UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

Arieli dos Santos

FUNÇÃO QUADRÁTICA: UMA PROPOSTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

Passo Fundo

2020

Arieli dos Santos

FUNÇÃO QUADRÁTICA: UMA PROPOSTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto de Ciências Exatas e Geociências, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

Passo Fundo

2020

CIP – Catalogação na Publicação

S237f Santos, Arieli dos
Função quadrática : uma proposta de ensino-aprendizagem com o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais / Arieli dos Santos. – 2020.
158 f. : il., color. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, 2020.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Ensino - Meios auxiliares.
3. Didática. 4. Tecnologia educacional. I. Pereira, Luiz Henrique Ferraz, orientador. II. Título.

CDU: 372.85

Catalogação: Bibliotecário Luís Diego Dias de S. da Silva – CRB 10/2241

Arieli dos Santos

FUNÇÃO QUADRÁTICA: UMA PROPOSTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

A banca examinadora abaixo, APROVA em 19 de junho de 2020, a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial de exigência para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de pesquisa Práticas Educativas em Ensino de Ciências e Matemática.

Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira – Orientador
Universidade de Passo Fundo

Dra. Maria Cecilia Bueno Fischer
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dra. Alana Neto Zoch
Universidade de Passo Fundo

Dr. Juliano Tonezer da Silva
Universidade de Passo Fundo

Dedico este trabalho a Deus, que com sua infinita sabedoria e bondade me conduziu nos momentos de dificuldade, aflição e angústia. Sem Ele nada seria possível. Ao meu marido Esequiel, pela paciência, carinho, amor, compreensão e incentivo ao longo deste processo. Aos meus pais, João Paulo e Helena, que sempre me incentivaram. Esta conquista não seria possível sem eles. A minha irmã que sempre me incentivou e me inspirou. E a todos os professores que, ao longo da minha trajetória acadêmica e profissional, contribuíram com seus conhecimentos para que esta conquista se tornasse realidade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ter me conduzido e direcionado até aqui. Iluminou meus pensamentos, me fortaleceu nas dificuldades. Deu-me saúde, criatividade, inteligência, sabedoria, conhecimento e entendimento para buscar a realização deste sonho. Ao meu marido, que sempre esteve ao meu lado, vivendo este momento junto comigo. Ouviu meus desabafos e, me incentivou a continuar, principalmente nos momentos em que achava que não daria conta. Aos meus pais, minha fonte de inspiração, que abriram mão de tantas coisas, para que minha irmã e eu tivéssemos uma formação. Por isso, estou convicta de que esta conquista é nossa! Aos professores que me ensinaram desde o Ensino Fundamental até o mestrado. Aos excelentes professores do projeto PIUEB, pelo aprendizado e aperfeiçoamento profissional. Aos excelentes professores do PPGECM, ao orientador professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira e, à banca examinadora composta pelos professores Dra. Alana Neto Zoch, Dr. Juliano Tonezer da Silva, Dra. Maria Cecilia Bueno Fischer, por todas as contribuições para o desenvolvimento desse trabalho. Agradeço também, à escola da qual faço parte, que abriu as portas para a aplicação do produto educacional e aos meus alunos que participaram dessa pesquisa. Enfim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a realização desse estudo.

“Fale-me, e eu esquecerei. Ensine-me, e eu poderei lembrar. Envolva-me, e eu aprenderei”.

Benjamin Franklin

“Ensinar é um exercício de imortalidade. De alguma forma continuamos a viver naqueles cujos olhos aprenderam a ver o mundo pela magia de nossa palavra. O professor, assim, não morre jamais...”.

Rubem Alves.

“O Senhor é o meu pastor, nada me faltará. Deitar-me faz em verdes pastos, guia-me mansamente a águas tranquilas. Refrigera a minha alma; guia-me pelas veredas da justiça, por amor do seu nome”.

Salmos 23: 1-3.

RESUMO

O presente estudo refere-se a uma investigação sobre o ensino da função quadrática por meio da utilização de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, no primeiro ano do Ensino Médio. A revisão de literatura aponta que, apesar de existirem muitas pesquisas relacionadas ao tema, enfrentam-se dificuldades para colocá-las em prática no contexto educacional e nas práticas dos professores. Sendo assim, acaba sendo ensinada de forma convencional e pouco significativa para os estudantes. Desse modo, o estudo traçou como objetivo verificar as contribuições de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, para o ensino, compreensão e contextualização do conceito de função quadrática, no primeiro ano do Ensino Médio. Para alcançar o referido objetivo, foi elaborada uma sequência didática estruturada em nove momentos, nos quais a função em estudo apoiou-se nos recursos didáticos do projetor multimídia, imagens, vídeo, jogos, aplicativo Geogebra e tarefas para os alunos. Essa sequência didática foi aplicada em uma turma com trinta e dois estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, de uma escola pública da cidade de Passo Fundo, RS. Como suporte teórico, recorreu-se aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e à Base Nacional Curricular Comum (BNCC); além disso, o estudo buscou apoio na teoria sociointeracionista de Lev Semenovich Vygotsky. A pesquisa é de natureza qualitativa e utilizou-se como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática. O questionamento norteador do trabalho foi: "Quais as contribuições que o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais pode trazer para o ensino, compreensão de conceitos e contextualização da função polinomial do 2º grau?". Foi possível chegar às conclusões por meio de três instrumentos: (1º) diálogo entre as percepções da professora pesquisadora em anos anteriores e constatações sobre mudanças no ensino e na aprendizagem dos estudantes ao longo da aplicação da sequência didática; (2º) análise das respostas dos estudantes nas tarefas propostas; e (3º) análise do conteúdo do diário de bordo. Tais instrumentos levaram à análise que possibilitou averiguar que o ensino mediado por recursos didáticos contribuiu para que os estudantes interagissem e ajudassem uns aos outros. Tornaram as aulas mais dinâmicas, participativas e significativas, favorecendo o aprendizado. Proporcionou, ainda, uma aproximação entre a Matemática ensinada na escola com o cotidiano dos estudantes. A respeito da sequência didática, averiguou-se sua potencialidade pedagógica para o ensino e a aprendizagem da Função Quadrática, pois as explicações de conteúdo, as tarefas, os roteiros com passo a passo para a utilização do aplicativo Geogebra e os jogos atuaram como instrumentos mediadores da aprendizagem, ou seja, proporcionaram momentos de interação entre os estudantes, entre eles e o professor, entre eles e o aplicativo, entre eles e o jogo, levando-os à compreensão dos conceitos explorados. O estudo deu origem a um material de apoio para professores, que consiste no produto educacional desta dissertação, disponibilizado em <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/582664>.

Palavras-chave: Função Quadrática. Teoria Histórico-Cultural. Recursos didáticos e tecnológicos. Produto Educacional.

ABSTRACT

This study refers to an investigation on the teaching of the quadratic function through the use of digital and non-digital technological didactic resources, in the first year of high school. The literature review points out that, although there are many researches related to the theme, difficulties are faced to put them into practice in the educational context and in the practices of teachers. Therefore, it ends up being taught in a conventional and insignificant way for students. Thus, the study aimed to verify the contributions of digital and non-digital technological didactic resources, for teaching, understanding and contextualizing the concept of quadratic function, in the first year of high school. To achieve this objective, a didactic sequence structured in nine moments was elaborated, in which the function under study was based on the didactic resources of the multimedia projector, images, video, games, Geogebra application and tasks for students. This didactic sequence was applied in a class with thirty-two students from the first year of high school, from a public school in the city of Passo Fundo, RS. As theoretical support, the National Curriculum Parameters for Secondary Education (PCNEM) and the Common National Curricular Base (BNCC) were used, in addition, the study sought support in Lev Semenovich Vygotsky's sociointeractionist theory. The research is qualitative in nature and Didactic Engineering was used as a research methodology. The guiding question of the work was: “What contributions can the use of digital and non-digital technological didactic resources bring to teaching, understanding of concepts and contextualizing the polynomial function of high school?”. It was possible to reach the conclusions through three instruments: (1º) dialogue between the perceptions of the researcher teacher in previous years and findings about changes in the teaching and learning of students throughout the application of the didactic sequence. (2º) analysis of the students' responses to the proposed tasks and, (3º) analysis of the contents of the logbook. Such instruments led to analysis and made it possible to ascertain that teaching mediated by didactic resources contributed to students interacting and helping each other. It provided greater involvement in classes, as well as motivation and interest in classes, compared to previous years and classes. They made classes more dynamic, participatory and meaningful, favoring learning. It provided an approximation between mathematics taught at school and the students' daily lives. Regarding the didactic sequence, it was verified the pedagogical potential of this for the teaching and learning of the Quadratic Function, because the explanations of content, the tasks, the scripts with step by step for the use of the Geogebra application and the games acted as mediating instruments of learning, that is, they provided moments of interaction between students, between them and the teacher, between them and the application, between them and the game, leading to an understanding of the concepts explored. The study gave rise to support material for teachers, which consists of the educational product of this dissertation, available at <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/582664>.

Keywords: Quadratic function. Historical-Cultural Theory. Didactic and technological resources. Educational Product.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Minha formação teve início no ano de 2007, no Curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade de Passo Fundo (UPF). A opção por ser professora não está relacionada a um sonho de infância, mas sim à afinidade com a disciplina de Matemática e o sucesso escolar, ao longo da Educação Básica. A facilidade e o gosto por essa disciplina, e a simpatia e admiração pela profissão de professor, associados à influência familiar, justificam a escolha pelo curso de licenciatura e pela área da Matemática.

No entanto, as primeiras experiências na docência, no estágio supervisionado e, minha primeira atuação como professora titular, fizeram-me repensar se havia escolhido a profissão certa e pensei em desistir. Foi então que decidi "mergulhar de cabeça" na educação. Frente às dificuldades encontradas no contexto da sala de aula, senti a necessidade de dar continuidade à minha formação profissional. Ingressei no curso de Pedagogia – LP, pelo Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), no ano de 2012. Os conhecimentos proporcionados por esse curso somente aumentaram a vontade de buscar parcerias que proporcionassem momentos de estudos e de validação das ações desenvolvidas durante as minhas aulas.

Em 2016, ingressei como docente voluntária no projeto que havia participado como acadêmica, o *Projeto de Extensão Integração da Universidade com a Educação Básica* (PIUEB). Minha necessidade de investigar, analisar e refletir sobre os motivos pelos quais os estudantes sentem tanta dificuldade de aprendizagem tiveram apoio nos momentos de estudo e reflexão no projeto. Isso porque um dos objetivos do projeto é a formação continuada de professores, proporcionando espaços de investigação, análise e reflexão da prática pedagógica com vistas a promover o desenvolvimento profissional.

E, por fim, em busca desse aperfeiçoamento e crescimento pessoal, intelectual e profissional, decidi ingressar no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), da Universidade de Passo Fundo, em 2018, com o objetivo de qualificar minha prática docente e colaborar para a melhoria da educação Matemática de minha escola.

E, assim, iniciou-se o processo de construção do meu perfil profissional. Compreendi que não nasci professora, mas me constitui como tal, ao longo desse processo constante e contínuo, de experiências vivenciadas no contexto escolar e da reflexão sobre o próprio fazer em sala de aula, na intenção de melhorá-lo, sendo necessárias, também, mudanças de concepções e perspectivas, oriundas especialmente das experiências que tive enquanto aluna ao longo de toda a Educação Básica e, depois, também, como acadêmica ao longo da formação inicial na graduação.

A mudança de paradigmas[1] tem sido um grande desafio para a educação, uma vez que o ensino convencional não é mais suficiente nos dias de hoje para motivar os alunos ao estudo, nem mostrar o significado dos conhecimentos aprendidos na escola. Ou ainda, de fazê-los compreender que a Matemática, enquanto área do conhecimento, é muito maior do que os conceitos e fórmulas utilizados em sala de aula, sendo que esses conhecimentos fazem parte do cotidiano das pessoas e de todos os profissionais, mesmo que em níveis diferentes de aplicação e complexidade. Apesar de muitas pessoas intuírem sobre a importância dessa Ciência, de acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2018), parte significativa dos estudantes não a percebem e dizem que a disciplina é chata e difícil, ou ainda, que é apenas compreendida pelos inteligentes.

Enquanto professora, costumo ouvir perguntas dos estudantes como: "*Para que servem os conteúdos estudados na escola e por que é preciso estudar tantos conceitos matemáticos?"* Percebe-se que muitos estudantes não encontram sentido naquilo que aprendem. Silva, Gonçalves e Marasini (2014) indicam que talvez isso ocorra devido a inúmeros fatores que refletem no processo de ensinar e aprender, tais como o tipo de aluno da geração atual, na qual a maioria deles somente quer fazer uso de macetes e situações mais fáceis de resolver, muitas vezes de maneira mecânica e sem interpretações. Além disso, Fonseca (2008) afirma que a escolha de estratégias inadequadas para o contexto dos alunos envolvidos ou a metodologia de ensino escolhida para abordar determinado conteúdo, faz com que os alunos não percebam a importância da aprendizagem de conceitos matemáticos.

Outro aspecto, segundo Martins e Bellini (2019), está relacionado ao distanciamento entre o contexto escolar e o mundo contemporâneo, cercado por novas e inúmeras tecnologias digitais. Ao ser realizada uma comparação da sala de aula de hoje, com as de antigamente, perceberam que ela continua com as mesmas características, tanto físicas, como em termos de práticas adotadas pelos professores. As autoras seguem afirmando que, na maioria das vezes, o ensino acaba sendo ministrado sem os recursos existentes e disponíveis na sociedade contemporânea "[...] levando professores e alunos a um embate de interesses que resulta em situações de apatia, desconforto e desinteresse dos educandos" (MARTINS; BELLINI, 2019, p. 2).

---

[1] Considero "paradigmas" as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, forneceram problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência (KUHN, 2005).

Moran (2013, p. 12-13) complementa essa ideia falando que:

> Enquanto a sociedade muda e experimenta desafios mais complexos, a educação formal continua, de maneira geral, organizada de modo previsível, repetitivo, burocrático, pouco atraente. Apesar de teorias avançadas, predomina, na prática, uma visão conservadora, repetindo o que está consolidado, o que não oferece riscos ou tensões.
> A escola precisa reaprender a ser uma organização efetivamente significativa, inovadora, empreendedora. Ela é previsível demais, burocrática demais, pouco estimulante para os bons professores e alunos. Não há receitas fáceis nem medidas simples. Mas a escola está envelhecida em seus métodos, procedimentos, currículos.

Por outro lado, segundo Silva, Gonçalves e Marasini (2014), estudos mostram que existem dificuldades do professor em fazer relações entre o cotidiano do estudante e o conteúdo em estudo e, mais ainda, em fazê-lo pensar, analisar e interpretar a respeito do conteúdo que está sendo desenvolvido.

Ponte (1992) infere que muitos professores raramente situam a Matemática fora do campo escolar, encarando-a como uma disciplina essencialmente curricular e também compartimentada em diversas áreas. Essa visão está relacionada com as concepções que os professores têm da Matemática, consequentemente valorizando seus aspectos lógicos, formais e dedutivos, dando pouca ênfase às possíveis aplicações desta e ao papel ativo e criador dos alunos.

Ao voltar o olhar para a própria experiência, em sala de aula, percebe-se a necessidade de se buscar formas diferenciadas para ensinar os conteúdos matemáticos, visando tornar o estudante participante e ativo no processo de aprendizagem. Percebe-se que, geralmente, os conteúdos são abordados de forma convencional, descontextualizados e sem relação com outras áreas do conhecimento. Os recursos utilizados usualmente são os livros didáticos, o quadro, o marcador de quadro, comuns e acessíveis na maioria das escolas. Também o projetor multimídia, a televisão e computadores são exemplos de recursos tecnológicos digitais que algumas escolas dispõem, mas, no entanto, não fazem parte da realidade de todas as instituições de ensino públicas.

Frente a isso, tanto os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), quanto a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), são importantes norteadores para as práticas pedagógicas dos professores, bem como para o processo de ensinar e aprender.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) indicam que o caminho da reprodução mecânica de procedimentos e a acumulação de informações não têm contribuído para uma aprendizagem eficiente e com significados, como se almeja. Além disso, os materiais didáticos, quando explorados em contextos pouco significativos e de forma artificial, tornam-se obsoletos. Assim, indicam a necessidade de uma mudança de postura do professor em relação aos processos de ensino, que torne o aluno participante e ativo no processo de aprendizagem.

Os PCNEM (BRASIL, 2000) orientam que o professor deve ensinar de forma contextualizada e interdisciplinar, de modo que o aluno não seja um receptor passivo nesse processo. Já a BNCC (BRASIL, 2017) define um conjunto de aprendizagens essenciais, que precisam ser desenvolvidas ao longo da educação básica e que dizem respeito tanto aos conteúdos mínimos a serem ensinados, quanto ao currículo que será organizado, de acordo com a realidade de cada escola.

Ambos os documentos orientam que o professor deve utilizar diferentes recursos didáticos, sejam tecnológicos, digitais ou não, como mediadores no processo de ensinar e de aprender. Segundo a BNCC (BRASIL, 2017), a contextualização e a utilização de tais recursos são algumas das ações que contribuem para que as aprendizagens essenciais sejam desenvolvidas. No entanto, para que tais recursos sirvam como apoio ao processo de ensinar e aprender, devem ser selecionados, produzidos, aplicados e avaliados previamente.

Entendo por ensino contextualizado e interdisciplinar quando se toma como ponto de partida a vivência dos educandos, dando significado aos conteúdos ensinados na escola, levando-os a relacionar e perceber as aplicações desses conhecimentos matemáticos em outras áreas.

Já os recursos didáticos tecnológicos, digitais e não digitais, são diferentes ferramentas, instrumentos, materiais, meios que o professor tem a sua disposição para fazer a mediação entre o estudante e o conhecimento, promovendo a interação entre eles, deles com o recurso utilizado, entre o professor e o aluno, buscando a internalização do conhecimento, tais como: textos, reportagens impressas ou digitais, vídeos, filmes, projetor multimídia, livros, jogos, computador, calculadoras, celular, *softwares*, aplicativos, entre outros. Corroborando com essa ideia, Souza (2007, p. 111) afirma que "[...] recurso didático é todo material utilizado como auxílio no ensino-aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor a seus alunos".

É importante ter clareza de que tais recursos didáticos, por si só, não garantem a aquisição do conhecimento, nem a compreensão do conteúdo pelo estudante. Além disso, não possuem em si mesmo a capacidade de despertar o interesse do aluno, ou motivá-lo para a aprendizagem, sendo fundamental a mediação do professor.

Frente a isso, esses recursos vão mediar o processo de ensinar e aprender, ou seja, as ferramentas escolhidas pelo professor têm o papel de auxiliar na assimilação do conteúdo pelo estudante, para que este “possa utilizar o conhecimento adquirido em sua realidade” (SOUZA, 2007, p. 111).

Sendo assim, além de dominar os conteúdos matemáticos, Souza (2007) menciona que o professor precisa planejar suas aulas e estabelecer objetivos para sua disciplina. A partir disto, deve pensar em quais recursos serão utilizados para desenvolver o conteúdo proposto, em que momento e como serão utilizados, com o intuito de alcançar os objetivos propostos. Entre os quais se destaca “[...] conseguir que seu aluno assimile o conteúdo e possa utilizar o conhecimento adquirido em sua realidade” (SOUZA, 2007, p. 111).

Nessa perspectiva, a autora menciona, ainda, que o recurso didático não pode ser utilizado de qualquer jeito. O professor precisa ter clareza dos motivos pelos quais fez determinada escolha e saber qual a relação desse com o processo de ensino e de aprendizagem. Ou seja, não se trata apenas do recurso a ser utilizado, mas de como será utilizado, da capacidade de mediação do professor. Sua utilização deve responder às seguintes perguntas: “O quê? Quando? Como? Por quê? pois, este educador, deve ter um propósito claro, domínio do conteúdo e organização para utilização de tais materiais” (SOUZA, 2007, p. 111).

Salienta-se ainda, a importância da utilização de recursos tecnológicos digitais no contexto educacional, pois além de fazerem parte do dia a dia dos estudantes, e das diferentes atividades diárias das pessoas, também proporcionam uma aproximação entre a sala de aula, e as diferentes inovações tecnológicas disponíveis no mundo contemporâneo, no qual o estudante está inserido.

Destaca-se, também, que o desenvolvimento tecnológico transformou as atividades mais simples do dia a dia, como aquecer os alimentos, o pagamento de contas e de salários, o lazer, trazendo benefícios e facilidades para sociedade atual. Bem como, modificou a forma de comunicação entre as pessoas, facilitou e tornou mais rápido o acesso às informações e ao conhecimento, contribuiu para os avanços científicos, entre outros.

Corroborando com essa ideia, Moran (2007) afirma que a internet, o celular, a TV digital, entre outros, estão revolucionando nossa vida cotidiana. E que “[...] cada vez mais, resolvemos mais problemas, em todas as áreas da vida, de formas diferentes das anteriores” (MORAN, 2007, p. 9). Os PCNEM (BRASIL, 2000) complementam, afirmando que no mundo contemporâneo o acesso ao conhecimento tornou-se mais acessível e, consequentemente, o estudante chega à escola com uma grande quantidade de informações.

Frente a isso, surgem novas exigências na sociedade atual, fazendo com que a memorização de conhecimentos não seja mais útil para o estudante, sendo necessária uma mudança de paradigma, ou seja, uma nova dinâmica de sala de aula. Segundo Marchessou (1997, p. 15),

> [...] excesso nas mídias, onde as performances tecnológicas e o consumo de informação submergem, "anestesiam" a capacidade de análise dessa informação e de reflexão tanto individual quanto social. Saturação e superabundância ameaçam o navegador da internet que, como certas pesquisas mostram, não tira partido das riquezas de informação pertinente, não estando formado para ir diretamente ao essencial.

Nesse paradigma emergente, o professor fará a ponte (mediação) entre a informação e o processo de transformação desta em conhecimento, fazendo com que os estudantes consigam selecionar as informações essenciais, refletindo, criticando e pensando mais profundamente sobre as questões que estão sendo apresentadas (BRASIL, 2000).

Diante dessa realidade, para Moran (2007), ter acesso às tecnologias digitais contemporâneas em sala de aula tornou-se fundamental para a formação cidadã do estudante, uma vez que é uma exigência para sua inserção no mundo profissional, cabendo à escola prepará-lo para fazer uso delas de forma consciente, responsável, criativa, autônoma e para que consiga transformar o contexto em que está inserido.

As tecnologias digitais, por si só, não são suficientes para melhorar o aprendizado do estudante. Será necessário mais do que trocar o quadro e o marcador de quadro pela lousa digital, os livros didáticos por tabletes, o quadro por slides, por exemplo. Isso significa que colocar o computador na mão do educando apenas ou permitir o uso de celular nas aulas não garante que ocorra a aprendizagem. De nada adianta equipar uma escola de aparatos tecnológicos, se a forma ou a maneira de ensinar não atualizar.

Toledo (2017, p. 4 apud SOUZA; GARCIA FAJAN; NABARRO; OLVEIRA, 2017) afirma que a inserção de recursos tecnológicos nas práticas pedagógicas dos professores pode contribuir para um ensino mais eficiente e inovador, bem como favorecer a aprendizagem.

> [...] o uso de recursos tecnológicos (computador, recursos multimídias, *softwares* educativos), que auxiliam tanto o professor quanto o aluno durante o processo de aprendizagem, proporcionando condições, ao professor, para ministrar aulas de forma mais criativa, acompanhando as transformações e mudanças que ocorrem quando o aluno passa a exercer sua independência na procura e seleção de informações e na resolução de problemas, tornando-se assim o ator principal na construção do seu conhecimento.

Existem muitas possibilidades de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais que podem contribuir para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. No entanto, Souza

(2007, p. 112) afirma, que nem sempre o recurso mais adequado “[...] será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas vezes, durante a construção de um recurso, o aluno tem a oportunidade de aprender de forma mais efetiva e marcante para toda sua vida”.

Associando-se a tais ideias, neste trabalho foi escolhida a Função Polinomial do 2º grau, ou também nomeada Função Quadrática, como conteúdo matemático a ser explorado no produto educacional que é decorrência do Mestrado Profissional. A opção por esse conteúdo está associada ao fato de atuar como professora dos primeiros anos do Ensino Médio, há sete anos, em uma escola da rede pública estadual. Além disso, entende-se que o conceito de função quadrática, além de ser importante, possui aplicações na vida cotidiana. No entanto, percebe-se que é abordado de forma mecânica e descontextualizada, com excesso de fórmulas, longas listas de exercícios e construção de gráficos sem que se perceba um significado real destes.

É possível explorar a Matemática de forma contextualizada, em especial a função do segundo grau. De acordo com Miranda (2018), a função quadrática é um objeto matemático que possui aplicação em situações cotidianas e em situações relacionadas à própria Matemática, na Matemática Financeira e ainda possibilita conexões com outras áreas do conhecimento, em especial a Física.

Além disso, outros pesquisadores também propõem explorar a função quadrática por meio de recursos didáticos e tecnológicos digitais. Canella (2016) propõe a utilização de régua, compasso e do *software* Geogebra para explorar a construção da parábola, com o intuito de fixar e validar o que aprenderam. Casagrande (2017) propõe a utilização de diferentes recursos tecnológicos como a planilha eletrônica, a robótica e o simulador. Quellis (2017) propõe a utilização de ferramentas computacionais.

Da experiência docente, percebe-se que existem diferentes recursos que podem ser utilizados pelo professor em sala de aula para explorar a função do 2º grau. Há tantos recursos didáticos, como: o livro didático, a lousa, o giz ou marcador de quadro, periódicos, textos, reportagens, exercícios, jogos, situações-problema, entre outros. Da mesma forma, recursos tecnológicos digitais, como: filmes, vídeos, documentários, *softwares* educacionais, aplicativos, aparelho celular, *tablet*, câmera do celular, projetor multimídia, televisão, computadores, laboratórios, calculadora entre outros.

Frente a tais considerações, o presente trabalho associará ao ensino da função do 2º grau os seguintes recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais: projetor multimídia, vídeos e imagens, aplicativo Geogebra, roteiro de aula com passo a passo, material impresso, lousa e jogo, compreendidos como recursos potenciais para o ensino e a compreensão da função quadrática no contexto educacional de atuação da professora pesquisadora.

Diante do exposto, o desenvolvimento desta pesquisa busca responder à seguinte pergunta: "Quais as contribuições que o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais pode trazer para o ensino, a compreensão de conceitos e a contextualização da função polinomial do 2º grau?".

Assim, o objetivo geral deste trabalho será verificar as contribuições dos recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais para o ensino, a compreensão e a contextualização do conceito de função quadrática, no primeiro ano do Ensino Médio.

Para alcançar o objetivo geral, a pesquisa tem por objetivos específicos:

- Elaborar e aplicar uma sequência didática apoiada em diferentes recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais para explorar a função do 2º grau;
- Averiguar a validade da sequência didática elaborada para o ensino-aprendizagem da função quadrática;
- Explorar conceitos matemáticos sobre análise dos parâmetros a, b e c, da função do 2º grau, no gráfico; as raízes ou zeros da respectiva função, bem como o estudo de seu vértice, por meio dos recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais;
- Oportunizar condições para a compreensão do significado da função quadrática;
- Possibilitar situações para a contextualização da função em questão.

Nossa pesquisa caracteriza-se como qualitativa, pois se preocupa com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Coloca como tarefa central a compreensão da realidade humana vivida socialmente, trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes (MINAYO, 1994). A pesquisa é fundamentada na teoria histórico-cultural de Vygotsky, em especial destaque à questão da mediação. E, a metodologia de pesquisa utilizada será a Engenharia Didática[2].

A fim de atender o exposto, o presente trabalho está estruturado em seis capítulos. O primeiro capítulo apresenta a trajetória acadêmica e profissional da autora, bem como a pergunta norteadora do trabalho e seus objetivos. O segundo capítulo apresenta a revisão de literatura, em que são analisados alguns trabalhos já realizados sobre o tema e alguns livros didáticos, bem como algumas orientações da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) para o ensino de função quadrática. O terceiro capítulo apresenta o referencial teórico que fundamenta este

---

[2] A referida metodologia de pesquisa será posteriormente explicitada.

trabalho. Prosseguindo, o quarto capítulo apresenta a metodologia de pesquisa. O quinto capítulo apresenta o Produto Educacional e sua aplicação. No sexto capítulo será apresentada a análise dos dados coletados. E, por fim, as considerações finais, nas quais se apresenta uma síntese do estudo.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, apresenta-se a revisão de literatura, com o resumo de alguns trabalhos pesquisados ou considerações que visam contribuir com esta pesquisa. A revisão divide-se em três momentos: (1º) primeiras leituras; (2º) estudos relacionados; (3º) análise de três livros didáticos.

2.1 Primeiras leituras

As leituras prévias dizem respeito a um levantamento bibliográfico realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes[3] e artigos lidos. O intuito foi ter uma visão geral sobre como o tema vem sendo abordado nestas pesquisas, quais conceitos são explorados dentro deste e como este conteúdo, função do segundo grau, vem sendo trabalhado no ensino atual.

Inicialmente, pesquisaram-se publicações no período de 2016-2018, utilizando concomitantemente as palavras chaves: *tecnologias digitais; ensino da Matemática; Ensino Médio e função do 2º grau*, obtendo-se o retorno de 9616 resultados de trabalhos publicados. No entanto, com o grande número de trabalhos, selecionaram-se seis dissertações e um artigo, cujo título tinha relação com esse tipo de função ou com recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais no ensino da matemática. Após, realizou-se a leitura do resumo, sistematizando as ideias principais que poderiam contribuir com esta pesquisa.

O primeiro trabalho lido tem por título "*Função Polinomial do 2º grau:* uma sequência didática apoiada nas tecnologias digitais" (CASAGRANDE, 2017). Nele, observou-se que foi desenvolvida uma sequência didática para o ensino de função do 2º grau, utilizando diferentes recursos digitais, de maneira a favorecer a participação e proporcionar uma aprendizagem efetiva.

Pelo fato de a função quadrática fazer parte tanto da disciplina de Física, quanto de Matemática, o enfoque foi interdisciplinar como forma de contextualizar o ensino de Matemática e possibilitar a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos. Essa pesquisa está fundamentada em duas teorias cognitivistas, em particular, o construtivismo de Jean Piaget e o construcionismo de Seymour Papert. Na sequência do trabalho, são apresentadas ideias sobre as contribuições das tecnologias aliadas ao processo de ensino e aprendizagem.

[3] Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Diferente de outros trabalhos lidos, a tecnologia foi pensada como parte das aulas, ou seja, utilizando-as como parte do processo e não apenas como uma ferramenta que substitui fazer um gráfico manualmente, por exemplo. Sendo assim, verificou-se que o uso de diferentes recursos tecnológicos, nas aulas de Matemática, pode contribuir para o aprendizado dessa disciplina. Essa metodologia de ensino auxiliou no processo de construção de conhecimento, tornando o aluno ativo na construção deste. Contribuiu, também, para a aproximação entre a Matemática da sala de aula, com o cotidiano dos estudantes. Permitiu ainda a manipulação, a interação, a visualização, a verificação, a reflexão e a construção de situações que os auxiliassem no processo de construção do conhecimento, tornando, assim, as aulas mais dinâmicas, participativas e significativas.

O segundo trabalho estudado tem por título "*Funções Quadráticas e suas aplicações no primeiro ano do ensino médio*" (CANELA, 2016). A autora afirma que a função quadrática, muitas vezes, acaba sendo abordada de forma descontextualizada e pouco significativa para o estudante. Esse trabalho tem como objetivo favorecer a construção gradativa do conhecimento pelos alunos, priorizando uma abordagem contextualizada, através da resolução de problemas.

O trabalho seguiu as orientações dos PCNEM. A metodologia de pesquisa não foi especificada, no entanto percebe-se que é qualitativa, pois a pesquisadora faz suas inferências frente às observações das reações dos alunos, quando trabalha a parte histórica, ao desenvolver as atividades propostas, problemas matemáticos e plotagem no Geogebra, entre outros. E, por fim, concluiu que o uso da régua, do compasso e do *software* livre Geogebra foi bem aceito pelos estudantes e que é possível desenvolver conceitos a partir destes, evitando a mera repetição.

Ressalta-se que o *software* Geogebra foi utilizado, neste trabalho, como um recurso a mais para explorar a função quadrática. Mas, o foco está em contextualizar o estudo deste conteúdo recorrendo à História da Matemática e à Resolução de Problemas. Dessa forma, o estudante saiu da posição de expectador e passou a participante do processo, pensando intuitivamente sobre o objeto do conhecimento (conteúdo), interagindo e construindo conceitos.

Já no terceiro trabalho, com título: "*Sugestão de Atividades para o Ensino de Matemática Via Recursos Computacionais*: Ensino Médio" (QUELLIS, 2017), a autora afirma que existem muitas discussões sobre novos métodos, ideias e práticas reflexivas com o intuito de alcançar um ensino mais eficiente. Menciona, também, que a metodologia de ensino utilizada pelo professor é tradicional, na qual o docente apresenta-se como a figura central, responsável pela transmissão do conhecimento, e o estudante exerce um papel passivo diante de seu aprendizado. Segundo a autora, uma alternativa para suprir tais dificuldades é o ensino aliado com a utilização de recursos tecnológicos. No entanto, é necessário que os professores recebam orientações sobre como utilizar essas ferramentas tecnológicas, uma vez que muitos deles não tiveram durante a vida acadêmica uma preparação voltada para o uso dessas tecnologias.

Frente a tal problemática, o trabalho propõe uma sequência de atividades que abordam alguns recursos tecnológicos, voltados ao Ensino de Matemática, com o intuito de facilitar o entendimento dos conteúdos abordados no Ensino Médio, pelos discentes. Ressalta que recursos como computadores, *softwares* e aplicativos oferecem ferramentas que utilizam conceitos matemáticos.

Discute sobre como são estabelecidos os conteúdos do Ensino Médio e os documentos que estão por trás na construção e na implementação do currículo. Para isso, faz um levantamento e identifica que os PCNEM organizam os conteúdos básicos em três eixos ou temas estruturadores: Álgebra (números e funções), Geometria e Medidas. Também, que os currículos seguem orientações dos PCN, das orientações curriculares complementares e de vários documentos legais e programas federais instituídos em meados dos anos 2000. E, por fim, que a organização do currículo e a apresentação da disciplina de Matemática são estruturadas em blocos de conteúdos específicos, que são recorrentes, na grande maioria, das orientações curriculares oficiais. Essa análise permitiu que a pesquisadora percebesse que a sequência com a qual são organizados os assuntos abordados, ao longo desses três anos, varia de acordo com o estado ou região.

A metodologia de pesquisa não está explícita, no entanto, observa-se que algumas características metodológicas permitem inferir que se trata de uma pesquisa descritiva e bibliográfica. Notadamente, ao final deste trabalho, a autora concluiu que essa metodologia de ensino pode trazer mais vivacidade e dinamicidade às aulas de Matemática. Também, é destacado pela autora que as atividades com roteiro de execução possibilitam que tais atividades sejam propostas pelo professor em suas turmas com mais segurança, não sendo necessária uma formação específica nesses *softwares*. E, por fim, que tais ferramentas podem contribuir com as aulas de Matemática, pois, além de complementarem as aulas dos professores, também possibilitam ao aluno um novo parâmetro de visualização do conteúdo, além daquele já utilizado.

O objetivo principal desse estudo foi oferecer um material que pudesse subsidiar os professores da educação básica, do Ensino Médio, na utilização de tecnologias em sala de aula, uma vez que muitos deles não sabem como as inserir em suas metodologias de ensino. Nesse trabalho, o uso dos recursos tecnológicos é proposto como uma ferramenta auxiliar no processo de ensinar e de aprender. Aos professores são sugeridas atividades com roteiro de execução, viabilizando assim a inserção das tecnologias em sala de aula, mesmo pelos docentes que não tiveram contato com esses recursos em sua formação inicial. Menciona esperar que tais atividades contribuam para uma participação ativa dos estudantes nas aulas de Matemática.

Um quarto trabalho foi a dissertação intitulada "*Uso de planilhas eletrônicas como ferramenta de apoio ao ensino de Matemática*" (SANTOS, 2017). A referida pesquisa tem como objetivo dar sugestões aos professores sobre o uso de planilhas como uma alternativa para trabalhar em sala de aula, sendo utilizada como uma ferramenta para a construção, manipulação e análise dos gráficos. Essa forma alternativa de trabalhar Matemática com o uso de planilhas eletrônicas tem validade, uma vez que contribuiu para o aprendizado dos estudantes, tais como explorar as formas de representação de uma função (tabela, gráfico, expressão algébrica, pares ordenados), verificar se o gráfico gerado está de acordo com o modelo esperado, o que ocorre com o gráfico de uma função ao ter seus coeficientes alterados, entre outros. Conclui a autora que a proposta despertou o interesse e a participação dos alunos.

A dissertação intitulada "*Função Quadrática:* uma proposta para o Ensino Médio" (KOSLOSKI, 2018) foi o quinto trabalho submetido à análise e a leitura do mesmo permitiu identificar que a autora buscou explorar a função quadrática de maneira diferente da usual, apresentando o contexto histórico de alguns elementos da função quadrática, como a obtenção das raízes, o estudo da parábola, os cálculos algébricos. Para isso, propôs uma sequência didática para explorar esse conteúdo no Ensino Médio, partindo de um contexto histórico. Os estudantes demonstraram interesse na realização das atividades propostas, principalmente nas que eram práticas.

Ressalta-se que a pesquisadora, autora do trabalho, teve dificuldade na coleta de dados, pois se esqueceu de registrar momentos e atividades que poderiam contribuir para a análise dos dados. Para ela, ser pesquisadora e professora ao mesmo tempo foi o maior desafio desse estudo e conclui que os instrumentos utilizados para a coleta de dados não foram suficientes ou os mais adequados.

Já no trabalho "*Uma abordagem do ensino de funções polinomiais no ensino médio*" (LOPES, 2018), a autora utiliza a resolução de problemas como metodologia de ensino, para o estudo das funções polinomiais e teve como principal objetivo investigar as contribuições do seu uso. Utilizou o *software* Geogebra como apoio para a aprendizagem dos alunos do 1º ano do Ensino Médio. Constatou-se que esse recurso facilitou o aprendizado dos estudantes, uma vez que permitiu a visualização do comportamento das funções com mais facilidade. Já a resolução de problemas, por sua vez, proporcionou o desenvolvimento das habilidades de interpretação, compreensão, investigação e cooperação, entre outras. Por fim, ressalta que a mediação do professor foi fundamental nesse processo, pois a mesma favoreceu a criação de estratégias pelos alunos, desenvolvendo neles o desejo de resolver a situação problema apresentada.

Um sétimo trabalho estudado foi o artigo: "*A História do Conceito de Função em Vídeo:* uma proposta para a aprendizagem", dos autores Paulo Roberto Castor Maciel e Tereza Fachada Levy Cardoso (2014). Os autores afirmam que muito se tem pesquisado em educação e apontam dois enfoques de tais pesquisas. O primeiro enfoque apontado é a aprendizagem dos estudantes. Percebe-se isso com o crescimento de pesquisas nos últimos anos sobre formação docente, utilização de novos recursos e metodologias, buscando melhorar o processo de ensino. Já o segundo enfoque apontado diz respeito às Políticas Públicas, que visam, também, melhorias da educação. Testes como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), são aplicados com o objetivo de avaliar as habilidades dos estudantes em Língua Portuguesa (leitura) e Matemática (resolução de problemas). Seus resultados revelam que muitos deles não conseguem atingir o grau satisfatório nesta avaliação.

Nesse sentido, destaca-se o fato de que os autores afirmam que para mudar esse quadro de dificuldade, "[...] é necessário a criação de um ensino que primeiro humanize a Matemática, que promova diálogo e significados sobre conceitos matemáticos" (MACIEL; CARDOSO, 2014, p. 1349), de maneira que os estudantes percebam a importância de determinado conceito para a sociedade, em uma determinada época e, também, na sociedade atual, na qual estão inseridos.

O trabalho foi realizado em uma turma do Ensino Médio, de uma escola estadual do Rio de Janeiro. Consistiu em utilizar a História da Matemática como estratégia de ensino e o vídeo como recurso didático. A proposta está dividida em etapas: primeiro, foi utilizada a pesquisa bibliográfica para a criação de roteiro; a segunda etapa foi a pesquisa iconográfica; a terceira, a produção e edição de vídeos; e a quarta etapa, a aplicação em sala de aula. Foi elaborado, também, um caderno de atividades para aprofundar o conteúdo. Nas etapas relacionadas à construção dos vídeos houve a participação de alunos. Como etapa prévia aos recursos didáticos foi aplicada uma avaliação com questões objetivas, de modo a comparar os resultados, que depois foram analisados. Concluiu-se avaliando o que manter ou modificar no trabalho desenvolvido.

Frente às leituras realizadas, destaca-se que elas permitiram compreender os diferentes contextos e cenários nos quais as pesquisas foram aplicadas e como as propostas contribuíram para o estudo das funções. Possibilitaram identificar problemas comuns, como a falta de interesse dos estudantes e a dificuldade dos professores em propor atividades com o uso de recursos tecnológicos em suas aulas. Permitiram perceber, também, objetivos comuns, como a busca por aulas mais dinâmicas e participativas, proporcionar uma aprendizagem com significado aos estudantes, incentivar e facilitar o uso de recursos tecnológicos nas práticas pedagógicas dos professores.

Para que esses objetivos fossem alcançados, recorreu-se a diferentes recursos didáticos como suporte. Um deles é o *software* Geogebra, percebido pelos pesquisadores como um importante aliado nas aulas de Matemática. O uso desse *software* auxiliou no processo de construção do conhecimento, proporcionou a exploração de conceitos matemáticos, evitando a mera repetição e permitiu a visualização do comportamento das funções com mais facilidade~~s~~. Além disso, foi bem aceito pelos estudantes e contribuiu para que participassem ativamente das aulas.

Ressalta-se, ainda, que o uso de roteiros de execução nas aulas de matemática é uma alternativa aos professores que sentem dificuldades na utilização de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais em suas aulas. Permite que o professor proponha atividades e utilize diferentes recursos didáticos em suas turmas com mais segurança, sem precisar de uma formação específica.

2.2 Estudos relacionados

Nesta etapa, utilizaram-se palavras-chaves e critérios diferentes dos anteriores. Assim, a pesquisa também foi realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes. Utilizaram-se, concomitantemente, as seguintes palavras-chaves: ensino de função quadrática, recursos didáticos e tecnológicos, *softwares* e aplicativos, obtendo 1.146.687 resultados. Para refinar os mesmos, utilizaram-se os seguintes filtros: (1º) Tipo: mestrado profissional; (2º) Ano: 2018; (3º) Grande área do conhecimento: Ciências Exatas e da Terra; (4º) Área do conhecimento: Matemática; (5º) Área de concentração: ensino de Matemática. (6º) Nome do programa: Matemática em Rede Nacional. Por fim, obteve-se um resultado final com 326 estudos.

Sendo, ainda, um grande número de trabalhos para serem lidos e analisados, utilizaram-se os seguintes critérios para reduzir esse número: (7º) selecionaram-se dissertações cujo título tinha relação com a função quadrática ou com a interdisciplinaridade entre Física e Matemática. (8º) Após, foi realizada a leitura dos resumos das dissertações, cujo título segue as orientações acima, e os demais foram descartados por não contribuir com o objetivo deste trabalho, resultando em sete dissertações.

A análise delas tem o intuito de obter uma visão geral dessas produções, identificar o que foi pesquisado no ano de 2018, definido como ano referência por acreditar-se trazer estudos mais próximos e atualizados sobre o tema e, por fim, encontrar elementos que tornarão a presente pesquisa diferente das demais. Da mesma forma, trazer ao conhecimento tais trabalhos tem a intenção de contrapor suas ideias com as práticas pedagógicas da pesquisadora, fazendo assim, escolhas exequíveis à realidade da escola na qual ela atua e onde foi desenvolvida a aplicação da sequência didática proposta.

A seguir, o Quadro 1 apresenta os trabalhos selecionados: Medeiros (2018); Miranda (2018); Flores (2018); Alves (2018); Carnevali (2018); Kleemann (2018); Fernandes (2018). Neles, identificam-se os recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais utilizados.

Quadro 1 - Pesquisas selecionadas para leitura e análise

Nº	Dados de identificação das dissertações	Título	Recursos Didáticos Tecnológicos não digitais	Recursos Didáticos Tecnológicos digitais
01	MEDEIROS, Thamyres Ribeiro. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Federal de Juiz de Fora.	*Esboço de gráficos: rigor na abordagem de funções quadráticas.*	Utilização de um material prático para traçar a parábola levando em conta sua propriedade.	Não foram utilizados.
02	MIRANDA, Josias Barbosa de. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.	*Registros de Representação Semiótica de funções quadráticas: Análise de um livro didático.*	Exercícios propostos nos livros didáticos.	Não foram utilizados.
03	FLORES, Teblas. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. Universidade Federal de Mato Grosso.	*Uso do software Geogebra no ensino e aprendizagem de funções afins e quadráticas.*	Não identificados no resumo.	*Software* de Matemática dinâmica Geogebra.

Continua...

...Continuação

Nº	Dados de identificação das dissertações	*Título*	Recursos Didáticos Tecnológicos não digitais	Recursos Didáticos Tecnológicos digitais
04	ALVES, Erika Figueredo. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia.	*Máximos e Mínimos na Perspectiva do Ensino de Matemática na Atualidade.*	Resolução de problemas e jogos.	*Software* Geogebra.
05	CARNEVALI, Lígia Dalvane Samartino. Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul Três Lagoas.	*Equações do segundo grau e funções quadráticas.*	Recursos facilitadores do processo ensino e aprendizagem: método de completar quadrados.	Não foram identificados no resumo.
06	KLEEMANN, Robson. Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Federal da Fronteira Sul.	*Desenvolvimento de propostas metodológicas para o trabalho interdisciplinar de matemática e física.*	Não identificados no resumo.	*Software* Geogebra.
07	FERNANDES, Arturo Leon. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Federal de Juiz de Fora.	*Uma abordagem no estudo das funções quadráticas, exponenciais e logarítmicas utilizando o software Geogebra.*	Não identificados no resumo.	*Software* Geogebra.

Fonte: Autora, 2020.

Frente às informações apresentadas percebe-se que o *software* Geogebra é um recurso utilizado na maioria dos trabalhos selecionados. No comparativo com a prática da pesquisadora, esta não utiliza tal recurso em suas aulas. Isso se dá frente às condições precárias do laboratório de informática e dos computadores da escola em que a professora pesquisadora está inserida. No entanto, uma alternativa encontrada refere-se à utilização do Geogebra na versão de aplicativo, uma vez que os estudantes podem utilizá-lo em seus dispositivos móveis. Além disso, optou-se também pelo uso de vídeos, que não aparecem em nenhum desses trabalhos.

Percebe-se, também, que o material prático utilizado no primeiro trabalho pode ter potencial para apresentar aos estudantes algumas características importantes da parábola. Assim como a utilização de jogos, livro didático e a resolução de problemas podem contribuir para o ensino e a compreensão da função quadrática.

Entre as dissertações lidas, apenas Kleemann (2018) propõe um trabalho interdisciplinar entre a Matemática e a Física. Segundo o autor, o trabalho interdisciplinar com o uso de *softwares* como ferramenta é uma alternativa metodológica para o ensino da Matemática. Outro aspecto indicado por ele, é que a interdisciplinaridade possibilita explorar diferentes conceitos de forma contextualizada em áreas distintas. Referente ao uso do *software* Geogebra, este facilita a “visualização das representações gráficas, o que permite compreender e relacionar mais facilmente os conceitos teóricos e as aplicações na prática” (KLEEMANN, 2018, p. 35). Também permite a manipulação de dados e associar uma variável, de acordo com o intervalo de tempo estabelecido, tornando-se um importante aliado nesse processo.

Destaca Kleemann (2018, p. 9) que:

> [...] fazer uso da interdisciplinaridade não consiste no fato do professor de uma área específica, em sua prática pedagógica, atuar como professor de uma área distinta à sua, mas sim, em utilizar-se de conceitos específicos de sua área de formação para justificar determinados fenômenos abordados em outras disciplinas; ou ainda, utilizar-se de problemas abordados nas áreas diversas, investigá-los e resgatar possíveis conceitos matemáticos a serem explorados a fim de justificar determinados fenômenos, vindo ao encontro da teoria matemática em algum assunto específico.

O autor faz, também, algumas considerações acerca da utilização da interdisciplinaridade em sala de aula: (1º) para que ocorram trabalhos interdisciplinares, depende, em sua maioria, da iniciativa e da disponibilidade do professor; (2º) a inserção do uso de práticas interdisciplinares nas aulas é de extrema importância, pois permite associar os conceitos ensinados em Matemática, por exemplo, com a Física, ou vice-versa, ou seja, a aprendizagem não se restringe apenas a uma disciplina; (3º) o uso de práticas interdisciplinares não precisa acontecer em todas as aulas, mas, sim, aproveitar quando surgirem momentos em que é possível relacionar assuntos abordados em sala de aula com problemas presentes no cotidiano, pois dessa forma, a aprendizagem do aluno terá mais significado; (4º) permite a coleta de dados de situações reais, estimula a investigação, proporciona uma aprendizagem mais produtiva para o estudante, e que o professor exerça papel de mediador.

Em conformidade com o já exposto, foi elaborado o Quadro 2, em que se apresentam os objetivos, a metodologia de pesquisa e o referencial teórico dos trabalhos analisados. Identificando os objetivos, é possível perceber se as metas estabelecidas foram alcançadas, se as respostas obtidas foram satisfatórias para o problema de pesquisa, neste caso, o ensino e a aprendizagem da função do 2º grau.

Já a metodologia de pesquisa permite identificar os instrumentos utilizados para responder à pergunta de pesquisa. Buscou-se, também, identificar quais eram os fundamentos teóricos que embasaram essas dissertações, ou seja, quais teorias alicerçam esses trabalhos, quais assuntos foram investigados, os principais conceitos relacionados e, por fim, os textos, os artigos, os livros, os documentos, entre outros materiais utilizados para explorar o assunto estudado.

Quadro 2 - Detalhamento das dissertações pesquisadas no banco de dados da CAPES

Nº	Autor (ano)	Objetivos	Metodologia de pesquisa utilizada	Referencial Teórico principal*
01	MEDEIROS (2018).	Desenvolver uma proposta para estudar o gráfico da função quadrática, a parábola, no Ensino Médio.	Não está explícita. Identificamos que é uma pesquisa qualitativa, pois a apuração dos resultados foi obtida mediante observações na condução das aulas da proposta. Instrumento de coleta de dados: após o desenvolvimento da proposta foi aplicado um questionário quantitativo aos alunos e qualitativo aos professores.	Levantamento bibliográfico nos livros da coleção PROFMAT. Análise de livros didáticos utilizados atualmente nas escolas e disponíveis para a escolha em 2017, para uso a partir de 2018. Especificamente, foram analisados os capítulos de introdução às funções, de função afim e de função quadrática.
02	MIRANDA (2018).	**Objetivo geral:** Analisar como o livro didático mais indicado no Plano Nacional do Livro Didático do Ensino Médio propõe os exercícios relacionados à Função Quadrática. **Objetivo específico:** Verificar se esses exercícios favorecem a mobilização dos diferentes tipos de representação do objeto função quadrática e em qual sentido se dá essa mobilização.	Pesquisa Bibliográfica	Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Durval. - Relação entre o professor e o livro didático; - Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). - Base Nacional Comum Curricular (BNCC).
03	FLORES (2018).	Auxiliar os professores de Matemática que atuam na educação básica, no processo de ensino e aprendizagem de funções afins e quadráticas através de novas práticas com o *software* Geogebra.	Não está explícita na dissertação. Mas percebemos características de pesquisa bibliográfica.	Breve levantamento histórico das tecnologias digitais no Brasil, dando um destaque especial ao Geogebra. - Introduz o conteúdo teórico sobre função afim e função quadrática.

Continua...

...Continuação

Nº	Autor (ano)	Objetivos	Metodologia de pesquisa utilizada	Referencial Teórico principal*
04	ALVES (2018).	Ampliar e explorar de forma mais efetiva o estudo do tema, máximos e mínimos de funções, por meio de uma sequência didática para turmas de 1º ano do EM.	- Pesquisa qualitativa. - Estudo de campo com professores. - Instrumentos de coleta de dados: questionário aos professores, para a fim de identificar se os professores utilizam ou utilizariam jogos e o *software* Geogebra como ferramentas metodológicas. As perguntas, divididas em fechadas (resposta será *“sim ou não”)* e abertas, em sua maioria (permite respostas mais livres, permite emitir opinião e usar linguagem própria). - A pesquisa foi dividida em sete etapas (procedimentos): (1ª) Identificação da problemática; (2ª) definição do objeto do estudo de campo; (3ª) elaboração do questionário; (4ª) distribuição dos questionários; (5ª) recolhimento dos questionários; (6ª) análise dos questionários; (7ª) definição das contribuições para as propostas de atividades.	- Conhecimentos relacionados à função afim e função quadrática. - História da Matemática relacionada a Mínimos e Máximos.
05	CARNEVALI (2018).	Analisar os métodos abordados nos livros didáticos, visando apontar os recursos facilitadores do processo de ensino e aprendizagem, tanto para a introdução como para revisão e resgate do conteúdo, com o intuito de proporcionar uma aprendizagem mais significativa. Propor a utilização do método de completar quadrados visando despertar no educando o interesse pela Matemática, facilitando a compreensão do conteúdo.	Não identificada.	Orientações dos PCNs e análise de livros didáticos.

Continua...

...Continuação

Nº	Autor (ano)	Objetivos	Metodologia de pesquisa utilizada	Referencial Teórico principal*
06	KLEEMANN (2018)	Não identificados.	Pesquisa bibliográfica e descritiva.	Resgate bibliográfico sobre o surgimento, evolução e inserção da interdisciplinaridade na Educação. Também, reflete sobre o ensino de Matemática a partir de relações interdisciplinares e da utilização de recursos tecnológicos, como o Geogebra.
07	FERNANDES (2018)	Fazer uma análise das contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação aplicadas à Educação (TCIEs) no ensino das funções quadrática, exponencial e logarítmica como complemento do estudo das definições e propriedades.	Não identificada. Percebemos características de pesquisa bibliográfica.	- Uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação aplicadas à Educação (TCIEs). - Importância do uso destas tecnologias como complemento do ensino no campo da Matemática.

* Entende-se por referencial teórico a fundamentação em algum autor ou teoria, explícita por referências ao longo do trabalho.
Fonte: Autora, 2020.

Ao analisar os objetivos estabelecidos nessas dissertações, pode-se inferir que eles se diferenciam dos objetivos pensados e traçados no presente estudo.

Percebe-se, também, que alguns autores tomam como sinônimos: metodologia de pesquisa, procedimentos metodológicos e metodologia de ensino; tal constatação justifica a dificuldade encontrada em identificar, em alguns trabalhos, a metodologia de pesquisa utilizada. No entanto, alguns indícios, identificados nos trabalhos, permitiram inferir que nenhuma dessas dissertações utilizou, como metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática, escolhida para conduzir esta dissertação.

Observou-se, ainda, que nenhum dos trabalhos utiliza como referencial teórico a concepção de mediação segundo Vygotsky, bem como os conhecimentos espontâneos e científicos. E, apesar de alguns citarem os PCN e a BNCC, nenhum propõe um trabalho a partir desses documentos. Por esses motivos, acredita-se que podemos ampliar o estudo da função do 2º grau, investigando como esse conteúdo pode ser desenvolvido a partir do que é proposto tanto pelos PCNEM como pela BNCC, uma vez que o primeiro nos diz como devemos ensinar e o segundo o que devemos ensinar.

Por outro lado, o Quadro 3 busca apresentar a proposta de estudo e as conclusões dos trabalhos pesquisados. Isso nos permite ver se os objetivos foram alcançados, bem como se a pesquisa respondeu a contento o problema proposto em cada trabalho.

Quadro 3 - Considerações sobre o trabalho

Nº	Autor (ano)	Proposta de estudo	Conclusões sobre o estudo
01	MEDEIROS (2018)	Foi desenvolvida uma proposta de roteiro de aula, com explicações e definições matemáticas mais rigorosas do que aquelas que são apresentadas nos livros didáticos, para justificar por que o gráfico da função quadrática é uma parábola. Foram utilizados cálculos algébricos para as demonstrações e também um material prático para traçar a parábola. Auxiliando na explicação e para exemplificar visualmente o que se quer mostrar com os cálculos algébricos.	O roteiro de aula auxiliou o professor em suas explicações, possibilitou relacionar conceitos de Geometria e Álgebra e o material concreto tornou a explicação mais significativa. O roteiro também auxiliou o estudante na compreensão do conteúdo, despertou seu interesse pela utilização de demonstração para a compreensão de conceitos matemáticos e o material concreto utilizado contribuiu para a aprendizagem dos alunos.
02	MIRANDA (2018)	Foi analisado como o livro didático mais indicado no catálogo do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) do Ensino Médio propõe os exercícios relacionados à Função Quadrática. Se esses exercícios favorecem a mobilização dos diferentes tipos de representação semiótica: lei de formação, tabela, gráfica, linguagem natural, entre outros.	Esta pesquisa permitiu concluir que predominam os exercícios que partem do registro algébrico para o gráfico. No entanto, a solução de muitos exercícios propostos permite que o estudante mobilize diferentes tipos de representação do mesmo objeto matemático.
03	FLORES (2018)	O *software* Geogebra foi utilizado para auxiliar na transposição didática e no processo de ensino e aprendizagem de funções afins e quadráticas. Para isso, foram propostos problemas matemáticos, para serem explorados com o uso deste recurso digital. Com sugestões de roteiros didáticos e alguns questionamentos, que podem servir de inspiração aos professores na elaboração de suas práticas.	O roteiro proposto é flexível dando ideias quanto à utilização do Geogebra. Facilita a transposição didática das demonstrações matemáticas mais complexas, como por exemplo, provar que o gráfico de uma função afim é uma reta. Também, que com recursos e iniciativas de novas práticas é possível aprofundar a Matemática estudada nas escolas sem perder eficiência e qualidade abordando todos os temas e conceitos, sejam eles abstratos ou não.
04	ALVES (2018)	Foram propostas quatro atividades como sugestão para os docentes utilizarem em suas aulas, que aliam a resolução de situações problema com jogos e a utilização do *software* Geogebra. Buscando com tais atividades atrair o gosto pela Matemática, aprofundar e fixar os conceitos que envolvem os temas “máximos e mínimos”, além de ampliá-los.	As atividades propostas podem favorecer a construção do conhecimento por meio de uma postura ativa dos alunos e a troca de ideias em trabalhos em grupo. Também visam incentivar o professor a assumir um papel de mediador e incentivador da aprendizagem, conduzindo a aprendizagem por meio de questionamentos. O Geogebra possibilita a investigação matemática, a visualização gráfica de diferentes tipos de funções e a abordagem mais ampla do assunto. Além de favorecer que o aluno exerça um papel ativo, os mesmos podem ampliar sua visão sobre a utilização de máximos e mínimos em situações-problema com o auxílio do *software* Geogebra e questionamentos. Como as atividades não foram aplicadas em sala de aula, o autor sugere que as mesmas sejam aplicadas e seus resultados descritos.

Continua...

...Continuação

Nº	Autor (ano)	Proposta de estudo	Conclusões sobre o estudo
05	CARNEVALI (2018)	Com a intenção de instigar e construir o conhecimento, bem como despertar o interesse pela Matemática e facilitar a compreensão do conteúdo, foram elaboradas duas propostas, uma para o ensino de equação do 2º grau e outra para o ensino de função do 2º grau, utilizando o método de completar quadrados. Cada proposta traz sugestões de listas de exercícios com o intuito de contribuir para o desenvolvimento dos necessários para a compreensão e resolução das equações e funções do 2º grau.	A utilização do método de completar quadrados de Al-Khowarizmi, proporciona um maior envolvimento com a resolução tornando-a menos mecânica e mais significativa. Este método permite que o aluno perceba geometricamente quando a equação não possui raízes reais, uma vez que, está associada ao tratamento de área. Evidenciando, desta forma, a não existência de área negativa ou medida de comprimento negativa. Outro aspecto importante é a facilidade de visualizar a simetria que aparece em funções quadráticas entre outras características da mesma. Por fim, o autor afirma que frente aos métodos que os livros didáticos analisados propõem, o método de completar quadrados deve ser enfatizado pelos professores em sala de aula, por todas estas vantagens já citadas.
06	KLEEMANN (2018)	Apresenta três propostas metodológicas para o ensino de Matemática a partir de relações interdisciplinares com problemas da disciplina de Física usando o *software* Geogebra como suporte intermediador. Ainda disponibiliza de forma *online* objetos visuais de aprendizagem construídos pelo autor, referente às propostas metodológicas, desenvolvidos no Geogebra.	O *software* Geogebra foi utilizado como suporte para o desenvolvimento de materiais virtuais com a finalidade de facilitar ao aluno a compreensão da teoria. O uso deste recurso permitiu: (a) a manipulação de dados; (b) trabalhar com valores distintos em uma mesma situação problema; (c) relacionar as expressões algébricas com seu respectivo gráfico; (d) facilitou a visualização dos gráficos, aproximando a teoria da prática, as explicações do professor com as relações que espera que o aluno compreenda. Para que o uso de relações interdisciplinares esteja presente nas aulas depende da iniciativa e disponibilidade do professor, propondo situações-problema que inter-relacionem os conteúdos específicos, estabelecendo vínculos e relações com professores de outras áreas durante o planejamento pedagógico, entre outras decisões e atitudes.
07	FERNANDES (2018)	Estudo das funções quadrática, exponencial e logarítmica, bem como a apresentação de conceitos, propriedades e definições das respectivas funções. Juntamente com as definições foram aplicados exemplos construídos através do Geogebra como forma de facilitar a visualização e compreensão do conteúdo apresentado.	Percebeu-se que o uso das tecnologias no ensino pode contribuir para o processo de ensino aprendizagem. O *software* Geogebra facilita a visualização dos gráficos das funções abordadas neste trabalho. Pode favorecer que os alunos percebam a relação que existe entre a representação gráfico, analítica (lei matemática) e as características de cada uma das funções.

Fonte: Autora, 2020.

Ao observar a síntese que compõe o quadro acima, foi possível perceber que nenhum dos trabalhos propõe uma sequência didática para o ensino da função quadrática com as mesmas características da proposta elaborada, a saber: parâmetros a, b c, vértice, raízes aliado ao uso do aplicativo Geogebra, jogo de tabuleiro, entre outros. Essa observação torna-se mais um elemento que diferencia o produto educacional que será proposto nesta dissertação, em relação aos trabalhos acima mencionados.

Os autores dos respectivos trabalhos apontam aspectos positivos nas propostas de ensino. O primeiro indica que a utilização de roteiros de aula com conceitos e justificativa deles para o ensino de gráficos de funções, bem como a utilização do material prático contribuíram para a aprendizagem dos estudantes, auxiliando o professor tanto em suas explicações, como o estudante na compreensão do conteúdo. O segundo concluiu que nos livros didáticos predominam os exercícios que partem do registro algébrico para o gráfico, mas ao resolvê-los é possível explorar as outras formas de representação de uma função. A utilização de exercícios dos livros didáticos pode contribuir para a compreensão de conceitos, mas precisam ser adaptados de acordo com o objetivo proposto pelo professor.

De forma geral, Flores (2018), Alves (2018), Kleemann (2018) e Fernandes (2018) apontam que o *software* Geogebra é uma ferramenta muito eficiente para a visualização e a construção de funções e suas propriedades, uma vez que permite explorar tanto a Geometria quanto a Álgebra. Possibilita a investigação matemática e a visualização gráfica de diferentes tipos de funções, relacionando-as com a lei matemática correspondente e as características de cada uma das funções. E, por fim, favorece que o aluno exerça um papel ativo no processo de aprendizagem.

Notadamente, diferente dos demais trabalhos, Carnevali (2018) indica que a utilização do método de completar quadrados, como recurso didático, proporciona que os estudantes desenvolvam cálculos algébricos de forma menos mecânica, percebendo o que significa uma equação não ter raízes, visualizando a simetria de uma parábola, por meio da ideia de área.

Retomando o trabalho de Alves (2018), sua proposta buscou explorar os conceitos de máximos e mínimos de forma diferente da usual, procurando aliar, para isso, a resolução de problemas com jogos e o Geogebra. O autor afirma que, com tais atividades, busca-se que o estudante construa o conhecimento, por meio de uma postura ativa e da troca de ideias em grupo. Também favorece que o professor assuma um papel de mediador da aprendizagem. Como Alves (2018) fez uma pesquisa de campo, centrou-se em investigar as dificuldades encontradas pelos professores ao ensinar Matemática e as dificuldades na utilização de jogos e *softwares*. Então, frente as suas análises, construiu uma proposta para os professores, que não foi aplicada em sala de aula, mas sugerindo que seja feita e seus resultados descritos, sendo uma possibilidade para explorar no produto educacional.

Em um segundo momento, foram selecionados três artigos (BRAGA; VIALI, 2011; CASSOL; VIALI; LAHM, 2012; LOPES; BISOGNIN, 2015), a fim de investigar, de forma mais pontual, como os recursos tecnológicos como os *softwares* Excel e Geogebra estão sendo utilizados para explorar funções. Visou-se também encontrar elementos que poderiam contribuir para a elaboração da sequência didática proposta. Selecionaram-se os referidos artigos em função de que eles se aproximam da proposta pensada para esta dissertação. Na sequência, apresentamos, nos Quadros 4 e 5, algumas informações referentes aos artigos selecionados.

Quadro 4 - Detalhamento dos artigos selecionados: objetivos e conclusões

Nº	*Título*/Autor/Ano	Objetivos	Conclusões
01	*A planilha como suporte à compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática*. (BRAGA; VIALI, 2011).	Analisar as potencialidades da planilha como recurso auxiliar na compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática.	A utilização da planilha promoveu a compreensão dos conceitos relacionados à mobilização entre as várias representações.
02	*O ensino de funções com recursos do software Geogebra como facilitador de transformações semióticas*. (CASSOL; VIALI; LAHM, 2012).	Refletir acerca do Ensino de Funções, por meio da conversão do registro algébrico para o registro gráfico das funções afim, linear e quadrática, com o auxílio do *software* Geogebra.	Houve uma evolução na construção de significados dos coeficientes da representação algébrica associada a sua representação gráfica com o uso do *software*.
03	*O uso do Excel como ferramenta no ensino de funções afins.* (LOPES; BISOGNIN, 2015).	Analisar as possibilidades de uso de uma planilha eletrônica, o Excel, no desenvolvimento de atividades matemáticas relacionadas ao estudo de funções matemáticas.	Este trabalho proporcionou interação e integração entre os colegas, a participação dos pais nas pesquisas feitas pelos alunos sobre informações das profissões. Além disso, favoreceu o desenvolvimento de capacidades e habilidades como: a autonomia, a autoconfiança, a argumentação, a criticidade, entre outras.

Fonte: Autora, 2020.

Quadro 5 - Detalhamento dos artigos selecionados: metodologia de pesquisa e referencial teórico principal

Nº	*Título*/Autor/Ano	Metodologia de pesquisa	Referencial Teórico principal
01	*A planilha como suporte à compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática*. (BRAGA; VIALI, 2011).	Abordagem construtiva e qualitativa. O instrumento utilizado para a coleta de dados foi um questionário com perguntas abertas e fechadas. Para análise dos resultados forma utilizados os registros escritos dos alunos realizados no desenvolvimento das atividades propostas.	Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Durval.
02	*O ensino de funções com recursos do software Geogebra como facilitador de transformações semióticas*. (CASSOL; VIALI; LAHM, 2012).	Pesquisa qualitativa e estudo de caso. Para análise dos resultados forma utilizados: (a) os registros escritos elaborados pelos alunos ao desenvolverem as atividades propostas; (b) conversão e os tratamentos realizados pelos alunos; (c) auxílio proporcionado pelo computador.	Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Durval
03	*O uso do Excel como ferramenta no ensino de funções afins.* (LOPES; BISOGNIN, 2015).	Não identificada. Algumas características de pesquisa qualitativa, pois apresenta observações e percepções do professor a cada encontro.	Modelagem matemática e o uso de tecnologias.

Fonte: Autora, 2020.

