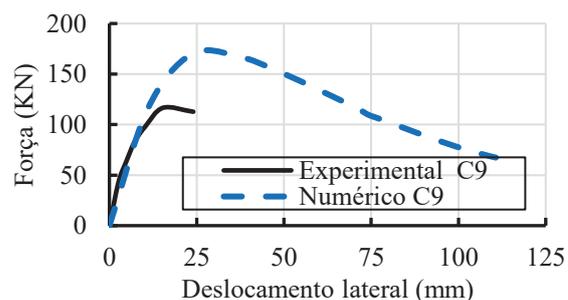
(e) Exemplar C5.



(f) Exemplar C6.



(g) Exemplar C7.



(h) Exemplar C9.

#### 5.2.4.15 Exemplares de Wang (1999)

Wang (1999) avaliou a influência da resistência característica à compressão do concreto em pilares mistos sob força axial excêntrica. A Tabela 64 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Wang (1999) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 64: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Wang (1999).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
T1	4200,00	168,30	5,00	3,00	438,00	210000	40,80	41000
T2	4200,00	168,30	5,00	5,00	438,00	210000	41,30	45000
T3	4200,00	168,30	5,00	2,50	438,00	210000	106,30	52500
T4	4200,00	168,30	5,00	5,00	438,00	210000	91,00	53000

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
T5	2500,00	168,30	5,00	4,00	438,00	210000	39,00	39500
T6	2500,00	168,30	5,00	2,00	438,00	210000	39,00	42000
T7	2500,00	168,30	5,00	5,00	438,00	210000	97,80	50500
T8	2500,00	168,30	5,00	2,50	438,00	210000	101,00	54000
T9	500,00	168,30	5,00	5,00	438,00	210000	37,30	41000
T10	500,00	168,30	5,00	5,00	438,00	210000	36,50	41500
T11	500,00	168,30	5,00	5,00	438,00	210000	99,50	53500
T12	500,00	168,30	5,00	1,00	438,00	210000	100,00	52500
T13	4200,00	168,30	10,00	4,50	480,00	210000	92,70	49000
T14	4200,00	168,30	10,00	1,50	480,00	210000	82,30	50500
T15	2500,00	168,30	10,00	2,00	480,00	210000	93,30	49500
T16	2500,00	168,30	10,00	0,20	480,00	210000	90,50	52500
T17	500,00	168,30	10,00	4,00	480,00	210000	87,80	52000
T18	500,00	168,30	10,00	3,00	480,00	210000	90,80	49000
T23	4200,00	168,30	10,00	6,00	330,50	210000	98,80	50000
T24	4200,00	168,30	10,00	0,50	330,50	210000	98,50	50500
T25	2500,00	168,30	10,00	3,00	330,50	210000	89,30	53500
T26	2500,00	168,30	10,00	3,50	330,50	210000	95,80	52500
T27	500,00	168,30	10,00	10,00	330,50	210000	91,80	52000
T28	500,00	168,30	10,00	5,00	330,50	210000	97,00	50500

A Tabela 65 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos, subestimando exemplares com relações  $L/D$  iguais a 2,97, ou seja, pilares curtos.

Tabela 65: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Wang (1999).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
T1	24,96	33,66	0,02	900,00	1144,51	1,27
T2	24,96	33,66	0,03	950,00	1100,79	1,16
T3	24,96	33,66	0,01	1550,00	1648,69	1,06
T4	24,96	33,66	0,03	1400,00	1492,77	1,07
T5	14,85	33,66	0,02	1300,00	1527,38	1,17
T6	14,85	33,66	0,01	1445,00	1637,69	1,13
T7	14,85	33,66	0,03	2330,00	2320,69	1,00
T8	14,85	33,66	0,01	2450,00	2660,27	1,09
T9	2,97	33,66	0,03	2360,00	1588,7	0,67
T10	2,97	33,66	0,03	2360,00	1573,74	0,67
T11	2,97	33,66	0,03	3250,00	2711,1	0,83
T12	2,97	33,66	0,01	3250,00	2843,62	0,87
T13	24,96	16,83	0,03	1900,00	1949,64	1,03
T14	24,96	16,83	0,01	2400,00	2126,8	0,89
T15	14,85	16,83	0,01	3350,00	3552,9	1,06

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
T16	14,85	16,83	0,00	3650,00	3229,49	0,88
T17	2,97	16,83	0,02	4550,00	3188,95	0,70
T18	2,97	16,83	0,02	4550,00	3261,7	0,72
T23	24,96	16,83	0,04	1800,00	1682,2	0,93
T24	24,96	16,83	0,00	2200,00	2228,4	1,01
T25	14,85	16,83	0,02	2600,00	2662,39	1,02
T26	14,85	16,83	0,02	2450,00	2631,67	1,07
T27	2,97	16,83	0,06	3250,00	2522,41	0,78
T28	2,97	16,83	0,03	3400,00	2766,87	0,81
Média ( $\mu$ )						0,95
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,17

#### 5.2.4.16 Exemplos de Xiong et al. (2017)

Xiong et al. (2017) analisaram a influência de concretos de ultra resistência no comportamento de pilares mistos sob força axial excêntrica. Os pilares foram preenchidos com concreto bombeado de ultra resistência. A Tabela 66 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Xiong et al. (2017) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 66: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Xiong et al. (2017).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
CS-2	3640,00	219,10	16,00	20,00	374,00	202000	181,00	63232
CS-3	3640,00	219,10	16,00	50,00	374,00	202000	176,00	62353
CS-5	4450,00	273,00	10,00	50,00	412,00	204000	184,00	63754
CS-6	4450,00	273,00	16,00	50,00	401,00	203000	180,00	63057

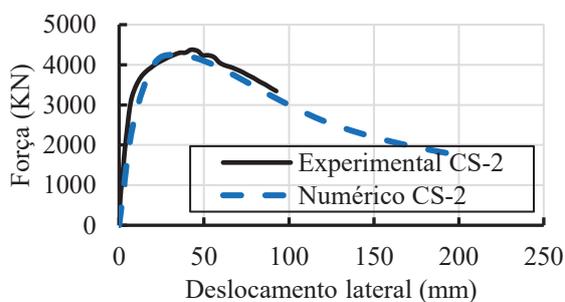
A Tabela 67 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xiong et al. (2017), demonstrando uma relação semelhante a obtida no modelo numérico proposto pelos autores, que obteve média geral de 1,01 e desvio padrão de 0,04. No presente modelo, há uma leve redução na capacidade resistente dos modelos, gerando um indício de que o modelo subestime o efeito de confinamento para concretos de ultra resistência, mesmo que, o efeito de confinamento não seja considerável nestes exemplares.

Tabela 67: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xiong et al. (2017).

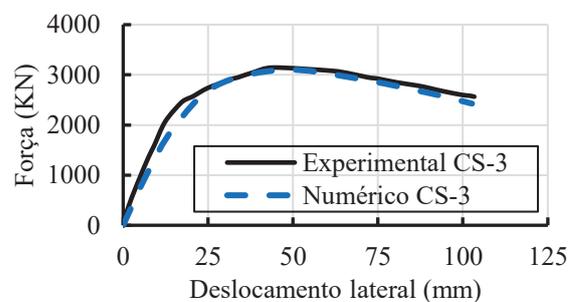
Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
CS-2	16,61	13,69	0,09	4340,00	4239,37	0,98
CS-3	16,61	13,69	0,23	3293,00	3097,94	0,94
CS-5	16,30	27,30	0,18	5079,00	4873,54	0,96
CS-6	16,30	17,06	0,18	4657,00	5262,63	1,13
Média ( $\mu$ )						1,00
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,08

A Figura 111 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtidos por Xiong et al. (2017). Os resultados indicam que o modelo consegue prever com eficácia o comportamento do pilar reforçado com concreto ultra resistente, caracterizando com proximidade a transição que ocorre no momento em que o pilar atinge a capacidade máxima. Para os modelos C2-S e C3-S, mesmo que o comportamento pós pico de ambos seja distinto em função do índice  $e/D$  distinto, o modelo numérico identifica os dois padrões de comportamento, apresentando ótima correlação.

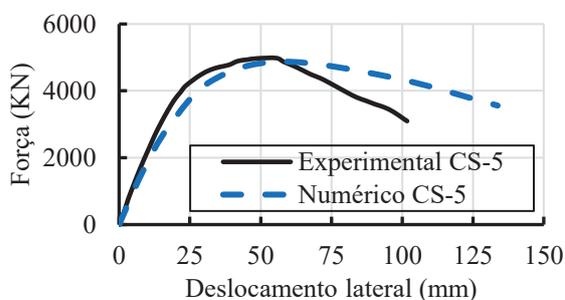
Figura 111: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Xiong et al. (2017).



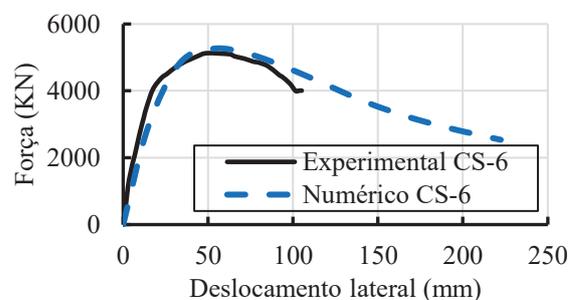
(a) Exemplo CS-2.



(b) Exemplo CS-3.



(c) Exemplo CS-5.



(d) Exemplo CS-6.

### 5.2.4.17 Exemplos de Xue et al. (2012)

Xue et al. (2012) analisaram a influência de falhas entre a seção de concreto e o tubo de aço em pilares mistos sob força axial excêntrica. A Tabela 68 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Xue et al. (2012) utilizados para comparação com o exemplar experimental.

Tabela 68: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Xue et al. (2012).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
N30E	700,00	219,00	3,00	50,00	313,00	200000	52,50	37631
N40E	700,00	219,00	4,00	50,00	313,00	200000	52,50	37631
N50E	700,00	219,00	5,00	50,00	313,00	200000	52,50	37631

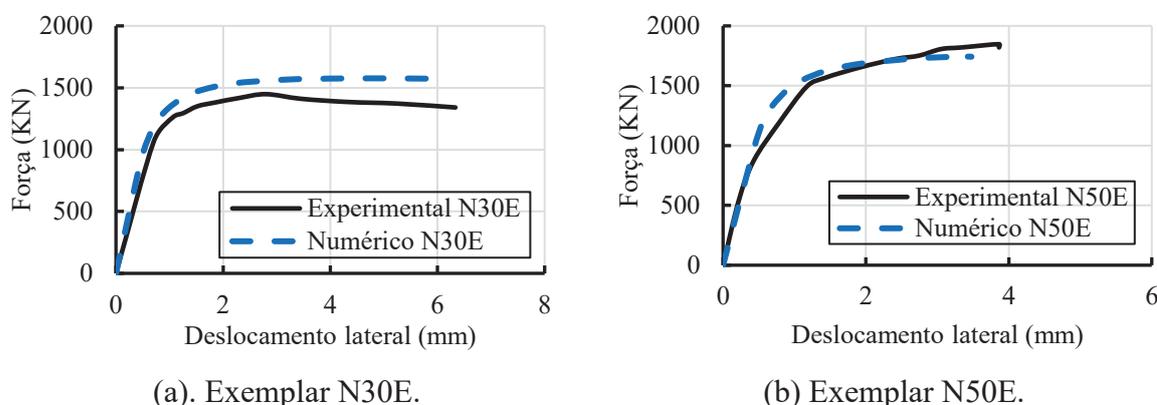
A Tabela 69 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xue et al. (2012), onde se identifica que o modelo perde eficácia conforme ocorre a redução do índice  $D/t$ , diferentemente do resultado numérico obtido pelos autores Xue et al. (2012), que obtiveram resultados gerais subestimando a capacidade resistente dos exemplares, ainda que este valor seja muito próxima à unidade.

Tabela 69: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Xue et al. (2012).

Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
N30E	3,2	73,0	0,2	1457,00	1576,00	1,08
N40E	3,2	54,8	0,2	1634,00	1681,33	1,03
N50E	3,2	43,8	0,2	1847,00	1743,52	0,94
Média ( $\mu$ )						1,02
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,07

A Figura 112 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente e experimentalmente obtidos por Xue et al. (2012). Se identifica que para o exemplar N30E, apesar do modelo numérico superestimar a capacidade resistente, há uma aproximação adequada do comportamento experimental, assim como, para o exemplar N50E.

Figura 112: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Xue et al. (2012).



#### 5.2.4.18 Exemplos de Zeghiche e Chaoui (2005)

Zeghiche e Chaoui (2005) analisaram a influência de pilares mistos sob força axial excêntrica com comportamento global de simples ou dupla curvatura. A Tabela 70 demonstra as propriedades dos exemplares experimentais sob simples curvatura obtidos de Zeghiche e Chaoui (2005) utilizados para comparação com o modelo numérico testado.

Tabela 70: Propriedades dos exemplares experimentais obtidos de Zeghiche e Chaoui (2005).

Exemplar	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
C 16	2000,00	160,30	5,10	8,00	271,00	212000	101,00	45000
C 17	2000,00	160,10	4,97	16,00	281,00	212000	102,00	45000
C 18	2000,00	159,80	5,02	24,00	280,00	212000	101,00	45000
C 19	2000,00	159,70	5,02	32,00	276,00	212000	100,00	45000
C 20	4000,00	159,70	4,96	8,00	275,00	212000	101,00	45000
C 21	4000,00	159,80	4,96	16,00	275,00	212000	100,00	45000
C 22	4000,00	159,80	5,10	24,00	281,00	212000	102,00	45000
C 23	4000,00	160,10	5,12	32,00	280,00	212000	101,00	45000

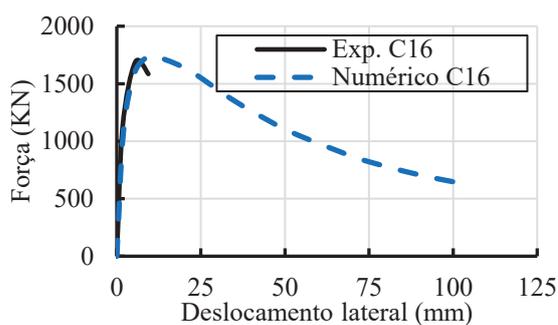
A Tabela 71 demonstra a comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005). Se identifica que o modelo superestima a capacidade resistente para todos os exemplares, diferentemente do modelo numérico proposto pelos autores Zeghiche e Chaoui (2005), que subestimaram a capacidade resistente dos modelos em 4 %.

Tabela 71: Comparação entre resultados de força última obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente obtidos por Zeghiche e Chaoui (2005).

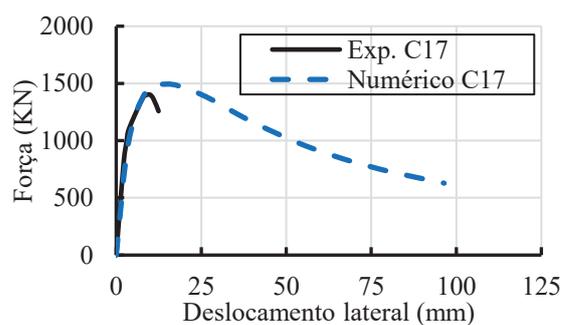
Exemplar	$L/D$	$D/t$	$e/D$	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
C 16	12,48	31,43	0,05	1697,00	1740,76	1,03
C 17	12,49	32,21	0,10	1394,00	1493,82	1,07
C 18	12,52	31,83	0,15	1212,00	1310,80	1,08
C 19	12,52	31,81	0,20	1091,00	1166,88	1,07
C 20	25,05	32,20	0,05	963,00	972,53	1,01
C 21	25,03	32,22	0,10	848,00	890,10	1,05
C 22	25,03	31,33	0,15	727,00	777,85	1,07
C 23	24,98	31,27	0,20	666,00	705,94	1,06
Média ( $\mu$ )						1,06
Desvio padrão ( $\sigma$ )						0,02

A Figura 113 ilustra a comparação entre a relação força x deslocamento lateral numericamente e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005). Os resultados obtidos demonstram um acréscimo da deformação lateral do pilar misto além dos registrados experimentalmente, com força residual superior. Nesta pesquisa, o modelo não foi eficaz em representar a queda abrupta de resistência do exemplar após a falha por instabilidade.

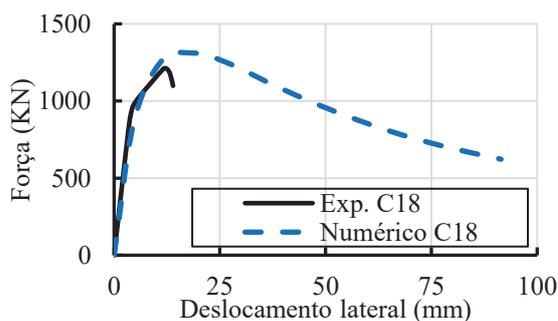
Figura 113: Comparação entre a relação força x deslocamento lateral obtida numericamente neste estudo e experimentalmente obtida por Zeghiche e Chaoui (2005).



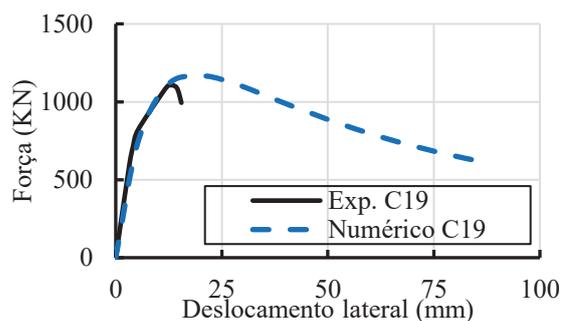
(a) Exemplar C16.



(b) Exemplar C17.



(c) Exemplar C18.



(d) Exemplar C19.

### 5.2.5 Caracterização geral

O modelo numérico proposto foi comparado com 126 exemplares experimentais presentes na bibliografia. Considerando a relação geral entre o valor de resistência máxima obtido numericamente e experimentalmente  $N_{mef}/N_{exp}$  para os 126 exemplares, se identifica a média geral de 1.01, e desvio padrão de 0.13, como demonstrado na Tabela 72. Quando se considera a relação geral entre valor de resistência máxima obtido numericamente e experimentalmente  $N_{mef}/N_{exp}$  em relação ao estudo geral de cada estudo de referência, ou seja, em relação ao procedimento experimental geral de cada pesquisa, se identifica média geral de 1.01 e desvio padrão de 0.06, como demonstrado na Tabela 73.

Tabela 72: Relação geral  $N_{mef}/N_{exp}$  para os 126 exemplares.

Autor	Modelo	$L$ (mm)	$D$ (mm)	$t$ (mm)	$e$ (mm)	$f_y$ (Mpa)	$f_c$ (MPa)	$N_{exp}$ (KN)	$N_{mef}$ (KN)	$N_{mef}/N_{exp}$
Chang et al. (2009)	T01	600	165,2	3,6	13,4	343	44,88	1371	1229	0,90
	T02	600	165,2	3,6	55,6	343	44,88	778	737	0,95
Gopal e Manoharan (2004)	A1	645	76	2	15	280	52	290	253	0,87
	A2	875	76	2	15	280	52	267	266	1,00
	A3	1105	76	2	15	280	52	245	249	1,02
	A4	1330	76	2	15	280	52	226	230	1,02
	A5	1555	76	2	15	280	52	206	213	1,03
	A6	1785	76	2	15	280	52	185	200	1,08
	A8	1555	76	2	25	280	52	130	131	1,00
Gopal e Manoharan (2006)	CP-4	998	76	2	20	260	49,2	184	149	0,81
	CP-7	1216	76	2	20	260	49,2	170	136	0,80
	CP-10	1672	76	2	20	260	49,2	150	128	0,85
	CP-13	1900	76	4	22	260	49,2	135	149	1,11
	CP-16	1900	76	7	25	260	49,2	125	124	0,99
Han e Yao (2003)	S-2	360	120	2,65	14	340	20,01	533	526	0,99
	S-4	360	120	2,65	14	340	36	600	598	1,00
	L-1	1400	120	2,65	14	340	36	590	526	0,89
	L-5	1400	120	2,65	31	340	36	412	383	0,93
Han e Yao (2004)	lcsc2-1	2000	200	3	30	303,5	58,5	1215	1240	1,02
Han et al. (2011)	CS1-s	580	114	2,74	7,5	310	45	670	582	0,87
	CS2-s	580	114	2,74	15	310	45	525	503	0,96
	CL2-s	1720	114	2,74	15	310	45	370	401	1,08
	CL3-s	1720	114	2,74	30	310	45	252	274	1,09
Han et al. (2016)	n-1	630	180	3,8	27	360,3	64,1	1559	1555	1,00
Kilpatrick e Rangan (1999)	SC-0	802	76	2,2	15	435	58	246	236	0,96
	SC-1	1032	76	2,2	15	435	58	208	215	1,04
	SC-2	1262	76	2,2	15	435	58	184	196	1,07
	SC-3	1487	76	2,2	15	435	58	162	187	1,16

	SC-4	1717	76	2,2	15	435	58	141	158	1,12
	SC-5	1947	76	2,2	15	435	58	121	140	1,16
	SC-6	2172	76	2,2	15	435	58	107	124	1,16
	SC-7	2402	76	2,2	15	435	58	96	109	1,14
	SC-8	1947	101,7	2,4	5	410	58	408	408	1,00
	SC-9	1947	101,7	2,4	10	410	58	361	378	1,05
	SC-10	1947	101,7	2,4	15	410	58	309	331	1,07
	SC-11	1947	101,7	2,4	20	410	58	275	298	1,08
	SC-12	1947	101,7	2,4	25	410	58	240	269	1,12
	SC-13	1947	101,7	2,4	30	410	58	220	246	1,12
	SC-14	1947	101,7	2,4	40	410	58	188	215	1,15
	SC-15	1947	101,7	2,4	50	410	58	158	189	1,20
Kilpatrick e Rangan (1999)	C2	1037	101,5	2,4	20	410	105,5	450	458	1,02
	C6	1952	101,5	2,4	20	410	105,5	290	293	1,01
Liew et al. (2016)	CS-2	3640	219,1	16	20	374	181	4389	4311	0,98
	CS-3	3640	219,1	16	50	374	176	3246	3154	0,97
	CS-5	4450	273	10	50	412	184	5083	4962	0,98
	CS-6	4450	273	16	50	401	180	5284	5358	1,01
Oshea e Bridge (2000)	S10E150A	663	190	0,86	13,9	210,7	41	1017	993	0,98
	S10E180B	665	190	0,86	17,9	210,7	74,7	1532	1750	1,14
	S10E210B	660,5	190	0,86	4	210,7	112,7	2112	2926	1,39
	S10E250A	662	190	0,86	7,4	210,7	41	1219	1095	0,90
	S10E280B	665,5	190	0,86	8,6	210,7	74,7	1910	1942	1,02
	S12E110B	662	190	1,13	17,1	185,7	112,7	1925	2350	1,22
	S12E150A	664	190	1,13	18,9	185,7	41	1023	936	0,92
	S12E250A	663,5	190	1,13	8,5	185,7	41	1229	1085	0,88
	S16E110B	660,5	190	1,52	12,9	306,1	112,7	2420	2639	1,09
	S16E150B	662	190	1,52	15,5	306,1	48,3	1260	1253	0,99
	S16E180A	663,5	190	1,52	14,3	306,1	80,2	1925	1952	1,01
	S20E110B	664,5	190	1,94	17	256,4	112,7	2386	2493	1,04
	S20E150A	664	190	1,94	16,2	256,4	41	1284	1107	0,86