No primeiro artigo lido (BRAGA; VIALI, 2011), foi desenvolvido um aplicativo sobre a planilha do Excel para visualizar as diferentes representações da função de 1º e 2º grau. Os autores afirmam que o uso de planilhas, em atividades educativas, proporciona ao estudante concentrar-se no assunto principal, sem perder o foco, permite, também, a programação de alterações e de atualizações de forma automática, além da rapidez em executar os cálculos. É de fácil manipulação e não exige a utilização de comandos complexos. O uso desse *software* pode facilitar o aprendizado e a compreensão de conceitos relacionados à função afim e quadrática, pois além das características já mencionadas, permite a construção gráfica e a comparação entre as múltiplas representações dessas funções.

Segundo Morgado (apud BRAGA; VIALI, 2011, p. 61), o *software* possibilita a interação.

> É importante ressaltar que as construções por meio de planilhas eletrônicas possibilitam interatividade, ou seja, uma relação dinâmica entre as ações do aluno e as reações do ambiente, resultado de suas operações mentais. Os objetos matemáticos que podem ser representados na tela do computador (fórmulas, tabelas, gráficos, etc.) constituem-se na materialização de ações mentais dos alunos, utilizando os comandos disponíveis pelo aplicativo.

No segundo artigo lido (CASSOL; VIALI; LAHM, 2012), o *software* Geogebra é utilizado para o ensino de funções afim, linear e quadrática. Os autores afirmam que o computador pode ser usado para reforçar práticas tradicionais. Ou seja, indicam que o computador pode servir de instrumento para transmitir conteúdos e informações, mantendo o aluno passivo no processo de aprendizagem. Mas, para que seja utilizado de maneira a favorecer a construção do conhecimento, o desenvolvimento da habilidade de pensar e a participação ativa do aluno, não basta utilizar computadores nas aulas de Matemática ou escolher um *software* educacional. A criação de um ambiente de aprendizagem que viabilize tudo isso está relacionada também com a ação do professor, a metodologia utilizada e a sua compreensão sobre Educação.

No terceiro artigo lido (LOPES; BISOGNIN, 2015), o *software* Excel é utilizado como ferramenta para explorar a função do 1º grau. Em um primeiro momento, os alunos fizeram uma pesquisa com os próprios colegas, organizaram os dados obtidos em uma tabela no Excel e fizeram gráficos com esses valores. Nesse momento, não foi utilizada a expressão "função", pois os conceitos de variável dependente e variável independente ainda não haviam sido abordados.

Em um segundo momento os alunos escolheram uma profissão e observaram o salário do respectivo profissional da área, levando-os a perceberem que existem profissões nas quais o salário é fixo e outras que dependem de alguns fatores, como comissão, vendas, trabalhador autônomo, entre outros. E analisaram o gráfico correspondente ao salário dos mesmos, que resultaram em função constante, linear e afim.

Para Lopes e Bisognin (2015), o uso de computadores e de *softwares* como material de apoio ao ensino pode favorecer a interação dos alunos a aprenderem com seus erros. O Excel é um *software* disponível e vinculado a todos os computadores, que possibilita a realização de cálculos, inserção de fórmulas e de dados, bem como a construção de gráficos a partir das informações inseridas. Além disso, seu uso pode auxiliar no desenvolvimento da criatividade e do raciocínio lógico dos estudantes.

Segundo Lopes e Bisognin (2015), depois de escolher o *software,* o professor precisa estudar e conhecer o seu funcionamento (que seria uma parte mais técnica). Depois, pensar na aplicação, o passo a passo, como relacionará o recurso com o conteúdo a ser ensinado, dedicando tempo à preparação das aulas. Após, “planejar o processo de mediação do conhecimento de forma a alcançar a aprendizagem e para que os resultados obtidos com o auxílio dessa ferramenta possam ser satisfatórios” (LOPES; BISOGNIN, 2015, p. 11).

Por fim, afirmam que não basta disponibilizar computadores, expor o conteúdo, propor listas de exercícios, solicitando que resolvam com o uso do *software*. Mas será necessário utilizá-lo de forma desafiadora, dinâmica e capaz de despertar o interesse dos estudantes para a aprendizagem.

Dos artigos analisados identificou-se potencialidade de atividades que puderam ser tomadas como referência para o trabalho que aqui foi desenvolvido. Os referidos trabalhos utilizam-se dos *softwares* Excel e Geogebra, para abordar os conteúdos matemáticos, no entanto, nenhum deles propõe o uso do aplicativo Geogebra, utilizado na sequência didática proposta.

Percebemos que a escolha dos autores quanto à metodologia de pesquisa é válida e pretendemos, também, analisar os registros escritos dos alunos, mas além disso utilizaremos o diário de bordo, que será explicado no capítulo destinado a isso.

Verificou-se, por meio da revisão de literatura, que existem muitas pesquisas sobre função quadrática e que a ela vem sendo proposta por meio da contextualização, da interdisciplinaridade e do uso de recursos tecnológicos. No entanto, nenhuma que aborde todos esses pontos em conjunto, tais como a elaboração de uma sequência didática, a utilização da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, bem como uma pesquisa embasada na perspectiva teórica de Vygotsky, as orientações dos documentos BNCC e PCNEM, a utilização do aplicativo Geogebra nos dispositivos móveis dos estudantes, uso de vídeos, jogos, roteiros de execução ou roteiros de aulas.

2.3 A função quadrática em livros didáticos

Tomando por referência a escola onde será aplicado o produto educacional, observou-se que, de forma geral, a mesma utiliza três livros didáticos na disciplina de Matemática (Figura 1), a saber:

(1) Matemática: Contexto & Aplicações (DANTE, 2013);

(2) Novo Olhar: Matemática (SOUZA, 2013);

(3) Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016).

Figura 1 - Capa dos três livros didáticos

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Os respectivos livros foram analisados com o intuito de investigar como as referidas obras abordam o conteúdo "Função Quadrática".

Podem ser analisadas diferentes perspectivas em um livro didático, mas decidiu-se voltar nosso olhar para os seguintes aspectos:

(a) de que forma a contextualização e a interdisciplinaridade aparecem nestes livros?;

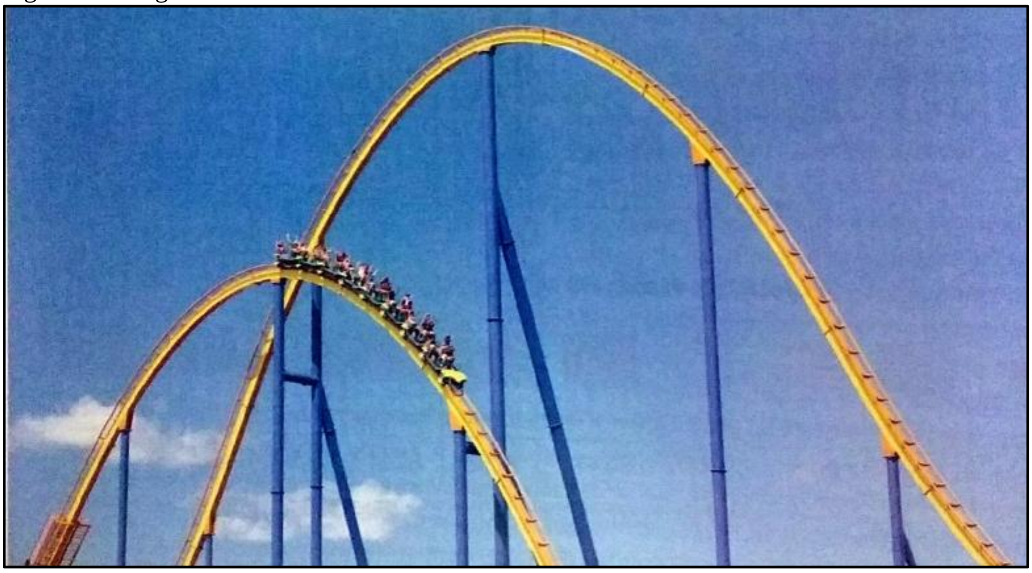
(b) que recursos didáticos e tecnológicos são utilizados ou sugeridos nos mesmos?;

(c) conteúdos comuns e diferentes entre os livros didáticos;

(d) conhecimentos matemáticos que serão explorados no produto educacional, de acordo com os livros didáticos analisados.

Os três livros introduzem o estudo de função quadrática de forma diferente. No primeiro livro analisado, Dante (2013) introduz com uma imagem (Figura 2) de uma montanha-russa e afirma que a curva dela lembra o arco de uma parábola.

Figura 2 - Imagem de uma montanha-russa



Fonte: Dante, 2013, p. 102.

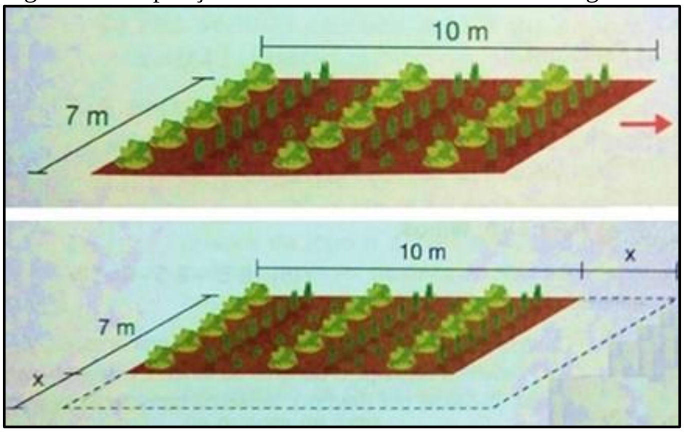
Utiliza, também, um pequeno texto explicando, de forma breve, os cuidados que os engenheiros devem ter ao projetar uma montanha russa, para que a vida de pessoas não seja colocada em risco. São apresentados, ainda, exemplos diversificados de fenômenos que podem ser modelados por uma função quadrática, como a trajetória de um projétil ao ser lançado, a linha descrita pela água em uma fonte entre outros. Antes de definir o que é uma função quadrática, propõe-se uma situação problema, para que os estudantes pensem, interajam com seus colegas e discutam sobre suas conclusões. Sugere-se que a função quadrática, seja definida, a partir das discussões das respostas e na sequência propõem-se exercícios.

No segundo livro (SOUZA, 2013, p. 115), o estudo da função quadrática foi introduzido por meio da utilização de um breve texto, onde notadamente a intenção do autor foi chamar a atenção dos alunos para discutir sobre os benefícios que as hortas comunitárias podem proporcionar.

> As hortas comunitárias são ótimas alternativas de ocupação para terrenos baldios, espaços muitas vezes utilizados como depósito de entulhos. Essas hortas oferecem alimentos frescos e saudáveis aos moradores locais, além de, em alguns casos, servirem como fonte de renda.

A partir disso, problematiza a ampliação da área de uma horta propondo a seguinte questão (Figura 3): “Em certa horta comunitária, um canteiro de verduras retangular será ampliado em uma mesma medida, tanto no comprimento quanto na largura, como mostra a figura” (SOUZA, 2013, p. 115).

Figura 3 - Ampliação de um canteiro de verduras retangular



Fonte: Souza, 2013, p. 115.

Modelando a ampliação da horta, temos que a área (f) ampliada pode ser representada em função da medida x, obtendo $f(x) = x^2 + 17x + 70$. A expressão matemática obtida corresponde à lei da função, que expressa a área do canteiro, após a ampliação é denominada **função quadrática.** Após, apresenta-se sua definição diferenciando funções completas das incompletas e, por fim, propõem-se algumas atividades.

No terceiro livro analisado (LEONARDO, 2016), o conteúdo é introduzido com a ilustração do salto de um paraquedista (Figura 4).

Figura 4 - Salto de um paraquedista

Fonte: Leonardo, 2016, p. 107.

Segue um pequeno texto que afirma ser possível determinar e modelar a distância percorrida por um paraquedista em queda livre, depois de um intervalo de tempo. Modelando esse fenômeno encontramos uma função quadrática.

> É chamado de *queda livre* o movimento na vertical que os corpos, soltos a partir do repouso, sofrem pela ação da gravidade, desprezando-se a resistência do ar. Um paraquedista, conhecendo seu tempo de queda livre – isto é, do momento em que salta da aeronave até o momento em que abre o paraquedas –, pode determinar a distância que percorreu por meio de uma função. A distância percorrida Δs (em metros) pelo paraquedista em queda livre, depois de um intervalo de tempo t (medido em segundo a partir do zero), pode ser modelada pela função $\Delta s(t) = \frac{1}{2}gt^2$. A constante g corresponde à aceleração da gravidade, que, nas proximidades da superfície da Terra, vale aproximadamente $9{,}8 m/s^2$. Assim, $\Delta s(t) = 4{,}9t^2$.
> Essa sentença é um exemplo de lei de formação de uma função quadrática (LEONARDO, 2016, p. 107).

Após, define-se o que é uma função quadrática, apresentam-se outras situações de geometria que podem ser modeladas por funções quadráticas e, para encerrar esse primeiro momento, propõem-se alguns exercícios.

Abaixo, conforme delineiam os Quadros 6, 7, 8 e 9, apresenta-se uma síntese comparativa de alguns aspectos sobre como os autores dos três livros tratam a função quadrática.

Quadro 6 - Com relação à abordagem do conteúdo.

Dante (2013)	**Souza (2013)**	**Leonardo (2016)**
Com um texto contextualizado e interdisciplinar. Depois com uma situação-problema de área. E a definição de função quadrática.	Com um exemplo contextualizado. Ao modelar encontra uma função quadrática. E, por fim, apresenta a definição de função quadrática.	Com um texto interdisciplinar e apresenta a situação-problema já modelada no texto. Define o que é uma função quadrática e propõe mais um exemplo contextualizado de Geometria.

Fonte: Autora, 2020.

Quadro 7 - Como a contextualização aparece nos livros.

Dante (2013)	**Introdução do conteúdo:** Contextualiza utilizando a montanha-russa como exemplo. Afirma que a curva da mesma lembra o arco de uma parábola. E que os engenheiros, ao projetarem tais obras, precisam “conhecer muito bem os efeitos que a altura, os aclives e os declives causam no carrinho e nos usuários para não colocá-los em risco” (DANTE, 2013, p. 102). **Sequenciamento do conteúdo:** Apresenta situações em que a função quadrática aparece como na Geometria, nos fenômenos físicos e nos esportes. Na Geometria, mostra o modelo matemático que relaciona os n lados de um polígono convexo com seus n vétices. Nos fenômenos físicos, apresenta o modelo matemático, do movimento de um objeto em queda livre. E nos esportes, apresenta o modelo matemático, que relaciona o número de partidas p de um campeonato em função do número n de clubes participantes. Utiliza a História da Matemática resgatando a equação do 2º grau e os registros cuneiformes feitos pelos babilônicos.
Souza (2013)	**Introdução do conteúdo:** Contextualiza falando sobre os benefícios das hortas comunitárias. **Sequenciamento do conteúdo:** Apresenta a queda de um livro e que este fenômeno pode ser representado na forma de um gráfico da distância em função do tempo.
Leonardo (2016)	**Introdução do conteúdo:** Para contextualizar a função quadrática recorre à interdisciplinaridade. **Sequenciamento do conteúdo:** Apresenta uma imagem de duas crianças brincando de pular corda. A seguir, explica que a curva produzida com o movimento de pular a corda é semelhante a uma parábola, no entanto recebe o nome de catenária.

Fonte: Autora, 2020.

Quadro 8 - Como a interdisciplinaridade aparece nos livros.

Dante (2013)	**Introdução do conteúdo:** São citados exemplos de fenômenos que podem ser modelados por uma função quadrática: a trajetória de um projétil ao ser lançado, a linha descrita pela água em uma fonte, a estrutura que sustenta o farol de um automóvel e as antenas parabólicas, que recebem esse nome pelo seu formato. Também, cita o exemplo do satélite artificial, que quando “colocado em uma órbita geoestacionária, emite um conjunto de ondas eletromagnéticas, formando um feixe de raios. Estes, ao atingirem a antena de formato parabólico, são refletidos para um único ponto, chamado foco, que é um componente da parábola” (DANTE, 2013, p. 102). **Sequenciamento do conteúdo:** Estabelece conexões entre a função quadrática e a Física, por meio do movimento uniformemente variado (MUV).
Souza (2013)	**Introdução do conteúdo:** O autor não recorre à interdisciplinaridade para introduzir este conteúdo. **Sequenciamento do conteúdo:** Apresenta a relação que existe entre a função quadrática e a Física. A trajetória descrita por um objeto em um lançamento se assemelha ao gráfico de uma função quadrática. Na Física é conhecido como trajetória retilínea.
Leonardo (2016)	**Introdução do conteúdo:** Relação entre a Matemática e a Física, a partir do exemplo, de um paraquedista em uma queda livre (momento em que salta da aeronave até o momento em que abre o paraquedas). É possível modelar essa queda por uma função quadrática relacionando as grandezas distância percorrida e tempo. **Sequenciamento do conteúdo:** Propõe dois exemplos, interdisciplinares. Um sobre a trajetória retilínea de um móvel, que descreve um movimento uniformemente variado (MUV). E outro sobre o lançamento de uma rocha verticalmente para cima na lua e depois na Terra, comparando em qual dos dois locais o tempo de subida e o de descida são menores.

Fonte: Autora, 2020.

Quadro 9 - Recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais utilizados ou sugeridos nos livros

Dante (2013)	**Souza (2013)**	**Leonardo (2016)**
Introdução do conteúdo **Recursos não digitais:** um texto, a ilustração por meio de uma fotografia e uma situação problema. **Recursos digitais:** Não foi utilizado. **Sequenciamento do conteúdo** **Recursos não digitais:** História da Matemática, imagens para a ilustração dos gráficos. **Recursos digitais:** Sugere o uso do Geogebra para construção de gráficos e análise dos parâmetros a, b e c.	**Introdução do conteúdo** **Recursos não digitais:** texto sobre hortas comunitárias; situação problema de ampliação de área e a imagem do canteiro. E modelagem. **Recursos digitais:** Não foi utilizado. **Sequenciamento do conteúdo** **Recursos não digitais:** dois textos. O primeiro tem por título “Trajetórias parabólicas” (p. 118) e o segundo “Identificando Padrões” (p. 144). Ilustrações, representação de gráficos. **Recursos digitais:** não foram utilizados.	**Introdução do conteúdo** **Recursos não digitais:** imagem de um paraquedista em queda livre, um texto referente ao mesmo assunto (movimento de queda livre) e situações-problema. **Recursos digitais:** Não foi utilizado. **Sequenciamento do conteúdo** **Recursos não digitais:** imagens, textos, situações-problema; ilustração dos gráficos; **Recursos digitais:** não foram utilizados.

Fonte: Autora, 2020.

Apesar de os autores desses livros introduzirem o estudo de função quadrática de forma diferente, percebe-se que eles fazem uso dos mesmos recursos didáticos, a saber: imagens, textos, exemplos, situações-problema (problematizar e modelar situações reais), o que indica diferentes possibilidades para a utilização dos mesmos recursos.

As imagens podem ser utilizadas para ilustrar curvas presentes no cotidiano das pessoas e que lembram arcos de parábolas, como pontes, logotipo, na arquitetura, decorações, objetos, esportes, fenômenos da natureza e outros. Já os textos, podem tornar-se interessantes sugestões de temas a serem pesquisados, favorecendo a contextualização do ensino da matemática e a interdisciplinaridade, bem como a interação entre os estudantes e momentos de discussão e debates sobre suas conclusões. Por exemplo, poderia ser desenvolvido um projeto envolvendo a sustentabilidade e a matemática a partir do texto sobre hortas comunitárias.

As situações-problema podem contribuir para que os estudantes percebam a necessidade dos cálculos e dos conhecimentos científicos na busca pela solução de um problema real. Por vezes, será necessário recorrer a conhecimentos internos da própria matemática, como a geometria e a álgebra. E, em outros momentos, a conhecimentos de outras áreas, como a física, a química, a engenharia.

No entanto, salienta-se a importância da postura reflexiva, investigativa do professor, do planejamento e estabelecimento de objetivos tanto de ensino quanto de aprendizagem, a escolha de recursos didáticos adequados para alcançar os objetivos propostos.

Após a introdução, Dante (2013) apresenta o seguinte sequenciamento:

- ***1º momento:*** Apresenta algumas situações em que a função quadrática aparece. Como na Geometria, o número de diagonais de um polígono convexo de n lados. Nos fenômenos físicos, o movimento de objetos em queda livre. Nos esportes, o número p de partidas é dado em função do número n de clubes participantes.
- ***2º momento:*** Mostra como calcular o valor ou a imagem da função quadrática em um ponto, ou seja, quando é dado o valor de x e queremos calcular $y = f(x)$ e quando é dado $y = f(x)$ e queremos calcular x e encerra essa parte com algumas questões.
- ***3º momento:*** Apresenta uma breve referência à História da Matemática, uma vez que o estudo da função quadrática tem sua origem na resolução de equação do 2º grau.

Ao resolver a **equação do 2º grau**, obtêm-se os valores de x, chamados de **raízes**. Ou pode-se dizer também que foram determinados os valores de x para os quais a função quadrática f se anula, chamado **zeros** desta função.

Para determinar os zeros da função quadrática, o autor apresenta três possibilidades: usando a fórmula de Bhaskara, por soma e produto e fatorando a equação. Assim, o aluno poderá escolher uma dessas maneiras de resolver para determinar os zeros da função. Na sequência, propõe questões relacionadas ao que foi desenvolvido. Em seguida, mais alguns exercícios para resolver.

- ***4º momento**:* Define o que é uma parábola e apresenta seus elementos, tais como o foco, a diretriz, o eixo de simetria e o vértice dessa parábola. Afirma, também, que os matemáticos já provaram que o gráfico de uma função quadrática é uma parábola. Nesse sentido, para a construção do gráfico, propõe que se faça uma tabela com um número suficiente de valores que permita visualizar a parábola. Esses pontos são marcados e, posteriormente, desenhamos uma linha contínua passando por eles, uma vez que, estamos trabalhando com os números reais. Após, propõe duas questões.
- ***5º momento:*** Explora o gráfico das funções definidas por:
  - $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$. Propõe a análise dos gráficos das funções, com diferentes valores para a e a análise dos gráficos correspondentes.
  - $f(x) = ax^2 + k$, com $a \neq 0$. Depois, a análise dos gráficos das funções ao assumirem diferentes valores para k, sejam valores positivos ou negativos. Define, a partir dessa análise, o **ponto máximo** e o **ponto mínimo** de uma função f e também o que é uma **translação vertical**.
  - $f(x) = a(x - m)^2$, com $a \neq 0$
  - $f(x) = a(x - m)^2 + k$, com $a \neq 0$

Também estuda os efeitos dos parâmetros a, b e c na parábola que é gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. Encerra essa parte com algumas questões sobre os respectivos assuntos.

- ***6º momento:*** Apresenta como podem ser determinados os pontos de intersecção entre a parábola com os eixos x e y de forma algébrica, uma vez que anteriormente foram explorados estes pontos, por meio da análise gráfica.
- ***7º momento:*** Aborda a determinação do vértice da parábola, da imagem da função e seu valor máximo ou mínimo. Juntamente com algumas atividades, é apresentada uma possibilidade para trabalhar a construção gráfica de funções quadráticas usando o *software* livre, Geogebra. O objetivo desta atividade é explorar o efeito dos parâmetros a, b e c, no gráfico da função.
- ***8º momento:*** Apresenta o estudo do sinal da função quadrática, graficamente e algebricamente, por meio de inequações.

- ***9º momento:*** Estabelece conexões entre a função quadrática e a Física, por meio do movimento uniformemente variado (MUV), e entre a função quadrática e a progressão aritmética. Propõe exercícios.
- ***10º momento:*** Apresenta outra forma de determinar os zeros da função quadrática, que é o método de completar quadrados, depois a forma canônica dessa função e, para finalizar, a equação da parábola que tem vértice na origem e a relação com a função quadrática. Após, propõe questões do ENEM e de vestibular.

Já Souza (2013) apresenta o seguinte sequenciamento:

- ***1º momento:*** Explora a construção do gráfico de uma função quadrática, por meio da atribuição de valores convenientes para x e obtendo valores para y, representando os respectivos pares ordenados em um plano cartesiano. Depois, afirma que o gráfico da função é uma curva, denominada **parábola**. Toda parábola possui um **eixo de simetria**. Por sua vez, o eixo de simetria intersecta a curva em um único ponto, denominado **vértice da parábola**. Conclui esse momento com um pequeno texto nomeado "Trajetórias parabólicas" (SOUZA, 2013, p. 118), apresentando a semelhança entre o gráfico de uma função quadrática e a trajetória que um objeto descreve ao ser lançado, como a trajetória de uma bola ao ser arremessada por um jogador de basquete, e o movimento de um projétil ao ser lançado.
- ***2º momento:*** Após, analisa os coeficientes a, b e c de uma função quadrática mostrando a relação entre os mesmos e o esboço do gráfico dessa função e propõe mais atividades.
- ***3º momento:*** Apresenta como proceder para determinar os zeros de uma função quadrática algebricamente, utilizando a fórmula de Bhaskara. Depois apresenta graficamente: (1º) Relação entre o Δ e os zeros ou raízes da função. (2º) Ponto de coordenadas em que a parábola intersecção o eixo x. (3º) Algumas características do gráfico: $a > 0$ (concavidade voltada para cima); $a < 0$ (concavidade voltada para baixo); $\Delta > 0$ (duas raízes reais e diferentes); $\Delta = 0$ (duas raízes reais e iguais); $\Delta < 0$ (nenhuma raiz real); eixo de simetria e vértice. E, também, algumas atividades relacionadas ao respectivo assunto.
- ***4º momento:*** Apresenta, também, duas possibilidades para determinar as coordenadas do vértice. Primeiro, calculamos a média aritmética das abscissas de dois pontos simétricos entre si, obtendo assim a abscissa do vértice (x_v) da

parábola, depois obtemos a ordenada do vértice (y_v) da parábola calculando $f(x_v)$. Segundo, podemos determinar x_v e o y_v, utilizando as seguintes fórmulas: $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, em que $\Delta = b^2 - 4ac$. E propõe algumas questões referentes ao assunto.

- ***5º momento:*** Apresenta como determinamos a imagem e o valor de máximo ou valor de mínimo de uma função quadrática, conhecendo o vértice dessa parábola.
- ***6º momento:*** Estudo do sinal de uma função quadrática gráfica e algebricamente. A resolução algébrica trata-se de resolver por inequações do 2º grau. Propõe também algumas questões referentes a este assunto. Na sequência, em uma seção nomeada "Explorando o tema" (SOUZA, 2013, p. 144), apresenta o texto "Identificando padrões e regularidades", sobre a relação entre o tempo de queda e a distância percorrida de certo corpo. E, por fim, algumas atividades complementares.

Por fim, Leonardo (2016) apresenta o seguinte sequenciamento:

- ***1º momento:*** Explora a construção do gráfico da função quadrática por meio da tabela, atribuindo valores para x e representando os pares ordenados no plano cartesiano. Afirma que a curva que representa o gráfico da função quadrática é denominada parábola. Mostra a relação entre o coeficiente a e a concavidade da parábola.

Leonardo (2016), explica que nem toda curva é uma parábola (Figura 5).

Figura 5 - Curvas que não são parábolas

Fonte: Leonardo, 2016, p. 111.

Observa-se que o autor recorre à utilização de uma imagem, em geral, bastante conhecida pelos estudantes para ilustrar crianças brincando de pular corda, mostrando que, quando a corda gira para que alguém possa pular, embora ela descreva uma curva, não se trata de uma parábola, mas de uma catenária.

- ***2º momento:*** Apresenta alguns elementos de uma parábola graficamente: o ponto em que a ela intercepta o eixo y; os zeros da função que ele representa; e o vértice. Utilizando para isso valores atribuídos em uma tabela.
- ***3º momento:*** Zeros de uma função quadrática, algebricamente, utilizando a fórmula de Bhaskara. Mostra, também, a relação entre o Δ e a intersecção com o eixo x, graficamente.
- ***4º momento:*** Estudo do sinal da função por meio de seus zeros.
- ***5º momento:*** Determinar as coordenadas do vértice pelas fórmulas x_v e y_v. Mostra que dois pontos de ordenadas estão à mesma distância do eixo de simetria. Ou seja, “quaisquer dois valores de x equidistantes de x_v têm a mesma imagem” (LEONARDO, 2016, p. 118).
- ***6º momento:*** A determinação do conjunto imagem da função quadrática e se a função correspondente tem um valor máximo ou mínimo.
- ***7º momento:*** A construção do gráfico da função quadrática, escolhendo pontos convenientes, tais como: os pontos em que a parábola intercepta o eixo y e o eixo x (caso existam) e o vértice.
- ***8º momento:*** Explora, inclusive, a resolução de situações-problema pelo gráfico da função quadrática, ou ainda, utiliza o gráfico para representar uma situação problema.
- ***9º momento:*** E, por fim, apresenta como resolver uma inequação do 2º grau, fazendo o estudo do sinal. Também, bem como a resolução de inequação-produto e inequação-quociente, inequações simultâneas e a identificação do domínio de uma função quadrática por meio de inequações.

Percebe-se que existem alguns conceitos relacionados à função quadrática comuns nos três livros didáticos, porém nem todos seguem a mesma ordem e alguns desses livros exploram mais conceitos que outros. Assim, destaca-se a importância de analisá-los previamente, conforme será efetivado a seguir nos Quadros 10, 11 e 12, para poder utilizá-los como fonte de pesquisa, selecionando e adaptando as atividades às realidades de cada contexto educacional.

Quadro 10 - Conteúdos comuns a dois ou mais livros didáticos.

Conteúdo	**Dante (2013)**	**Souza (2013)**	**Leonardo (2016)**
Construção do gráfico: atribuindo valores.	X	X	X
Relação entre o coeficiente a e a concavidade da parábola.	X	X	X
Análise dos coeficientes a, b e c de uma função quadrática mostrando a relação entre os mesmos e o esboço do gráfico dessa função.	X	X	Não tem
Determinar os zeros de uma função quadrática e relação com o discriminante (pela fórmula de Bhaskara).	X	X	X
Pontos de intersecção entre a parábola com os eixos x de forma algébrica e gráfica.	X	X	X
Ponto de interseção com o eixo y de forma algébrica e gráfica.	X	X	Não têm
Associam o vértice com o eixo de simetria.	X	X	X
Coordenadas do vértice pela média aritmética.	X	X	Não têm
Coordenadas do vértice pelas fórmulas do x_v e do y_v.	X	X	X
Dedução das fórmulas do x_v e do y_v.	Não têm	X	X
Determinar a imagem e o valor de máximo ou o valor de mínimo de uma função quadrática, conhecendo o vértice dessa parábola.	X	X	X
Estudo do sinal da função quadrática por meio de seus zeros (graficamente).	X	X	X
Estudo do sinal por meio de inequações (algebricamente).	X	X	X
Explorando os pontos de intersecção entre a parábola com os eixos x e y no gráfico.	X	X	X
A relação entre o coeficiente b e a intersecção com o eixo y nos ramos crescente ou decrescente da parábola; Ramo crescente e decrescente de uma parábola quando $a > 0$ e quando $a < 0$.	X	X	Não têm

Fonte: Autora, 2020.

Quadro 11 - Conteúdos específicos de cada livro didático

<table>
<tr><th>Dante (2013)</th><th>Souza (2013)</th><th>Leonardo (2016)</th></tr>
<tr><td>Situações em que a função quadrática aparece: Geometria; fenômenos físicos e nos esportes.</td><td rowspan="6">Não há conteúdo específico.</td><td>Construção do gráfico da função quadrática utilizando o ponto de intersecção com o eixo y e o eixo x (caso existam) e o vértice.</td></tr>
<tr><td>Calcular o valor ou a imagem da função quadrática através da lei matemática;</td><td>Esboçar o gráfico conhecendo pontos convenientes: vértice, intersecção com os eixos x e y.</td></tr>
<tr><td>Definição de uma parábola e apresenta seus elementos: foco, diretriz, eixo de simetria e vértice.</td><td>Traçar o gráfico da parábola cujos vértices se encontram sobre o eixo y, e as funções associadas a elas têm apenas um zero ou não têm zero;</td></tr>
<tr><td>Raízes de uma função por soma e produto e fatorando a equação.</td><td>Resolvendo situações – problema pelo gráfico;</td></tr>
<tr><td>Explora o gráfico das funções definidas por: $f(x) = ax^2$ e $f(x) = ax^2 + k$; $f(x) = a(x-m)^2$; $f(x) = a(x-m)^2 + k$; com $a \neq 0$.</td><td rowspan="2">Inequações-produto e inequações-quociente; Inequações-simultâneas; Identificação do domínio de uma função por meio de inequações.</td></tr>
<tr><td>(a) Ponto máximo, ponto mínimo e translação vertical; (b) Outros tipos de inequações; (c) Conexão entre função quadrática e Física; (d) Conexão entre função quadrática e progressão aritmética; (e) Forma canônica da função quadrática; (f) Equação da parábola que tem vértice na origem.</td></tr>
</table>

Fonte: Autora, 2020.

Quadro 12 - Principais conhecimentos matemáticos que serão explorados neste trabalho, segundo os livros didáticos analisados.

Conteúdo	Dante (2013)	Souza (2013)	Leonardo (2016)
Definição de uma função quadrática	X	X	X
Zeros ou raízes	X	X	X
Discriminante (Δ)	X	X	X
Intersecção da parábola com o eixo y (0,c)	X	X	X
Vértice	X	X	X
Eixo de simetria	X	X	X
Valor máximo ou mínimo	X	X	X
Coeficiente a	X	X	X
Coeficientes b	X	X	X
Coeficientes c	X	X	X
Explora o gráfico das funções definidas por: $f(x) = ax^2$, $f(x) = ax^2 + b$, $f(x) = ax^2 + c$; com $a \neq 0$.	X	Não tem	Não tem

Fonte: Autora, 2020.

Mesmo que os livros didáticos analisados tenham sido elaborados antes que a BNCC tenha entrado em vigor, eles apresentam conteúdos que podem ser considerados comuns e padrão a serem ensinados na educação básica e seguem o que é proposto pelos documentos que fundamentam e norteiam a educação, entre os quais destacam-se especialmente os PCNs e os PCNEM.

Frente a isso, percebe-se que alguns desses livros apresentam mais conceitos relacionados à função quadrática e a forma como abordam esses conceitos é diferente. Dante (2013) apresenta os conteúdos dentro de um contexto, procura relacionar os conceitos com a História da Matemática, com fenômenos físicos, com a Geometria, com situações do dia-a-dia, sua proposta é contextualizada e interdisciplinar. Já o livro de Souza (2013) e o livro de Leonardo (2016) exploram os conteúdos da forma usual, e a contextualização e a interdisciplinaridade aparecem nos exercícios propostos, nos exercícios resolvidos, nos desafios e nas sugestões de textos para leitura.

Os autores dos livros analisados fazem uso de recursos didáticos para explorar os conceitos relacionados à função quadrática como textos, ilustrações de gráficos, imagens, situações-problema, a História da Matemática e a modelagem, que podem ser utilizados pelos professores em suas aulas. Mas, apenas o livro de Dante sugere o uso do *software* Geogebra. Tais recursos podem potencializar discussões e trabalhos interdisciplinares e contextualizar os conhecimentos matemáticos.

No entanto, apesar de os autores ensinarem os conhecimentos necessários para explorar a função quadrática, nenhum deles sugere o uso de recursos como vídeos, jogos, aplicativos entre outros. A sequência didática que será desenvolvida busca agregar outros recursos, além dos que são propostos nesses livros, que venham ao encontro da realidade de meus estudantes.

Percebe-se, também, que algumas atividades sugeridas podem favorecer uma aprendizagem interdisciplinar e contextualizada da função quadrática. Mas, nem sempre elas são adequadas ao contexto dos alunos e da escola, uma vez que o livro didático é pensado a nível nacional. Dessa forma, é fundamental planejar previamente quais as atividades serão desenvolvidas, bem como os recursos a serem utilizados, avaliando e adaptando as atividades que se julgarem pertinentes à turma na qual será aplicado o produto.

Sendo assim, os livros didáticos podem ser utilizados como um material de apoio ao desenvolvimento do trabalho em sala de aula, disponível e acessível a todas as escolas. Mas, não deve ser o único.

Frente às experiências da professora pesquisadora, percebe-se, apesar do fácil acesso aos livros didáticos e aos recursos didáticos sugeridos para uso em sala de aula, que eles, por si só, não serão capazes de modificar as práticas e concepções dos professores. Ou seja, para que a dinâmica da sala de aula seja transformada, uma mudança de postura será necessária. Caso contrário, os conteúdos continuarão sendo explorados de forma convencional.

Sendo assim, a sequência didática elaborada busca uma mudança de paradigma da professora pesquisadora e, consequentemente, uma proposta alternativa ao ensino do conteúdo em questão. Para isso, elaborou-se um material com orientações aos professores, com roteiros de aula, com passo a passo, ou ainda um sequenciamento detalhado que permite aos docentes explorarem o potencial dos recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais propostos.

Nesse sequenciamento, construído muito pelos referenciais dos trabalhos estudados e dos livros didáticos analisados, exploraram-se conceitos como os efeitos dos parâmetros a, b e c no gráfico, raízes ou zeros de uma função, vértice, construção da parábola utilizando esses pontos e o ponto (0, c). Contará com tarefas, explicação do conteúdo, roteiros de aula, com passo a passo para a utilização do aplicativo Geogebra e jogos, facilitando assim a exploração dos conceitos e favorecendo aos professores o uso de tais recursos em suas práticas pedagógicas.

2.3.1 Análise das atividades propostas pelos livros didáticos

O livro de Dante (2013) propõe atividades diversificadas que exploram a resolução algébrica, a análise e a construção de gráficos. Também, problemas matemáticos envolvendo áreas de figuras geométricas, como quadrados, retângulos, trapézios, questões do Enem e de vestibular.

Percebe-se que muitas das atividades sugeridas pelo autor são contextualizadas e interdisciplinares. Estabelecem relações entre conteúdos da própria Matemática, entre ela e outras áreas do conhecimento, em especial a Física. Nos exercícios resolvidos, sempre que possível, dá ênfase tanto ao desenvolvimento algébrico, quanto geométrico e gráfico.

O autor propõe a construção gráfica de funções quadráticas usando o *software* livre Geogebra, em uma seção nomeada “Matemática e tecnologia” (DANTE, 2013, p. 126). Apresenta, ainda, o método de completar quadrados, em outra seção chamada “Um pouco mais...”. Salienta que o método de completar quadrados pode ser utilizado para determinar os zeros da função, mostrar a forma canônica da função quadrática e a equação da parábola que tem o vértice na origem. Ambas as atividades apresentam possibilidades a serem exploradas nas aulas.

A primeira propõe o uso de recursos tecnológicos para explorar os gráficos das funções quadráticas; a segunda permite explorar conceitos que não são trabalhados geralmente pelos professores, além da utilização de um recurso visual para o estudo da função quadrática, que é o “método de completar quadrados”.

As atividades propostas por Souza (2013) também são diversificadas. Aleatoriamente, algumas com o objetivo de explorar a parte algébrica, outras são problemas matemáticos que envolvem área e volume, análises gráficas, questões contextualizadas, questões do ENEM, entre outras.

Destacam-se algumas atividades, que podem contribuir para a contextualização e a interdisciplinaridade do ensino da função quadrática: (1ª) “Lançamento de discos” (SOUZA, 2013, p. 128). (2ª) “Arcos em pontes” (SOUZA, 2013, p. 133). (3ª) “Explorando o tema” (SOUZA, 2013, p. 144). Nesta última, propõe a leitura do texto “Identificando Padrões e regularidades”, que explora o gráfico de um objeto em queda livre.

Recursos didáticos como esses, tais como exercícios, problemas matemáticos, questões do ENEM, desafios, textos, entre outros, podem enriquecer o trabalho do professor, desencadeando discussões em sala de aula, além de darem ideias para pesquisas, experimentos e trabalhos interdisciplinares e contextualizados.

As atividades propostas no livro Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016) assemelham-se às demais. No entanto, enfatiza-se a imagem da Figura 5, que ilustra uma curva que não é parábola. Percebe-se que, a partir da situação apresentada, podem ser desenvolvidas atividades com o objetivo de identificar curvas no dia a dia, verificando quais delas representam parábolas ou não. Essas e outras situações apresentadas nesse livro permitem um trabalho interdisciplinar com Física, com situações-problema.

Torna-se necessário ao professor, entre tantas outras possibilidades, selecionar as atividades, que venham ao encontro dos objetivos estabelecidos em suas aulas. Também é importante que ele estude e investigue formas de abordar esses conteúdos, visando à contextualização e à interdisciplinaridade, aproveitando as sugestões de atividades propostas pelo livro.

Ressalta-se a importância do papel do professor frente à tomada de decisões sobre quais atividades serão utilizadas, quais atividades melhor se adéquam a sua realidade de sala de aula, ou ainda, como diz Barbosa (2019), se é possível transformar um exercício em um problema matemático. Por fim, entende-se, além das ideias já discutidas, que aliar recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais pode auxiliar na compreensão de conceitos matemáticos, mais especificamente, a função quadrática. É o que na sequência do texto buscar-se-á demonstrar.

2.4 O ensino de Matemática segundo os PCNEM

Este documento afirma que a Matemática no Ensino Médio desempenha um papel tanto formativo quanto instrumental. Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento do raciocínio, na estruturação do pensamento bem como a aquisição de atitudes. Ajuda a formar no estudante a capacidade de resolver problemas, gerar hábitos de investigação, de analisar e enfrentar situações novas, desenvolver a criatividade, entre outras capacidades humanas (BRASIL, 2000).

Em seu papel instrumental, o educando deve perceber que a Matemática está presente em quase todas as atividades humanas, servindo como ferramenta para a vida cotidiana, a vida em sociedade e também para a vida profissional. Ele deve percebê-la como um conjunto de técnicas e estratégias que, além de serem utilizadas nas atividades profissionais, também são aplicadas em outras áreas do conhecimento.

Para que a Matemática seja utilizada tanto como ferramenta quanto como instrumento, foram estabelecidos alguns objetivos para o ensino desta disciplina no Ensino Médio. O objetivo principal é o aprofundamento dos saberes disciplinares, bem como a articulação interdisciplinar desses saberes. Para isso, recomenda-se o uso de tecnologias, experimentos, entre outras estratégias para alcançar tais objetivos. No entanto, destaca-se que o aprendizado interdisciplinar, não anula o conhecimento científico disciplinar e, sim, contribui para uma formação integral, na qual o aluno será preparado para enfrentar a diversidade de desafios do mundo atual.

Outro objetivo do Ensino Médio, além do desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, é “o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea” (BRASIL, 2000, p. 6).

Com a globalização e a rápida evolução tecnológica, aquilo que é aprendido se torna rapidamente ultrapassado, sendo necessário aprender continuamente. Estar preparado para enfrentar tais desafios é uma condição de cidadania. Por esse motivo, o ensino precisa criar condições para que o aluno consiga se inserir nesse mundo de mudanças, desenvolvendo as habilidades que dele serão exigidas em sua vida social e profissional. Para isso será “essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico” (BRASIL, 2000, p. 6).

Nesse sentido, os PCNEM (BRASIL, 2000) nos orientam que devemos ensinar os conteúdos, a partir de elementos que fazem parte da realidade dos estudantes, da escola e de sua comunidade imediata, com a intenção de dar significado ao aprendizado.

Sendo assim, a vivência é tomada como ponto de partida, muitas vezes envolvendo questões mais gerais, como “quando através dos meios de comunicação os alunos são sensibilizados para problemáticas ambientais globais ou questões econômicas continentais” (BRASIL, 2000, p. 7). Nesse caso, destaca-se que aquilo que se denomina vivencial não está relacionado a um fato que faz parte do dia a dia do estudante, mas à familiarização do aluno com o fato. Assim, pode-se dizer que faz parte do cotidiano ou da realidade e não de seu dia a dia.

No entanto, para que o estudante encontre significado naquilo que aprende, não basta que os professores se preocupem em rever metodologias de ensino, apenas. Serão necessárias mudanças de referenciais conceituais e de concepções, uma vez que aprender Matemática vai além da memorização, da reprodução, da aprendizagem passiva e do ensino centrado no professor. Do ponto de vista dos PCNEM (BRASIL, 2000, p. 43):

> [...] não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as idéias [sic] isoladas e desconectadas umas das outras.

Na visão dos PCNEM (BRASIL, 2000), uma possibilidade para essa mudança de paradigma é a interação entre os alunos, o papel do professor como mediador e do estudante como participante ativo no processo. E, ainda, o ensino interdisciplinar e contextualizado. Dessa forma, a aprendizagem poderá contribuir para a formação plena do estudante, dando sentido aos conteúdos ensinados. Ou seja, os conhecimentos adquiridos ao longo da educação básica contribuirão para a formação cidadã (profissional, social e cultural) do estudante. Assim, os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 7) inferem que:

> O aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural. É na proposta de condução de cada disciplina e no tratamento interdisciplinar de diversos temas que esse caráter ativo e coletivo do aprendizado afirmar-se-á.

Frente a isso, os PCNEM (BRASIL, 2000) afirmam que a elaboração do currículo é fundamental para que as ideias apresentadas anteriormente de fato aconteçam, uma vez que o currículo será organizado, de acordo com a realidade da escola, dos estudantes, da cultura regional, das exigências do mercado de trabalho, entre outros. Sendo assim, no currículo é que estão indicados os conteúdos mínimos da BNCC[4], bem como a indicação de possíveis temas que possam compor a parte flexível do currículo. Este deve ser "organizado em cada unidade escolar, podendo ser de aprofundamento ou direcionar-se para as necessidades e interesses da escola e da comunidade em que ela está inserida" (BRASIL, 2000, p. 43).

Os temas abrem caminho para trabalhar de forma contextualizada e interdisciplinar. Para os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 43), um tema tem potencial interdisciplinar quando permite:

> [...] conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro e fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Frente ao exposto, percebe-se que o ensino fragmentado, centrado na reprodução e na repetição, não contribui para a formação geral do estudante e acentua o distanciamento entre a Matemática escolar, a Matemática prática, usada no dia a dia, e a Matemática usada em outras áreas do conhecimento.

Sendo assim, para que a Matemática tenha significado para o educando, deve ser ensinada a partir de elementos que fazem parte, tanto do cotidiano dos estudantes, quanto da comunidade a que eles fazem parte, buscando relacionar, sempre que possível, os conteúdos

---

[4] Tal questão está melhor explicitada no item 3.3, em que se trata da Base Nacional Comum Curricular.

ensinados com outras áreas do conhecimento, com o intuito de mostrar sua aplicação e importância para as demais áreas. E, por fim, promover a interação entre os alunos e a participação ativa deles.

Embora os PCNEM não tratem de diretrizes específicas para o ensino de função do 2º grau, o referido documento trata, de forma geral, do ensino de funções. Assim, entende-se que tais ideias podem ser consideradas para o ensino da função quadrática.

De acordo com os PCNEM (BRASIL, 2000), o conceito de função estabelece conexões internas à própria Matemática, uma vez que está presente no estudo da trigonometria, na progressão aritmética, na progressão geométrica, no estudo de polinômios e equações algébricas e, por fim, o estudo das propriedades de retas e parábolas dentro da geometria analítica.

Esse conceito também é muito importante para descrever e estudar o comportamento de fenômenos tanto do cotidiano quanto de outras áreas do conhecimento, como a Geografia, a Física, a Economia entre outras, através da construção de gráficos, da leitura e da interpretação.

Sendo assim, a aprendizagem do conceito de função deve ser interdisciplinar e contextualizada, uma vez que o ensino isolado das funções não permite a exploração do caráter integrador que ela possui. Segundo os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 43):

> Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.

Dessa forma, os conhecimentos relacionados ao conceito de função ensinados na escola farão mais sentido para os estudantes e aprendidos de forma significativa. Com a intenção de complementar as ideias propostas pelos PCNEM, busca-se analisar e refletir sobre quais orientações a BNCC traz para o ensino.

2.5 Fundamentos da BNCC para o ensino

A BNCC (BRASIL, 2017) é um documento de caráter normativo que define um conjunto de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica, garantindo, assim, uma aprendizagem de qualidade e comum a todos. Ou seja, ela define “aquilo que os estudantes devem aprender na Educação Básica, o que inclui tantos os saberes quanto à capacidade de mobilizá-los e aplicá-los” (BRASIL, 2017, p. 12).

As aprendizagens essenciais não estão relacionadas aos conteúdos mínimos a serem ensinados apenas, mas à forma como esses conteúdos curriculares serão explorados pelo professor, de maneira a contribuir para o desenvolvimento de competências. Para a BNCC, competência nada mais é que a “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2017, p. 8).

Sendo assim, as exigências do novo cenário mundial vão requerer do estudante mais do que o acúmulo de informações apenas. Será necessário o desenvolvimento de competências que contribuam para o aprendizado contínuo para lidar com informações cada vez mais disponíveis, conseguindo aplicar os conhecimentos adquiridos para resolver problemas reais, desenvolvendo a sua capacidade de comunicação, criatividade, de ser analítico, crítico e participativo (BRASIL, 2017).

Dessa forma, a Educação Básica deve favorecer o desenvolvimento intelectual (cognitivo), afetivo, físico, simbólico, ético, social e moral do estudante, visando a sua formação e o seu desenvolvimento pleno. Essa concepção de educação foi nomeada educação integral pela BNCC. Tal conceito “se refere à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea” (BRASIL, 2017, p. 14).

Para que a BNCC (BRASIL, 2017) seja de fato implementada nas escolas, cada instituição de ensino deverá comprometer-se em construir seus currículos, com base nas aprendizagens essenciais. Por esse motivo, a BNCC apresenta dois conceitos fundamentais para o desenvolvimento da questão curricular. O primeiro diz respeito ao que deve ser comum a todas as escolas do Brasil e o segundo refere-se ao que é diverso em matéria curricular. As competências e as diretrizes fazem parte do que é comum. Já os currículos são a parte diversificada e serão organizados de acordo com as características regionais e locais. Também, serão influenciados pela cultura e pelas condições financeiras e econômicas dos estudantes. Cabe ressaltar que as competências e diretrizes nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos.

Para assegurar as aprendizagens essenciais previstas para a educação básica é importante compreender que, tanto a BNCC quanto os currículos possuem um papel complementar. A primeira orienta o que os estudantes devem aprender, e o segundo apresenta um conjunto de decisões que vão se adequar à realidade local, levando em consideração "a autonomia dos sistemas ou das redes de ensino e das instituições escolares, como também o contexto e as características dos alunos" (BRASIL, 2017, p. 16).

Sendo assim, a aprendizagem só se concretizará mediante decisões que caracterizam o currículo em ação. Nesse sentido, destaca-se em especial uma dessas ações, que é: "[...] contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas" (BRASIL, 2017, p. 16).

Outra ação que queremos destacar é a seleção, a produção, a aplicação e a avaliação de recursos didáticos e tecnológicos como apoio ao processo de ensino e de aprendizagem (BRASIL, 2017).

Visando a contextualização dos conteúdos curriculares, as escolas têm autonomia para incorporar aos seus currículos e as suas propostas pedagógicas temas contemporâneos que melhor se adequem ao contexto em que os estudantes estão inseridos e também as especificidades de cada escola, tais como a educação ambiental, a educação alimentar e nutricional, a saúde, a vida familiar e social, a educação para o consumo, a educação financeira e fiscal, o trabalho, a ciência e a tecnologia e a diversidade cultural, entre outros (BRASIL, 2017).

De forma geral, compreendemos que a BNCC define aprendizagens que são essenciais, que precisam ser desenvolvidas para que o aluno tenha uma formação integral. Essas aprendizagens referem-se tanto aos conteúdos mínimos quanto às competências e habilidades que precisam ser desenvolvidas. E que o currículo deve ser elaborado de acordo com a realidade da escola, do contexto em que os alunos estão inseridos e da inserção destes no mercado de trabalho.

Dessa forma, será necessário que a aprendizagem seja contextualizada. A escolha e a utilização de temas contemporâneos favorecem essa contextualização. A aprendizagem contextualizada permitirá aos alunos ver na vida real a aplicação dos conhecimentos estudados, encontrar sentido naquilo que aprendem, favorecendo também, "o protagonismo do estudante em sua aprendizagem e na construção de seu projeto de vida" (BRASIL, 2017, p. 15).

Nesse trabalho, pretende-se seguir as orientações propostas pela BNCC, buscando uma mudança da perspectiva de ensino, em que o professor exercerá o papel de mediador neste processo, no intuito de promover a participação ativa do estudante, na construção do conhecimento, a interação e trocas de experiências.

Além disso, busca-se desenvolver as aprendizagens essenciais por meio da utilização de recursos didáticos como mediadores do processo de ensinar e de aprender, bem como para a contextualização dos conteúdos curriculares.

As aprendizagens essenciais construídas no Ensino Fundamental devem ser consolidadas, ampliadas e aprofundadas no Ensino Médio. Para isso, são estabelecidas dez competências gerais que os alunos devem desenvolver ao longo de todas as etapas da educação básica e também competências específicas de cada área do conhecimento e dos componentes curriculares. No entanto, trataremos das competências específicas da área da Matemática no Ensino Médio, uma vez que o trabalho será desenvolvido com os primeiros anos desta etapa da educação básica.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2017), ao longo do período escolar, os estudantes precisam desenvolver habilidades de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas e, ainda, de raciocinar, representar, comunicar e argumentar. Sendo assim, contudo, com essas aprendizagens os alunos terão mais ferramentas para a compreensão da realidade.

A articulação desses pressupostos com as competências gerais, com as áreas de Matemática do Ensino Fundamental e com a área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio "deve garantir aos estudantes o desenvolvimento de competências específicas. Relacionadas a cada uma delas, posteriormente, habilidades a ser alcançadas nessa etapa" (BRASIL, 2017, p. 530).

É importante ressaltar que não há uma ordem preestabelecida para as competências, uma vez que elas estão conectadas, e o desenvolvimento de uma requer a mobilização de outras. Essas competências exigem que os estudantes, além da cognição, desenvolvam "atitudes de autoestima, de perseverança na busca de soluções e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas, mantendo predisposição para realizar ações em grupo" (BRASIL, 2017, p. 530). Já as habilidades, por sua vez, são apresentadas sem seriação, permitindo que a definição anual dos currículos e das propostas pedagógicas de cada escola seja flexível (BRASIL, 2017, p. 530).

Existem muitas possibilidades para a organização curricular das aprendizagens propostas na BNCC. É apresentada uma possibilidade que é a organização por unidades de conhecimento, conforme exposto no Quadro 13, semelhante ao que foi proposto no Ensino Fundamental.

Quadro 13 - Organização curricular das aprendizagens por unidade de conhecimento

Ensino Médio	
Unidades de conhecimento	Números e álgebra
	Geometria e medidas
	Probabilidade e estatística

Fonte: Autora, 2020.

Dentro de cada unidade de conhecimento são indicadas habilidades a serem desenvolvidas. Tais habilidades são acompanhadas de um código que identifica qual etapa da educação básica e a área do conhecimento a que pertencem, também qual é a habilidade e a competência relacionada. O Quadro 14, a seguir, exemplifica isso.

Quadro 14 - Exemplo de um código que acompanha as habilidades.

EM13MAT402	**EM**	Indica a etapa de Ensino Médio
	13	Significa que as habilidades descritas podem ser desenvolvidas em qualquer série do Ensino Médio
	MAT	Refere-se à área da Matemática e suas Tecnologias
	4	Refere-se à competência específica 4
	02	Habilidade 02

Fonte: Autora, 2020.

Sendo assim, identificam-se na unidade de conhecimento “Números e álgebra” habilidades relacionadas à função quadrática:

> (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
> (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
> (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2017, p. 543).

Essas são algumas das habilidades indicadas para o desenvolvimento das competências específicas quatro e cinco, relacionadas à função quadrática. Sendo assim, o foco está nessas competências apenas.

Pretende-se com a quarta competência desenvolver no estudante a capacidade de utilizar as diferentes representações de um mesmo objeto matemático, uma vez que saber fazer a conversão entre os diferentes registros de representação matemáticos, como representar determinada informação, por meio de tabelas, no plano cartesiano, linguagem natural, por expressão analítica (algébrica), por símbolos, entre outros, notadamente permite a compreensão mais profunda das ideias que elas expressam e dos conceitos matemáticos envolvidos.

Sendo assim, para a aprendizagem de procedimentos e conceitos matemáticos,

> [...] é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível. Eles precisam escolher as representações mais convenientes a cada situação, convertendo-as sempre que necessário. A conversão de um registro para outro nem sempre é simples, apesar de, muitas vezes, ser necessária para uma adequada compreensão do objeto matemático em questão, pois uma representação pode facilitar a compreensão de um aspecto que outra não favorece (BRASIL, 2017, p. 538).

Além disso, desenvolvendo essa competência, o estudante ampliará sua capacidade de pensar matematicamente, aprendendo a utilizar diferentes estratégias (um conjunto de ferramentas) para resolver, argumentar e comunicar problemas.

Já a quinta competência propõe que o estudante investigue e crie hipóteses

> [...] a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2017, p. 539).

Para o desenvolvimento dessa competência é importante que o estudante desenvolva a capacidade de investigação, formulação de explicações (hipóteses) e a tentativa de validação de suas explicações (argumentação). Assim, seus argumentos podem surgir de experiências empíricas (da experimentação e da observação), ou seja, o aluno pode formular hipóteses a partir da investigação e da experimentação com materiais concretos, apoios visuais, tecnologias digitais, entre outras, procurando argumentos para validá-las. No entanto, “essa validação não pode ser feita apenas com argumentos empíricos, mas deve trazer também argumentos mais ‘formais’, incluindo a demonstração de algumas proposições” (BRASIL, 2017, p. 540).

Essas habilidades são importantes para a formação matemática do estudante, pois comprovadamente contribuem para que ele perceba a relevância da Matemática e construa uma compreensão viva do que é essa ciência, percebendo-a como um “conjunto de conhecimentos inter-relacionados, coletivamente construído, com seus objetos de estudo e métodos próprios para investigar e comunicar seus resultados teóricos ou aplicados” (BRASIL, 2017, p. 540).

Frente ao exposto neste capítulo, busca-se na perspectiva sociocultural de Vygotsky referencial para o desenvolvimento de estratégias de ensino para abordar a Função Quadrática no ensino médio. Além disso, seguir as orientações dos documentos PCNEM (BRASIL, 2000) e BNCC (BRASIL, 2017) no que se refere ao uso de recursos tecnológicos digitais e não digitais como forma de contextualizar o ensino desse conteúdo. A seguir, descreve-se a metodologia de pesquisa utilizada na realização deste estudo.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresenta-se o referencial teórico que embasou este trabalho. Descreve-se, a seguir, a teoria sociointeracionista de Vygotsky.

3.1 Contribuições da teoria histórico-cultural

Para que o conteúdo função quadrática chegue à sala de aula, o professor recorre a suas concepções sobre a forma de melhor organização do saber, para que ele, finalmente, passe a ser apropriado pelos estudantes. Existem diferentes possibilidades teóricas para conduzir essa organização, estando a sua escolha relacionada tanto às propostas educacionais vigentes em documento oficiais ou escolares, quanto às convicções dos docentes. Assim, o presente texto elege a perspectiva sociointeracionista para nortear a discussão acerca da interação, o papel da mediação e a formação de conceitos. O objetivo é resgatar conceitos na perspectiva teórica adotada e visualizá-la como suporte para o planejamento das aulas.

Lev Semenovich Vygotsky nasceu em Orsha, uma cidade provinciana, na Bielo-Rússia, no dia 17 de novembro de 1896. Casou-se aos 28 anos, com Roza Smekhova e teve duas filhas. Morreu de tuberculose, em 11 de junho de 1934, doença que o acometeu durante quatorze anos. Chegou a elaborar cerca de 200 estudos científicos sobre diferentes temas, trazendo contribuições para as áreas da psicologia, da pedagogia, da antropologia, da história, da linguística, da sociologia e da filosofia. As produções escritas por ele são extremamente densas e complexas em informações preliminares (REGO, 2012).

A teoria de desenvolvimento cognitivo de Vygotsky é ampla e se preocupa em explicar como o ser humano se desenvolve cognitivamente. O desenvolvimento cognitivo também é chamado de processos mentais superiores (pensamento, linguagem, comportamento associado à conduta) por Vygotsky. Sua teoria está baseada em três pilares. O primeiro é que o desenvolvimento cognitivo tem origem em processos sociais, ou seja, depende do contexto social, histórico e cultural. O outro é que os processos mentais só podem ser entendidos, se compreendermos os instrumentos e signos que os mediam. O terceiro é o chamado “método genético-experimental”, usado para analisar o desenvolvimento cognitivo de uma pessoa (MOREIRA, 1995).

Também Moreira (1995) afirma que, para Piaget e Bruner, o desenvolvimento cognitivo era produto dos tipos de estágios de desenvolvimento. Diferente deles, Vygotsky defende que o desenvolvimento cognitivo ocorre pela interação social e se preocupa com os mecanismos por meio dos quais se dá o desenvolvimento. O autor ainda destaca que alguns desses mecanismos têm implicações mais claras na aprendizagem, como: instrumentos e signos; interação social; significados; a fala; a zona de desenvolvimento proximal (ZDP); o método experimental; e a formação de conceitos.

Uma das ideias principais dessa teoria, citada nos parágrafos anteriores, é que o desenvolvimento cognitivo tem origem em processos sociais e que não pode ser entendido sem referência ao meio social. Contudo, segundo Moreira (1995), compreende-se o meio social como uma variável importante para o desenvolvimento cognitivo, mas o desenvolvimento cognitivo só ocorrerá mediante a conversão das relações sociais em funções mentais. Ou seja, compreende-se que a socialização é uma condição para que o desenvolvimento dos processos mentais superiores ocorra. Mas, esse processo não acontece naturalmente, é mediado. Isso significa que as relações sociais se transformarão em funções mentais superiores pela mediação. É pela mediação que se dá a internalização de atividades e comportamentos sócio-históricos e culturais.

A mediação social acontece também por meio do uso de instrumentos e signos. Rego (1995, p. 62) complementa, dizendo que “[...] na perspectiva vygotskiana, o desenvolvimento das funções intelectuais especificamente humanas é mediado socialmente pelos signos e pelo outro”. O instrumento é algo que poderá ser usado para fazer alguma coisa, é o elemento mediador entre um indivíduo e o objeto do seu trabalho, como por exemplo, uma faca para descascar uma laranja, o fogo para cozinhar o alimento, o tecido para fazer roupas, entre outros. Já o signo é algo que significa alguma coisa, por exemplo, ao falar a palavra carro (signo linguístico) remete ao objeto concreto carro, ou ainda, o número 17 (signos matemáticos) pode representar a idade ou a data de aniversário de alguém.

A função do instrumento, segundo Vygotsky (1998, p. 73), “[...] é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza”.

A seguir (Quadro 16), apresentam-se os três tipos de signos, conforme Moreira (1995).

Quadro 15 - Tipos de signos apresentados por Moreira (1995)

Signos	
Indicadores	Tem uma relação de causa e efeito com aquilo que significam. Ex.: Fumaça indica fogo, porque é causada por fogo.
Icônicos	Imagens ou desenhos daquilo que significam.
Simbólicos	Têm uma relação abstrata com o que significam. Ex.: palavras (signos linguísticos); números (signos matemáticos); a matemática e a linguagem falada e escrita (sistemas de signos)

Fonte: Autora, 2020.

As sociedades criaram tanto instrumentos quanto signos ao longo da história, como os números, a linguagem falada e escrita, que modificaram e influenciaram seu desenvolvimento cultural e social. E “[...] é pela interiorização destes instrumentos e sistemas de signos, produzidos culturalmente, que se dá o desenvolvimento cognitivo” (VYGOTSKY apud MOREIRA, 1995, p. 109). O desenvolvimento das funções mentais superiores aplica-se à Lei da Dupla Formação, de Vygotsky: no desenvolvimento cultural da criança, toda função aparece duas vezes. Primeiro em nível social e depois em nível individual, ou seja, interpessoal (entre pessoas) e depois intrapessoal (interior da criança).

Moreira (1995) menciona, ainda, que a aprendizagem de fato ocorrerá na zona de desenvolvimento proximal (ZDP), outro conceito abordado por Vygotsky. De acordo com a perspectiva sociointeracionista, define-se como a distância entre o nível de desenvolvimento cognitivo real do indivíduo e o seu desenvolvimento proximal ou potencial. Sendo assim, são as funções que ainda não amadureceram, mas que estão no processo de maturação. Portanto, a interação social que provoca a aprendizagem deve ocorrer dentro da ZDP.

Em linhas gerais, a ZDP é o “espaço em branco” que existe entre o que a criança já sabe fazer sozinha e aquilo que tem potencialidade para vir a ser, desde que aprenda com os outros. Ou ainda, é a distância entre aquilo que a criança é capaz de fazer sozinha, sem a ajuda de outra pessoa, e aquilo que a criança é capaz de fazer somente com a ajuda de outra pessoa. Assim, no entendimento de Vygotsky (1998), a zona de desenvolvimento proximal da criança hoje se tornará o nível de desenvolvimento real amanhã.

Moreira (1995) complementa que proximal deriva da palavra próximo, é o momento em que entra o papel do professor, ou de um colega mais experiente, que detectam o potencial da criança e estimulam-na a superar a si mesma e se apropriar do que, em tese, ela é naturalmente capaz. Para Vygotsky, o professor é um mediador entre a criança e o mundo, alguém mais experiente que a ajuda a interagir com os outros e consigo mesma, ajudando-a a atingir o seu potencial (o melhor de si mesmo).

Também segundo Moreira (1995), no método “genético-experimental” Vygotsky empregava três técnicas. A primeira envolvia a introdução de obstáculos que perturbavam o andamento normal da solução de um problema. A segunda, fornecimento de recursos externos para a solução de um problema, mas que podiam ser usados de diversas maneiras. E na terceira e última técnica, as crianças eram solicitadas a resolver problemas que excediam seus níveis de conhecimento e habilidade. Todas essas técnicas dão ênfase aos processos, ao invés dos resultados ou produtos. A Vygotsky interessava o que as crianças faziam e não as soluções a que eventualmente poderiam chegar.

Moreira (1995) afirma, ainda, que na perspectiva sociointeracionista o desenvolvimento dos processos, que resultam na formação de conceitos, começa ainda na infância e amadurece na puberdade. Porém, antes dessa idade é possível encontrar determinadas formações intelectuais que realizam funções equivalentes aos dos verdadeiros conceitos. Vygotsky faz uma analogia com o desenvolvimento de um bebê na barriga de sua mãe, inicialmente como um embrião até estar plenamente desenvolvido. Essas formações intelectuais, assim nomeadas por ele, são:

1) *Agregação desorganizada, ou amontoado*: é o primeiro passo da criança pequena para a formação de conceitos; ocorre quando ela agrupa alguns objetos desiguais de maneira desorganizada, por tentativa e erro.

2) *Pensamento por complexos:* os objetos são agrupados em razão de relações estabelecidas entre os objetos por meio de uma sequência de estágios: associativa, coleções, em cadeia, em que as associações são feitas a partir de sequência de atributos (cores, formas, tamanho, etc.). Fase do pseudoconceito é a generalização formada na mente da criança, mas ainda não é capaz de abstrair.

3) *Conceitos potenciais*: abstração primitiva, mas o verdadeiro conceito só aparecerá quando os traços abstraídos são sintetizados e a síntese abstrata resultante passa a ser o principal instrumento do pensamento (MOREIRA, 1995).

O processo de formação de conceitos é tema proposto por Vygotsky de extrema importância, pois segundo Rego (1995, p. 75):

> [...] integra e sintetiza suas principais teses acerca do desenvolvimento humano: as relações entre pensamento e linguagem, o papel mediador da cultura na constituição do modo de funcionamento psicológico do indivíduo e o processo de internalização de conhecimentos e significados elaborados socialmente.

Rego (1995) afirma, na perspectiva de Vygotsky, que se entendem por conceitos um sistema de generalizações e relações contidas nas palavras que foram construídas culturalmente e internalizadas pelas pessoas ao longo do processo de desenvolvimento. Por exemplo, a palavra “carro” nos remete a um automóvel de quatro rodas, de porte médio, utilizado para locomoção terrestre, independente do modelo, cor, ano. No entanto, esse objeto pode não ter o mesmo significado em outra cultura, ou ainda, pode ser que essa palavra nem faça parte do seu vocabulário.

Existem dois tipos de conceitos, segundo Vygotsky: o cotidiano e o científico. Os conceitos cotidianos, também denominados espontâneos, são aqueles “[...] construídos a partir da observação, manipulação e a vivência direta da criança" (REGO, 1995, p. 77). Por exemplo, a partir de suas experiências pessoais e vivências do dia a dia, uma pessoa é capaz de construir o conceito de "copo". Essa palavra remete às características desse objeto, que o distingue de outros, como uma panela, uma mesa, um guardanapo. Já os conceitos científicos "são os conhecimentos sistematizados, adquiridos nas interações escolarizadas" (REGO, 1995, p. 77). Por exemplo, o copo é um objeto em formato cilíndrico, sem asa, recipiente feito de vidro, cristal, plástico e outros materiais, usado para consumo de diferentes tipos de líquidos. Esse conceito pode se tornar cada vez mais abstrato e abrangente à medida que é ampliado.

A autora afirma que o processo de formação de conceitos é fundamental para o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores, pois exige que o aluno, por exemplo, mobilize a atenção, a memória, a abstração, desenvolva a capacidade de diferenciar e memorizar. Sendo assim, para que o aluno de fato aprenda um conceito, este não pode ser simplesmente transmitido do professor para ele ou ensinado por meio de treinamento mecânico, caso contrário, ele apenas repetirá palavras sem compreender seu real significado, o que Vygostsky chama de "verbalismo vazio".

Segundo Rego (1995, p. 79), Vygotsky ressalta que,

> [...] se o meio ambiente não desafiar, exigir e estimular o intelecto do adolescente, esse processo poderá se atrasar ou mesmo não se completar, ou seja, poderá não chegar a conquistar estágios mais elevados de raciocínio. Isto quer dizer que o pensamento conceitual é uma conquista que depende não somente do esforço individual, mas principalmente do contexto em que o indivíduo se insere, que define, aliás, seu "ponto de chegada".

O ensino escolar desempenha um papel muito importante na formação de conceitos, principalmente o científico, pois a intervenção pedagógica do professor provoca avanços que não ocorreriam espontaneamente. Afirma-se isso, uma vez que a escola propicia aos alunos um conhecimento sistemático de temas e assuntos que não fazem parte de sua vivência direta. Possibilita, também, que o aluno tenha acesso ao conhecimento científico acumulado e construído pela humanidade. Assim, para que a aprendizagem de fato ocorra, os conceitos espontâneos e científicos devem se inter-relacionar, agindo um sobre o outro para produzir um processo de aprendizagem significativa e reflexiva. Caberá ao professor propor situações de aprendizagem que favoreçam a interação social, a troca de ideias e a interiorização de significados, fundamental para a formação de conceitos, segundo Vygotsky, com o intuito de que os estudantes possam se desenvolver cognitivamente.

Assim, nesta pesquisa espera-se que o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, nas aulas de matemática, promovam a participação, o envolvimento e a interação entre os estudantes, bem como sirvam como mediadores no processo de aquisição do conhecimento, contribuindo para sua internalização e motivação para o estudo. Auxiliem, também, na construção de conceitos científicos e, ainda, que levem o aluno para a zona de desenvolvimento real.

Por meio da exploração da função quadrática com o aplicativo Geogebra, vídeo, jogos, projetor multimídia, entre outros, os estudantes poderão interagir com seus colegas, com o objeto do conhecimento e com o próprio professor. Pensa-se que o uso deles pode favorecer também a observação dos parâmetros a, b e c, da função e algumas características dos gráficos traçados.

Acredita-se que tais ações e com uso de instrumentos e signos correspondentes, mediadas pelo professor, possam intervir para a passagem dos conceitos espontâneos para os científicos, em relação ao tema função quadrática.

Na sequência, o próximo tópico, faz uma reflexão sobre o ensino de Matemática, segundo o que apregoam os PCNEM.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisa desenvolvida caracteriza-se como de natureza qualitativa, pois, no entendimento de Minayo (1994), esse tipo de pesquisa se preocupa com um nível de realidade que não pode ser quantificado, busca também compreender a realidade humana vivida socialmente. Além disso, trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes. Para tanto, utilizam-se dois instrumentos para a coleta de dados: os registros escritos dos alunos e o diário de bordo.

O diário de bordo ou diário de aula, na perspectiva de Zabalza (2004), permite registrar os fatos ocorridos a cada aula, as impressões do professor/pesquisador, as reações dos alunos e as reflexões sobre um determinado processo de aprendizagem. Para isso, poderá ser utilizado um caderno no qual serão registradas as reflexões da professora referente aos momentos, às reações dos alunos durante a execução das tarefas, as dificuldades, discussões em grupo, entre outros elementos que, seguramente, poderão contribuir para a análise dos resultados. Os registros de diário de bordo serão analisados de acordo com os seguintes aspectos: a participação, a mediação e a interação entre os estudantes, entre o professor e o estudante e entre o material e o estudante.

Utilizou-se como metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática (ED). No entender de Almouloud (2007), ela se caracteriza primeiro como um esquema experimental com base naquilo que construímos, realizamos, observamos e analisamos em sala de aula. Em um segundo momento, a ED caracteriza-se como uma pesquisa experimental, uma vez que a análise *a priori* e a análise *a posteriori* serão comparadas para verificar avanços e retrocessos. A ED está organizada em quatro etapas:

(1ª) análises preliminares ou prévias.

(2ª) concepção e análise *a priori*.

(3ª) experimentação.

(4º) análise *a posteriori* e validação.

Para Almouloud (2007), na etapa da análise prévia, identificam-se os problemas de ensino e aprendizagem, referente ao objeto de estudo. Também, levantam-se as questões, as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa. Na etapa da análise *a priori*, elaboram-se e analisam-se uma sequência de situações-problema, prevendo instrumentos para verificar o nível de compreensão dos alunos, frente aos problemas propostos. Prevê-se, também, atividades que auxiliem na construção do conhecimento, que permitam ao estudante ser ativo, expressar-se, refletir, adquirir novos conhecimentos. Notadamente, essa etapa permite ao professor controlar as atividades realizadas pelos estudantes, bem como identificar e compreender os fatos observados. A etapa da análise *a priori* das situações-problema refere-se a uma análise matemática e a uma análise didática. A primeira visa identificar os métodos ou estratégias de resolução de cada situação. Já a segunda, analisa a pertinência das situações propostas, prevê e analisa as dificuldades dos alunos na resolução de cada atividade entre outros.

Para o mesmo autor (ALMOULOUD, 2007), na terceira fase, que é a experimentação, será o momento de colocar em prática o que foi planejado na fase anterior, fazendo correções e ajustes, o que implica um retorno à análise *a priori*, como um processo de complementação. E, por fim, a quarta fase, análise *a posteriori* e validação, que é uma análise feita à luz da análise *a priori*, dos fundamentos teóricos, das hipóteses e da problemática de pesquisa. Nesse sentido, será um conjunto de resultados, obtidos por meio da exploração dos dados recolhidos durante a experimentação, das observações realizadas em sala de aula, das produções dos alunos, tanto em sala de aula, quanto fora dela.

A análise *a posteriori* depende das ferramentas técnicas ou das ferramentas teóricas. As ferramentas técnicas são os materiais didáticos, vídeos, questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos. Já as ferramentas teóricas referem-se à teoria das situações, contrato didático, teoria histórico-cultural de Vygotsky, teoria de Piaget, entre outros. Ambas as ferramentas serão utilizadas para coletar os dados que permitirão a construção dos protocolos de pesquisa. “Esses protocolos serão analisados profundamente pelo pesquisador e as informações daí resultantes serão confrontadas com a análise *a priori* realizada” (ALMOULOUD, 2007, p. 177). A validação é apresentada nas conclusões mediante apontamento da regularidade dos fenômenos didáticos identificados, articulando os estudos preliminares e com a análise *a priori*.

A Engenharia Didática, segundo Artigue (1996, p. 193 apud LOPES; PALMA; SÁ, 2018, p. 164),

> tem o objetivo de oferecer um modo de trabalho didático, comparando-a com o trabalho do engenheiro, que, para realizar um projeto preciso e minucioso, se apoia nos conhecimentos científicos que já detém e se encontra obrigado a trabalhar com objetos muito mais complexos do que os objetos depurados pela ciência, tendo assim que estudar de uma forma prática, com todos os meios, técnicas e ferramentas disponíveis, problemas que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar.

Sendo assim, optou-se por seguir os passos da Engenharia Didática no desenvolvimento desta pesquisa, pois, como infere Pais (2015, p. 99),

> Uma das vantagens dessa forma de conduzir a pesquisa didática decorre de sua dupla ancoragem, interligando o plano teórico da racionalidade ao território experimental da prática educativa. Entendida dessa maneira, a engenharia didática possibilita uma sistematização metodológica para a realização prática da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática. Segundo nosso entendimento, esse é um dos argumentos que valoriza sua escolha na condução da investigação do fenômeno didático, pois sem uma articulação entre a pesquisa e ação pedagógica, cada uma destas dimensões tem seu significado reduzido.

Assim, apresenta-se, na continuidade, a engenharia didática na estruturação da dissertação.

4.1 A engenharia didática na dissertação

Na primeira etapa, foi realizado um levantamento bibliográfico no catálogo de teses e dissertações da Capes. No caso, pesquisas, leituras e análises de publicações, sobre o ensino da função quadrática e o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais nas aulas de Matemática, no primeiro ano do ensino médio. Buscou-se compreender o que já havia sido pesquisado sobre o tema até 2018 e como esse tema vem sendo abordado nessas pesquisas e no ensino atual. Por exemplo, se associam o ensino da função quadrática e o uso de recursos didáticos, resolução de problemas, jogos, bem como identificar quais os conceitos, vem sendo explorados dentro deste conteúdo, entre outros aspectos. Da mesma, forma, buscou-se apresentar a forma como os livros didáticos abordam esse conteúdo, a fim de esclarecer que a sequência didática elaborada, apresenta uma dinâmica diferente do que é proposto pelos livros analisados, podendo ser utilizada concomitantemente.

Ainda nessa primeira etapa, escolheram-se quais aspectos da Teoria sociointeracionista de Vygotsky embasariam a pesquisa, optando-se por mediação, interação e formação de conceitos. Além disso, buscou-se agregar e complementar com as orientações da BNCC e dos PCNEM.

Após, na segunda etapa da Engenharia Didática, foi o momento da concepção e da análise *a priori*. Iniciou-se, então, o processo de planejamento e elaboração da sequência didática, das tarefas e dos roteiros, bem como, a forma como esses seriam propostos; dos objetivos para cada momento e seu tempo de duração; das estratégias que seriam utilizadas para promover a interação entre os estudantes, a mediação da professora de acordo com a perspectiva sociointeracionista; da escolha dos conceitos que seriam explorados referentes à função do 2º grau e da organização das explicações destes conceitos; da decisão de quais recursos didáticos seriam utilizados (projetor multimídia, imagens, vídeo, aplicativo Geogebra, o jogo, material impresso, entre outros). Dessa maneira, elaborou-se uma sequência didática, com explicações do conteúdo, sugestões de tarefas, dois jogos concretos e roteiros com passo a passo para a utilização do aplicativo Geogebra para explorar gráficos, nas aulas de Matemática. Escolheram-se, também, os instrumentos para a coleta de dados: (1º) diário de bordo; (2º) registros escritos dos estudantes; (3º) percepções e constatações sobre melhoras no processo de ensinar e de aprender, comparadas aos anos anteriores.

Assim sendo, a terceira etapa da engenharia didática refere-se à etapa da experimentação, ou seja, a aplicação da sequência didática elaborada, fazendo ajustes necessários a cada aplicação. Ao colocar em prática o que foi planejado buscou-se descrever as ações e reações dos estudantes, as interações ocorridas em sala de aula, a mediação da professora pesquisadora, do material, do aplicativo e dos jogos, no diário de bordo. Também as percepções e constatações da pesquisadora sobre a mudança no ensino e na aprendizagem dos estudantes, ao longo da aplicação da sequência didática, comparando com anos anteriores, foram consideradas, bem como a coleta dos registros escritos dos estudantes para posterior análise.

Por fim, na quarta e última etapa, foi o momento de realização da análise *a posteriori* ou também chamada de validação, conforme afirma Pais (2015, p. 103) "[...] refere-se ao tratamento das informações obtidas por ocasião da aplicação da Sequência Didática, que é a fase efetivamente experimental da pesquisa". Sendo assim, foram considerados todos os dados obtidos na investigação, como as percepções e constatações da professora, os registros feitos pela pesquisadora no diário de bordo e as produções dos estudantes, buscando indícios e evidências de que as ações planejadas contribuíram para que a pergunta inicial fosse respondida: Quais contribuições que o uso de recursos didáticos tecnológicos, digitais e não digitais, pode trazer para o ensino, compreensão de conceitos e contextualização da função polinomial do 2º grau?

Os três instrumentos utilizados para a coleta de dados possibilitaram averiguar as potencialidades pedagógicas da sequência didática, para o ensino e aprendizagem da Função Quadrática, tais como a validade do uso de recursos didáticos para mediar o processo de ensino e aprendizado, se favoreceu a participação, o interesse e a ajuda mútua, entre outros.

Ainda nessa última etapa, foi possível analisar as fragilidades da proposta, fazendo considerações para possíveis ajustes, mediante as observações da professora e as ações e reações dos estudantes, ao longo da aplicação da sequência didática. Sendo assim, foram transcritos trechos do diário de bordo, buscando tais indícios e, a partir disso, apresentaram-se os resultados da pesquisa. Apresenta-se a seguir, no Quadro 19, como a presente pesquisa foi estruturada, seguindo as etapas da Engenharia Didática.

Quadro 16 - Engenharia Didática na dissertação

Etapas ED	Organização da Dissertação
(1ª) Análises preliminares ou prévias.	**Revisão de Literatura** (1º) Leituras e análise de publicações sobre o ensino da função quadrática e o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, no primeiro ano do EM. (2º) Como a função quadrática é abordada nestes trabalhos: Propõem o uso de recursos didáticos? Tecnologia Digital? Jogos? Vídeos? Resolução de Problemas? Quais os conceitos explorados? Vértice? Raízes? Aplicativos? (3º) Como a função quadrática é abordada nos livros didáticos. **Escolha do Referencial Teórico** (4º) Teoria de Vygotsky: interação, mediação e formação de conceitos. (5º) Orientações da BNCC e dos PCNEM.
(2ª) Concepção e análise *a priori*	**Processo de planejamento e elaboração da sequência didática:** (1º) Escolha dos conceitos a serem explorados. (2º) Escolha dos recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais a serem utilizados. (3º) Escolha dos jogos. (4º) Definir objetivos para cada momento e tempo de duração. (5º) Organização das explicações destes conceitos. (6º) Planejamento das Tarefas. (7º) Planejamento dos roteiros de aula e de execução. (8º) Escolha de estratégias utilizadas para promover a interação entre os estudantes, a mediação da professora, de acordo com a perspectiva sociointeracionista. **Escolha dos instrumentos para a coleta de dados:** (1º) Percepções e constatações da professora. (2º) Registros feitos no diário de bordo. (3º) Produções dos estudantes.
(3ª) Experimentação	(1º) Aplicação da sequência didática elaborada. (2º) Fazer ajustes necessários a cada aplicação. (3º) Descrever no diário de bordo: ações e reações dos estudantes; interações ocorridas em sala de aula; a mediação do material, do aplicativo, dos jogos e da pesquisadora; as percepções e constatações sobre melhoras no processo de ensinar e de aprender, comparadas aos anos anteriores. (4º) Coletar os registros escritos dos estudantes, para posterior análise.
(4º) Análise *a posteriori* e validação	Análise dos dados obtidos na investigação buscando indícios de que as ações planejadas contribuíram para que a pergunta inicial fosse respondida. Avaliação da aprendizagem.

Fonte: Autora, 2020.

Assim, exposta a Engenharia Didática que estrutura essa pesquisa, apresenta-se na continuidade o produto educacional e sua aplicação.

5 O PRODUTO EDUCACIONAL E SUA APLICAÇÃO

O presente capítulo dedica-se a descrever de que forma a Engenharia Didática auxiliou na estruturação da dissertação, bem como apresentar a sequência didática elaborada para o ensino da função do 2º grau, aplicada em uma turma do primeiro ano do ensino médio, que constitui o produto educacional desta dissertação, disponível no seguinte endereço <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/582664>. Assim, na continuidade apresentam-se o produto educacional, o contexto em que foi aplicado, o seu público-alvo, o cronograma de aplicação e o relato dos momentos.

5.1 Produto educacional

Como produto educacional elaborou-se uma sequência didática para o ensino da função do 2º grau, com o objetivo de tornar viável a utilização de recursos didáticos tecnológicos digitais e, não digitais, nas aulas de Matemática, dentro do contexto de atuação da professora, conforme recomendam a BNCC (2017) e os PCNEM (2000).

Dentre os conceitos relacionados à função quadrática buscou-se abordar:

(1º) Raízes ou zeros de uma função e vértice: determinar estes pontos algebricamente; reconhecimento destes pontos no gráfico; e, marcar esses pares ordenados no gráfico.

(2º) Gráficos: Traçar manualmente a parábola no plano cartesiano utilizando as raízes, o vértice, o ponto (0,c) e o eixo de simetria. Construção do gráfico utilizando o aplicativo. Identificar os efeitos dos parâmetros *a*, *b* e *c*, a partir da análise de gráficos construídos no aplicativo e manualmente. Identificar algumas características do gráfico analisando os valores dos parâmetros da lei matemática.

Frente às habilidades e competências indicadas pela BNCC, nesta investigação buscou-se o desenvolvimento das competências específicas quatro e cinco.

Sendo assim, para o desenvolvimento da quarta competência, buscou-se utilizar as diferentes representações de um mesmo objeto matemático para uma compreensão mais profunda das ideias que elas expressam e dos conceitos matemáticos envolvidos. Por exemplo, exploraram-se as raízes e o vértice por meio da representação algébrica, representação do plano cartesiano, suas coordenadas. Também a representação gráfica e algébrica de uma função quadrática, organização dos pares ordenados em forma de tabela.

E, para o desenvolvimento da quinta competência, buscou-se investigar os efeitos dos parâmetros *a*, *b* e *c* no gráfico, através da observação de regularidades, formulação de explicações (hipóteses) e tentativa de validação de suas explicações (argumentação). Para facilitar a observação de tais regularidades, recorreu-se ao apoio de tecnologias digitais, e para expressar as ideias e construir os argumentos, recorreu-se à linguagem natural.

Além disso, buscou-se utilizar a teoria sociointeracionista de Vygotsky, tanto para estruturar esse sequenciamento, quanto para nortear sua implementação em sala de aula.

Assim, depois de decididos os conceitos a serem explorados, passou-se para a definição dos recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, que seriam efetivamente utilizados, optando, assim, pelo projetor multimídia, imagens, vídeo, o aplicativo Geogebra, os jogos, as tarefas, os roteiros de aula, entre outros. Também, foi decidido que a SD seria dividida em momentos, estabelecendo objetivos, título, tempo estimado e recursos didáticos para cada um deles.

Frente a isso, iniciou-se o processo de elaboração dos momentos, decidindo como eles seriam articulados, estabelecendo um diálogo entre os momentos, os quais fazem parte de um único sequenciamento. Também, as tarefas foram pensadas para serem realizadas em dupla ou grupo, visando à interação entre os estudantes. Além disso, planejou-se a forma como as tarefas e os roteiros seriam propostos aos estudantes, optando por projetá-los em *slides*.

Menciona-se que, algumas dessas tarefas, além de projetadas, foram impressas e disponibilizadas aos estudantes, durante as aulas, com a intenção de facilitar sua leitura e visualização, bem como a interação entre eles.

Sendo assim, a sequência didática está organizada em nove momentos, esses possuem uma organização interna a que chamamos de etapas. Dentro das etapas estão previstas as explicações dos conceitos abordados, as tarefas, roteiros de aula com passo a passo para a utilização do aplicativo Geogebra nas aulas de Matemática e os jogos "Quais são as minhas características?" e "Função Quadrática" descritos a seguir:

As *explicações de conteúdo* são explicações breves que podem servir para a leitura do professor, bem como para o planejamento de suas aulas. As explicações podem ser complementadas com as do livro didático utilizado pelo professor em sua escola e com esquemas que podem ser feitos no quadro. Ressalta-se que essa é uma etapa de interação entre o professor e o estudante e de sistematização do conhecimento.

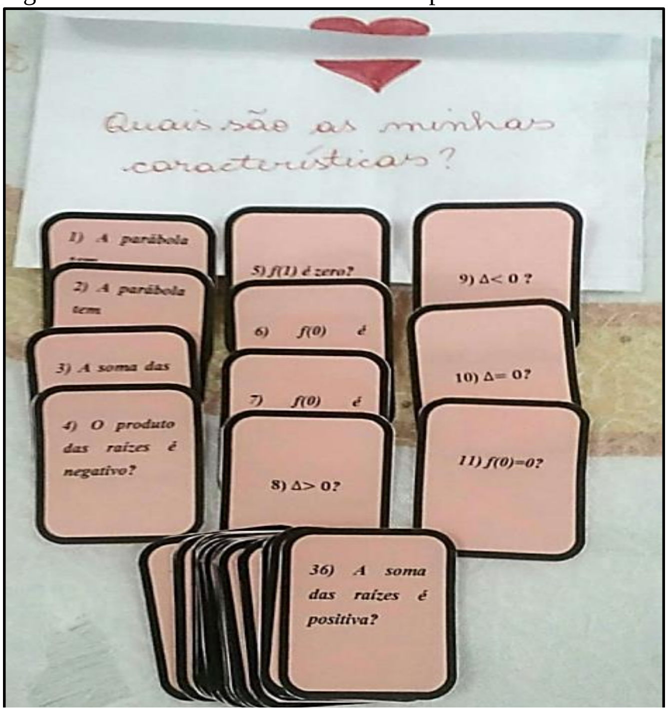
As *tarefas* têm o objetivo de favorecer o desenvolvimento da zona de desenvolvimento proximal e da internalização do conhecimento, por meio da interação e das discussões com seus colegas, proporcionando aos estudantes refletirem sobre os conceitos explorados, reverem e ampliarem seus conhecimentos. Nesse caso, o estudante assume um papel ativo no seu aprendizado, e o professor como mediador desse processo.

O *aplicativo Geogebra*[5] entra como uma alternativa para inserir as tecnologias digitais, nas aulas de Matemática, conforme recomenda a BNCC e os PCNEM. Além disso, busca-se que tanto a interação entre o estudante e o aplicativo, quanto à mediação da professora auxiliem na formação de conceitos científicos.

Elaboraram-se, também, *roteiros* aos professores, com um passo a passo para a utilização desse aplicativo em sala de aula com os estudantes. Tais roteiros tem a pretensão de facilitar a inserção dessa tecnologia nas aulas de Matemática, podendo ser adaptado frente à realidade da escola, dos períodos de aula e do tempo disponível para sua aplicação. Ressalta-se que sua elaboração teve como intuito favorecer a interação aluno-aplicativo, bem como a mediação do professor.

Em seguida, elaborou-se o *jogo "Quais são as minhas características?*[6]*"*, em que, por meio do jogo de cartas, os estudantes poderão revisar os conceitos abordados referentes ao efeito dos parâmetros *a*, *b* e *c*, o vértice, os zeros de uma função, eixo de simetria, quadrantes, ponto de máximo e ponto de mínimo, entre outros. Promove-se, assim, aprendizagem mediada pelo jogo, buscando pela interação e ajuda mútua, a internalização do conhecimento. Para isso, analisam-se os gráficos (Figura 6), identificando algumas de suas características.

Figura 6 - Cartas das características das parábolas



Fonte: Dados da pesquisa, 2020.

[5] O *download* do aplicativo Geogebra pode ser realizado no *Play Store*, disponível no endereço: <https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android>.

[6] Jogo adaptado do artigo *Utilização do jogo de cartas no ensino de função quadrática* (MARTINS; SOUSA; HAUS; RODRIGUES; VIEIRA, 2015). Disponível em: <https://bit.ly/3g3LXpc>.

Também, elaborou-se o *jogo Função Quadrática*[7], em que, por meio do jogo de tabuleiro, os estudantes poderão revisar o conteúdo estudado em aula, bem como identificar conhecimentos que foram ou estão na iminência de serem internalizados e sanar as dúvidas sobre os conceitos abordados, de um modo atrativo, como pode ser visualizado na Figura 7.

Figura 7 - Jogo Função Quadrática

Fonte: Dados da pesquisa, 2020.

Dessa maneira, elaborou-se uma "Proposta de Ensino" composta por explicações do conteúdo, sugestões de tarefas, um jogo de cartas e um jogo de tabuleiro e roteiros de aula e de execução, com passo a passo para a realização das tarefas, explicação de conteúdo, a utilização do aplicativo Geogebra, possíveis questionamentos aos estudantes, entre outros. Destaca-se que, neste estudo, o aplicativo Geogebra busca contribuir, especialmente, na exploração de gráficos. Esse material foi aplicado no primeiro ano do ensino médio, na escola em que a pesquisadora atua, e em uma turma na qual ela é a professora titular, em Passo Fundo.

Destaca-se que esse material é inédito, sendo que todos os momentos foram planejados frente às necessidades do contexto educacional dessa escola e aprimorados a cada aula. Algumas tarefas e os jogos foram adaptados de outros trabalhos, com a devida citação dos autores. O intuito é oferecer ao professor um material que possa ser utilizado e adequado a sua realidade, bem como auxiliar no planejamento de suas aulas.

[7] Jogo adaptado do artigo *Revisando o conteúdo de função quadrática a partir da utilização de um jogo de tabuleiro* (SANTOS; MORAES; SANTOS; PEREIRA, 2018). Jogo apresentado, em novembro de 2018, na III Mostra Gaúcha de Validação de Produtos Educacionais do RS, cuja publicação está disponível na página do evento em: <http://mostragaucha.upf.br/>.

Por fim, o material elaborado tem o intuito de contribuir para a aprendizagem dos conceitos de zeros de uma função, vértice e gráficos da função do 2º grau, no primeiro ano do Ensino Médio, bem como disponibilizar, aos atuais e futuros professores, uma proposta de ensino que auxilie em suas práticas pedagógicas, utilizando e adequando-a à realidade de sua escola. A seguir serão descritos a caracterização da turma e o cronograma da proposta.

5.2 Local e cronograma de aplicação em sala de aula

A aplicação da sequência didática foi realizada em uma escola pública de ensino da rede estadual no município de Passo Fundo, RS. A instituição oferece, no turno da manhã, do nono ano do Ensino Fundamental ao terceiro ano do Ensino Médio; no turno da tarde, do quinto ao oitavo ano do Ensino Fundamental; e à noite, além do Ensino Médio, a Educação de Jovens e Adultos (EJA).

A instituição atende atualmente 872 jovens de classe média baixa, sendo a maioria proveniente da comunidade e de bairros vizinhos. A estrutura física da escola é relativamente adequada às suas necessidades. Possui sala de vídeo, equipamentos de projeção, rede *wi-fi*, uma sala com cerca de vinte e cinco *notebooks*, para utilização dos estudantes, laboratório de ciências, biblioteca e um laboratório de informática.

Este último, no entanto, não apresenta boas condições de uso e acaba sendo pouco utilizado. Frente a isso, a sequência didática elaborada propõe a utilização de um aplicativo para explorar gráficos – uma vez que os estudantes trazem seus dispositivos móveis para a escola – bem como atividades que proporcionem a participação dos estudantes, a realização de trabalhos em grupos, entre outros.

O componente curricular de Matemática, no primeiro ano do Ensino Médio, está estruturado em quatro períodos semanais. Definiu-se como público-alvo para aplicação do trabalho uma turma de primeiro ano do ensino médio. Conforme mencionado na introdução, a escolha está associada ao fato de a pesquisadora atuar como professora dos primeiros anos do Ensino Médio, nessa escola, desde 2012.

Tendo em vista os conteúdos programáticos do primeiro ano, o conteúdo selecionado para o estudo foi “Função Quadrática”. Ele é propício para a utilização de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, foco do presente estudo. Para a aplicação da sequência didática, foi selecionada uma turma de primeira série do EM diurno, envolvendo 32 estudantes, com idades entre 16 e 17 anos. A sequência didática foi dividida em nove momentos, que foram aplicados no decorrer de 36 períodos. A aplicação do produto se deu de

30 de setembro a 20 de novembro de 2019, tendo ocorrido nas segundas-feiras, terças-feiras e quartas-feiras, totalizando quatro períodos semanais, com duração de 50 minutos cada.

Apresentam-se, a seguir (Quadro 17), o mapeamento dos momentos, com a descrição das ações realizadas, os recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais utilizados e o número de períodos correspondente a cada momento.

Quadro 17 - Mapeamento dos momentos

Cód.	Descrição das atividades		Data/Nº períodos**
	Ações realizadas	**Recurso didático tecnológico digital e não digital**	
M1	Apresentação da proposta de trabalho. Tarefa 1. Contextualização do conteúdo. Tarefa 2. Representação da parábola no plano cartesiano. Definição de função quadrática.	Projetor multimídia, vídeo, quadro e marcador de quadro.	30/09/19 - 2p 01/10/19 - 1p 02/10/19 - 1p
M2	Explorando as raízes, o vértice, o eixo de simetria, ponto de máximo e ou ponto de mínimo, intervalo de crescimento e decrescimento, a partir do gráfico da função do 2º grau. Tarefas 1, 2 e 3.	Projeto multimídia, folha quadriculada, quadro e marcador de quadro.	07/10/19 - 2p 08/10/19 - 1p 09/10/19 - 1p
M3	Aprendendo a manipular as ferramentas do aplicativo Geogebra por meio de roteiro de atividades.	Aplicativo Geogebra e projetor multimídia.	21/10/19 - 2p 22/10/19 - 1p 23/10/19 - 1p 28/10/19 - 2p
M4	Explorando os efeitos dos parâmetros a, b, c na parábola por meio de roteiro de atividades. Tarefas 1, 2, 3 e 4.	Aplicativo Geogebra, projetor multimídia e material impresso.	29/10/19 - 1p 30/10/19 - 1p 04/11/19 - 2p 05/11/19 feira do livro. 11/11/19 - 2p
M5	Esquematização no quadro da relação entre as características da parábola e os parâmetros a, b e c.	Quadro e marcador de quadro.	12/11/19 - 1p 13/11/19 - 1p
M6	Verificando a compreensão dos conteúdos abordados, sobre os efeitos dos parâmetros a, b e c, através da resolução de questões. Tarefas 1 e 2. Correção das tarefas.	Projetor multimídia, material impresso, quadro e marcador de quadro.	14/11/19 - 2p 18/11/19 - 2p
M7	Explorando a construção de gráficos da função de 2º grau, através da identificação do ponto de intersecção da parábola com o eixo y, pela determinação dos zeros de uma função e do vértice. Verificando a compreensão dos conteúdos abordados, através da resolução de exercícios.	Dispositivo móvel, *WhatsApp*, quadro branco, marcador de quadro, folha quadriculada.	19/11/19 - 3p
M8	Verificando a compreensão dos conteúdos abordados, através de atividades em grupo e de um jogo.	Quadro branco, marcador de quadro, folha quadriculada e jogo concreto.	19/11/19 - 2p 20/11/19 - 3p
M9	Avaliação da aprendizagem.	Material impresso	20/11/19 - 2p

* M1, corresponde ao 1º momento. M2 ao 2º momento e assim sucessivamente.
** Cada período tem duração de 50 minutos.
Fonte: Autora, 2020.

Destaca-se que a aplicação da sequência didática seguiu o cronograma das atividades letivas, inclusive o conteúdo abordado faz parte do plano de trabalho da professora, que é a própria pesquisadora. Ressalta-se que houve, ao longo das aulas, interrupções que fazem parte do cotidiano da escola e outras que estavam previstas em seu cronograma letivo, como a saída dos alunos para a merenda, interrupções para a transmissão de recados, visita dos estudantes à feira do livro, saída adiantada, no último período, de alguns estudantes para seus respectivos trabalhos, o dia D[8], entre outros.

Salienta-se, também, que a escola na qual o produto foi aplicado faz parte do projeto piloto do Novo Ensino Médio[9]. Sendo assim, em função das atividades vinculadas a este projeto estadual, atrasou-se o início da aplicação da sequência didática.

Como já mencionado, as aulas foram elaboradas na forma de sequência didática. Para isso, utilizou-se como referencial teórico a perspectiva histórico-cultural de Vygotsky, uma vez que se buscou promover a interação como possibilidade de trocas e de construção do conhecimento, bem como valorizar o contexto social no aprendizado dos estudantes.

Compreende-se que para aprender e construir conhecimento, o ser humano precisa dos outros. Além disso, a sala de aula é um espaço propício para troca de experiências, ajuda mútua, interação e sistematização do conhecimento.

A seguir será descrita a aplicação da sequência didática, por meio do relato detalhados dos nove momentos.

5.2.1 Primeiro momento

O primeiro momento teve duração de quatro períodos e ocorreu nos dias trinta de setembro de 2019, continuou nos dias um e dois de outubro do mesmo ano. Buscou-se o objetivo de apresentar a proposta de trabalho aos estudantes, bem como contextualizar o conteúdo, explorar a representação da parábola no plano cartesiano e, por fim, definir uma função quadrática.

A primeira etapa iniciou-se com a apresentação da proposta de trabalho para a turma, explicando de forma breve como se daria a realização das atividades. Ressaltou-se a importância da participação, comprometimento e assiduidade dos estudantes, para a construção do seu próprio conhecimento. Depois, os estudantes receberam o Termo de Livre

---

[8] O dia D com os professores da rede pública de todo o estado busca proporcionar momentos de discussão e debate sobre a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nas escolas. O enfoque está em construir uma nova proposta de currículo a partir da BNCC e o Referencial Curricular Gaúcho.

[9] O novo modelo de ensino médio será implementado até 2021 e deve seguir as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Frente a isso, a Secretaria de Educação do Estado, por meio da 7ª Coordenadoria Regional de Educação (7ª CRE), trabalhou no ano de 2019 com projeto piloto, para implementar a nova matriz curricular nas escolas de Passo Fundo e região. A escola em que atuo é uma, entre dez escolas da região selecionadas, que estudou a implantação dessas mudanças para o ano seguinte, organizando sua matriz curricular para servir de modelo para as demais escolas que fazem parte da região. Para mais informações acesse o endereço: <https://bit.ly/3bMPYLn>.

Consentimento para que fosse assinado pelos pais e/ou responsáveis (APÊNDICE A) e foram orientados a trazer na aula seguinte.

Adiantaram-se, também, orientações sobre a utilização do aplicativo Geogebra para a construção de gráficos, que seria usado em aulas futuras, cujo *download* deveria ser feito previamente, em seus dispositivos móveis. Foi estabelecido, também, que os gráficos construídos no aplicativo deveriam ser salvos e enviados, pelo *WhatsApp*, para a professora nas datas que seriam combinadas.

Na segunda etapa, como forma de contextualizar a parábola no dia a dia dos estudantes, foi proposto que analisassem um conjunto de imagens em formato de curvas[10] parabólicas (Figura 8) e, posteriormente, assistissem a uma reportagem (Figura 9), favorecendo assim, a observação dessas curvas em diferentes contextos, como na arquitetura, na engenharia, na natureza, em fenômenos da natureza, nas profissões, nas culturas, nos esportes, entre outros. Solicitou-se que identificassem o que havia em comum entre as imagens e depois entre as imagens e o fenômeno apresentado na reportagem.

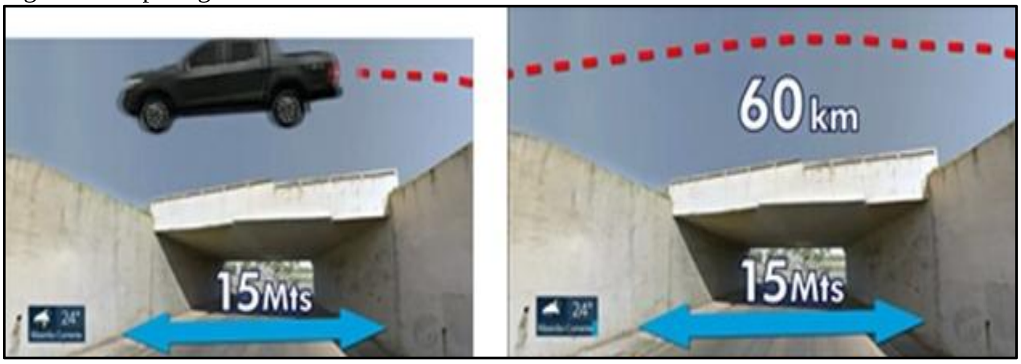
A reportagem relata um fato ocorrido no município de Orlândia/SP, onde uma caminhonete salta 15 metros entre duas pistas da rodovia Anhanguera, motorista e o carona saem ilesos. Está disponível no endereço: <https://glo.bo/2ZmOxke>.

Figura 8 - Curvas presentes no cotidiano

Fonte: Dados da pesquisa, 2020.

[10] As imagens que ilustram duas crianças pulando corda e os fios de luz em postes não representam uma parábola, mas são chamadas de Catenárias. Como a intenção neste momento era apenas incitar os alunos a pensarem sobre curvas, mantiveram-se essas duas imagens. Mas, como sugestão para futuros trabalhos, o professor pode explorar as características de uma catenária, diferenciando essas duas curvas.

Figura 9 - Reportagem



Fonte: <https://glo.bo/2ZmOxke>.

Na sequência, os alunos foram orientados a copiar e responder as perguntas referentes à Tarefa 1 (Figura 10), em uma folha, que seria entregue ao final da aula, bem como dialogar com um colega sobre suas percepções antes de formular uma resposta.

Figura 10 - Tarefa 1

TAREFA 1

Nome:______________________________ **Data:**___/___/___ **Turma:**_____

Discuta com seu colega e responda os seguintes questionamentos:

(a) O que essas imagens têm em comum?

(b) Qual a relação entre as imagens e a situação apresentada pelo vídeo?

(c) Estes fenômenos poderiam ser a representação gráfica de uma função? Qual?

(d) Debate e troca de experiências com a turma.

Fonte: Autora, 2020.

Depois de recolher a Tarefa 1, propôs-se aos estudantes um momento para que cada dupla compartilhasse suas percepções no grande grupo. Assim, puderam trocar experiências com seus colegas e socializar suas respostas. Foi possível, também, rever seus conhecimentos, esclarecer dúvidas ou respostas equivocadas e ampliar esse conjunto de informações, viabilizando também, a contextualização da parábola, em seu dia a dia.

Na terceira etapa, como os estudantes concluíram, através da troca de experiências e debate, que tais curvas se chamavam parábolas, propôs-se a Tarefa 3 (APÊNDICE C), com o intuito de identificar conhecimentos prévios sobre vértice e raízes, tais como:

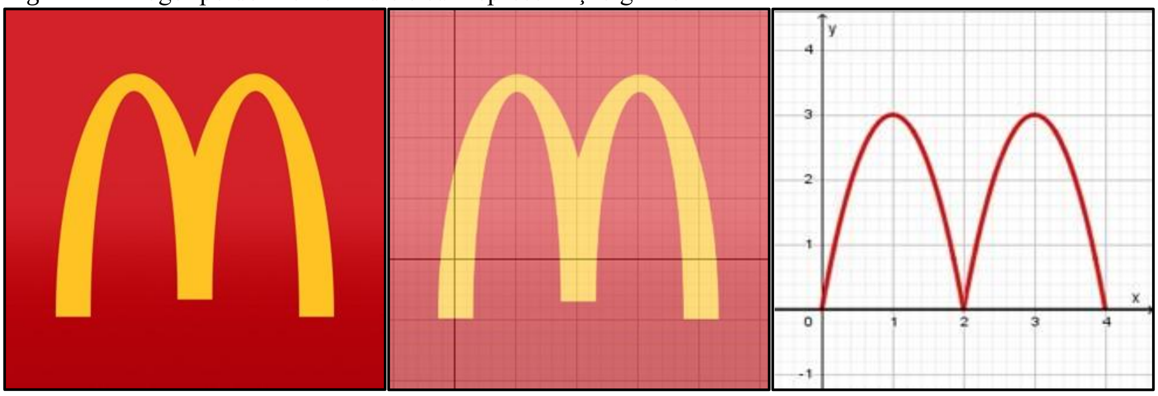
(1º) Analisar a curva traçada e identificar os pontos em que toca o eixo x e o ponto mais alto, bem como reconhecer as coordenadas desses pontos.

(2º) Verificar se lembravam dos nomes que recebem esses pontos, de forma natural ou não.

(3º) Se reconheciam o quadrante no qual está localizada a parábola.

Propôs-se que analisassem a letra "M" do logotipo "McDonald's" (Figura 11), formada por duas parábolas idênticas. A imagem foi projetada para que, por meio da observação, os estudantes reproduzissem a curva no plano cartesiano. Assim, orientou-se que os estudantes desenhassem o plano cartesiano inicialmente e depois representassem nele a primeira "perna" da letra "M", o mais semelhante possível, atentando para o quadrante no qual a curva projetada estava localizada, em quais pontos tocava o eixo x, o ponto mais alto. Na sequência solicitou-se que analisassem a parábola representada, respondendo alguns questionamentos referentes à quantidade de vezes que a parábola toca o eixo do *x*, o nome que esses pontos recebem, bem como o quadrante em que foi traçada e, por fim, identificar qual o ponto mais alto e seu respectivo nome[11].

Figura 11 - Logotipo do McDonald's e sua representação gráfica



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Da mesma forma, depois de recolher a Tarefa 3, tiveram a oportunidade de trocar informações, discutir e rever suas respostas, ampliando-as por meio da interação com os colegas e com a professora, tais como os nomes correspondentes aos pontos de intersecção da parábola, como o eixo x e o ponto mais alto, o quadrante no qual estava localizada, a representação da parábola no plano cartesiano, entre outros.

Assim, na sequência, os conhecimentos explorados nas tarefas 1 e 3 foram sistematizados de maneira convencional, ou seja, o conteúdo foi explicado oralmente e esquematizaram-se no quadro os principais conceitos abordados. Destacou-se que:

(1º) muitas das curvas que foram analisadas anteriormente recebem o nome de parábola, expressa algebricamente por uma função do 2º grau, cuja forma geral é: $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

(2º) O gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

[11] Pressupõe-se que os alunos já conhecem esses termos, em função do estudo desenvolvido, em matemática, no último ano do Ensino Fundamental.

(3º) As funções quadráticas podem ser completas ou incompletas.

Conforme as dificuldades identificadas na resolução da terceira tarefa, os seguintes conceitos foram retomados:

(1º) O que é par ordenado e plano cartesiano.

(2º) Diferenciar o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.

(3º) Relembrar como se localizam e se marcam pares ordenados em um plano cartesiano.

(4º) Analisar gráficos e identificar as coordenadas dos pontos em que a parábola toca o eixo *x* e o ponto mais alto.

(5º) Identificar os quadrantes.

Frente a isso, elaborou-se uma tarefa intermediária entre a Tarefa 1 (Figura 10) e a Tarefa 3 (APÊNDICE C) para explorar esses conceitos em uma posterior aplicação. No produto educacional, essa tarefa aparece como Tarefa 2 (APÊNDICE B), cujo objetivo principal é a localização de pares ordenados no plano cartesiano, bem como explorar tais conceitos.

Destaca-se que, na segunda e na terceira etapas, o conjunto de imagens, a reportagem, as tarefas 1 e 3 foram organizadas previamente pela professora para serem projetadas. Optou-se por utilizar o projetor multimídia como recurso didático tecnológico, com o intuito de reduzir o excesso de cópias impressas ao longo desta sequência didática.

5.2.2 Segundo momento

O segundo momento teve duração de quatro períodos, ocorreu nos dias sete, oito e nove de outubro de 2019. Objetivou-se que os estudantes identificassem as raízes, o vértice, o eixo de simetria, o ponto de máximo ou ponto de mínimo, o intervalo de crescimento e decrescimento, analisando o gráfico da função do 2º grau.

Frente às dificuldades enfrentadas pelos estudantes na segunda tarefa do primeiro momento, propôs-se uma atividade similar. Como alguns conceitos já haviam sido abordados na aula anterior, os objetivos foram ajustados. Assim, traçaram-se como objetivos, para a primeira tarefa, proposta no segundo momento:

(1º) Reconhecer no gráfico e nomear corretamente os pontos nos quais a parábola toca o eixo x e o ponto mais alto.

(2º) Analisar o gráfico traçado e identificar corretamente as coordenadas dos pontos em que a parábola toca o eixo x, e do ponto mais alto.

(3º) Perceber que todo par ordenado localizado sobre o eixo x tem em comum a ordenada zero.

(4º) Verificar se os estudantes relacionam o conceito de raiz ou zero de uma função, explorado na função do 1º grau, com a função do 2º grau.

Optou-se por utilizar o "Arco da Praça da Apoteose" (Figura 12) para contextualizar a parábola no cotidiano dos estudantes. Ao questioná-los sobre a existência desse monumento, percebeu-se que ninguém o conhecia. Explicou-se, de forma breve, que o monumento de concreto se encontrava no Sambódromo do Rio de Janeiro, que havia sido projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e que tinha o formato de uma curva parabólica, motivo pelo qual fora escolhido para introduzir o estudo.

Figura 12 - Monumento da Praça da Apoteose

Fonte: <https://bit.ly/2Tf22i3>[12].

Essa tarefa foi descrita com mais detalhes que a anterior. As orientações ou passo a passo sobre como a curva deveria ser representada no plano cartesiano, a utilização do papel quadriculado para traçá-la, a importância de representá-la o mais semelhante possível da curva apresentada, entre outras, foram disponibilizadas aos estudantes, por meio da projeção em slides. Após, em duplas, deveriam analisar e discutir sobre alguns questionamentos referentes à imagem. Ao final, as perguntas respondidas em uma folha deveriam ser entregues à professora pesquisadora.

Na segunda etapa, os conceitos explorados na Tarefa 1 (APÊNDICE D) foram sistematizados. Para isso, organizou-se um esquema no quadro com algumas considerações, tais como:

[12] Wikimedia Commons. Adaptada por Jorge Mello.

(1º) O arco da Praça da Apoteose tem o formato de uma parábola.

(2º) A parábola toca o eixo x em dois pontos, de coordenadas (0,0) e (10,0).

(3º) Todo ponto localizado sobre o eixo das abscissas tem como ordenada zero: $(x, 0)$.

(4º) O valor de x quando $y = 0$ recebe o nome de raiz ou zero de uma função.

(5º) Apresentação da definição de raiz ou zero de uma função.

(6º) Verificar se um número dado é raiz ou não da equação correspondente.

Na sequência, foi proposta a Tarefa 2 (APÊNDICE E), que teve como objetivo fixar o procedimento de verificação e conceito dos zeros ou raízes de uma função. Sendo assim, foram propostas algumas equações para que substituíssem a incógnita da equação dada pelo número indicado. Caso obtivessem o mesmo resultado em ambos os membros da igualdade “0=0”, o número era considerado raiz daquela equação. Ressalta-se que a última questão – “*(c) Explique com suas palavras o significado de encontrar as raízes ou zeros de uma função de 2º grau?”* – foi discutida em dupla.

Em seguida, foi proposta a Tarefa 3 (APÊNDICE E), composta por um roteiro de perguntas que buscava orientar a análise do gráfico traçado na Tarefa 1 (APÊNDICE D), bem como de explorar o vértice da parábola, o eixo de simetria, o intervalo de crescimento e decrescimento. Após, foram descritas na lousa algumas considerações sobre os conceitos abordados na atividade anterior e explicadas convencionalmente, tais como:

(1º) o ponto em que a curva toca o eixo vertical, que divide a parábola ao meio, é denominado vértice.

(2º) este eixo recebe o nome de eixo de simetria.

(3º) toda parábola possui eixo de simetria.

(4º) a parábola cresce no intervalo [0, 5] e decresce no intervalo [5,10].

(5º) quando a abertura da parábola está voltada para cima, temos um ponto de mínimo, caso esteja voltada para baixo, ponto de máximo.

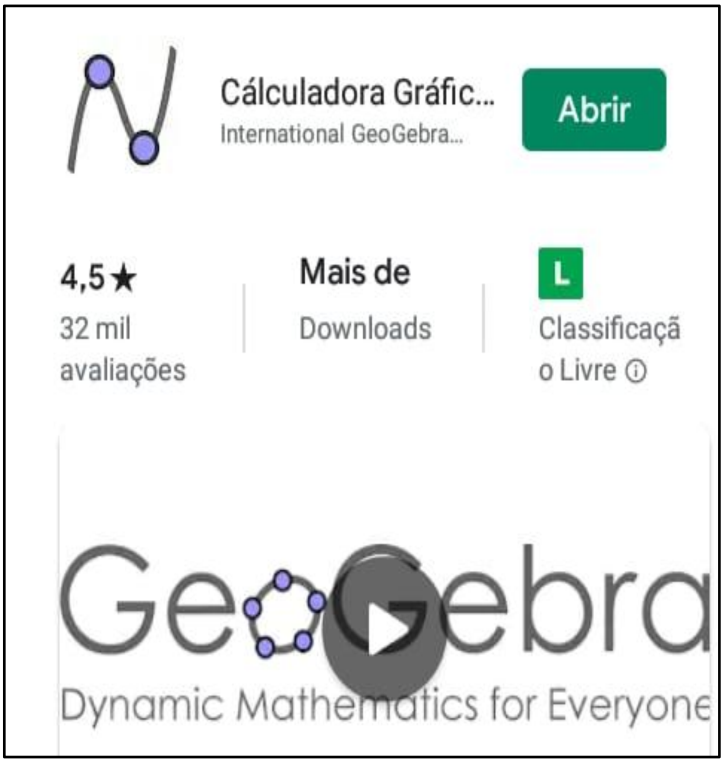
Encerramos esse momento lembrando que os estudantes deveriam fazer o *download* do aplicativo em seus dispositivos móveis para a aula seguinte. Para isso, bastava digitar “Geogebra” no *Play Store* e abrir o aplicativo.

5.2.3 Terceiro momento

O terceiro momento teve duração de seis períodos, ocorreu nos dias vinte e um, vinte e dois, vinte e três e vinte e oito de outubro de 2019, sendo proposto um roteiro de atividades que permitiram ao estudante manipular e conhecer as ferramentas do aplicativo Geogebra.

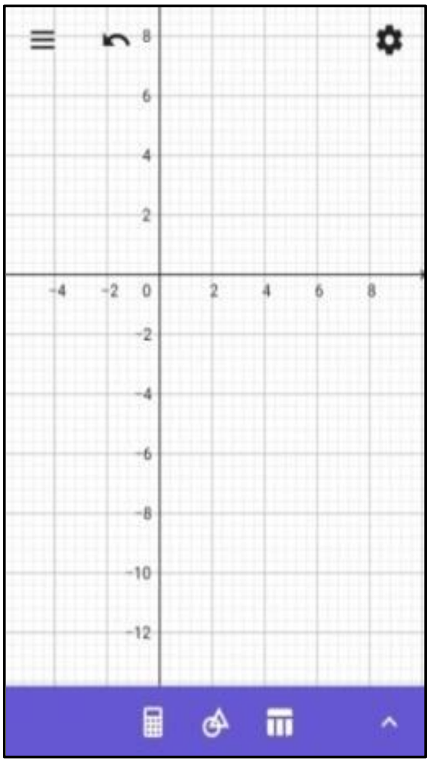
Inicialmente, certificou-se de que todos haviam feito o *download* do aplicativo (Figura 13) em seus dispositivos móveis. Em seguida, foram propostos dois roteiros de execução com orientações detalhadas, os quais foram acompanhados pelos estudantes por meio da projeção de slides, bem como realizados por eles, em seus celulares. Sendo assim, buscou-se com ambos os roteiros apresentar aos estudantes a interface dessa ferramenta (Figura 14), bem como proporcionar um momento para que manipulassem, explorassem e conhecessem a interface do aplicativo e os comandos que seriam utilizados.

Figura 13 - Baixar aplicativo do Play Store



Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Figura 14 - Tela inicial do aplicativo



Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Em seguida, na segunda etapa, propôs-se um momento de experimentação, no qual os estudantes deveriam realizar quatro tarefas (APÊNDICE F), utilizando para isso os passos explorados nos roteiros. Dessa forma, destaca-se que foi possível aos estudantes se familiarizarem com o aplicativo, inserindo pares ordenados na caixa de entrada, unindo dois pontos por uma reta, ocultando pontos e retas, exportando imagens, entre outros procedimentos que os mesmos foram explorando.

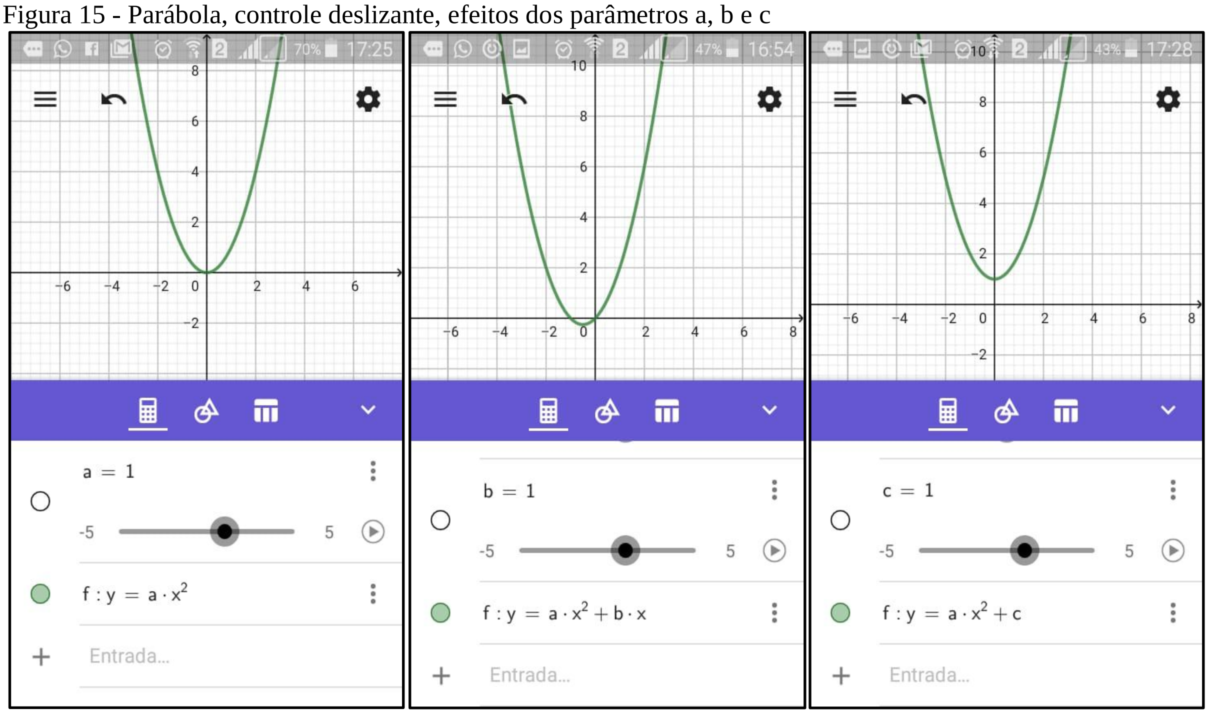
Destaca-se que as tarefas foram previamente organizadas em slides e projetadas no projetor multimídia pela professora. Orientou-se que lessem e discutissem as questões em dupla, respondendo-as em uma folha individualmente e entregando-as posteriormente. Assim, as tarefas 1, 2 e 3 foram realizadas com o uso do aplicativo e os gráficos ou figuras gerados foram enviados no grupo do *WhatsApp* da turma. Apenas a Tarefa 4 não necessitou do uso do aplicativo.

5.2.4 Quarto momento

O quarto momento teve duração de seis períodos, ocorreu nos dias vinte e nove e trinta de outubro de 2019, continuou nos dias quatro e onze de novembro do mesmo ano. Esse quarto momento da proposta iniciou com a exploração dos efeitos dos parâmetros a, b e c no gráfico, por meio da mediação do aplicativo Geogebra.

Na primeira etapa, propôs-se aos estudantes um roteiro de atividades a serem desenvolvidas. Inicialmente, foram orientados para que digitassem na caixa de entrada a expressão $y = ax^2$ e clicassem na função "play" ao lado do controle deslizante, gerado automaticamente, bem como observassem o que aconteceria com a parábola, à medida em que o parâmetro a era alterado, conforme pode ser observado na Figura 15. Depois, os alunos repetiram o processo com as expressões, $y = ax^2 + bx$ e $y = ax^2 + c$, observando o que aconteceria com a parábola à medida que os parâmetros b e c eram alterados, respectivamente, ao clicar no ícone "play". Para encerrar esta etapa, foi proposto a eles que modificassem os parâmetros a, b e c, simultaneamente, observando o comportamento da parábola.

Figura 15 - Parábola, controle deslizante, efeitos dos parâmetros a, b e c



Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Na segunda e terceira etapas, buscou-se investigar os efeitos dos parâmetros a, b e c no gráfico por meio de tarefas e da mediação do aplicativo. Buscou-se promover a interação entre os estudantes, entre eles e o aplicativo, entre eles e a professora. Utilizou-se, assim, o Geogebra para construir os gráficos das funções de 2º grau, determinadas nas Tarefas 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

Após, em duplas, os alunos discutiram e responderam primeiramente as Tarefas 1 e 2 e, depois, as Tarefas 3 e 4, conforme ilustra a seguir a Figura 16. Foi entregue aos alunos, também, o material impresso com as tarefas correspondentes, para facilitar a leitura das perguntas. Orientou-se que respondessem e entregassem em outra folha, após concluí-las. Essa proposta oportunizou aos estudantes discutirem e trocarem experiências com seus colegas, bem como revisar e ampliar seus conhecimentos. Destaca-se que, nessa etapa, a professora interferiu o mínimo possível, uma vez que tais conhecimentos seriam sistematizados posteriormente.

Figura 16 - Tarefas 1, 2, 3 e 4 – 4º momento

Tarefa 1					
Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de x a função é crescente?	(d) Para que valores de x a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
$f(x) = x^2$					
$f(x) = 5x^2$					
$f(x) = 10x^2$					
$f(x) = 20x^2$					

(f) Compare as respostas da letra (a), o que elas têm em comum?
(g) Compare as respostas da letra (b), o que elas têm em comum?
(h) Compare as coordenadas do vértice destas funções, o que elas têm em comum?
(i) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ à medida que aumentamos o valor do parâmetro a?
(j) Identifique o eixo de simetria de cada função e compare com a função $f(x) = x^2$, o que acontece?

Tarefa 2					
Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s)ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s)ponto(s)?	(c) Para que valores de x a função é crescente?	(d) Para que valores de x a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
$f(x) = -x^2$					
$f(x) = -5x^2$					
$f(x) = -10x^2$					
$f(x) = -20x^2$					

(f) Compare as respostas da letra (a), o que elas têm em comum?
(g) Compare as respostas da letra (b), o que elas têm em comum?
(h) Compare o vértice destas funções, o que elas têm em comum?
(i) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = -x^2$ à medida que aumentamos o módulo do parâmetro a?
(j) Compare os gráficos construídos nas Tarefas 1 e 2, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ quando invertemos o sinal do parâmetro a?
(k) Identifique o eixo de simetria de cada função e compare com a função $f(x) = -x^2$, o que acontece?
(l) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmetro a no gráfico.

Tarefa 3					
Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de x a função é crescente?	(d) Para que valores de x a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I) $f(x) = x^2$					
(II) $f(x) = x^2 - 6x$					
(III) $f(x) = x^2 + 6x$					
(IV) $f(x) = x^2 - 4x$					
(V) $f(x) = x^2 + 4x$					
(f) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V) e responda: Quando b é positivo a parábola toca o eixo do y em qual ramo? Quando b é negativo a parábola toca o eixo do y em qual ramo? E, quando b é zero, a parábola toca o eixo do y em qual ponto? **(g)** Analisando as respostas da questão anterior, letra (f), existe alguma regularidade entre o parâmetro b e o ramo crescente, decresente e o vértice da parábola? **(h)** Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V) analisando os pontos de intersecção com o eixo x e responda: Existe alguma regularidade entre o parâmetro b e esses pares ordenados (as raízes)? Qual? **(i)** Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Analise o vértice das funções, o que aconteceu? Existe alguma regularidade entre o parâmetro b e o vértice? Qual? **(j)** Quem é o eixo de simetria da função $f(x) = x^2$? Comparando-o com o eixo de simetria das demais funções, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$, à medida que o parâmetro b é modificado $y = x^2 + bx$? **(k)** Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro b.					

Tarefa 4					
Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de x a função é crescente?	(d) Para que valores de x a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I) $y = x^2$					
(II) $y = x^2 - 4$					
(III) $y = x^2 + 4$					
(IV) $y = x^2 - 6$					
(V) $y = x^2 + 6$					
(f) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Qual a regularidade existente entre o ponto em que a parábola toca o eixo y e o parâmetro c? (g) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Qual a regularidade existente entre o vértice e o parâmetro c? (h) Compare as funções (III) e (V) cujo parâmetro c é positivo e responda: A parábola toca o eixo x? Em quantos pontos? (i) Compare as funções (II) e (IV) cujo parâmetro c é negativo, a parábola toca o eixo do x? Em quantos pontos? (j) Quando o parâmetro c é zero, a parábola toca o eixo do x? Em quantos pontos? (k) O que acontece com o gráfico da função $y = x^2$, quando alteramos o parâmetro c, $f(x) = ax^2 + c$? (l) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro c.					

Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

5.2.5 Quinto momento

O quinto momento teve duração de dois períodos, ocorreu nos dias doze e treze de novembro de 2019. Teve como principal objetivo organizar um esquema no quadro, relacionando as características da parábola com os parâmetros *a*, *b* e *c*.

Inicialmente, os estudantes foram questionados sobre suas conclusões referentes aos efeitos de cada parâmetro no gráfico, com o intuito de retomar os conhecimentos explorados nas aulas anteriores. Em seguida, a professora organizou um esquema no quadro com a sistematização das principais ideias, tais como:

(1º) O parâmetro a está relacionado à abertura e à concavidade da parábola; voltada para cima, quando a>0, e para baixo, quando a<0.

(2º) O parâmetro b determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, quando b>0, no ramo decrescente, quando b>0, e no vértice, quando b=0.

(3º) O parâmetro c indica o ponto onde a parábola toca o eixo y, ponto (0,c); quando c>0, a parábola toca o eixo y em sua parte positiva; quando c<0, toca o eixo y em sua parte negativa; e quando c=0, toca o eixo y no ponto de coordenadas (0,0).

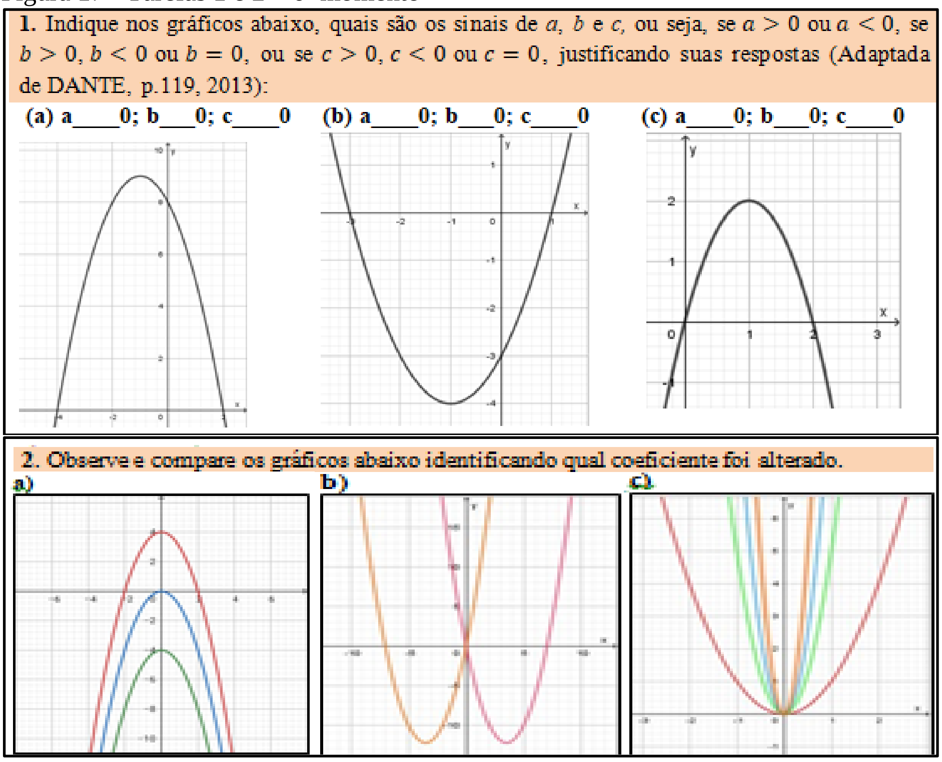
5.2.6 Sexto momento

O sexto momento teve duração de quatro períodos, ocorreu nos dias quatorze e dezoito de novembro de 2019 e buscou verificar a compreensão dos conteúdos abordados sobre os efeitos dos parâmetros a, b e c, por meio da resolução de questões.

Sendo assim, foi entregue aos estudantes um material impresso com as Tarefas 1 e 2 (Figura 17) e orientou-se para que colassem e realizassem-nas no caderno. Ao final, as questões foram discutidas e corrigidas no quadro, com os estudantes. Ressalta-se que as questões foram projetadas previamente pelo professor, no projetor multimídia.

A Tarefa 1 teve como objetivo levar o aluno a identificar quais eram os sinais dos parâmetros *a*, *b* e *c*, sem a equação da função e com o gráfico já traçado. Já na Tarefa 2 era identificar o parâmetro alterado, sem a equação da função e com o gráfico já traçado.

Figura 17 - Tarefas 1 e 2 – 6º momento



Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

5.2.7 Sétimo momento

O sétimo momento teve duração de três períodos, ocorreu no dia dezenove de novembro de 2019 e teve como objetivo explorar a construção do gráfico de uma função do 2º grau, por meio da identificação do ponto de interseção da parábola com o eixo y, pela determinação dos zeros de uma função e do vértice, bem como verificar a compreensão dos conteúdos abordados, por meio da resolução de exercícios.

A primeira etapa foi introduzida com o seguinte questionamento: "*Como você construiria o gráfico da função* $y = -x^2 - 2x + 3$*, sem o auxílio do aplicativo? Explique como você faria?"*, que teve como objeto verificar os conhecimentos prévios dos estudantes, Após, foi aberto um momento para discussão e troca de experiências, em dupla, para que revissem e ampliassem seus conhecimentos sobre o questionamento levantado.

Mediante as discussões e os conhecimentos agora ampliados, retomaram-se conceitos explorados nas aulas anteriores sobre zeros de uma função do 2º grau, vértice e intersecção com o eixo y e, explicou-se com exemplos como determinar algebricamente esses pontos.

Destaca-se que a segunda etapa do 7º momento foi elaborada frente às dificuldades percebidas durante a aplicação das Tarefas 1 e 2 (Figura 19 e 20) no 8º momento, apresentada no produto educacional para uma posterior aplicação. As tarefas têm como objetivo fixar e verificar os conceitos apreendidos tais como:

- identificar algumas características do gráfico analisando os parâmetros, como a concavidade, se a parábola toca o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice e se a parábola toca o eixo y em sua parte positiva, negativa ou na origem;
- construir o gráfico de 2º grau, por meio da identificação do ponto de intersecção da parábola com o eixo y, pela determinação dos zeros de uma função e o vértice;
- perceber a relação do valor encontrado para o discriminante e a quantidade de raízes;
- analisar os gráficos construídos e identificar algumas características.

5.2.8 Oitavo momento

O oitavo momento teve duração de cinco períodos, ocorreu nos dias dezenove e vinte de novembro de 2019 e teve como objetivo verificar a compreensão dos conteúdos abordados, por meio de atividades em grupo e de um jogo.

Na primeira etapa, dividiu-se a turma em equipes de seis componentes, e cada grupo recebeu um bloco com seis funções distintas entre si (Figura 18), distribuídas aleatoriamente.

Em seguida, foram propostas algumas atividades, impressas previamente e distribuídas aos estudantes, para facilitar a leitura das perguntas.