	S20E180B	663	190	1,94	20,8	256,4	74,7	1730	1694	0,98
	S20E210B	661,5	190	1,94	6,5	256,4	112,7	2683	2907	1,08
	S20E250A	661	190	1,94	8,6	256,4	41	1533	1013	0,66
	S20E280B	662,5	190	1,94	10	256,4	74,7	2203	1948	0,88
	S30E110B	578,5	165	2,82	15,6	363,3	112,7	1880	2060	1,10
	S30E150B	580	165	2,82	17,2	363,3	48,3	1123	1120	1,00
	S30E180A	579,5	165	2,82	17,9	363,3	80,2	1653	1562	0,95
	S30E210B	578,5	165	2,82	6,8	363,3	112,7	2246	2369	1,05
	S30E250B	580,5	165	2,82	7	363,3	48,3	1525	1286	0,84
	S30E280A	579,5	165	2,82	9,4	363,3	80,2	1940	1762	0,91
Portolés et al. (2013)	CHSC50	2135	159	6	50	376	75,7	870	893	1,03
	CNSC20	2135	159	6	20	377	39,9	851	979	1,15
	CNSC50	2135	159	6	50	377	40,1	587	653	1,11
	CUHSC20	2135	159	6	20	380	109,8	1462	1528	1,05
	CUHSC20BB	2135	159	6	20	487	110,7	1525	1701	1,12
	CUHSC50	2135	159	6	50	444	91,4	1033	1051	1,02
Prion e Boheme (1994)	BP20	1071	152	1,7	15	328	92	1273	1317	1,03
	BP21	1071	152	1,7	12	328	92	1451	1391	0,96
	BP22	1071	152	1,7	11	328	92	1309	1419	1,08
Rangan e Joyce (1992)	C1	807,5	101,6	1,6	10	218	67,4	430	431	1,00
	C2	807,5	101,6	1,6	30	218	67,4	235	279	1,19
	C3	1312,5	101,6	1,6	10	218	67,4	350	378	1,08
	C4	1312,5	101,6	1,6	30	218	67,4	190	242	1,27
	C5	1565	101,6	1,6	10	218	67,4	315	329	1,04
	C6	1817,5	101,6	1,6	10	218	67,4	280	303	1,08
	C7	1817,5	101,6	1,6	30	218	67,4	140	205	1,47
	C8	2322,5	101,6	1,6	10	218	67,4	220	258	1,17
	C9	2322,5	101,6	1,6	30	218	67,4	126	169	1,34
Wang (1999)	T1	4200	168,3	5	3	438	40,8	900	1145	1,27
	T2	4200	168,3	5	5	438	41,3	950	1101	1,16
	T3	4200	168,3	5	2,5	438	106,3	1550	1649	1,06

T4	4200	168,3	5	5	438	91	1400	1493	1,07	
T5	2500	168,3	5	4	438	39	1300	1527	1,17	
T6	2500	168,3	5	2	438	39	1445	1638	1,13	
T7	2500	168,3	5	5	438	97,8	2330	2321	1,00	
T8	2500	168,3	5	2,5	438	101	2450	2660	1,09	
T9	500	168,3	5	5	438	37,3	2360	1589	0,67	
T10	500	168,3	5	5	438	36,5	2360	1574	0,67	
T11	500	168,3	5	5	438	99,5	3250	2711	0,83	
T12	500	168,3	5	1	438	100	3250	2844	0,87	
T13	4200	168,3	10	4,5	480	92,7	1900	1950	1,03	
T14	4200	168,3	10	1,5	480	82,3	2400	2127	0,89	
T15	2500	168,3	10	2	480	93,3	3350	3553	1,06	
T16	2500	168,3	10	0,2	480	90,5	3650	3229	0,88	
T17	500	168,3	10	4	480	87,8	4550	3189	0,70	
T18	500	168,3	10	3	480	90,8	4550	3262	0,72	
T23	4200	168,3	10	6	330,5	98,8	1800	1682	0,93	
T24	4200	168,3	10	0,5	330,5	98,5	2200	2228	1,01	
T25	2500	168,3	10	3	330,5	89,3	2600	2662	1,02	
T26	2500	168,3	10	3,5	330,5	95,8	2450	2632	1,07	
T27	500	168,3	10	10	330,5	91,8	3250	2522	0,78	
T28	500	168,3	10	5	330,5	97	3400	2767	0,81	
<hr/>										
Xiong et al. (2017)	CS-2	3640	219,1	16	20	374	181	4340	4239	0,98
	CS-3	3640	219,1	16	50	374	176	3293	3098	0,94
	CS-5	4450	273	10	50	412	184	5079	4874	0,96
	CS-6	4450	273	16	50	401	180	4657	5263	1,13
<hr/>										
Xue et al. (2012)	N30E	700	219	3	50	313	52,5	1519	1576	1,04
	N40E	700	219	4	50	313	52,5	1634	1681	1,03
	N50E	700	219	5	50	313	52,5	1847	1744	0,94
<hr/>										
Zeghiche e Chaoui (2005)	C 16	2000	160,3	5,1	8	271	101	1697	1741	1,03
	C 17	2000	160,1	4,97	16	281	102	1394	1494	1,07
	C 18	2000	159,8	5,02	24	280	101	1212	1311	1,08

C 19	2000	159,7	5,02	32	276	100	1091	1167	1,07
C 20	4000	159,7	4,96	8	275	101	963	973	1,01
C 21	4000	159,8	4,96	16	275	100	848	890	1,05
C 22	4000	159,8	5,1	24	281	102	727	778	1,07
C 23	4000	160,1	5,12	32	280	101	666	706	1,06
Média ( $\mu$ )									1,01
Desvio padrão ( $\sigma$ )									0,13

Tabela 73: Relação geral  $N_{mef}/N_{exp}$  em relação a cada estudo de referência.

Autor	Exemplares	$N_{mef}/N_{exp}$
Chang et al. (2009)	2	0,92
Gopal e Manoharan (2004)	7	1,00
Gopal e Manoharan (2006)	5	0,91
Han e Yao (2003)	4	0,95
Han e Yao (2004)	1	1,02
Han et al. (2011)	4	1,00
Han et al. (2016)	1	1,00
Kilpatrick e Rangan (1999)	16	1,10
Kilpatrick e Rangan (1999)	2	1,01
Liew et al. (2016)	4	0,99
Oshea e Bridge (2000)	23	1,00
Portolés et al. (2013)	6	1,08
Prion e Boheme (1994)	3	1,03
Rangan e Joyce (1992)	9	1,18
Wang (1999)	24	0,95
Xiong et al. (2017)	4	1,00
Xue et al. (2012)	3	1,00
Zeghiche e Chaoui (2005)	8	1,05
Média ( $\mu$ )		1,01
Desvio padrão ( $\sigma$ )		0,06

Como dito no início da apresentação dos resultados, os resultados listados e utilizados como parâmetro para avaliar o modelo numérico consideram: relação constitutiva para o aço proposta por Tao et al. (2013) e relação constitutiva para o concreto proposta por Tao (2014); tubo de aço representado com o elemento *shell181* e o núcleo de concreto com o elemento *solid185*; circunferência do pilar misto discretizada em 32 elementos para menores diâmetros e 48 elementos para maiores diâmetros; a altura do pilar discretizada com o mesmo tamanho geométrico do elemento finito discretizado na circunferência; interface aço-concreto representada com elementos compartilhados, e; ligação mecanismo de apoio-pilar misto representada com elementos de contato.

### 5.2.6 Fatores que afetam o modelo numérico proposto

Com o objetivo de identificar as principais propriedades geométricas e mecânicas que afetam a resposta dos modelos numéricos desenvolvidos com base nos exemplares experimentais presentes na bibliografia, os gráficos apresentados a seguir relacionam a relação  $N_{mef}/N_{exp}$  em função da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), índice de esbeltez global ( $LD$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), índice de

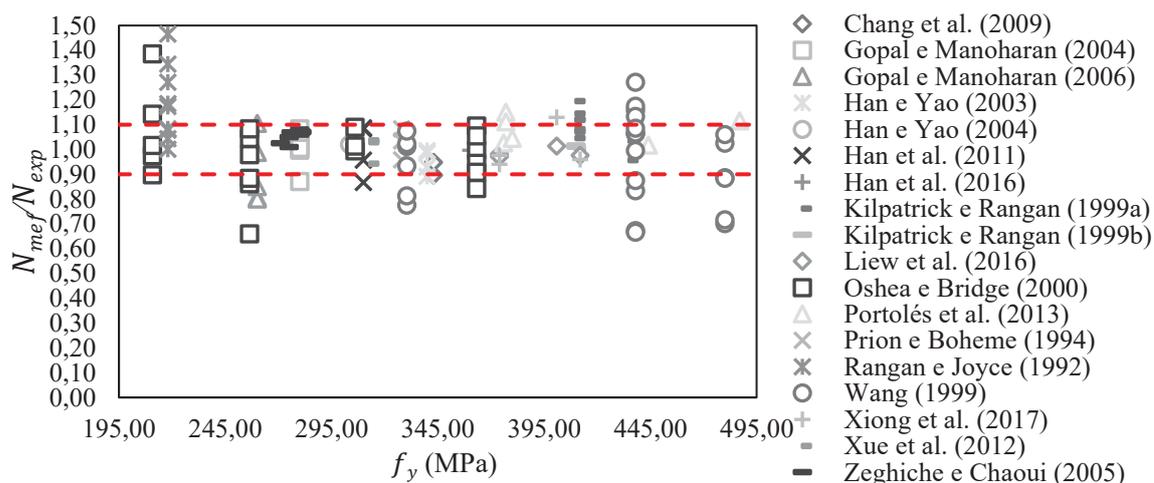
excentricidade ( $e/D$ ) e fator de confinamento ( $\xi$ ). Propriedades geométricas também são mencionadas ao final deste item.

Esta abordagem pretende identificar propriedades geométricas e mecânicas que o modelo numérico possui ou não possui capacidade para identificar, assim, fornecendo parâmetros para um futuro ajuste na acurácia do modelo desenvolvido.

Nos gráficos a seguir com a relação geral  $N_{mef}/N_{exp}$ , um intervalo com limite inferior igual a 0,90 e limite superior igual a 1,10 foi aplicado como critério para considerar que o modelo está subestimando ou superestimando a capacidade resistente do pilar misto.

A Figura 114 apresenta a relação entre os valores obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente por diversos autores em função da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ). Se identifica que para modelos com baixa tensão de escoamento do aço, caso dos exemplares de O'shea e Brigde (2000) e Rangan e Joyce (1992), o modelo superestima significativamente a capacidade máxima do pilar misto. Este comportamento pode ser um indício de que a consideração de imperfeições iniciais do material aço não tenha efeito no modelo. Além disso, como exemplares amplificam o fator de confinamento conforme ocorre o aumento da tensão de escoamento do aço, pode se estimar que o modelo superestime o efeito de confinamento em exemplares com baixo fator de confinamento. Em modelos com aço de maior resistência, o modelo não apresenta tendência.

Figura 114: Relação  $N_{mef}/N_{exp}$  em função da tensão de escoamento do aço.

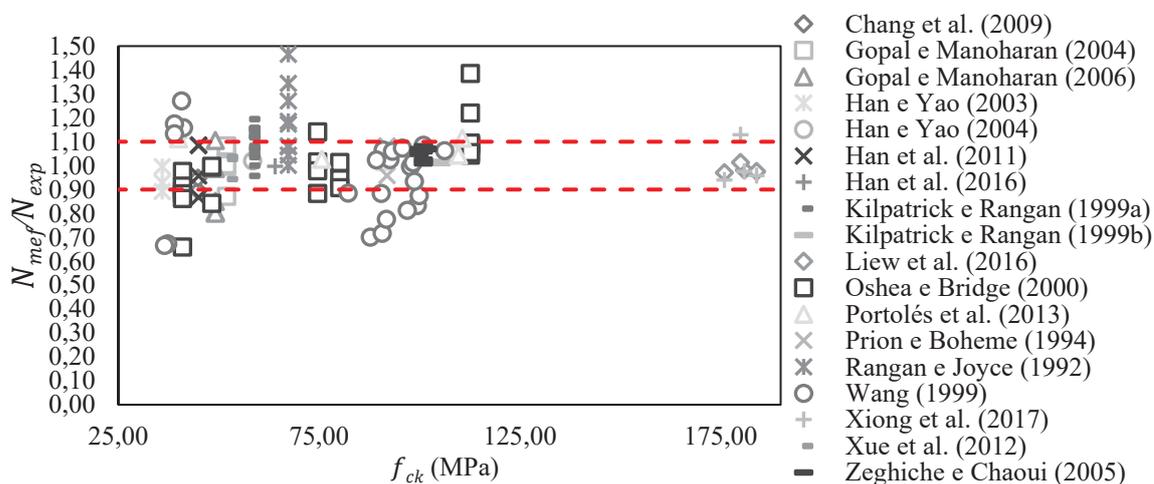


A Figura 115 apresenta a relação entre os valores obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente por diversos autores em função da resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). Modelos com concretos de ultra resistência apresentam capacidade máxima

compatível com a capacidade experimental real, demonstrando eficácia do modelo em prever a capacidade resistente de modelos com concreto de ultra resistência. Por outro lado, é observado uma variabilidade maior quando o concreto possui uma resistência menor.

O confinamento decresce com o aumento da resistência característica à compressão do concreto. Em modelos com concreto de elevada resistência, o concreto não é capaz de mobilizar tensões confinantes devido à baixa expansão volumétrica lateral (O'SHEA E BRIDGE, 2000). Neste sentido, o modelo demonstra maior variabilidade em exemplares onde há presença de maior confinamento, resultado da maior expansão volumétrica provocada por concretos de menor resistência.

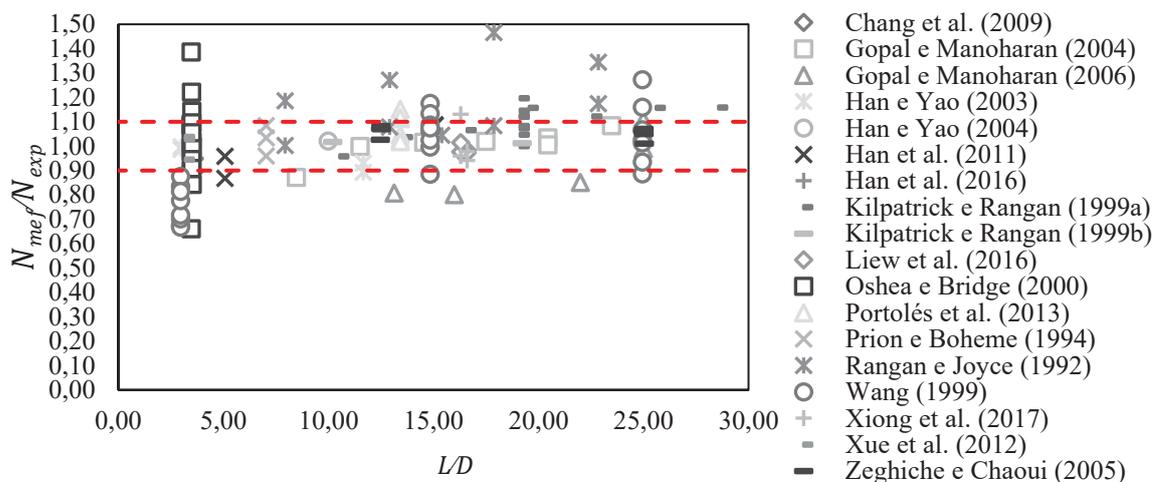
Figura 115: Relação  $N_{mef}/N_{exp}$  em função da resistência à compressão do concreto.



A Figura 116 apresenta a relação entre os valores obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente por diversos autores em função do índice de esbeltez global ( $L/D$ ). O modelo subestimou pilares com baixa relação  $L/D$ .

Como não se verifica influência do índice  $L/D$  sob o fator de confinamento devido ao predomínio de instabilidades globais, se constata que, a variabilidade encontrada em modelos com baixa relação  $L/D$  ocorre em exemplares com predominância de instabilidades locais e efeito de confinamento. O solucionador adotado foi o método do comprimento de arco, uma vez que, modelos sob força axial excêntrica podem ser considerados como instáveis. No entanto, este método apresenta dificuldades para representar efeitos de instabilidades locais.

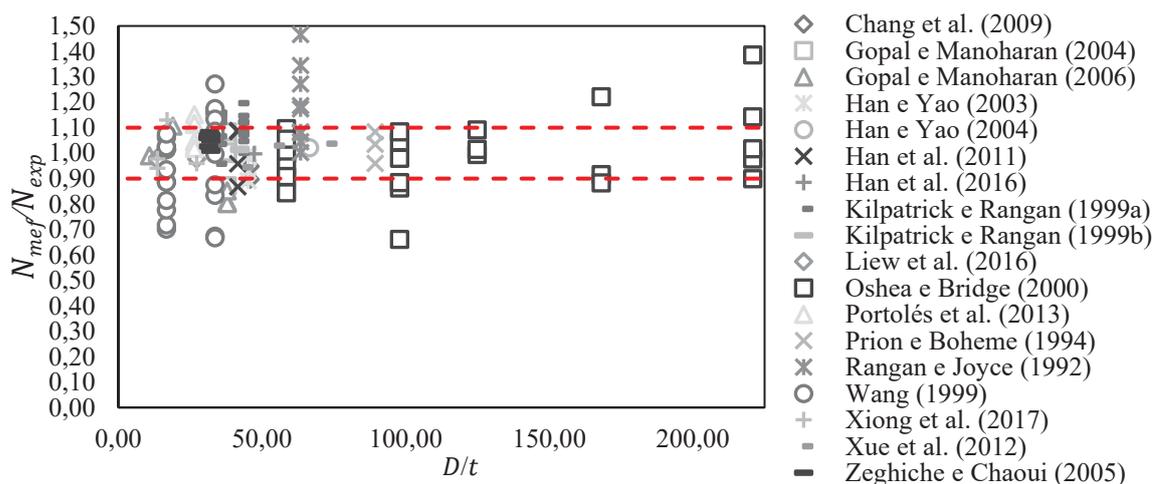
Figura 116: Relação  $N_{mef}/N_{exp}$  em função do índice de esbeltez global.



A Figura 117 apresenta a relação entre os valores obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente por diversos autores em função do índice de esbeltez local ( $D/t$ ). Com exceção dos exemplares ensaiados por Rangan e Joyce (1992) e Wang (1999), há uma perda de eficiência do modelo em representar pilares com baixo índice  $D/t$ .

Considerando a presença de um tubo de paredes finas, aumentar a relação  $D/t$  reduz o fator de confinamento, nestes casos, possivelmente o modelo apresenta uma dificuldade em detectar corretamente o efeito de confinamento em exemplares com baixo índice  $D/t$ .

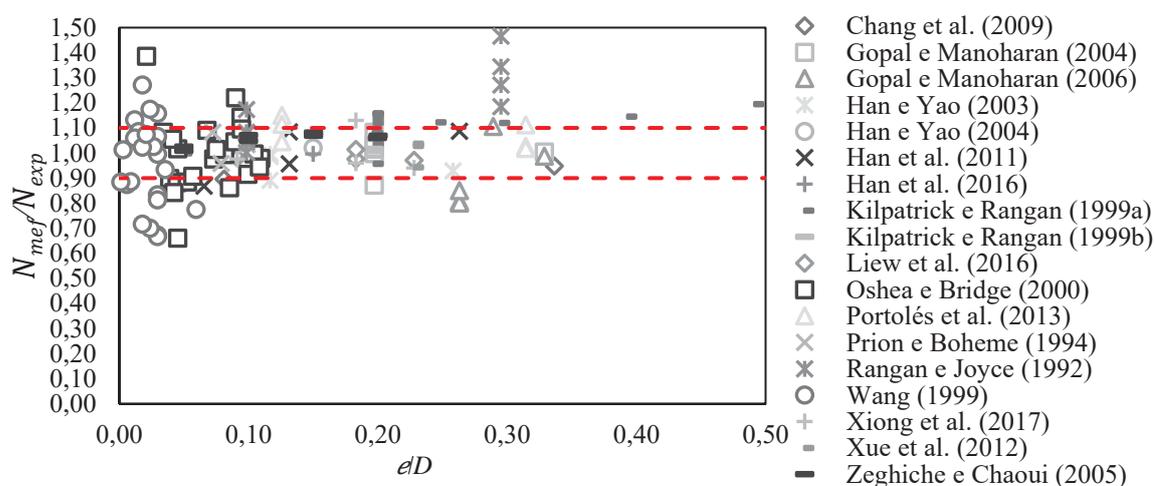
Figura 117: Relação  $N_{mef}/N_{exp}$  em função do índice de esbeltez local.



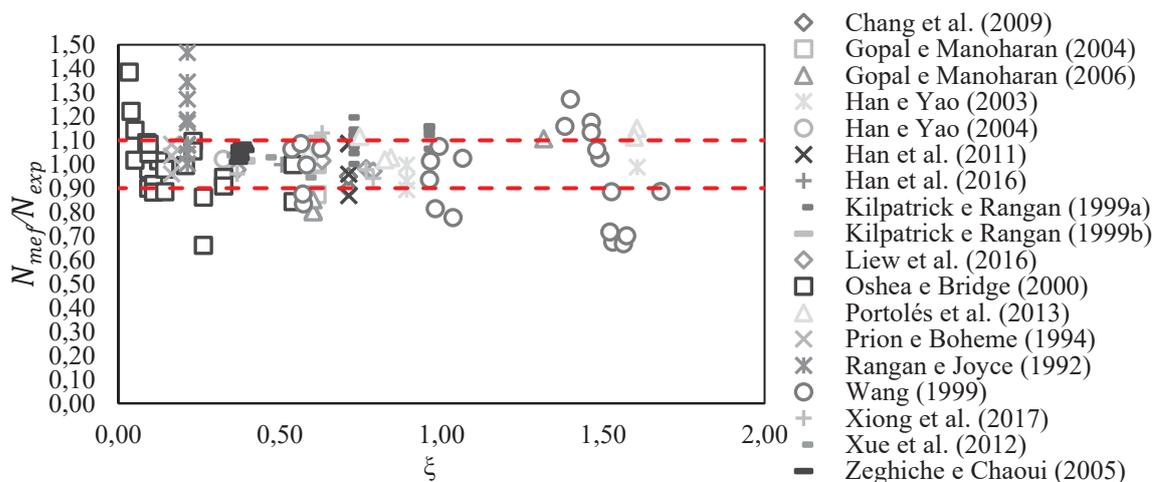
A Figura 118 apresenta a relação entre os valores obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente por diversos autores em função do índice de excentricidade ( $e/D$ ). Os resultados indicam maior variabilidade para exemplares com excentricidades

menores, o que pode ser explicado pela dificuldade do modelo em prever corretamente a capacidade máxima de pilares com predomínio de instabilidades locais e efeito de confinamento. De modo geral, não é observado tendência nos resultados obtidos em relação ao aumento ou redução do índice  $e/D$ . Isto pode sugerir que a geometria do modelo desenvolvido é adequada, e que em um futuro refinamento do modelo, propriedades mecânicas dos materiais podem ser investigadas.