Figura 18 - Bloco de questões

	Lei matemática		***Lei matemática***		***Lei matemática***
1º bloco	$y = -x^2 + 4x - 3$	***2º bloco***	$f(x) = x^2 - 4x + 3$	***3º bloco***	$f(x) = x^2 - x - 2$
	$y = 2x^2 + 6$		$g(x) = x^2 + 6x$		$s(t) = -2t^2 + 4t$
	$f(x) = x^2 - 4x + 4$		$y = -x^2 + 4x - 4$		$fy = -4x^2 - 4x - 1$
	$f(x) = x^2 - 4x + 5$		$f(x) = -x^2 + 4x - 5$		$f(x) = -x^2 + 2x - 3$
	$s(t) = 2t^2 - 4t$		$h(x) = x^2 + 3$		$f(x) = x^2 - 2x + 6$
	$y = -x^2 - 6x - 9$		$y = x^2 - 4x + 4$		$y = 5x^2 - 10x + 5$

	Lei matemática		***Lei matemática***		***Lei matemática***
4º bloco	$f(x) = -x^2 + x + 2$	***5º bloco***	$f(x) = x^2 - 5x + 6$	***6º bloco***	$y = -x^2 + 5x - 6$
	$f(x) = x^2 - 5x + 4$		$f(x) = -x^2 + 2x - 1$		$f(x) = x^2 - 2x + 1$
	$y = 4x^2 + 4x + 1$		$f(x) = -x^2 + 5x - 8$		$h(x) = -2x^2 - 4x - 2$
	$f(x) = x^2 - 2x + 3$		$f(x) = -x^2 - 5x - 7$		$h(x) = -x^2 - 3$
	$y = -x^2 + 2x - 6$		$g(x) = -x^2 - 6x$		$f(x) = x^2 + 5x + 7$
	$y = 5x^2 + 10x + 5$		$h(x) = -2x^2 - 8x - 8$		$g(x) = -2x^2 + 8x - 6$

	Lei matemática		***Lei matemática***		***Lei matemática***
7º bloco	$y = -x^2 + 2x + 3$	***8º bloco***	$f(x) = x^2 - 2x - 3$	***Outras sugestões***	$y = x^2 + 4x - 12$
	$y = -x^2 - 2x + 8$		$f(x) = x^2 - 2x - 8$		$h(x) = -2x^2 + 4x - 2$
	$f(x) = 5x^2 - 10x + 5$		$f(x) = -5x^2 + 10x - 5$		$f(x) = x^2 - 10x + 21$
	$f(x) = -x^2 + 5x - 7$		$f(x) = x^2 - 5x + 8$		$f(x) = -x^2 - 2x - 5$
	$f(x) = 2x^2 + 2$		$f(x) = -2x^2 - 2$		$f(x) = x^2 + 2x - 3$
	$h(x) = -2x^2 + 8x - 8$		$y = -4x^2 - 8x - 4$		$y = 2x^2 + 8x + 6$

Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

A primeira tarefa (Figura 19) buscou analisar os parâmetros a, b e c da função de 2º grau e identificar algumas características dessa função, antes de construir o gráfico. Para isso, os estudantes tinham que analisar a lei matemática, identificar se a parábola teria a concavidade voltada para cima ou para baixo, se a parábola tocaria o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice e, por fim, se a parábola tocaria o eixo do y ou em sua parte positiva, negativa ou na origem. Após sua conclusão, foi entregue a segunda atividade.

Figura 19 - Tarefa 1 – 8º momento

Tarefa 1: *Como vai ser esta parábola?*
Identifique algumas características a partir da analise dos parâmetros a, b e c.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
Parâmetro a						
Parâmetro b						
Parâmetro c						

Para responder esta questão você precisa identificar: Se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto.

Para responder esta questão, vamos dar algumas dicas:

1º passo: Anote as funções propostas no caderno. Analise os parâmetros a, b e c destas funções. Registre as respostas no caderno.
2º passo: Discuta com seu grupo sobre as respostas encontradas. E questione suas dívidas com o (a) professor (a).
3º passo: Apresente ao professor suas respostas.
4º passo: Preencha a tabela com as respectivas respostas.
5º passo: Identifique na tabela, o nome dos componentes do grupo.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

A segunda tarefa (Figura 20) teve como objetivo representar graficamente uma função do 2º grau a partir da lei matemática, utilizando as raízes, o vértice e o ponto (0,c). E identificar a relação entre o valor do discriminante e a quantidade de raízes. Sendo assim, deveriam determinar essas coordenadas e a partir disso traçar o gráfico. Ao término desta, foi entregue a terceira e última atividade.

Figura 20 - Tarefa 2 – 8º momento

Tarefa 2: *Determine algebricamente*						
(a) Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
(b) Raízes ou Zeros da função.						
(c) Coordenadas do Vértice? $V(x_v, y_v)$						
(d) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?						
(e) Represente graficamente as funções.						

(f) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?

Para responder esta questão, vamos dar algumas dicas:

1º passo: Os cálculos e os gráficos devem ser desenvolvidos previamente no caderno por cada aluno.
2º passo: Os gráficos devem ser feitos em folha quadriculada.
3º passo: Confira os resultados obtidos com o grupo, questionando suas dúvidas com o(a) professor(a).
4º passo: Apresente ao professor os cálculos e os gráficos. E depois cole os gráficos no caderno.
5º passo: Preencha a tabela com os resultados obtidos e entregue ao professor.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Com a terceira tarefa (Figura 21), objetivou-se explorar algumas das características dos gráficos desenhados pelos alunos, propondo a cada estudante escolher um gráfico, do bloco de questões de sua equipe, diferente entre os componentes do grupo, para ampliar.

Figura 21 - Tarefa 3 – 8º momento

Tarefas 3
MATERIAIS: *2 folhas sulfite coloridas, 1 folha sulfite branca, barbante, cola e tesoura.*

(a) Escolha um dos gráficos da Tarefa 1 e 2, para ampliá-lo em folha colorida. Coloque em destaque o vértice, os zeros da função, se existir e, o ponto (0,c.).
(b) A escolha do gráfico a ser reproduzido, pode ocorrer por meio de sorteio, caso o grupo tenha dificuldade para fazer esta escolha.
(c) Após, identifique seu nome e a expressão analítica, correspondente ao gráfico ampliado por você.
(d) Colar um envelope no verso da folha, cujo gráfico foi ampliado.
(e) Preencher uma ficha com algumas características da parábola ampliada por você.
(f) Dobrar a ficha e colocar dentro do envelope.

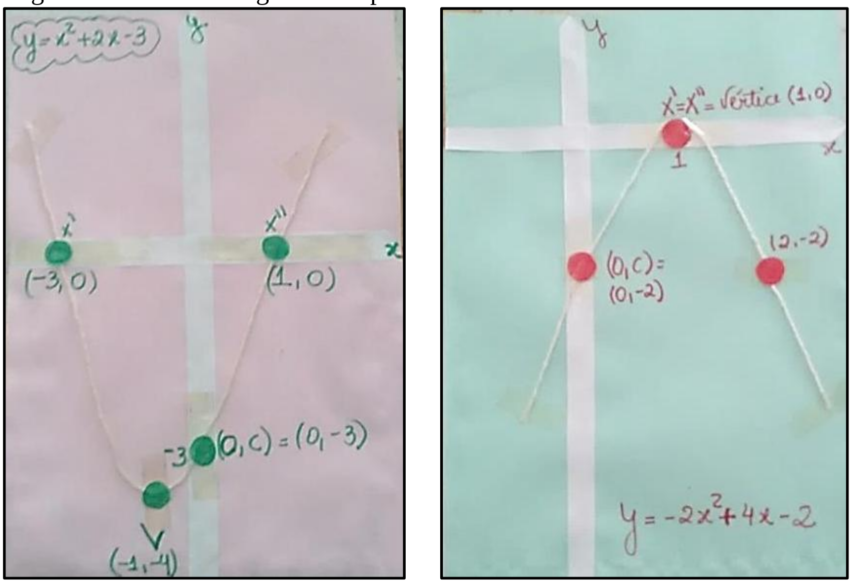
Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Como a aula estava encerando, cada estudante recebeu uma folha sulfite colorida para iniciar a tarefa em casa, os grupos foram orientados a definir em aula qual gráfico cada componente iria ampliar e, na aula seguinte, trazer pronta a representação do plano cartesiano e do gráfico.

Sendo assim, tanto para que a proposta fosse finalizada na aula seguinte, quanto para que houvesse tempo suficiente para analisar a parábola ampliada e identificar suas respectivas características, fazer o jogo e a avaliação final, salientou-se a importância da realização da Tarefa 3 em casa (ver nota de rodapé[13]).

Orientou-se que as dúvidas poderiam ser esclarecidas por meio da rede social escolhida para a comunicação com a turma. E que na aula seguinte seria dado um curto espaço de tempo para finalizá-la, caso fosse necessário. Porém, não deveriam esquecer os materiais solicitados, barbante, cola, entre outros. Foi encaminhado também, por meio desta, duas fotos de gráficos ampliados (Figura 22), para que os estudantes compreendessem o que deveria ser feito em casa.

Figura 22 - Modelo de gráfico ampliado



Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

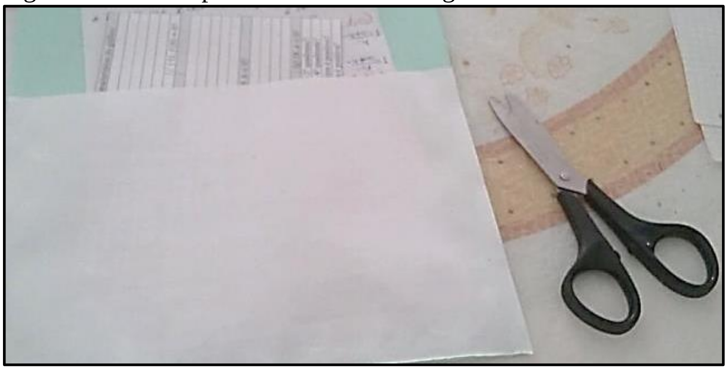
Assim, orientou-se que, para construir o plano cartesiano, recortassem duas tiras de papel (folha ofício, folha do caderno de desenho) e que elas fossem coladas perpendicularmente, formando um ângulo de 90º entre si, ou seja, uma tira do papel deveria ser colada horizontalmente, representando o eixo x, e a outra, colada verticalmente, representando o eixo y.

Também, recomendou-se que os estudantes utilizassem os seguintes materiais no desenvolvimento da atividade proposta: barbante, tesoura, lápis de cor, caneta hidrográfica colorida, fita adesiva e cola, para representar o gráfico no plano cartesiano. Explicou-se detalhadamente que o barbante seria utilizado para representar a curva, ou seja, o traçado da parábola escolhida.

[13] Esse ajuste foi necessário em função da greve do magistério do RS, que durou vinte e cinco dias. A greve teve início no dia 18 de novembro e para a aplicação do 7º e do 8º momento optou-se por aplicá-los em dois dias consecutivos (19 e 20 de novembro), em dez períodos.

Para finalizar, deveriam colar um “envelope” no verso do gráfico (Figura 23), para que, posteriormente, dentro dele fosse colocada a ficha de análise do respectivo gráfico (Figura 24). O envelope nada mais é que a metade de uma folha de ofício, colada no verso do gráfico, que funcionaria como um invólucro.

Figura 23 - Envelope colado no verso do gráfico



Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

No dia seguinte, vinte de novembro, quarta-feira, alguns estudantes ainda não haviam realizado a tarefa. Conforme combinado, foi dado um tempo para finalização da Tarefa 3. Depois, foi entregue para cada estudante uma ficha (Figura 24) com um roteiro de perguntas objetivas, para que analisassem o gráfico ampliado e identificassem as características correspondentes a esse gráfico. Em seguida, a ficha foi guardada dentro de um envelope, no verso do gráfico construído.

Figura 24 - Ficha – 8º momento

Analise o gráfico construído e marque (X) nas respectivas características do gráfico:				
Expressão Analítica:				
( ) 1. A parábola tem concavidade voltada para cima?				
( ) 2. A parábola tem concavidade voltada para baixo?				
( ) 3. A soma das raízes é negativa?				
( ) 4. O produto das raízes é negativo?				
( ) 5. f(1) é zero?	( ) 7. f(0) é negativo?	( ) 9. $\Delta < 0$?	( ) 11. $f(0) = 0$?	
( ) 6. f(0) é positivo?	( ) 8. $\Delta > 0$?	( ) 10. $\Delta = 0$?		
( ) 12. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?				
( ) 13. O vértice está no eixo das ordenadas?				
( ) 14. O vértice está no eixo das abscissas?				
( ) 15. A função admite ponto de mínimo?				
( ) 16. A função admite ponto de máximo?				
( ) 17. $b = 0$?	( ) 18. $b > 0$?	( ) 19. $b < 0$?		
( ) 20. A função tem duas raízes reais e distintas?				
( ) 21. A função não admite raízes reais?				
( ) 22. A função tem duas raízes reais e iguais?				
( ) 23. A função admite raízes reais?				
( ) 24. $c < 0$?	( ) 25. $c > 0$?	( ) 26. $c = 0$?	( ) 27. $a > 0$?	( ) 28. $a < 0$?
( ) 29. A função é toda negativa?	( ) 33. O vértice está no 3º quadrante?			
( ) 30. A função é toda positiva?	( ) 34. O vértice está no 4º quadrante?			
( ) 31. O vértice está no 1º quadrante?	( ) 35. O produto das raízes é positivo?			
( ) 32. O vértice está no 2º quadrante?	( ) 36. A soma das raízes é positiva?			

Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Como nem todos os estudantes haviam concluído a Tarefa 3, a segunda etapa teve que ser adaptada. Conforme os estudantes concluíam a análise das características dos respectivos gráficos, a professora corrigia com eles na classe e já encaminhava o jogo "*Quais são as minhas características*". Sendo assim, enquanto alguns finalizavam a tarefa, outros iniciavam o jogo, formando quartetos com colegas de outros grupos.

Na proposta inicial do jogo, todos os gráficos ampliados seriam organizados formando um único "monte de saque". Um estudante de cada grupo pegaria o gráfico que estivesse no topo, retornaria para o seu lugar iniciando o jogo. No entanto, diferentemente, foi proposto que escolhessem, aleatoriamente, um dos gráficos ampliados pelos componentes do grupo, para ser analisado.

Os estudantes foram orientados a realizar a leitura das regras com o grupo e iniciar o jogo. Como nem todas as respostas dos envelopes haviam sido conferidas, uma vez que os estudantes concluíram a Tarefa 3 em tempos diferentes, a professora pesquisadora passou em todos os grupos esclarecendo dúvidas e quando os alunos conseguiam formar um quarteto de respostas, a professora auxiliava-os na verificação dos resultados. Assim, o jogo teve como objetivo analisar o gráfico escolhido e encontrar algumas características do gráfico correspondente.

Por fim, nessa terceira etapa, o jogo "Função Quadrática", não pode ser realizado, mas manteve-se a proposta de permanecer no produto educacional.

5.2.9 Nono momento

O último momento teve duração de dois períodos, ocorreu no dia vinte de novembro de 2019 e foi destinado à realização da avaliação trimestral, que compôs uma das notas do terceiro trimestre e foi sem consulta ao material. Foram propostas nove questões, entre as quais seis eram de múltipla escolha e para três delas deveria ser apresentado o desenvolvimento dos cálculos.

Compreende-se, na perspectiva de Vygotsky, que a aquisição do conhecimento ocorre, sobretudo, nas interações. No entanto, os "[...] momentos de internalização são essenciais para consolidar o aprendizado. Eles são individuais e reflexivos por definição e precisam ser considerados na rotina das aulas" (FREITAS, 1994, p. 192).

Sendo assim, a avaliação não tem o intuito de verificar os conhecimentos memorizados pelos estudantes, mas representa um instrumento, que possibilita ao professor perceber se a interação, proporcionada ao longo da sequência didática, contribuiu para a internalização do conhecimento. Ainda, perceber aquilo que o estudante está na iminência de fazer sozinho, ou, se aquilo que fazia apenas com a ajuda de outra pessoa (professor ou um colega mais experiente) passou a fazer sozinho, o que Vygotsky chama de zona de desenvolvimento proximal (ZDP). Nesse sentido, o capítulo seguinte foi desenvolvido para descrever a proposta de pesquisa.

6 ANÁLISE DA APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Este capítulo destina-se descrever a pesquisa realizada ao longo da aplicação da sequência didática, bem como apresentar e discutir os resultados obtidos, a partir dos dados coletados durante as aulas e dos registros da professora no diário de bordo. Sendo assim, a análise dos dados foi realizada com base na teoria histórico-cultural de Vygotsky, avaliando a participação, a interação dos estudantes em aula e a aprendizagem mediada. A intenção da pesquisa, a partir desses resultados e de sua análise, é avaliar a pertinência da proposta desenvolvida e elaborada para o ensino da função quadrática.

Apresentam-se as análises das tarefas e dos roteiros desenvolvidos, buscando verificar se os objetivos foram alcançados, como se deu a mediação e a interação entre os estudantes, deles com os recursos utilizados (tarefas, aplicativo, roteiros, jogo), entre eles e a professora. Avalia-se, também, a eficiência do material, para que outros professores possam optar por utilizá-lo ou não em suas aulas. Em seguida, apresenta-se a análise dos dados coletados.

6.1 Análise dos dados coletados

Primeiramente, faremos um diálogo entre apontamentos feitos na introdução deste trabalho e constatações sobre melhorias e dificuldades no ensino e aprendizagem dos estudantes ao longo da aplicação da sequência didática. Ou seja, pretende-se identificar aquilo que se percebe ser comum nos estudantes, tais como comportamento, postura, concepções da matemática, aprendizagem, entre outros. E comparar com as percepções da professora sobre mudanças que ocorreram no contexto de sala durante a aplicação da proposta.

Depois, serão analisadas as respostas apresentadas pelos estudantes nas tarefas 1 e 2 do primeiro momento, na tarefa 1 do segundo momento, nas tarefas 1, 2, 3 e 4 do quarto momento, nas tarefas 1, 2 e 3 do oitavo momento. Utilizou-se para essa escolha, o seguinte critério: contextualizar a função quadrática no dia a dia, tarefas que exploram especificamente os efeitos dos parâmetros a, b e c, os conceitos de raízes ou zeros de uma função, o vértice e o gráfico, buscando verificar se os objetivos foram alcançados ou não.

E, por fim, analisaremos o conteúdo do diário de bordo, buscando nos registros feitos pela professora ao final de cada aula, indicativos de que as tarefas, os roteiros para o uso do aplicativo Geogebra, propostos no terceiro e quarto momento, bem como o jogo proposto no oitavo momento contribuíram para que os estudantes compreendessem ou aprendessem os conceitos abordados. Para identificar os trechos retirados do diário de bordo (comentários, impressões, entre outros), utilizou-se a escrita em itálico, e para indicar as respostas dos estudantes nas tarefas propostas, utilizou-se códigos como E1, E2, E3, ..., E11.

Destaca-se que foram analisadas as produções de onze estudantes, uma vez que eles realizaram todas as tarefas propostas, proporcionando uma visão mais abrangente da validade da sequência didática. Cabe salientar que dos trinta e dois estudantes da turma, seis eram infrequentes, um havia sido transferido para o noturno, três trabalhavam à tarde e não participavam das aulas no contraturno e acabavam esquecendo-se de entregar as tarefas. Os outros vinte e dois estudantes realizavam as tarefas apenas quando estava na aula, portanto os onze estudantes, cujas respostas foram analisadas, são aqueles que se comprometeram em entregar todas as tarefas e participaram de todas as aulas.

Ressalta-se ainda que a coleta dos gráficos construídos pelos estudantes no aplicativo Geogebra ocorreu por meio do *WhatsApp*. A escolha deve-se à rapidez e à praticidade para fazer essa coleta, além de possibilitar o contato permanente com os estudantes.

6.1.1 Análise dos Registros escritos e do Diário de Bordo

6.1.1.1 Percepções da professora: aluno em anos anteriores e na aplicação da proposta

Analisando o comportamento e reações dos estudantes em anos anteriores, no qual o conteúdo Função Quadrática foi abordado, averiguou-se uma mudança de postura dos estudantes durante a aplicação da sequência didática. Assim, em anos anteriores eram comuns questionamentos, como:

> “*Vou usar esse conteúdo na minha vida?*”
> “*Para que serve o que aprendemos na escola?*”
> “*Por que temos que aprender tantas fórmulas? Não usamos fórmulas para fazer compras no supermercado ou para pagar contas!*”.

Durante a aplicação da proposta os comentários mais frequentes eram:

> *“Vejo parábolas em tudo agora”*
> *“Vamos continuar as atividades da outra aula?”*
> *“Vamos usar o aplicativo hoje? Achei bem fácil usar o aplicativo!”*
> *“Dava pra trabalhar sempre desse jeito, prô”,*
> *“Esse ano tô gostando mais de matemática”.*

Outro aspecto relaciona-se com a percepção da Matemática como disciplina chata, difícil, compreendida só pelos inteligentes, com reprodução mecânica e sem interpretação.

Frente a isso, constatou-se que a reportagem (vídeo) contribuiu para que os estudantes percebessem que a matemática não se resume à “decoreba” de fórmulas e conceitos, mas, sim, que a aquisição de conhecimentos matemáticos proporciona a compreensão de fenômenos da natureza e outras situações reais, interpretadas, questionadas e verificadas (comprovadas). Ou ainda, permite perceber que tais conhecimentos fazem parte do cotidiano das pessoas, seja em níveis mais simples ou mais complexos.

Percebe-se isso nos comentários dos estudantes ao assistirem à reportagem: “*O cara do vídeo disse que a trena é de 5 metros e depois apareceu que a ponte tem aproximadamente 15 metros*”, como se o repórter estivesse equivocado em sua afirmação. Ou ainda, “*mas não pode o carro estar a 60 km/h apenas*”, “*imagina, nunca que uma caminhonete iria atravessar de uma ponta a outra, com uma velocidade de 60 km/h só*”.

Frente a esses comentários, conversou-se com a professora de Física para investigar conhecimentos relacionados a sua disciplina que estivessem envolvidos naquele fenômeno e se havia alguma fórmula ou conceito que poderiam ser utilizados para verificar se a velocidade dada na reportagem estava ou não correta, ou ainda, se os dados fornecidos na reportagem eram suficientes para realizar tais cálculos.

Mencionou-se, também, a responsabilidade e o compromisso que os jornais devem ter com a comunicação de notícias e informações em geral, bem como a importância dos conhecimentos matemáticos na profissão de jornalismo. Além disso, foi possível discutir com os estudantes a respeito de alguns equívocos na edição do vídeo, apontados pela professora de Física, e a importância do conhecimento científico também em sua edição. Isso foi descrito no diário de bordo:

> *O repórter fala que a caminhonete estava a uma velocidade de 60 km/h, mas na edição do vídeo aparecem 60 km. Sendo que 60 km é a unidade de medida usada para distância e não para velocidade. A unidade de medida que representa a distância que a caminhonete saltou aparece como 15 mts, sendo que a unidade de medida utilizada para metros é apenas m.*

Destaca-se também um desafio enfrentado na escola relacionado ao uso inadequado dos dispositivos móveis em sala de aula, com acesso a diferentes redes sociais e a jogos durante as aulas, levando professores e educandos a um embate de interesses, gerando desconforto de ambas as partes, conflitos em sala de aula e desinteresse dos estudantes, conforme afirmaram Martins e Bellini (2019).

Não obstante, o uso do aplicativo nas aulas de matemática promoveu uma aproximação entre o contexto educacional e o mundo contemporâneo, ou ainda, entre a sala de aula e a sociedade contemporânea. Dessa forma, utilizaram-se os dispositivos móveis que fazem parte do cotidiano dos estudantes e que estão sempre com eles. A partir disso, propôs-se o uso de um recurso didático tecnológico digital, para explorar conceitos matemáticos, despertando assim seu interesse durante as aulas, tornando o aluno participante ativo no processo de ensinar e aprender.

De acordo com os PCNEM e a BNCC, para que a aprendizagem de fato ocorra, ela deve ter significado para o aluno. Para isso, os conteúdos aprendidos devem partir da realidade dos educandos e servir para resolver problemas reais. Sendo assim, a aprendizagem deve ser contextualizada e interdisciplinar, considerando suas vivências.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) também inferem sobre o importante papel dos recursos didáticos no processo de ensino e aprendizagem. No entanto, eles "precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática" (BRASIL, 1997, p. 20).

Salienta-se, também, a preocupação da professora pesquisadora em propor uma sequência didática que contribuísse para a aprendizagem dos estudantes. Sendo assim, percebeu-se que durante a realização das tarefas propostas no sexto momento, em que deveriam analisar os gráficos e identificar se os parâmetros *a, b* e *c,* eram maiores, menores ou iguais à zero, de acordo com as características de cada parábola, os estudantes comentavam "*podia fazer uma prova só com esse conteúdo, né, daí vou gabaritar*" ou ainda: "*achei bem fácil esse conteúdo*". Tais comentários indicam ter havido aprendizado dos estudantes, uma vez que somente pode reconhecer como fácil algo que supostamente foi aprendido.

6.1.1.2 Tarefas 1 e 2 do primeiro momento.

A primeira tarefa (Figura 10) teve como objetivo contextualizar a função quadrática no dia a dia, bem como que o estudante percebesse formas que lembram o traçado da parábola no cotidiano. E, por fim, verificar se percebiam conhecimentos matemáticos nas situações apresentadas, especificamente a relação com a função do 2º grau.

Sendo assim, procurou-se evidências nas respostas dos estudantes que provassem que os objetivos foram alcançados. Na letra "a", E1, E3, E5, E9 e E11 utilizaram em suas respostas a expressão *"parábola"* para as curvas apresentadas, tanto nas imagens, como na reportagem; E6 e E8 referiram-se às mesmas curvas como "arco"; E2 percebeu que "*a maioria das imagens contém pontes*". E3, E6 e E8 afirmaram que é possível montar um gráfico para cada curva (arco ou parábola), apresentadas nas imagens; E2, E4 e E7, perceberam que as imagens possuíam *"formato semelhante"* ou *"formas parecidas"*. Também, E4, E7 e E10, relacionaram com outros conceitos matemáticos *"ângulos", "altura que o carro saltou"* e *"formas geométricas"*. A seguir, as repostas apresentadas pelos estudantes à questão da letra "a":

> *(a) O que essas imagens têm em comum?*
> ***E1:*** *O formato de parábola das imagens.*
> ***E2:*** *A maioria das imagens contém pontes ou possuem formato semelhante.*
> ***E3:*** *Todas elas podem montar um gráfico, uma parábola.*
> ***E4 e E7:*** *Alguns ângulos e formas parecidas.*
> ***E6 e E8:*** *Todas as imagens tem em comum um arco que pode formar um gráfico.*
> ***E9:*** *Parábolas.*
> ***E10:*** *Formas geométricas, parábolas.*
> ***E5 e E11:*** *Tem em comum o formato de parábola.*

Na pergunta da letra "b", E1, E5, E9 e E11, relacionaram as imagens apresentadas e a trajetória do veículo ao saltar de uma rodovia ao formato de uma parábola. Já E6 e E8 relacionaram com a "*forma de arco*"; E2, E4 e E7 compararam o movimento que o carro fez ao saltar na rodovia com o formato de uma ponte. E3 afirmou ser possível construir gráficos para representar tanto as imagens, quanto o fato relatado no vídeo, porém este último tem "*mais informações como a distância e a velocidade*". Assim como E3, também E4, E6, E7 e E8, perceberam diferentes conceitos matemáticos, ou seja, E4 e E7 afirmaram que ambos, imagem e situação apresentada no vídeo, "*têm ângulos*". Também, E3, E6 e E8 responderam "*gráficos*", "*Velocidade e inclinação*". A seguir, as respostas apresentadas pelos estudantes, à pergunta da letra "b":

> *(b) Qual a relação entre as imagens e a situação apresentada pelo vídeo?*
> ***E1:*** *A trajetória do veículo formou uma parábola.*
> ***E2:*** *O carro fez um movimento semelhante ao formato de uma ponte.*
> ***E3:*** *Que qualquer uma das duas podem estabelecer gráficos, mas no vídeo temos mais informações como a distância e a velocidade.*
> ***E4 e E7:*** *Ambos têm ângulos, a altura em que o carro saltou é parecida com a forma de uma ponte.*
> ***E6 e E8:*** *Velocidade, inclinação e forma de arco.*
> ***E9:*** *O carro a 60 km/h pega impulso em uma rampa e pula o viaduto formando uma parábola.*
> ***E10:*** *Todas apresentam uma parábola.*
> ***E5 e E11:*** *As imagens e o vídeo têm formato de parábola.*

Comparando um trecho registrado no diário de bordo com as respostas apresentadas na letra "c", percebeu-se que os estudantes reconheceram a representação gráfica e muitos deles relacionaram com a expressão "parábola", porém não souberam identificar que a parábola é a representação gráfica da função do segundo grau. Respostas apresentadas pelos estudantes, para o questionamento da letra “c”:

> *(c) Estes fenômenos poderiam ser a representação gráfica de uma função? Qual?*
> ***E1, E2, E6 e E8:*** *Sim, uma parábola.*
> ***E3:*** *Sim, não sei qual.*
> ***E4 e E7:*** *Sim, pode só fazer uma parábola.*
> ***E9:*** *Função de segundo grau.*
> ***E5, E10 e E11:*** *Parábola.*

Alguns registros escritos no diário de bordo complementam o que foi relatado até o momento:

> *Quando os estudantes estavam respondendo a letra “c”, percebi que sabiam que as curvas eram a representação gráfica de uma função, mas não sabiam dizer de qual. Perguntavam “eu tenho que criar uma fórmula?”. Ou ainda, mostrando no caderno perguntavam “tenho que dizer se é afim, linear, constante ou identidade?” Diziam: “Professora! Como é o nome daquele gráfico que faz assim?” e faziam o movimento da curva com a mão. Orientei aos estudantes que utilizassem o desenho no lugar da palavra, caso não encontrassem a expressão adequada que representasse esta curva. Sugeri também que não deixassem as questões sem responder, àquelas que não soubessem ou tivessem dúvidas, deveriam justificar que “não lembravam” ou “não sabiam” a resposta.*

Quando questionados se os fenômenos apresentados poderiam ser a representação gráfica de uma função, na questão letra “c”, apenas E9 relacionou com a função de segundo grau. E3 afirmou que sim, mas não soube dizer de qual função. E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E10 e E11 responderam ser uma parábola. Percebeu-se que não conseguem distinguir o que é uma função e o que é a representação gráfica de uma função.

Sendo assim, as respostas e as falas dos estudantes indicaram que, de forma geral, perceberam que as imagens e a situação apresentada na reportagem possuíam relação com o traçado da parábola e com um tipo de função, apesar de um único estudante ter vinculado a parábola à função do segundo grau. Entendo que nesse momento vivenciamos o que, em Vygotsky, seriam os conceitos espontâneos, ou seja, aqueles conceitos formados, a partir da observação, manipulação e vivência de situações concretas.

Foram percebidos outros conhecimentos matemáticos pelos estudantes, relacionados ou não às funções. Por exemplo, ângulos, formas geométricas, altura, velocidade, distância e inclinação da “rampa”, gráficos. Observou-se ainda que alguns estudantes perceberam que estavam envolvidas no salto do carro, as variáveis: velocidade, distância, inclinação. Porém, não perceberam a relação de interdependência entre essas variáveis, estudada em conteúdos anteriores.

Destaca-se que tanto as imagens, quanto a reportagem foram recursos tecnológicos digitais válidos para a contextualização da função quadrática, identificando seu traçado em pontes, lançamento de bolas, na natureza, entre outros. Além disso, as imagens e a reportagem promoveram a interação entre os estudantes e entre eles e a professora, bem como despertaram o interesse, participação e o envolvimento. A seguir, um trecho transcrito do diário de bordo.

> *As imagens chamaram a atenção deles, pela beleza e pelas cores. Ficaram surpresos, pois não tinham ideia da existência de algumas pontes. Quando apresentei a ponte Golden Gate (Estados Unidos) falaram "ah essa ponte eu já conhecia, ela aparece em quase todos os filmes", "Tudo acontece nessa ponte, a ponte cai, a ponte quebra, nos filmes". Como as primeiras imagens eram de pontes, quando apareceu o arco-íris, alguns falaram "Pensei que eram apenas pontes".*
> *Também, a apresentação da reportagem para a turma foi muito curiosa. Os comentários foram: "O cara do vídeo disse que a trena é de 5 metros e depois apareceu que a ponte tem aproximadamente 15 metros" (como se o repórter tivesse dizendo algo errado), "mas não pode o carro estar a 60 km/h apenas", "imagina, nunca que uma caminhonete iria atravessar de uma ponta a outra, com uma velocidade de 60 km/h só", outros acharam a situação apresentada no vídeo, engraçada, outros ficaram surpresos e impressionados com o fato relatado na reportagem.*

O vídeo, especialmente, pode ser um excelente recurso para a interdisciplinaridade, resgatando "possíveis conceitos matemáticos a serem explorados a fim de justificar determinados fenômenos, vindo ao encontro da teoria matemática em algum assunto específico" (KLEEMANN, 2018, p. 9). Ou seja, é possível verificar se a velocidade relatada na reportagem está correta ou não recorrendo a conhecimentos da Física.

Por outro lado, a segunda tarefa (APÊNDICE A), tinha como objetivo identificar alguns conhecimentos prévios dos estudantes sobre vértice e raízes, tais como:

(1º) Reconhecer as coordenadas dos pontos em que a parábola toca o eixo *x* e do ponto mais alto;

(2º) Verificar se lembravam dos nomes que recebem esses pontos, de forma natural ou não;

(3º) Se reconheciam o quadrante no qual estava localizada a parábola.

Sendo assim, durante a aplicação dessa tarefa percebeu-se que faltavam outros conhecimentos prévios, além dos que haviam sido previstos durante o planejamento do "PRIMEIRO MOMENTO", descritos no trecho seguinte: *No decorrer da realização da "Tarefa 2 -1º Momento", os estudantes perguntavam: "Prô, o que é par ordenado mesmo?", "o eixo x é qual mesmo?", "e o eixo y é assim ou, assim?" representando com a mão as retas, horizontal e vertical, "o que é uma coordenada?".*

Analisando os registros dos comentários dos estudantes, averiguou-se que tiveram muitas dúvidas sobre como deveriam fazer o gráfico e sua análise, o que indica que essa tarefa, da forma como foi organizada e proposta, não foi compreendida pelos estudantes. *Os estudantes perguntavam "prô, como que é pra fazer o gráfico?", "prô, como que eu vou saber os pontos que tenho que colocar no gráfico", "o nosso gráfico, tem que ficar bem igual?".*

Destaca-se que alguns comentários evidenciam que parte dos estudantes teve dificuldade na construção do gráfico e frustraram-se com isso.

> *"não sei fazer gráfico", "não consigo fazer certo", "não vou mais fazer isso", "ficou horrível, tudo torto". Alguns olhavam o caderno buscando respostas nos conteúdos estudados anteriormente, outros pesquisavam na internet como fazer o gráfico de uma parábola, sendo que o traçado que deveria ser reproduzido estava projetado no Datashow.*

No entanto, percebeu-se que a interação entre os estudantes contribui para que todos realizassem a tarefa e aprendessem uns com os outros. *Os estudantes ajudavam e incentivavam uns aos outros, afirmando "apenas tenta, se não der certo, faz de novo", "deixa que eu te ajudo", "o meu também não fico muito bom, mas eu fiz", "tem que fazer para aprender".*

Ao analisar as respostas percebeu-se que todos os participantes conseguiram traçar o gráfico, porém ficaram diferentes uns dos outros, que entendemos ser mais um indicativo de que essa tarefa precisa ser reestruturada, para que seja mais compreendida pelos estudantes.

Averiguou-se, nas respostas apresentadas para a "Tarefa 2 – 1º momento", que os estudantes E1, E6, E7, E9, E10, ao representarem a parábola no plano cartesiano, não identificaram os eixos x e y. Verificou-se, também, que oito participantes reconheceram corretamente o quadrante no qual a parábola estava localizada. E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9 e E10 reconheceram que a parábola estava localizada no 1º quadrante. E1, E5 e E11, responderam que a parábola estava localizada no 2º quadrante. Mesmo que a maioria tenha respondido corretamente, todos tiveram dúvidas relacionadas a essa pergunta. No entanto, a mediação da professora pesquisadora contribuiu para que os estudantes respondessem corretamente, orientando-os a pesquisarem em seus cadernos e livro. Assim transcrito no diário de bordo:

> *"O que é quadrante mesmo, prô?", "Esse aqui é o 1º quadrante? Apontando para o 2º quadrante", "Não lembro muito bem qual é a ordem dos quadrantes". Buscando sanar essa dificuldade, sugeri que pesquisassem no caderno, ou no próprio livro didático, pois já havíamos explorado esses conceitos em aulas anteriores.*

Frente a essas percepções, constatou-se necessário retomar tais conceitos, antes de propor o segundo momento. Entre os quais se ressaltam:

(1º) O que é par ordenado e plano cartesiano;

(2º) Diferenciar o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas;

(3º) Relembrar como se localiza e marca pares ordenados em um plano cartesiano;

(4º) Analisar gráficos e identificar as coordenadas dos pontos em que a parábola toca o eixo *x* e o ponto mais alto;

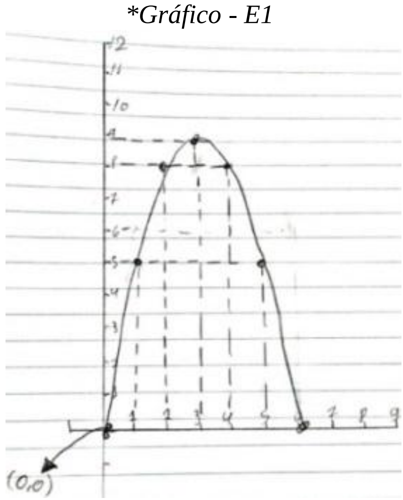
(5º) Identificar os quadrantes.

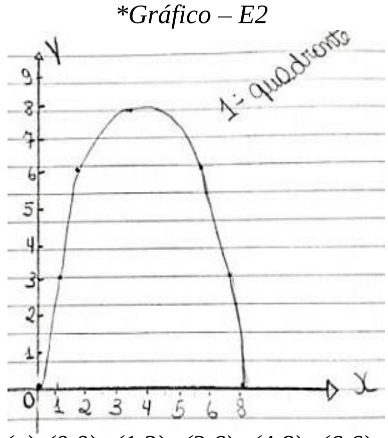
Observou-se que, de um modo geral, os alunos apresentaram dificuldades, também, para analisar os gráficos que eles construíram, cujo objetivo era identificar as coordenadas do vértice e os pontos de intersecção da curva com o eixo *x*, bem como nomeá-los. Averiguou-se que a mediação da professora pesquisadora foi importante para que os alunos respondessem a esta tarefa.

Chamavam a professora para conferir se os pares ordenados indicados por eles estavam escritos corretamente: "*tá certo, prô?*", "*é isso?*". Ao verificar suas respostas, percebeu-se que invertiam a ordem dos pares, ou identificavam apenas o valor de x, ou ainda identificavam um par que não pertencia à parábola traçada.

Tais percepções podem ser evidenciadas nas respostas dos estudantes, conforme podem ser observadas no Quadro 18:

Quadro 18 - Respostas apresentadas pelos estudantes, nas tarefas 1 e 2, do primeiro momento

<table>
<tr><td colspan="3">Questionamentos: * Representação da parábola no plano cartesiano. (a) A parábola toca o eixo do x em quais pontos? Que nomes recebem esses pares ordenados? (b) A parábola está localizada em qual quadrante?(c) Qual o ponto mais alto desta parábola? Que nome esse par ordenado recebe?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Respostas</td></tr>
<tr><td>*Gráfico - E1


(a) (0,0) (6,0). Não lembro o nome.
(b) Está localizado no 2º quadrante.
(c) (9,3). Não lembro o nome</td>
<td>*Gráfico – E2


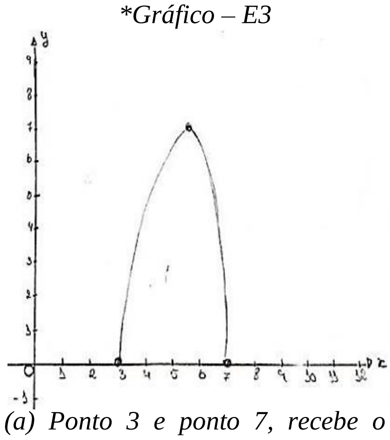
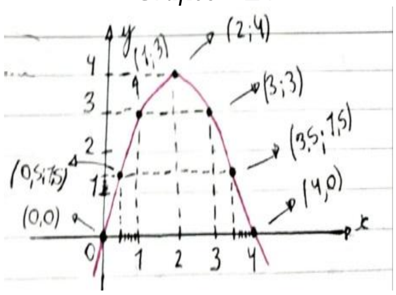
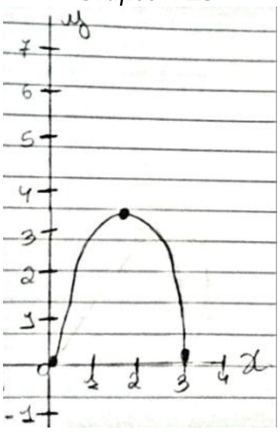
(a) (0,0), (1,3), (2,6), (4,8), (6,6), (8,0). Intersecção com o eixo x.
(b) 1º quadrante.
(c) (4,8) Vértice.</td>
<td>*Gráfico – E3

(a) Ponto 3 e ponto 7, recebe o nome de raiz ou zero.
(b) Está localizado no 1º quadrante.
(c) Ponto 7, nome vértice.</td></tr>
</table>

**Gráfico – E4*



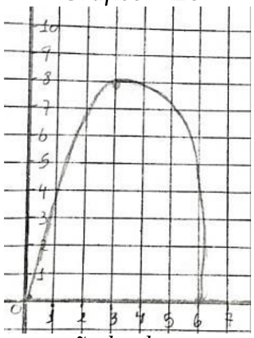
(a) (0,0) e (4,0). Se não me engano esses pares ordenados tem o nome de intersecção com o eixo x.
(b) Está no 1º quadrante.
(c) O ponto mais alto é o (2,4). Esse par ordenado se não me engano é vértice.

**Gráfico – E5*



(a) 0 e 3. Coordenadas.
(b) No segundo quadrante.
(c) No ponto 3 recebe o nome de coordenada.

**Gráfico – E6*

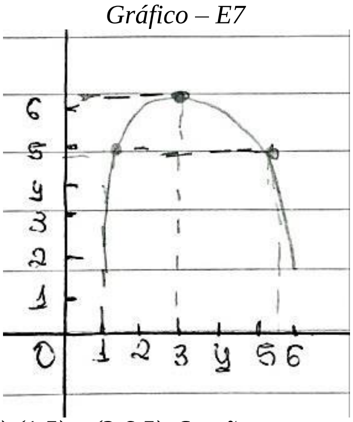


(a) A gente não lembra.

x	*y*
0	*0*
6	*0*
3	*8*

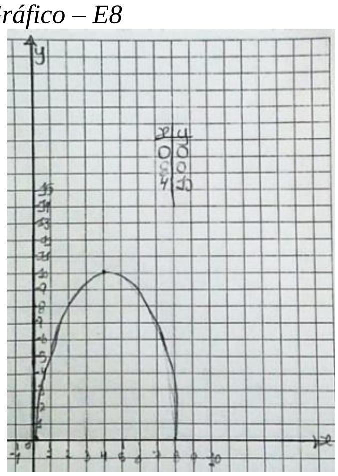
(b) 1º Q (+,+).
(c) 3/8. Vértice, coordenada de uma parábola.

Gráfico – E7



(a) (1,5) e (3,6,5). Se não me engano esses pares ordenados tem o nome de intersecção com o eixo x.
(b) Está no 1º quadrante.
(c) O ponto mais alto é o (6,3). Esse par ordenado se não me engano é vértice.

Gráfico – E8

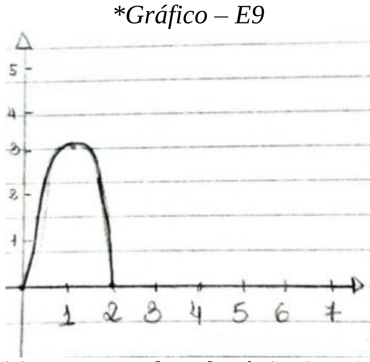


(a) : A gente não lembra.

x	*y*
0	*0*
8	*0*
4	*10*

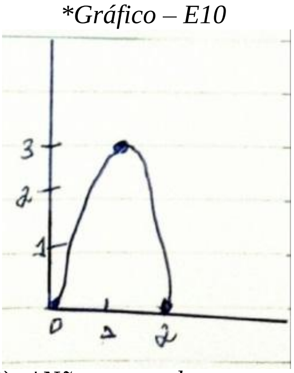
(b) 1º Q (+,+).
(c) 4/10. Vértice, coordenada de uma parábola.

**Gráfico – E9*



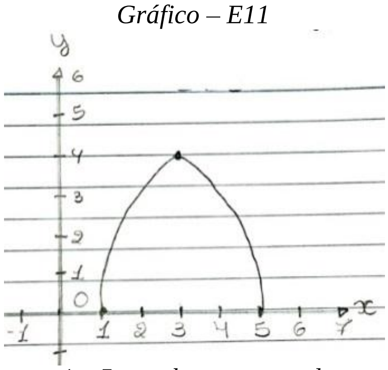
(a) O par ordenado é (2,3). Não respondeu a segunda parte da pergunta.
(b) Primeiro quadrante.
(c) Não respondeu

**Gráfico – E10*



*(a) (0,0), (2,0). *Não respondeu a segunda parte da pergunta.*
(b) Primeiro quadrante.
(c) (1,3). Não respondeu.

Gráfico – E11

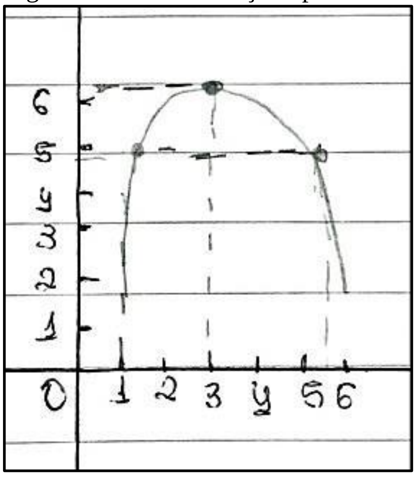


(a) Nos pontos 1 e 5, recebem o nome de coordenadas.
(b) No 2º quadrante.
(c) O ponto 4, recebe o nome de coordenada.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Também, que o gráfico traçado por E7 (Figura 25) está incompleto, localiza três pares ordenados no plano cartesiano pelos quais a curva passa, porém ela não toca o eixo das abscissas. E isso, consequentemente, dificultou a identificação do ponto de intersecção da parábola com o eixo x.

Figura 25 - Gráfico traçado por E7



Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Frente às respostas apresentas pelos estudantes nas questões relacionadas às raízes ou zeros de uma função, constatou-se que E1, E4, E10 identificaram corretamente as coordenadas dos pontos de intersecção da parábola com o eixo x. E3, E5 e E11 identificaram somente a abscissa desses pontos. E7 e E9 não reconhecem as coordenadas dos pontos em que a parábola toca o eixo x. E2, E6 e E8 apresentaram como resposta mais de dois pares ordenados, mas não diferenciaram quais deles tocam o eixo x.

Quanto à nomenclatura raízes ou zeros de uma função, entre os participantes da pesquisa apenas E3 nomeou corretamente o ponto em que a parábola toca o eixo x, respondeu que "*recebe o nome de raiz ou zero*". Já E1, E6 e E8 afirmaram não lembrar o nome. As respostas de E4 e E7 indicaram que os estudantes não tinham certeza daquilo que estavam afirmando, ambos respondem "*Se não me engano, esses pares ordenados têm o nome de intersecção com o eixo x*". Também, E2 respondeu que o nome "*é intersecção com o eixo x*". E5 e E11 afirmam receber o nome de "coordenadas". E, por fim, E9 e E10 não responderam a esse questionamento.

Nas perguntas relacionadas ao vértice, constatou-se que os estudantes E2, E4 e E10 identificaram as coordenadas do ponto mais alto da parábola. E1 e E7 inverteram a ordem desse par ordenado e E9 não respondeu a essa pergunta. E3 e E11 identificaram apenas a ordenada do ponto mais alto. Já, E6 e E8 não representaram as coordenadas do vértice na forma de par ordenado, mas utilizaram para separar x e y uma barra. E5 não reconheceu as coordenadas desse ponto corretamente.

Quanto à nomenclatura vértice, averiguou-se que quatro estudantes nomeiam corretamente as coordenadas do ponto mais alto. E2, E3, E4 e E7 responderam que o ponto mais alto recebe o nome de vértice. Mas as respostas de E4 e E7 indicaram que não tinham certeza dessa afirmação: *"esse par ordenado, se não me engano, é vértice"*. Também E1, ao nomear esse ponto, afirmou não lembrar o nome. E5 e E11 responderam *"recebe o nome de coordenada"*. E6 e E8 apresentaram dois nomes *"Vértice, coordenada de uma parábola"*, o que também indica que não tinham certeza da resposta certa. E, por fim, E9 e E10 não responderam. Além disso, percebeu-se que as parábolas traçadas pelos estudantes E1, E2, E3, E4, E5, E8, E9, E10 e E11 apresentaram simetria.

Frente aos dados analisados, percebeu-se que os estudantes não lembraram naturalmente dos respectivos nomes "raízes" e "vértice"; mesmo que alguns tenham respondido corretamente, eles não tinham certeza.

Destaca-se que E3 nomeou corretamente as raízes, pois em uma discussão com sua dupla, sua colega perguntou à professora "*será que é raiz? Lembro que trabalhamos algo assim ano passado*.". A professora respondeu "*registrem suas hipóteses na folha, que será entregue e, assim que todos concluírem, as respectivas respostas serão socializadas e discutidas com a turma*". Sendo assim, percebeu-se que E3 lembrou-se do nome "raiz" a partir da interação com seu par.

O mesmo aconteceu ao questioná-los sobre a nomenclatura que o ponto mais alto recebe. As respostas sugiram a partir da interação entre os colegas, bem como pela mediação da professora ao orientá-los a pesquisarem no livro didático.

Ao término da Tarefa 2, iniciou-se a socialização e a discussão das respostas apresentadas pelos estudantes. Foi um momento de interação, no qual puderam esclarecer dúvidas, compartilhar experiências e ampliar conhecimentos. Questionou-se sobre as dificuldades enfrentadas ao longo das tarefas 1 e 2, e os estudantes comentaram:

> *"Tive dificuldade em fazer os gráficos, mas dai meus colegas me ajudaram", "sabia que a gente tinha estudado parábola no nono ano, só não lembrava bem certo dos nomes raízes e vértice", "a gente não sabe se tá respondendo certo", "se a senhora não tivesse me dado a dica de olhar no livro, não ia lembrar os nomes raízes e vértice", "me confundi nos quadrantes".*

Averiguou-se nos comentários que tanto a interação entre os estudantes, quanto a mediação da professora, contribuíram para que conseguissem realizar as tarefas. Após, retomaram-se os conceitos nos quais os estudantes apresentaram dificuldade no decorrer das tarefas, sistematizaram-se os conhecimentos abordados, esquematizando no quadro as principais informações.

Logo, averiguou-se que as tarefas proporcionaram a contextualização do conteúdo, promoveram a interação, a participação e o envolvimento dos estudantes, como indicaram os comentários. Permitiu identificar conhecimentos prévios dos estudantes, identificar conhecimentos a serem retomados antes de introduzir o segundo momento, bem como melhorias a serem feitas no primeiro e no segundo momentos.

6.1.1.3 Tarefa 1 do segundo momento.

Percebeu-se que tanto a imagem do "Arco da Praça da Apoteose" apresentada aos estudantes, quanto a breve conversa sobre o monumento, despertaram o interesse e a participação dos estudantes. Os comentários dos estudantes, retirados do diário de bordo, indicam isso: *"isso é um arco", "tem o mesmo formato das imagens que a gente viu na aula passada", "nunca tinha visto esse monumento", "não conhecia esse arco", "nunca vi isso na televisão" "que diferente este monumento", "tô enxergando três arcos aí".*

Ao propor na primeira tarefa que analisassem a imagem e respondessem aos questionamentos mediante discussão com um colega, percebeu-se, nas respostas apresentadas, que alguns conhecimentos não foram ampliados, mesmo depois das discussões realizadas no primeiro momento, apesar de as perguntas serem semelhantes as que foram propostas na "Tarefa 2 – 1º momento". Um trecho do diário de bordo da pesquisadora reforça essa percepção.

> *Apesar das discussões entre os estudantes e a professora sobre as questões propostas no primeiro momento, alguns deles ainda tiveram duvidas para responder a letra "d" da "Tarefa 1 – 2º momento". Perguntavam "Prô, esqueci o nome desse ponto?" referindo-se ao ponto de intersecção com o eixo x. Outros comentavam "eu não lembro", será que "É intersecção com o eixo x?", "É coordenada?", "É abscissa?", "É par ordenado?", esperando que a professora confirmasse suas respostas ou ainda, que desse uma resposta pronta. Percebi que alguns alunos ficaram frustrados por não saberem a resposta certa, ou por estarem em dúvida.*

Averiguou-se que, como a discussão ocorreu no último período, alguns haviam saído mais cedo, outros se distraíram conversando com o grande grupo e não registraram no caderno. Assim descrito no diário de bordo, o diálogo entre a professora pesquisadora e os estudantes:

> *Perguntei para a turma: "Pessoal, mas discutimos isso na aula passada! Onde estão as anotações no caderno? Fiz um esquema no quadro!". Os comentários foram: "Bá prô, foi mal, me distraí conversando e, me esqueci de anotar. Mas a senhora lembra que eu participei". "Já tava quase na hora de bater e, eu já tinha guardado o caderno e, acabei não anotando. Mas eu fui o que mais falei". "Lembra, prô, que eu saio mais cedo no último período, por causa do meu trabalho". "Tirei uma foto do quadro e me esqueci de passar pro caderno".*

Sendo assim, as respostas da letra (a) indicam que não houve dificuldade em identificar quantas vezes a parábola toca o eixo x. E1 foi o único que apresentou as coordenadas desses pontos. E3 afirmou que a parábola toca em dois pontos, mas identificou apenas um. Percebeu-se que representou de forma equivocada o par ordenado, invertendo sua ordem, o que indicou que não compreendeu o conceito de par ordenado.

> *(a) A parábola toca o eixo do x? Em quantos pontos? Quais as coordenadas desses pontos?*
> *E1: Sim (0,0) e (10,0).*
> *E2 e E5: 2 pontos.*
> *E3: Sim toca em 2 pontos (0,10).*
> *E4: Sim, em 2 pontos.*
> *E6e E8: Sim, em dois pontos.*
> *E7: Em dois pontos.*
> *E9: Sim, dois pontos.*
> *E10: 0 e 10.*
> *E11: Nos pontos 0 e 10.*

Ainda na questão da letra (a), quando orientados a analisar a parábola traçada, identificando as coordenadas dos pontos de intersecção da parábola com o eixo x, trocavam a ordem das coordenadas dos pares ordenados. Conforme a professora pesquisadora interagia com os estudantes, questionava-os se o par ordenado estava escrito corretamente, e respondiam "*ah é mesmo, inverti*", "*se a senhora tá me perguntando, só pode que está errado*", "*é mesmo, acho que não tá certo*".

Os estudantes E1, E2, E4, E6, E7, E8, E9 e E10 acertaram a questão (a) frente às intervenções da professora pesquisadora. Descrevem-se alguns questionamentos feitos aos estudantes e registrados no diário de bordo.

> *Percebi que estavam invertendo a ordem das coordenadas dos pontos localizados sobre o eixo x. Então interferi com alguns questionamentos, tais como "tem certeza que este par ordenado foi representado corretamente?", "dá uma olhadinha novamente e confere?", "quem é o primeiro elemento de um par ordenado, x ou y?". E os estudantes respondiam "não tô entendo prô, como assim?", "ah é mesmo, a gente inverteu a ordem", "primeiro é o x néh?", "ahh eu me confundi".*

A seguir, na Figura 26, as respostas apresentadas na letra "a":

Figura 26 - Respostas para a letra a.

E1, E2, E4, E7, E9 e E10: (0,0) e (10,0).
E3, E5 e E11: (0,0) e (0,10).

E6:	x	y
	0	*0*
	10	*0*

E8:	x	y
	0	*0*
	10	*0*
Ou (0,0), (10,0)		

Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

Na questão de letra (b), propôs-se que observassem o que havia em comum entre os pares ordenados (0,0) e (10,0). Os estudantes tiveram algumas dúvidas inicialmente, porém, comparando as respostas apresentadas por eles e alguns de seus comentários, retirados do diário de bordo, observou-se que a mediação da professora e as discussões com seus pares foram fundamentais para que ampliassem suas percepções e apresentassem uma resposta coerente. Apresenta-se a seguir um trecho transcrito pela professora no diário de bordo:

> *Inicialmente, para responder a letra "b", os estudantes me questionaram "como assim, prô, algo em comum?". Então orientei que observassem os pares ordenados representados na letra "b", e identificassem o que tem em comum entre eles. Alguns estudantes responderam "Ambos estão fazendo parte da parábola?", "Que são pares?", "Que estão na linha do x?". Depois que levantaram tais hipóteses, respondi: "Estas são hipóteses sobre possíveis respostas, levantadas por vocês, a partir destas observações e análises feitas, pensem e discutam tais percepções, com sua dupla, registrando-as na folha que será entregue".*

As respostas apresentadas pelos estudantes estão descritas a seguir:

> *(b) Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x, tem algo em comum. Pense e discuta com seu colega, o que esses pontos têm em comum?*
> *E1: Eu acho que é o 0 em comum.*
> *E2: O que tem comum é o zero, no eixo y.*
> *E3: Os dois possuem o número zero e se localizam no eixo x.*
> *E4: Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x tem em comum o ponto do eixo y no zero.*
> *E5: Tem comum o 0.*
> *E6 e E8: Ambos estão fazendo parte da parábola, os dois pontos possuem zero e fazem parte do eixo x.*
> *E7 e E9: O que tem em comum é o zero no eixo y.*
> *E10: Que os dois valores tem zero.*
> *E11: Eles têm em comum o zero.*

As respostas de E1, E3, E5, E6, E8, E10 e E11 estão incompletas. Faltou mencionarem que esses pares ordenados têm em comum o valor zero para y, ou ainda, o valor zero para a ordenada desses pontos. E3, E6 e E8 também apontaram como uma característica comum o fato de esses pares ordenados estarem localizados no eixo x. E6 e E8 ainda acrescentam que ambos os pares fazem parte da parábola, outra característica comum percebida entre eles.

Os estudantes E2, E4, E7 e E9 não souberam expressar-se corretamente, ao invés de escreverem que os pares ordenados têm em comum o valor zero para y, ou o valor zero para a ordenada. E2, E7 e E9 utilizaram a expressão *"[...] zero no eixo y"*. Já E4 respondeu *"[...] tem em comum o ponto do eixo y no zero"*. Estaria correto se explicassem que a ordenada de ambos os pares é zero, ou ainda, que o valor de y em ambos os pares é zero.

Para responder às perguntas correspondentes às letras "c" e "d" dessa tarefa, os estudantes precisavam lembrar do nome dos pontos de intersecção da parábola com o eixo x recebiam e também do ponto mais alto, uma vez que já haviam discutido no primeiro momento. As respostas apresentadas foram estas:

> *(c) Esses pares ordenados recebem um nome específico. Qual seria esse nome?*
> *E1: Não sei.*
> *E2, E7, E9 e E10: Raiz ou zero.*
> *E3: Coordenadas.*
> *E4: Intersecção com o eixo x ou raiz ou zero.*
> *E5 e E11: Produto cartesiano.*
> *E6 e E8: A gente não lembra, mas achamos que seja raiz ou zero.*
>
> *(d) Quais as coordenadas do ponto mais alto dessa parábola? Que nome recebe esse par ordenado?*
> ***Coordenadas:***
> *E1: O ponto mais alto é o (5,5).*
> *E2, E3, E4, E9 e E10: (5,5).*
> *E5: 5 (5,5).*
> *E6 e E8: (0,5), a coordenada desse ponto é (5,5).*
> *E7: Os pontos são (5,5).*
> *E11: é o ponto (5,5).*
> ***Nome do par ordenado:***
> *E1, E2, E3, E4, E7, E9 e E10: Vértice.*
> *E6 e E8: Vértice (V).*
> *E5 e E11: Coordenada.*

Na letra (d) percebeu-se que uma parte considerável dos estudantes identificou corretamente as coordenadas do ponto mais alto, uma vez que tanto a abscissa, como a ordenadas eram o mesmo valor.

Referente ao nome do ponto mais alto, apenas E5 e E11 apresentaram repostas equivocadas. Já na letra (c) E2, E7, E9 e E10 nomearam corretamente os pontos de intersecção da parábola com o eixo x. Percebeu-se que a mediação da professora, por meio de questionamento, contribuiu para que os estudantes respondessem corretamente à letra (c).

Percebeu-se, ainda, que tais perguntas poderiam ter sido acrescentadas a essa tarefa com o intuito de orientar os estudantes na construção do seu próprio conhecimento. Assim como os registros escritos dos educandos sobre tais questionamentos facilitariam a percepção referente ao alcance, ou não, do último objetivo, a saber: “verificar se os estudantes relacionam o conceito de raiz ou zero de uma função, explorado na função do 1º grau, com a função do 2ºgrau”.

O trecho descrito a seguir apresenta os questionamentos feitos pela professora e as conclusões de alguns estudantes.

> *Quando os estudantes diziam não saber o nome dos pontos de intersecção da parábola com o eixo x, orientava-os a procurarem no livro didático ou no caderno algumas informações referentes ao conteúdo “Função Polinomial do 1º grau” já estudado, bem como o esquema feito no quadro relacionado à “Tarefa 2- 1º Momento”. Conduzia-os por meio de perguntas tais como: “Lembra quando estudamos a função do 1º grau? Qual era o gráfico correspondente a essa função? Qual era o nome do ponto no qual a reta tocava o eixo x? Quantas vezes a reta tocava o eixo x? E a parábola traçada também toca o eixo x? Em quantos pontos? Você observa algo comum entre as coordenadas desses pontos, nos quais a reta e parábola tocam o eixo x? E agora, você saberia dizer que nome recebe os pontos em que a parábola toca o eixo x?”. Alguns chegaram a seguinte conclusão “ah é raiz ou zero pro?”.*

Logo, percebe-se que a mediação da professora foi importante nesse processo de ensinar e aprender. Monroe (2018) afirma que, na perspectiva de Vygotsky, boa parte das relações entre uma pessoa e o seu entorno não ocorre diretamente. Por exemplo, a criança utiliza um copo para levar a água a sua boca. Ou a lembrança de um choque, ou o alerta da mãe, faz com que uma criança desista de colocar o dedo na tomada. No primeiro exemplo, o copo é um instrumento que faz a mediação entre o ser humano e o mundo. Já no segundo exemplo, a lembrança de algo que já aconteceu ou o signo linguagem faz a mediação entre a criança e o mundo.

Também Monroe (2018) ainda afirma que Vygotsky mostrou a importância da mediação para o desenvolvimento dos chamados processos mentais superiores (planejar ações, imaginar objetos, conceber consequências para uma decisão entre outros).

Sendo assim, a professora atuou como mediadora desse processo de ensinar e aprender. E as tarefas fizeram a mediação entre o estudante e o objeto do conhecimento (conteúdo).

6.1.1.4 Tarefas 1, 2, 3 e 4 do quarto momento.

Analisamos nas tarefas 1, 2, 3 e 4 apenas as perguntas específicas sobre os parâmetros *a*, *b* e *c*, bem como as questões nas quais os estudantes deveriam analisar os gráficos e identificar as coordenadas do ponto de intersecção da parábola com os eixos x e y e as coordenadas do vértice.

Percebeu-se na “Tarefa 1 – 4º momento”, nas letras (a), (b) e (e), que os estudantes não apresentaram dificuldades para identificar as coordenadas do vértice e dos pontos em que o gráfico intercepta os eixos x e y.

Analisando as respostas dos estudantes nessa tarefa e comparando com um trecho transcrito do diário de bordo, averiguou-se que a interação com o aplicativo, juntamente com a mediação da professora pesquisadora, facilitou a visualização do efeito do parâmetro a no gráfico. Contribuiu, também, para que os estudantes percebessem que tanto o vértice, quanto às raízes possuíam as mesmas coordenadas, e que apenas sua abertura se modificava:

> *Na Tarefa 1, foi proposto que digitassem as funções $y=x^2$, $y=5x^2$, $y=10x^2$, $y=20x^2$, nas quais $b=0$ e $c=0$, depois determinassem os pontos nos quais toca os eixos x e y e, o vértice. Na sequência deveriam comparar esses pares ordenados, identificando o que havia em comum entre as respostas encontradas. À medida que realizavam a tarefa, perguntavam: “Pro é isso mesmo? Acho que tá errado, pois todas as respostas são iguais”, a professora questionava “Então não mudou nada nos gráficos?”, “analisem e comparem os gráficos que vocês construíram o que está acontecendo com a parábola à medida que o parâmetro a está sendo modificado?”. E eles respondiam “ele tá ficando mais magro”, “ficou mais fino”, “ficou mais pequeno”. “vai fechando”, outros diziam “a parábola faz assim [...]” e mostravam com a mão que a abertura da parábola diminuía.*

Na “Tarefa 2 – 4º momento”, um número significativo de estudantes, ao analisar os gráficos correspondentes das funções $y=-x^2$, $y=-5x^2$, $y=-10x^2$, $y=-20x^2$, responderam corretamente as letras (a), (b) e (e). No entanto, E2, E5, E9 e E11 deixaram de responder algumas perguntas.

Analisando os registros escritos dos estudantes, percebeu-se que eles conseguiram relacionar o parâmetro *a* à abertura da parábola. Dessa forma, apresenta-se um trecho transcrito dos registros dos estudantes:

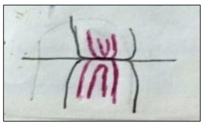
> **Tarefa 1:**
> **(i) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $\mathbf{f(x) = x^2}$ à medida que aumentamos o valor do parâmetro a?**
> *E1: Conforme o valor de “a” aumenta a parábola se fecha.*
> *E2: À medida que o x aumenta o gráfico fica mais estreito.*
> *E3 e E7: A abertura dela vai diminuir.*
> *E4: A parábola $f(x)=x^2$ é a mais “aberta”, a segunda é mais “fechadinha”, a terceira é mais “fechada” ainda e a última é bem “fechada”.*
> *E5, E11: À medida que aumentamos o valor do parâmetro, a parábola fica mais fechada.*
> *E6, E8: Eles diminuem de largura (abertura).*
> *E9: À medida que o x aumenta o gráfico fica mais estreito.*
> *E10: A abertura da parábola está diminuindo.*

Prosseguindo, a mesma percepção é evidenciada com a tarefa 2.

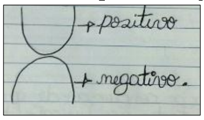
Tarefa 2:
(i) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = -x^2$ à medida que aumentamos o módulo do parâmetro a?
E1 – A parábola diminui.
E2 – Fica mais estreita.
E3 e E7: A abertura da parábola vai diminuindo.
E4: A parábola $f(x)=x^2$ tem o diâmetro mais aberto, a segunda tem o diâmetro mais fechadinho, a terceira tem o diâmetro mais fechado ainda e a última tem o diâmetro bem fechado.
E5, E11: À medida que aumentamos o valor do parâmetro, a parábola fica mais fechada.
E6, E8: Eles diminuem abertura.
E9: Ficam mais estreito.
E10: Ficou mais estreita.

Constatou-se, também, na "Tarefa 2 – 4º momento", analisando os registros escritos, que os estudantes perceberam que o parâmetro a é responsável pela concavidade da parábola. A seguir, a transcrição das repostas apresentadas pelos estudantes.

(j) Compare os gráficos construídos nas Tarefas 1 e 2, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ quando invertemos o sinal do parâmetro *a*?
E1: Que a parábola fica negativa (para baixo).
E2 e E9: Inverte totalmente um lado.
E3 e E7: Os gráficos mudam a direção por conta dos valores positivos e negativos.
E4: Quando invertemos o sinal do parâmetro a, a parábola fica para "baixo", com o sinal negativo (-), ou para "cima" com o sinal positivo. Mudando quadrante 1 e 2 para o quadrante 3 e 4 e, vice-versa.
E5, E11: A parábola vira para baixo.
E6, E8: Na atividade 1, a função $f(x)=x^2$ era positiva e na atividade 2, a função $f(x)=-x^2$ era negativa.
E10: Que um fica para cima do eixo x e o outro para baixo.
(l) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmetro *a* no gráfico.
E1: Ela ficou mais aberta ou fechada conforme o valor de "x" mudava, conforme o sinal de x muda a parábola fica para cima ou para baixo e se não existe parâmetros "a" não existe gráfico.
E2, E5, E9, E11: Não responderam.
E3 e E7: O parâmetro "a" modifica a direção das parábolas e quando aplicado os valores elas vão diminuindo.



E4: Conforme o parâmetro a, a parábola pode ter o diâmetro mais "aberto" ou mais "fechado" e, conforme o sinal negativo (-) ou positivo, ela vai para "cima" ou para "baixo", mudando de quadrantes.
E6, E8: Identificamos que o parâmetro a, modifica a abertura e também ele pode ser tanto positivo quanto negativo.



E10: Conforme o valor do parâmetro A altera, acaba determinando o tamanho da abertura da parábola.

Percebeu-se que na questão letra (a), "Tarefa 3 – 4º momento", todos os estudantes responderam que as funções (I) $f(x) = x^2$, (II) $f(x) = x^2 - 6x$, (III) $f(x) = x^2 + 6x$, (IV) $f(x) = x^2 - 4x$, (V) $f(x) = x^2 + 4x$ tocam o eixo y, no ponto de coordenadas (0,0), o que indica que houve dificuldades para identificar esse ponto.

Já na letra (b), todos identificaram corretamente que a função (I) intercepta o eixo x no ponto (0,0). Apenas E1, E2, E4 identificaram corretamente que a função (II) intercepta o eixo x nos pontos (0,0) e (6,0). E2 e E4 responderam corretamente que o ponto em que o gráfico da função (III) intercepta o eixo x, são as coordenadas (0,0) e (-6,0). E, nos gráficos das funções (IV) e (V), somente E2, E4 e E9 responderam corretamente que os pontos de intersecção com o eixo x são respectivamente, (0,0) e (4,0), (0,0) e (-4,0).

Na letra (e) percebeu-se que E10, ao identificar as coordenadas do vértice e o ponto em que a parábola toca o eixo do x e y, inverteu a ordem dos pares. Também, observou-se que E3 e E7 não souberam identificar corretamente as coordenadas do vértice das funções (II) e (III). E9 não soube identificar o vértice da função (III). E2 e E9 não souberam identificar o vértice da função (IV).

Percebeu-se que apenas um estudante inverteu a ordem dos pares, o que indica que na maior parte dos alunos ocorreu a internalização do conhecimento que está sendo proposto, ou ainda, os alunos já estão quase conseguindo fazer o que é proposto sem a ajuda dos colegas ou da professora.

Constatou-se na "Tarefa 3 – 4º momento", analisando os registros escritos, que os estudantes não compreenderam o efeito do parâmetro b no gráfico. A seguir, apresenta-se a transcrição das repostas apresentadas pelos estudantes.

Tarefa 3
(f) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V) e responda: Quando *b* é positivo a parábola toca o eixo do y em qual ramo? Quando *b* é negativo a parábola toca o eixo do y em qual ramo? E, quando *b* é zero, a parábola toca o eixo do y em qual ponto?
E1 – Não respondeu.
E2 – Crescente, decrescente e vértice.
E3 e E7: Quando o B for negativo ele toca no ramo decrescente e, quando o B for positivo, ele toca no ramo crescente, quando o B for zero a parábola irá ter apenas o vértice.
E4: Toca o eixo y no ramo (0,0). III e V ramo crescente. IV e II decrescente.
E5, E11: No ramo crescente. No ramo decrescente. No ponto (0,0) no vértice da parábola.
E6, E8: No ramo positivo é crescente. No ramo negativo é decrescente. Toca o eixo no ponto (0,0).
E9: (0,0) crescente. (0,0) decrescente. (0,0) vértice.
E10: Quando B é positivo a parábola toca o eixo y no ramo crescente. Quando o B é negativo a parábola toca o eixo y no ramo decrescente. Quando o B é zero, o vértice fica na coordenada (0,0).

Prosseguindo, a mesma percepção de que os alunos não assimilaram adequadamente o conhecimento é evidenciada com as demais perguntas.

> **(g) Analisando as respostas da questão anterior, letra (f), existe alguma regularidade entre o parâmetro *b* e o ramo crescente, decresente e o vértice da parábola?**
> *E1 – Não respondeu.*
> *E2 – Quando o valor for negativo o ramo será decrescente toca o eixo y. Quando o valor for positivo o ramo crescente e toca o eixo y. Quando o valor for zero, o vértice intercepta o eixo y.*
> *E3 e E7: Sim, pois quando o B é negativo o ramo irá ser decrescente e quando o B for positivo o ramo irá ser crescente.*
> *E4: Quando b é negativo o ramo é decrescente e quando o b é positivo o ramo é crescente.*
> *E5, E11: Sim, quando o B é positivo a parábola toca o eixo y no ramo crescente e, quando B é negativo ela toca o eixo do y no ramo decrescente. Quando o B é zero.*
> *E6, E8: Sim, pois quando é positivo é crescente, e quando é negativo é decrescente.*
> *E9: Quando o valor for negativo, o ramo será decrescente tocando o eixo y. Quando o valor for positivo, o ramo crescente toca o eixo y. Quando o valor for zero, o vértice intercepta o eixo y.*
> *E10: Sim, sempre que o B for positivo, a parábola toca o eixo y no ramo crescente; sempre que o B for negativo, a parábola toca o eixo y no ramo decrescente; sempre que o B for zero, o vértice fica na coordenada (0,0).*
> **(k) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro *b*.**
> *E1, E5, E11: Não responderam.*
> *E2, E9: O parâmetro B é o número que acompanha o termo x.*
> *E3 e E7: Quando o valor do parâmetro b é positivo, os valores do vértice são negativos e quando o parâmetro for negativo o resultado do vértice será um positivo e outro negativo.*
> *E4: De acordo com o valor do parâmetro b, a parábola pode ser mais aberta ou fechada, positiva ou negativa, quadrante 1 e 2, ou quadrante 3 e 4.*
> *E6, E8: Quando o valor do parâmetro b é positivo os valores do ver... (observação: não concluíram).*
> *E10: Na mudança de sinal do parâmetro B, o quadrante do vértice acaba mudando, mesmo que o resto da função permaneça igual.*

Analisando a “Tarefa 4 – 4º momento” percebeu-se que E1, E5 e E11 não responderam nenhuma pergunta da letra (a), (b) e (e). Já na letra (a), observou-se que E2, E4, E6, E8, E10 não apresentaram dificuldades para identificar as coordenadas do ponto de intersecção dos gráficos com o eixo y. E3 e E7 identificam de forma equivocada que o ponto de intersecção da função (IV) $f(x) = x^2 - 6$ com o eixo y é (0,6), respondendo corretamente as demais funções. E9 responde corretamente as funções (I) $f(x) = x^2$, (II) $f(x) = x^2 - 4$ e (III) $f(x) = x^2 + 4$; não responde as funções (IV) $f(x) = x^2 - 6$ e (V) $f(x) = x^2 + 6$.

Na questão letra (b) observou-se que E2, E4, E6, E8, E9 e E10 identificaram corretamente as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico da função (I) com o eixo x. Também, E6 e E8 analisaram os gráficos das funções (I), (II) e (III) e identificaram corretamente os respectivos pontos nos quais a parábola toca o eixo x. E1. E6, E8 e E9 não apresentaram respostas para as funções (IV) e (V). E3 e E7 responderam corretamente às perguntas da letra (b), exceto a função (IV). Destaca-se que nenhum estudante soube responder corretamente essa pergunta.

Na letra (e) percebe-se que E2, E3, E6, E7, E8, E10 souberam identificar as coordenadas do vértice. E4 e E10 identificaram corretamente o vértice das parábolas construídas no aplicativo, exceto da função (II). Da mesma forma, E9 soube identificar o vértice das funções (I), (II) e (III).

Analisando os registros escritos, averiguou-se que as perguntas da "Tarefa 4 – 4º momento", da maneira como foram formuladas, não contribuíram para que os estudantes percebessem o efeito do parâmetro c. A seguir, a transcrição das repostas dos estudantes.

> Tarefa 4
> **(f) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Qual a regularidade existente entre o ponto em que a parábola toca o eixo *y* e o parâmetro *c*?**
> *E1, E3, E5, E7, E9, E11: Não respondeu.*
> *E2: Os pontos tocaram o eixo y são os mesmo do parâmetro c.*
> *E4, E10: As funções que possuem apenas o parâmetro a e c, sempre é o vértice.*
> *E6, E8: A gente não soube responder, desculpa.*
> **(l) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro *c*.**
> *E1, E5, E9, E11: Não respondeu.*
> *E2: O número que acompanha o parâmetro c.*
> *E3 e E7: Quando mudamos de sinal ele desloca a parábola.*
> *E4: O parâmetro C é sempre o vértice.*
> *E6, E8: Os efeitos faz com que a parábola mude de espessura.*
> *E10: O parâmetro c é sempre o vértice. Não foi nulo.*

Analisando um trecho retirado do diário de bordo, averiguou-se a necessidade de fazer ajustes e reformular algumas perguntas das tarefas 1, 2, 3 e 4, no decorrer de sua aplicação. A interação professor-aluno contribuiu para essa constatação.

> *Conforme os estudantes solicitavam meu auxílio, percebi que os questionamentos propostos, não contribuíam para aquilo que deveria ser observado nas parábolas e consequentemente, levar a compreensão do efeito do parâmetro c. Ou seja, para observar os efeitos do parâmetro c, os estudantes deveriam identificar em que ponto a parábola toca o eixo y, à medida que o parâmetro c, era modificado. No entanto, as perguntas os levavam a observar em quantos pontos a parábola estava tocando o eixo x. Enquanto auxiliava-os fazia automaticamente alterações nas perguntas, por exemplo, compare a função (II) e a função (IV), em que ponto a primeira parábola toca o eixo y? E a segunda? E a outra parábola toca o eixo y em que ponto? Toca na parte positiva ou negativa do eixo y?*
> *Agora, compare os gráficos das funções (III) e (V), em que ponto a primeira parábola toca o eixo y? E a segunda? E a outra parábola toca o eixo y em que ponto? Toca na parte positiva ou negativa do eixo y?*

Depois de analisar as tarefas propostas no quarto momento, percebeu-se a necessidade de reformulá-las para que o objetivo seja alcançado. Ou seja, levar os estudantes a notarem quais são os efeitos dos parâmetros a, b e c na parábola, bem como verificar se eles sabem identificar no gráfico da função do 2º grau, o ponto de intersecção da parábola com os eixos x e y e as coordenadas do vértice.

A primeira alteração está na distribuição das funções dentro da tabela. As leis matemáticas foram apresentadas no enunciado, deixando na coluna "funções" apenas o número romano correspondente a cada uma delas. A segunda alteração refere-se a algumas perguntas que foram retiradas e outras que foram reformuladas. Apresentam-se a seguir as modificações das perguntas para uma posterior aplicação:

> **Tarefa 1**
> **Perguntas mantidas:** (a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)? (b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)? (c) Para que valores de x a função é crescente? (d) Para que valores de x a função é decrescente? (e) Coordenadas do vértice? (i) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ à medida que aumentamos o valor do parâmetro *a*?
> **Perguntas retiradas:** (f) Compare as respostas da letra (a), o que elas têm em comum? (g) Compare as respostas da letra (b), o que elas têm em comum? (h) Compare as coordenadas do vértice destas funções, o que elas têm em comum? (j) Identifique o eixo de simetria de cada função e compare com a função $f(x) = x^2$, o que aconteceu?
> **Tarefa 2**
> **Perguntas mantidas:** (a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)? (b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)? (c) Para que valores de x a função é crescente? (d) Para que valores de x a função é decrescente? (e) Coordenadas do vértice? (i) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = -x^2$ à medida que aumentamos o módulo do parâmetro *a*? (j) Compare os gráficos construídos nas Tarefas 1 e 2, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ quando invertemos o sinal do parâmetro *a*? (l) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmetro *a* no gráfico.
> **Perguntas retiradas:** (f) Compare as respostas da letra (a), o que elas têm em comum? (g) Compare as respostas da letra (b), o que elas têm em comum? (h) Compare o vértice destas funções, o que elas têm em comum? (k) Identifique o eixo de simetria de cada função e compare com a função $f(x) = -x^2$, o que aconteceu?
> **Tarefa 3**
> **Perguntas mantidas:** (a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)? (b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)? (c) Para que valores de x a função é crescente? (d) Para que valores de x a função é decrescente? (e) Coordenadas do vértice? (k) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro b.
> **Perguntas reformuladas:** letras (f) e (g). Destaca-se que a letra (f) se ramificou em três perguntas, correspondente as letras (f), (g) e (h).
> **Perguntas retiradas:** (h) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V) analisando os pontos de intersecção com o eixo x e responda: Existe alguma regularidade entre o parâmetro b e esses pares ordenados (as raízes)? Qual? (i) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Analise o vértice das funções, o que aconteceu? Existe alguma regularidade entre o parâmetro b e o vértice? Qual? (j) Quem é o eixo de simetria da função $f(x) = x^2$? Comparando-o com o eixo de simetria das demais funções, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$, a medida que o parâmetro b é modificado $f(x) = ax^2 + bx$?

Prosseguindo, a seguir são apresentadas as modificações das perguntas no que tange à tarefa 4.

> **Tarefa 4**
> **Perguntas mantidas:** (a) O gráfico intercepta o eixo y? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)? (b) O gráfico intercepta o eixo x? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)? (c) Para que valores de x a função é crescente? (d) Para que valores de x a função é decrescente? (e) Coordenadas do vértice? (f) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Qual a regularidade existente entre o ponto em que a parábola toca o eixo y e o parâmetro c? (l) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro c.
> **Perguntas reformuladas:** letras (h) (i) e (j).
> **Perguntas retiradas:** (g) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Qual a regularidade existente entre o vértice e o parâmetro c? (k) O que aconteceu como gráfico da função $y = x^2$, quando alteramos o parâmetro c, $f(x) = ax^2 + c$?

Frente ao que foi analisado, percebeu-se que o aplicativo foi uma ferramenta excelente na mediação entre o estudante e o objeto do conhecimento. Identificou-se que o aplicativo oportunizou que os gráficos fossem construídos rapidamente, consequentemente oportunizou também mais tempo para dedicar o mesmo à análise à exploração dos efeitos dos parâmetros a, b e c. Notadamente, a interação e a ajuda mútua foram positivas e oportunizaram a internalização do conhecimento, favorecendo aos estudantes discutir suas respostas e aprender com o outro.

6.1.1.5 Tarefas 1, 2 e 3 do oitavo momento

No oitavo momento foram analisadas as respostas apresentadas pelos grupos na tarefa 1, depois na tarefa 2 e, por fim, na tarefa 3. Salienta-se que os estudantes E3, E6, E7 e E8 eram integrantes do primeiro grupo. Os estudantes E2 e E9 faziam parte do segundo grupo. O estudante E1 fazia parte do terceiro grupo. Também, E4 e E10 eram componentes do quarto grupo. Já E5 e E11 eram integrantes do quinto grupo. Dessa forma, o primeiro, o segundo, o terceiro, o quarto e o quinto grupo serão representados por G1, G2, G3, G4 e G5, respectivamente.

Destaca-se que havia outros integrantes nos grupos, no entanto, analisaram-se as respostas desses estudantes, uma vez que estes entregaram todas as atividades ao longo da aplicação da sequência didática.

A seguir, conforme Quadro 19, apresenta-se a transcrição das respostas fornecidas pelos grupos na tarefa 1.

Quadro 19 - Respostas dos grupos – Tarefa 1

T1: Como vai ser esta parábola? Identifique algumas características a partir da análise dos parâmetros a, b e c.		
G1	E3	O **parâmetro a** é <0 e a concavidade é para baixo. O **parâmetro b** é <0 e toca o eixo do y no ramo decrescente. O **parâmetro c** é < 0 e é abaixo de zero.
	E6	O **parâmetro a** é positivo, a>0, a concavidade é para cima. O **parâmetro b** é menor que zero e toca o eixo do y no ramo decrescente. O **parâmetro c** é > 0, portanto toca o eixo do y acima do zero.
	E7	O **parâmetro a** é positivo >0 e a concavidade para cima. O **parâmetro b** é menor que zero e toca o eixo do y no ramo decrescente. O **parâmetro c** é maior que zero, portanto a parábola toca o eixo y acima do zero.
	E8	O **parâmetro a** é positivo, >0, a concavidade está para cima. O **parâmetro b** é igual a zero, e toca o eixo de simetria na linha do y. O **parâmetro c** é maior que zero, portanto a parábola toca o eixo do y acima de zero.
G2	E2	**Parâmetro a:** -1 (menor que 0) concavidade para baixo. **Parâmetro b:** 5 (maior que 0) toca no ramo crescente. **Parâmetro c:** -6 (menor que 0) toca no eixo negativo.
	E9	**Parâmetro a:** 1 (maior que 0) concavidade para cima. **Parâmetro b:** -2 (menor que 0) toca no ramo decrescente. **Parâmetro c:** 1 (maior que 0) toca no eixo positivo.
G3	E1	**Parâmetro a:** vai ter a concavidade voltada para baixo, pois é negativo. **Parâmetro b:** vai tocar o eixo y com o ramo crescente. **Parâmetro c:** vai ficar abaixo do eixo x, pois é negativo.
G4	E4	**a>0:** A concavidade da parábola é voltada para baixo, pois a é negativo. **b<0:** No ramo decrescente, pois b é negativo. **c<0:** Intercepta no ponto (0,-1)
	E10	Não respondeu.
G5	E5	**a é positivo**, então a concavidade é para cima. **b é positivo**, então vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente. **c é igual a 1**, então 1 será o ponto de intersecção com o eixo y.
	E11	**a é positivo**, então a concavidade é voltada para cima. **b é positivo**, então vai interceptar o eixo y no seu ramo crescente. **c é igual a 5**, então 5 será o ponto de intersecção com o eixo y.

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Analisando as respostas apresentadas pelos estudantes do grupo 1 (E3, E6, E7 e E8), percebeu-se que não houve dificuldade para a realização da Tarefa 1. No entanto, destaca-se que algumas respostas estão incompletas e outras equivocadas. No caso, E3 afirmou que "*O parâmetro c é < 0 e é abaixo de zero*" (E3, 2019), mas a justificativa apresentada está incompleta, uma vez que quando o parâmetro c é negativo, significa que a parábola vai tocar o eixo y em sua parte negativa. E8 respondeu que "*O parâmetro b é igual a zero, e toca o eixo de simetria na linha do y*" (E8, 2019), e poderia ser complementada afirmando que, quando o parâmetro b é zero, a parábola toca o eixo y no vértice, e que o eixo de simetria será o eixo das ordenadas.

Analisando as respostas apresentadas pelos estudantes E2 e E9 do grupo 2, percebeu-se que algumas respostas apresentadas na Tarefa 1 estão incompletas. Faltou E2 mencionar em qual eixo o ramo crescente tocará, quando o parâmetro b é positivo. O mesmo acontece com E9, que não menciona em qual eixo o ramo decrescente tocará, quando o parâmetro b é negativo.

Analisando as respostas apresentadas por E1, do grupo 3, percebeu-se que, na análise do parâmetro b, ficou faltando justificar que a parábola toca o eixo y no ramo crescente, por ser positivo. E na análise do parâmetro c, a resposta apresentada por E1 está equivocada. Em sua resposta, E1 afirmou em sua conclusão que a parábola fica abaixo do eixo x, pois o parâmetro c é negativo.

Analisando os registros escritos do quarto grupo, percebeu-se que as respostas apresentadas na Tarefa 1, por E4, estão equivocadas. Já E10 sequer respondeu a essa pergunta, o que indica que ambos não compreenderam os conceitos relacionados aos parâmetros a, b e c.

Analisando as repostas apresentadas na Tarefa 1, pelo quinto grupo, percebeu-se que os estudantes compreenderam satisfatoriamente os efeitos dos parâmetros a, b e c. No entanto, é possível identificar que faltou para E5 e E11 complementarem suas afirmações, pois faltou a eles mencionar que as parábolas correspondentes tocam o eixo y, nos pontos 1 e 5, respectivamente.

No Quadro 20 a seguir, apresentam-se os registros de acertos e erros na Tarefa 2. As questões analisadas foram: (a) Expressão analítica. (b) Raízes ou zeros da função? (c) Coordenadas do Vértice? (d) Intersecção da parábola com o eixo y? (e) Represente graficamente as funções. (f) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?

Quadro 20 - Acertos e erros na Tarefa 2

G*	E**	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
G1	E3	(VI) $y = -x^2 - 6x - 9$	Errou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
	E6	(III) $y = x^2 - 4x + 4$	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
	E7	(IV) $y = x^2 - 4x + 5$	Errou	Errou	Acertou	Errou	Acertou
	E8	(II) $y = 2x^2 + 6$	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
G2	E2	(I) $y = -x^2 + 5x - 6$	Errou	NR***	NR	Aplicativo	NR
	E9	(II) $y = x^2 - 2x + 1$	Acertou	NR	NR	Aplicativo	NR
G3	E1	(III) $y = -x^2 + 4x - 4$	Acertou	Acertou	Acertou	Aplicativo	NR
G4	E4	(II) $s(t) = -2t^2 + 4t$	Acertou	Acertou	NR	Aplicativo	NR
	E10	(III) $y = -4x^2 - 4x - 1$	Errou	Errou	Errou	NR	NR
G5	E5	(III) $y = 4x^2 + 4x + 1$	NR	NR	NR	NR	NR
	E11	(VI) $y = 5x^2 + 10x + 5$	NR	NR	NR	NR	NR

*G – Grupos
**E – Estudantes
***NR – Não respondeu
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Constatou-se, na segunda tarefa, que E3 e E7, do grupo 1, calcularam e identificaram incorretamente as raízes da função, e E7 também não soube determinar de forma correta as coordenadas do vértice. Ambos apresentaram dificuldade na realização dos cálculos em aula, principalmente nas operações básicas. Em um trecho retirado do diário de bordo é reforçada essa afirmação:

> *Durante a realização da "Tarefa 2 – 8º momento" um número expressivo de estudantes apresentou dificuldade na realização dos cálculos, nos aspectos relacionados ao jogo de sinal, potenciação, ordem das operações, radiciação, divisão, soma de número com sinais diferentes, soma com números negativos. Ou ainda, se esqueciam de extrair a raiz quadrada ao resolver a fórmula de Bhaskara, de fazer o jogo se sinal quando o parâmetro b era negativo. O mesmo acontecia ao calculares o x e o y, do vértice.*

E6 e E8, do grupo 1, calcularam e responderam corretamente essa tarefa, porém a interação no grupo contribuiu para que E8 conseguisse realizá-la. Destaca-se um comentário de E8, registrado pela professora no diário de bordo:

> *"Professora! Eu não sei fazer Bhaskara, na verdade eu nunca aprendi. É que assim, no ano passado minha professora de matemática ficou doente e minha turma não teve quase nada em matemática. Eu não aprendi esse conteúdo" e no dia da avaliação a aluna sequer tentou calcular as raízes da função proposta.*

Já E2 e E9, do grupo 2, calcularam apenas as raízes das funções, mas apenas E9 determinou corretamente esses valores. Para as demais questões não foram apresentadas respostas.

Ao analisar os registros escritos de E1, do grupo 3, percebeu-se que, em vez de desenvolver os cálculos para determinar os zeros da função e o vértice, o estudante utilizou o aplicativo, uma vez que as respostas apresentadas são idênticas ao indicado no aplicativo, conforme segue: "A = Raiz (h) → (2,0); B = Extremo (h) → (2,0); Interseção (h, Eixo Y) → C (0,-4)" (E1, 2019).

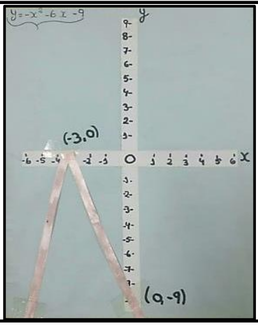
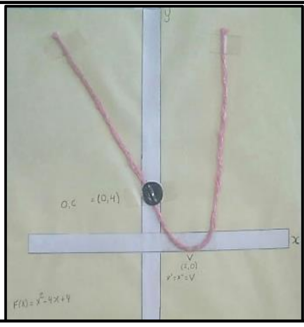
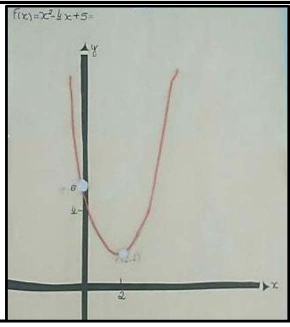
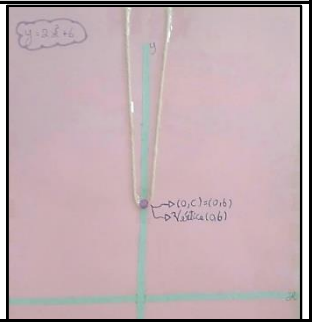
O mesmo aconteceu com E4, do quarto grupo, que construiu o gráfico no aplicativo, utilizando-o para identificar as raízes e as coordenadas do vértice. Inicialmente, tentou determinar algebricamente esses pontos, porém, frente às dificuldades nas operações básicas, não conseguiu avançar, optando pelo aplicativo para conseguir concluir a tarefa. Também E10 apresentou o desenvolvimento dos cálculos, mas estavam incorretos.

Observou-se, durante as aulas, que E5 e E11, do quinto grupo, também apresentaram dificuldade na realização dos cálculos para determinação das coordenadas do vértice, das raízes e para a construção manual do gráfico. Ao analisar suas respostas, constatou-se que deixaram questões sem responder, o que pode indicar a não compreensão desses conceitos.

Frente a esses dados percebeu-se a necessidade de explorar esses conceitos por mais tempo, visando uma melhor compreensão e assimilação por parte dos estudantes.

No Quadro 21 a seguir, apresentam-se os gráficos ampliados por E3, E6, E7 e E8 (grupo 1), respectivamente. E no quadro 22, apresentam-se a transcrição das respostas dos estudantes e as características percebidas nos gráficos e as respostas equivocadas na tarefa 3:

Quadro 21 - Gráficos ampliados grupo 1.

E3	E6	E7	E8
			

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Quadro 22 - Análise dos gráficos representados por E3, E6, E7 e E8.

Tarefas 3: Ampliar o gráfico e preencher a ficha com suas respectivas características.				
	Expressão Analítica	Pares Ordenados	Características percebidas	Respostas equivocadas
E3	$y = -x^2 - 6x - 9$	V*(-3,0) R** (-3,0) C*** (0,-9)	1. Concavidade para baixo. 13. 2 raízes reais e iguais. 16. $a < 0$ 19. $b < 0$ 22. $C < 0$ 29. $\Delta = 0$	2. Vértice no 3º quadrante e no eixo das abscissas.
E6	$y = x^2 - 4x + 4$	V(2,0) R (2,0) C (0,4)	1. Concavidade para cima. 13. 2 raízes reais e iguais 17. $a > 0$ 19. $b < 0$ 21. $C > 0$ 29. $\Delta = 0$	2. Vértice no 1º quadrante e no eixo das abscissas.
E7	$y = x^2 - 4x + 5$	V (2,1) R: nenhuma C = (0,5)	1. Concavidade para cima. 11. Não admite raízes reais 17. $a > 0$ 19. $b < 0$ 21. $C > 0$ 30. $\Delta < 0$	2. Vértice no 1º quadrante e no eixo das ordenadas.
E8	$y = 2x^2 + 6$	V(0,6) C (0,6)	1. Concavidade para cima 2. O vértice no eixo das ordenadas. 11. Não admite raízes reais	16. 17. Efeito do parâmetro a (NR) 18. 19. 20. Efeito do parâmetro b (NR) 21. 22.23. Efeito do parâmetro c (NR) 28. 29. 30. Discriminante Δ (NR)

V* vértice
R** raízes ou zeros
C*** par ordenado (0,c)
NR não respondeu
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

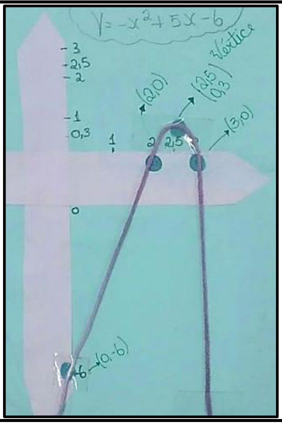
E3, E6 e E7 responderam equivocadamente apenas a questão 2, o que indica que ainda estão internalizando esse conceito. E3 afirmou que o vértice da parábola está simultaneamente no 3º quadrante e no eixo das abscissas. E6 respondeu que o vértice da parábola está localizado no 1º quadrante e no eixo das abscissas. E7 respondeu que o vértice está localizado no 1º quadrante e no eixo das ordenadas. Ressalta-se que E7 apresentou dificuldade para a construção do gráfico e sua análise, no entanto, durante a realização das tarefas, interagia com os colegas e com a professora, questionando suas dúvidas.

As respostas marcadas por E8 estão corretas, no entanto deixou de responder às perguntas relacionadas aos efeitos dos parâmetros a, b e c, no gráfico, bem como a que explora a relação entre Δ e a quantidade de raízes; o que indica que E8 não percebeu tais características ao analisar o gráfico e que tais conceitos ainda não foram internalizados pelo estudante.

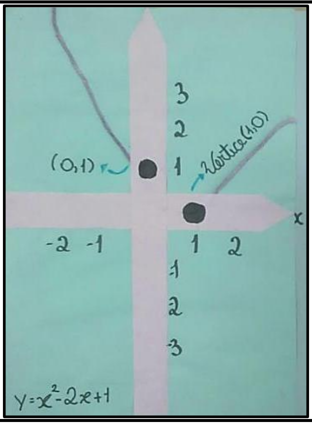
No Quadro 23 a seguir, apresentam-se os gráficos ampliados por E2 e E9 (grupo 2), respectivamente. No Quadro 24, apresentam-se a transcrição das respostas dos estudantes e as características percebidas nos gráficos e as respostas equivocadas na tarefa 3:

Quadro 23 - Gráficos ampliados grupo 2.

E2



E9



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Quadro 24 - Análise dos gráficos representados por E2 e E9.

Tarefas 3: Ampliar o gráfico e preencher a ficha com suas respectivas características.				
	Expressão Analítica	Pares Ordenados	Características percebidas	Respostas equivocadas
E2	$y = -x^2 + 5x - 6$	V* (2,5; 0,25) R** (2,0) e (3,0) C*** (0,-6)	1. Concavidade para baixo. 2. Vértice no 1º quadrante. 12. Admite raízes reais. 14. 2 raízes reais e distintas. 16. $a < 0$ 18. $b > 0$ 22. $C < 0$ 28. $\Delta > 0$	Nenhuma
E9	$y = x^2 - 2x + 1$	V(1,0) R(1,0) C (0,1)	Nenhuma	Todas

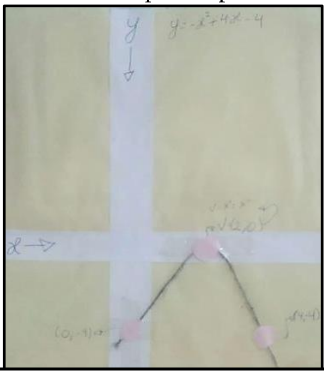
V* vértice
R** raízes ou zeros
C*** par ordenado (0,c)
NR não respondeu
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

E2 acertou as questões analisadas. Durante as aulas, percebeu-se que E2 apresentou dificuldade para identificar as características da parábola ampliada sozinho, no entanto a mediação da professora e a interação com os colegas contribuíram para que respondesse corretamente.

Já E9 não acertou nenhuma questão. O que pode indicar que o estudante ainda não internalizou esses conceitos, tais como: a concavidade da parábola, perceber em qual quadrante a parábola traçada está localizada, perceber a relação entre as raízes e a intersecção da parábola com o eixo, os efeitos dos parâmetros a, b e c no gráfico e a relação entre Δ e a quantidade de raízes.

No Quadro 25 a seguir, apresenta-se o gráfico ampliado pelo estudante E1, grupo 3, bem como as características percebidas e as respostas equivocadas, na tarefa 3:

Quadro 25 - Análise do gráfico representado E1

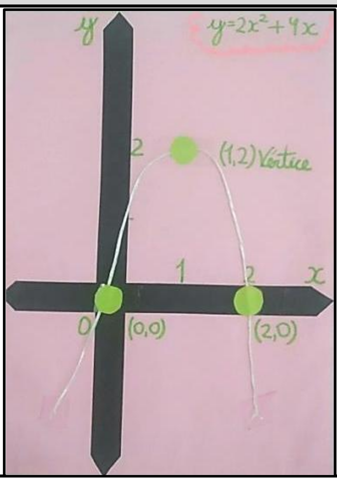
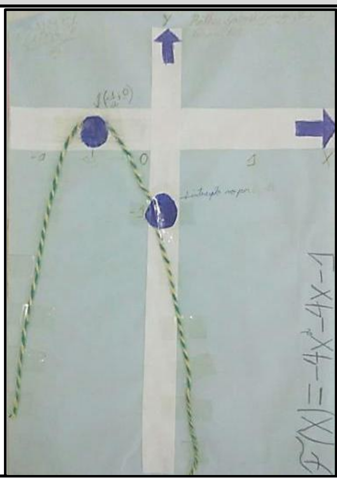
<table>
<tr><td colspan="2">Tarefas 3: Ampliar o gráfico e preencher a ficha com suas respectivas características.</td></tr>
<tr><td>Gráfico ampliado por E1

</td><td>Expressão Analítica: $y = -x^2 + 4x - 4$
Pares ordenados:
Vértice (2,0)
Raízes (2,0)
(0,c) = (0,-4)
Características percebidas no gráfico:
1. A parábola tem a concavidade voltada para baixo.
2. O vértice está no eixo das abscissas.
13. A função tem duas raízes reais e iguais
16. $a < 0$ 18. $b > 0$ 22. $C < 0$ 29. $\Delta = 0$
Respostas equivocadas
Nenhuma</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

E1 acertou as questões relacionadas à concavidade, ao vértice, às raízes, ao discriminante e aos parâmetros da parábola. O estudante também apresentou dificuldade para identificar as características da parábola ampliada sozinho, mas a mediação da professora e a interação com os colegas contribuíram para que respondesse corretamente.

No Quadro 26 a seguir, apresentam-se os gráficos ampliados por E4 e E10 (grupo 4), respectivamente. No Quadro 27 apresentam-se a transcrição das respostas dos estudantes e as características percebidas nos gráficos e as respostas equivocadas na tarefa 3:

Quadro 26 - Gráficos ampliados grupo 4.

E4	E10
	

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Quadro 27 - Análise dos gráficos representados por E4 e E10.

Tarefas 3: Ampliar o gráfico e preencher a ficha com suas respectivas características.				
	Expressão Analítica	Pares Ordenados	Características percebidas	Respostas equivocadas
E4	$y = -2x^2 + 4x$	V* (1,2) R** (0,0) e (2,0) C*** (0,0)	1. Concavidade para baixo 2. Vértice no 1º quadrante 12. Admite raízes reais 14. Duas raízes reais e distintas 28. $\Delta > 0$	16. 17. Efeito do parâmetro a 18. 19. 20. Efeito do parâmetro b 21. 22.23. Efeito do parâmetro c
E10	$y = -4x^2 - 4x - 1$	V (-0,5; 0) R (-0,5; 0) C (0,-1)	1. Concavidade para baixo 2. Vértice no eixo das abscissas 13. Duas raízes reais e iguais 16. $a < 0$ 19. $b < 0$ 22. $C < 0$ 29. $\Delta = 0$	Nenhuma

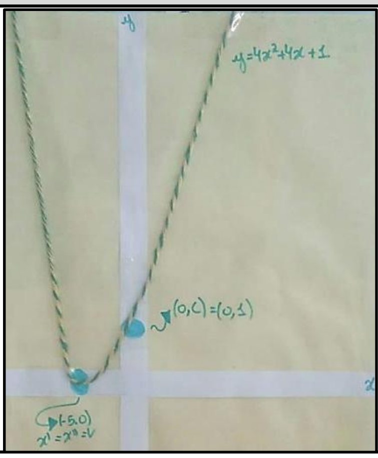
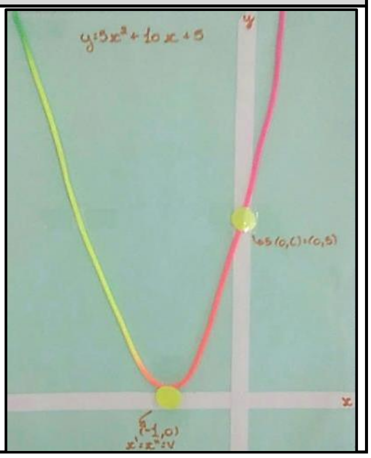
V* vértice
R** raízes ou zeros
C*** par ordenado (0,c)
NR não respondeu
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

E4 acertou as perguntas relacionadas à concavidade, ao vértice e ao quadrante, às raízes e ao discriminante (delta). Porém, os parâmetros a, b e c, foram analisados equivocadamente, o que pode indicar que esses conceitos ainda não foram internalizados.

Já as respostas marcadas por E10 estão corretas. Percebe-se que, assim como, E1 (grupo 3) e E2 (grupo 2), também E10 apresentou dificuldade para identificar as características da parábola ampliada sozinho, no entanto a mediação da professora e a interação com os colegas contribuíram para que respondesse corretamente. O que indica que os estudantes estão em processo de apropriação e internalização desses conceitos.

No Quadro 28 a seguir, apresentam-se os gráficos ampliados por E5 e E11 (grupo 5), respectivamente. No Quadro 29, apresentam-se a transcrição das respostas dos estudantes e as características percebidas nos gráficos e as respostas equivocadas na tarefa 3:

Quadro 28 - Gráficos ampliados grupo 5.

E5	E11
	

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Quadro 29 - Análise dos gráficos representados por E5 e E11.

Tarefas 3: Ampliar o gráfico e preencher a ficha com suas respectivas características				
	Expressão Analítica	Pares Ordenados	Características percebidas	Respostas equivocadas
E5	$y = 4x^2 + 4x + 1$	V* (-5,0) R** (-5,0) C*** (0,1)	1. Concavidade para cima 13. Duas raízes reais e iguais 17. $a > 0$ 18. $b > 0$	2. Vértice no 1º quadrante e no eixo das abscissas 21. 22.23. Efeito do parâmetro c (NR) 28. 29. 30. Determinante Δ (NR)
E11	$y = 5x^2 + 10x + 5$	V (-1; 0) R (-1; 0) C (0,5)	1. Concavidade para cima 13. Duas raízes reais e iguais 18. $b > 0$ 21. $C > 0$ 29. $\Delta = 0$	2. Vértice no 2º quadrante e no eixo das abscissas 16. 17. Efeito do parâmetro a (NR)

V* vértice
R** raízes ou zeros
C*** par ordenado (0,c)
NR não respondeu
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

E5 e E11 acertaram as questões relacionadas à concavidade e à quantidade de raízes. E5 relaciona corretamente os efeitos parâmetro a e b. E11 relaciona corretamente o discriminante (Δ) e os efeitos do parâmetro b e c analisando a parábola ampliada.

E5 deixou as questões que solicitavam para identificar os efeitos do parâmetro c e o discriminante (Δ) sem responder. Ao analisar o quadrante em que o vértice está localizado, E5 responde no 1º quadrante e no eixo das abscissas. E11, ao identificar o quadrante no qual a parábola está localizada respondeu no 2º quadrante e no eixo das abscissas, o que pode indicar que tais conceitos estão em processo de apropriação.

No Quadro 30 a seguir, apresentam-se os registros de acertos e erros na Tarefa 3.

Quadro 30 - Acerto e erros na Tarefa 3.

G*	E**	**Q****1 -** Identificar se a concavidade é para cima ou para baixo.	**Q2** Identificar em qual quadrante está localizado o vértice.	**Q 11, 12, 13 e 14** Analisar o gráfico e identificar se possui raízes reais ou não.	**Q 16 e 17** Analisar parâmetro a.	**Q 18, 19 e 20** Analisar parâmetro b.	**Q 21, 22 e 23** Analisar parâmetro c.	**Q 28, 29 e 30** Analisar o Δ.
G1	E3	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
	E6	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
	E7	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
	E8	Acertou	Acertou	Acertou	NR***	NR	NR	NR
G2	E2	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
	E9	Errou	Errou	Errou	Errou	Errou	Errou	Errou
G3	E1	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
G4	E4	Acertou	Acertou	Acertou	Errou	Errou	Errou	Acertou
	E10	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
G5	E5	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Acertou	NR	NR
	E11	Acertou	Errou	Acertou	Errou	Acertou	Acertou	Acertou

*G1 – grupo 1, G2 – grupo 2,...
**E – Estudante 1, E2 – Estudante 2,...
***NR – Não respondeu
****Q – Questão 1, Questão 2,...
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

As questões analisadas foram: (Q1) Concavidade voltada para cima ou para baixo. (Q2) Em qual quadrante o vértice está localizado, ou em qual eixo. (Q11), (Q12), (Q13) e (Q14) relação entre o gráfico e a quantidade de raízes. (Q16) e (Q17) Parâmetro a. (Q18), (Q19) e (Q20) Parâmetro b. (Q21), (Q22) e (Q23) Parâmetro c. (Q28), (Q29) e (Q30) relação entre o gráfico e o discriminante (delta).

Percebeu-se, nos momentos anteriores, que os parâmetros a, b e c foram explorados por meio do aplicativo, em que a parábola era construída e analisada pelos estudantes, com o intuito de perceber o que acontecia com ela à medida que os parâmetros eram modificados. Já na primeira tarefa, do oitavo momento, exigiu-se que os estudantes analisassem os parâmetros e utilizassem os conceitos internalizados para dizer como ela seria ou por meio da ajuda de outro colega, ou por meio da interação com as anotações feitas em seu caderno. E na terceira tarefa, a parábola ampliada era analisada, buscando-se identificar algumas de suas características, entre as quais estão os parâmetros a, b e c. Sendo assim, averiguou-se que tais conceitos estão na iminência de serem internalizados à medida que estão sendo explorados de diferentes formas.

As tarefas 1, 2 e 3 foram válidas, uma vez que proporcionaram aos estudantes uma forma diferente para refletir sobre os conceitos estudados, favoreceram a internalização do conhecimento, bem como a evolução do desenvolvimento proximal para o real. Além disso, a interação entre os estudantes e a mediação da professora contribuíram para que realizassem as tarefas e esclarecessem algumas de suas dúvidas.

Segundo Monroe (2018), na perspectiva sociocultural de Vygotsky, a interação tem uma função central no processo de internalização. Afirma também que a aprendizagem é uma atividade conjunta e colaborativa, frente a isso, o professor possui um papel privilegiado nesse processo, uma vez que ele “[...] é o grande orquestrador de todo o processo. Além de ser o sujeito mais experiente, sua interação tem planejamento e intencionalidade educativos” (FREITAS, 1994, p.192).

6.1.1.6 Roteiros para o uso do aplicativo Geogebra (3º e 4º momento)

O primeiro roteiro foi construído com o intuito de auxiliar o estudante na manipulação dessa ferramenta, proporcionando que conhecessem a interface do aplicativo, os comandos que seriam utilizados, o que poderiam digitar na caixa de entrada, o que deveriam observar, entre outros. Na sequência, foram propostas quatro tarefas, para que os estudantes as realizassem em dupla, utilizando para isso os passos explorados no roteiro.

Percebeu-se que a interação entre os estudantes e o aplicativo foi positiva, uma vez que eles participaram e se envolveram na atividade. Todos acompanharam o roteiro projetado no projetor multimídia, tentando realizar o passo a passo em seus dispositivos móveis. O mesmo aconteceu nas tarefas propostas nesse momento. Assim relatou a pesquisadora em seu diário de bordo:

> *Observou-se que a interação entre aluno-aplicativo foi positiva, uma vez que, estavam entusiasmados e motivados para explorar e conhecer a ferramenta. Percebemos que os estudantes aprenderam a manipular facilmente o aplicativo, sendo assim todos realizaram os passos proposto no roteiro, em seus dispositivos móveis. Alguns estudantes eram mais rápidos que outros e, exploravam as funções do aplicativo, antes mesmo de propor o passo seguinte. Observou-se também que a projeção do roteiro em slides, contribuiu para que todos pudessem acompanhar os passos propostos, respeitando o tempo de cada estudante. Após, durante a realização das tarefas 1, 2, 3 e 4, demonstraram interesse, motivação e concentração para realizá-las.*

Notadamente constatou-se que a interação entre os estudantes contribuiu de forma bastante significativa para que todos se envolvessem e realizassem as tarefas propostas nesse encontro. Mesmo considerando esses aspectos positivos, ressalta-se que surgiram algumas dificuldades referentes ao uso do dispositivo móvel em sala de aula, descrito também em um trecho do diário de bordo:

> *Inicialmente, surgiram alguns contratempos. Os estudantes haviam sido orientados a fazer download do aplicativo previamente, em seus dispositivos móveis, uma vez que, depois de instalado, poderiam utilizá-lo, mesmo estando off-line. No entanto, uma aluna deixou para fazer download na escola, no dia que o aplicativo seria utilizado, não conseguindo fazê-lo, pois a internet estava lenta e havia pouca memória em seu celular. Passados alguns minutos, observou-se que como todos os alunos estavam envolvidos e realizando as tarefas com o uso aplicativo, a estudante deu um jeito de desocupar a memória do celular para baixá-lo. Outra estudante que também não havia feito download sentou-se com uma colega para realizar as tarefas.*

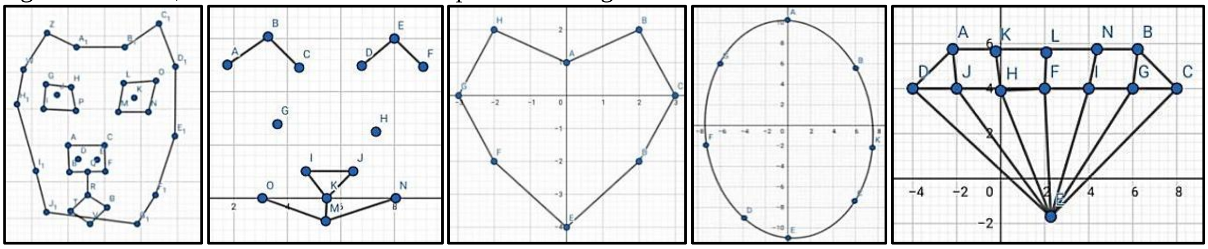
Na primeira tarefa proposta no terceiro momento, os estudantes deveriam inserir alguns pares ordenados no plano cartesiano do aplicativo e depois unir esses pontos. Como o intuito dessa tarefa era que os estudantes explorassem a ferramenta, não foi mencionado como os pontos deveriam ser unidos. Sendo assim, alguns utilizaram retas, outros segmentos de retas, elipse, entre outros.

Averiguou-se que o envolvimento, a participação e a interação entre os estudantes e entre eles e o aplicativo proporcionaram um momento em que a criatividade pôde ser utilizada. Um trecho retirado do diário de bordo apresenta como a interação e a participação se deu no decorrer desta tarefa:

> *Percebi que essa atividade dirigida e, ao mesmo tempo livre, permitiu que os estudantes utilizassem sua criatividade na construção de diferentes figuras. Observei também que mostravam uns para os outros as figuras construídas, "orgulhosos" de suas produções. Isso fez com gerasse uma competição para ver quem construía a figura mais criativa. Este momento de interação entre os estudantes foi fundamental para que esta tarefa se tornasse atrativa e motivadora para eles.*

A seguir (Figura 27), apresentam-se algumas das produções dos estudantes, na primeira tarefa:

Figura 27 - Gato, cachorro e diamante no aplicativo Geogebra.



Fonte: Arquivo pessoal.

Organizou-se, também, outro roteiro para explorar os parâmetros a, b e c, da função quadrática, utilizando o aplicativo. Foi proposto que digitassem a expressão $y = ax^2$, e que apertassem o "play" ao lado do controle deslizante, gerado automaticamente para o parâmetro a. Dessa forma, a parábola movimentava-se lentamente e sozinha, alterando os valores do parâmetro a. Solicitou-se que observassem o que acontecia os valores deste parâmetro, à medida que a parábola se movia, bem como para que analisassem o que acontecia com a parábola à medida que o parâmetro a era modificado. Depois foram realizados os mesmos passos com a expressão $y = x^2 + bx$, para analisar o parâmetro b e, por fim, com a expressão $y = x^2 + c$, para analisar o parâmetro c. A seguir foi transcrito um trecho do diário com as reações dos estudantes:

> *Ao perceber que apertando o "play" a parábola se movimentava sozinha, ficaram entusiasmados e eufóricos, rindo diziam "olha que legal, ela tá se mexendo sozinha", "parábola maluca", "ela se torce toda", "ela vira para cima e para baixo", "Por que não usou esse aplicativo no início do ano, prô?".*

Percebeu-se que houve envolvimento dos alunos na realização das atividades propostas em ambos os roteiros e na realização das tarefas. A utilização do aplicativo nos dispositivos móveis dos estudantes favoreceu a rápida construção dos gráficos, uma vez que, se tivessem que desenhar todos os gráficos manualmente, as tarefas se tornariam enfadonhas e extensas, desmotivando os estudantes para sua realização.

Permitiu também que os gráficos fossem reconstruídos, conforme dúvidas surgiam, durante a realização das tarefas ou em suas correções. E, por fim, viabilizou a manipulação do aplicativo por grande parte dos estudantes, proporcionando que tivessem acesso a esse recurso tanto em sala de aula, como em casa.

Analisando um trecho retirado do diário de bordo, percebe-se que a interação entre os estudantes contribuiu para que aprendessem uns com os outros, despertando o interesse, a curiosidade e a motivação:

> *Alguns estudantes chamaram a professora até a classe para perguntar, porque as cores das retas e parábolas de alguns colegas eram diferentes. Então foi esclarecido para a turma que existia uma função no aplicativo que permitia que as cores fossem modificadas. Mesmo sendo algo aparentemente simples, acharam o máximo e, diziam "nossa professora que legal, vou mudar as cores dos meus gráficos", "vou deixar verde", "o meu vou querer rosa". Outro estudante também disse "olha dá para trocar o formato do ponto também". E, ficaram alguns minutos mudando as cores e modificando o formato dos pontos e depois, continuamos a aula.*

Analisando um trecho das falas dos estudantes, retirado do diário de bordo, indica que o aplicativo facilitou e auxiliou na percepção dos efeitos dos parâmetros a no gráfico, uma vez que, quando questionados sobre o que acontecia com a parábola à medida que os parâmetros eram modificados, conseguiram perceber e identificar alguns desses efeitos:

> *Perguntei o que percebiam quando o parâmetro a, era alterado. Eles respondiam: "ela fica mais fina", "ela tá aumentando para os lados", "vira para baixo, depois para cima", "aumenta e diminui", "vai para baixo", "vira pra tudo que é lado", "abre e fecha", "fica reta também", "grande e pequena". Alguns fazendo gestos com as mãos mostravam que a abertura da parábola modificava, bem como virava para baixo.*

Ressalta-se que a mediação da professora pesquisadora foi importante, uma vez que, por meio de questionamentos, levava-os a observarem os efeitos do parâmetro a, no gráfico:

> *Solicitei que observassem os valores do parâmetro a, no controle deslizante, questionando-os: Quando a parábola "vira para baixo", como são os valores do parâmetro a? Quando a parábola "vira para cima", como são os valores do parâmetro a? Quando a parábola "fica mais aberta", como são os valores de a? E quando "fica mais fechada", como são os valores de a?*

Constatou-se que alguns estudantes, conseguiam perceber que, quando os valores do parâmetro a eram positivos, a abertura da parábola voltava-se para cima, e quando eram negativos, voltava-se para baixo. E, por fim, quanto menor o valor do módulo de a, maior a abertura da parábola, e quanto maior o valor do módulo de a, menor sua abertura. *Respondiam* *“o valor de a é negativo e, a parábola virou pra baixo”, “agora o valor de a fico positivo e, ela virou pra cima de novo”, “a parábola fica mais magra e o valor de a é grande, ela fica mais gorda o valor de a é menor”.*

Analisando outro os comentários dos estudantes em um trecho retirado do diário de bordo, percebe-se que o aplicativo facilitou a visualização e exploração dos efeitos dos parâmetros b e c:

> *Quando proposto que digitassem a expressão $y = ax^2 + bx$, e analisassem o que acontecia com a parábola, respondiam: “mexe para um lado e depois pro outro lado”, “parece uma máquina de costurar”, “mexe para a direita e para a esquerda, mas se mantem fixa no ponto (0,0)”.*

Percebe-se que os questionamentos feitos pela professora pesquisadora mediavam a interação entre o aplicativo e o estudante, ou ainda entre o estudante e o objeto do conhecimento (conteúdo):

> *Quando ela se mantém fixa no ponto zero, o que modifica? Façam a seguinte análise: Quando b é positivo, a parábola toca o eixo y, na parte positiva ou negativa? Quando b é negativo, a parábola toca o eixo y, na parte positiva ou negativa? Alguns perceberam e responderam: “quando b é negativo toca no y, na perna que decresce”, “quando b é positivo, toca no y, na perna que cresce”.*

Constatou-se que relacionado ao parâmetro c, a maioria dos estudantes percebeu que a parábola se movia para cima e para baixo. *Ao digitar a função $y=ax^2+c$, questionei os estudantes: O que está acontecendo com a parábola à medida que o parâmetro c está sendo modificado? E respondiam: “se move pra cima e pra baixo”, “tá subindo e descendo”.*

A mediação da professora pesquisadora contribuiu para que os estudantes observassem outras características relacionadas ao parâmetro c:

> *Questionei “Quando c é 2, a parábola toca o eixo y em que ponto?”. “Quando c é -2, a parábola toca o eixo y em que ponto?”. “Quando c é positivo, a parábola toca o eixo y em que parte (na parte positiva ou negativa)?”. “Quando c é negativo, a parábola toca o eixo y, em que parte (na parte positiva ou negativa)?”. Surgiram respostas como: “toca no dois positivo”, “toca no dois negativo”, “toca na parte positiva”, “toca na parte negativa”. Questionei novamente: “Então, qual a relação entre o valor de c e o ponto no qual a parábola toca o eixo y?”. Alguns responderam: “o valor de c é o valor que ela vai toca no y”. “a parábola toca no c”.*

Frente a isso, percebe-se que, se a professora pesquisadora tivesse solicitado aos estudantes que registrassem suas constatações no caderno, confrontando-as e comparando-as, posteriormente, com as respostas apresentadas nas tarefas 1, 2, 3 e 4 do quarto momento, tais conceitos teriam sido mais bem assimilados pelos estudantes. Segundo Freitas (1994, p. 192), na perspectiva de Vygotsky, “Os momentos de internalização são essenciais para consolidar o aprendizado. Eles são individuais e reflexivos por definição e precisam ser consolidados na rotina das aulas”.

6.1.1.7 Jogo “Quais são as minhas características”.

O jogo teve como objetivo revisar conceitos que foram abordados ao longo da sequência didática, tais como: parâmetros a, b e c, raízes ou zeros de uma função, vértice, quadrantes, máximos e mínimos, entre outros. Para isso, deveriam analisar o gráfico escolhido pelo grupo, encontrando algumas de suas características.

Analisando um trecho retirado do diário de bordo, percebeu-se que o jogo despertou o interesse e a motivação dos estudantes:

> *Inicialmente mencionei que utilizaríamos uma forma diferente para revisar o conteúdo, ou seja, um jogo. Esclareci que apesar de ser um momento descontraído, deveria ser levado a sério e, que seria fundamental a participação e o comprometimento de todos, uma vez que, seria uma oportunidade de esclarecer suas dúvidas, de interagir com os colegas e aprender com eles. Os estudantes ficaram interessados em saber mais sobre o jogo e motivados para inicia-lo, diziam “que legal pro”, “adoro quando tem jogo nas aulas”, “como vai ser?” “quantas pessoas tem que ter no grupo?”, “da pra escolher os grupos ou a Senhora vai escolher?”, “deixa nós jogar com os colegas que a gente tá sentado”, “nem todos do meu grupo terminaram posso me juntar com os que já terminaram”.*

Outro aspecto observado refere-se à dificuldade que os estudantes sentem na leitura e interpretação de textos, nesse caso, instruções e regras:

> *Depois os orientei a realizar a leitura das regras para o grupo e caso existissem dúvidas deveriam chamar a professora. Muitos estudantes tiveram dificuldade na compreensão das regras do jogo e, diziam “prô, explica como tem que iniciar o jogo”, “prô, a gente não entendeu o que é para fazer”, “prô, esse jogo é tipo pife?”. Teve um grupo apenas, que leu as regras e imediatamente foi distribuindo as cartas para iniciar o jogo. Então chamei a atenção dos estudantes e, solicitei que realizassem a leitura novamente, com atenção e, as dúvidas que ainda restassem seriam esclarecidas nos grupos por mim.*

Percebe-se que o jogo é um recurso didático potencial para ser utilizado nas aulas de matemática, uma vez que proporciona maior participação e a interação entre os estudantes. Além disso, é importante destacar que com o jogo, o educando aprende de forma lúdica, por meio da troca de experiências com seus colegas. Permite, também, ao professor identificar conceitos que não foram compreendidos e que necessitam de mediação do docente.

Como afirma Alves (2018), a utilização de jogos pode favorecer a construção do conhecimento por meio de uma postura ativa dos alunos e a troca de ideias em trabalhos em grupo, bem como contribuir para o ensino e a compreensão da função quadrática.

Moura (1996, p. 53) afirma que o jogo pode ser utilizado tanto para introduzir quanto para desencadear conceitos. Ou ainda, para explorar conceitos já abordados em aula e formalizá-los. O autor estabelece uma relação entre jogo e problema, afirmando que

> [...] o jogo tem fortes componentes da resolução de problemas na medida em que jogar envolve uma atitude psicológica do sujeito que, ao se predispor para isso, coloca em movimento estruturas do pensamento que lhe permitem participar do jogo. [...] O jogo, no sentido psicológico, desestrutura o sujeito que parte em busca de estratégias que o levem a participar dele. Podemos definir jogo como um problema em movimento. Problema que envolve a atitude pessoal de querer jogar tal qual o resolvedor de problema que só os tem quando estes lhes exigem busca de instrumentos novos de pensamento.

Analisando um trecho retirado do diário de bordo, apresenta as percepções da professora referente à interação entre os estudantes e o jogo:

> *Observei que muitos não conseguiam avançar no jogo sem o auxílio de um colega ou da professora, indicando que não haviam compreendido alguns conceitos. Percebi que os estudantes que deixaram de apresentar algumas tarefas ou a ficha para a professora corrigir, tiveram mais dúvidas que os demais estudantes. Então, durante o jogo tive que fazer a mediação por meio de explicações, correção de questões e esclarecimento de dúvidas. Diziam "prô, vem aqui... eu não tô entendendo essas perguntas", "prô, não entendi o que quer dizer f(1) é zero, f(0) é positiva...", "não entendi o que é pra fazer", "o que é ordenada?", "acho que abscissa é o x né", "o que é ponto de máximo e ponto de mínimo?", "qual é o 1º quadrante mesmo?", "não sei o que é produto", entre outras.*

Logo, conforme os registros retirados do diário de bordo com as percepções da professora pesquisadora e comentários dos estudantes, averiguou-se a relevância do jogo para o aprendizado dos estudantes. Uma vez que permite ao educando sair de uma posição de reprodutor do conhecimento para participar e agir sobre os conhecimentos adquiridos. Estimula a participação e a ajuda mútua, bem como promove interação entre os estudantes, entre eles e o professor. Além disso, permite ao educador atuar como mediador desse processo de ensinar e aprender.

6.1.1.8 Inter-relações entre os momentos

A inter-relação entre os momentos refere-se ao "diálogo" entre os momentos dessa sequência didática. Assim, comparando o planejamento inicial com a sequência didática final, percebe-se que os momentos foram repensados, modificados, melhorados e aprimorados a cada aula.

Sendo assim, durante a sua aplicação em sala de aula, ou seja, na experimentação, tanto as percepções da professora pesquisadora, quanto as reações dos estudantes indicavam ajustes, modificações, adequações e adaptações necessárias ao momento seguinte, seja na explicação do conteúdo, nas tarefas e nos roteiros, buscando promover a participação, a interação e a aprendizagem dos estudantes.

Foi o que aconteceu, por exemplo, durante a aplicação das tarefas propostas no quarto momento. Ao analisar as "Tarefas 1, 2, 3 e 4", observaram-se algumas dificuldades enfrentadas pelos estudantes, em sua realização. A primeira está relacionada ao tempo previsto para cada tarefa e o tempo real utilizado.

> *Havia sido prevista a realização das tarefas em quatro períodos, a primeira e a segunda em dois períodos, a terceira e a quarta em outros dois. Porém, as tarefas 1 e 2 foram aplicadas em dias diferentes e, percebeu-se que em um período, nem todos os estudantes conseguiram concluir a primeira tarefa, acumulando mais questões para responder na aula seguinte. O mesmo aconteceu nas tarefas 2, 3 e 4, o tempo estipulado em aula, ou ainda, o tempo previsto para concluí-las não foi suficiente. Como os estudantes não conseguiam concluir as tarefas iniciadas no mesmo dia acabavam atrasando para iniciar a tarefa seguinte. Sendo assim, fez-se necessário utilizar seis períodos ao invés de quatro.*

A segunda dificuldade identificada diz respeito a pouca frequência dos estudantes nas aulas para dar continuidade às tarefas iniciadas, tanto em dupla quanto individualmente, prejudicando o andamento regular das atividades, conforme planejado inicialmente. Bem como é importante destacar as constantes interrupções ocorridas durante a aplicação das tarefas propostas no quarto momento, assim descritas: *Houve interrupções na continuidade das tarefas, como faltas dos estudantes, feira do livro, atividades internas da escola, merenda no meio do período.*

Sendo assim, tais interrupções prejudicaram o andamento da proposta, provocando um distanciamento entre a aplicação das tarefas. Também contribuiu para que algumas tarefas fossem entregues sem que todas as perguntas fossem respondidas, como se pode perceber em um trecho retirado do diário de bordo:

> *Observei que o distanciamento entre a realização das tarefas 1 e 2 e, das tarefas 3 e 4 pelos estudantes, prejudicou o sequenciamento e tornou o quarto momento cansativo, pois na aula/semana seguinte não lembravam o que já haviam respondido e o que deveriam responder. Estudantes que haviam faltado alguma dessas aulas ficavam perdidos e consequentemente, se esqueciam de responder algumas perguntas, outros acabavam iniciando a tarefa seguinte, sem concluir a anterior.*

Além disso, durante a aplicação das tarefas propostas no oitavo momento, foram registradas algumas reações dos estudantes e percepções da professora pesquisadora que indicaram ajustes necessários na sequência didática, assim descritas:

> *Na segunda tarefa, orientei-os a realizarem os cálculos e os gráficos no caderno, apresentando-os para que pudessem ser corrigidos. Depois os resultados deveriam ser organizados em uma folha para serem entregues. Como havia sido mencionado que era um trabalho, alguns estudantes demonstraram resistência para responder as perguntas no caderno e, queriam fazer direto para entregar. Dizendo "é muita mão prô, vou fazer na folha para entregar só", "é muito coisa para fazê", "tem que fazer tudo isso?".*

Apesar das orientações referentes ao desenvolvimento dos cálculos no caderno, os grupos organizaram-se de forma diferente daquilo que fora proposto, conforme pode ser observado no trecho descrito a seguir:

> *E3, E6, E7, E8: Observei que o primeiro grupo realizou as tarefas 1, 2 e 3, seguindo as orientações tanto da professora, quanto das indicadas no material, entregue aos estudantes.*
> *E2, E9: No segundo grupo percebi que delegavam o que cada integrante deveria calcular, alguns ficaram responsáveis por calcular as raízes das funções correspondentes, os demais as coordenadas do vértice. No entanto, apenas uma estudante calculou as raízes de todas as funções e, os estudantes que ficaram responsáveis por determinar as coordenadas do vértice não o fizeram, nem o par ordenado (0,c). Para traçar os gráficos utilizaram o aplicativo.*
> *E1: No terceiro grupo, observei que cada componente calculava as raízes, o vértice e o ponto (0,c) de uma das funções propostas e ao final juntavam todas as respostas em uma única folha para entregar. Este grupo também construiu os gráficos no aplicativo.*
> *Por fim, o quarto (E4, E10) e quinto (E5, E11) grupo tiveram muita dificuldade para realizar os cálculos e, acabaram utilizando o aplicativo para copiar os resultados, inclusive para representar os gráficos.*

Frente a isso, percebeu-se a necessidade de reformulação do sétimo e do oitavo momento, assim registrados pela professora no diário de bordo:

> *Identifiquei, no sétimo momento, a necessidade de serem propostos exercícios, para serem realizados no caderno pelos estudantes, além dos exemplos explorados. Organizando-os de maneira a explorar os conceitos que serão abordados nas tarefas do momento seguinte. Bem como, a correção destas questões no quadro. Consequentemente, no oitavo momento, o número de questões propostas para serem resolvidas na tarefa 2, podem ser reduzidas, mantendo os objetivos estabelecidos inicialmente.*

Durante a aplicação do jogo perceberam-se alterações que poderiam ser realizadas, visando melhorar a sequência didática que será deixada aos professores. A primeira, conforme mencionado anteriormente, refere-se a propor mais exercícios no 7º momento que explorem os mesmos conceitos do jogo. A segunda, prever uma aula para corrigir as tarefas de todos os estudantes e esclarecer dúvidas. Descreve-se a seguir um trecho do diário de bordo:

> *Ao iniciarem o jogo, observei que tinham muitas dúvidas, iguais às que surgiram durante a realização da tarefa 3. No entanto, como muitos não tinham apresentado a tarefa, para que a professora pudesse corrigi-la, suas dúvidas não haviam sido esclarecidas. Os estudantes diziam "prô, vem aqui... eu não tô entendendo essas perguntas", "prô, não entendi o que quer dizer f(1) é zero, f(0) é positiva...", "não entendi o que é pra fazer", "o que é ordenada?", "acho que abscissa é o x né", "o que é ponto de máximo e ponto de mínimo?", "qual é o 1º quadrante mesmo?", "não sei o que é produto", entre outras.*
> *Mencionei também, que as repostas ou gabarito, das características de cada parábola, estavam no envelope, que se encontrava no verso do gráfico ampliado e já havia sido preenchido por cada estudante na "Tarefa 3 – 4º momento". Porém, como nem todos haviam entregado a ficha, para que a professora pudesse corrigi-la, algumas respostas poderiam estar incorretas. Sendo assim, quando algum componente do grupo conseguisse formar um quarteto de respostas, deveriam chamar a professora até a mesa para ajudá-los a conferir as respostas, uma vez que, neste caso a ficha não ajudaria.*

E terceiro, destinar mais tempo para explorar o jogo, propondo um momento "pós-jogo" para esclarecer dúvidas, revisar conceitos, entre outros.

Segundo Vygotsky (2007, p. 224), "O aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer". Isso significa que o desenvolvimento cognitivo deve ser provocado pelo professor por meio da proposição de atividades e situações que desafiem, exijam e estimulem o raciocínio e o intelecto dos estudantes. Descrevem-se, a seguir, as considerações finais.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino da Função Quadrática, por meio da utilização de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais é um tema de grande relevância ao ensino de Matemática e muito se tem pesquisado sobre ele. No entanto, embora a sua importância seja evidenciada em diversas pesquisas e documentos como PCNEM e BNCC, ainda há vários entraves que dificultam a sua efetivação nas práticas dos educadores, bem como sua inserção no contexto educacional, conforme destacado na introdução deste estudo.

Dentre as dificuldades mencionadas estão a necessidade de uma mudança de paradigmas dos professores, a escolha de estratégias e metodologias de ensino inadequadas ao contexto dos alunos envolvidos, o distanciamento entre o contexto escolar e o mundo contemporâneo, cercado por inúmeras tecnologias. O ensino acaba sendo ministrado sem os recursos existentes e disponíveis na sociedade. Valorização dos aspectos lógicos, formais e dedutivos da Matemática, dando pouca ênfase às possíveis aplicações desta e ao papel ativo e criador dos estudantes. E, o desinteresse deles pela disciplina de Matemática.