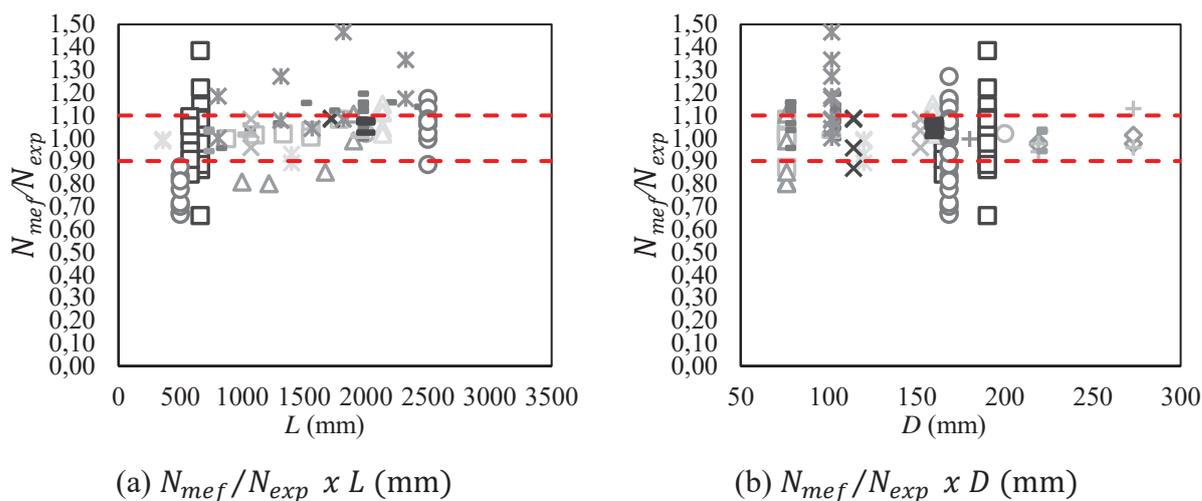
Figura 118: Relação  $N_{mef}/N_{exp}$  em função do índice de excentricidade.

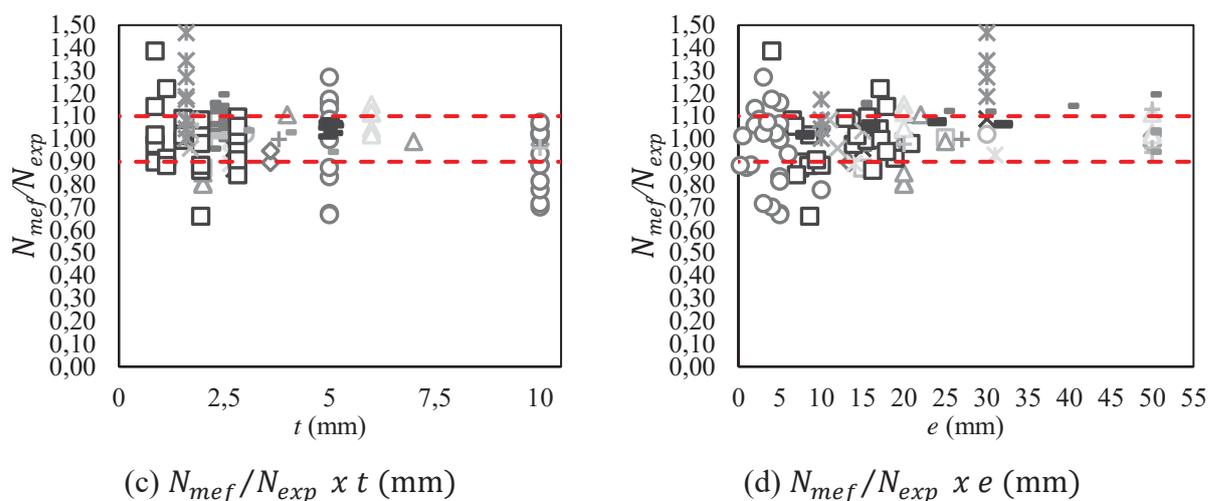


A Figura 119 apresenta a relação entre os valores obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente por diversos autores em função do fator de confinamento ( $\xi$ ). Considerando que os resultados obtidos com base no estudo de Wang (1999) se distribuem além de ambos os limites inferior e superior, é identificado que os exemplares de O'shea e Bridge (2000) e Rangan e Joyce (1992) com capacidade resistente superestimada possuem baixo fator de confinamento, o que pode ser um indício de que o modelo superestimou o confinamento nestes exemplares.

Figura 119: Relação  $N_{mef}/N_{exp}$  em função do fator de confinamento.

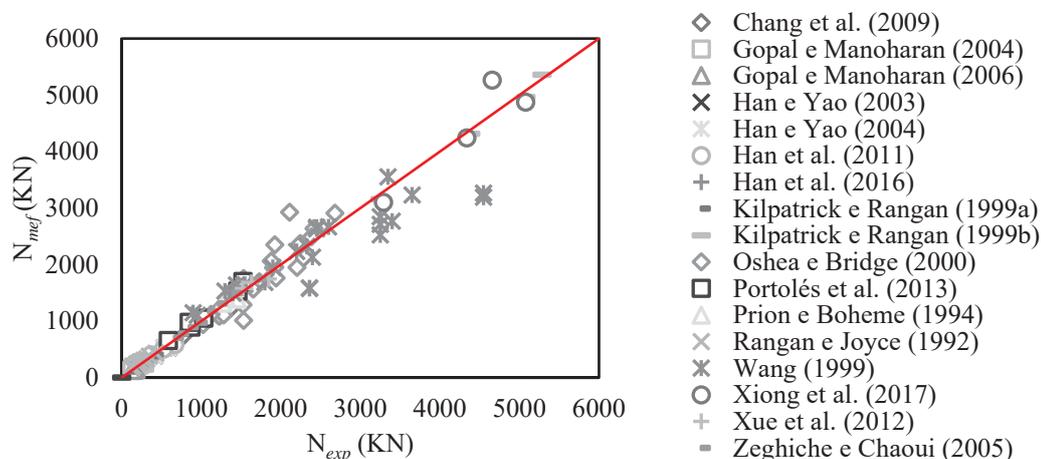
A Figura 120 ilustra a relação entre os valores obtidos numericamente neste estudo e experimentalmente por diversos autores em função de propriedades geométricas dos exemplares. Valores obtidos em relação ao diâmetro e espessura do tubo, conforme visualizado na Figura 120 (b) e Figura 120 (c) demonstram que o modelo não apresenta tendência. No entanto, na Figura 120 (a) e Figura 120 (d) pode se assumir que o modelo possui maior variabilidade em modelos curtos e com baixa excentricidade, justamente, exemplares onde há predomínio de instabilidades locais e efeito de confinamento.

Figura 120: Relação  $N_{mef}/N_{exp}$  em função de propriedades geométricas.



A Figura 121 ilustra a relação entre os valores experimentais obtidos em pesquisas presentes na bibliografia e valores numéricos obtidos com o modelo numérico proposto. Se identifica uma maior dispersão de resultados para maiores carregamentos, o que pode ser relacionado com exemplares que possuem menor índice de excentricidade aplicada.

Figura 121: Relação entre valores previstos e obtidos.



Um dos fatores que justifica esta dispersão, pode ser relacionado com a influência de que excentricidades acidentais iniciais exercem em pilares com baixo índice de excentricidade aplicada. Pois à medida que, a excentricidade aplicada se aproxima do centro geométrico do pilar misto, reduzindo o momento fletor solicitante, excentricidades acidentais iniciais podem alterar significativamente o resultado esperado.

Esta imperfeição inicial sempre existirá, mas pode ser de grande ou baixa magnitude, a depender da precisão do ensaio, e principalmente, do diâmetro do pilar misto. A mensuração

desta imperfeição inicial ao se elaborar um modelo numérico que represente o comportamento experimental de um pilar misto, é ainda maior, na presença de pilares mistos sob força axial concêntrica, porque para estes, o resultado predito esperado especula a presença de força axial pura e momentos fletores solicitantes nulos.

### 5.3 Análise estatística

Considerando que o modelo numérico proposto apresentou capacidade de representar o comportamento de um pilar misto tubular circular submetido à força axial excêntrica, este capítulo tem como objetivo gerar novos resultados a esta pesquisa, extrapolando os resultados experimentais presentes na bibliografia.

Para este fim, a criação das combinações entre os fatores e seus níveis é construída com um planejamento fatorial completo. Este método propicia a análise estatística dos novos resultados gerados, fornecendo a equação de regressão e os fatores que exercem maior influência à variável dependente estudada.

Além disto, estes resultados são gerados representando o tubo de aço como um elemento sólido ou volumétrico, diferentemente de pesquisas anteriores presentes na bibliografia, onde o tubo de aço era representado como um elemento de casca.

#### 5.3.1 Modelo numérico final

Os resultados apresentados a seguir consideram as seguintes premissas:

- O comportamento do material concreto foi representado através do modelo de concreto confinado proposto por Tao (2014) com um material modelo multilinear de endurecimento cinemático (KINH);
- O comportamento do material aço foi representado através da relação constitutiva proposta por Tao et al. (2013) com um material modelo multilinear de endurecimento cinemático (KINH);
- O tubo de aço foi representado com o elemento volumétrico *solsh190* e o núcleo de concreto com o elemento *solid185*;
- A circunferência e altura do pilar misto foram discretizadas em elementos finitos com 10 mm;

- A interface entre o núcleo de concreto e o tubo de aço foi representada por nós ou elementos compartilhados;
- A ligação entre o mecanismo de apoio e o pilar misto foi representada com elementos de contato.

### 5.3.2 Propriedades geométricas e mecânicas abordadas

A Figura 122 demonstra o histograma de exemplares abordados em relação a propriedades geométricas e mecânicas.

O critério de escolha para os níveis das variáveis independentes é realizado em função da frequência com que estes foram adotados em pesquisas experimentais presentes na bibliografia. Assim, a análise estatística realizada nesta pesquisa oferece conclusões que podem ser estendidas e complementadas para a ampla gama de experimentos existentes.

Além disso, para que esta pesquisa possa ser consultada em escritórios de projetos, propriedades como diâmetro do tubo de aço, espessura do tubo de aço e tensão de escoamento do aço foram direcionadas para catálogos comerciais existentes.

Conforme ilustrado através da distribuição de exemplares em relação ao diâmetro ( $D$ ) na Figura 122 (b), 35 % dos exemplares experimentais presentes na bibliografia, elencados na revisão bibliográfica desta pesquisa, possuem diâmetro inferior à 110 mm, enquanto que, 43 % destes possuem diâmetro superior à 210 mm. Então, baseado no catálogo técnico da empresa *Comega Tubos*, se escolheu 114,30 mm e 219,10 mm como o menor e maior nível da variável diâmetro, respectivamente.

A Figura 122 (a) demonstra a distribuição de exemplares em relação ao comprimento do pilar misto ( $L$ ), identificando que 31 % dos exemplares experimentais presentes na bibliografia, elencados na revisão bibliográfica desta pesquisa, possuem comprimento inferior à 850 mm, enquanto que, 21 % possuem comprimento superior à 2150 mm. Para que os índices  $L/D$  mínimo e máximo fossem iguais à 5 e 30, se escolheu o comprimento de 571,50 mm e 3286,50 mm, como o menor e maior nível da variável comprimento, respectivamente.

Em relação a espessura do tubo de aço ( $t$ ), conforme demonstrado na Figura 122 (c), que demonstra a distribuição de exemplares experimentais presentes na bibliografia, elencados na revisão bibliográfica desta pesquisa, em relação a espessura ( $t$ ), se identifica que 35 % dos exemplares possuem espessura menor que 2,80 mm e, 27,50 % possuem espessura superior à 5,75 mm. Então, baseado no catálogo técnico da empresa *Comega Tubos*,

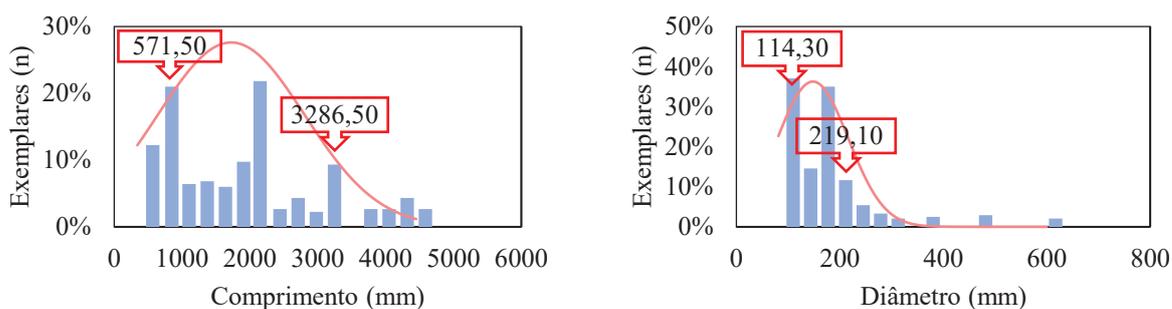
se escolheu 3,40 mm e 6,30 mm, como o menor e maior nível da variável espessura, respectivamente.

A Figura 122 (d) demonstra a distribuição de exemplares em relação a excentricidade ( $e$ ), que é escolhida em função do índice ( $e/D$ ). Para que o menor e maior nível desta variável fossem iguais à 0,05 e 0,40, se resulta em 11,43 mm e 45,70 mm como o menor e maior nível da variável excentricidade.

A Figura 122 (e) demonstra a distribuição de exemplares em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), escolhidos a partir da resistência  $f_y$  disponível no catálogo técnico da empresa *Comega Tubos* para o tubo de espessura ( $t$ ) escolhido previamente.

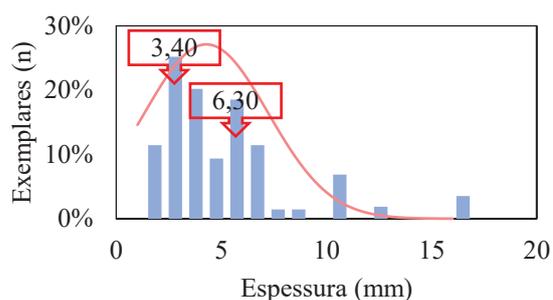
A Figura 122 (f) demonstra a distribuição de exemplares em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), onde se identifica que 35 % dos exemplares experimentais presentes na bibliografia, elencados na revisão bibliográfica desta pesquisa, possuem resistência inferior à 50 MPa, então, o nível inferior da variável foi arbitrado neste valor. E apesar de que 12 % dos exemplares possuem resistência de 100 MPa, para que a resistência à tração uniaxial ( $f_{ct}$ ) fosse determinada pelo método sugerido pela ABNT/NBR 6118:2014, se escolheu o nível superior da variável  $f_{ck}$  como 90 MPa.

Figura 122: Histograma de exemplares abordados em relação a propriedades geométricas e mecânicas.

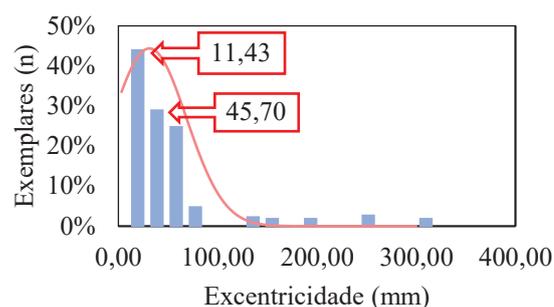


(a) Distribuição de exemplares em relação ao comprimento ( $L$ ).

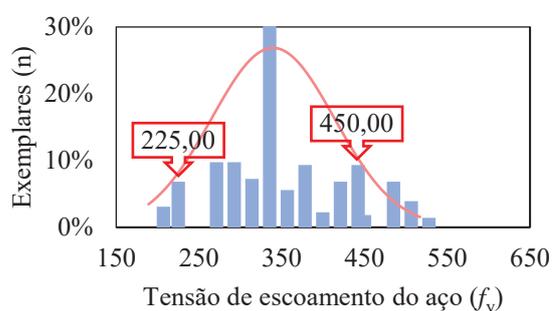
(b) Distribuição de exemplares em relação ao diâmetro ( $D$ ).



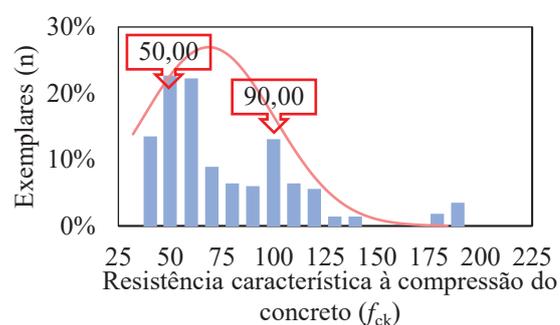
(c) Distribuição de exemplares em relação a espessura do tubo de aço ( $t$ ).



(d) Distribuição de exemplares em relação a excentricidade aplicada ( $e$ ).



(e) Distribuição de exemplares em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ).



(f) Distribuição de exemplares em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).

### 5.3.3 Planejamento fatorial

As variáveis independentes, ou variáveis de entrada, são: comprimento do pilar misto ( $L$ ), diâmetro do pilar misto ( $D$ ), espessura do tubo de aço ( $t$ ), excentricidade na aplicação da força axial ( $e$ ), tensão de escoamento do aço que compõe o tubo ( $f_y$ ) e resistência característica à compressão do concreto que compõe o núcleo ( $f_{ck}$ ). Por outro lado, as variáveis dependentes, ou variáveis de saída, são: resistência última ( $N_u$ ) e índice de resistência ( $SI$ ). Valores reais codificados das variáveis independentes que serão estudadas estão demonstrados na Tabela 74.

Tabela 74: Valores reais e codificados das variáveis independentes.

Variáveis independentes	Níveis		
	-1	0	1
Comprimento ( $L$ ) (cm)	57,15	192,90	328,65
Diâmetro ( $D$ ) (cm)	11,43	16,67	21,91
Espessura do tubo ( $t$ ) (cm)	0,34	0,49	0,63
Excentricidade da força aplicada ( $e$ ) (cm)	1,143	2,86	4,57
Tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) (KN/cm <sup>2</sup> )	22,50	33,75	45,00
Resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) (KN/cm <sup>2</sup> )	5,00	7,00	9,00

A matriz do planejamento fatorial com valores codificados e reais é descrita na Tabela 75, seguindo premissas de Montgomery (2001), caracterizando um planejamento fatorial  $2^k$  completo, com 6 fatores e 2 níveis, complementados pela adição de pontos centrais.

Tabela 75: Matriz experimental com valores codificados e reais.

n°	x1	x2	x3	x4	x5	x6	$L$ (cm)	$D$ (cm)	$t$ (cm)	$e$ (cm)	$f_y$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ck}$ (KN/cm <sup>2</sup> )
n_1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	57,15	11,43	0,34	1,14	22,50	5,00
n_2	1	-1	-1	-1	-1	-1	328,65	11,43	0,34	1,14	22,50	5,00
n_3	-1	1	-1	-1	-1	-1	57,15	21,91	0,34	1,14	22,50	5,00
n_4	1	1	-1	-1	-1	-1	328,65	21,91	0,34	1,14	22,50	5,00
n_5	-1	-1	1	-1	-1	-1	57,15	11,43	0,63	1,14	22,50	5,00
n_6	1	-1	1	-1	-1	-1	328,65	11,43	0,63	1,14	22,50	5,00
n_7	-1	1	1	-1	-1	-1	57,15	21,91	0,63	1,14	22,50	5,00
n_8	1	1	1	-1	-1	-1	328,65	21,91	0,63	1,14	22,50	5,00
n_9	-1	-1	-1	1	-1	-1	57,15	11,43	0,34	4,57	22,50	5,00
n_10	1	-1	-1	1	-1	-1	328,65	11,43	0,34	4,57	22,50	5,00
n_11	-1	1	-1	1	-1	-1	57,15	21,91	0,34	4,57	22,50	5,00
n_12	1	1	-1	1	-1	-1	328,65	21,91	0,34	4,57	22,50	5,00
n_13	-1	-1	1	1	-1	-1	57,15	11,43	0,63	4,57	22,50	5,00
n_14	1	-1	1	1	-1	-1	328,65	11,43	0,63	4,57	22,50	5,00
n_15	-1	1	1	1	-1	-1	57,15	21,91	0,63	4,57	22,50	5,00
n_16	1	1	1	1	-1	-1	328,65	21,91	0,63	4,57	22,50	5,00
n_17	-1	-1	-1	-1	1	-1	57,15	11,43	0,34	1,14	45,00	5,00
n_18	1	-1	-1	-1	1	-1	328,65	11,43	0,34	1,14	45,00	5,00
n_19	-1	1	-1	-1	1	-1	57,15	21,91	0,34	1,14	45,00	5,00
n_20	1	1	-1	-1	1	-1	328,65	21,91	0,34	1,14	45,00	5,00
n_21	-1	-1	1	-1	1	-1	57,15	11,43	0,63	1,14	45,00	5,00
n_22	1	-1	1	-1	1	-1	328,65	11,43	0,63	1,14	45,00	5,00
n_23	-1	1	1	-1	1	-1	57,15	21,91	0,63	1,14	45,00	5,00
n_24	1	1	1	-1	1	-1	328,65	21,91	0,63	1,14	45,00	5,00
n_25	-1	-1	-1	1	1	-1	57,15	11,43	0,34	4,57	45,00	5,00
n_26	1	-1	-1	1	1	-1	328,65	11,43	0,34	4,57	45,00	5,00
n_27	-1	1	-1	1	1	-1	57,15	21,91	0,34	4,57	45,00	5,00
n_28	1	1	-1	1	1	-1	328,65	21,91	0,34	4,57	45,00	5,00
n_29	-1	-1	1	1	1	-1	57,15	11,43	0,63	4,57	45,00	5,00
n_30	1	-1	1	1	1	-1	328,65	11,43	0,63	4,57	45,00	5,00

n°	x1	x2	x3	x4	x5	x6	L (cm)	D (cm)	t (cm)	e (cm)	$f_Y$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ck}$ (KN/cm <sup>2</sup> )
n_31	-1	1	1	1	1	-1	57,15	21,91	0,63	4,57	45,00	5,00
n_32	1	1	1	1	1	-1	328,65	21,91	0,63	4,57	45,00	5,00
n_33	-1	-1	-1	-1	-1	1	57,15	11,43	0,34	1,14	22,50	9,00
n_34	1	-1	-1	-1	-1	1	328,65	11,43	0,34	1,14	22,50	9,00
n_35	-1	1	-1	-1	-1	1	57,15	21,91	0,34	1,14	22,50	9,00
n_36	1	1	-1	-1	-1	1	328,65	21,91	0,34	1,14	22,50	9,00
n_37	-1	-1	1	-1	-1	1	57,15	11,43	0,63	1,14	22,50	9,00
n_38	1	-1	1	-1	-1	1	328,65	11,43	0,63	1,14	22,50	9,00
n_39	-1	1	1	-1	-1	1	57,15	21,91	0,63	1,14	22,50	9,00
n_40	1	1	1	-1	-1	1	328,65	21,91	0,63	1,14	22,50	9,00
n_41	-1	-1	-1	1	-1	1	57,15	11,43	0,34	4,57	22,50	9,00
n_42	1	-1	-1	1	-1	1	328,65	11,43	0,34	4,57	22,50	9,00
n_43	-1	1	-1	1	-1	1	57,15	21,91	0,34	4,57	22,50	9,00
n_44	1	1	-1	1	-1	1	328,65	21,91	0,34	4,57	22,50	9,00
n_45	-1	-1	1	1	-1	1	57,15	11,43	0,63	4,57	22,50	9,00
n_46	1	-1	1	1	-1	1	328,65	11,43	0,63	4,57	22,50	9,00
n_47	-1	1	1	1	-1	1	57,15	21,91	0,63	4,57	22,50	9,00
n_48	1	1	1	1	-1	1	328,65	21,91	0,63	4,57	22,50	9,00
n_49	-1	-1	-1	-1	1	1	57,15	11,43	0,34	1,14	45,00	9,00
n_50	1	-1	-1	-1	1	1	328,65	11,43	0,34	1,14	45,00	9,00
n_51	-1	1	-1	-1	1	1	57,15	21,91	0,34	1,14	45,00	9,00
n_52	1	1	-1	-1	1	1	328,65	21,91	0,34	1,14	45,00	9,00
n_53	-1	-1	1	-1	1	1	57,15	11,43	0,63	1,14	45,00	9,00
n_54	1	-1	1	-1	1	1	328,65	11,43	0,63	1,14	45,00	9,00
n_55	-1	1	1	-1	1	1	57,15	21,91	0,63	1,14	45,00	9,00
n_56	1	1	1	-1	1	1	328,65	21,91	0,63	1,14	45,00	9,00
n_57	-1	-1	-1	1	1	1	57,15	11,43	0,34	4,57	45,00	9,00
n_58	1	-1	-1	1	1	1	328,65	11,43	0,34	4,57	45,00	9,00
n_59	-1	1	-1	1	1	1	57,15	21,91	0,34	4,57	45,00	9,00
n_60	1	1	-1	1	1	1	328,65	21,91	0,34	4,57	45,00	9,00
n_61	-1	-1	1	1	1	1	57,15	11,43	0,63	4,57	45,00	9,00
n_62	1	-1	1	1	1	1	328,65	11,43	0,63	4,57	45,00	9,00
n_63	-1	1	1	1	1	1	57,15	21,91	0,63	4,57	45,00	9,00
n_64	1	1	1	1	1	1	328,65	21,91	0,63	4,57	45,00	9,00
n_65	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_66	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_67	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_68	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_69	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_70	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_71	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_72	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_73	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00
n_74	0	0	0	0	0	0	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00