Sendo assim, buscou-se por meio da aplicação da sequência didática promover uma mudança de postura da professora pesquisadora em relação ao processo de ensino, tornando o aluno participante e ativo no processo de aprendizagem, promovendo uma aprendizagem mediada por recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, criando situações em que o estudante pudesse interagir com o meio, com o outro e com ele mesmo. Favorecendo, assim, a aquisição do conhecimento e despertando o interesse do aluno pelo estudo.

Na referida pesquisa, buscou-se desenvolver, aplicar e avaliar uma proposta didática para o ensino da Função Quadrática, no primeiro ano do Ensino Médio. Para tanto, as aulas foram organizadas em forma de sequência didática e abordaram conceitos referentes aos parâmetros *a*, *b* e *c*, vértice, raízes ou zeros de uma função, análise de gráficos e construção de gráficos, buscando verificar a validade dessa proposta para a aprendizagem dos estudantes. Dessa forma, a partir da aplicação do produto educacional e de sua análise, vários elementos mostraram-se pertinentes para serem destacados.

Inicialmente, averiguou-se a potencialidade pedagógica da sequência didática para o ensino e aprendizagem da Função Quadrática, pois as explicações de conteúdo, as tarefas, os roteiros com passo a passo para a utilização do aplicativo Geogebra e os jogos atuaram como instrumentos mediadores da aprendizagem, ou seja, proporcionaram momentos de interação entre os estudantes, entre eles e o professor, entre eles e o aplicativo, entre eles e o jogo, levando a compreensão dos conceitos explorados.

Da mesma forma, as *tarefas* proporcionaram a troca de experiências entre os estudantes, a reflexão sobre os conceitos abordados em aula e a oportunidade de internalização do conhecimento. O *aplicativo* Geogebra proporcionou que os estudantes manipulassem e visualizassem os efeitos dos parâmetros *a*, *b* e *c*, de forma dinâmica e participativa. O jogo *Quais são as minhas características?* foi um recurso que proporcionou a identificação dos referidos parâmetros e a relação entre o discriminante e a quantidade de raízes, entre outros. As *explicações do conteúdo* oportunizaram a sistematização dos conhecimentos. Além disso, todos os recursos citados promoveram a interação, a ajuda mútua entre os estudantes, entre eles e a professora pesquisadora, bem como mediaram o processo de ensinar e aprender.

Ainda, referente à análise dos livros didáticos e ao levantamento e leitura de trabalhos sobre a temática, constatou-se que o livro didático pode contribuir para o planejamento do professor, por ser um recurso disponível na maioria das escolas, no entanto não deve ser o único recurso utilizado, tanto pelo educador em seu planejamento quanto pelos estudantes em sala de aula. Ressalta-se a importância de selecionar previamente as atividades e exercícios propostos nos livros didáticos, adaptando-os à realidade dos estudantes.

Assim, a sequência didática proposta não tem como objetivo substituir o livro didático, mas disponibilizar ao professor um material didático com sugestões de tarefas e roteiros com passo a passo para a utilização do aplicativo Geogebra, jogos, entre outros, que podem servir para complementar seu planejamento, ou ainda, um sequenciamento, que pode ser utilizado e adaptado ao contexto de sua escola.

Desse modo, faz-se importante retomar a questão norteadora dessa pesquisa: “Quais as contribuições que o uso de diferentes recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais pode trazer para o ensino, a compreensão de conceitos e a contextualização da função polinomial do 2º grau?”.

Destacam-se os seguintes recursos que foram utilizados no decorrer da sequência didática: aplicativo Geogebra, projetor multimídia, *PowerPoint*, imagens, vídeo, material impresso, lousa, jogo. Elencamos, assim, algumas potencialidades observadas quanto à utilização desses recursos:

1) Aplicativo Geogebra

- Inserção da tecnologia nas aulas de Matemática.
- Aproximação entre o contexto escolar e o mundo contemporâneo por meio da tecnologia.
- Proporcionou momentos de criação, interação e ajuda mútua.

- Motivação e interesse durante as aulas.
- Envolvimento e participação dos estudantes.
- Tornou prática e rápida a construção dos gráficos, facilitando sua análise.
- Permitiu que os gráficos fossem reconstruídos rapidamente, conforme dúvidas surgiam, durante a realização das tarefas ou em suas correções.
- Viabilizou a manipulação do aplicativo por grande parte dos estudantes.
- Proporcionou que tivessem acesso a esse recurso tanto em sala de aula, como em casa.
- Aprendizagem mediada pelo aplicativo.

2) Projetor Multimídia e *PowerPoint*

- São recursos disponíveis na escola.
- Permitiram a projeção do vídeo e das imagens.
- Viabilizaram e facilitaram a projeção das tarefas e roteiro de aula.
- Proporcionaram aos estudantes acompanhar os passos para o manuseio do aplicativo, respeitando o tempo de cada um.
- O *PowerPoint* é de fácil manuseio e suas ferramentas podem ser exploradas e utilizadas pelo professor em suas aulas.
- Reduziram a quantidade de cópias impressas (sustentabilidade).

3) Imagens e vídeos

- Oportunizaram a interação nas aulas e a discussão sobre assuntos relacionados à matemática e ao cotidiano dos estudantes, ou seja, a contextualização do conteúdo.
- Boa oportunidade para promover um ensino interdisciplinar.

4) Material Impresso

- Reutilização do material impresso.
- Facilitou a leitura das perguntas.

5) Lousa

- Auxiliou na explicação do conteúdo e esquematização dos principais conceitos.
- Sistematização dos conhecimentos.

6) Jogo

- Despertou o interesse e a motivação dos estudantes.
- Favoreceu a troca de experiências e uma aprendizagem mais atraente.
- Permitiu identificar conceitos que não foram compreendidos pelos estudantes e que necessitavam de mediação do professor.

- Proporcionou interação, participação ativa dos estudantes e mediação da professora pesquisadora.

Frente ao exposto ressalta-se a importância da utilização de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais nas aulas de Matemática. Isso porque, além de as tecnologias digitais fazerem parte do cotidiano da grande maioria das as pessoas, é uma ferramenta excelente, quando bem utilizada, que pode contribuir para o aprendizado dos estudantes. Pode favorecer, também, a compreensão e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Outro aspecto importante a ser mencionado refere-se à utilização tanto do projetor multimídia, para o acompanhamento dos roteiros e tarefas pelos estudantes, quanto das cópias impressas, disponibilizadas em aula e devolvidas, ao final de cada aula, para a professora pesquisadora. Ambos os recursos didáticos contribuíram para o não desperdício e a redução do número de cópias impressas, ao longo dessa sequência didática.

Também, a coleta dos gráficos construídos pelos estudantes no aplicativo Geogebra, por meio do *WhatsApp*, foi de grande valia, pois, além de possibilitar o contato permanente com os estudantes, foi uma forma rápida e prática para fazer essa coleta.

Salienta-se uma situação vivenciada que interferiu tanto na aplicação da sequência didática, quanto em seus resultados. Refere-se a um momento único, de greve e paralisação da escola, que alterou parte da programação prevista. Frente a isso, naturalmente, a dinâmica da aula sofreu mudanças e, consequentemente, alguns conteúdos foram mais salientados do que outros.

Constatou-se isso na avaliação final, em que os estudantes foram melhores nos resultados de prova naquilo que foi trabalhado por mais tempo, ou seja, os efeitos dos parâmetros a, b e c e a análise de gráficos. Os demais conceitos estavam em processo de internalização. Percebe-se isso, nas respostas apresentadas pelos estudantes:

- Três souberam identificar o par ordenado (0,c).
- Dois calcularam corretamente as raízes.
- Dois conseguiram determinar as coordenadas do vértice.
- Cinco calcularam corretamente x_v.
- Três calcularam corretamente y_v.
- Todos tiveram dificuldade para construir o gráfico utilizando esses pontos.

Na análise dos cálculos desenvolvidos pelos estudantes destaca-se que eles apresentaram dificuldades nas operações básicas como radiciação, potenciação, divisão, multiplicação, jogo de sinal, ordem das operações. Alguns, não souberam identificar corretamente os parâmetros e substituir nas fórmulas. Outros identificavam as raízes e escreviam o par ordenado correspondente de forma equivocada.

Sendo assim, se tais conceitos fossem explorados por mais uma ou duas aulas no sétimo momento e fossem propostos exercícios para serem realizados no caderno e corrigidos, conforme mencionado anteriormente, o conhecimento poderia ter sido internalizado. Ou seja, os estudantes possivelmente conseguiriam realizar sozinhos aquilo que faziam, apenas com a ajuda de outra pessoa. Ou ainda, poderiam ter sido explorados nos gráficos ampliados pelos estudantes a simetria, uma vez que muitos deles não estavam simétricos.

Além disso, como a sequência de aula foi alterada, algumas atividades não foram aplicadas, no entanto aquilo que não foi aplicado manteve-se no produto educacional deixado aos professores que optarem por utilizá-lo.

Logo, a pesquisa foi válida, pois, a partir dos dados obtidos, percebeu-se a potencialidade pedagógica e a importância dos recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais para a construção de conceitos matemáticos, bem como para desenvolver o raciocínio e engajar os estudantes nas atividades propostas.

Portanto, constatou-se a validade de sua utilização não somente para motivar e atrair os estudantes à aprendizagem, mas para construção, compreensão e aprendizagem do conteúdo matemático abordado neste estudo, os efeitos dos parâmetros no gráfico, o vértice, as raízes ou zeros de uma função, que eram o objetivo principal deste trabalho.

Outro aspecto positivo da proposta refere-se à postura dos estudantes em comparação a seus colegas dos anos anteriores, mostraram-se mais envolvidos nas atividades, buscando aprender.

Outro aspecto está relacionado às concepções e aos paradigmas que estão arraigados nas práticas docentes dos professores. Tais concepções limitam a sua criatividade, gerando obstáculos para a utilização de diferentes recursos, ou para a escolha de metodologias e estratégias de ensino que venham ao encontro das necessidades emergentes dos estudantes, e não aquelas que são mais cômodas ao professor. Assim, proporcionam uma formação para a cidadania e para sua inserção no mundo profissional, bem como para o desenvolvimento das aprendizagens essenciais (BRASIL, 2017).

Frente a isso, a elaboração desta proposta de ensino desafiou a pesquisadora a produzir um material didático e a buscar formas para que os estudantes tivessem a oportunidade de entender o conteúdo por meio de outra abordagem, apesar de este conteúdo estar presente nos livros didáticos e ser explorado neles de diferentes formas. E, por fim, salienta-se que a proposta deixou a pesquisadora confortável para utilizar os recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais em sala de aula, bem como trabalhar este conteúdo, apesar das interrupções em sua aplicação.

Salienta-se, também, a importância de que a sala de aula se torne um laboratório de investigação da matemática. Assim, os recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, se bem utilizados, podem contribuir para que isso aconteça.

Destaca-se que, com a rápida evolução tecnológica, surgem novas possibilidades de recursos didáticos que podem ser utilizados em sala de aula. Cabe ao professor atualizar-se constantemente e escolher aqueles que melhor de adequem ao contexto educacional em que atua.

Menciona-se, também, que inicialmente pretendia-se utilizar o *software* Geogebra como recurso didático tecnológico, no entanto optou-se por utilizar o aplicativo, pois a maioria dos estudantes possuía celular e os levavam para a escola, favorecendo, dessa forma, uma aproximação entre a sala de aula e o cotidiano dos estudantes.

Frente a isso, o aplicativo tornou-se uma ferramenta valiosa, uma vez que pode ser utilizado na sala de aula *off-line* e permite explorar outros conteúdos matemáticos, além dos que foram abordados nesta pesquisa.

Percebe-se, ainda, que reportagens impressas ou digitais podem ser recursos didáticos tecnológicos potenciais para promover aulas, projetos, sequências didáticas, propostas de intervenções interdisciplinares.

Assim, a utilização dos demais recursos como jogos, roteiros, tarefas podem contribuir para o enriquecimento das aulas. No entanto, devem ser planejados e organizados previamente, estabelecendo objetivos a serem alcançados com relação à aprendizagem, buscando promover, também, a interação entre os estudantes, deles com o professor, deles com os recursos, bem como a participação e o envolvimento de todos.

Referente à formação de conceitos, constatou-se que o ambiente de participação e a ajuda mútua proporcionaram que os estudantes evoluíssem dos conceitos espontâneos para os científicos. Inicialmente, os estudantes representavam as curvas com a mão por não lembrarem o nome, após interação e trocas de informações entre eles, passaram a se referir a tais curvas utilizando a nomenclatura “parábola”. Destaca-se, também, que pela mediação dos materiais, dos recursos didáticos e da professora, as nomenclaturas “vértice” e “raízes ou zeros de uma função” apareceram.

Portanto, salienta-se para que futuros estudos sejam realizados explorando a utilização desse aplicativo no ensino de outros conteúdos. Bem como, sugere-se que outros recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, além desses, sejam explorados nas aulas de matemática, envolvendo a função quadrática ou outros conteúdos matemáticos. Elaborando-se roteiros com passo a passo para serem utilizados, visto a potencialidade vislumbrada com a utilização de tais recursos.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. *Fundamentos da didática da Matemática*. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALVES, Érika Figuerêdo. *Máximos e Mínimos na perspectiva do ensino de Matemática na Atualidade*. 2018. 224 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2018.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Aprender Matemática através da resolução de problemas. *Nova Escola*. 14 fev. 2019. Disponível em: <https://bit.ly/2GIUkYa>. Acesso em: 28 jun. 2019.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática*: sala de aula e internet em movimento. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

BRAGA, Elisabete Rambo; VIALI, Lori. A planilha como suporte à compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n. 26, p. 57-71, jun. 2011. Disponível em: <https://bit.ly/2ZsJhwc>. Acesso em: 20 jun. 2019.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/2JhZt8j>. Acesso em: 20 nov. 2018.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <https://bit.ly/2wx7fps>. Acesso em: 20 nov. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CANELLA, Cristiane Moura da Silva Bronsato. *Funções quadráticas e suas aplicações no primeiro ano do Ensino Médio.* 2016. 166 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

CARNEVALI, Lígia Dalvane Samartino. *Equações do segundo grau e funções quadráticas.* 2018. 48 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Três Lagoas, 2018.

CASAGRANDE, Emília. *Função Polinomial do 2º grau*: uma sequência didática apoiada nas tecnologias digitais. 2017. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2017.

CASSOL, Vanessa Jurinic; VIALI, Lori; LAHM, Regis Alexandre. O ensino de funções com recursos do *software* Geogebra como facilitador de transformações semióticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n. 30, p. 159-170, jun. 2012.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*: contexto & aplicações. Matemática (Ensino Médio). 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

FERNANDES, Arturo León. *Uma abordagem no estudo das funções quadráticas, exponenciais e logarítmicas utilizando o software Geogebra.* 2018. 59 f. (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.

FLORES, Teblas. *Uso do software Geogebra no ensino e aprendizagem de funções afins e quadráticas*. 2018. 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2018.

FONSECA, Tânia Maria de Moura. *Ensinar-aprender*: pensando a prática pedagógica. Programa de Desenvolvimento Educacional. Secretaria de Estado da Educação. Ponta Grossa, PR. 2008. Disponível em: <https://bit.ly/3g3cJOP>. Acesso em: 02 jun. 2019.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. O Pensamento de Vygotsky e Bakhtin no Brasil. Campinas: Papirus. 1994.

KLEEMANN, Robson. *Desenvolvimento de propostas metodológicas para o trabalho interdisciplinar nas disciplinas de Matemática e Física*. 2018. 88 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2018.

KOSLOSKI, Caroline. *Função Quadrática*: uma proposta para o Ensino Médio. 2018. 82 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

KUHN, Thoma Samuel. *A estrutura das revoluções científicas*. Trad. Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. 9. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

LEONARDO, Fábio Martins de. *Conexões com a matemática.* 1. Matemática (Ensino Médio). 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016.

LOPES, Bruna Fernanda Sato. *Uma abordagem do ensino de funções polinomiais no Ensino Médio*. 2018. 78 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2018.

LOPES, Elizandra Jung Solano; BISOGNIN, Cleber. *O uso de Excel como ferramenta no ensino de funções afins.* 2015. 21 f. Monografia (Especialização em Matemática, Mídias digitais e didática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LOPES, Thiago Beirigo; PALMA, Rute Cristina Domingos da; SÁ, Pedro Franco de. Engenharia didática como metodologia de pesquisa nos projetos publicados no EBRAPEM (2014-2016). *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 20, n. 1, p. 159-181, 2018.

MACIEL, Paulo Roberto Castor; CARDOSO, Tereza Fachada Levy. A história do conceito de função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem. *Bolema*, Rio Claro, SP, v. 28, n. 50, p. 1348-1367, dez. 2014.

MARCHESSOU, François. Estratégias, Contextos, Instrumentos, Fórmulas: a contribuição da tecnologia ao ensino aberto e à distância. *Revista Tecnologia Educacional*, v. 25, n.139, p. 6-15, nov./dez., 1997.

MARTINS, Eliana Fatobene; BELLINI, Luzia Marta. *A escola no século XXI*: quais desafios devem enfrentar seus gestores? Disponível em: <https://bit.ly/2Zr1Uwt>. Acesso em: 02 jun. 2019.

MARTINS, Fabíola da Cruz; SOUSA, Francilene Almeida; HAUS, Grazielle de Souto Pontes; RODRIGUES, Suênia da Silva; VIEIRA, Alecxandro Alves. Utilização de jogo de cartas no ensino de função quadrática. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – CONEDU, 2, 2015, Campina Grande. *Anais*.... Campina Grande: Realize Editora, 2015. p. 1-9. Disponível em: <https://bit.ly/3iMlw80>. Acesso em: 07 out. 2020.

MEDEIROS, Thamyres Ribeiro. *Esboço de gráficos*: rigor na abordagem de funções quadráticas. 2018. 67 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.

MINAYO, Cecília de Souza (Org.). *Pesquisa social:* teoria, método e criatividade. 21. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

MIRANDA, Josias Barbosa de. *Registros de representação semiótica de funções quadráticas*: análise de um livro didático. 2018. 102 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2018.

MONROE, Camila. Vygotsky e o conceito de aprendizagem mediada. *Nova Escola*, março, 2018. Disponível em: <https://bit.ly/2TjKPnP>. Acesso em: 11 fev. 2020.

MORAN, José Manuel. *A educação que desejamos*: novos desafios e como chegar lá. Campinas, SP: Papirus Editora, 2007.

MORAN, José Manuel. Ensino e aprendizagem inovadores com apoio de tecnologias. In: MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos Tarciso; BEHRENS, Marilda Aparecida (Orgs.). *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. 21. ed. Campinas, SP: Papirus, 2013. p. 11-72. (Coleção Papirus Educação).

MOREIRA, Marco Antonio. *Série Enfoques Teóricos.* Monografia n. 7. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 1995.

MOURA, M. O. *A séria busca no jogo*: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. São Paulo: Cortez, 1996.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática*: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica editora, 2015.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: PONTE, João Pedro da (Orgs.). *Educação Matemática*: temas de Investigação, Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992. p. 185-239. Disponível em: <https://bit.ly/2ZqfOyD>. Acesso em: 10 jul. 2019.

QUELLIS, Iracilda Aparecida Ramos. *Sugestão de atividades para o ensino de Matemática via recursos computacionais*: Ensino Médio. 2017. 88 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

REGO, Teresa Cristina. *Vygotsky*: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

REGO, Teresa Cristina. *Vygotsky*: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis: RJ, Vozes, 2012. Disponível em: <https://bit.ly/30Bc5j7>. Acesso em: 04 jul. 2019.

SANTOS, Melina Nymann dos; MORAES, Aline Reissuy de; SANTOS, Arieli dos; PEREIRA, Luiz Henrique Ferraz. Revisando o conteúdo de função quadrática a partir da utilização de um jogo de tabuleiro. In: MOSTRA GAÚCHA DE VALIDAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS, 3, 2018, Passo Fundo. *Anais*... Passo Fundo: UPF, 2018.

SILVA, Charlene Fiorini da; GONÇALVES, Emanueli Decezaro; MARASINI, Sandra Mara. O Pibid e o ensino de função: investigando como professores ensinam função no ensino médio com a finalidade de elaborar intervenções pedagógicas. In: ROSA, Cleci Teresinha Werner da; MARASINI, Sandra Mara; MISTURA, Clóvia Marozzin (Orgs.). *Reflexões Pedagógicas*: cenários de iniciação à docência. Subprojetos Física – Matemática – Química. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2014.

SOUZA, Dércia Antunes de; GARCIA, Matheus; FAJAN, Fernanda Deolinda; NABARRO, Cristina Becker Matos; OLIVEIRA, Marcos Antonio Maia de. O uso dos recursos tecnológicos nas escolas públicas no município de Bragança Paulista – SP. In: SIMPÓSIO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO E TECNOLOGIA, 14, 2017, Resende, RJ. *Anais*... Resende, RJ: Faculdades Dom Bosco, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/3dV4e6r>. Acesso em: 02 maio 2019.

SOUZA, Joamir Roberto de. *Novo Olhar*: Matemática 1. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

SOUZA, Salete Eduardo de. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 1; JORNADA DE PRÁTICA DE ENSINO, 4; SEMANA DE PEDAGOGIA DA UEM: "INFÂNCIA E PRÁTICAS EDUCATIVAS", 12, 2007, Maringá. *Anais*... Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2007. Disponível em: <https://bit.ly/2XciCAF>. Acesso em: 09 maio 2019.

VYGOTSKY, Lev Semyonovich. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ZABALZA, Miguel Angel. *Diários de aula*: um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional. Porto Alegre: Artmed, 2004.

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA ACADÊMICA

Você está sendo convidado a participar da pesquisa intitulada "Uma proposta para o ensino de Função Quadrática com o uso de diferentes recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais" de responsabilidade das pesquisadoras Arieli dos Santos, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo conjuntamente com seu orientador professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira. Esta pesquisa é desenvolvida em razão da necessidade de qualificação do processo ensino-aprendizagem em Matemática. A atividade consiste em realizar as tarefas propostas, jogos concretos e o uso do aplicativo Geogebra para explorar gráficos.

A referida pesquisa será aplicada no Instituto Estadual Cardeal Arcoverde na turma em que a pesquisadora leciona. Os dados a serem coletados vinculam-se a registros da pesquisadora via diário de bordo, os registros dos estudantes e as imagens das tarefas realizadas pelos estudantes em sala de aula. Sendo que todo o material será transcrito e analisado mantendo-se o anonimato dos estudantes envolvidos.

Além disso, garantimos que receberá esclarecimentos sobre qualquer dúvida relacionada à pesquisa e poderá ter acesso aos seus dados em qualquer etapa do estudo. Tais dados serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo garantido o sigilo das informações. Informamos que a sua participação nesta pesquisa não traz complicações legais, não envolve nenhum tipo de risco, físico, material, moral e/ou psicológico. Ao participar desta pesquisa você não terá nenhum fim lucrativo, bem como não terá nenhum tipo de despesa. Entretanto, acreditamos que este estudo o auxilie no processo de construção do conhecimento científico.

Caso você tenha dúvida sobre a pesquisa pode entrar em contato com a coordenação do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo pelo telefone (54) 3316-8363. Dessa maneira, se você concorda em participar da pesquisa, em conformidade com as explicações e orientações registradas neste Termo, pedimos que registre abaixo a sua autorização. Informamos que este Termo, também assinado pelos pesquisadores responsáveis, é emitido em duas vias, das quais uma ficará com você e outra com os pesquisadores.

Passo Fundo, ____ de novembro de 2019.

Nome do participante: ____

Data de nascimento: _______/______/______.

Assinatura:

____

Pesquisadores: ___________________________________ e ______________________________

Caso o participante for menor de 18 anos:

Assinatura do responsável: ____

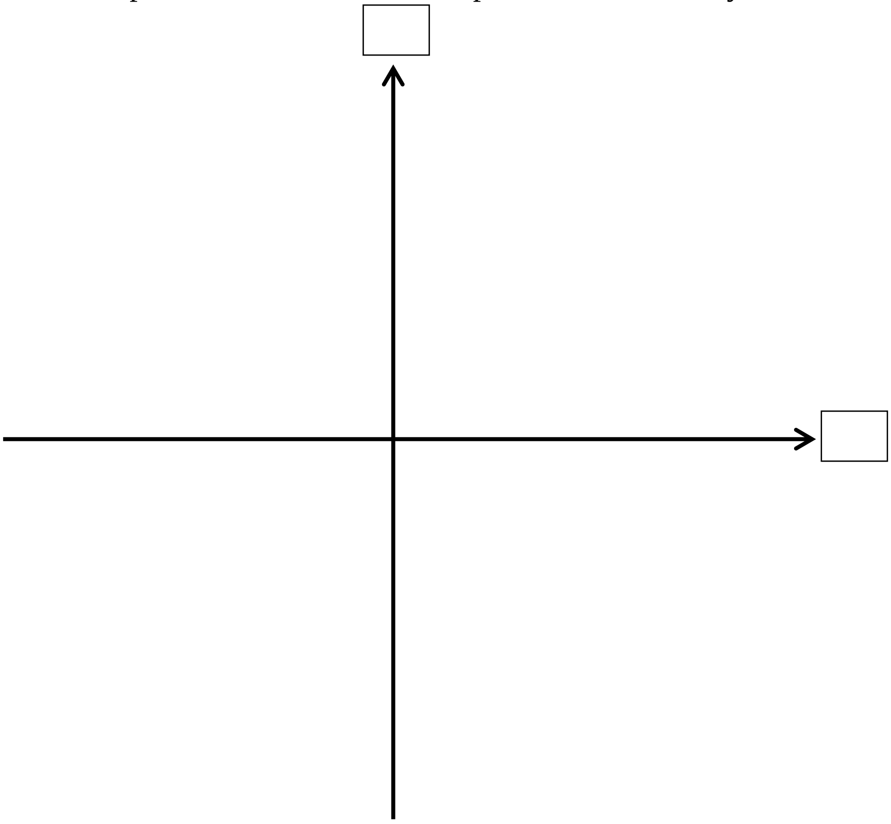
APÊNDICE B – Tarefa 2 – 1º momento

TAREFA 2: PLANO CARTESIANO E PAR ORDENADO

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(1º) Desenhe o plano cartesiano: Oito unidades para a direita e, oito unidades para a esquerda no eixo x. Oito unidades para cima e, oito unidades para baixo, no eixo y.



(2º) Registre aqui as coordenadas ditas pelo seu professor:

Ponto A:	Ponto C:	Ponto E:	Ponto G:
Ponto B:	Ponto D:	Ponto F:	Ponto H:

(3º) Agora, marque as coordenadas dos pontos dados, no plano cartesiano.

(4º) Lembre-se que, a primeira orientação do ponto será para o valor de x e a segunda orientação será para o eixo y, pois se tem um par ORDENADO. Tais coordenadas são sempre em relação à origem do sistema cartesiano.

Fonte: Autores, 2020.

APÊNDICE C – Tarefa 3 – 1º momento

TAREFA 3

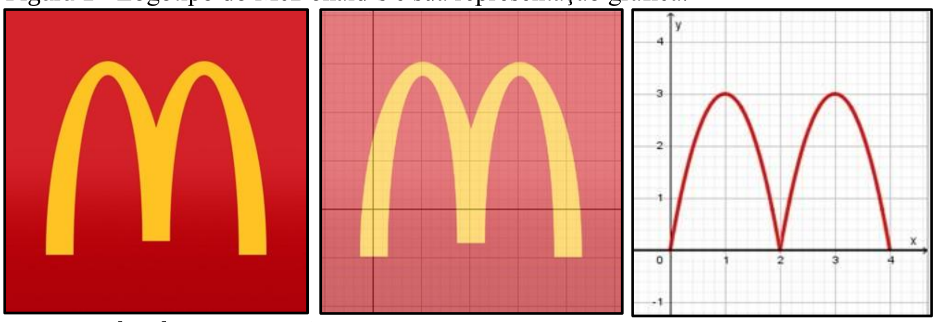
Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

Os designers gráficos utilizam diferentes figuras geométricas na construção de logotipos. Na Figura 1 abaixo podemos observar um exemplo disso, que é a letra M de McDonald's, formada por duas parábolas. Como as duas parábolas são idênticas, podemos trabalhar apenas com uma.

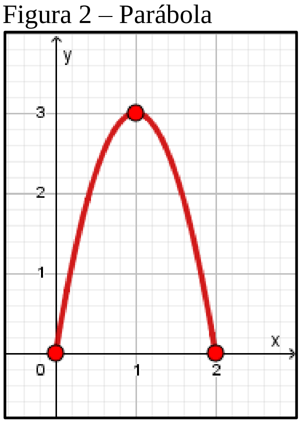
Figura 1 - Logotipo do McDonald's e sua representação gráfica.



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Sendo assim, siga as orientações e depois responda os seguintes questionamentos:

Figura 2 – Parábola



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

(1º) Desenhar o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Identifique os eixos x e y.

(3º) A parábola ao lado (Figura 2) é a representação gráfica de uma das "pernas" da letra M. Represente essa curva no plano cartesiano, o mais semelhante possível, como no exemplo.

(4º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(5º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

Agora responda os seguintes questionamentos:

(a) A parábola está localizada em qual quadrante?

(b) A parábola traçada toca o eixo do x? Quais são as coordenadas desses pontos? Que nome recebem esses pares ordenados?

(c) Identifique as coordenadas do ponto mais alto desta parábola? Que nome esse par ordenado recebe?

Fonte: Autores, 2020.

APÊNDICE D – Tarefa 1 – 2º momento

TAREFA 1

Nome: ________________________________ ____________________

Data:____/____/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

O arco da Praça da Apoteose no Sambódromo do Rio de Janeiro foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e teve sua construção finalizada em 1984. O monumento é um grande arco parabólico de concreto com um pendente ao centro. Oscar sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas. Observe na Figura 1, que a curva externa deste monumento tem o formato de uma parábola.

Figura 1 - Monumento da Praça da Apoteose

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Sendo assim, siga as orientações e depois responda os seguintes questionamentos:

(1º) Desenhar o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Representar no 1º quadrante do plano cartesiano o traçado apresentado na figura à cima (Figura 1), o mais semelhante possível.

(3º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(4º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

Questionamentos:

(a) A parábola traçada toca o eixo do x em quantos pontos? Quais as coordenadas desses pontos?

(b) Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x, tem algo em comum. Pense e discuta com seu colega, o que esses pontos têm em comum?

(c) Esses pares ordenados recebem um nome específico. Qual seria esse nome?

(d) Quais as coordenadas do ponto mais alto dessa parábola? Que nome recebe esse par ordenado?

Investigação

Caso tenha dificuldade para responder a letra “c”, vamos revisar o conteúdo “Função Polinomial do 1º grau”:

(1º) Que nome recebe o ponto em que a reta intercepta o eixo x?

(2º) Em quantos pontos a reta intercepta o eixo x?

(3º) Em quantos pontos a parábola intercepta o eixo x?

(4º) Você observa algo em comum entre as coordenadas desses pontos, nos quais a reta e a parábola tocam o eixo x?

(5º) Leia novamente a letra “c” e formule uma resposta.

Para refletir...

Em dupla discutam a seguinte questão: (5º) Será que existe alguma relação entre o grau da função 1º grau e, agora, 2º grau, com o número de vezes que o traçado da função intercepta o eixo x?

Fonte: Autores, 2020.

APÊNDICE E – Tarefa 2 e 3 – 2º momento

TAREFA 2

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(a) Conhecendo a função $y = -x^2 + 2x + 3$, verifique se os números -1, 3 e 4 são raízes da equação $-x^2 + 2x + 3 = 0$

(b) Conhecendo a função $y = -x^2 + 5x + 8$, verifique se o número 3 é raiz da equação $-x^2 + 5x + 8 = 0.$

(c) Explique com suas palavras o significado de encontrar as raízes ou zeros de uma função de 2º grau?

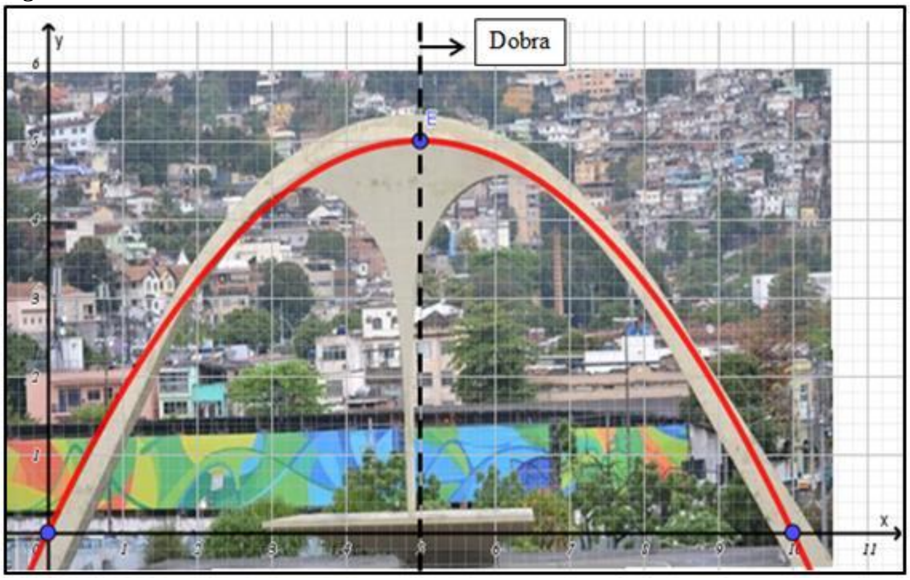
TAREFA 3

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(a) Dobre a folha ao meio, de maneira que a dobra divida o eixo x, em duas partes iguais. Certifique-se que ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por você, foi dividida exatamente ao meio, conforme Figura 1.

Figura 1 - Dobra da folha



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

(b) A dobra da folha passa em que coordenadas?

(c) Qual o ponto mais alto desta parábola? Quais suas coordenadas?

(d) Analise o que acontece com os valores de y, no intervalo [0,5]?

(e) Analise o que acontece com os valores de y, no intervalo [5, 10]?

Fonte: Autores, 2020.

APÊNDICE F – Tarefa 1, 2, 3 e 4 – 3º momento

TAREFAS 1, 2, 3 e 4.

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

1 - Clicar no ícone e selecionar ponto Ponto. Inserir no mínimo oito pares ordenados aleatórios, distribuídos pelos quatro quadrantes. Para isso toque em qualquer ponto do 1º, 2º, 3º e 4º quadrante, do plano cartesiano.

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

2 - Digite na caixa de entrada + Entrada... os seguintes pares ordenados: (4,6), (2,4), (0,2), (-2,0), (-4, -2), (-6,-4).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

3 - Digite na caixa de entrada + Entrada... os seguintes pares ordenados: (-1, 8), (0,3), (1,0), (2,-1), (3,0), (4,3), (5, 8).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

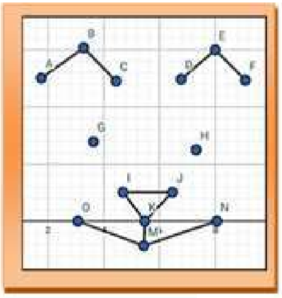
(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

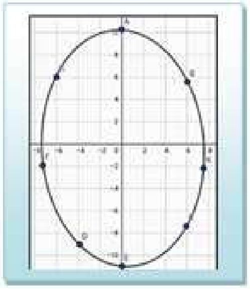
4 - Organize os pares ordenados da questão 3, em uma tabela. Cuide para que os valores de *x* estejam em ordem crescente. Depois, observe o que acontece como os valores de *y* à medida que os valores de *x* aumentam? Existe alguma regularidade entre os pares ordenados?

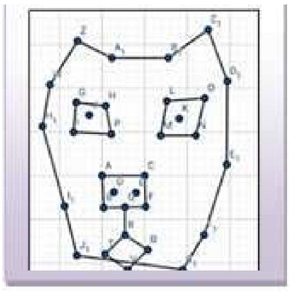
Fonte: Autores, 2020.

PRODUTO EDUCACIONAL

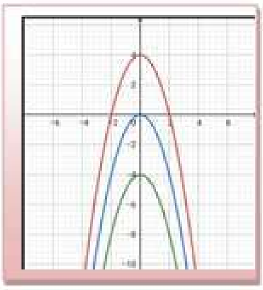
O Produto Educacional encontra-se disponível nos endereços:
<https://www.upf.br/_uploads/Conteudo/ppgecm/2020/Arieli_PRODUTO.pdf>
<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/582664>

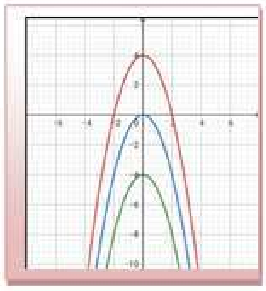




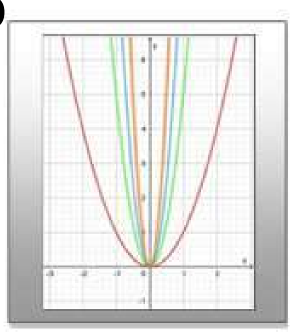


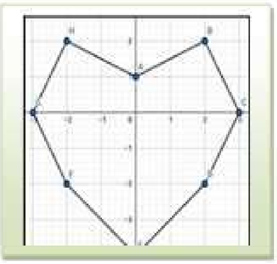
PPGECM
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Ciências Exatas e Geociências – Iceg





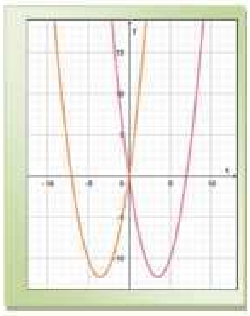
UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

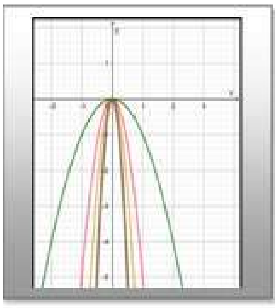




Arieli dos Santos

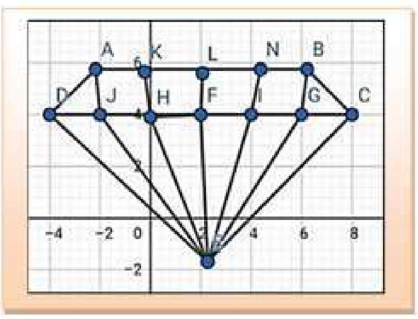
Luiz Henrique Ferraz Pereira

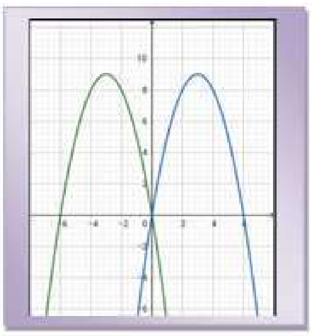


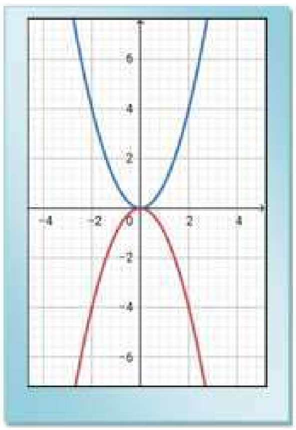


Passo Fundo

2020







Arieli dos Santos

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto de Ciências Exatas e Geociências, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do Professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

Passo Fundo

2020

CIP – Catalogação na Publicação

S237f Santos, Arieli dos

Função quadrática [recurso eletrônico] : uma proposta de ensino-aprendizagem com o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais / Arieli dos Santos. – 2020.

8.5 Mb ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: <http://www.upf.br/ppgecm>.

Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Ensino - Meios auxiliares. 3. Didática. 4. Tecnologia educacional. I. Pereira, Luiz Henrique Ferraz, orientador. II. Título.

CDU: 372.85

Catalogação: Bibliotecário Luís Diego Dias de S. da Silva – CRB 10/2241

LISTA DE QUADROS E FIGURAS

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional apresentado na forma de uma sequência didática intitula-se "*Uma Proposta para o ensino de função quadrática com o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais*", e vincula-se à dissertação de mestrado "*Função Quadrática:* uma proposta de ensino-aprendizagem com o uso de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais" de Arieli dos Santos, desenvolvida sob a orientação do professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira. O estudo está vinculado à linha de pesquisa Práticas Educativas em Ensino de Ciências e Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), da Universidade de Passo Fundo (UPF).

A sequência didática propõe o ensino dos seguintes conceitos relacionados à função quadrática:

(1º) *Raízes ou zeros de uma função e vértice,* com os objetivos de: a) determinar estes pontos algebricamente; b) reconhecer estes pontos no gráfico; c) marcar esses pares ordenados no gráfico.	**(2º) *Gráficos,* objetivando:** a) Traçar manualmente a parábola no plano cartesiano utilizando as raízes, o vértice, o ponto (0,c) e o eixo de simetria; b) Construir gráficos utilizando o aplicativo Geogebra; c) Identificar os efeitos dos parâmetros *a*, *b* e *c*, a partir da análise de gráficos construídos no aplicativo Geogebra e manualmente; e, d) Identificar algumas características do gráfico analisando os valores dos parâmetros da lei matemática.

Frente às competências e habilidades indicadas pela Base Nacional Curricular Comum (BNCC), nesta investigação buscou-se o desenvolvimento das competências específicas quatro e cinco. No Quadro 1, apresentam-se as competências e habilidades exploradas nesta sequência didática.

Quadro 1 - Competências 4 e 5 da BNCC e as habilidades envolvidas.

Competência** 4	Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.
Objeto do conhecimento*	- Função polinomial do 2º grau. - Estudo do comportamento da função quadrática (intervalos de crescimento e decrescimento, ponto de máximo e mínimo e variação da função).
Habilidades	(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
Competência 5	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
Objeto do conhecimento	- Funções polinomiais do 2º grau (função quadrática): gráfico, raízes, pontos de máximo/mínimo, crescimento/decrescimento, concavidade. (EM13MAT502). - Funções polinomiais do 2º grau (função quadrática) (EM13MAT503). - Pontos críticos de uma função quadrática: concavidade, pontos de máximo ou de mínimo (EM13MAT503).
Habilidades***	(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
Competência Trata-se da “[...] mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2017, p. 8). Assim, é a capacidade de mobilizar todos esses conhecimentos, recursos e vivências para resolver situações da vida real.	**Habilidade** Trata-se da aplicação prática de uma determinada competência, ou ainda, indica o que o estudante deve aprender para ser competente em algo. Ex.: o estudante precisa aprender a ler e a escrever (habilidades). Espera-se que com essas habilidades ele consiga compreender e interpretar um texto a partir da leitura (competência).

*Conteúdo
**O que o aluno precisa saber.
***O que o aluno precisa saber fazer.
Fonte: Autores, 2020.

Sendo assim, para o desenvolvimento da quarta competência buscou-se utilizar as diferentes representações de um mesmo objeto matemático para uma compreensão das ideias que elas expressam e dos conceitos matemáticos envolvidos. Por exemplo, exploraram-se as raízes e o vértice através da representação algébrica, representação do plano cartesiano e suas coordenadas. Também a representação gráfica e algébrica de uma função quadrática e a organização dos pares ordenados em forma de tabela.

E, para o desenvolvimento da quinta competência buscou-se investigar os efeitos dos parâmetros a, b e c no gráfico, através da observação de regularidades, de tal forma a levar o aluno a formulação de explicações (hipóteses) e a tentativa de validação de suas explicações (argumentação). Para facilitar a observação de tais regularidades, recorreu-se ao apoio de tecnologias digitais e para expressar suas ideias e construir seus argumentos recorreu-se a linguagem escrita e falada.

Compreende-se que, desenhar o gráfico da função tem um papel importante neste processo. No entanto, para analisar o que acontece com uma parábola quando os parâmetros a, b e c, são modificados, por exemplo, seria necessário desenhar muitos gráficos. O que além de tomar muito tempo da aula, tornaria esse processo desgastante. Frente a isso, optou-se pela utilização do aplicativo Geogebra, como recurso tecnológico para a exploração de gráficos.

Sendo assim, a sequência didática está organizada em nove momentos, contendo em cada um deles:

1 – título,
2 – objetivos,
3 – tempo de duração estimado e,
4 – os recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais que serão utilizados.

Os momentos também possuem uma organização interna que chamamos de etapas. Dentro das etapas estão previstas:

a) as explicações dos conceitos abordados,
b) as tarefas,
c) roteiros de aula com o passo a passo para a utilização do aplicativo Geogebra nas aulas de Matemática e,
d) os jogos "Quais são as minhas características?" e "Função Quadrática".

A dissertação base, que dela originou este produto, utilizou a teoria sociointeracionista de Vygotsky, e como tal, fundamenta a estrutura deste sequenciamento, bem como norteia sua implementação em sala de aula. Assim, o material disponibilizado tem o intuito de contribuir para a aprendizagem dos estudantes, auxiliar na prática pedagógica dos professores de Matemática do ensino médio e promover a interação entre os estudantes, especialmente.

Menciona-se que esta sequência didática está disponível no site do PPGECM e no site do EduCapes, podendo ser utilizada de forma livre, por todos os professores que a considerarem relevante, desde que a fonte seja citada. Logo, em seguida, apresenta-se uma breve descrição da proposta, sua intenção e algumas considerações sobre ela.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PROPOSTA

O ensino da Função Quadrática, por meio da utilização de recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais, é um tema de relevância no ensino de Matemática, e muito se tem pesquisado sobre esta temática. No entanto, embora a sua importância seja evidenciada em pesquisas e documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e BNCC, ainda há entraves que dificultam a sua efetivação nas práticas dos educadores, bem como sua inserção no contexto educacional.

Dentre as dificuldades mencionadas esta à necessidade de uma mudança de paradigmas dos professores no que tange à alteração de estratégias e metodologias de ensino. Estas devem valorizar e considerar o contexto dos alunos envolvidos, visando reduzir o distanciamento entre o contexto escolar e o mundo contemporâneo. Para isso, o ensino precisa ser ministrado através do uso dos diferentes recursos existentes e disponíveis na sociedade, principalmente os de natureza tecnológica. Outra dificuldade está relacionada à valorização em demasia dos aspectos lógicos, formais e dedutivos da Matemática, dando-se pouca ênfase às possíveis aplicações desta e ao papel ativo e criador dos estudantes. E por fim, outro aspecto, não menos importante, é o desinteresse de muitos alunos pela disciplina de Matemática, que pode estar associado às dificuldades citadas anteriormente.

Nesta linha de pensamento os PCNEM propõem que aprender Matemática vai além da memorização, da reprodução, da aprendizagem passiva e do ensino centrado no professor.

> [...] não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as idéias [sic] isoladas e desconectadas umas das outras (BRASIL, 2000, p. 43).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) indicam que o caminho da reprodução mecânica de procedimentos e a acumulação de informações não têm contribuído para uma aprendizagem eficiente e com significados, como se almeja. Além disso, os materiais didáticos, quando explorados em contextos pouco significativos e de forma artificial, tornam-se obsoletos. Assim, indicam a necessidade de uma mudança de postura do professor em relação aos processos de ensino, que torne o aluno participante e ativo no processo de aprendizagem.

Na visão dos PCNEM (BRASIL, 2000), uma possibilidade para essa mudança de paradigma é a interação entre os alunos, o papel do professor como mediador e do estudante como participante ativo neste processo, bem como, um ensino contextualizado. Desta forma, a aprendizagem poderá contribuir para a formação plena do estudante, dando sentido aos conteúdos ensinados. Ou seja, os conhecimentos adquiridos ao longo da educação básica contribuirão para a formação cidadã (profissional, social e cultural) do estudante. Assim, os PCNEM inferem que:

> O aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural (BRASIL, 2000, p. 7).

Ambos os documentos orientam que o professor deve utilizar diferentes recursos didáticos, sejam tecnológicos digitais ou não, como mediadores no processo de ensinar e de aprender. Segundo a BNCC (BRASIL, 2017), a contextualização e a utilização de tais recursos são algumas das ações que contribuem para que as aprendizagens essenciais sejam desenvolvidas. No entanto, para que tais recursos didáticos sirvam como apoio ao processo de ensinar e aprender, devem ser selecionados, produzido, aplicados e avaliados previamente.

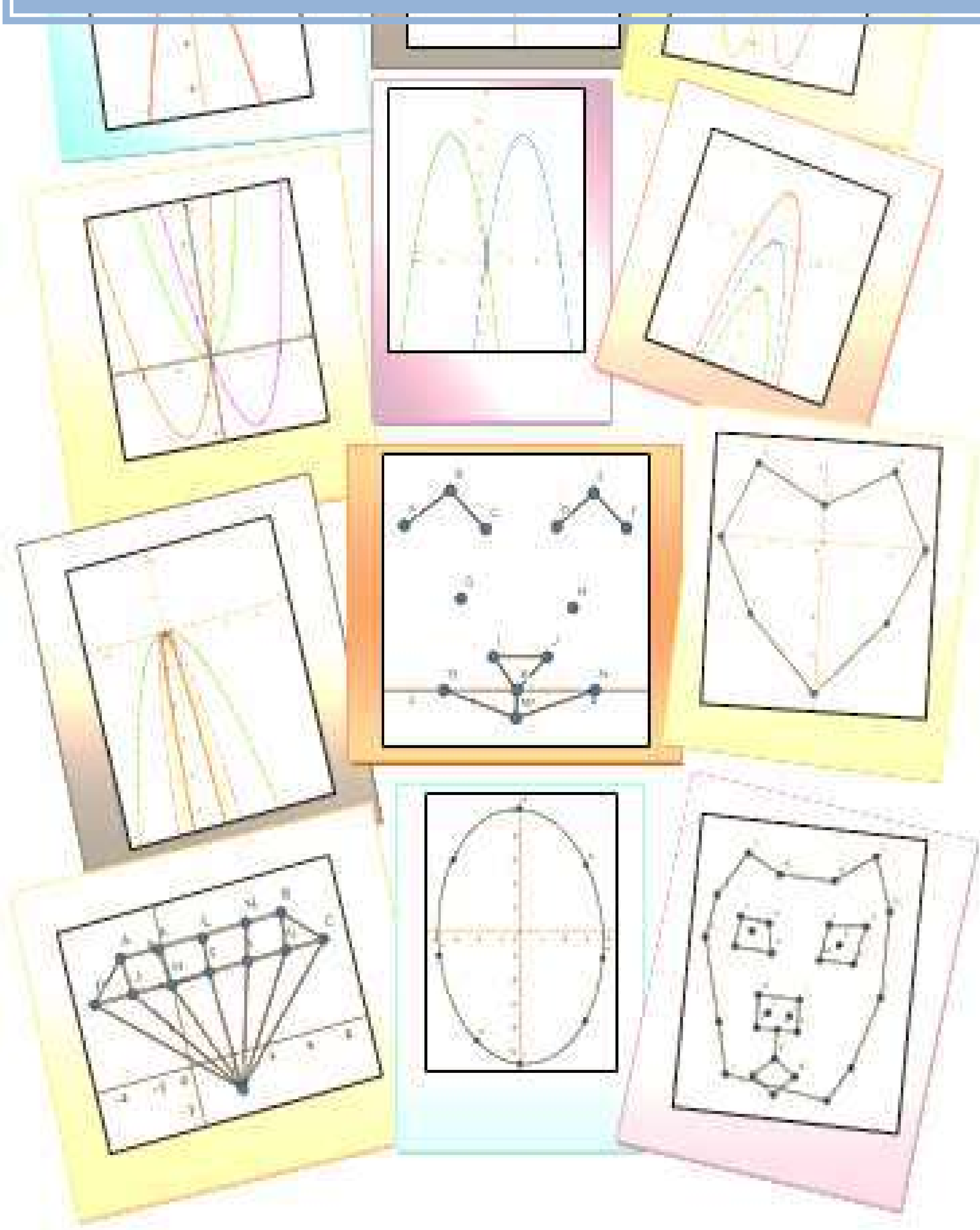
No entanto, Souza (2007) menciona que, o recurso didático não pode ser utilizado de qualquer jeito. O professor precisa ter clareza dos motivos pelos quais fez determinada escolha e saber qual a relação deste com o processo de ensino e de aprendizagem. Ou seja, não se trata apenas do recurso a ser utilizado, mas de como será utilizado, da capacidade de mediação do professor. Sua utilização deve responder as seguintes perguntas "O que? Quando? Como? Porquê? pois, este educador, deve ter um propósito claro, domínio do conteúdo e organização para utilização de tais materiais" (SOUZA, 2007, p. 111).

Destaca-se ainda, que tais recursos didáticos, por si só, não garantem a aquisição do conhecimento, nem a compreensão do conteúdo pelo estudante. Além disso, não possuem em si mesmo, a capacidade de despertar o interesse do aluno, ou motivá-lo para a aprendizagem, sendo fundamental a mediação do professor.

Frente a isso, com a intenção de auxiliar na prática pedagógica dos professores de Matemática do ensino médio, elaborou-se uma sequência didática, que visa contribuir para uma mudança de postura do professor, colocando-o como mediador deste processo de ensinar e aprender, tornando o aluno participante e ativo nas aulas. Promovendo uma aprendizagem mediada por recursos didáticos tecnológicos digitais e não digitais. Criando situações em que o estudante possa interagir com o meio, com o outro e com ele mesmo. Favorecendo assim, a aquisição do conhecimento e despertando o interesse do aluno pelo estudo.

A seguir apresenta-se a sequência didática elaborada em momentos.

3 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA PROPOSTA



***Utilizaremos alguns ícones (imagens) ao longo desta sequência didática, para facilitar sua leitura, compreensão e aplicação*.**

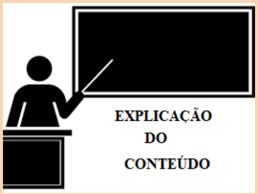
Quando aparecer estas imagens, significa que:

São orientações importantes relacionadas a:

- Ordem em que devem ser propostas: as tarefas, as explicações de conteúdo, os jogos, os vídeos, as imagens.
- O que é importante que o professor mencione aos estudantes.
- Orientações que devem ser repassadas aos estudantes.

São sugestões e dicas importantes relacionadas a:

- O que se espera que os estudantes respondam nas tarefas.
- Possibilidades de respostas dos estudantes e como o professor pode intervir.



O professor deve ler o texto (definições, conceitos e explicações) e organizar no quadro, a sistematização dos principais conhecimentos abordados, para que os estudantes registrem em seus cadernos.

Materiais que devem ser impressos.

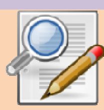
Tarefas em grupo.

Estudante deve utilizar seu dispositivo móvel.

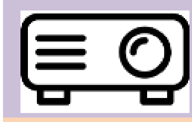
Quando for necessário organizar as tarefas, imagens, roteiros no *PowerPoint*.

Aplicativo Geogebra.

São sugestões de como o conteúdo pode ser explicado.



Tarefas que devem ser realizadas, bem como seus respectivos objetivos.



Projeção de imagens e tarefas, reprodução de vídeos, no Projetor multimídia.

Disponibilizam-se os links para acessar reportagens, vídeos, sites entre outros.

Indicam a necessitam de interação entre os estudantes: debater respostas, trocar informações e experiências.

3.1 Primeiro momento

Título: A matemática presente em nosso cotidiano.

Objetivos:

- Apresentar a proposta de trabalho aos estudantes.
- Contextualizar o traçado da parábola a partir do cotidiano dos estudantes.
- Verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação aos conceitos de raízes ou zeros e vértice e, a representação da parábola no plano cartesiano.
- Representar a parábola no plano cartesiano.
- Definir o que é uma função quadrática.

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, vídeo, quadro e marcador de quadro.

1ª etapa: Apresentação da proposta de trabalho.

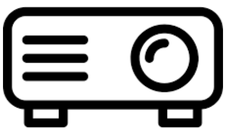
ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Oriente os estudantes, sobre como ocorrerão às aulas, quais as metodologias e os recursos que serão utilizados tais como avaliações e trabalhos.

(2º) Mencione a utilização do aplicativo Geogebra, em aulas futuras para que façam o *download* (ver página 38), em seus dispositivos móveis.

(3º) Ressalte a importância da participação, comprometimento e assiduidade dos estudantes.

PROJETOR MULTIMÍDIA



Sugere-se a utilização do projetor multimídia, como recurso didático tecnológico para reproduzir vídeos, projetar imagens, tarefas, roteiros de aula, com o intuito de reduzir o excesso de cópias impressas ao longo desta sequência didática. Sugere-se também a criação de um grupo no WhatsApp com os estudantes, para coletar os gráficos construídos por eles no aplicativo Geogebra, pela sua praticidade e rapidez. No entanto, cada professor pode adequar esses combinados à realidade de sua escola.

2ª etapa: Contextualizando o traçado da parábola a partir de um conjunto de imagens e de uma reportagem. Propondo a primeira tarefa.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Apresente aos estudantes diferentes imagens, de curvas presentes no cotidiano deles.

(2º) Projete uma reportagem para os estudantes assistirem.

Oriente os estudantes para que:

(1º) Analisem e identifiquem o que as imagens têm em comum.

(2º) Identifiquem se existe algo comum, entre as situações apresentadas no vídeo e nas imagens.

A reportagem relata um fato ocorrido no município de Orlândia/SP, onde uma caminhonete salta 15 metros entre duas pistas da rodovia Anhanguera, motorista e o carona saem ilesos. Está disponível no endereço: <https://bityli.com/hI5dC>.

Sugere-se que as imagens sejam pesquisadas na internet e organizadas previamente em slides para serem projetadas no projetor multimídia. A seguir, apresentam-se as imagens de curvas presentes no cotidiano.

PROJETOR MULTIMÍDIA

CURVAS PRESENTES NO COTIDIANO

Ponte Internacional da Amizade – Brasil/Paraguai

Ponte JK (Brasília)

Ponte Infinito (Inglaterra)

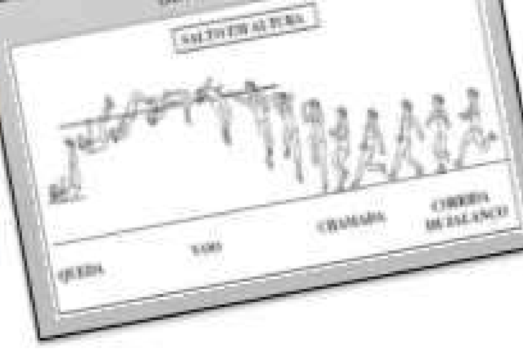
Ponte Golden Gate (Estados Unidos)

Ponte da Baía de Sindney (Sidney, Austrália)

Arco-íris.

Salto de um cavalo.

Salto em altura.



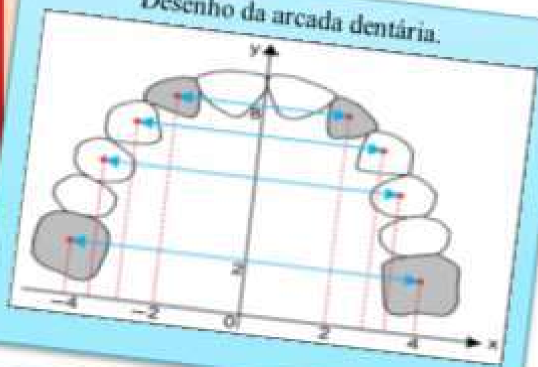
Lançamento de uma bola de basquete.

Lançamento de Foguete (noite).

Lançamento da bola de futebol.

Fio de luz em postes.

Logotipo do McDonald's

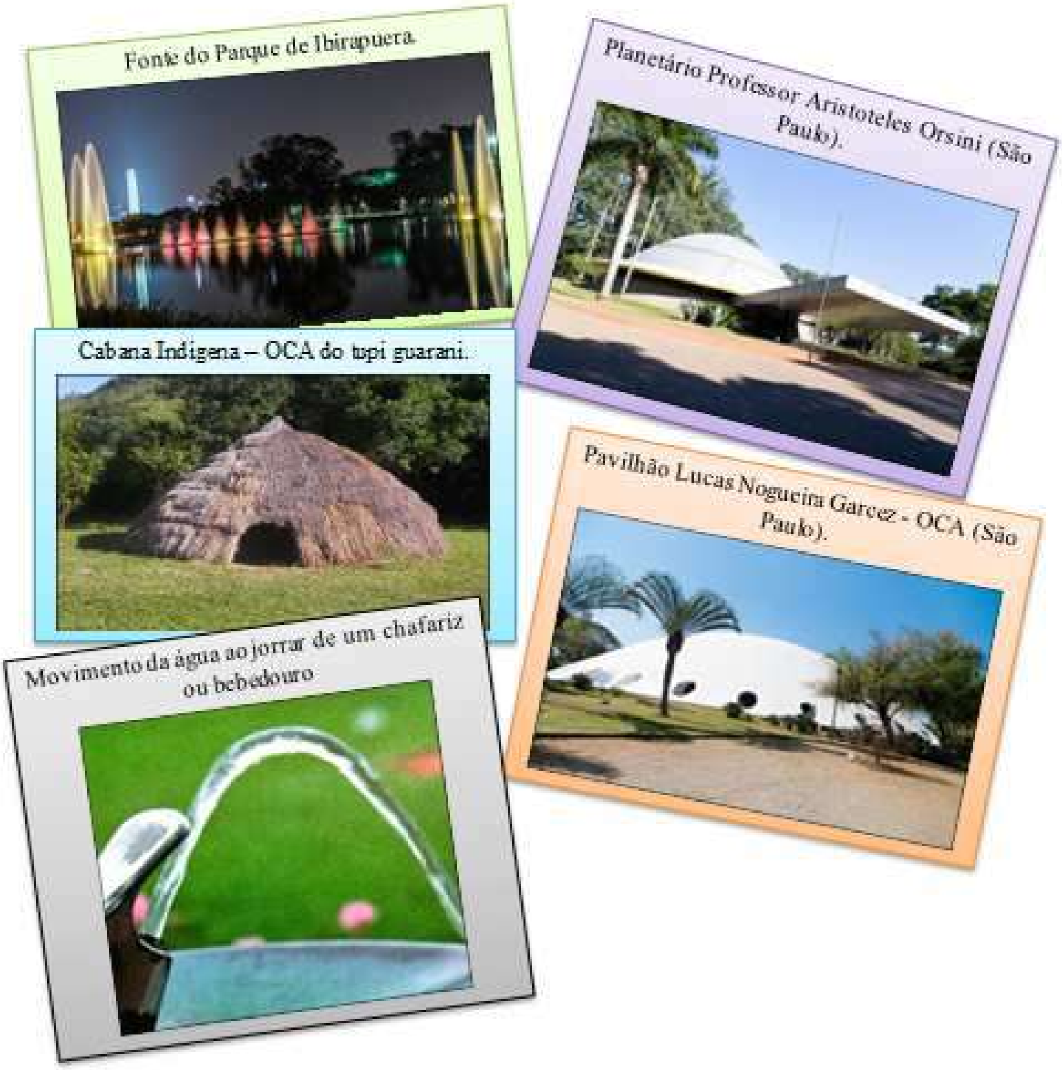


Desenho da arcada dentária.

Imagem de uma montanha-russa.

Fibras ópticas carregando informações.

Crianças brincando de pular corda.



ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Proponha aos estudantes a realização da Tarefa 1.

Oriente-os a:

- Copiarem e realizarem a tarefa em uma folha do caderno.
- Debaterem suas respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.
- Entregarem ao professor depois de concluí-la.

(2º) Oportunize que as duplas compartilhem suas percepções, no grande grupo, socializem suas respostas e troquem experiências com seus colegas, dentro de uma perspectiva interacionista. Assim, poderão rever seus conhecimentos e ampliar esse conjunto de informações. Além disso, será possível identificar os conhecimentos espontâneos dos estudantes.

(3º) Lembre-se de mencionar aos estudantes que eles não estarão sendo avaliados quantitativamente neste momento, mas pelo envolvimento ao longo das aulas e das atividades propostas. O principal enfoque estará no processo e na tentativa de realização das tarefas, assim devem realizá-las sem se preocupar com respostas certas, erradas ou nota.

A *primeira tarefa* tem como objetivo levar o estudante a perceber o traçado da parábola no cotidiano, bem como contextualizar a função quadrática no dia a dia. E ainda, verificar se percebem conhecimentos matemáticos nas situações apresentadas, especificamente a função do 2º grau.

Sugere-se que a Tarefa 1 seja organizada previamente pelo professor, em slides, para ser projetada no projetor multimídia. A seguir, apresenta-se a Tarefa 1.

TAREFA 1

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

Em **DUPLA**, discuta com seu colega e responda os seguintes questionamentos:

(a) O que essas imagens têm em comum?

(b) Qual é a relação entre as imagens e a situação apresentada pelo vídeo?

(c) Estes fenômenos poderiam ser a representação gráfica de uma função? Qual?

Debate e troca de experiências com a turma.

Fonte: Autores, 2020.

Espera-se na primeira tarefa, que os estudantes respondam que, tanto a situação apresentada no vídeo, como as imagens apresentadas descrevem a trajetória de uma curva, chamada **parábola**. E, que esta curva pode ser descrita matematicamente, por uma **função do 2º grau** ou **função quadrática**. No texto *“Definição algébrica da função quadrática”*, página 26, terceira etapa, você pode conferir a definição da nomenclatura parábola.

(1º) Leia o texto "Catenárias", fornecido a seguir:

(2º) Destaca-se que nesta sequência didática não aprofundaremos o estudo de Catenárias.

(3º) Sugere-se que o professor assista a alguns vídeos, como uma breve contextualização sobre o assunto:

- Isto é Matemática T04E09 A Catenária.
- A arte de construir pontes – TV Escola.
- Catenária (Catenary)

(4º) Os vídeos estão disponíveis respectivamente nos endereços:

<https://www.youtube.com/watch?v=yBH5ezzY_-0>.

<http://hotsite.tvescola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/transporte/>.

<https://www.youtube.com/watch?v=qFpS_oDihoU>.

<https://www.youtube.com/watch?v=FWJXKEMo5Jo>.

Catenária

Nem todas as curvas exploradas nas imagens anteriores (páginas 13, 14 e 15) são parábolas. Algumas delas são catenárias. Esta palavra deriva do termo em latim catena, que significa "corrente". Catenárias são curvas formadas por correntes suspensas, presas em dois pontos e sob influência da gravidade. Destaca-se que as curvas das pontes pênseis e dos fios de energia elétrica presos em postes, são alguns exemplos de catenárias presentes em nosso cotidiano.

Uma experiência simples que pode ser realizada com os estudantes para observar algumas das características dessa curva é a utilização de uma corrente ou de uma corda. Inicialmente mantenha-a esticada e depois arqueada. Levando-os a perceber através da observação, que ao esticá-la, representará uma linha e ao deixá-la arqueada, representará uma catenária.

Adaptação: A arte de construir pontes – TV Escola. Disponível em: <http://hotsite.tvescola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/transporte/>.

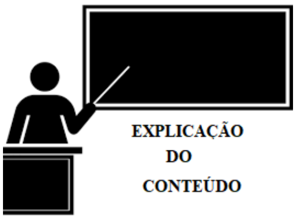
3ª etapa: Explicação do conteúdo. Propondo a segunda tarefa.

(1º) Retome com os estudantes os seguintes conceitos:

- O que é par ordenado e plano cartesiano.
- Diferenciar o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.
- Relembrar como se localiza e marca, pares ordenados em um plano cartesiano.
- Relembrar e identificar os quadrantes.

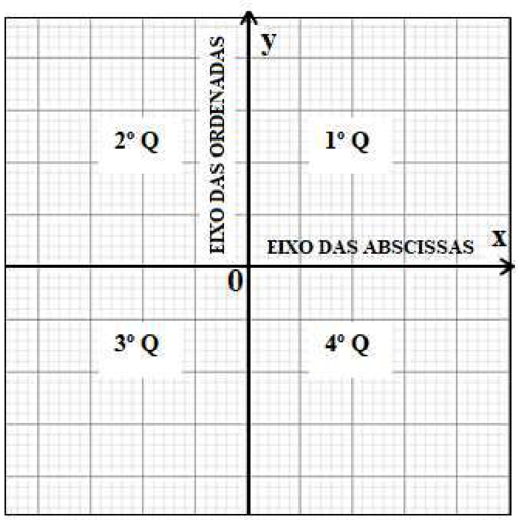
(2º) Realize a leitura do texto "*Plano Cartesiano e Par ordenado*". A partir disso, organize um esquema no quadro, com a sistematização destes conceitos.

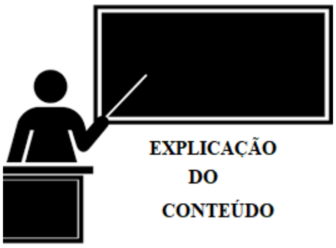
Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. A seguir, apresenta-se a explicação do conteúdo.



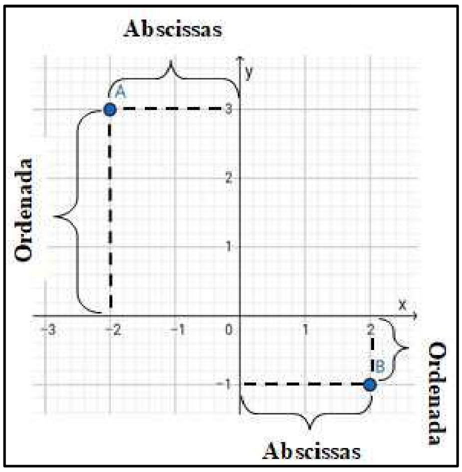
Plano Cartesiano: É formado por uma reta horizontal (x) e por uma reta vertical (y), que são perpendiculares entre si. As duas retas se encontram na origem (zero). O eixo horizontal é denominado eixo das abscissas ou eixo x. E o eixo vertical é denominado eixo das ordenadas ou o eixo y.

Na reta horizontal, os valores a direita de zero, são positivos e a esquerda de zero, negativos. Na reta vertical, os valores a cima de zero, são positivos e a baixo, negativos.





<u>Par ordenado</u>: é formado por dois números reais, organizados entre parênteses, que seguem uma ordem, o primeiro número corresponde a x, e o segundo corresponde a y. O par ordenado permite a localização de qualquer ponto no plano cartesiano por isso são chamados de coordenadas cartesianas. Exemplo:



(a) Qual é o par ordenado correspondente a "***duas unidades para a esquerda e três unidades para cima***"?

Explique que "***duas unidades a esquerda de zero***" o deslocamento ocorre na ***horizontal (eixo x)*** $\Rightarrow \boldsymbol{x = -2}$.

E "***três unidades para cima de zero***" o deslocamento ocorre na ***vertical (eixo y)*** $\Rightarrow \boldsymbol{x = +3}$. Logo, o par ordenado correspondente é (x, y) = (-2, 3).

(b) Qual é o par ordenado correspondente a "***duas unidades para a direita e uma unidade para baixo***"?

Explique que "***duas unidades a direita de zero***" o deslocamento ocorre na ***horizontal (eixo x)*** $\Rightarrow \boldsymbol{x = +2}$.

E "***uma unidade para baixo de zero***" o deslocamento ocorre na ***vertical (eixo y)*** $\Rightarrow \boldsymbol{x = -1}$. Logo, o par ordenado correspondente é (x, y) = (2, -1).

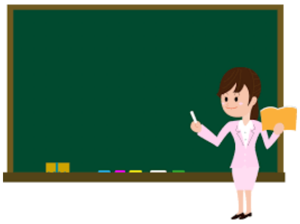
(1º) Leia o "*Roteiro para a Tarefa 2*" e siga as orientações dadas.

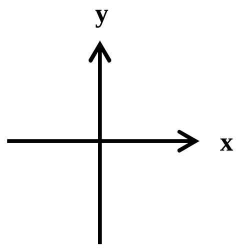
(2º) Depois, proponha a Tarefa 2 e posteriormente corrija-a com os estudantes e esclareça suas dúvidas.

O objetivo desta tarefa é a localização de pares ordenados no plano cartesiano. A seguir, apresenta-se o roteiro e a Tarefa 2.

Professor (a): ***Roteiro para a Tarefa 2***

(1º) Desenhe o plano cartesiano no quadro.





(2º) Oriente os estudantes a traçarem o plano cartesiano no caderno ou na folha, caso seja impressa, e entregue a eles.

Oito unidades para a direita e, oito unidades para a esquerda no eixo x.

Oito unidades para cima e, oito unidades para baixo, no eixo y.

(3º) Mencione aos estudantes que serão dadas algumas orientações relacionadas aos valores de x e de y, para que identifiquem e registrem os pares ordenados correspondentes no plano cartesiano.

(4º) Defina com os estudantes que a primeira orientação do ponto será o valor de x e a segunda orientação será para o eixo y, pois se tem um par ORDENADO.

(5º) Oriente-os que tais coordenadas são sempre em relação à origem do sistema cartesiano.

(6º) As seguintes orientações serão dadas oralmente, para que os estudantes registrem na folha ou no caderno as coordenadas desses pares:

Ponto A: Três unidades para a esquerda e cinco unidades para baixo. Espera-se que eles registrem o par ordenado (-3,-5).
Ponto B: Duas unidades para a esquerda e duas unidades para baixo. Espera-se que eles registrem o par ordenado (-2,-2).
Ponto C: Duas unidades para a esquerda e uma unidade para baixo. Espera-se que eles registrem o par ordenado (-2, -1).
Ponto D: Nenhuma unidade no eixo horizontal e nenhuma unidade no eixo vertical. Espera-se que eles registrem o par ordenado (0, 0).
Ponto E: Nenhuma unidade no eixo horizontal e cinco unidades para cima. Espera-se que eles registrem o par ordenado (0,5).
Ponto F: Cinco unidades para a direita e nenhuma unidade no eixo vertical. Espera-se que eles registrem o par ordenado (5,0).
Ponto G: Cinco unidades para a esquerda e três unidades para cima. Espera-se que eles registrem o par ordenado (-5, 3).
Ponto H: Cinco unidades para a direita e três unidades para baixo. Espera-se que eles registrem o par ordenado (5, -3).

(7º) Oriente os estudantes a marcarem as coordenadas dos pontos dados, no plano cartesiano.

(8º) Corrija e esclareça as dúvidas dos estudantes.

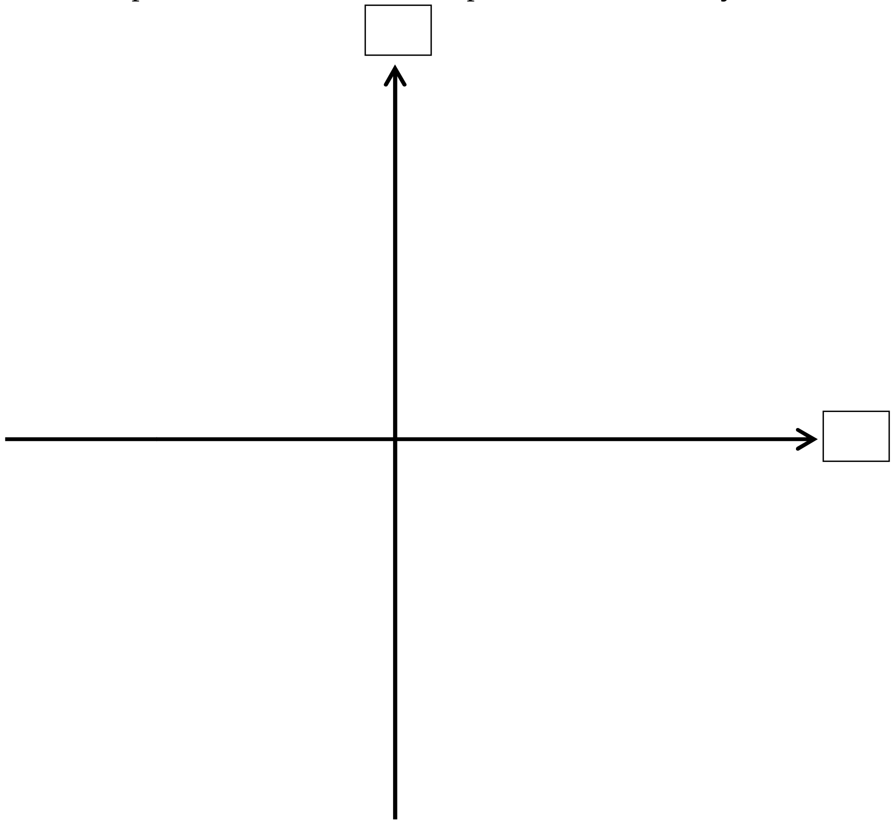
Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 2: PLANO CARTESIANO E PAR ORDENADO

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(1º) Desenhe o plano cartesiano: Oito unidades para a direita e oito unidades para a esquerda no eixo x. Oito unidades para cima e oito unidades para baixo, no eixo y.



(2º) Registre aqui as coordenadas ditas pelo seu professor:

Ponto A:	Ponto C:	Ponto E:	Ponto G:
Ponto B:	Ponto D:	Ponto F:	Ponto H:

(3º) Agora, marque as coordenadas dos pontos dados, no plano cartesiano.

(4º) Utilize como unidade de medida 0,5 cm.

(5º) Lembre-se que a primeira orientação do ponto será para o valor de x e a segunda orientação será para o eixo y, pois temos um par ORDENADO. Tais coordenadas são sempre em relação à origem do sistema cartesiano.

Fonte: Autores, 2020.

(1º) Proponha aos estudantes a realização da Tarefa 3.

(2º) Oriente-os a:

- Analisarem as imagens.
- Copiarem as perguntas (questionamentos) e respondê-las em uma folha.
- Debaterem as respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.
- Entregarem ao professor depois de concluí-la.

(3º) Destaca-se que o papel do professor é mediar esse processo, conduzindo-os por meio de questionamentos. Incentive os estudantes a trocarem informações e debaterem suas respostas com seus colegas, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

A *terceira tarefa* tem como objetivo identificar alguns conhecimentos prévios dos estudantes sobre vértice e raízes, tais como:

(1º) Analisar a curva traçada e identificar os pontos em que toca o eixo x e o ponto mais alto, bem como reconhecer as coordenadas desses pontos.

(2º) Verificar se lembram dos nomes que recebem esses pontos, de forma natural ou não e,

(3º) Reconhecer o quadrante no qual está localizada a parábola.

Sugere-se que a Tarefa 3 seja organizada previamente pelo professor, em slides, para ser projetada no projetor multimídia. A seguir, apresenta-se a Tarefa 3.

Sugere-se a leitura do trabalho “O uso do computador (Geogebra) e do logotipo do McDonald’s no estudo da função do 2º grau” (TRAMM; CUNHA, 2011). Está disponível no endereço: <http://www4.pucsp.br/geogebrala/submissao/pdfs/69elda.pdf>.

TAREFA 3

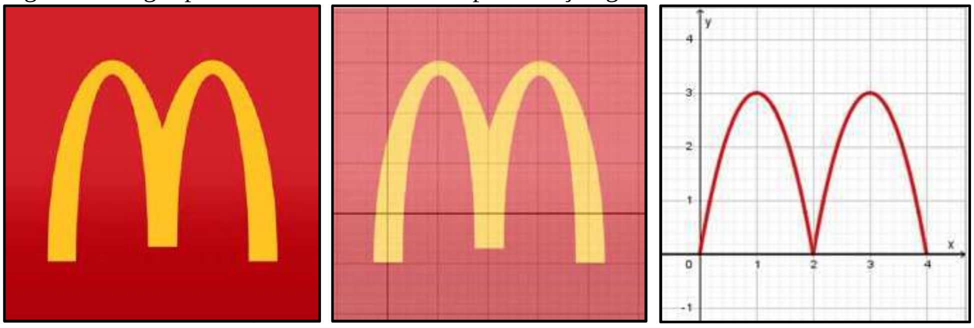
Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

Os designers gráficos utilizam diferentes figuras geométricas na construção de logotipos. Na Figura 1, abaixo, podemos observar um exemplo disso, que é a letra M de McDonald’s, formada por duas parábolas. Como as duas parábolas são idênticas, podemos trabalhar apenas com uma.

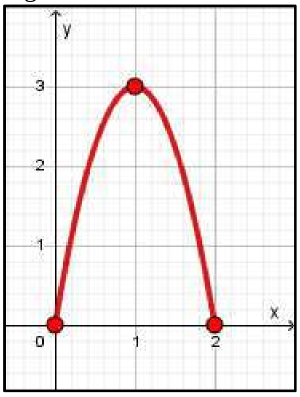
Figura 1 - Logotipo do McDonald’s e sua representação gráfica.



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Sendo assim, siga as orientações e depois realize as seguintes atividades:

Figura 2 - Parábola



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

(1º) Desenhe o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Identifique os eixos x e y.

(3º) A parábola ao lado (Figura 2) é a representação gráfica de uma das “pernas” da letra M. Represente essa curva no plano cartesiano, o mais semelhante possível, como no exemplo.

(4º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(5º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

Agora responda os seguintes questionamentos:

(a) A parábola está localizada em qual quadrante?

(b) A parábola traçada toca o eixo do x? Quais são as coordenadas desses pontos? Que nome recebem esses pares ordenados?

(c) Identifique as coordenadas do ponto mais alto desta parábola. Que nome esse par ordenado recebe?

Fonte: Autores, 2020.

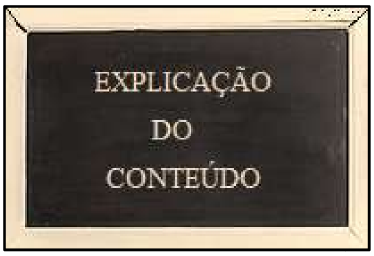
Espera-se na Tarefa 3, que os estudantes respondam que as coordenadas dos pontos em que a parábola toca o eixo x são respectivamente (0,0), (2,0), e o ponto mais alto, é (1,3), neste exemplo. Perceba se eles lembram-se dos nomes que recebem esses pontos (raízes ou zeros de uma função) de forma natural ou não.

(1º) Realize a leitura do texto “*Definição algébrica da função quadrática*”.

(2º) Organize um esquema no quadro, com a sistematização dos principais conceitos explorados na Tarefa 2 e 3.

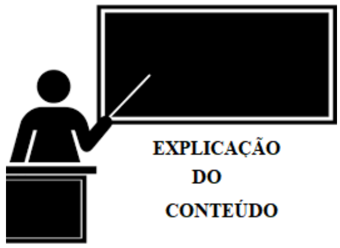
(3º) Relacione as curvas apresentadas nas imagens e na reportagem, com a parábola.

(4º) Explore a definição algébrica de função quadrática.



Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. A seguir, apresenta-se a explicação do conteúdo.

Definição algébrica da função quadrática

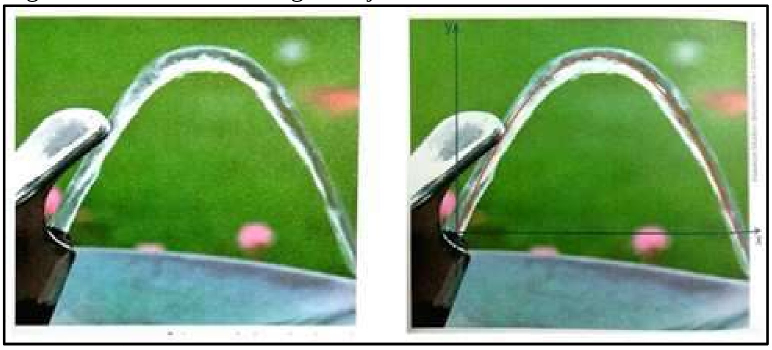


As curvas que se comportam desta forma, conforme os exemplos dados pelas imagens anteriores recebem o nome de **parábola**. Por sua vez, uma parábola é expressa algebricamente por uma **função quadrática**, ou seja, o gráfico de uma **função quadrática** é uma **parábola**.

A parábola aparece como padrão de comportamento de muitos fenômenos, como a trajetória de um projétil ao ser lançado, o movimento que a bola faz em um chute a gol, o fio de luz nos postes, entre outros (DANTE, 2013).

O estudo do movimento realizado por um objeto ao ser lançado é uma das aplicações da função quadrática (BALESTRI, 2016). Outro exemplo, desse tipo de movimentos, é a linha descrita pela água ao jorrar em uma fonte (Figura 3). “A trajetória desse movimento pode ser descrita aproximadamente pelo gráfico de uma função quadrática, que é uma curva chamada parábola” (BALESTRI, 2016, p. 88).

Figura 3 - Movimento da água ao jorrar de um chafariz ou bebedouro



Fonte: BALESTRI, 2016, p. 88.

De forma geral, as funções que têm a seguinte estrutura $f(x) = ax^2 + bx + c$ ou $y = ax^2 + bx + c$ são chamadas **funções quadráticas**, em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. (DANTE, 2013).

As funções quadráticas podem ser **completas**, quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$. Como é o exemplo da função $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Os parâmetros são: $a = 3$, $b = -2$ e $c = 1$.

Ou podem ser **incompletas**, quando:

$b = 0$ e $c = 0$, por exemplo, $m(x) = 2x^2$;

$b = 0$ e $c \neq 0$, por exemplo, $h(x) = x^2 + 5$

$b \neq 0$ e $c = 0$, por exemplo, $g(x) = -x^2 - 9x$

3.2 Segundo momento

Título: Monumento da Praça da Apoteose e a parábola.

Objetivos:

- Perceber o traçado da parábola no cotidiano
- Representar a parábola no plano cartesiano.
- Verificar, aritmeticamente, que o valor x, *quando* $y = 0$, pode representar a raiz de uma equação.
- Identificar e explorar as raízes, o vértice, o eixo de simetria, o ponto de máximo e o ponto de mínimo, o intervalo de crescimento e decrescimento, a partir do gráfico da função quadrática.
- Fazer *download* do aplicativo Geogebra.

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: projeto multimídia, folha quadriculada, quadro e marcador de quadro.

1ª etapa: Propondo a primeira tarefa.

(1º) Apresente aos estudantes, a imagem do arco da Praça da Apoteose no sambódromo do RJ, através da projeção de slides no projetor multimídia e da leitura do breve texto.

(2º) Comente que o monumento é um grande arco parabólico de concreto, localizado na cidade do Rio de Janeiro e foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer.

(3º) Questione-os se eles já conheciam este ou outros monumentos de Oscar.

(4º) Mencione que o arquiteto sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas.

Sugere-se que a imagem da Praça da Apoteose seja pesquisada na internet e organizada previamente em slides para ser projetada. Sugestão de imagens no endereço: <https://bityli.com/ZHLwY>.

(1º) Proponha aos estudantes a realização da Tarefa 1.

Oriente-os a:

- Copiarem as perguntas e respondê-las em uma folha.
- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização desta tarefa, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.
- Entregarem ao professor depois de concluí-la.

(2º) Entregue aos estudantes uma folha quadriculada para que desenhem o plano cartesiano e a parábola correspondente.

(3º) Com a imagem do arco da Praça da Apoteose já projetada, oriente os estudantes a reproduzirem a parábola, o mais semelhante possível.

(4º) Certifique-se de que todos desenharam a parábola no primeiro quadrante e utilizaram as mesmas coordenadas para as raízes e vértice.

(5º) Mencione que as medidas utilizadas não são reais, mas utilizou-se uma foto do monumento buscando "encaixá-la" no plano cartesiano. Esta disposição no plano cartesiano norteará para as respostas desejadas nos questionamentos seguintes.

A *primeira tarefa* tem como objetivo verificar se os estudantes:

(1º) Ampliaram os conceitos abordados na Tarefa 3 - Primeiro momento.

(2º) Percebem que todo par ordenado localizado sobre o eixo x, tem em comum a ordenada zero.

(3º) Percebem que os pontos em que parábola toca o eixo x recebem o nome de raízes ou zeros de uma função.

(4º) Percebem que o ponto mais alto recebe o nome de vértice.

(5º) Relacionam o conceito "raiz ou zero de uma função", explorado na função do 1º grau, com o conteúdo em estudo, função do 2º grau.

(6º) Analisam o gráfico traçado, identificando corretamente as coordenadas do vértice e as raízes. A seguir, apresenta-se a Tarefa 1.

TAREFA 1

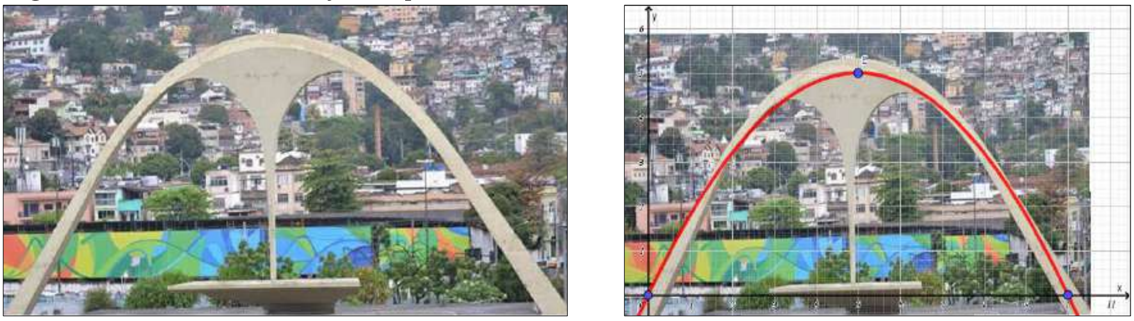
Nome: ________________________________ __________________

Data:____/____/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

O arco da Praça da Apoteose no Sambódromo do Rio de Janeiro foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e teve sua construção finalizada em 1984. O monumento é um grande arco parabólico de concreto com um pendente ao centro. Oscar sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas. Observe na Figura 4, que a curva externa deste monumento tem o formato de uma parábola.

Figura 4 - Monumento da Praça da Apoteose



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Sendo assim, siga as orientações e depois realize as seguintes atividades:

(1º) Desenhar o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Representar no 1º quadrante do plano cartesiano o traçado apresentado na figura à cima (Figura 4), o mais semelhante possível.

(3º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(4º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

Agora responda os seguintes questionamentos:

(a) A parábola traçada toca o eixo do x em quantos pontos? Quais as coordenadas desses pontos?

(b) Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x, tem algo em comum. Pense e discuta com seu colega, o que esses pontos têm em comum?

(c) Esses pares ordenados recebem um nome específico. Qual seria esse nome?

(d) Quais as coordenadas do ponto mais alto dessa parábola? Que nome recebe esse par ordenado?

Investigação

Caso tenha dificuldade para responder a letra "c", vamos revisar o conteúdo "Função Polinomial do 1º grau":

(1º) Que nome recebe o ponto em que a reta intercepta o eixo x?

(2º) Em quantos pontos a reta intercepta o eixo x?

(3º) Em quantos pontos a parábola intercepta o eixo x?

(3º) Você observa algo em comum entre as coordenadas desses pontos, nos quais a reta e a parábola tocam o eixo x?

(4º) Leia novamente a letra "c" e formule uma resposta.

Para refletir...

Em dupla discutam a seguinte questão: (5º) Será que existe alguma relação entre o grau da função 1º grau e, agora, 2º grau, com o número de vezes que o traçado da função intercepta o eixo x?

Fonte: Autores, 2020.

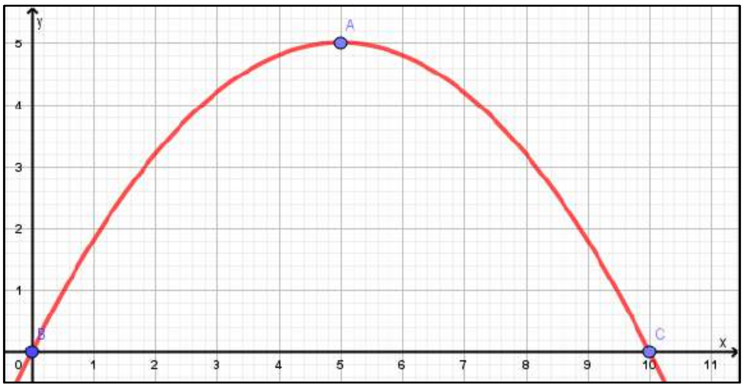
(1º) Espera-se que os estudantes percebam nas letras:

(a) que a parábola intercepta o eixo *x* em dois, de coordenadas (0,0), (10,0).

(b) que todo ponto localizado sobre o eixo *x* tem como ordenada zero. Sendo assim, o valor encontrado para *x* está formando par com o y, $(x, 0)$.

(c) lembrem-se que esses pares ordenados recebem o nome de raízes ou zeros de uma função.

(d) respondam que o ponto mais alto é (5,5) e recebe o nome de vértice.



(2º) Ressalta-se que na **letra (c)** o conceito de raiz ou zero de uma função, talvez não apareça naturalmente. Sendo assim, propõe-se um roteiro de perguntas, referentes à reta e a função do 1º grau, para que o estudante procure as anotações feitas em seu caderno, ou utilize o livro didático, ou a internet, se for possível, buscando informações sobre o conteúdo "Função polinomial do 1º grau", estudado previamente.

2ª etapa: Sistematização dos conceitos explorados na primeira tarefa e explicação convencional do conteúdo.

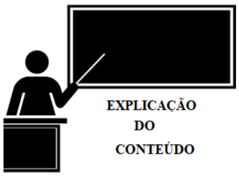
(1º) Organize um esquema no quadro, para sistematização dos conceitos explorados na primeira tarefa.

(2º) Mencione que no decorrer dessa sequência didática vamos relembrar como se calcula algebricamente as raízes ou zeros de uma função do 2º grau.

(3º) Por enquanto, basta saber que os **zeros ou raízes da função** são os pontos em que a parábola intercepta o eixo x, os valores de x' e x''. Nesses pontos, $y = 0$. No gráfico desenhado pelos estudantes as raízes são: $x' = 0$ e $x'' = 10$, as quais correspondem aos pontos de coordenadas $(0,0)$ e $(10,0)$. A seguir a explicação do conteúdo.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro.

Arco da Praça da Apoteose no plano cartesiano[1]



Na primeira tarefa, ao representar o arco da Praça da Apoteose, no plano cartesiano, percebe-se que o monumento tem o formato de uma parábola[2]. Analisando o gráfico construído é possível identificar que a parábola toca o eixo do *x* em dois pontos, de coordenadas (0,0) e (10,0).

Ao analisar o que há em comum entre eles, percebe-se que ambos os pares ordenados estão localizados no eixo *x* e que o *y* é igual à zero. Sendo assim, conclui-se que todo par ordenado localizado sobre o eixo *das abscissas* tem como *ordenada* zero (x,0). Por este motivo, estes pontos são nomeados raízes ou zeros de uma função, ou seja, raiz ou zero de uma função é dado pelo valor de *x* que faz com que a função (y) assuma o valor zero.

Raízes ou zeros de uma função[3]: Para Dante (2014), **raiz** ou **zero** de uma função é determinar os valores de *x* que tornam a função igual à zero. Analogamente, $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f(x) = 0$. Para determinar o valor de *x*, basta resolver a equação $ax^2 + bx + c = 0$.

$$\boxed{\underbrace{f(x)}_{\boldsymbol{ax^2+bx+c}} = 0 \quad \text{i.e.} \quad \boldsymbol{ax^2 + bx + c} = 0}$$

No entanto, conhecendo, por exemplo, a lei matemática $y = -0{,}2x^2 + 2x$ e sabendo que 0 e 10 são as raízes ou zeros da equação $-0{,}2x^2 + 2x = 0$. É possível verificar a igualdade substituindo a incógnita pelos valores 0 e 10.

(1º) Substituindo $x = 0$, temos: $-0{,}2x^2 + 2x = 0 \rightarrow -0{,}2.0^2 + 2.0 = 0 \rightarrow 0 = 0$. Logo, zero é raiz dessa equação, pois satisfaz a igualdade (quando x=0, y é igual à zero).

(2º) Da mesma forma, substituindo $x = 10$, temos: $-0{,}2.(10)^2 + 2.10 = 0 \rightarrow -20 + 20 = 0 \rightarrow 0 = 0$. Portanto, 10 é raiz dessa equação, pois satisfaz a igualdade (quando x=10, y é igual à zero).

Isto significa que a função $y = -0{,}2x^2 + 2x$ possui duas raízes ou zeros. Como o expoente de maior grau é 2, uma função de 2º grau pode ter até duas raízes.

De modo geral, o gráfico de uma função do 1º grau é uma reta e toca o eixo x, em um único ponto (uma raiz), pois o expoente de maior grau é 1. Já o gráfico da função do 2º grau é uma parábola e pode tocar o eixo x, em até dois pontos (até duas raízes), pois o expoente de maior grau é 2.

---

[1] O link, a seguir, pode ser acessado para complementar as explicações do professor, sobre os pontos notáveis da parábola, raízes, vértice e o ponto de intersecção da curva com o eixo y: <https://bityli.com/D8cnu>.
[2] É importante destacar que as medidas utilizadas não foram as medidas reais.
[3] Vamos relembrar como determinar as raízes ou zeros de uma função do 2º grau no 7º Momento.

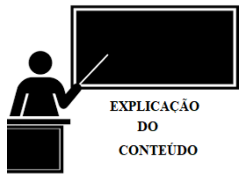
(1º) Mencione aos estudantes que é possível determinar a lei matemática (expressão analítica) que modela essa curva, conhecendo alguns pares ordenados pertencentes à parábola.

(2º) Determine a lei com os estudantes.

A seguir, apresenta-se a determinação da lei matemática.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro.

<u>DETERMINANDO A LEI MATEMÁTICA</u>



Conhecendo as raízes (0,0) e (10,0), bem como, o vértice (5, 5), basta substituir esse pontos na forma geral $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1º passo: (I) Substituindo (0,0) obtemos: $a.0^2 + b.0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$

(II) Substituindo (10,0) obtemos: $a.10^2 + b.10 + 0 = 0 \Rightarrow 100a + 10b = 0$.

(III) Substituindo (5, 5) obtemos: $a.5^2 + b.5 + 0 = 5 \Rightarrow 25a + 5b = 5$.

2º passo: Fazendo um sistema com as equações (II) e (III), temos: $\begin{cases} 100a + 10b = 0\ (II) \\ 25a + 5b = 5\ (III) \end{cases}$

3º passo: Dividimos a equação (II) por (-2) temos: $\begin{cases} -50a - 5b = 0\ (IV) \\ 25a + 5b = 5\ (III) \end{cases}$

Utilizando o método da soma, obtemos: $-25a = 5 \Rightarrow a = -0{,}2$.

4º passo: Substituindo o valor $a = -0{,}2$, na equação (II) encontramos:

$100.(-0{,}2) + 10.b = 0 \Rightarrow -20 + 10.b = 0 \Rightarrow 10.b = 20 \Rightarrow b = 2$.

5º passo: Agora substituímos os valores $a = -0{,}2$, $b = 2$ e $c = 0$ na expressão

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos escrever a função: $y = -0{,}2x^2 + 2x$.

(1º) Na sequência, proponha a Tarefa 1.

Oriente-os a:

- Copiarem as perguntas e respondê-las em uma folha.
- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização desta tarefa, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.
- Entregar ao professor depois de concluí-la.

(2º) Mencione aos estudantes que para verificar se um número é ou não raiz de uma equação, basta substituir a incógnita pelo número dado. Se obtiver o mesmo resultado em ambos os membros da igualdade, o número é considerado raiz da equação.

(3º) Depois, por meio de questionamentos, leve-os a observarem e analisarem os cálculos desenvolvidos de maneira que percebam que determinar as raiz ou zero de uma função é determinar os valores de x que tornam a f(x)=0.

A *segunda tarefa* tem como objetivo verificar se um número é ou não raiz de uma equação. A seguir, apresenta-se a segunda tarefa.

TAREFA 2

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(a) Conhecendo a função $y = -x^2 + 2x + 3$, verifique se os números -1, 3 e 4 são raízes da equação $-x^2 + 2x + 3 = 0$

(b) Conhecendo a função $y = -x^2 + 5x + 8$, verifique se o número 3 é raiz da equação $-x^2 + 5x + 8 = 0$.

(c) Explique com suas palavras o significado de encontrar as raízes ou zeros de uma função de 2º grau?

Fonte: Autores, 2020.

3ª etapa: Propondo a terceira tarefa. Explicação do Conteúdo. *Download* do aplicativo.

Proponha aos estudantes a Tarefa 3.

Oriente-os a:

- Copiarem as perguntas e respondê-las no caderno.

- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização desta tarefa, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

A *terceira tarefa* tem como objetivo:

(1º) Analisar o gráfico traçado pelos estudantes, na Tarefa 1, identificando nele o vértice, o eixo de simetria, intervalos de crescimento e decrescimento.

(2º) Levar os estudantes a perceberem que:

- a dobra vertical realizada na folha, representa o eixo de simetria.

- a intersecção entre o eixo de simetria e o ponto mais alto é o vértice, de coordenadas (5,5).

- a curva cresce no intervalo [0,5] e decresce no intervalo [5,10].

A seguir apresenta-se a Tarefa 3.

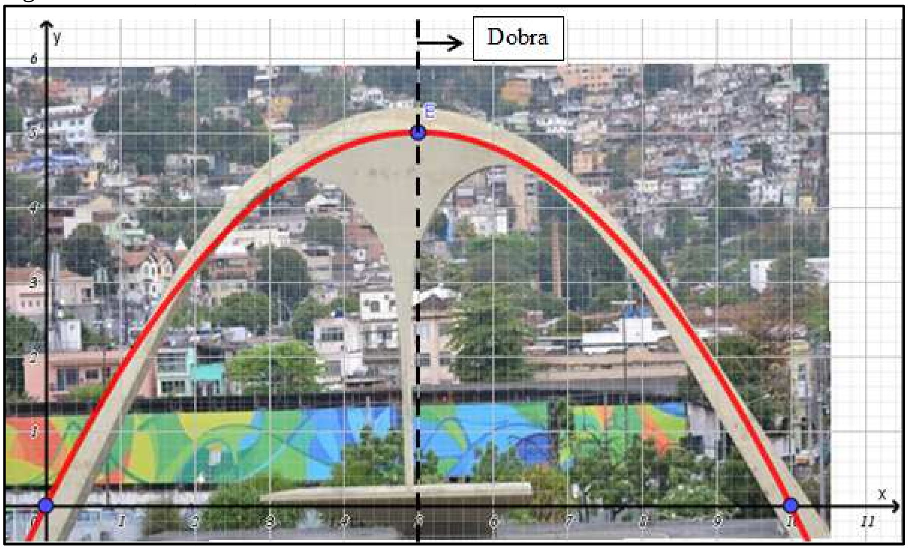
TAREFA 3

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(a) Dobre a folha ao meio, de maneira que a dobra divida o eixo x, em duas partes iguais. Certifique-se que ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por você, foi dividida exatamente ao meio, conforme Figura 5.

Figura 5 - Dobra da folha



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

(b) A dobra da folha passa em que coordenadas?

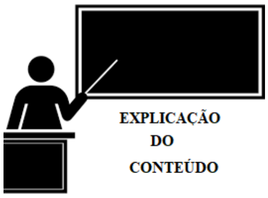
(c) Qual o ponto mais alto desta parábola? Quais suas coordenadas?

(d) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo [0,5]?

(e) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo [5, 10]?

Fonte: Autores, 2020.

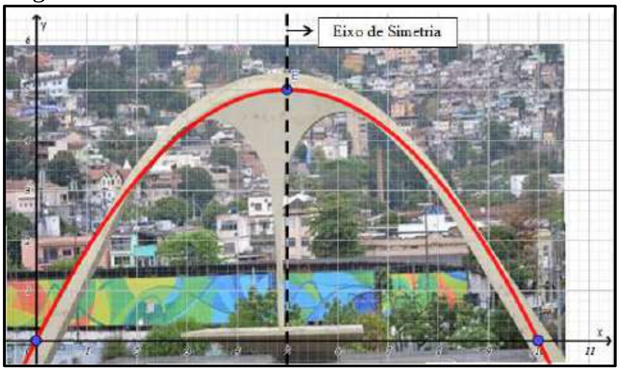
Depois, sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. Organize um esquema no quadro sistematizando estes conceitos. A seguir, apresenta-se a explicação do conteúdo.



Vértice e Eixo de Simetria

Esse eixo vertical que divide a parábola em duas partes iguais e intercepta a curva em um único ponto é denominado **vértice** da parábola. E este eixo recebe o nome de eixo de simetria. Sendo assim, toda parábola possui um **eixo de simetria** (Figura 6).

Figura 6 - Eixo de simetria

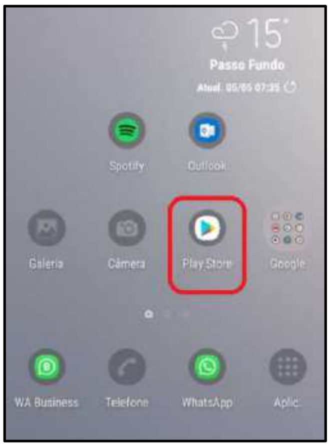


Fonte: Arquivo pessoal.

Dizemos que esta parábola cresce no intervalo [0,5] e decresce no intervalo [5,10]. Quando a abertura da parábola está voltada para cima, temos um ponto de mínimo (ponto mais baixo). Quando a abertura da parábola está voltada para baixo, temos um ponto de máximo (ponto mais alto).

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Para finalizar este momento, solicite aos estudantes que façam o *download* do aplicativo Geogebra, para a próxima aula. Mencione que seu *download* é gratuito e que o Geogebra poderá ser utilizado, sem que o dispositivo móvel esteja conectado à internet. A seguir, apresentam-se orientações para fazer o *download* deste aplicativo.

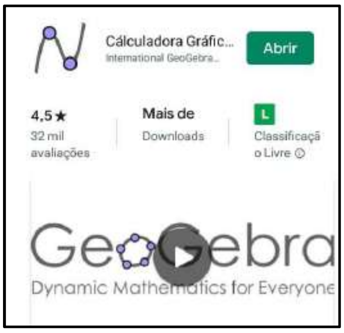


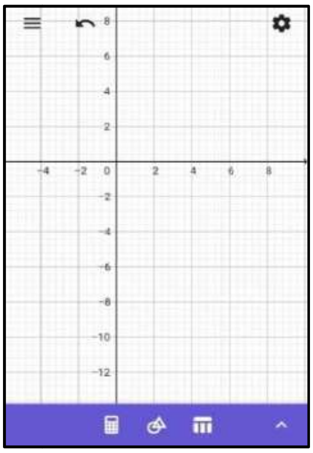
(1º) Para fazer *download* deste aplicativo em seu dispositivo móvel será utilizado o Google *Play Store*[4] (android) ou *Apple Store*[5] (IOS).

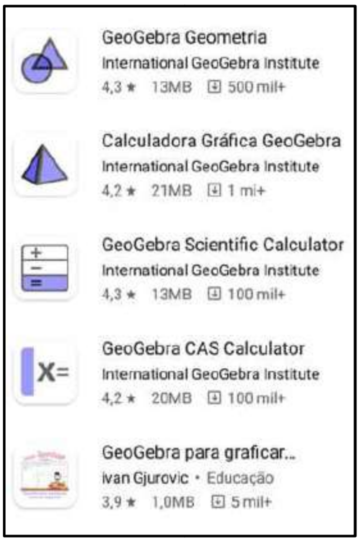
(2º) Clique no ícone "*Play Store*" ou "*Apple Store*", que aparece na tela de seu celular. Depois, digite a palavra "Geogebra", no espaço "Pesquisa app".

(3º) Depois clique em "instalar" e "aceitar".

(4º) Para acessar a tela inicial do aplicativo clique em "abrir".







(5º) Mencione que além da "Calculadora gráfica Geogebra" poderão aparecer as seguintes opções:

---

[4] Play Store é a loja virtual do Google para celulares com sistema Android. Nela é possível fazer *download* de aplicativos destinados à plataforma, como jogos, músicas, filmes e livros. A loja conta com milhões de aplicativos de diferentes gêneros, entre os quais estão redes sociais, para entretenimento, *softwares* de fotografia, mensageiros, navegadores, de segurança. Disponível em praticamente todos os celulares, ela oferece aplicativos que variam entre ofertas gratuitas e pagas. Para saber mais acesse o link: <https://bityli.com/PQU37>.

[5] Ela é a loja oficial de aplicativos para o sistema operacional iOS, da Apple. A loja permite que os usuários naveguem e baixem aplicativos desenvolvidos com o kit de desenvolvimento de software para iOS.

3.3 Terceiro momento

Título: Explorando o aplicativo Geogebra nas aulas de Matemática.

Objetivo:

- Apresentar o aplicativo Geogebra
- Aprender a manusear as ferramentas do aplicativo Geogebra.
- Propor roteiros aula com passo a passo.
- Realizar as tarefas 1, 2, 3 e 4.

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Aplicativo Geogebra e projetor multimídia.

1ª etapa: Manipular as ferramentas do aplicativo Geogebra. Roteiro de aula.

(1º) Certifique-se que todos os estudantes fizeram o *download* do aplicativo, conforme orientados na aula anterior.

(2º) Mencione que:

- o aplicativo pode ser utilizado *off-line*, ou seja, depois de ser feito o *download* em seu dispositivo móvel, não será necessário estar conectado à internet.

- o Geogebra será utilizado para traçar gráficos de funções.

(3º) Proponha aos estudantes o primeiro roteiro.

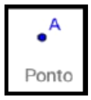
(4º) Oriente-os a:

- Acompanharem os passos por meio da projeção dos slides.

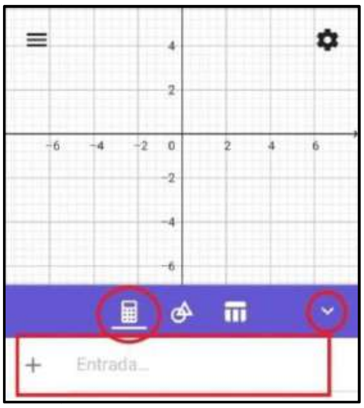
- Realizarem os passos em seus dispositivos móveis.

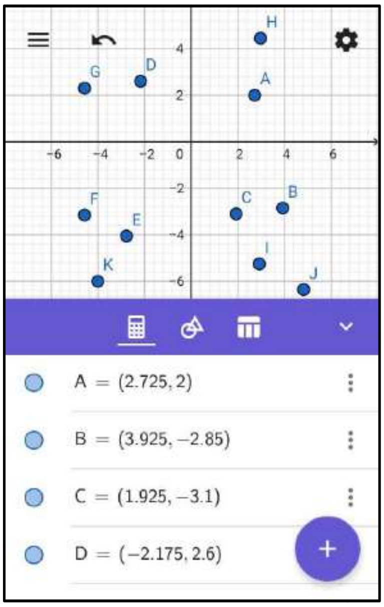
O *primeiro roteiro* tem como objetivo proporcionar aos estudantes um momento para manipularem, explorarem e conhecerem a interface do aplicativo Geogebra e os comandos que serão utilizados.

Sugere-se que o *Roteiro de execução 1* seja organizado previamente, em slides, para ser projetado. A seguir apresenta-se o *primeiro roteiro* de execução.

1ºpasso: Para inserir pares ordenados, clique no ícone , e selecione ponto 

. Depois, toque em qualquer ponto do plano cartesiano.





2ºpasso: Faça o teste, inserindo no mínimo oito pares ordenados no plano cartesiano.

3º passo: É possível verificar as coordenadas dos pontos marcados. Para isso, clique no ícone .

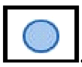
Questionamentos:

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?

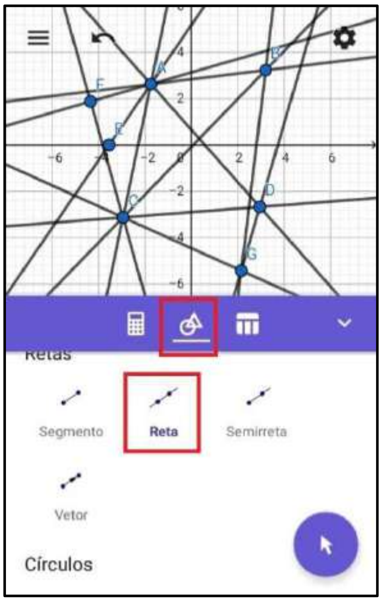
(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

(d) Clicando no ícone  verifique se gerou alguma lei matemática.

4º passo: Clicando em . Perceba que o par ordenado correspondente será ocultado do plano cartesiano. Ao clicar novamente volta a aparecer.

5º passo: Outra forma de inserir pares os ordenados no plano cartesiano é digitá-lo na caixa de entrada 

. Faça o teste, insira um par ordenado qualquer.



6º passo: Para unir pontos alinhados com retas, basta clicar no ícone , selecionar e depois clicar sobre dois pontos. Faça o mesmo com os demais pontos marcados no plano cartesiano.

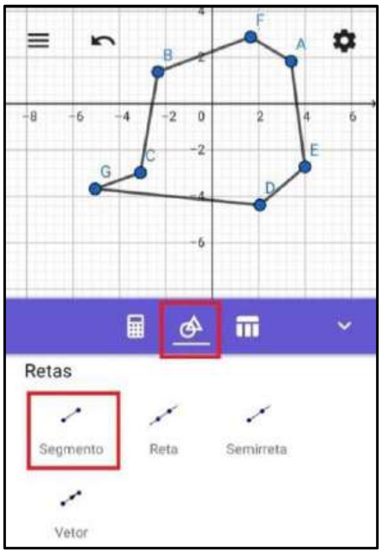
Questionamentos:

(a) Esses pontos foram unidos por uma única linha?

(b) Existe uma única lei matemática que associe (ligue/vincule) todos esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

(d) Clicando no ícone verifique se gerou alguma lei matemática.



7º passo: Ocultar as retas do passo anterior (4º passo), clicando em .

8º passo: Para unir os pontos por segmentos de reta, basta clicar no ícone , selecionar e depois clicar sobre dois pontos. Faça o mesmo com os demais pontos marcados no plano cartesiano.

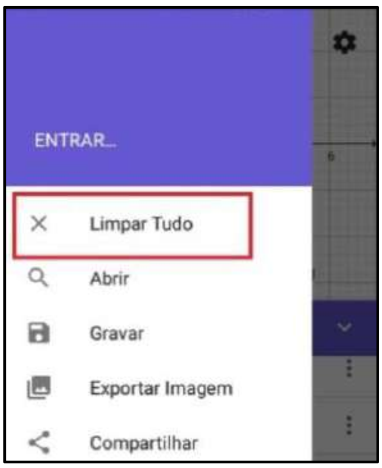
Questionamentos:

(a) Esses pontos foram unidos por uma única linha?

(b) Existe uma única lei matemática que associe (ligue/vincule) todos esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

(d) Clicando no ícone verifique se gerou alguma lei matemática.



8º passo: Clicando no ícone , no canto superior esquerdo da tela do aplicativo, será aberta a aba “ENTRAR...”. Selecione “Limpar Tudo” e “descartar” e tudo que foi feito será apagado.

Sugestões e dicas - Questionamentos levantados anteriormente.

(1º) No *terceiro passo*, faça o seguinte questionamento: **Será que basta ter pontos para fazer um gráfico**?

Explique que para gerar um gráfico, estes pontos devem pertencer a um mesmo traçado. Assim, devem estar vinculados a uma lei matemática, que relacione os eixos x e y.

Conhecendo a lei matemática é possível determinar quais pontos pertencem ao respectivo gráfico e determinar se esse gráfico será uma reta, uma parábola, entre outros. Mencione também, que nem todo traçado é um gráfico de uma função, sendo necessário ter uma relação de dependência entre duas variáveis.

(2º) No *sexto passo*, mencione que para ser um gráfico todos os pontos deveriam pertencer a um mesmo traçado e deveria existir uma lei matemática que vinculasse esses pontos. No entanto, é possível verificar no aplicativo que foi gerada uma lei matemática para cada reta traçada, ou seja, esses pontos pertencem a retas diferentes. Sendo assim, não temos um único gráfico.

(3º) No *sétimo passo*, explique que os pontos não foram unidos por um único traçado e que não existe uma lei matemática para a figura gerada. Cada segmento possui um valor numérico correspondente ao seu comprimento. Sendo assim, não temos um gráfico de função, pois não existe um único traçado que passe por todos esses pontos, nem uma relação de dependência entre duas variáveis.

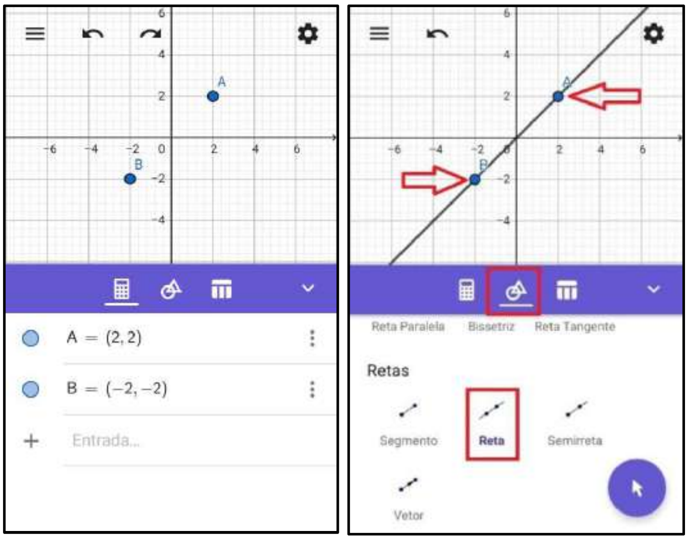
(1º) Proponha aos estudantes o *segundo roteiro* de execução.

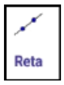
(2º) Oriente-os a:

- Acompanharem os passos por meio da projeção dos slides.
- Realizarem os passos em seus dispositivos móveis.

O *segundo roteiro* tem como objetivo proporcionar aos estudantes um momento para manipularem, explorarem e conhecerem outras ferramentas do aplicativo Geogebra.

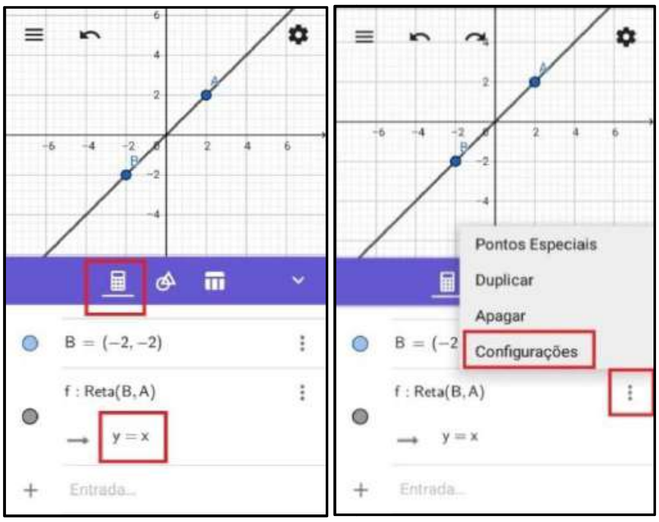
Sugere-se que o *Roteiro de execução 2* seja organizado previamente, em slides, para ser projetado. A seguir apresenta-se o *segundo roteiro* de execução.

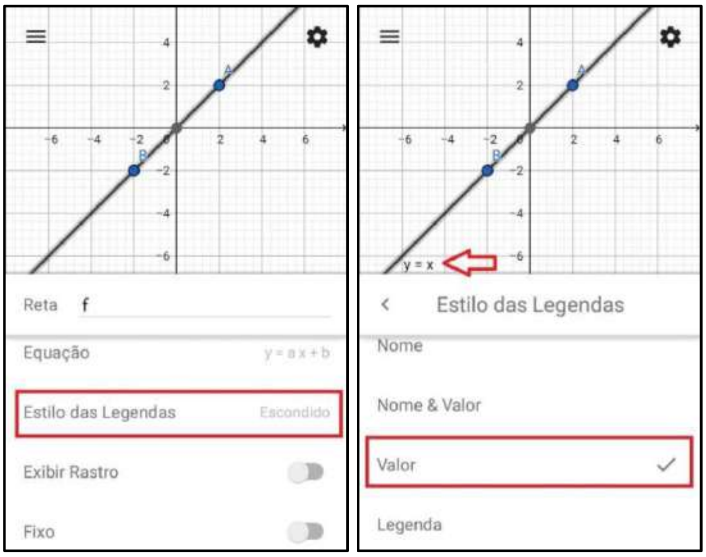


1º passo: Inserir na caixa de entrada os pares ordenados (2,2) e (-2,-2). Para unir esses pontos, selecionar  e clicar sobre os dois pontos.

2º passo: Clicar no ícone  visualizar a lei matemática que representa essa função, gerada automaticamente.

3º passo: Clique no ícone  ao lado de  e selecione configurações.



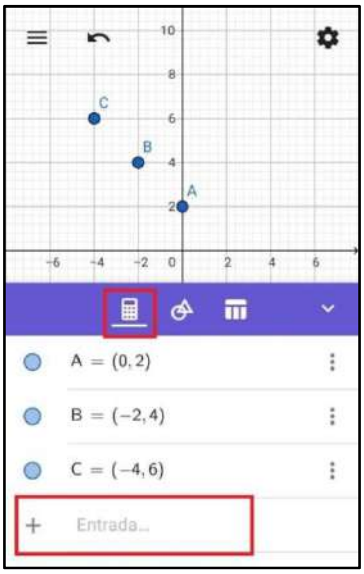


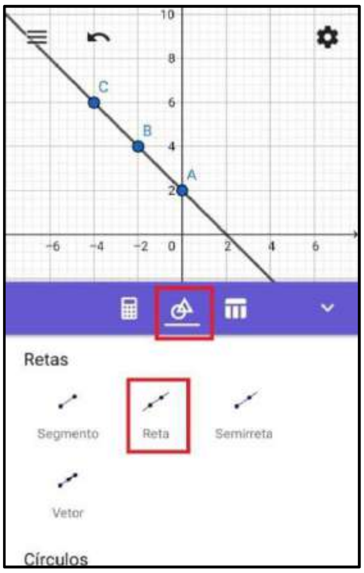
4º passo: Clicar em "Estilo das Legendas". Depois selecione "Valor" ou "Nome & Valor".

Questionamentos:

(a) Que tipo de gráfico gerou?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos? Qual a lei matemática? Que tipo de função representa?





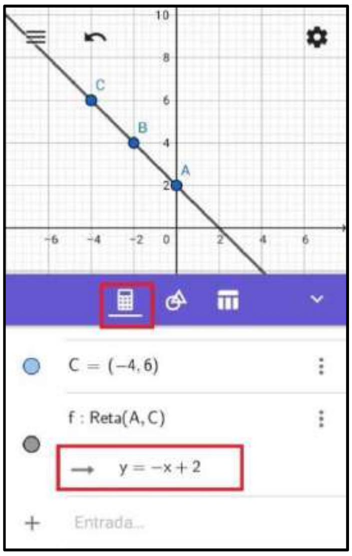
5º passo: Inserir na caixa de entrada os pares ordenados (0,2) e (-2,4) e (-4, 6). Para unir esses pontos, selecionar 

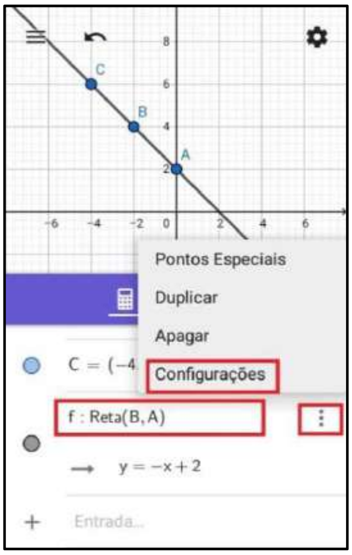
e clicar sobre os dois pontos.

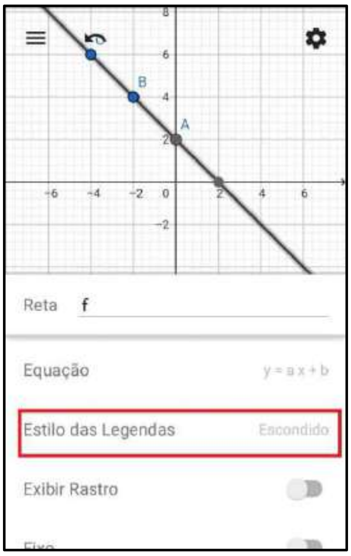
6º passo: Clicar no ícone  visualizar a lei matemática que representa essa função gerada automaticamente.

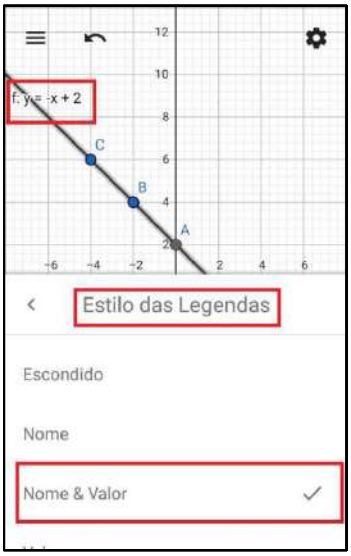
7º passo: Clique em no ícone  ao lado de 

e selecione configurações.







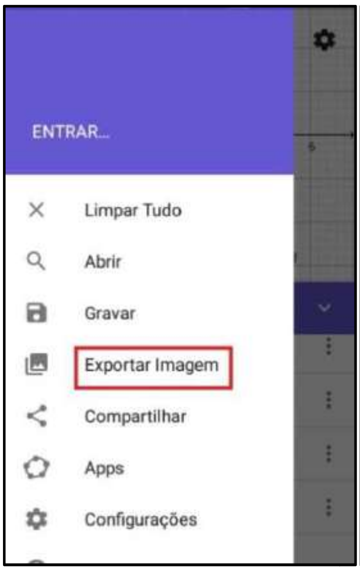


8º passo: Clicar em "Estilo das Legendas". Depois selecione "Valor" ou "Nome & Valor"

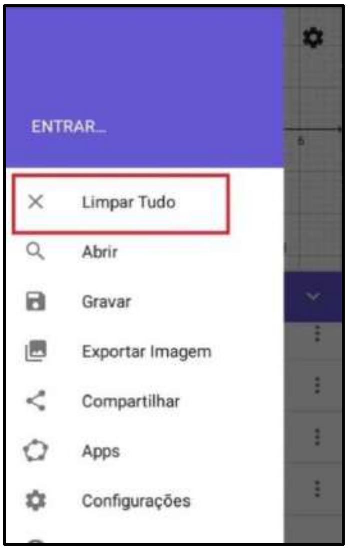
Questionamentos:

(a) Gerou algum tipo de gráfico?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos? Qual a lei matemática? Que tipo de função representa?



9º passo: Abrir a aba “entrar”. Para isso clique no ícone  . Selecione “Exportar Imagem” e depois “*WhatsApp*”.



10º passo: Para apagar tudo que foi feito clicar em “Limpar Tudo” e “descartar”.

Sugestões e dicas - Questionamentos levantados anteriormente.

SUGESTÕES E DICAS

(1º) No *quarto passo*, o professor deve explicar que o gráfico gerado é uma reta e, que a reta é a representação gráfica da função do 1º grau (função linear $a \neq 0$ e $b = 0$). A lei matemática correspondente é $y = x$. Portanto, gerou um gráfico, pois existe uma lei matemática que vincula esses dois pontos e eles fazem parte de um mesmo traçado.

(2º) No *oitavo passo*, explique que o gráfico gerado é uma reta e cuja representação analítica correspondente é $y = -x + 2$. O respectivo gráfico é de uma função do 1º grau (função afim $a \neq 0$ e $b \neq 0$), portanto, gerou um gráfico, pois existe uma lei matemática que vincula esses três pontos e eles fazem parte de um mesmo traçado.

2ª etapa: Propondo as Tarefas 1, 2, 3 e 4.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Crie um grupo no WhatsApp com os estudantes da turma.

(2º) Proponha as tarefas 1, 2, 3 e 4.

(3º) Oriente-os a:

- Copiarem as perguntas e respondê-las no caderno.
- Encaminharem os gráficos construídos no aplicativo Geogebra, ao final de cada atividade, no grupo.
- Lerem e discutirem as questões em dupla.
- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização destas tarefas, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

(4º) Mencione que:

- Estará explicito na própria questão o que deve ou não ser enviado pelo WhatsApp.
- As demais perguntas devem ser respondidas no caderno.

Caso você não saiba criar grupos no WhatsApp, assista a esse vídeo pelo endereço: <https://www.youtube.com/watch?v=D3WAZcvMnu4>.

Sugere-se que as *tarefas* sejam organizadas previamente, em slides, para serem projetadas. A seguir apresentam-se as *Tarefas 1, 2, 3 e 4*.

TAREFAS 1, 2, 3 e 4.

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

1 - Clicar no ícone e selecionar ponto Ponto. Inserir no mínimo oito pares ordenados aleatórios, distribuídos pelos quatro quadrantes. Para isso toque em qualquer ponto do 1º, 2º, 3º e 4º quadrante, do plano cartesiano.

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

2 - Digite na caixa de entrada + Entrada... os seguintes pares ordenados: (4,6), (2,4), (0,2), (-2,0), (-4, -2), (-6,-4).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

3 - Digite na caixa de entrada + Entrada... os seguintes pares ordenados: (-1, 8), (0,3), (1,0), (2,-1), (3,0), (4,3), (5, 8).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

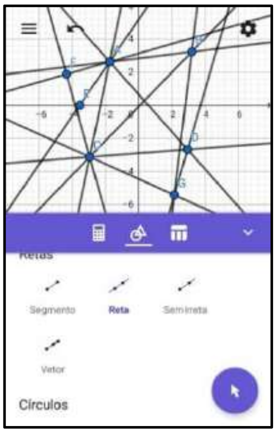
4 - Organize os pares ordenados da questão 3, em uma tabela. Cuide para que os valores de *x* estejam em ordem crescente. Depois, observe o que acontece como os valores de *y* à medida que os valores de *x* aumentam? Existe alguma regularidade entre os pares ordenados?

Fonte: Autores, 2020.

Sugestões e dicas - Tarefas 1, 2, 3 e 4.

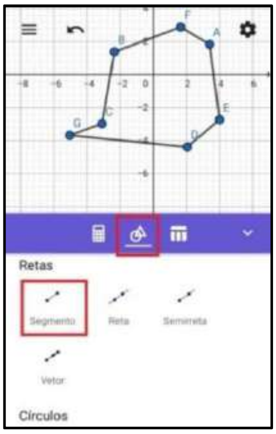
(1º) Lembre os estudantes, que para verificarem se gerou lei matemática ou não, basta clicarem no ícone e aparecerá automaticamente no aplicativo. Oriente-os a fazer esta verificação, após inserirem os pares ordenados no plano cartesiano.

(2º) Espera-se na *primeira tarefa* que os estudantes percebam que não bastam ter pontos para gerar um gráfico de uma função, os pontos devem pertencer a um mesmo traçado, bem como é necessário existir uma relação de dependência entre as variáveis x e y. Sendo assim, não gerou nenhum gráfico, pois não existe um único traçado capaz de unir todos esses pontos, nem uma lei matemática que os vincule.

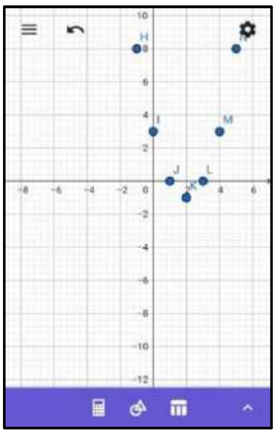


(3º) Caso os estudantes unam os pontos por diferentes retas ou por segmentos de reta, oriente-os a observarem no aplicativo se gerou alguma lei matemática. Eles devem perceber que:

- Não existe única lei para a figura gerada, mas sim uma lei matemática para cada reta traçada.
- Esses pares ordenados pertencem a traçados diferentes.

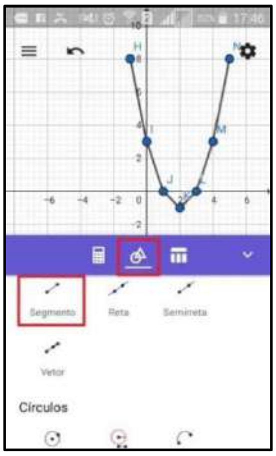


(4º) Caso os estudantes unam os pontos por segmentos de reta, eles devem perceber que não existe uma lei matemática para a figura gerada, mas aparece um valor numérico para cada segmento, que correspondente aos seus comprimentos.



(5º) Explique que nestes dois casos os pontos não foram unidos por um único traçado. Assim, quando unimos os pontos, tanto por diferentes retas, quanto por segmentos de reta, não teremos um gráfico de uma função, pois não existe uma lei matemática que vincule esses pontos ou um traçado (linha reta ou linha curva) que passe por todos eles.

x	*y*
-1	*8*
0	*3*
1	*0*
2	*-1*
3	*0*
4	*3*
5	*8*



(6º) Na *segunda tarefa* os alunos devem unir os pontos por uma reta e encontrar a lei matemática y=x+2. Como os pares ordenados correspondentes estão associados por uma lei matemática, dizemos que o gráfico gerado é uma reta. A reta é a representação gráfica de uma função do 1º grau.

(7º) Na *terceira e quarta tarefa* devem perceber que os pares ordenados são simétricos e que na medida em que os valores de x aumentam, os valores de y diminuem e depois aumentam novamente. Explique que não basta que os pontos sejam simétricos para ter uma função do 2º grau, esses pontos devem estar vinculados a uma lei matemática.

(8º) Caso os estudantes unam os pontos por segmentos de reta, oriente-os a verificarem no aplicativo, se existe uma lei matemática para a figura gerada. Espera-se que eles observem que não haverá uma lei correspondente. Explique que para ser uma função do 2º grau é necessário ter uma lei matemática que vincule esses pontos, bem como uma linha (curva) que passe por todos eles.

3.4 Quarto momento

Título: Colocando a “mão na massa”: Geogebra e os parâmetros a, b e c.

Objetivo:

- Construção de gráficos no aplicativo.
- Investigar e explorar os parâmetros a, b e c.
- Manipular o aplicativo através de um roteiro de aula.
- Realizar as tarefas seguindo um roteiro.
- Promover a interação entre os estudantes e entre eles e o aplicativo.

Tempo de duração estimado: 6 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: aplicativo Geogebra, projetor multimídia e material impresso.

1ª etapa: Explorando os efeitos dos parâmetros a, b e c. Roteiro de aula com passo a passo.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Proponha aos estudantes, explorar os efeitos dos parâmetros a, b e c por meio da mediação do aplicativo Geogebra.

Mencione que variando os parâmetros a, b e c é possível perceber que o comportamento da parábola modifica.

Oriente-os a digitarem na caixa de entrada 

a expressão:

(1º) $y = ax^2$, observando o que acontece com a parábola, a medida que o parâmetros a é alterado.

> *Ao explorar o parâmetro a no gráfico, utilizou-se valores nulos para os parâmetros b e c (b = 0 e c = 0), variando somente o valor do parâmetro a.*

(2º) $y = ax^2 + bx$, observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro b é alterado.

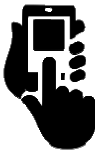
> *Ao explorar o parâmetro b no gráfico, utilizou-se valor nulo para o parâmetro c (c=0), e valor um para o parâmetro a (a=1), variando somente o valor do parâmetro b.*

(3º) $y = ax^2 + c$, observando o que acontece com a parábola, à medida que o parâmetro c é alterado.

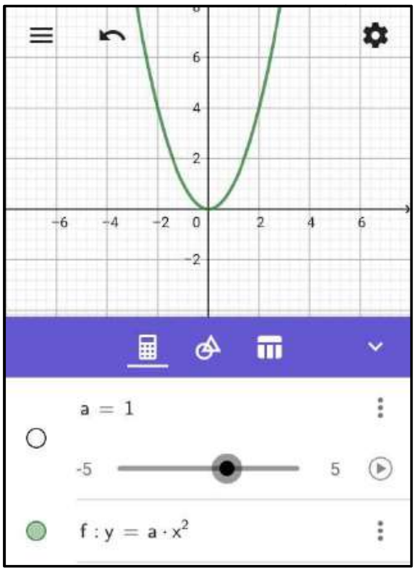
Ao explorar o parâmetro c no gráfico, utilizou-se valor nulo para o parâmetro b (b=0), e valor um para o parâmetro a (a=1), variando somente o valor do parâmetro c.

(4º) $y = ax^2 + bx + c$, observando o que acontece com a parábola, à medida que os parâmetros a, b e c são alterados.

Ao propor que modifiquem os valores dos parâmetros a, b e c, simultaneamente, através da função "play" do aplicativo, mencione que para perceber os efeitos de cada parâmetro no gráfico, torna-se mais fácil analisá-los separadamente.



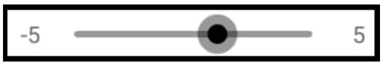
Roteiro de execução – Explorando os efeitos dos parâmetros a, b e c.