O procedimento fatorial totaliza 74 experimentos. Os tratamentos 1 a 64 representam o planejamento fatorial completo  $2^6$  com níveis -1 e +1, cuja função é fornecer parâmetros lineares ao modelo de regressão. Os últimos 10 tratamentos são réplicas do ponto central, cujo

o objetivo é avaliar o erro do modelo. A réplica de pontos centrais tem também o objetivo de adicionar graus de liberdade ao modelo estatístico, pois na inexistência de repetições o modelo estatístico completo não possuirá graus de liberdade para o termo de erro. Os resultados obtidos são analisados em relação as variáveis dependentes, ou variáveis de saída: força última ( $N_u$ ) e índice de resistência ( $SI$ ).

### 5.3.4 Resultados em relação à força última

Considerando a Tabela 75, que continha a matriz do planejamento fatorial com valores codificados e valores reais para demonstrar o procedimento desta pesquisa, principalmente em relação a métodos, na Tabela 76 se demonstra a resposta obtida em relação a variável dependente força última ( $N_u$ ).

Tabela 76: Resultados obtidos em relação a força última ( $N_u$ ).

n°	L (cm)	D (cm)	t (cm)	e (cm)	$f_y$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ck}$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$N_u$ (KN)
n_1	57,15	11,43	0,34	1,14	22,50	5,00	550,963
n_2	328,65	11,43	0,34	1,14	22,50	5,00	305,942
n_3	57,15	21,91	0,34	1,14	22,50	5,00	1985,94
n_4	328,65	21,91	0,34	1,14	22,50	5,00	1675,88
n_5	57,15	11,43	0,63	1,14	22,50	5,00	687,34
n_6	328,65	11,43	0,63	1,14	22,50	5,00	400,613
n_7	57,15	21,91	0,63	1,14	22,50	5,00	2283,01
n_8	328,65	21,91	0,63	1,14	22,50	5,00	1958,25
n_9	57,15	11,43	0,34	4,57	22,50	5,00	317,671
n_10	328,65	11,43	0,34	4,57	22,50	5,00	183,31
n_11	57,15	21,91	0,34	4,57	22,50	5,00	1437,93
n_12	328,65	21,91	0,34	4,57	22,50	5,00	1106,32
n_13	57,15	11,43	0,63	4,57	22,50	5,00	402,936
n_14	328,65	11,43	0,63	4,57	22,50	5,00	239,513
n_15	57,15	21,91	0,63	4,57	22,50	5,00	1674,27
n_16	328,65	21,91	0,63	4,57	22,50	5,00	1312,35
n_17	57,15	11,43	0,34	1,14	45,00	5,00	757,537
n_18	328,65	11,43	0,34	1,14	45,00	5,00	373,193
n_19	57,15	21,91	0,34	1,14	45,00	5,00	2417,88
n_20	328,65	21,91	0,34	1,14	45,00	5,00	1991,87
n_21	57,15	11,43	0,63	1,14	45,00	5,00	1053,05
n_22	328,65	11,43	0,63	1,14	45,00	5,00	514,093
n_23	57,15	21,91	0,63	1,14	45,00	5,00	3071,43
n_24	328,65	21,91	0,63	1,14	45,00	5,00	2616,79

n_25	57,15	11,43	0,34	4,57	45,00	5,00	448,027
n_26	328,65	11,43	0,34	4,57	45,00	5,00	235,377
n_27	57,15	21,91	0,34	4,57	45,00	5,00	1754,44
n_28	328,65	21,91	0,34	4,57	45,00	5,00	1321,60
n_29	57,15	11,43	0,63	4,57	45,00	5,00	632,186
n_30	328,65	11,43	0,63	4,57	45,00	5,00	329,878
n_31	57,15	21,91	0,63	4,57	45,00	5,00	2281,39
n_32	328,65	21,91	0,63	4,57	45,00	5,00	1723,66
n_33	57,15	11,43	0,34	1,14	22,50	9,00	813,345
n_34	328,65	11,43	0,34	1,14	22,50	9,00	365,628
n_35	57,15	21,91	0,34	1,14	22,50	9,00	3133,28
n_36	328,65	21,91	0,34	1,14	22,50	9,00	2459,46
n_37	57,15	11,43	0,63	1,14	22,50	9,00	921,809
n_38	328,65	11,43	0,63	1,14	22,50	9,00	444,03
n_39	57,15	21,91	0,63	1,14	22,50	9,00	3364,43
n_40	328,65	21,91	0,63	1,14	22,50	9,00	2675,42
n_41	57,15	11,43	0,34	4,57	22,50	9,00	448,361
n_42	328,65	11,43	0,34	4,57	22,50	9,00	222,913
n_43	57,15	21,91	0,34	4,57	22,50	9,00	2250,31
n_44	328,65	21,91	0,34	4,57	22,50	9,00	1594,15
n_45	57,15	11,43	0,63	4,57	22,50	9,00	517,452
n_46	328,65	11,43	0,63	4,57	22,50	9,00	270,936
n_47	57,15	21,91	0,63	4,57	22,50	9,00	2450,6
n_48	328,65	21,91	0,63	4,57	22,50	9,00	1767,68
n_49	57,15	11,43	0,34	1,14	45,00	9,00	1015,13
n_50	328,65	11,43	0,34	1,14	45,00	9,00	438,868
n_51	57,15	21,91	0,34	1,14	45,00	9,00	3576,6
n_52	328,65	21,91	0,34	1,14	45,00	9,00	2870,57
n_53	57,15	11,43	0,63	1,14	45,00	9,00	1283,6
n_54	328,65	11,43	0,63	1,14	45,00	9,00	567,861
n_55	57,15	21,91	0,63	1,14	45,00	9,00	4149,3
n_56	328,65	21,91	0,63	1,14	45,00	9,00	3420,3
n_57	57,15	11,43	0,34	4,57	45,00	9,00	584,267
n_58	328,65	11,43	0,34	4,57	45,00	9,00	282,987
n_59	57,15	21,91	0,34	4,57	45,00	9,00	2616,08
n_60	328,65	21,91	0,34	4,57	45,00	9,00	1845,25
n_61	57,15	11,43	0,63	4,57	45,00	9,00	751,958
n_62	328,65	11,43	0,63	4,57	45,00	9,00	369,149
n_63	57,15	21,91	0,63	4,57	45,00	9,00	3012,55
n_64	328,65	21,91	0,63	4,57	45,00	9,00	2223,93
n_65	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29
n_66	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29
n_67	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29
n_68	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29

n°	L (cm)	D (cm)	t (cm)	e (cm)	$f_y$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ck}$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$N_u$ (KN)
n_69	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29
n_70	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29
n_71	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29
n_72	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29
n_73	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29
n_74	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	1237,29

Os resultados obtidos através do planejamento fatorial completo em relação a variável dependente força última ( $N_u$ ), são analisados através de uma análise de variância, demonstrados através do gráfico de Pareto e por fim, abordados também através de uma análise de regressão.

### 5.3.4.1 Análise de variância - força última ( $N_u$ )

As análises dispostas a seguir possuem um intervalo de confiança de 95 %, ou seja, nível de significância ou alfa ( $\alpha$ ) de 5 %. A Tabela 77 demonstra a análise de variância realizada. Sabendo que:

- Parâmetro *SS*: representa a variação dos componentes do modelo, usada no cálculo do valor de  $p$ ;
- Parâmetro *GL*: representa os graus de liberdade dos tratamentos. Nesta análise, há 73 observações e 21 tratamentos (variáveis independentes e interações de primeira ordem), então, restam 52 graus de liberdade para o termo do erro;
- Parâmetro *MS*: representa a variação de um termo ou de um parâmetro, usada para calcular o valor de  $p$  e de  $R^2$ . Se o valor deste parâmetro é alto, significa que a variância do efeito é alta, se o valor deste parâmetro é baixo, o inverso ocorre;
- Valor  $p$ : Probabilidade de erro do tipo *I*. Este erro incorre na rejeição da hipótese nula quando ela é verdadeira. A hipótese nula afirma que não há efeito do tratamento sob a resposta investigada, enquanto que, a hipótese alternativa diz que há efeito do tratamento sob a resposta investigada. O valor  $p$  é comparado ao nível de significância da análise ( $\alpha$ ), representando a probabilidade de significância do efeito avaliado. Se o valor  $p$  é alto, então, o efeito é pequeno perante a variabilidade do experimento, há alta probabilidade de erro do tipo *I*, há alta probabilidade em dizer que existe influência desta variável quando na verdade não há influência. Por outro lado, se o valor de  $p$  é baixo, o efeito é grande perante a variabilidade

do experimento, há baixa probabilidade de erro do tipo  $I$ , há baixa probabilidade em dizer que existe influência desta variável quando na verdade não há influência.

- Valor  $F$ : indica a variabilidade do tratamento sob a resposta. Se o valor  $F$  é alto, há uma baixa probabilidade de erro do tipo  $I$ . Portanto, a relação entre o valor  $F$  e o valor  $p$ , é inversamente proporcional. Considerando um valor  $F$  alto, o valor  $p$ , conseqüentemente, será baixo.

Em relação aos tratamentos com interação, foi aplicado a análise apenas tratamentos com interação de segundo nível, ou segundo grau, então, foram avaliados os efeitos principais e os efeitos de interação de primeira ordem.

Tabela 77: Análise de variância em relação a força última ( $N_u$ ).

Variável	SS	GL	MS	F	p
$D$	51288867	1	51288867	5100,028	0,000000
$e$	4803758	1	4803758	477,673	0,000000
$f_{ck}$	3359690	1	3359690	334,079	0,000000
$L$	3302080	1	3302080	328,350	0,000000
$D \times f_{ck}$	1866719	1	1866719	185,622	0,000000
$f_y$	1660477	1	1660477	165,113	0,000000
$D \times e$	1271769	1	1271769	126,461	0,000000
$t$	997673	1	997673	99,206	0,000000
$D \times f_y$	425750	1	425750	42,335	0,000000
$D \times t$	238256	1	238256	23,692	0,000011
$L \times f_{ck}$	202790	1	202790	20,165	0,000040
$L \times D$	165509	1	165509	16,458	0,000167
$e \times f_{ck}$	145174	1	145174	14,436	0,000382
$t \times f_y$	136181	1	136181	13,541	0,000555
$L \times f_y$	63933	1	63933	6,357	0,014793
$e \times f_y$	55032	1	55032	5,472	0,023198
$L \times e$	32151	1	32151	3,197	0,079601
$t \times e$	29232	1	29232	2,907	0,094176
$L \times t$	11784	1	11784	1,172	0,284042
$t \times f_{ck}$	6462	1	6462	0,643	0,426446
$f_y \times f_{ck}$	1486	1	1486	0,148	0,702209
Erro	522942	52	10057		
Total SS	70587713	73			

Quando analisado estatisticamente os fatores que influenciam a resposta à um nível de significância de 95% através da Tabela 77, se identifica que neste planejamento a variável diâmetro ( $D$ ) é a variável independente mais significativa em relação a variável dependente força última ( $N_u$ ). Então, através deste resultado, se presume que alterar o diâmetro do pilar misto consiste na ação mais importante em relação à força última resistente.

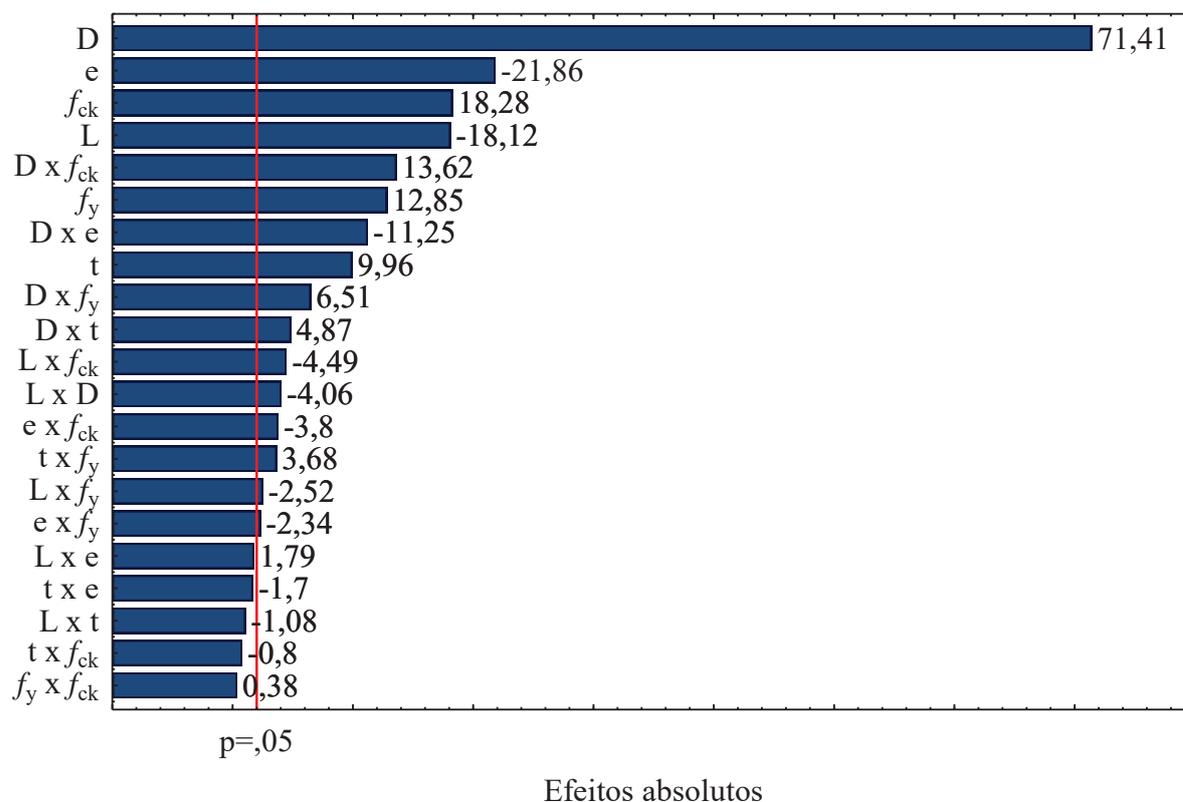
A média quadrada da variável diâmetro é largamente superior à média quadrada da variável excentricidade ( $e$ ) e, portanto, durante o projeto de um sistema estrutural, caso alterar a excentricidade aplicada seja oneroso, alterar o diâmetro do pilar misto consiste em uma alternativa eficiente.

Em relação a influência de propriedades geométricas do pilar misto, é indicado que, o diâmetro, comprimento e espessura são, nesta ordem, os fatores mais significativos sob à resistência última do pilar misto, então, este resultado indica que para superar o problema da presença de excentricidades, alterar o diâmetro é a ação mais efetiva em relação a alteração de propriedades geométricas do pilar misto.

#### 5.3.4.2 Gráfico de Pareto - força última ( $N_u$ )

A análise do diagrama de efeitos padronizados dos fatores, também chamado de gráfico de Pareto, permite uma fácil visualização e identificação dos parâmetros mais influentes na resposta, contendo os efeitos padronizados em efeitos absolutos.

O gráfico de barras ordena os efeitos por significância, da maior para a menor. Os efeitos que possuem o retângulo à direita da linha de significância (95%, neste caso), são considerados no modelo matemático gerado. Os sinais positivos indicam que a força última aumenta com o aumento do valor da respectiva variável, dentro do horizonte de estudo. Já valores negativos, indicam que a força última aumenta com o decréscimo do valor da respectiva variável. A Figura 123, ilustra os efeitos estatisticamente importantes em relação a variável dependente força última ( $N_u$ ).

Figura 123: Gráfico de efeitos padronizados dos fatores - força última ( $N_u$ ).

No capítulo anterior, a influência de propriedades geométricas do pilar misto foi abordada. Por meio do gráfico de efeitos padronizados dos fatores da Figura 123, se identifica que a resistência à compressão do concreto possui maior efeito comparado a tensão de escoamento do aço no aumento da resistência última do pilar misto. Isto é, em relação a propriedades mecânicas, neste experimento, aumentar o  $f_{ck}$ , contribui de maneira mais significativa para o acréscimo de resistência última do pilar do que aumentar a  $f_y$ . Portanto, o acréscimo na rigidez global causado pelo aumento do  $f_{ck}$ , é mais significativo do que o ganho de rigidez local causado pelo aumento da  $f_y$ , para aumentar a resistência última de um pilar misto sob força axial excêntrica.

Em relação aos efeitos de interação, é possível identificar que a interação do diâmetro com outras variáveis também é significativa, principalmente com a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e com a excentricidade ( $e$ ). Um aspecto relevante, é de que a composição da força última, é acrescida quando há um aumento no diâmetro e no  $f_{ck}$ , por outro lado, é reduzida quando há um aumento no diâmetro e na excentricidade. Portanto, aumentar o diâmetro não é uma solução para aumentar a resistência

última do pilar misto, se a excentricidade aumentar também. Neste sentido, o efeito positivo de aumentar o diâmetro é reduzido se a excentricidade aumentar também.

### 5.3.4.3 Análise de regressão - força última ( $N_u$ )

O modelo de regressão amplifica o entendimento sobre as variáveis que influenciam a resposta investigada através de uma formulação empírica. Como divergências podem influenciar no modelo matemático, esta análise foi realizada com a matriz de valores reais, não codificados. Os coeficientes de regressão em relação a força última ( $N_u$ ) são demonstrados na Tabela 78.

A segunda coluna demonstra os coeficientes de regressão para cada variável independente e o efeito moderador. Na terceira coluna, é demonstrado o valor do erro padrão, que representa o desvio padrão do coeficiente, ou seja, o quanto este coeficiente varia de acordo com cada observação realizada. Na quarta coluna, é demonstrado o valor  $t$ , que consiste na divisão do valor do coeficiente pelo seu respectivo erro padrão, quanto menor o valor do erro padrão, maior o valor  $t$  e maior a significância do coeficiente (MONTGOMERY; RUNGER, 2018). Na quinta coluna, é demonstrado o valor  $p$ , explicado no capítulo anterior.

Tabela 78: Coeficientes de regressão em relação a força última ( $N_u$ ).

Variável	Coefficiente	Erro padrão	Valor $t$	Valor $p$
Intercepto	-599,747	383,1640	-1,5653	0,123590
$L$	1,727	0,6286	2,7480	0,008221
$D$	29,761	14,7925	2,0119	0,049424
$t$	-810,743	527,0568	-1,5382	0,130052
$e$	273,585	49,3887	5,5394	0,000001
$f_y$	-15,623	6,9903	-2,2350	0,029739
$f_{ck}$	-67,832	37,6617	-1,8011	0,077491
$L \times D$	-0,071	0,0176	-4,0568	0,000167
$L \times t$	-0,689	0,6368	-1,0825	0,284042
$L \times e$	0,096	0,0539	1,7880	0,079601
$L \times f_y$	-0,021	0,0082	-2,5214	0,014793
$L \times f_{ck}$	-0,207	0,0462	-4,4905	0,000040
$D \times t$	80,303	16,4982	4,8674	0,000011
$D \times e$	-15,700	1,3961	-11,2455	0,000000
$D \times f_y$	1,384	0,2126	6,5066	0,000000
$D \times f_{ck}$	16,296	1,1961	13,6243	0,000000

Variável	Coefficiente	Erro padrão	Valor <i>t</i>	Valor <i>p</i>
<i>t x e</i>	-86,018	50,4526	-1,7049	0,094176
<i>t x f<sub>y</sub></i>	28,278	7,6845	3,6799	0,000555
<i>t x f<sub>ck</sub></i>	-34,648	43,2252	-0,8016	0,426446
<i>e x f<sub>y</sub></i>	-1,521	0,6503	-2,3393	0,023198
<i>e x f<sub>ck</sub></i>	-13,898	3,6578	-3,7994	0,000382
<i>f<sub>y</sub> x f<sub>ck</sub></i>	0,214	0,5571	0,3845	0,702209

Sendo assim, a equação de regressão baseada na formulação empírica proposta por este planejamento, pode ser expressa pela Equação 156.

$$\begin{aligned}
 & -599,747+1,727L+29,761D-810,743t+273,585e-15,623f_y-67,832f_{ck} \\
 & -0,071L \cdot D-0,689L \cdot t+0,096 L \cdot e-0,021L \cdot f_y-0,207L \cdot f_{ck}+80,303D \cdot t \\
 & -15,700D \cdot e+1,384D \cdot f_y+16,296D \cdot f_{ck}-86,018 t \cdot e+28,278t \cdot f_y-34,648t \cdot f_{ck} \\
 & -1,521e \cdot f_y-13,898e \cdot f_{ck}+0,214f_y \cdot f_{ck}
 \end{aligned}
 \tag{Equação 156}$$

Estes resultados não significam que o diâmetro seja a variável mais influente sobre a ação ou desempenho composto de um pilar misto tubular circular sob força axial excêntrica, mas sim, de que esta variável exerce maior influência quando o objetivo é aumentar a força última resistente, sem buscar necessariamente, o melhor comportamento conjunto entre os elementos constituintes do pilar misto.

### 5.3.5 Resultados em relação ao índice de resistência

Neste contexto, o próximo capítulo possui o intuito de indicar quais variáveis exercem maior influência sobre o desempenho do pilar misto, ou seja, quais variáveis resultam no melhor comportamento conjunto, ou ação conjunta entre os elementos.

O parâmetro índice de resistência mede a interação provocada entre o tubo de aço e o núcleo de concreto no desempenho de um pilar misto, e por isto, este parâmetro foi escolhido como parâmetro de análise. Altos valores para o índice *SI* refletem uma interação positiva entre o tubo de aço e o núcleo de concreto, enquanto que, ao contrário, baixos valores para o índice *SI*, denotam que, o ganho de resistência provido pela ação composta não está sendo adquirido ou explorado.

Considerando a Tabela 75, que continha a matriz do planejamento fatorial com valores codificados e valores reais para demonstrar o procedimento desta pesquisa,

principalmente em relação a métodos, na Tabela 79, se demonstra a resposta obtida em relação a variável dependente índice de resistência ( $SI$ ).

Tabela 79: Resultados obtidos em relação ao índice de resistência ( $SI$ ).

n°	$L$ (cm)	$D$ (cm)	$t$ (cm)	$e$ (cm)	$f_y$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ck}$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$SI$ (KN)
n_1	57,15	11,43	0,34	1,14	22,50	5,00	0,88
n_2	328,65	11,43	0,34	1,14	22,50	5,00	0,49
n_3	57,15	21,91	0,34	1,14	22,50	5,00	1,03
n_4	328,65	21,91	0,34	1,14	22,50	5,00	0,87
n_5	57,15	11,43	0,63	1,14	22,50	5,00	0,85
n_6	328,65	11,43	0,63	1,14	22,50	5,00	0,50
n_7	57,15	21,91	0,63	1,14	22,50	5,00	1,00
n_8	328,65	21,91	0,63	1,14	22,50	5,00	0,86
n_9	57,15	11,43	0,34	4,57	22,50	5,00	0,50
n_10	328,65	11,43	0,34	4,57	22,50	5,00	0,29
n_11	57,15	21,91	0,34	4,57	22,50	5,00	0,74
n_12	328,65	21,91	0,34	4,57	22,50	5,00	0,57
n_13	57,15	11,43	0,63	4,57	22,50	5,00	0,50
n_14	328,65	11,43	0,63	4,57	22,50	5,00	0,30
n_15	57,15	21,91	0,63	4,57	22,50	5,00	0,73
n_16	328,65	21,91	0,63	4,57	22,50	5,00	0,57
n_17	57,15	11,43	0,34	1,14	45,00	5,00	0,85
n_18	328,65	11,43	0,34	1,14	45,00	5,00	0,42
n_19	57,15	21,91	0,34	1,14	45,00	5,00	0,99
n_20	328,65	21,91	0,34	1,14	45,00	5,00	0,81
n_21	57,15	11,43	0,63	1,14	45,00	5,00	0,82
n_22	328,65	11,43	0,63	1,14	45,00	5,00	0,40
n_23	57,15	21,91	0,63	1,14	45,00	5,00	0,95
n_24	328,65	21,91	0,63	1,14	45,00	5,00	0,81
n_25	57,15	11,43	0,34	4,57	45,00	5,00	0,50
n_26	328,65	11,43	0,34	4,57	45,00	5,00	0,26
n_27	57,15	21,91	0,34	4,57	45,00	5,00	0,72
n_28	328,65	21,91	0,34	4,57	45,00	5,00	0,54
n_29	57,15	11,43	0,63	4,57	45,00	5,00	0,49
n_30	328,65	11,43	0,63	4,57	45,00	5,00	0,26
n_31	57,15	21,91	0,63	4,57	45,00	5,00	0,71
n_32	328,65	21,91	0,63	4,57	45,00	5,00	0,53
n_33	57,15	11,43	0,34	1,14	22,50	9,00	0,88
n_34	328,65	11,43	0,34	1,14	22,50	9,00	0,40
n_35	57,15	21,91	0,34	1,14	22,50	9,00	1,02
n_36	328,65	21,91	0,34	1,14	22,50	9,00	0,80
n_37	57,15	11,43	0,63	1,14	22,50	9,00	0,86
n_38	328,65	11,43	0,63	1,14	22,50	9,00	0,42

n°	L (cm)	D (cm)	t (cm)	e (cm)	$f_y$ (KN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ck}$ (KN/cm <sup>2</sup> )	SI (KN)
n_39	57,15	21,91	0,63	1,14	22,50	9,00	1,00
n_40	328,65	21,91	0,63	1,14	22,50	9,00	0,80
n_41	57,15	11,43	0,34	4,57	22,50	9,00	0,49
n_42	328,65	11,43	0,34	4,57	22,50	9,00	0,24
n_43	57,15	21,91	0,34	4,57	22,50	9,00	0,73
n_44	328,65	21,91	0,34	4,57	22,50	9,00	0,52
n_45	57,15	11,43	0,63	4,57	22,50	9,00	0,49
n_46	328,65	11,43	0,63	4,57	22,50	9,00	0,25
n_47	57,15	21,91	0,63	4,57	22,50	9,00	0,73
n_48	328,65	21,91	0,63	4,57	22,50	9,00	0,53
n_49	57,15	11,43	0,34	1,14	45,00	9,00	0,86
n_50	328,65	11,43	0,34	1,14	45,00	9,00	0,37
n_51	57,15	21,91	0,34	1,14	45,00	9,00	1,00
n_52	328,65	21,91	0,34	1,14	45,00	9,00	0,80
n_53	57,15	11,43	0,63	1,14	45,00	9,00	0,83
n_54	328,65	11,43	0,63	1,14	45,00	9,00	0,37
n_55	57,15	21,91	0,63	1,14	45,00	9,00	0,96
n_56	328,65	21,91	0,63	1,14	45,00	9,00	0,79
n_57	57,15	11,43	0,34	4,57	45,00	9,00	0,49
n_58	328,65	11,43	0,34	4,57	45,00	9,00	0,24
n_59	57,15	21,91	0,34	4,57	45,00	9,00	0,73
n_60	328,65	21,91	0,34	4,57	45,00	9,00	0,51
n_61	57,15	11,43	0,63	4,57	45,00	9,00	0,49
n_62	328,65	11,43	0,63	4,57	45,00	9,00	0,24
n_63	57,15	21,91	0,63	4,57	45,00	9,00	0,70
n_64	328,65	21,91	0,63	4,57	45,00	9,00	0,52
n_65	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_66	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_67	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_68	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_69	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_70	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_71	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_72	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_73	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65
n_74	192,90	16,67	0,49	2,86	33,75	7,00	0,65

Do mesmo modo, os resultados obtidos através do planejamento fatorial completo em relação a variável dependente índice de resistência ( $SI$ ), são analisados através de uma análise de variância, demonstrados através do gráfico de Pareto e por fim, abordados também, através de uma análise de regressão.

### 5.3.5.1 Análise de variância - índice de resistência (*SI*)

As análises dispostas a seguir possuem um intervalo de confiança de 95 %, ou seja, nível de significância ou alfa ( $\alpha$ ) de 5 %. A Tabela 80 demonstra a análise de variância realizada. O significado estatístico dos parâmetros: *SS*, *GL*, *MS*, *F* e *p*; foram explicados na análise de variância em relação a resistência última.

Tabela 80: Análise de variância em relação ao índice de resistência (*SI*).

Variável	<i>SS</i>	<i>GL</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
<i>e</i>	1,141187	1	1,141187	1178,051	0,000000
<i>D</i>	1,091818	1	1,091818	1127,088	0,000000
<i>L</i>	1,061823	1	1,061823	1096,123	0,000000
<i>L x D</i>	0,093086	1	0,093086	96,093	0,000000
<i>L x e</i>	0,036264	1	0,036264	37,436	0,000000
<i>f<sub>y</sub></i>	0,012744	1	0,012744	13,155	0,000653
<i>L x f<sub>ck</sub></i>	0,007465	1	0,007465	7,706	0,007631
<i>f<sub>ck</sub></i>	0,006676	1	0,006676	6,891	0,011348
<i>f<sub>y</sub> x f<sub>ck</sub></i>	0,002082	1	0,002082	2,149	0,148706
<i>e x f<sub>y</sub></i>	0,001965	1	0,001965	2,028	0,160369
<i>L x t</i>	0,001326	1	0,001326	1,369	0,247270
<i>t</i>	0,001302	1	0,001302	1,344	0,251552
<i>D x e</i>	0,000980	1	0,000980	1,011	0,319252
<i>t x e</i>	0,000432	1	0,000432	0,446	0,507034
<i>L x f<sub>y</sub></i>	0,000355	1	0,000355	0,366	0,547587
<i>t x f<sub>y</sub></i>	0,000338	1	0,000338	0,349	0,557235
<i>D x f<sub>ck</sub></i>	0,000201	1	0,000201	0,208	0,650293
<i>D x t</i>	0,000165	1	0,000165	0,170	0,681799
<i>t x f<sub>ck</sub></i>	0,000049	1	0,000049	0,051	0,822150
<i>D x f<sub>y</sub></i>	0,000018	1	0,000018	0,018	0,893489
<i>e x f<sub>ck</sub></i>	0,000001	1	0,000001	0,002	0,969073
Total <i>SS</i>	3,510650	73			
Erro	0,050373	52	0,000969		

Com base neste experimento e a um intervalo de confiança de 95%, a Tabela 80 demonstra um número menor de fatores significantes sob à variável dependente índice de resistência, comparado à variável resistência última, abordada no capítulo anterior.

Além disso, houve um número menor de tratamentos compostos por interações de primeira ordem significativos. Observa-se que a espessura do tubo de aço não foi significativa

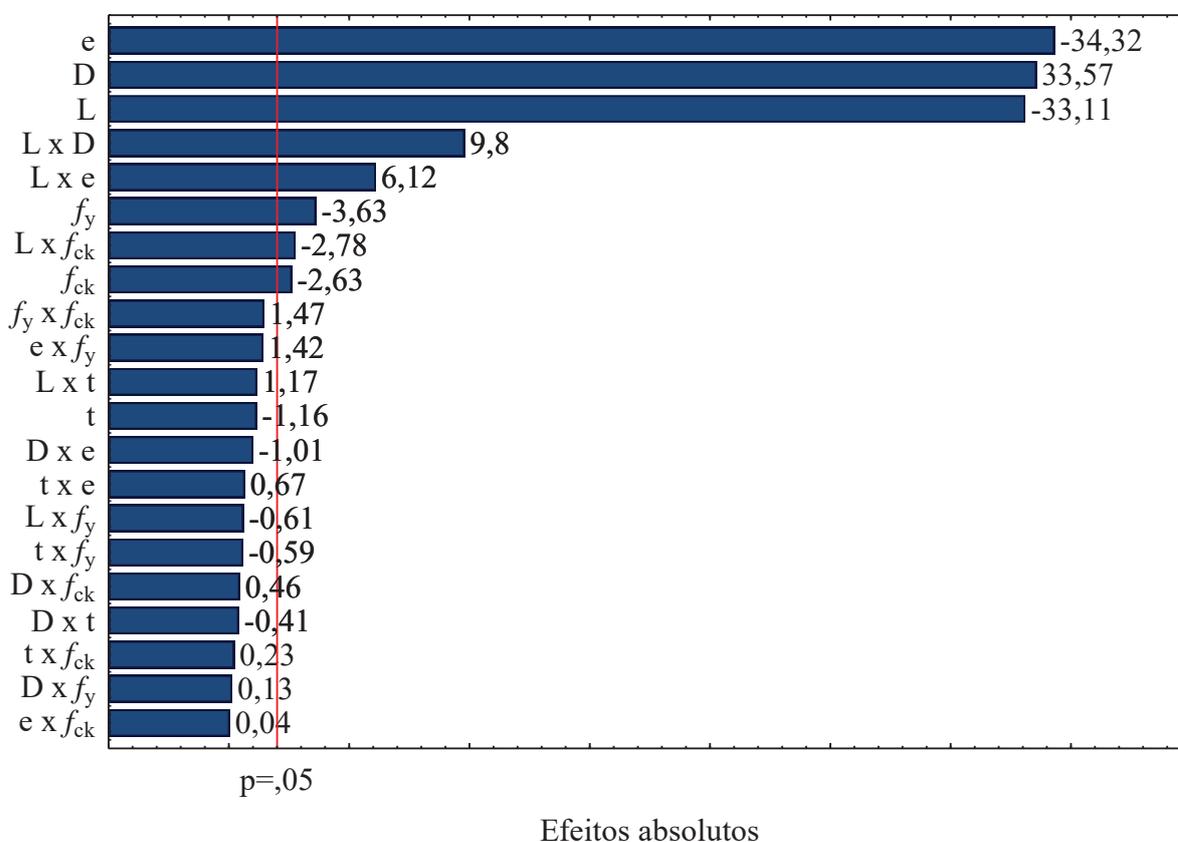
dentro deste planejamento, que representa a ação conjunta do pilar misto. Sob outro ponto de vista, caso esta análise de variância fosse realizada considerando um nível de significância de 99 %, ou seja, alfa ( $\alpha$ ) de 1%, a resistência característica à compressão do concreto, também não seria considerada significativa sob a variável índice de resistência.

Diferentemente da análise anterior, que apontava os fatores significantes em relação a resistência máxima do pilar misto, a análise deste capítulo enfatiza os fatores que favorecem ao comportamento conjunto entre elementos, isto é, os fatores que contribuem para uma ação mista satisfatória.

Assim, é possível identificar que a variável excentricidade ( $e$ ) consiste no fator mais significativo sobre o desempenho de um pilar misto tubular circular. Ainda que o valor de  $F$  para esta variável seja próximo ao valor de  $F$  para as variáveis diâmetro ( $D$ ) e comprimento ( $L$ ), é possível afirmar que, para garantir a melhor ação conjunta do pilar misto, é preferível alterar a presença de excentricidades, do que, alterar propriedades geométricas e mecânicas do pilar misto tubular circular sob força axial excêntrica.

#### **5.3.5.2 Gráfico de Pareto - índice de resistência ( $SI$ )**

Como dito anteriormente, a análise do diagrama de efeitos padronizados dos fatores permite uma fácil visualização e identificação dos parâmetros mais influentes na resposta contendo os efeitos padronizados em efeitos absolutos. Os sinais positivos indicam que o índice  $SI$  aumenta com o aumento do valor da respectiva variável, dentro do horizonte de estudo. Já valores negativos, indicam que o índice  $SI$  aumenta com o decréscimo do valor da respectiva variável. A Figura 124, ilustra os efeitos estatisticamente importantes em relação a variável dependente índice de resistência ( $SI$ ).

Figura 124: Gráfico de efeitos padronizados dos fatores - índice de resistência ( $SI$ ).

Como observado no gráfico de efeitos padronizados dos fatores da Figura 124, reduzir a excentricidade, aumentar o diâmetro do pilar e reduzir o comprimento do pilar, são ações relacionadas a fatores geométricos que amplificam o índice de desempenho, ou seja, ampliam o desempenho provido pela ação composta dos elementos constituintes do pilar misto.

Outro aspecto interessante consiste na percepção da influência da tensão de escoamento do aço sob o comportamento misto do pilar. Mesmo que incomum, reduzir a tensão de escoamento do aço pode melhorar o comportamento misto, ainda que, reduzir a tensão de escoamento do aço, reduz a resistência última do pilar misto, como visto anteriormente. O mesmo ocorre com a resistência característica a compressão do concreto, onde aumentar o seu valor, reduz o índice  $SI$ .

Neste sentido, considerando a magnitude do efeito de variáveis geométricas sob o desempenho do pilar misto, se constata que para aumentar a performance do pilar misto, é preferível concentrar-se em propriedades geométricas do que em propriedades mecânicas. Quando possível, aumentar o diâmetro e reduzir o comprimento constituem na alteração mais

significativa sobre o bom desempenho de um pilar misto tubular circular sob força axial excêntrica.

### 5.3.5.3 Análise de regressão - índice de resistência ( $SI$ )

Como dito anteriormente, o modelo de regressão amplifica o entendimento sobre as variáveis que influenciam a resposta investigada através de uma formulação empírica. Os coeficientes de regressão que são estatisticamente significativos, considerando um nível de confiança de 95 %, são demonstrados na Tabela 81.

Tabela 81: Coeficientes de regressão em relação ao índice de resistência ( $SI$ ).

Variável	Coefficiente	Erro padrão.	Valor $t$	Valor $p$
Intercepto	0,985257	0,118920	8,28503	0,000000
$L$	-0,001917	0,000195	-9,82417	0,000000
$D$	0,015368	0,004591	3,34736	0,001522
$t$	-0,044076	0,163579	-0,26945	0,788652
$e$	-0,105491	0,015328	-6,88202	0,000000
$f_y$	-0,003017	0,002170	-1,39054	0,170288
$f_{ck}$	-0,010406	0,011689	-0,89023	0,377444
$L \times D$	0,000054	0,000005	9,80269	0,000000
$L \times t$	0,000231	0,000198	1,17017	0,247270
$L \times e$	0,000102	0,000017	6,11848	0,000000
$L \times f_y$	-0,000002	0,000003	-0,60534	0,547587
$L \times f_{ck}$	-0,000040	0,000014	-2,77600	0,007631
$D \times t$	-0,002111	0,005120	-0,41232	0,681799
$D \times e$	-0,000436	0,000433	-1,00563	0,319252
$D \times f_y$	0,000009	0,000066	0,13455	0,893489
$D \times f_{ck}$	0,000169	0,000371	0,45599	0,650293
$t \times e$	0,010461	0,015659	0,66808	0,507034
$t \times f_y$	-0,001409	0,002385	-0,59077	0,557235
$t \times f_{ck}$	0,003031	0,013416	0,22592	0,822150
$e \times f_y$	0,000287	0,000202	1,42418	0,160369
$e \times f_{ck}$	0,000044	0,001135	0,03896	0,969073
$f_y \times f_{ck}$	0,000253	0,000173	1,46587	0,148706

Sendo assim, a equação de regressão baseada na formulação empírica proposta por este planejamento, pode ser expressa pela Equação 157.

$$\begin{aligned}
& +0,99-0,0019L+0,02D-0,04t-0,11e-0,0030f_y \\
& -0,01f_{ck}+0,0001L.D+0,0002L.t+0,0001L.e-0,000002L.f_y-0,000040L.f_{ck} \\
& -0,0021D.t-0,0004D.e+0,000009D.f_y+0,0002D.f_{ck}+0,01t.e \\
& -0,0014t.f_y+0,0030t.f_{ck}+0,0003e.f_y+0,000044e.f_{ck}+0,0003f_y.f_{ck}
\end{aligned}
\tag{Equação 157}$$

### 5.3.6 Verificação do planejamento estatístico

Para a verificação do planejamento estatístico realizado, duas verificações são apresentadas. O teste de *Fischer-Snedecor* para verificar a significância estatística da análise e, para verificar as premissas de significância prática e significância estatística em relação ao tamanho da amostra, o poder estatístico do teste é verificado através do valor do  $R^2$  mínimo.

A premissa de independência e aleatoriedade dos dados é verificada graficamente através do gráfico de resíduos puros  $x$  valores preditos. A premissa de normalidade dos dados é verificada graficamente através do gráfico de probabilidade normal dos resíduos  $x$  valores esperados, do gráfico de valores observados  $x$  valores preditos e por fim, através do histograma de resíduos.

#### 5.3.6.1 Teste de *Fischer-Snedecor*

O teste de *Fisher-Snedecor* é realizado para verificar a significância estatística de uma análise realizada, onde um valor de  $F$  suficientemente grande indica uma análise significativa estatisticamente. O valor de  $F$  representa o teste de hipóteses sobre todos os parâmetros analisados, apresentando a relação entre a variação explicada e não explicada pela análise realizada. O valor de  $F$  calculado é comparado ao valor de  $F$  tabelado.

O valor de  $F$  calculado, é obtido através da divisão da média quadrada dos tratamentos pela média quadrada dos erros, verificando a variância dos tratamentos pela variância entre os tratamentos. O valor de  $F$  tabelado, é obtido através da distribuição  $F$  de *Fisher-Snedecor*, considerando  $k - 1$  graus de liberdade no numerador e  $N - 1$  graus de liberdade no denominador, sabendo que, na tabela da distribuição  $F$  de *Fisher-Snedecor*, colunas da tabela representam os graus de liberdade do numerador e linhas da tabela representam os graus de liberdade do denominador.

Os graus de liberdade do numerador consistem em 6 fatores lineares e interações de primeira ordem, totalizando assim, 21 graus de liberdade. Enquanto que, considerando 74

respostas, diminuindo os graus de liberdade dos fatores, interações e intercepto, resultam em 52 graus de liberdade ao denominador.

Considerando que a hipótese nula é de que não há diferença nas médias de resposta, enquanto que, a hipótese alternativa sustenta que sim, haveria diferença nas médias de resposta, a tabela de limites unilaterais da distribuição  $F$  de *Fisher-Snedecor* ao nível de 5 % de probabilidade apresenta um valor de  $F$  tabelado de 1,76. A Tabela 82 demonstra o cálculo para obtenção do valor de  $F$  calculado, a ser comparado com o valor de  $F$  tabelado para a presente pesquisa.

Tabela 82: Cálculo do valor de  $F$  calculado para a análise estatística desta pesquisa.

Descrição	$N_u$	$SI$
Soma dos quadrados dos grupos	70064770,18	3,46
Soma dos quadrados dos resíduos	522942,44	0,05
Soma dos quadrados totais	70587712,62	3,51
Graus de liberdade no numerador	21,00	21,00
Graus de liberdade no denominador	52,00	52,00
Média quadrada dos grupos	3336417,63	0,16
Média quadrada dos resíduos	10056,59	0,00
$F$ calculado	331,76	170,10

A segunda coluna da tabela demonstra o cálculo para obtenção do valor de  $F$  calculado a ser comparado com o valor de  $F$  tabelado para a análise estatística em relação a resistência última ( $N_u$ ), enquanto que, a terceira coluna da tabela demonstra o cálculo para obtenção do valor de  $F$  calculado a ser comparado com o valor de  $F$  tabelado para a análise estatística em relação ao índice de resistência ( $SI$ ). Para ambos os testes, o valor de  $F$  calculado é largamente superior ao valor de  $F$  tabelado, então, é possível assumir que o modelo de análise é estatisticamente significativo.

### 5.3.6.2 Poder estatístico

Para verificar se o teste estatístico realizado nesta pesquisa atende as premissas de significância prática e significância estatística, o poder estatístico do teste é verificado através do valor do  $R^2$  mínimo, considerado estatisticamente significativo com um poder de 0.80.

O valor de  $R^2$  informa o grau de ajuste do modelo estatístico, quanto maior o valor de  $R^2$ , expresso em porcentagem, mais explicativo é o modelo estatístico (HAIR JR. et al. 2009).

Considerando um tamanho de amostra de 74 observações, 6 variáveis independentes combinadas na análise e um nível de significância de 5 %, a Tabela 83 demonstra o efeito recíproco entre o tamanho da amostra, o nível de significância escolhido e o número de variáveis independentes na detecção de um  $R^2$  significativo, contendo uma potência de teste de 80 %. Realizando interpolação, percebe-se que há 80% de chance de detectarmos valores de  $R^2$  cima de 21%.

Tabela 83: Relação entre valores de  $R^2$ , poder de teste, nível de significância, número de variáveis independentes e tamanho da amostra.

Tamanho da amostra	Número de variáveis independentes				
	2	5	6	10	20
20	39	48	61	64	-
50	19	23	28	29	42
<b>74</b>	14	17	<b>21</b>	22	31
100	10	12	14	15	21
250	4	5	6	6	8
500	3	4	5	5	9
1000	1	1	2	2	2

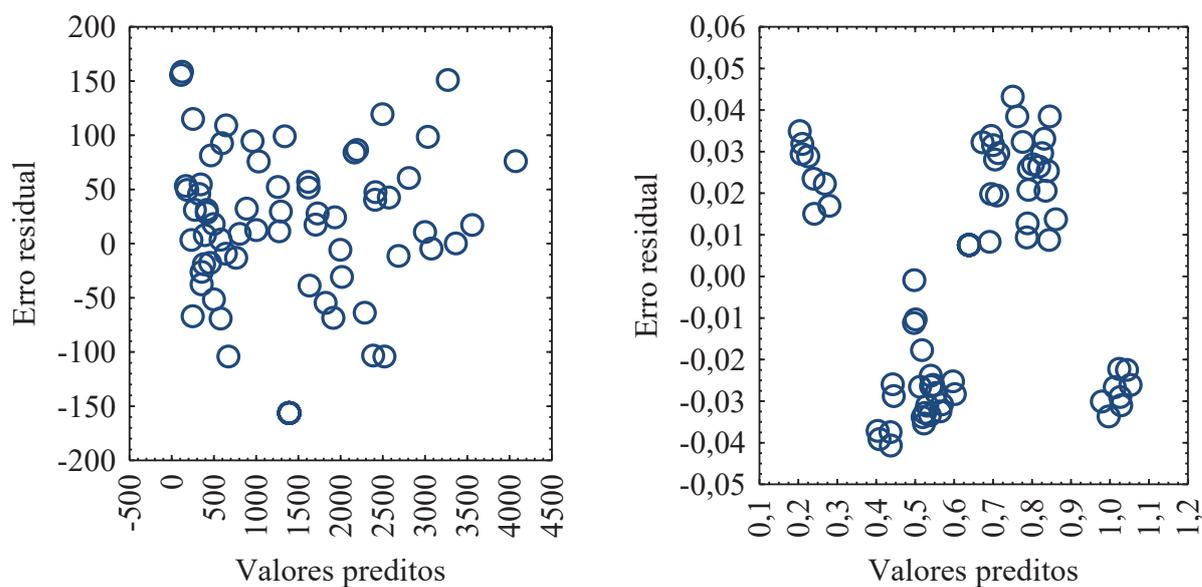
Nível de significância ( $\alpha$ ) = 0,05

Fonte: Adaptado de Hair Jr. et al. (2009).

### 5.3.6.3 Independência e aleatoriedade dos dados

Atestar-se de um resultado experimental é possível quando se realiza a validação da análise estatística através de procedimentos referenciados. A independência e aleatoriedade são demonstradas com o gráfico de resíduos puros  $x$  valores preditos da Figura 125. Para a obtenção deste gráfico, os dados foram dispostos de maneira aleatorizada. Se observa que, os valores não possuem um padrão pré-definido, tampouco ordenações, portanto, atenta-se que o modelo proposto propicia aleatoriedade e independência dos dados.

Figura 125: Gráfico de resíduos puros  $\times$  valores preditos.



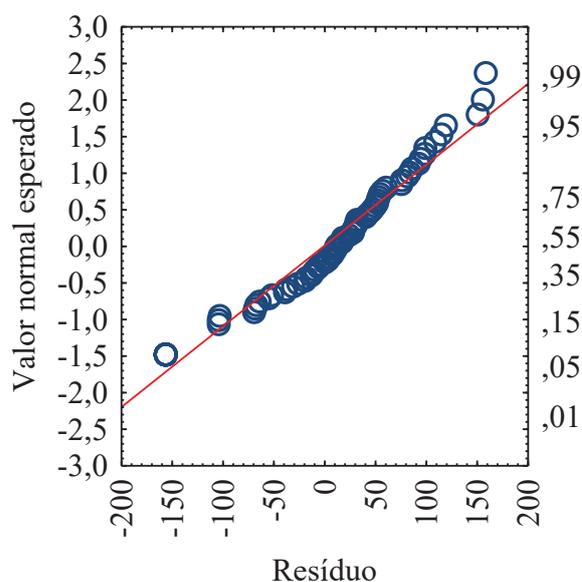
(a) Resíduos puros  $\times$  valores preditos - Força última ( $N_u$ ).

(b) Resíduos puros  $\times$  valores preditos - Índice de resistência ( $SI$ ).

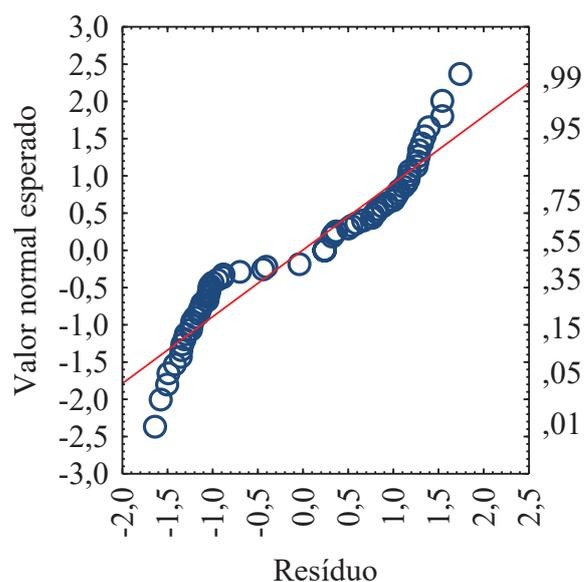
#### 5.3.6.4 Normalidade dos dados

A Figura 126 ilustra o gráfico dos resíduos em função de seus valores esperados. Para a obtenção deste gráfico, os dados foram dispostos de maneira aleatorizada. Em relação aos resultados de resistência última, se identifica que os valores dispostos seguem uma tendência central, autenticando sua normalidade.

Figura 126: Gráfico de probabilidade normal dos resíduos  $x$  valores esperados.



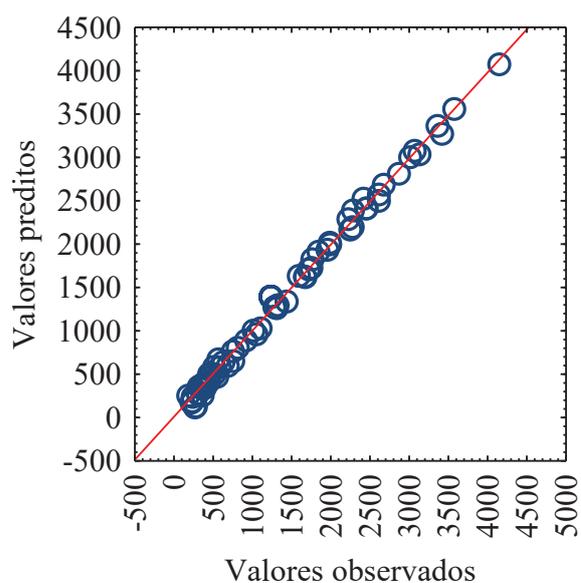
(a) Probabilidade normal dos resíduos  $x$  valores esperados - Força última ( $N_u$ ).



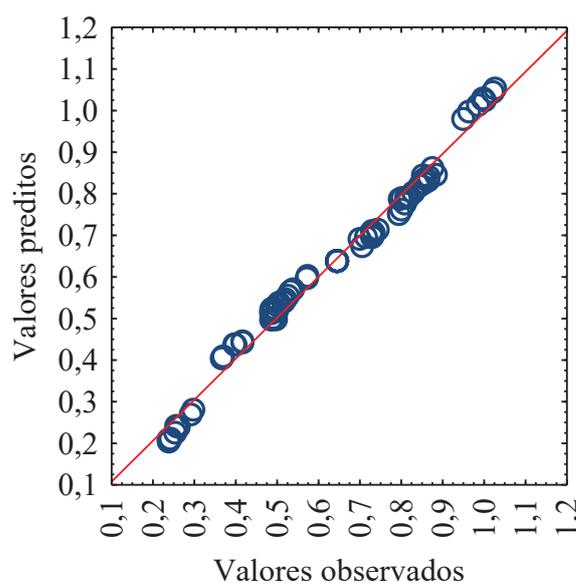
(b) Probabilidade normal dos resíduos  $x$  valores esperados - Índice de resistência ( $SI$ ).

O gráfico de valores previstos versus valores observados é ilustrado na Figura 127. Identifica-se que os desvios-padrão dos parâmetros não são maiores que os próprios parâmetros, estando próximos da linha reta do gráfico.

Figura 127: Gráfico de valores observados  $x$  valores preditos.



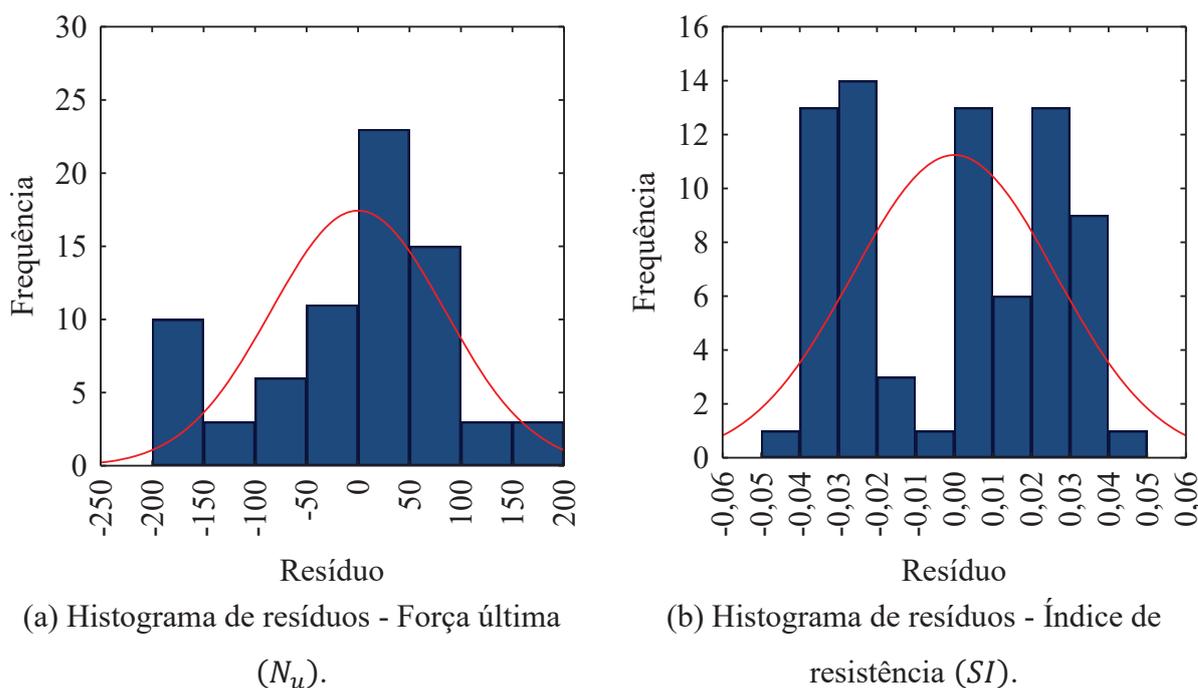
(a) Valores observados  $x$  valores preditos - Força última ( $N_u$ ).



(b) Valores observados  $x$  valores preditos - Índice de resistência ( $SI$ ).

A Figura 128 ilustra o histograma de resíduos. De igual forma, ao analisar os resultados em relação à força última, se ilustra uma conformidade superior no cumprimento da premissa de normalidade dos dados quando comparado aos resultados em relação ao índice de resistência, no entanto, ainda assim, é possível identificar uma tendência geral à distribuição normal dos dados.

Figura 128: Histograma de resíduos.



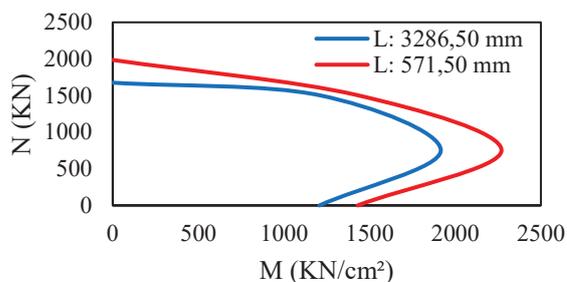
### 5.3.7 Curvas de interação

A Figura 129 ilustra as curvas de interação  $M - N$  em relação aos níveis das variáveis independentes avaliadas. No eixo das abcissas é demonstrado o momento fletor resistente, determinado pela multiplicação da força normal versus a excentricidade aplicada, normalizados em relação ao diagrama de interação do modelo de cálculo II, da norma NBR 8800 (2008). No eixo das ordenadas, é demonstrada a força normal resistente.

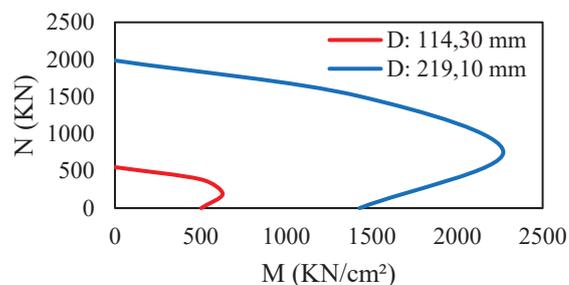
Corroborando com os dados retratados anteriormente em relação aos parâmetros que exercem maior influência sobre o comportamento do pilar misto, se verifica o amplo acréscimo da capacidade resistente conforme ocorre o acréscimo no diâmetro do pilar misto, por outro lado, é possível identificar que o acréscimo na excentricidade aplicada, altera completamente o comportamento do pilar misto. Além disso, o ganho propiciado pelo

acréscimo na tensão de escoamento do aço, se mostrou inferior ao ganho propiciado pelo acréscimo da resistência característica à compressão do concreto.

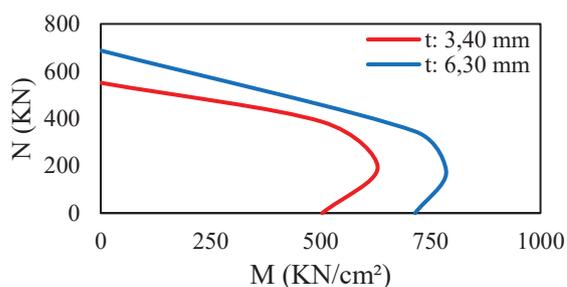
Figura 129: Curvas de interação  $M - N$  em relação aos níveis das variáveis independentes avaliadas.



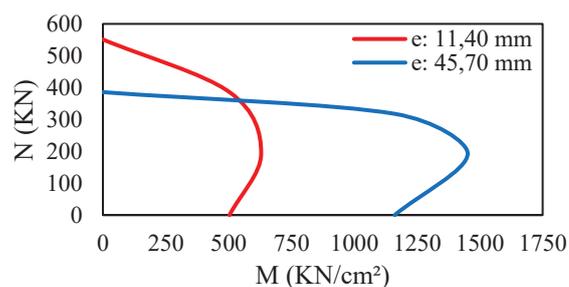
(a) Curva de interação  $M - N$  em relação ao comprimento ( $L$ ).



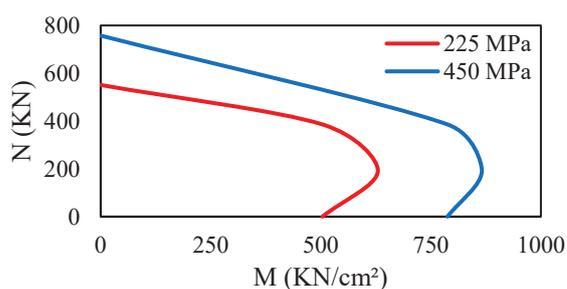
(b) Curva de interação  $M - N$  em relação ao diâmetro ( $D$ ).



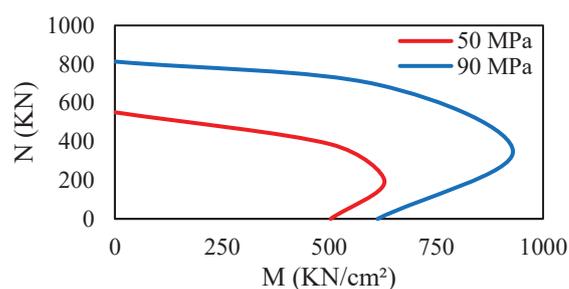
(c) Curva de interação  $M - N$  em relação a espessura do tubo de aço ( $t$ ).



(d) Curva de interação  $M - N$  em relação a excentricidade aplicada ( $e$ ).



(e) Curva de interação  $M - N$  em relação a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ).



(f) Curva de interação  $M - N$  em relação a resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).

## 6 CONCLUSÕES

Pilares mistos compostos por seções tubulares são amplamente estudados devido ao comportamento conjunto dos materiais constituintes, resultando em uma performance mecânica avançada. Quando as seções dos pilares mistos são tubulares e circulares, há um desempenho do efeito de confinamento superior comparado a outras seções, pois em seções circulares, a pressão de confinamento radial tem distribuição uniforme. No entanto, as tensões aplicadas na seção transversal de um pilar geralmente são irregulares, quando afastadas do centro geométrico da seção transversal, caso de pilares mistos sob força axial excêntrica, o efeito de confinamento se torna não uniforme e anisotrópico, alterando a condição de influência das propriedades geométricas e mecânicas no comportamento do pilar misto. Nestes casos, a excentricidade afeta significativamente o desempenho da seção mista, em pilares curtos impulsiona instabilidades locais no tubo de aço, enquanto que, em pilares longos impulsiona a falha por instabilidades globais, sem influência do material que preenche o núcleo do pilar.

### 6.1 Comportamento experimental de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica e excêntrica

Este trabalho reuniu 54 pesquisas, totalizando assim, 557 resultados de exemplares experimentais submetidos à força axial concêntrica e também, 25 pesquisas, totalizando assim, 274 resultados de exemplares experimentais submetidos à força axial excêntrica. Os parâmetros índice de esbeltez global ( $L/D$ ), índice de esbeltez local ( $D/t$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ), resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e índice de excentricidade ( $e/D$ ) foram analisados para verificar sua influência no desempenho estrutural de pilares mistos tubulares circulares. Além da resistência última ( $N_u$ ), parâmetros de desempenho como: índice de resistência ( $SI$ ), fator de confinamento ( $\xi$ ) e índice de contribuição do concreto ( $CCR$ ) foram analisados. Com base nos resultados dos exemplares experimentais presentes na bibliografia, assim como, nas constatações observadas nestas pesquisas e citadas nesta pesquisa, as seguintes informações sobre o comportamento de pilares mistos tubulares circulares submetidos à força axial concêntrica e excêntrica podem ser citadas como conclusão:

- Os efeitos da resistência característica à compressão do concreto e da tensão de escoamento do aço agem como o esperado em relação à resistência última: quando se aumenta a resistência característica à compressão do concreto e a tensão de escoamento do aço, há um acréscimo na resistência última;
- Para pilares mistos sob força axial concêntrica e excêntrica, conforme ocorre o aumento da esbeltez global, ocorre uma redução no índice de resistência. Isto ocorre porque o efeito de confinamento é esperado em pilares mistos com baixa esbeltez global. Modelos globalmente esbeltos, são mais susceptíveis a instabilidade global, e falham antes que ocorra o ganho de resistência que pode ser provido pelo efeito de confinamento. Conforme ocorre o aumento da esbeltez local, ocorre a redução do índice de resistência. Isso pode ser explicado, porque pilares esbeltos localmente, geralmente contém tubos de aço com paredes finas, que tendem a falhar predominantemente por instabilidades locais, reduzindo o potencial de confinamento, reduzindo a rigidez e a potencial resistência do pilar misto;
- O índice de resistência aumenta com o acréscimo da tensão de escoamento do aço, porque o tubo de aço irá atrasar instabilidades locais e aumentar a resistência característica à compressão do concreto pelo efeito de confinamento, e decresce, com o acréscimo na resistência característica à compressão do concreto. Primeiro, porque concretos de alto desempenho apresentam elevada retração, resultando em uma ligação pobre entre o concreto e o tubo de aço, reduzindo a ação mista. E segundo, porque micro poros e micro fissuras em concretos de alta resistência são menores do que em concretos de resistência normal, reduzindo a capacidade de expansão volumétrica do concreto confinado;
- Em pilares mistos tubulares circulares sob força axial concêntrica, quando o fator de confinamento é relativamente baixo, ao aumentar o seu valor, haverá um acréscimo no valor do índice de resistência, no entanto, quando o fator de confinamento se aproxima da unidade, aumentar o valor do fator de confinamento não apresenta efeito significativo no índice de resistência. Em pilares mistos tubulares circulares sob força axial excêntrica, o fator de confinamento não possui praticamente nenhuma influência no desempenho do pilar misto;
- A contribuição do núcleo de concreto em termos de índice de contribuição do concreto decresce com o aumento do fator de confinamento. Isto é explicado porque o fator de confinamento aumenta com o acréscimo do produto entre a área de aço e a tensão de escoamento do aço, e pela redução no produto entre a área de concreto e a resistência característica à compressão do concreto. Mesmo que a resistência característica à compressão

do concreto seja amplificada pelo fator de confinamento, quando há um alto fator de confinamento, a participação do concreto vai ser menor comparada a participação do aço;

- A capacidade resistente do pilar misto sob força axial excêntrica diminuí conforme se aumenta o valor da excentricidade. Do mesmo modo, aumentar o índice de excentricidade reduz o índice de resistência. Aumentar a excentricidade torna o pilar misto mais flexível, influenciando na ductilidade à deflexão e na sensibilidade do tubo a instabilidades. Para pilares sob força axial pura, as deformações são puramente compressivas. Para pilares sob força axial excêntrica, as deformações são muito maiores, com tensões de tração na parte inferior da altura média do pilar;
- Aumentar o índice de excentricidade reduz o índice de contribuição do concreto, porque à medida que a excentricidade aumenta, há um predomínio de tensões de tração na face oposta a aplicação desta excentricidade, deste modo, o tubo de aço exerce maior influência comparado ao núcleo de concreto.

## 6.2 Comparação do modelo numérico com exemplares experimentais

Os pilares mistos avaliados nesta pesquisa apresentaram modo de falha por instabilidades locais para modelos curtos, e instabilidades globais para modelos longos, com a maior deflexão mensurada a meia altura do elemento. Um modelo numérico foi desenvolvido com o auxílio do *Software Ansys Mechanical APDL*, apresentando alternativas para a ligação entre mecanismos de apoio e o pilar misto, condições para a consideração da interface entre o tubo de aço e o núcleo de concreto, relação constitutiva para o aço proposta por Tao et al. (2013) e relação constitutiva para o concreto proposta por Tao (2014). O modelo numérico proposto foi comparado com 126 exemplares experimentais presentes na bibliografia com uma ampla abrangência de propriedades geométricas e mecânicas. Em relação ao modelo numérico desenvolvido nesta pesquisa, as seguintes conclusões podem ser realizadas:

- Em modelos com baixa tensão de escoamento do aço, consequente baixo fator de confinamento, o modelo superestima a capacidade resistente do pilar. Em modelos com aço de maior resistência, o modelo não apresenta tendência;
- Modelos com concreto de ultra resistência apresentaram resultados satisfatórios, ainda que, estes não apresentem ganho significativo em função do efeito de confinamento devido à baixa expansão volumétrica;

- Modelos com baixa relação  $L/D$ , sob predominância de instabilidades locais e efeito de confinamento apresentaram maior variabilidade;
- Modelos com baixa relação  $D/t$ , capazes de mobilizar altas tensões de confinamento apresentaram maior variabilidade comparados a modelos com grandes relações  $D/t$ ;
- Não foi observada tendência em relação aos resultados obtidos em relação ao aumento ou redução do índice de excentricidade  $e/D$ ;
- O modelo demonstrou competência em representar o comportamento de pilares com índice de esbeltez global ( $L/D$ ) superior à 25, pilares com tubo de aço com resistência superior a 450 MPa e concretos de ultra resistência, como concretos com resistência superior à 150 MPa;
- A comparação entre modelos numéricos e exemplares foi realizada apresentando correlações em relação a capacidade máxima, deslocamento axial e deslocamento lateral no centro do vão. A relação geral entre o valor de resistência máxima obtido numericamente e experimentalmente  $N_{mef}/N_{exp}$  para os 126 exemplares foi 1,01, com desvio padrão de 0,13.

### 6.3 Análise estatística

Considerando que o modelo numérico proposto apresentou capacidade de representar o comportamento de um pilar misto tubular circular submetido à força axial excêntrica, para extrapolar os resultados experimentais presentes na bibliografia e utilizados para a validação do modelo numérico, novos resultados representando o tubo de aço do pilar misto como um elemento sólido foram gerados, ainda, utilizando a relação constitutiva para concreto confinado proposta por Tao (2014), e também, a relação constitutiva para o tubo de aço proposta por Tao et al. (2013).

Para este fim, a criação das combinações entre os fatores e seus níveis foi construída através de um planejamento fatorial completo, este método, propiciou a análise estatística dos novos resultados gerados, fornecendo assim, a equação de regressão e os fatores que exerceram maior influência no comportamento de um pilar misto tubular circular submetido à força axial excêntrica. As variáveis independentes foram: comprimento ( $L$ ), diâmetro ( $D$ ), espessura ( $t$ ), excentricidade na aplicação da força axial ( $e$ ), tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). As variáveis dependentes foram: resistência última ( $N_u$ ) e índice de resistência ( $SI$ ). Em relação a análise estatística desenvolvida nesta pesquisa, as seguintes conclusões podem ser realizadas:

- A variável diâmetro foi a variável independente mais significativa em relação a variável dependente força última. Durante o projeto de um sistema estrutural, caso reduzir a excentricidade aplicada seja oneroso, aumentar o diâmetro do pilar misto consiste em uma alternativa eficiente;
- Foi indicado que o diâmetro, comprimento e espessura são, nesta ordem, os fatores mais significativos para aumentar a resistência última do pilar misto;
- Para aumentar a resistência última de um pilar misto sob força axial excêntrica, o acréscimo na rigidez global causado pelo aumento da resistência característica à compressão do concreto foi mais significativo do que o ganho de rigidez local causado pelo aumento da tensão de escoamento do aço;
- A força última, é acrescida quando há um aumento no diâmetro e resistência característica à compressão do concreto, por outro lado, é reduzida quando há um aumento no diâmetro e excentricidade. Portanto, aumentar o diâmetro não é uma solução para aumentar a resistência última, se a excentricidade aumenta também. Neste sentido, o efeito positivo de aumentar o diâmetro é reduzido se a excentricidade aumentar também.
- Em relação ao desempenho do pilar misto, ou seja, em relação as variáveis que propiciam o melhor comportamento conjunto, ou ação conjunta entre os elementos, a variável excentricidade foi o fator mais significativo sobre o desempenho de um pilar misto tubular circular;
- Para garantir a melhor ação conjunta do pilar misto, é preferível reduzir a presença de excentricidades, do que alterar propriedades geométricas e mecânicas do pilar misto tubular circular sob força axial excêntrica;
- Para aumentar a performance do pilar misto, é preferível concentrar-se em propriedades geométricas do que em propriedades mecânicas. Quando possível, aumentar o diâmetro e reduzir o comprimento, constituem na alteração mais significativa sobre o bom desempenho de um pilar misto tubular circular sob força axial excêntrica.

#### **6.4 Recomendação para pesquisas futuras**

Além da elaboração de um vasto banco de dados sobre pilares mistos tubulares circulares, esta pesquisa forneceu um modelo numérico para implementação no *Software Ansys Mechanical APDL* para estimar a capacidade resistente de um pilar misto tubular de seção circular, dentre diversas aplicações de pesquisa neste assunto, este modelo pode ser

utilizado e se necessário ajustado, para a realização de pesquisas abrangendo outros conjuntos de propriedades geométricas e mecânicas, assim como, diferentes condições de contorno. Portanto, como sequência desta pesquisa, é sugerido:

- Construir um banco de dados com pilares mistos tubulares submetidos à força axial concêntrica e excêntrica constituídos por outros formatos de seção transversal;
- Implementação deste modelo para a análise de pilares mistos compostos por concretos com outras propriedades mecânicas e assim, analisar o efeito do confinamento nestes elementos;
- Implementação parcial deste modelo para a análise de falhas do tipo circunferenciais ou falhas do tipo segmento;
- Implementação parcial deste modelo para a análise de pilares mistos solicitados parcialmente, adicionando ao modelo um mecanismo para aplicações de forças parciais, podendo este, ser um mecanismo com diferentes formatos;
- Implementação parcial deste modelo para a análise de pilares mistos sob ação combinada de compressão axial, momentos fletores e torção.

## REFERÊNCIAS

- ABBAS, Yahia R. Nonlinear finite element analysis to the circular CFST stub columns. *Procedia engineering*, v. 173, p. 1692-1699, 2017.
- ABDALLA, Suliman; ABED, Farid; ALHAMAYDEH, Mohammad. Behavior of CFSTs and CCFSTs under quasi-static axial compression. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 90, p. 235-244, 2013.
- ABED, Farid; ALHAMAYDEH, Mohammad; ABDALLA, Suliman. Experimental and numerical investigations of the compressive behavior of concrete filled steel tubes (CFSTs). *Journal of Constructional Steel Research*, v. 80, p. 429-439, 2013.
- AGUIAR, Otavio Prates. Estudo do comportamento de conectores Crestbond em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. 2015. 129 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2015.
- AL-ANI, Yahia Raad. Finite element study to address the axial capacity of the circular concrete-filled steel tubular stub columns. *Thin-Walled Structures*, v. 126, p. 2-15, 2018.
- ALY, T. et al. Incremental collapse threshold for pushout resistance of circular concrete filled steel tubular columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 66, n. 1, p. 11-18, 2010.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14): Commentary on Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318R-14), 2014.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). Specification for structural steel buildings (ANSI/AISC 360-16). Chicago, U.S.A., 2016.
- ANSYS. Ansys APDL v. 16.2. ANSYS Inc. and ANSYS Europe Ltd, 2017.
- ARCHITECTURAL INSTITUTE OF JAPAN (AIJ). Recommendations for design and construction of concrete filled steel tubular structures. 2001.
- AS/NZS2327, Composite Steel-Concrete Construction for Buildings, Standard Australian/Standard New Zealand, 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). Estruturas de concreto armado – Procedimento. (ABNT 6118:2014). Rio de Janeiro, 2008
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios (ABNT NBR 8800:2008). Rio de Janeiro, 2008

ATTARD, M. M.; SETUNGE, S. Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete. *Materials Journal*, v. 93, n. 5, p. 432-442, 1996.

BALTAY, Peter; GJELSVIK, Atle. Coefficient of friction for steel on concrete at high normal stress. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v. 2, n. 1, p. 46-49, 1990.

BARROS, Danielle Airão. Análise numérica de ligação entre vigas de aço e pilar misto preenchido com concreto. 2011. 134 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2011.

BASU, Amiya Kumar. Computation of failure loads of composite columns. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, v. 36, n. 3, p. 557-578, 1967.

BEZERRA, Leonardo Melo. Estudo teórico-experimental da ligação entre pilares mistos preenchidos e vigas pré-moldadas de concreto. 2011. 244 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2011.

BINICI, Baris. An analytical model for stress-strain behavior of confined concrete. *Engineering structures*, v. 27, n. 7, p. 1040-1051, 2005.

BOEIRA, Diego Juliano da Rosa. Estudo das imperfeições locais e globais no cálculo da resistência de elementos de estruturas de aço. 2017. 93 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, Brasil, 2017.

BORDIGNON, Rodrigo. Otimização de pilares retangulares em concreto armado submetidos à flexocompressão reta. 2010. 89 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, Brasil, 2010.

BRAGA, Augusto Cezar Gomes; FERREIRA, Walnório Graça. Pilares mistos aço-concreto e comparativo de custo com pilares de aço e pilares de concreto armado. *Rem: Revista Escola de Minas*, v. 64, n. 4, p. 407-414, 2011.

BRIDGE, Russell Q.; RODERICK, Jack W. Behavior of built-up composite columns. *Journal of the Structural Division*, v. 104, n. 7, p. 1141-1155, 1978.

CAI, Jingming et al. Nonlinear analysis of circular concrete-filled steel tube columns under eccentric loading. *Magazine of Concrete Research*, v. 72, n. 6, p. 292-303, 2020.

CALIÓ, Leonardo Jorge. Pilares mistos parcialmente revestidos: resistência e rigidez em situação de incêndio. 2017. 94 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Brasil, 2017.

CAMPIONE, G. et al. Behavior of fiber reinforced concrete-filled tubular columns in compression. *Materials and Structures*, v. 35, n. 6, p. 332-337, 2002.

CAMPIONE, Giuseppe et al. Strength of hollow circular steel sections filled with fibre-reinforced concrete. *Canadian journal of civil engineering*, v. 27, n. 2, p. 364-372, 2000.

CAMPOS, Alessandro de Souza. Estudo sobre os criterios de dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto. 2006. 158 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 2006.

CANDAPPA, D. P.; SETUNGE, S.; SANJAYAN, J. G. Stress versus strain relationship of high strength concrete under high lateral confinement. *Cement and Concrete Research*, v. 29, n. 12, p. 1977-1982, 1999.

CARRAZEDO, Ricardo. Mecanismos de confinamento e suas implicações no reforço de pilares de concreto por encamisamento com compósito de fibras de carbono. 2002. 173 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2002.

Catálogo Técnico Gerdau. Catálogo Chapa Grossa. Disponível em: <https://www2.gerdau.com.br/downloadable-resource/catalogo-chapa-grossa>. Acesso em: mar. 2021.

Catálogo Técnico Comega Tubos. Catálogo Técnico Tubos para fins industriais e mecânicos. Disponível em: <http://www.comega.com.br/site/catalogoport2018.pdf>. Acesso em: mar. 2021.

CHAMBERLAIN, Z. M. Estruturas de Aço. Passo Fundo, RS, 2004.

CHANG, Xu; HUANG, Cheng-Kui; CHEN, Ya-Juan. Mechanical performance of eccentrically loaded pre-stressing concrete filled circular steel tube columns by means of expansive cement. *Engineering Structures*, v. 31, n. 11, p. 2588-2597, 2009.

CHAVES, Marina de Fátima Ferreira. Análise numérica de conectores de cisalhamento em pilar misto tubular circular preenchido com concreto. 2019. 131 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil, 2019.

CHEN ZY, Zhu JQ, Wu PG. High strength concrete and its application. Beijing: Tsinghua University Press; 1996 [in Chinese].

CHEN, Shiming et al. Structural behavior of UHPC filled steel tube columns under axial loading. *Thin-Walled Structures*, v. 130, p. 550-563, 2018.

DA CONCEICAO ALCANTARA, Mariana. Modelagem numérica de pilares mistos tubulares circulares preenchidos com concreto de alta resistência. 2017. 128 f. Dissertação

(Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2017.

DBJ/T 13-51-2010. Technical Specifications for Concrete-Filled Steel Tubular Structures, in: DBJ, Fuzhou, 2010.

DE ALMEIDA, Paulo Henrique Ferreira. Estudo numérico de um dispositivo de transferência de cargas em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. 2012. 135 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2012.

DE ARAÚJO, Raphaella Oliveira. Avaliação de colunas tubulares mistas-aço inoxidável, concreto e aço carbono. 2016. 150 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2016.

DE NARDIN, S.; EL DEBS, A. L. H. C. Axial load behaviour of concrete-filled steel tubular columns. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, v. 160, n. 1, p. 13-22, 2007.

DE NARDIN, Silvana. Pilares mistos preenchidos: estudo da flexo-compressão e de ligações viga-pilar. 2003. 323 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2003.

DE NICOLO, Barbara; PANI, Luisa; POZZO, E. Strain of concrete at peak compressive stress for a wide range of compressive strengths. *Materials and Structures*, v. 27, n. 4, p. 206-210, 1994.

DE OLIVEIRA, Walter Luiz Andrade et al. Influence of concrete strength and length/diameter on the axial capacity of CFT columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 65, n. 12, p. 2103-2110, 2009.

CARDOSO, Hermano de Sousa. Estudo teórico-experimental de parafusos utilizados como dispositivos de transferência de carga em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. 2014. 182 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2014.

DE SOUZA SPAVIER, Patricia Tavares. Análise experimental e numérica de ligação entre pilar misto parcialmente revestido e viga metálica sem interrupção do concreto de revestimento. 2020. 184 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2020.

DING, Fa-xing et al. Comparative study of stirrup-confined circular concrete-filled steel tubular stub columns under axial loading. *Thin-Walled Structures*, v. 123, p. 294-304, 2018.

DING, Fa-xing et al. Mechanical behavior of circular and square concrete filled steel tube stub columns under local compression. *Thin-Walled Structures*, v. 94, p. 155-166, 2015.

DO PRADO, Luiz Fernando Pereira. Estudo numérico do conector Crestbond e de chapa passante em pilares mistos tubulares circulares preenchidos com concreto em situação de incêndio. 2017. 181 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2017.

DONG, C. X.; Kwan, A. K. H.; Ho, J. C. M. A constitutive model for predicting the lateral strain of confined concrete. *Engineering Structures*, v. 91, p. 155-166, 2015.

DOS SANTOS, Lucas Ribeiro. Análise numérica de conectores parafusos em pilares mistos circulares preenchidos com concreto. 2017. 149 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2017.

DUNDU, M. Compressive strength of circular concrete filled steel tube columns. *Thin-Walled Structures*, v. 56, p. 62-70, 2012.

EKMEKYAPAR, Talha; AL-ELIWI, Baraa JM. Experimental behaviour of circular concrete filled steel tube columns and design specifications. *Thin-Walled Structures*, v. 105, p. 220-230, 2016.

ELCHALAKANI, Mohamed et al. Finite element simulation of circular short CFDST columns under axial compression. In: *Structures*. Elsevier, 2019. p. 607-619.

ELLOBODY, Ehab; GHAZY, Mariam F. Experimental investigation of eccentrically loaded fibre reinforced concrete-filled stainless steel tubular columns. *Journal of constructional steel research*, v. 76, p. 167-176, 2012.

ELREMAILY, A.; AZIZINAMINI, Atorod. Design provisions for connections between steel beams and concrete filled tube columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 57, n. 9, p. 971-995, 2001.

ELYOUSSEF, Mostafa; ELGRIW, Muad; ABED, Farid. FE Parametric study of the Compressive Behavior of CFSTs. In: 2019 8th International Conference on Modeling Simulation and Applied Optimization (ICMSAO). IEEE, 2019. p. 1-5. *Engineering*, v. 117, n. 3, p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION — CEN. Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings (EN 1993-1-1). Brussels, Belgium, 2005.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings. EN 1994- 1-1 Eurocode 4, Brussels; 2004.

FAM, Amir; QIE, Frank S.; RIZKALLA, Sami. Concrete-filled steel tubes subjected to axial compression and lateral cyclic loads. *Journal of Structural Engineering*, v. 130, n. 4, p. 631-640, 2004.

FARIA, André de Oliveira. Análise numérica de conectores de cisalhamento tipo parafuso em pilares mistos de seção circular preenchida com concreto. 2018. 62 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil). Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil, 2018.

FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE/COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (FIP/CEB). High-strength concrete—State-of-the-art report. 1990.

FIGUEIREDO, Luciana Maria Bonvino. Projeto e construção de pilares mistos aço-concreto. 1998. 143 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 1998.

FILHO, Carlito Botazini Barcelos. Estudo térmico de pilares mistos de aço e concreto de seção tubular circular em situação de incêndio. 2018. 99 f. Dissertação (Mestrado) - Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Brasil, 2018.

FUJIMOTO, Toshiaki et al. Behavior of eccentrically loaded concrete-filled steel tubular columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 130, n. 2, p. 203-212, 2004.

FURLONG, Richard W. Strength of steel-encased concrete beam columns. *Journal of the Structural Division*, v. 93, n. 5, p. 113-124, 1967.

GAIGA, Flavio. Análise da distribuição das tensões de cisalhamento na interface aço-concreto de pilares mistos parcialmente revestidos. 2008. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 2008.

GARDNER, Noel J. Use of spiral welded steel tubes in pipe columns. In: *Journal Proceedings*. 1968. p. 937-942.

GARDNER, Noel J.; JACOBSON, E. Ronald. Structural behavior of concrete filled steel tubes. In: *Journal Proceedings*. 1967. p. 404-413.

GARZÓN-ROCA, Julio et al. Finite element modelling of steel-caged RC columns subjected to axial force and bending moment. *Engineering Structures*, v. 40, p. 168-186, 2012.

GE, Hanbin; USAMI, Tsutomu. Cyclic tests of concrete-filled steel box columns. *Journal of structural engineering*, v. 122, n. 10, p. 1169-1177, 1996.

GHAZEMIAN, Mohsen; SCHMIDT, Lewis C. Curved circular hollow section (CHS) steel struts infilled with higher-strength concrete. *Structural Journal*, v. 96, n. 2, p. 275-281, 1999.

GIAKOUMELIS, Georgios; LAM, Dennis. Axial capacity of circular concrete-filled tube columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 60, n. 7, p. 1049-1068, 2004.

GOMES, Harley Davidson. Análise numérica de pilares mistos de aço e concreto tubulares circulares com concreto de alto desempenho. 2015. 158 f. Dissertação (Mestrado) – Departamento De Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Brasil, 2015.

GONÇALVES, Nathália Gabriela. Novos desenvolvimentos para análise numérica de pilares mistos em condições de incêndio baseado no Eurocódigo 4. 2019. 261 f. Tese (Doutorado) - Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Brasil, 2019.

GOODE, C. D. A review and analysis of over one thousand tests on concrete filled steel tube columns. In: *Proceedings of 8th International Conference on Steel-Concrete Composite and Hybrid Structures*, Harbin, China. 2006. p. 12-15.

GOPAL, S. Ramana; MANOHARAN, P. Devadas. Experimental behaviour of eccentrically loaded slender circular hollow steel columns in-filled with fibre reinforced concrete. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 62, n. 5, p. 513-520, 2006.

GOPAL, S. Ramana; MANOHARAN, P. Devadas. Tests on fiber reinforced concrete filled steel tubular columns. *Steel and Composite Structures*, v. 4, n. 1, p. 37-48, 2004.

GRIFFIS, L. G. Composite frame construction. *Constructional steel design: an international guide*, p. 523-553, 1992.

GULER, Soner; ÇOPUR, Alperen; AYDOGAN, Metin. Axial capacity and ductility of circular UHPC-filled steel tube columns. *Magazine of concrete research*, v. 65, n. 15, p. 898-905, 2013.

GUPTA, P. K.; SARDA, S. M.; KUMAR, M. S. Experimental and computational study of concrete filled steel tubular columns under axial loads. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 63, n. 2, p. 182-193, 2007.

HAIR JR., Joseph F. et al. Análise multivariada de dados. 6 ed. Porto Alegre. Bookman, 688p., 2009.

HAN, Lin-Hai et al. Tests on curved concrete filled steel tubular members subjected to axial compression. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 6, p. 965-976, 2011.

HAN, Lin-Hai; LI, Wei; BJORHOVDE, Reidar. Developments and advanced applications of concrete-filled steel tubular (CFST) structures: Members. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 100, p. 211-228, 2014.

HAN, Lin-Hai; LIU, Wei; YANG, You-Fu. Behaviour of concrete-filled steel tubular stub columns subjected to axially local compression. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 64, n. 4, p. 377-387, 2008.

HAN, Lin-Hai; YAO, Guo-Huang. Behaviour of concrete-filled hollow structural steel (HSS) columns with pre-load on the steel tubes. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 59, n. 12, p. 1455-1475, 2003.

HAN, Lin-Hai; YAO, Guo-Huang. Experimental behaviour of thin-walled hollow structural steel (HSS) columns filled with self-consolidating concrete (SCC). *Thin-Walled Structures*, v. 42, n. 9, p. 1357-1377, 2004.

HAN, Lin-Hai; YAO, Guo-Huang; TAO, Zhong. Performance of concrete-filled thin walled steel tubes under pure torsion. *Thin-Walled Structures*, v. 45, n. 1, p. 24-36, 2007.

HAN, Lin-Hai; YAO, Guo-Huang; ZHAO, Xiao-Ling. Tests and calculations for hollow structural steel (HSS) stub columns filled with self-consolidating concrete (SCC). *Journal of Constructional Steel Research*, v. 61, n. 9, p. 1241-1269, 2005.

HAN, Lin-Hai; YE, Yong; LIAO, Fei-Yu. Effects of core concrete initial imperfection on performance of eccentrically loaded CFST columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 142, n. 12, p. 04016132, 2016.

HANG, Wang et al. Ultimate bearing capacity correlation of steel tube confined RC column under combined compression-bending-torsion load. *Thin-Walled Structures*, v. 145, p. 106408, 2019.

HASKETT, Matthew et al. Evaluating the shear-friction resistance across sliding planes in concrete. *Engineering Structures*, v. 33, n. 4, p. 1357-1364, 2011.

HATZIGEORGIOU, George D. Numerical model for the behavior and capacity of circular CFT columns, Part I: Theory. *Engineering Structures*, v. 30, n. 6, p. 1573-1578, 2008.

HIBBELER, Russell Charles. Resistência dos materiais . Pearson Educación, 2004.

HU, Hsuan-Teh et al. Nonlinear analysis of axially loaded concrete-filled tube columns with confinement effect. *Journal of Structural Engineering*, v. 129, n. 10, p. 1322-1329, 2003.

HU, Hsuan-Teh; HUANG, Chiung-Shiann; CHEN, Zhi-Liang. Finite element analysis of CFT columns subjected to an axial compressive force and bending moment in combination. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 61, n. 12, p. 1692-1712, 2005.

HUANG, C. S. et al. Axial load behavior of stiffened concrete-filled steel columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 128, n. 9, p. 1222-1230, 2002.

JOHANSSON, Mathias. Composite action in connection regions of concrete-filled steel tube columns. *Steel and Composite Structures*, v. 3, n. 1, p. 47-64, 2003.

JOHANSSON, Mathias; AKESSON, Magnus. Finite element study of concrete-filled steel tubes using a new confinement-sensitive concrete compression model. *Nordic concrete research-publications-*, v. 27, p. 43-62, 2002.

JOHANSSON, Mathias; GYLLTOFT, Kent. Mechanical behavior of circular steel-concrete composite stub columns. *Journal of structural engineering*, v. 128, n. 8, p. 1073-1081, 2002.

KANG, Won-Hee et al. Design strength of concrete-filled steel columns. *Advanced Steel Construction*, v. 11, n. 2, p. 165-184, 2015.

KATO, B. Compressive strength and deformation capacity of concrete-filled tubular stub columns (Strength and rotation capacity of concrete-filled tubular columns, Part 1). *Journal of Structural and Construction Engineering, AIJ*, v. 468, p. 183-191, 1995.

KATWAL, Utsab et al. Simplified numerical modeling of axially loaded circular concrete-filled steel stub columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 143, n. 12, p. 04017169, 2017.

KEDZIORA, Slawomir; ANWAAR, Muhammad Omer. Concrete-filled steel tubular (CFTS) columns subjected to eccentric compressive load. In: *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC, 2019. p. 020004.

KENARANGI, Hadi; BRUNEAU, Michel. Shear Strength of Composite Circular Reinforced Concrete-Filled Steel Tubes. *Journal of Structural Engineering*, v. 146, n. 1, p. 04019180, 2020.

KHANOUKI, MM Arabnejad et al. Investigation of through beam connection to concrete filled circular steel tube (CFCST) column. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 121, p. 144-162, 2016.

KILPATRICK, Andrew E.; RANGAN, B. Vijaya. Influence of interfacial shear transfer on behavior of concrete-filled steel tubular columns. *Structural Journal*, v. 96, n. 4, p. 642-648, 1999. (a).

KILPATRICK, Andrew E.; RANGAN, B. Vijaya. Tests on high-strength concrete-filled steel tubular columns. *Structural Journal*, v. 96, n. 2, p. 268-274, 1999. (b).

KNOWLES, Robert B.; PARK, Robert. Strength of concrete filled steel columns. *Journal of the structural division*, 1969.

KURANOVAS, Artiomias et al. Load-bearing capacity of concrete-filled steel columns. *Journal of civil engineering and management*, v. 15, n. 1, p. 21-33, 2009.

LACUESTA, C. D. et al. A numerical model with varying passive confinement for circular and elliptical concrete-filled steel tubular columns. In: *12th International Conference on Advances in Steel-Concrete Composite Structures (ASCCS 2018) Proceedings*. 2018.

LAI, Zhichao; VARMA, Amit H. Noncompact and slender circular CFT members: Experimental database, analysis, and design. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 106, p. 220-233, 2015.

LAKSHMI, B.; SHANMUGAM, N. E. Nonlinear analysis of in-filled steel-concrete composite columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 128, n. 7, p. 922-933, 2002.

LAM, Dennis et al. Behaviour of inclined, tapered and STS square CFST stub columns subjected to axial load. *Thin-Walled Structures*, v. 54, p. 94-105, 2012.

LEE, Eun-Taik et al. Torsional behavior of concrete-filled circular steel tube columns. *Journal of structural engineering*, v. 135, n. 10, p. 1250-1258, 2009.

LEE, Seong-Hui et al. Behavior of high-strength circular concrete-filled steel tubular (CFST) column under eccentric loading. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 1, p. 1-13, 2011.

LEMES, Ígor José Mendes. *Análise avançada via MRPR de estruturas mistas de aço e concreto*. 2015. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil, 2015.

LI, Gengying; ZHAO, Xiaohua; CHEN, Liqiang. Improve the strength of concrete-filled steel tubular columns by the use of fly ash. *Cement and concrete research*, v. 33, n. 5, p. 733-739, 2003.

LIANG, Qing Quan. High strength circular concrete-filled steel tubular slender beam-columns, Part I: Numerical analysis. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 2, p. 164-171, 2011.

LIANG, Qing Quan. High strength circular concrete-filled steel tubular slender beam-columns, Part II: Fundamental behavior. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 2, p. 172-180, 2011.

LIANG, Qing Quan; FRAGOMENI, Sam. Nonlinear analysis of circular concrete-filled steel tubular short columns under eccentric loading. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 66, n. 2, p. 159-169, 2010.

LIAO, Fei-Yu; HAN, Lin-Hai; HE, Shan-Hu. Behavior of CFST short column and beam with initial concrete imperfection: Experiments. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 12, p. 1922-1935, 2011.

LIAO, Fei-Yu; HAN, Lin-Hai; TAO, Zhong. Behaviour of CFST stub columns with initial concrete imperfection: Analysis and calculations. *Thin-Walled Structures*, v. 70, p. 57-69, 2013.

LIAO, Fei-Yu; ZHANG, Wei-Jie; HAN, Hao. Cyclic performance of circular concrete-filled steel tubular members with initial gap between tube and concrete core. *Advances in Structural Engineering*, p. 1369433219866291, 2019.

LIEW, J. Y. R.; XIONG, D. X. Experimental investigation on tubular columns infilled with ultra-high strength concrete. 2010.

LIEW, J. Y. R.; XIONG, D. X. Ultra-high strength concrete filled columns for highrise buildings. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Steel & Composite Structures*, Sydney, Australia. 2010. p. 82-93.

LIEW, JY Richard; XIONG, D. X. Effect of preload on the axial capacity of concrete-filled composite columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 65, n. 3, p. 709-722, 2009.

LIEW, JY Richard; XIONG, D. X. Ultra-high strength concrete filled composite columns for multi-storey building construction. *Advances in Structural Engineering*, v. 15, n. 9, p. 1487-1503, 2012.

LIEW, JY Richard; XIONG, Mingxiang; XIONG, Dexin. Design of concrete filled tubular beam-columns with high strength steel and concrete. In: *Structures*. Elsevier, 2016. p. 213-226.

LIU, Jiepeng et al. Axial stress-strain behavior of high-strength concrete confined by circular thin-walled steel tubes. *Construction and Building Materials*, v. 177, p. 366-377, 2018.

LIU, Jiepeng; ZHOU, Xuhong; GAN, Dan. Effect of friction on axially loaded stub circular tubed columns. *Advances in Structural Engineering*, v. 19, n. 3, p. 546-559, 2016.

LOURENÇÃO, Jéssica Salomão. Dimensionamento ótimo de pilares mistos preenchidos de aço e concreto. 2019. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Dissertação (Mestrado) – Departamento De Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Brasil, 2015.

LU, Yiyang et al. Behavior of steel fiber reinforced concrete-filled steel tube columns under axial compression. *Construction and Building Materials*, v. 95, p. 74-85, 2015.

LUTZ, Leroy A.; GERGELY, Peter. Mechanics of bond and slip of deformed bars in concrete. In: *Journal Proceedings*. 1967. p. 711-721.

MALITE, Maximiliano. Sobre o cálculo de vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios. 1990. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 1990.

MANDER, John B.; PRIESTLEY, Michael JN; PARK, R. Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of structural engineering*, v. 114, n. 8, p. 1804-1826, 1988.

MEDEIROS, Guilherme Fleith de. Método da busca harmônica aplicado na otimização de seções de pilares retangulares em concreto armado considerando custos econômicos e ambientais. 2012. 123 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, Brasil, 2012.

MEI, Hong et al. Confinement effects on high-strength concrete. *Structural Journal*, v. 98, n. 4, p. 548-553, 2001.

MELO, Ruan Aparecido de. Análise numérica de pilares mistos de seção quadrada preenchidos com concreto e submetidos à flexo-compressão. 2018. 107 f. Dissertação (Mestrado) - Departamento De Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil, 2018.

MENETREY, Philippe; WILLAM, K. J. Triaxial failure criterion for concrete and its generalization. *Structural Journal*, v. 92, n. 3, p. 311-318, 1995.

MIRMIRAN, Amir; ZAGERS, Kenneth; YUAN, Wenqing. Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 35, n. 1, p. 79-96, 2000.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.

MUCIACCIA, Giovanni et al. Response of self-compacting concrete filled tubes under eccentric compression. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 5, p. 904-916, 2011.

NEOGI, P. K. Concrete-filled tubular steel columns under eccentric loading. *The Structural Engineer*, v. 47, n. 5, p. 187-195, 1969.

O'SHEA, M. D., & BRIDGE, R. Q. Design of Circular Thin-Walled Concrete Filled Steel Tubes. *Journal of Structural Engineering*, 126(11), 1295–1303, 2000.

OLIVEIRA, Walter Luiz Andrade de. Análise teórico-experimental de pilares mistos preenchidos de seção circular. 2008. 251 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2008.

OUYANG, Y. et al. Finite element analysis of concrete-filled steel tube (CFST) columns with circular sections under eccentric load. *Engineering Structures*, v. 148, p. 387-398, 2017.

OUYANG, Yi; HO, Johnny Ching Ming. Curvature-relevant analysis of eccentrically loaded circular concrete-filled steel tube columns. *Magazine of Concrete Research*, v. 66, n. 24, p. 1263-1276, 2014.

PANCHAL, Devang R; PATEL, Yameen. Experimental and Computational Parametric Analysis of CFST and CFFT Columns. *International Journal Of Engineering And Advanced Technology*, [s.l.], v. 8, n. 6, p.2701-2706, 30 ago. 2019. Blue Eyes Intelligence Engineering and Sciences Engineering and Sciences Publication - BEIESP.699-714, 1991.

PAPANIKOLAOU, Vassilis K.; KAPPOS, Andreas J. Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression. *International Journal of Solids and Structures*, v. 44, n. 21, p. 7021-7048, 2007.

PATEL, V. I. et al. Ultra-high strength circular short CFST columns: Axisymmetric analysis, behaviour and design. *Engineering Structures*, v. 179, p. 268-283, 2019.

PATEL, Vipulkumar Ishvarbhai; LIANG, Qing Quan; HADI, Muhammad NS. Numerical analysis of circular concrete-filled steel tubular slender beam-columns with preload effects. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 13, n. 03, p. 1250065, 2013.

PEREA, Tiziano. Analytical and experimental study on slender concrete-filled steel tube columns and beam-columns. 2010. 668 f. Thesis (Doctor of Philosophy in Civil Engineering) - Georgia Institute of Technology, Atlanta, Estados Unidos da América, 2010.

PEREIRA, Margot Fabiana. Análise experimental e numérica de pilares mistos parcialmente revestidos. 2014. 174 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2014.

PEREIRA, Margot Fabiana. Comportamento estrutural de pilares mistos parcialmente revestidos submetidos à flexo-compressão. 2017. 235 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2017.

PHAM, Duc-Duy; NGUYEN, Phu-Cuong. Finite Element Modelling for Axially Loaded Concrete-Filled Steel Circular Tubes. In: CIGOS 2019, Innovation for Sustainable Infrastructure. Springer, Singapore, 2020. p. 75-80.

POLIOTTI, Mauro; BAIRÁN, Jesús-Miguel. A new concrete plastic-damage model with an evolutive dilatancy parameter. *Engineering structures*, v. 189, p. 541-549, 2019.

PORTOLÉS, J. M. et al. Experimental study of high strength concrete-filled circular tubular columns under eccentric loading. *Journal of constructional steel research*, v. 67, n. 4, p. 623-633, 2011.

PORTOLÉS, J. M.; SERRA, E.; ROMERO, Manuel L. Influence of ultra-high strength infill in slender concrete-filled steel tubular columns. *Journal of constructional steel research*, v. 86, p. 107-114, 2013.

PRATES, Julia Andreata. Conectores parafusos instalados com rebite para transferência de carga em pilares mistos com perfis formados a frio preenchidos com concreto. 2017. 169 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2017.

PRION, Helmut GL; BOEHME, Jens. Beam-column behaviour of steel tubes filled with high strength concrete. *Canadian journal of civil engineering*, v. 21, n. 2, p. 207-218, 1994.

QUEIROZ, Fernando Diniz. Modelos para análise de pilares mistos pelo método dos elementos finitos. 2003. 189 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2003.

QUEIROZ, Gilson; PIMENTA, Roberval José; MARTINS, Alexander Galvão. Estruturas Mistas. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil, 2010. 68 p. (Manual da Construção em Aço).

RANGAN, B. Vijaya; JOYCE, Matthey. Strength of eccentrically loaded slender steel tubular columns filled with high-strength concrete. *Structural Journal*, v. 89, n. 6, p. 676-681, 1992.

REN, Qing-Xin et al. Experiments on special-shaped CFST stub columns under axial compression. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 98, p. 123-133, 2014.

ROCHA, Fabio Martin. Pilares de aço e misto de aço e concreto inseridos em paredes em situação de incêndio. 2016. 226 f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2016.

RODRIGUES, Fábio Masini. Análise numérica de pilares curtos compostos por tubos de aço preenchidos com concreto em situação de incêndio. 2017. 277 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 2017.

ROEDER, Charles W.; CAMERON, Brad; BROWN, Colin B. Composite action in concrete filled tubes. *Journal of structural engineering*, v. 125, n. 5, p. 477-484, 1999.

ROSSI, Mariana Lavagnolli. Análise numérica de pilares mistos de aço e concreto isolados e inseridos em paredes em situação de incêndio. 2019. 179 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2019.

SABNIS, Gajanan M.. *Handbook of composite construction engineering*. New York: van Nostrand Reinhold Co, 1979. 380 p.

SAISHO, M.; ABE, T.; NAKAYA, K. Ultimate bending strength of high-strength concrete filled steel tube column. *Journal of Structural and Construction Engineering, AIJ*, v. 523, n. 1, p. 133-140, 1999.

SAKINO, K. Sustaining Load Capacity of Plain Concrete Stub Columns Confined by Circular Steel Tube. In: *Proceedings of the International Speciality Conference on Concrete Filled Steel Tubular Structures*. 1985. p. 112-118.

SAKINO, Kenji et al. Behavior of centrally loaded concrete-filled steel-tube short columns. *Journal of structural engineering*, v. 130, n. 2, p. 180-188, 2004.

SAKINO, Kenji. Behavior of concrete filled steel tubular stub columns under concentric loading. In: *Proceedings of the Third International Conference on Steel-Concrete Composite Structures*, 1991. 9. 1991. p. 25-30.

SAMANI, Ali Khajeh; ATTARD, Mario M. A stress-strain model for uniaxial and confined concrete under compression. *Engineering Structures*, v. 41, p. 335-349, 2012.

SCHNEIDER, H. (2006), "Zum tragverhalten kurzer, umschnürter, kreisförmiger, druckglieder aus ungefasertem UHFB", Ph.D. Dissertation, University of Leipzig, Leipzig, Germany.

SCHNEIDER, Stephen P. Axially loaded concrete-filled steel tubes. *Journal of structural Engineering*, v. 124, n. 10, p. 1125-1138, 1998.

SERRAS, Dionisios N. et al. Inelastic behavior of circular concrete-filled steel tubes: monotonic versus cyclic response. *Bulletin of Earthquake Engineering*, v. 15, n. 12, p. 5413-5434, 2017.

SHAMS, Mohammad; SAADEGHVAZIRI, M. Ala. State of the art of concrete-filled steel tubular columns. *Structural Journal*, v. 94, n. 5, p. 558-571, 1997.

SHANMUGAM, Nandivaram Elumalai; LAKSHMI, B. State of the art report on steel–concrete composite columns. *Journal of constructional steel research*, v. 57, n. 10, p. 1041-1080, 2001.

SILVA, Halley Pereira da Silva. Simulação numérica do comportamento de conectores de cisalhamento tipo crestbond. 2013. 190 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Brasil, 2013.

SONG, Tian-Yi; XIANG, Kai. Performance of axially-loaded concrete-filled steel tubular circular columns using ultra-high strength concrete. In: *Structures*. Elsevier, 2020. p. 163-176.

SUSANTHA, K. A. S.; GE, Hanbin; USAMI, Tsutomu. Uniaxial stress–strain relationship of concrete confined by various shaped steel tubes. *Engineering Structures*, v. 23, n. 10, p. 1331-1347, 2001.

TANG, Jialin et al. Modeling of stress-strain relationships for steel and concrete in concrete filled circular steel tubular columns. *Kou kouzou rombunshuu*, v. 3, n. 11, p. 35-46, 1996.

TAO, Zhong et al. Bond behavior in concrete-filled steel tubes. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 120, p. 81-93, 2016.

TAO, Zhong et al. Design of concrete-filled steel tubular members according to the Australian Standard AS 5100 model and calibration. *Australian Journal of Structural Engineering*, v. 8, n. 3, p. 197-214, 2008.

TAO, Zhong. Refined finite element modelling of concrete-filled steel stub columns. In: *ASEC 2014: Structural Engineering in Australasia: World Standard: Proceedings of the Australasian Structural Engineering Conference: 9-11 July 2014, Auckland, New Zealand*. 2014.

TAO, Zhong; HAN, Lin-Hai; WANG, Dong-Ye. Strength and ductility of stiffened thin-walled hollow steel structural stub columns filled with concrete. *Thin-walled structures*, v. 46, n. 10, p. 1113-1128, 2008.

TAO, Zhong; WANG, Xing-Qiang; UY, Brian. Stress-strain curves of structural and reinforcing steels after exposure to elevated temperatures. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v. 25, n. 9, p. 1306-1316, 2013.

TAO, Zhong; WANG, Zhi-Bin; YU, Qing. Finite element modelling of concrete-filled steel stub columns under axial compression. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 89, p. 121-131, 2013.

THAI, Son et al. Concrete-filled steel tubular columns: Test database, design and calibration. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 157, p. 161-181, 2019.

TINEO, Rafael Pereira. Ligação mista viga-pilar preenchido com chapa passante: modelagem numérica e análise paramétrica. 2016. 154 f. Dissertação (Mestrado) - Departamento De Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil, 2016.

TOMII, Masahide. Experimental studies on concrete filled steel tubular stub columns under concentric loading. In: *Proceedings of International Colloquium on Stability of Structures Under Static and Dynamic Loads*, SSRC/ASCE/Washington, DC. 1977.

TRAN, Viet-Linh; THAI, Duc-Kien; NGUYEN, Duy-Duan. Practical artificial neural network tool for predicting the axial compression capacity of circular concrete-filled steel tube columns with ultra-high-strength concrete. *Thin-Walled Structures*, v. 151, p. 106720, 2020.

UY, Brian. High-strength steel–concrete composite columns for buildings. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, v. 156, n. 1, p. 3-14, 2003.

UY, Brian; TAO, Zhong; HAN, Lin-Hai. Behaviour of short and slender concrete-filled stainless steel tubular columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n. 3, p. 360-378, 2011.

VIRDI, K. S.; KS, VIRDI; PJ, DOWLING. Bond strength in concrete filled steel tubes. 1980.

WANG, Wen-Da et al. Performance of steel-reinforced circular concrete-filled steel tubular members under combined compression and torsion. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 173, p. 106271, 2020.

WANG, Y. Experimental Study of High Strength Concrete Filled Circular Steel Columns. *Advances in Steel Structures (ICASS '99)*, 401–411. doi:10.1016/b978-008043015-7/50047-6, 1999.

WARDENIER, Jacob et al. *Hollow sections in structural applications*. Rotterdam,, The Netherlands: Bouwen met staal, 2002.

WU, F. Y. Compressive behaviour of recycled concrete-filled steel tubes. College of Civil Engineering, Fuzhou University, China, 2006.

XIONG MX, Xiong DX and Liew JYR. Axial performance of short concrete filled steel tubes with high- and ultra-high-strength materials. *Engineering Structures* 136(4): 494–510, 2017.

XIONG, D.X. (2012), “Structural behaviour of concrete filled steel tube with high strength materials”, Ph.D. Dissertation, National University of Singapore, Singapore

XIONG, Ming-Xiang; XIONG, De-Xin; LIEW, JY Richard. Behaviour of steel tubular members infilled with ultra high strength concrete. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 138, p. 168-183, 2017.

XUE, Jun-Qing; BRISEGHIELLA, Bruno; CHEN, Bao-Chun. Effects of debonding on circular CFST stub columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 69, n. 1, p. 64-76, 2012.

YAMAMOTO, T.; KAWAGUCHI, J.; MORINO, S. Experimental study of the size effect on the behavior of concrete filled circular steel tube columns under axial compression. *Journal of Structural and Construction Engineering*, n. 561, p. 237-244, 2002.

YANG, You-Fu; HAN, Lin-Hai. Behaviour of concrete filled steel tubular (CFST) stub columns under eccentric partial compression. *Thin-Walled Structures*, v. 49, n. 2, p. 379-395, 2011.

YANG, Zhijian et al. Flexural behavior of high strength concrete filled square steel tube with inner CFRP circular tube. *KSCE Journal of Civil Engineering*, v. 21, n. 7, p. 2728-2737, 2017.

YE, Yong et al. Concrete-filled bimetallic tubes under axial compression: Experimental investigation. *Thin-Walled Structures*, v. 108, p. 321-332, 2016.

YU, Qing; TAO, Zhong; WU, Ying-Xing. Experimental behaviour of high performance concrete-filled steel tubular columns. *Thin-Walled Structures*, v. 46, n. 4, p. 362-370, 2008.

YU, T., TENG, J. G., WONG, Y. L., & DONG, S. L. Finite element modeling of confined concrete-I: Drucker–Prager type plasticity model. *Engineering Structures*, 32(3), 665–679. doi:10.1016/j.engstruct.2009.11.014 , 2010.

YU, T., TENG, J. G., WONG, Y. L., & DONG, S. L. Finite element modeling of confined concrete-II: Plastic-damage model. *Engineering Structures*, 32(3), 680–691, 2010.

YU, Zhi-wu; DING, Fa-xing; CAI, C. S. Experimental behavior of circular concrete-filled steel tube stub columns. *Journal of constructional steel research*, v. 63, n. 2, p. 165-174, 2007.

ZEGHICHE, J., & CHAOUI, K. An experimental behaviour of concrete-filled steel tubular columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 61(1), 53–66, 2005.



# UPF

UNIVERSIDADE  
DE PASSO FUNDO

UPF Campus I - BR 285, São José  
Passo Fundo - RS - CEP: 99052-900  
(54) 3316 7000 - [www.upf.br](http://www.upf.br)