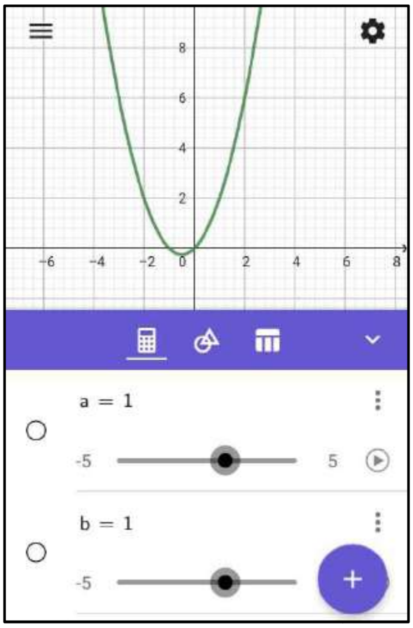
1º passo: Digite na caixa de entrada a expressão $y = ax^2$.

2º passo: Mostre que é possível modificar o parâmetro a de duas maneiras:

Utilizando o controle deslizante manualmente.

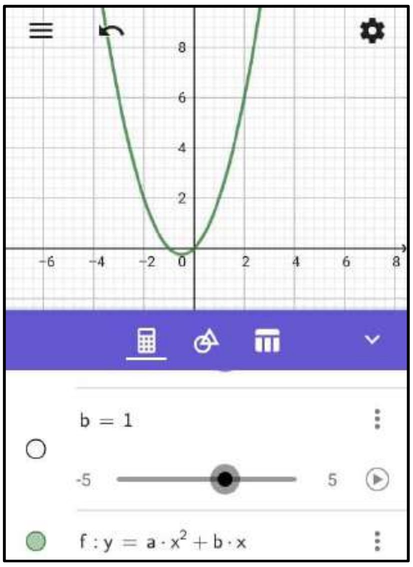


Clicando no ícone “play” ao lado do controle deslizante.

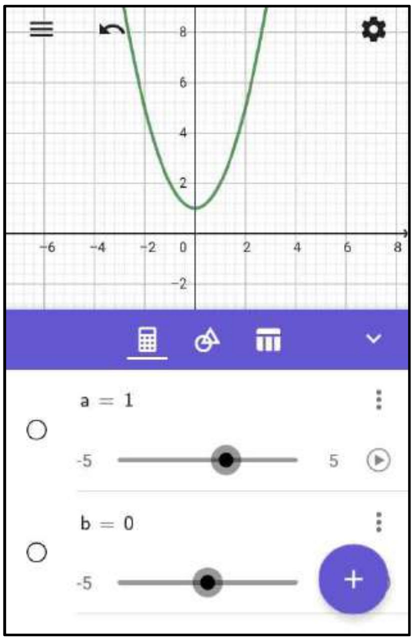


3º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro a é alterado.

4º passo: Mantenha o valor do parâmetro $a = 1$ e escreva $y = ax^2 + bx$. Depois modifique apenas, o parâmetro b, clicando no ícone  “play” ao lado do controle deslizante.

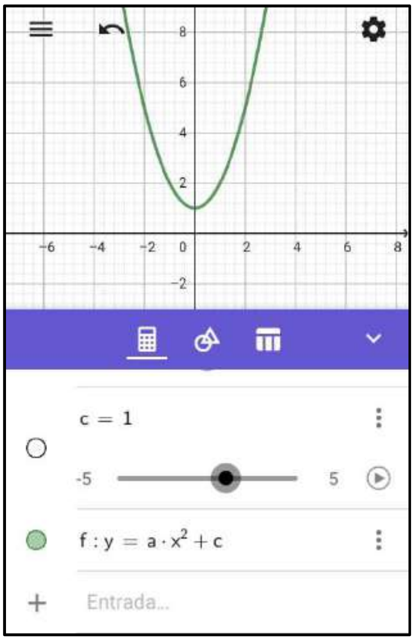


5º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro b é alterado.



6º passo: Mantenha o valor do parâmetro $a = 1$ e escreva $y = ax^2 + c$. Depois modifique apenas, o parâmetro c, clicando no ícone “play” ao lado do controle deslizante.

7º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro c é alterado.



8º passo: Escreva $y = ax^2 + bx + c$. Depois clique no ícone “play” ao lado do controle deslizante de a, b e c. Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando os parâmetros a, b e c são alterados?

2ª etapa: Breve explicação do conteúdo. Propondo as Tarefas[6] 1,2, 3 e 4.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Proponha aos estudantes as Tarefas 1, 2, 3 e 4.

(2º) Disponibilize a eles, as tarefas impressas para facilitar a leitura das perguntas, mencionando que as fichas serão somente para leitura e as respostas devem ser entregues em outra folha.

(3º) Oriente-os a:

- Utilizarem o aplicativo Geogebra para a construção dos gráficos das funções de 2º grau, propostos nestas tarefas.
- Realizarem as tarefas em dupla.
- Lerem e discutirem as questões em dupla.
- Responderem as perguntas em outra folha.
- Trocarem informações, experiências e debaterem suas respostas com seus colegas ao longo da realização destas tarefas, bem como esclarecer suas dúvidas com o professor.

(4º) Inicie pelas Tarefas 1 e 2.

(5º) Depois de concluídas as Tarefas 1 e 2, entregue as Tarefas 3 e 4.

As tarefas propostas têm como objetivo geral, investigar os efeitos do parâmetro *a*, *b* e *c*, no gráfico, por meio da interação entre os estudantes, a mediação do aplicativo e da professora.

O objetivo da *primeira* e da *segunda tarefa* é levar o estudante a perceber que o parâmetro *a* é responsável pela convexidade ou concavidade da função e pela abertura da parábola. Para isso, os parâmetros *b* e *c* foram mantidos, $b=0$ e $c=0$, variando somente o parâmetro *a*.

[6] Estas tarefas foram adaptadas para serem utilizadas com o aplicativo Geogebra e constam na dissertação "*A planilha como suporte à compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática*" (BRAGA; VIALI, 2011, p. 68-70). Disponível em: <http://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/11895>.

O objetivo da *terceira* tarefa é levar o estudante a perceber que quando o parâmetro *b* é negativo, a parábola intercepta o eixo y em seu ramo decrescente. Quando *b* é positivo, a parábola intercepta o eixo y em seu ramo crescente. E, quando *b* é nulo, a parábola intercepta o eixo y no vértice. Para isso, os parâmetros *a* e *c* foram mantidos, $a=1$ e $c = 0$, modificando apenas o parâmetro *b*.

O objetivo da quarta tarefa é levar o estudante a perceber que o coeficiente *c* é o responsável pela intersecção da parábola com o eixo *y*. Para isso, os parâmetros *a* e *b* foram preservados, $a=1$ e $b = 0$, alterando apenas o parâmetro *c*.

Apresenta-se a seguir as Tarefas 1 e 2.

TAREFAS: 1 e 2.

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

1 - Digite no aplicativo Geogebra, as funções (I) $f(x) = x^2$, (II) $f(x) = 5x^2$, (III) $f(x) = 10x^2$, (IV) $f(x) = 20x^2$, e responda o que se pede:

Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de *x* a função é crescente?	(d) Para que valores de *x* a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I)	RESPONDA EM OUTRA FOLHA				
(II)					
(III)					
(IV)					

(f) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ à medida que aumentamos o valor do parâmetro *a*?

2 - Digite no aplicativo Geogebra, as funções (I) $f(x) = -x^2$, (II) $f(x) = -5x^2$, (III) $f(x) = -10x^2$, (IV) $f(x) = -20x^2$, e responda o que se pede:

Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de *x* a função é crescente?	(d) Para que valores de *x* a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I)	RESPONDA EM OUTRA FOLHA				
(II)					
(III)					
(IV)					

(f) Compare os gráficos construídos e identifique o que acontece com o gráfico da função $f(x) = -x^2$ à medida que aumentamos o módulo do parâmetro *a*?

(g) Compare os gráficos construídos nas Tarefas 1 e 2, o que acontece com o gráfico da função $f(x) = x^2$ quando invertemos o sinal do parâmetro *a*?

(h) Explique com suas palavras qual o efeito do parâmetro *a* no gráfico.

DICAS PARA RESPONDER A TAREFA 1

1º passo: Digite a função $f(x) = x^2$ no aplicativo. Analise o gráfico. E preencha a tabela.

2º passo: Digite a função $f(x) = 5x^2$ e oculte a função anterior. Analise o gráfico e responda a tabela. Faça o mesmo com as demais funções.

3º passo: Para responder a letra *(f)* selecione para visualizar o primeiro e o segundo gráfico construído. Analise o que alterou de um gráfico para o outro. Depois analisar o terceiro gráfico, comparando com os anteriores. E por fim, analisar o quarto gráfico, comparando com os anteriores. E identifique o que alterou nas parábolas.

DICAS PARA RESPONDER A TAREFA 2

1º passo: Oculte as funções da tarefa anterior e digite as funções propostas nesta Tarefa.

2º passo: Para responder as questões *(a), (b), (c), (d), (e)* digite a função $f(x) = -x^2$ no aplicativo. Analise o gráfico. E preencha a tabela. Digite a função $f(x) = -5x^2$ e oculte a função anterior. Analise o gráfico e responda a tabela. Faça o mesmo com as demais funções.

3º passo: Para responder a letra *(f)* selecione para visualizar o primeiro e o segundo gráfico construído. Analise o que alterou de um gráfico para o outro. Depois analisar o terceiro gráfico, comparando com os anteriores. E por fim, analisar o quarto gráfico, comparando com os anteriores. E identifique o que alterou nas parábolas.

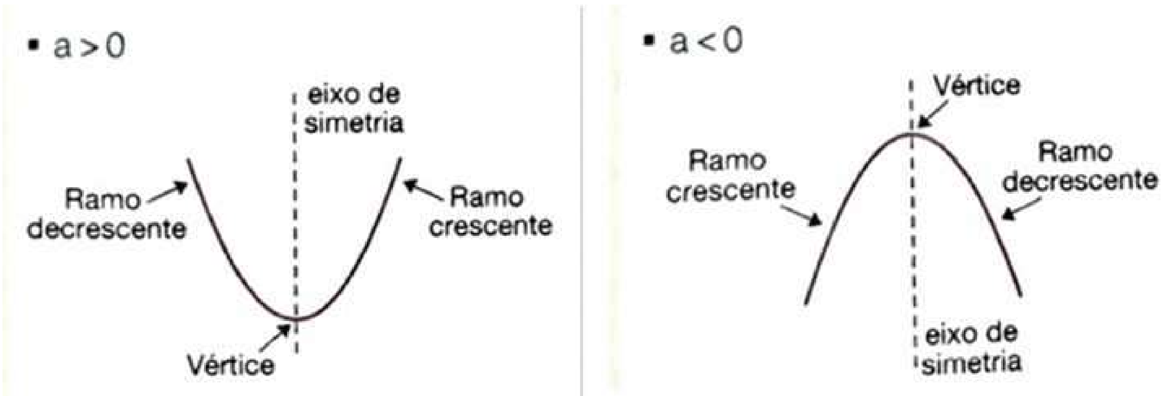
4º passo: Para responder a letra *(g)* selecione para visualizar apenas os gráficos das funções $f(x) = x^2$ e $f(x) = -x^2$, compare-os e anote o que percebeu. Depois compare os gráficos das funções $f(x) = 5x^2$ e $f(x) = -5x^2$ e anote o que percebeu. Faça o mesmo com as demais funções. O que concluiu?

Fonte: Adaptado de Braga e Viali, 2011, p. 68.

Explique brevemente o que são ramos crescentes e decrescentes de uma parábola.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. Apresenta-se a seguir, a explicação do conteúdo e as Tarefas 3 e 4.

Ramos de uma parábola



Fonte: Souza, 2013, p. 121.

TAREFAS: 3 e 4.

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

3 - Digite no aplicativo Geogebra, as funções (I) $f(x) = x^2$, (II) $f(x) = x^2 - 6x$, (III) $f(x) = x^2 + 6x$, (IV) $f(x) = x^2 - 4x$, (V) $f(x) = x^2 + 4x$, e responda o que se pede:

Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de *x* a função é crescente?	(d) Para que valores de *x* a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I)					
(II)					
(III)					
(IV)					
(V)					

RESPONDA EM OUTRA FOLHA

Compare as funções (I), (II) e (IV) e depois as funções (I), (III) e (V) e responda:
(f) Quando b é positivo a parábola toca o eixo do y em qual ramo?
(g) Quando b é negativo a parábola toca o eixo do y em qual ramo?
(h) Quando b é zero, a parábola toca o eixo do y em qual ponto?
(i) Analisando as respostas das letras (f), (g) e (h), existe alguma regularidade entre o parâmetro b e o ramo crescente, decresente e o vértice da parábola?
(j) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro b.

4 - Digite no aplicativo Geogebra, as funções (I) $f(x) = x^2$, (II) $f(x) = x^2 - 4$, (III) $f(x) = x^2 + 4$, (IV) $f(x) = x^2 - 6$, (V) $f(x) = x^2 + 6$, e responda o que se pede:

Funções	(a) O gráfico intercepta o eixo *y*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(b) O gráfico intercepta o eixo *x*? Se sim, quais as coordenadas desse(s) ponto(s)?	(c) Para que valores de *x* a função é crescente?	(d) Para que valores de *x* a função é decrescente?	(e) Coordenadas do vértice?
(I)					
(II)					
(III)					
(IV)					
(V)					

RESPONDA EM OUTRA FOLHA

(f) Compare as funções (III) e (V) cujo parâmetro *c* é positivo e responda: A parábola toca o eixo *y*? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas?
(g) Compare as funções (II) e (IV) cujo parâmetro *c* é negativo e responda: A parábola toca o eixo *y*? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas?
(h) Na função (I), o parâmetro *c* é zero. Observe o gráfico dessa função e responda se a parábola toca o eixo do *y*? Em sua parte positiva, negativa ou na origem? Em que coordenadas?
(i) Compare as funções (I), (II) e (III) e depois as funções (I), (IV) e (V). Qual a regularidade existente entre o ponto em que a parábola toca o eixo *y* e o parâmetro *c*?
(j) Explique com suas palavras os efeitos do parâmetro *c*.

DICAS PARA RESPONDER A TAREFA 3

1º passo: Digite a função $f(x) = x^2$ no aplicativo e deixe o seu gráfico para comparar com as demais funções.

2º passo: A cada função digitada no Geogebra identifique e preencha a tabela com as informações que estão sendo solicitadas.

DICAS PARA RESPONDER A TAREFA 4

1º passo: Digite a função (I) no aplicativo e preencha a tabela com as informações solicitadas. Oculte a primeira função, digite a função (II) e preencha a tabela com as informações solicitadas. Faça o mesmo com as funções (III), (IV) e (V) respectivamente.

2º passo: Identifique o parâmetro *c* da função $y = x^2$ e compare com o ponto de intersecção com o eixo y. Compare o parâmetro *c* da função $y = x^2 - 4$ com o ponto de intersecção com o eixo y. Faça

o mesmo com as demais funções. Registre o que percebeu.
3º passo: Identifique o parâmetro c da função $y = x^2$ e compare com as coordenadas do vértice. Compare o parâmetro c da função $y = x^2 - 4$ com as coordenadas do vértice. Faça o mesmo com as demais funções. Registre o que percebeu.
4º passo: Para facilitar a análise das parábolas, deixe visível apenas às parábolas que estiverem sendo analisadas no momento.

Fonte: Adaptado de Braga e Viali, 2011, p. 69.

Sugestões e dicas - Tarefas 1, 2, 3 e 4.

Nas tarefas (1), (2), (3) e (4) espera-se que os estudantes:

T(1): Percebam nas **letras (c) (d) e (e)** que cresce para valores maiores que *x* do vértice, decresce para valores menores que *x* do vértice e que o vértice das funções dadas são (0,0). Identifiquem que a abertura da parábola diminui à medida que o coeficiente *a* aumenta.

T(2): Percebam nas **letras (c) (d) e (e)** que cresce para valores menores que *x* do vértice, decresce para valores maiores que *x* do vértice e que o vértice das funções dadas são (0,0). E que quanto maior o módulo de a, menor a abertura da parábola. Assim como, ao inverter o sinal do parâmetro a, inverte também, a concavidade da parábola.

T(3): Percebam nas **letras (c) e (d)** que cresce para valores maiores que *x* do vértice e decresce para valores menores que *x* do vértice. Na **letra (e)** o vértice das funções serão respectivamente (0,0), (3, -9), (-3,-9), (2, -4), (-2, -4). Nas **letras (f) (g)** e **(h)** que quando b é positivo a parábola toca o eixo do y no ramo crescente. Quando b é negativo a parábola toca o eixo do y no ramo decrescente. Quando b=0 a parábola toca o eixo do y no vértice. Na **letra (i)** dependendo do valor atribuído para o parâmetro b, a parábola toca o eixo y, no ramo ou crescente ou no ramo decrescente, ou no vértice. Na **letra (j)** se b for positivo, a parábola toca o eixo do y em seu ramo crescente. Se b for negativo, a parábola toca o eixo do y em seu ramo decrescente. Se b é igual à zero toca o eixo do y no vértice.

T(4): Percebam nas **letras (c) e (d)** que cresce para valores maiores que *x* do vértice e decresce para valores menores que *x* do vértice. Na **letra (e)** o vértice das funções serão respectivamente (0,0), (0, -4), (0, 4), (0, -6), (0, 6). Na **letra (f)** que os gráficos das funções (III) e (V) interceptam o eixo y em sua parte positiva. Na **letra (g)**, que os gráficos das funções (II) e (IV) interceptam o eixo y, em sua parte negativa. Na **letra (h)**, o gráfico da função (I) toca o eixo y, na origem. Na **letra (i)**, que o ponto em a parábola toca o eixo y é igual ao valor de c. Na **letra (j)**, quando o parâmetro c é positivo, a parábola toca o eixo y em sua parte positiva. Quando o parâmetro c é negativo, a parábola toca o eixo y em sua parte negativa. Quando o parâmetro c é zero, a parábola toca o eixo y na origem, ou seja, no ponto de coordenadas (0,0).

3.5 Quinto momento

Título: Efeitos dos parâmetros a, b e c, no gráfico de uma função quadrática.

Objetivo: Sistematizar os conhecimentos explorados, nas atividades anteriores, sobre os efeitos dos parâmetros a, b e c.

Descrição: Esquematização no quadro da relação entre as características da parábola e os parâmetros a, b e c.

Tempo de duração estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: quadro e marcador de quadro.

1ª etapa: Sistematizando o conteúdo.

Proponha aos estudantes, o seguinte questionamento, para que reflitam sobre suas percepções relacionadas aos efeitos dos parâmetros no gráfico:

Questionamento: Após, a realização das Tarefas 1, 2, 3 e 4, discussões e trocas de experiências com seus colegas, responda:

Quais características da parábola estão relacionadas aos parâmetros:

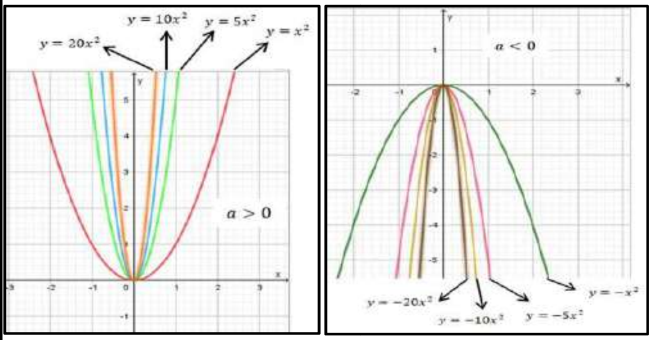
a:____
b:____
c:____

Solicite que registrem no caderno.

Se necessário, oportunize novamente um momento de discussão entre eles, para que através da troca de experiências, revejam e ampliem seus conhecimentos. Depois sistematize os conhecimentos e faça um esquema no quadro com as principais características de cada parâmetro.

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o quadro e o marcador de quadro. Organize um esquema no quadro sistematizando estes conceitos. Apresenta-se a seguir a explicação do conteúdo.

O efeito do parâmetro *a* no gráfico da função quadrática

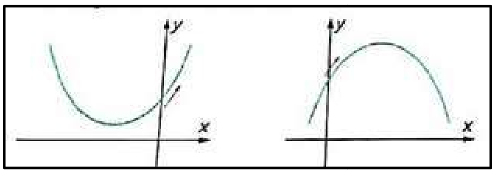


Quais características da parábola estão relacionadas ao parâmetro a? O parâmetro a está relacionado com a abertura da parábola e indica também, se a concavidade da parábola está voltada para cima ou para baixo dependendo do sinal desse parâmetro (BALESTRI, 2016).

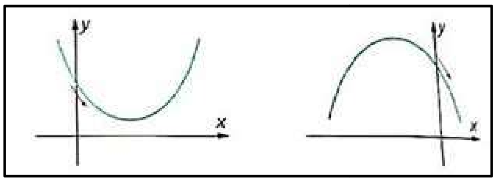
Se o parâmetro a, for positivo ($a > 0$), a parábola terá a concavidade voltada para cima e, teremos um ponto de mínimo. E, se o parâmetro a, for negativo ($a < 0$), a parábola terá a concavidade voltada para baixo e, teremos um ponto de máximo.

O efeito do parâmetro *b* no gráfico da função quadrática

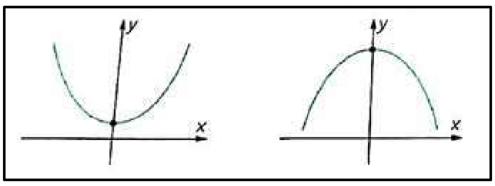
Quais características da parábola estão relacionadas ao parâmetro b? De modo geral, o parâmetro b determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice (BALESTRI, 2016).



Quando $b > 0$ (positivo), a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente (DANTE, 2013).



Quando $b < 0$ (negativo), a parábola intercepta o eixo y no ramo decrescente (DANTE, 2013).



Quando $b = 0$ (nulo), a parábola intercepta o eixo y no vértice (DANTE, 2013).

Antes de sistematizar o efeito do parâmetro c, vamos fazer mais alguns testes. Digite no aplicativo as funções:

$f(x) = x^2 + 2x - 4$

$f(x) = x^2 + 2x + 4$

$f(x) = x^2 + 2x - 6$

$f(x) = x^2 + 2x + 6$

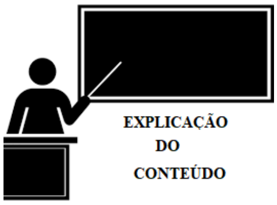
Questionamento: Perceba que os parâmetros a e b foram mantidos e o parâmetro c, alterado. O que você observou?

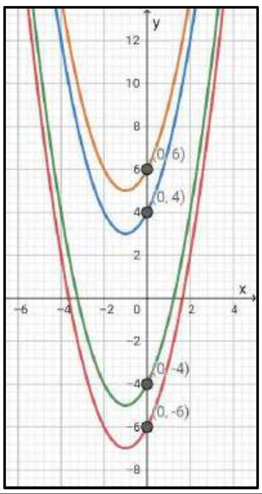
____

____

____

Organize um esquema no quadro sistematizando com as seguintes considerações:





(1º) Modificando o parâmetro c, altera-se também o ponto no qual a parábola toca o eixo y.

(2º) A parábola intercepta o eixo das ordenadas no ponto $(0, c)$.

(3º) A ordenada do ponto de intersecção com o eixo y é o c.

(4º) Quando $c > 0$ (positivo), o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na parte positiva. Quando $c < 0$ (negativo), o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na parte negativa. Quando $c = 0$ (nulo), o gráfico intercepta o eixo das ordenadas na origem.

<u>O efeito do parâmetro *c* no gráfico da função quadrática</u>

Quais características da parábola estão relacionadas ao parâmetro c?

De modo geral, o parâmetro *c* indica o ponto onde a parábola intercepta o eixo *y* (DANTE, 2014).

3.6 Sexto momento

Título: Agora é com você! Tarefas 1 e 2

Objetivo:

- Propor tarefas para que reflitam e interajam com o objeto do conhecimento (conteúdo).
- Verificar a compreensão dos conceitos abordados, sobre os efeitos dos parâmetros a, b e c.
- Corrigir as tarefas, esclarecer dúvidas.

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Projetor multimídia, material impresso, quadro e marcador de quadro.

1ª etapa: Propondo duas tarefas. Correção das Tarefas.

Entregue aos estudantes as Tarefas 1 e 2, impressas.

Depois, oriente-os a:

- Colarem e realizarem as questões, no caderno.
- Debaterem suas respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.
- Questionarem suas dúvidas.

Na sequência, corrija as questões de forma convencional, utilizando para isso o quadro e o marcador de quadro.

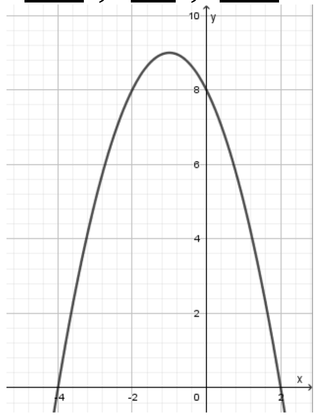
A *primeira tarefa* tem como objetivo levar o aluno a identificar quais são os sinais dos parâmetros *a*, *b* e *c*, sem a equação da função e, com o gráfico já traçado.

A *segunda tarefa* tem como objetivo fazer o aluno observar, analisar e comparar os gráficos, sem a equação da função, identificando qual parâmetro foi alterado.

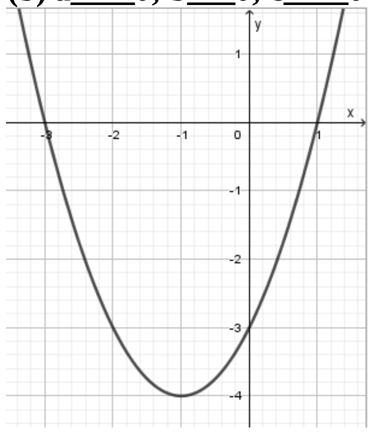
Organize previamente as questões em slides e projete-as no projetor multimídia, para facilitar a correção. Apresenta-se a seguir as Tarefas 1 e 2.

TAREFA 1 - Indique nos gráficos abaixo, quais são os sinais de a, b e c, ou seja, se $a > 0$ ou $a < 0$, se $b > 0$, $b < 0$ ou $b = 0$, ou se $c > 0$, $c < 0$ ou $c = 0$, justificando suas respostas. Adaptada de Dante, 2013, p. 119).

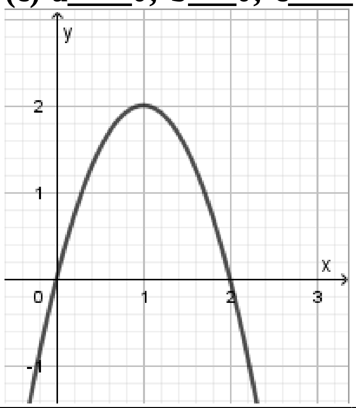
(a) a____0; b___0; c____0



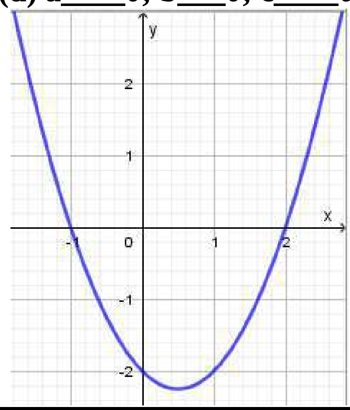
(b) a____0; b___0; c____0



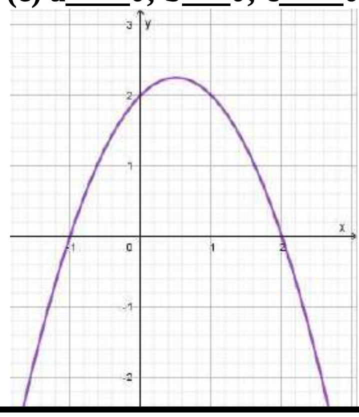
(c) a____0; b___0; c____0



(d) a____0; b___0; c____0



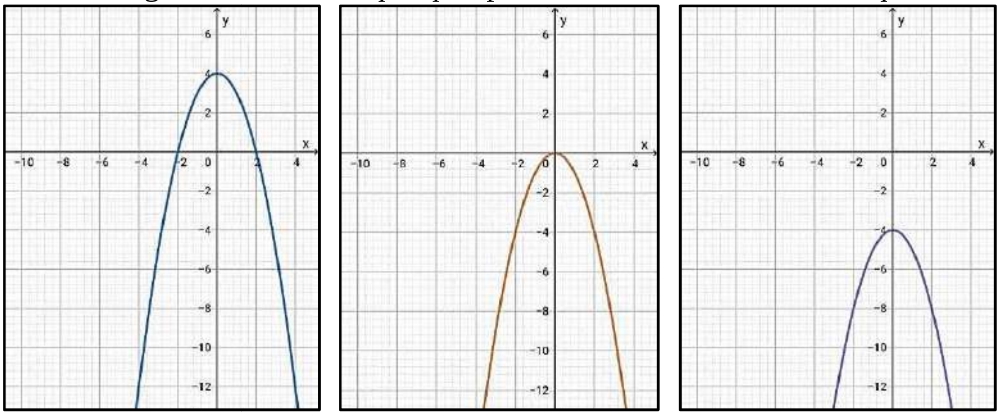
(e) a____0; b___0; c____0



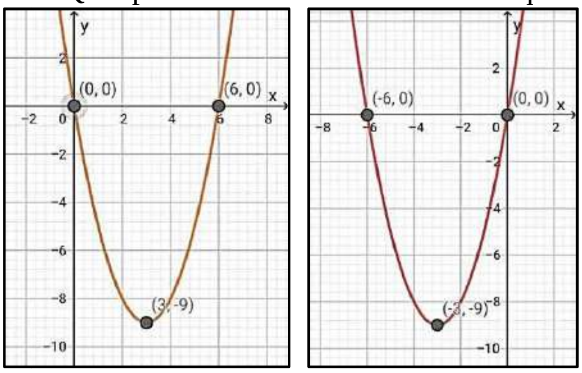
Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 2 - Sabendo que apenas um dos parâmetros foi modificado, observe e compare os gráficos a seguir e responda o que se pede:

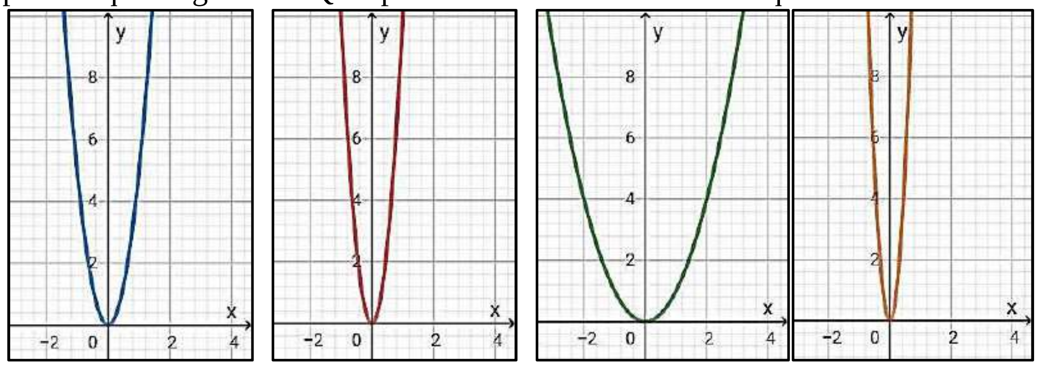
a) Compare os três gráficos e identifique qual parâmetro foi alterado? Justifique.



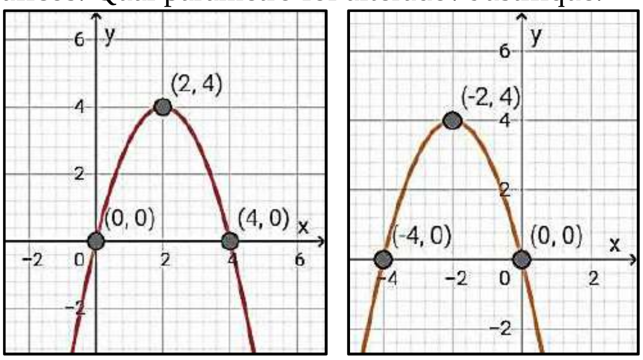
b) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



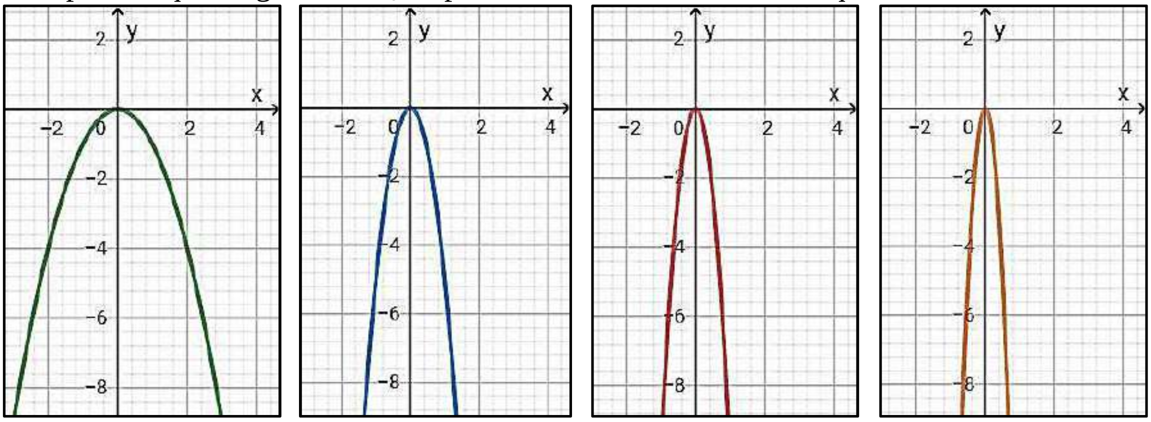
c) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



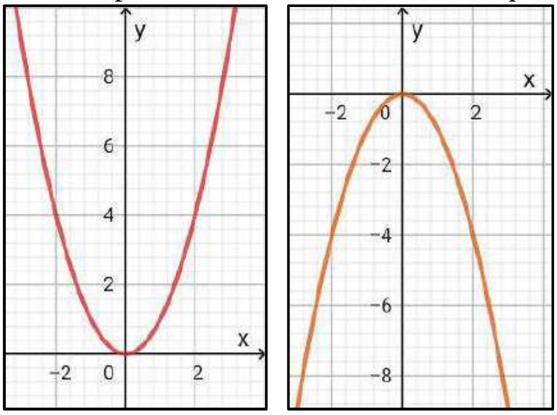
d) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



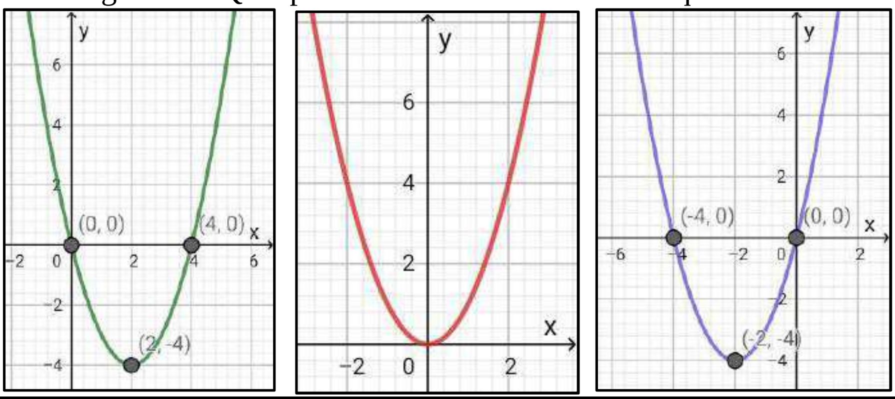
e) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



f) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



g) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



Algumas dicas para você refletir antes de responder as questões à cima:

(1º) Houve mudança na abertura das parábolas (parábola "mais aberta" ou "mais fechada")? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(2º) Houve mudança na concavidade das parábolas (para cima ou para baixo)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(3º) Modificou o ramo em que a parábola toca o eixo y (uma parábola toca o eixo y no ramo que cresce; outra no ramo que decresce ou vice-versa; e a outra no vértice)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(4º) Modificou o ponto em que a parábola toca o eixo y (uma parábola toca o eixo y em sua parte positiva; outra em sua parte negativa; e a outra no ponto de origem)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

Fonte: Autores, 2020.

SUGESTÕES E DICAS

Espera-se na Tarefa 1, que os estudantes respondam que:

(a) $a < 0$, pois a concavidade está voltada para baixo; $b < 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo decrescente; $c > 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola está interceptando o eixo do *y*, em sua parte positiva.

(b) $a > 0$, pois a concavidade está voltada para cima; $b > 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo crescente; $c < 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola intercepta o eixo *y* em sua parte negativa.

(c) $a < 0$, pois a concavidade está voltada para baixo; $b > 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo crescente; $c = 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola intercepta o eixo do *y* no ponto (0,0).

(d) $a > 0$, pois a concavidade está voltada para cima; $b < 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo decrescente; $c < 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola intercepta o eixo do *y*, em sua parte negativa.

(e) $a < 0$, pois a concavidade está voltada para baixo; $b > 0$, pois a curva intercepta o eixo *y* no ramo crescente; $c > 0$, pois $f(0) = c$ e a parábola intercepta o eixo vertical em sua parte positiva.

Espera-se, na Tarefa 2, que os estudantes respondam que:

Na **letra (a)**: que o parâmetro c está sendo alterado, pois modificou o ponto em que a parábola toca o eixo y.

Na **letra (b):** que o parâmetro b está sendo alterado, pois uma das parábolas toca o eixo y no ramo que decresce e a outra no ramo que cresce.

Na **letra (c):** que o parâmetro a está sendo alterado, pois a abertura da parábola está sendo modificada.

Na **letra (d):** que o parâmetro b está sendo alterado, pois uma das parábolas toca o eixo y no ramo que cresce e a outra no ramo que decresce.

Na **letra (e):** que o parâmetro a está sendo alterado, pois a abertura da parábola está sendo modificada.

Na **letra (f):** que o parâmetro a está sendo alterado, pois a concavidade da parábola foi alterada. Uma parábola tem a concavidade voltada para cima (a>0) e a outra para baixo (a<0).

Na **letra (g):** que o parâmetro b está sendo alterado, pois uma das parábolas toca o eixo y no ramo que decresce, a outra no vértice e, a outra no ramo que cresce.

3.7 Sétimo momento

Título: Construindo do gráfico de uma função quadrática manualmente.

Objetivo:

- Oportunizar trocas de experiências, sistematização do conhecimento e a internalização de conceitos.
- Propor tarefas de investigação e fixação de conceitos.
- Traçar o gráfico de uma função quadrática, manualmente, a partir da lei matemática.
- Determinar algebricamente os zeros de uma função, vértice e intersecção com o eixo y.
- Representar graficamente uma função quadrática, utilizando as raízes, o vértice e o ponto (0,c).

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático tecnológico digital e não digital: Dispositivo móvel, *WhatsApp*, quadro branco, marcador de quadro, folha quadriculada.

1ª etapa: Dialogando com os estudantes. Trocando experiências. Sistematizando conceitos e explicando o conteúdo.

Oportunize um momento de discussão e troca de experiências entre eles, para que revisem e ampliem seus conhecimentos sobre o questionamento levantado.

Proponha aos estudantes, o seguinte questionamento, com o objetivo de verificar o que eles sabem sobre o assunto (conhecimentos prévios):

Questionamento: Como você construiria o gráfico da função $y = -x^2 - 2x + 3$, sem o auxílio do aplicativo? Explique como você faria?

____

____

____

Solicite que registrem no caderno.

Assim, espera-se que analisando os parâmetros a, b e c, identifiquem as seguintes características do gráfico que será traçado:

(1º) Terá a concavidade voltada para baixo, pois a<0 (negativo).

(2º) A parábola tocará o eixo y no ramo decrescente, pois b<0 (negativo).

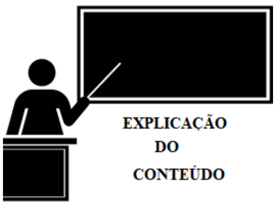
(3º) A parábola tocará o eixo y em sua parte positiva, pois c>0 (positivo), no ponto de coordenadas (0,c) = (0,3).

Espera-se que os estudantes percebam que é possível representar graficamente uma função do 2º grau:

(1º) Atribuindo valores para x e determinando valores correspondentes para y, organizando essas informações por meio de uma tabela. Depois, representar os pares ordenados no plano cartesiano unindo os pontos por uma linha curva.

(2º) Determinando as raízes ou zeros da função correspondente, as coordenadas do vértice e o ponto de intersecção com o eixo y, o ponto (0,c).

Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o diálogo, a lousa e o marcador de quadro. Organize um esquema no quadro sistematizando estes conceitos. Apresenta-se a seguir, a explicação do conteúdo.



O Que Já Aprendemos

As **raízes** ou **zeros** de uma função podem ser visualizados no gráfico, são os pontos em que a parábola intercepta o eixo x, cuja ordenada é sempre zero $(y = 0)$. O **vértice** é conhecido como ponto crítico da função, ou seja, é o ponto em que a parábola muda de sentido.

O Que Vamos Aprender

Conhecendo a lei da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ é possível determinar algebricamente os seguintes pontos:

- **Intersecção com o eixo y**: Como a parábola intercepta o eixo *y*, na abscissa *x=0*, algebricamente:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \quad \Rightarrow \quad f(0) = 0 + 0 + c \quad \Rightarrow \quad f(0) = c$$

Logo, o ponto de coordenadas $(\mathbf{0}, \boldsymbol{c})$ é o valor do parâmetro *"c"* na expressão algébrica $y = ax^2 + bx + c$.

- **Intersecção com o eixo x**: São as **raízes** ou **zeros** de uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é todo valor de x que torna $f(x) = 0$. Sendo assim, para determinar os valores de x que fazem com a equação $ax^2 + bx + c = 0$ resulte em zero. Para isso, podemos utilizar a fórmula de Bhaskara.

$$\underbrace{\boldsymbol{ax^2 + bx + c}}_{} = 0 \qquad \boldsymbol{f(x)} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

- **Vértice**: Para determinar as **coordenadas do vértice**, podemos utilizar as fórmulas x_v e y_v:

$$x_v = -\frac{b}{2 \cdot a} \text{ e } y_v = -\frac{\Delta}{4 \cdot a}$$

Ou ainda, podemos determinar x_v pela média aritmética entre as duas raízes x' e x''. E, substituímos o valor encontrado na expressão: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

$$x_v = \frac{x' + x''}{2}$$

Assim, determinado esses três pontos é possível traçar o gráfico de uma função quadrática.

Veja Alguns Exemplos

EXEMPLO 1: Construa o gráfico da função $y = -x^2 - 2x + 3$.

(1º) **Raízes ou zeros** da função $y = -x^2 - 2x + 3$.

Encontrando os valores de *x* que satisfazem a equação $-x^2 - 2x + 3 = 0$.

$$a = -1,\ b = -2 \text{ e } c = 3$$
$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$
$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3$$
$$\Delta = 16$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm 4}{-2}$$
$$x' = -3 \text{ e } x'' = 1$$

(2º) O **vértice** pode ser determinado pelas fórmulas $x_v = -\frac{b}{2 \cdot a}$; $y_v = -\frac{\Delta}{4 \cdot a}$

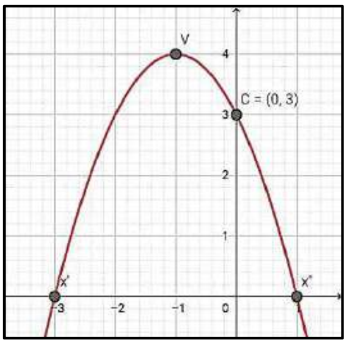
$$x_v = -\frac{-2}{2 \cdot (-1)} = -1; \ y_v = -\frac{16}{4 \cdot (-1)} = 4$$
$$V(-1{,}4)$$

O vértice da parábola também pode ser determinado a partir do ponto médio entre as duas raízes $x_v = \frac{x' + x''}{2} = \frac{-3+1}{2} = -1$. Para determinar y_v, basta substituir $x_v = -1$ na expressão:

$$y = -x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y = -(-1)^2 - 2(-1) + 3 \Rightarrow y = -1 + 2 + 3 \Rightarrow y = 4.$$

(3º) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y $(\mathbf{0}, \boldsymbol{c})$.

Como o parâmetro c é zero, o ponto $(0, c)$ é o ponto $(0{,}3)$. A seguir apresenta-se o gráfico da função $y = -x^2 - 2x + 3$



EXEMPLO 2: Traçar o gráfico da função $g(x) = 2x^2 + 1$.

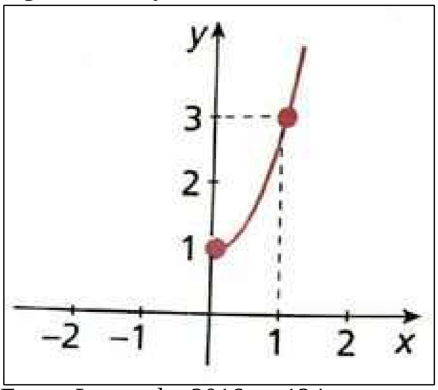
(1º) Sabemos que o coeficiente $c = 1$, então, conhecemos o ponto $(0, c) = (0{,}1)$.

(2º) A equação $2x^2 + 1 = 0$ não tem raízes.

(3º) O vértice $V(0{,}1)$.

1ª etapa: Foram localizados os pontos (0,1) e (1,3) no plano cartesiano e depois traçada parte da parábola (Figura 7).

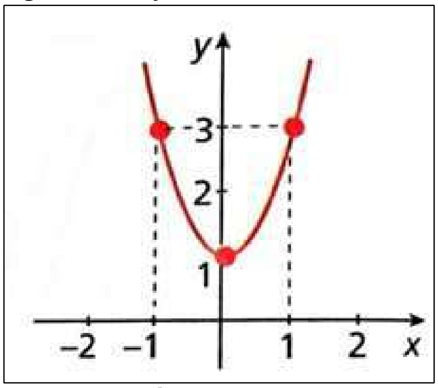
Figura 7 - Traçando o ramo crescente.



Fonte: Leonardo, 2016, p. 124.

2ª etapa: Utilizamos simetria para traçar o restante da parábola (Figura 8).

Figura 8 - Traçando o ramo decrescente.



Fonte: Leonardo, 2016, p. 124.

2ª etapa: Propondo duas tarefas. Correção das Tarefas.

Escreva as Tarefas 1 e 2, no quadro.

Oriente os estudantes a:

- Copiarem e realizarem as tarefas no caderno.
- Debaterem suas respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.
- Questionarem suas dúvidas.

Na sequência, corrija as questões de forma convencional, utilizando para isso o quadro e o marcador de quadro.

As tarefas têm como objetivo fixar e verificar os conceitos apreendidos tais como:

(1º) Identificar algumas características do gráfico analisando os parâmetros, tais como a concavidade, se a parábola toca o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice e, se a parábola toca o eixo y em sua parte positiva, negativa ou na origem.

(2º) Construir o gráfico de uma de 2º grau, através da identificação do ponto de intersecção da parábola com o eixo y, pela determinação dos zeros de uma função e o vértice.

(3º) Perceber a relação entre o valor encontrado para o discriminante e a quantidade de raízes.

(4º) Analisar os gráficos construídos e identificar algumas características. Apresenta-se a seguir, as Tarefas 1 e 2.

TAREFA 1: Analisando os parâmetros a, b e c, das funções: (I) $f(x) = x^2 + 2x - 3$; (II) $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$; (III) $f(x) = -x^2 - 2x - 5$; (IV) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$; (V) $f(x) = 2x^2 + 4x$. Identifique as características das parábolas que serão traçadas.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)
Parâmetro a	RESPONDA EM OUTRA FOLHA				
Parâmetro b					
Parâmetro c					

Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 2: Considerando as funções (I), (II), (III), (IV) e (V) dadas na Tarefa 1, determine algebricamente:				
(a) Raízes ou Zeros da função.	(b) Coordenadas do Vértice? $\mathbf{V(x_v, y_v)}$	(c) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?	(d) Represente graficamente as funções.	(e) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?
Dicas para responder estas tarefas: ***1º passo*** **-** Anote as funções propostas no caderno. ***2º passo*** **-** Analise os parâmetros a, b e c destas funções, identificando: Se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto. E, registre as respostas no caderno. ***3º passo*** **-** Discuta com seu colega sobre as respostas encontradas. E questione suas dúvidas com o (a) professor (a). ***4º passo*** **–** Determine as raízes, o vértice e o ponto (0, c) de cada função. E trace o gráfico utilizando esses pontos.				

Fonte: Autores, 2020.

Na *primeira tarefa*, espera-se que o estudante analisando os parâmetros a, b e c identifique: Que a parábola terá a concavidade voltada para cima se a>0 (se a for positivo) e voltada para baixo se a<0 (se a for negativo). Se b>0, a parábola toca o eixo y no ramo crescente, se b<0, a parábola toca o eixo y no ramo decrescente e, se b=0, a parábola toca o eixo y no vértice. Quando c>0 a parábola toca o eixo y em sua parte positiva, quando c<0 a parábola toca o eixo y em sua parte negativa e, quando c=0 a parábola toca o eixo y na origem, sendo assim, a parábola toca o eixo y na coordenada (0,c).

Na *segunda tarefa* a função:

(I) tem como raízes ou zeros as coordenadas (-3,0) e (1,0). As coordenadas do vértice são $V(-1,-4)$ e o ponto $(0,c) = (0,-3)$.

(II) tem como raízes ou zeros as coordenadas (1,0). As coordenadas do vértice são $V(1{,}0)$ e o ponto $(0,c) = (0,-2)$.

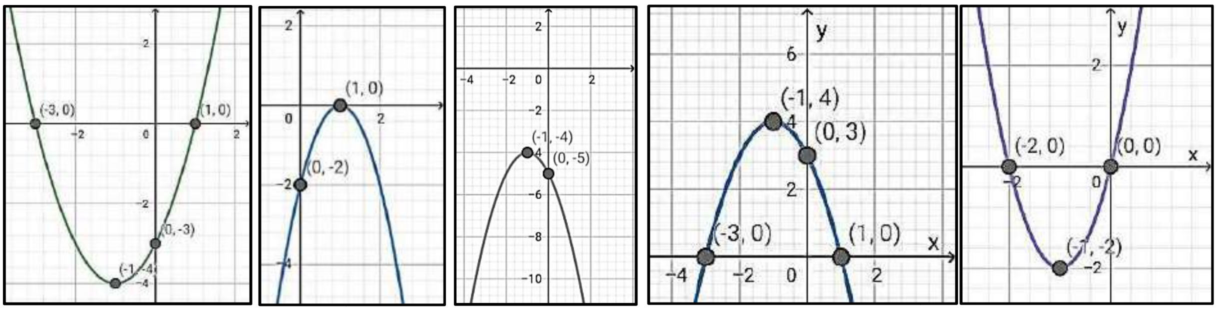
(III) não possui raízes ou zeros. As coordenadas do vértice são $V(-1,-4)$ e o ponto $(0,c) = (0,-5)$.

(IV) tem como raízes ou zeros as coordenadas (-3,0) e (1, 0). As coordenadas do vértice são $V(-1,4)$ e o ponto $(0,c) = (0{,}3)$.

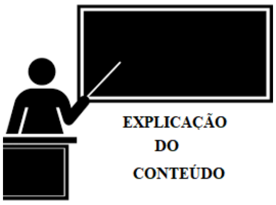
(V) tem como raízes ou zeros as coordenadas (-2,0) e (0,0). As coordenadas do vértice são $V(-1,-2)$ e o ponto $(0,c) = (0{,}0)$.

Os valores encontrados para o discriminante das funções (I), (IV) e (V), foram $\Delta = 16$. Nas funções (II) e (III) foram respectivamente, $\Delta = 0$ e $\Delta = -16$.

Os gráficos a seguir correspondem às funções (I), (II), (III), (IV) e (V), respectivamente.



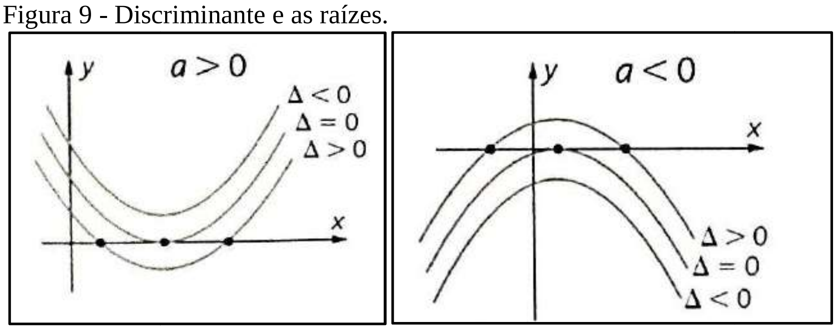
Sugere-se que o conteúdo seja explicado de forma convencional, ou seja, através da exposição e do diálogo, utilizando o diálogo, a lousa e o marcador de quadro. Organize um esquema no quadro sistematizando estes conceitos. Apresenta-se a seguir, a explicação do conteúdo.



Qual a relação entre o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes?

Para Dante (2014, p. 121), quando $\Delta = 0$ obtemos duas raízes reais iguais, ou seja, uma raiz real dupla. Isso significa que, a parábola toca o eixo x em um só ponto. Quando $\Delta > 0$ obtemos duas raízes reais distintas. Isso significa que, a parábola toca o eixo x em dois pontos. Quando $\Delta < 0$ não obtemos nenhuma raiz real. Isso significa que, a parábola não toca o eixo x. A Figura 9 retrata essa explicação.

Figura 9 - Discriminante e as raízes.



Fonte: Dante, 2014, p. 121.

3ª etapa: Propondo a terceira tarefa. Correção das Tarefas.

Encaminhe a terceira tarefa, como documento em PDF, aos dispositivos móveis dos estudantes, através do grupo de WhatsApp da turma. Esta tarefa trata-se de uma ficha para análise dos gráficos construídos.

Oriente os estudantes a:

- Utilizarem a ficha para análise dos gráficos traçados, identificando suas respectivas características.

- Registrarem as respostas no caderno:

Lei matemática: ____

Características: ____

- Debaterem suas respostas com os colegas, trocarem informações e experiências.

- Questionarem suas dúvidas.

Na sequência, corrija as questões de forma convencional, utilizando para isso o quadro e o marcador de quadro. Esclareça as dúvidas dos estudantes. A seguir está disponível a ficha de análise dos gráficos:

TAREFA 3*:* Analise os gráficos (I), (II), (III), (IV) e (V), identificando as características dos respectivos gráficos:				
Expressão Analítica:				
1. A parábola tem a concavidade voltada: ( ) Para cima? ( ) Para baixo?				
2. O vértice está no:	( ) Eixo das ordenadas?	( ) Eixo das abscissas?	( ) 1º quadrante?	
	( ) 2º quadrante?	( ) 3º quadrante?	( ) 4º quadrante?	
( ) 3. A soma das raízes é negativa?		( ) 7. O produto das raízes é negativo?		
( ) 4. A soma das raízes é positiva?		( ) 8. O produto das raízes é positivo?		
( ) 5. A função admite ponto de mínimo?		( ) 9. A função é toda negativa?		
( ) 6. A função admite ponto de máximo?		( ) 10. A função é toda positiva?		
( ) 11. $a < 0$?	( ) 13. $b > 0$?	( ) 16. $C > 0$?	( ) 19. $\Delta > 0$?	( ) 22. $f(0) = 0$?
( ) 12. $a > 0$?	( ) 14. $b < 0$?	( ) 17. $C < 0$?	( ) 20. $\Delta < 0$?	( ) 23. f(1) é zero?
	( ) 15. $b = 0$?	( ) 18. $C = 0$?	( ) 21. $\Delta = 0$?	( ) 24. f(0) é positivo?
( ) 25. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?			( ) 28. f(0) é negativo?	
( ) 26. A função tem duas raízes reais e distintas?			( ) 29. A função não admite raízes reais?	
( ) 27. A função tem duas raízes reais e iguais?			( ) 30. A função admite raízes reais?	

Fonte: Autores, 2020.

Espera-se que os estudantes respondam da seguinte forma:

Expressão Analítica: (I) $f(x) = x^2 + 2x - 3$
1. Concavidade para cima. **2.** O vértice no 3º quadrante. **3.** A soma das raízes é negativa. **5.** A função admite ponto de mínimo. **7.** O produto das raízes é negativo. **11.** $a > 0$. **13.** $b > 0$. **17.** $C < 0$. **19.** $\Delta > 0$. **23.** f(1) é zero. **28.** f(0) é negativo. **26.** A função tem duas raízes reais e distintas. **30.** A função admite raízes reais.
Expressão Analítica: (II) $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$.
1. Concavidade para baixo. **2.** O vértice no eixo das abscissas. **4.** A soma das raízes é positiva. **6.** A função admite ponto de máximo. **8.** O produto das raízes é positivo. **11.** $a < 0$. **13.** $b > 0$. **17.** $C < 0$. **21.** $\Delta = 0$. **23.** f(1) é zero. **27.** A função tem duas raízes reais e iguais. **28.** f(0) é negativo. **30.** A função admite raízes reais.
Expressão Analítica: (III) $f(x) = -x^2 - 2x - 5$.
1. Concavidade para baixo. **2.** O vértice no 3º quadrante. **6.** A função admite ponto de máximo. **9.** A função é toda negativa. **11.** $a < 0$. **14.** $b < 0$. **17.** $C < 0$. **20.** $\Delta < 0$. **28.** f(0) é negativo. **29.** A função não admite raízes reais.
Expressão Analítica: (IV) $\mathrm{f(x)} = -\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} + 3$
1. Concavidade voltada para baixo. **2.** O vértice está no 2º quadrante. **3.** A soma das raízes é negativa. **6.** A função admite ponto de máximo. **7.** O produto das raízes é negativo. **11.** $a < 0$. **14.** $b < 0$. **16.** $C > 0$. **19.** $\Delta > 0$. **23.** f(1) é zero. **24.** f(0) é positivo. **26.** A função tem duas raízes reais e distintas. **30.** A função admite raízes reais.
Expressão Analítica: (V) $\mathrm{f(x)} = 2\mathrm{x}^2 + 4\mathrm{x}$.
1. A parábola tem a concavidade voltada para cima. **2.** O vértice está no 3º quadrante. **3.** A soma das raízes é negativa. **5.** A função admite ponto de mínimo. **12.** $a > 0$. **13.** $b > 0$. **18.** $C = 0$. **19.** $\Delta > 0$. **22.** $f(0) = 0$. **26.** A função tem duas raízes reais e distintas. **30.** A função admite raízes reais.

3.8 Oitavo momento

Título: Colocando em prática os conhecimentos estudados.

Objetivo:

- Verificar os conceitos internalizados e os que estão à iminência de serem.
- Propor tarefas individuais e em grupo, sobre conceitos abordados nas aulas.
- Propor aos estudantes o jogo "*Quais são as minhas características?*".
- Analisar os parâmetros a, b e c, na lei matemática e identificar características da parábola que será traçada.
- Determinar algebricamente os zeros de uma função e vértice.
- Representar manualmente o gráfico uma função quadrática conhecendo as raízes, o vértice e o ponto (0,c).

Tempo de duração estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recurso didático: quadro branco, marcador de quadro, folha quadriculada, jogo.

1ª etapa: Propondo as Tarefas 1, 2 e 3. Ficha para analisar os gráficos ampliados.

(1º) Divida a turma em grupos de no mínimo quatro estudantes e no máximo seis.

(2º) Entregue um bloco de questões para cada grupo.

(3º) Distribua aleatoriamente os blocos de questões.

(4º) Ressalta-se que as questões sugeridas, bem como a divisão da turma podem ser adequadas à realidade de cada escola. No entanto, é importante propor questões que tenham, $a > 0$ (a é maior que zero) e $a < 0$ (a é menor que zero), com $\Delta > 0$ (delta maior que zero), $\Delta = 0$ (delta igual à zero) e $\Delta < 0$ (delta menor que zero), para que sejam exploradas diferentes características da parábola. Apresenta-se a seguir, o bloco de questões, com sugestões de funções do 2º grau.

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
1º bloco	$y = -x^2 + 4x - 3$	*2º bloco*	$f(x) = x^2 - 4x + 3$	*3º bloco*	$f(x) = x^2 - x - 2$
	$y = 2x^2 + 6$		$g(x) = x^2 + 6x$		$s(t) = -2t^2 + 4t$
	$f(x) = x^2 - 4x + 4$		$y = -x^2 + 4x - 4$		$fy = -4x^2 - 4x - 1$
	$f(x) = x^2 - 4x + 5$		$f(x) = -x^2 + 4x - 5$		$f(x) = -x^2 + 2x - 3$
	$s(t) = 2t^2 - 4t$		$h(x) = x^2 + 3$		$f(x) = x^2 - 2x + 6$
	$y = -x^2 - 6x - 9$		$y = x^2 - 4x + 4$		$y = 5x^2 - 10x + 5$

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
4º bloco	$f(x) = -x^2 + x + 2$	*5º bloco*	$f(x) = x^2 - 5x + 6$	*6º bloco*	$y = -x^2 + 5x - 6$
	$f(x) = x^2 - 5x + 4$		$f(x) = -x^2 + 2x - 1$		$f(x) = x^2 - 2x + 1$
	$y = 4x^2 + 4x + 1$		$f(x) = -x^2 + 5x - 8$		$h(x) = -2x^2 - 4x - 2$
	$f(x) = x^2 - 2x + 3$		$f(x) = -x^2 - 5x - 7$		$h(x) = -x^2 - 3$
	$y = -x^2 + 2x - 6$		$g(x) = -x^2 - 6x$		$f(x) = x^2 + 5x + 7$
	$y = 5x^2 + 10x + 5$		$h(x) = -2x^2 - 8x - 8$		$g(x) = -2x^2 + 8x - 6$

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
7º bloco	$y = -x^2 + 2x + 3$	*8º bloco*	$f(x) = x^2 - 2x - 3$	*Outras sugestões*	$y = x^2 + 4x - 12$
	$y = -x^2 - 2x + 8$		$f(x) = x^2 - 2x - 8$		$h(x) = -2x^2 + 4x - 2$
	$f(x) = 5x^2 - 10x + 5$		$f(x) = -5x^2 + 10x - 5$		$f(x) = x^2 - 10x + 21$
	$f(x) = -x^2 + 5x - 7$		$f(x) = x^2 - 5x + 8$		$f(x) = -x^2 - 2x - 5$
	$f(x) = 2x^2 + 2$		$f(x) = -2x^2 - 2$		$f(x) = x^2 + 2x - 3$
	$h(x) = -2x^2 + 8x - 8$		$y = -4x^2 - 8x - 4$		$y = 2x^2 + 8x + 6$

Fonte: Arquivo pessoal.

As Tarefas 1, 2 e 3 devem ser impressas e distribuídas aos estudantes, para facilitar a leitura das perguntas.

(1º) Imprimir uma tarefa por grupo.

(2º) Proponha a *primeira tarefa* aos grupos, com o objetivo de fazê-los analisar os parâmetros a, b e c da função de 2º grau e identificar algumas características desta função, antes de construir o gráfico.

(3º) Depois de concluí-la, entregue a *segunda tarefa*, que tem como objetivo fazê-los representar graficamente uma função do 2º grau, a partir da lei matemática, utilizando as raízes, o vértice e o ponto (0,c).

(4º) Por fim, entregue à última e *terceira tarefa*, que propõe aos estudantes a ampliação de um dos gráficos. Apresenta-se a seguir, as Tarefas 1, 2, 3:

TAREFA 1

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

1 - Como vai ser esta parábola? Identifique algumas características a partir da análise dos parâmetros a, b e c.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
Parâmetro a						
Parâmetro b	**RESPONDA EM OUTRA FOLHA**					
Parâmetro c						

Dicas para responder esta tarefa:

1º passo: Em uma folha que será entregue posteriormente, identifique o nome dos componentes do grupo, a turma e a data.

2º passo: Na mesma folha, identifique o bloco de questões "1º bloco, 2º bloco,...", e registre as respectivas funções.

3º passo: Analise as funções com seu grupo.

4º passo: Analise os parâmetros a, b e c destas funções, identificando se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto. E, registre as respostas nesta folha. **OBSERVAÇÃO: ESTA TAREFA É EM GRUPO.**

TAREFA 2

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

2 - Determine algebricamente:

(a) Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
(b) Raízes ou Zeros da função.						
(c) Coordenadas do Vértice? $V(x_v, y_v)$	**RESPONDA EM OUTRA FOLHA**					
(d) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?						
(e) Represente graficamente as funções.						

(f) Analise o valor encontrado para Δ *e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?*

Dicas para responder esta tarefa:

1º passo: Em uma folha que será entregue posteriormente, identifique o seu nome, a turma e a data.

2º passo: Cada componente do grupo, deve escolher uma das funções analisadas na Tarefa 1, para realizar os cálculos.

3º passo: Esta escolha pode ocorrer por meio de sorteio, ou as funções podem ser distribuídas aleatoriamente.

4º passo: Cada componente do grupo deve escolher funções diferentes entre si.

5º passo: Identifique na folha, a função escolhida.

6º passo: Realize os cálculos manualmente, sem o uso da calculadora.

7º passo: Traçar o gráfico manualmente, sem o uso de aplicativos. Utilizando para isso, os valores calculados: Raízes, vértice e ponto (0,c).

8º passo: Os gráficos devem ser feitos em folha quadriculada.

9º passo: *Entregue a folha ao professor.* **OBSERVAÇÃO: ESTA TAREFA É INDIVIDUAL.**

TAREFA 3

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

3 - Ampliar o gráfico escolhido por você na Tarefa 2.

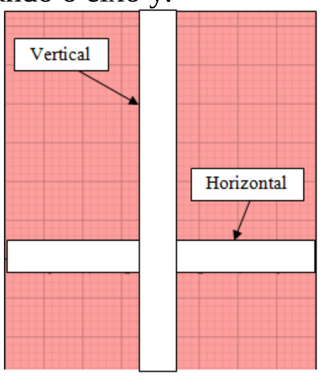
MATERIAIS: 2 folhas sulfite coloridas, 1 folha sulfite branca, barbante, cola, tesoura, lápis de cor, caneta hidrográfica colorida, fita durex.

ROTEIRO PARA A AMPLIAÇÃO DO GRÁFICO[7]

1º passo: Analise a parábola traçada por você, na tarefa 2, verificando em qual quadrante se encontra e o espaço necessário para ampliá-la.

2º passo: Recorte duas tiras de papel (folha ofício branca) para construir o plano cartesiano.

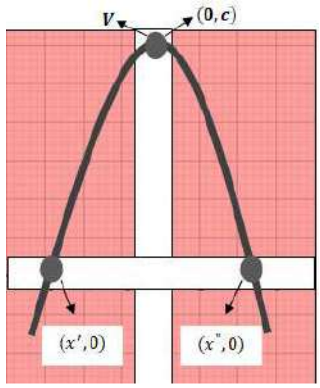
3º passo: Cole as tiras em uma folha colorida, de maneira que formem um ângulo de 90º entre si. Assim, uma das tiras deve ser colada na posição horizontal, representando o eixo x. E a outra tira deve ser colada na posição vertical, representando o eixo y.



4º passo: Utilize para representar o traçado da parábola (linha curva) um barbante. E para fixá-lo utilize cola ou fita durex.

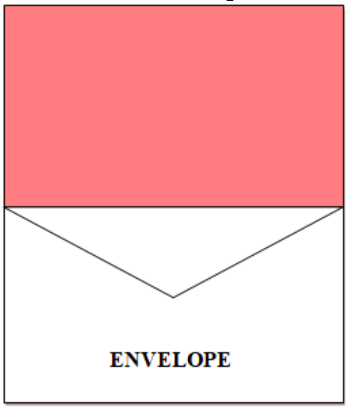
5º passo: Coloque em destaque o vértice, os zeros da função, se existir e, o ponto (0,c.).

6º passo: Identifique seu nome e a expressão analítica, correspondente ao gráfico ampliado por você.



7º passo: Na posição vertical, divida ao meio, uma folha ofício branca e recorte-a.

8º passo: Cole-a no verso da folha, em que o gráfico foi ampliado. O verso da folha funcionará como um envelope.



9º passo: Pedir ao professor (a), a ficha com as características das parábolas.

10º passo: Analisar o gráfico ampliado por você, identificando suas características. Marque com um (X) nas respectivas características.

11º passo: Dobrar a ficha e colocar dentro do envelope.

Fonte: Autores, 2020.

[7] Essa atividade foi proposta pelo Professor André Martins, em uma escola localizada na cidade de Rio Bonito (RJ). A atividade foi adaptada para ser utilizada no jogo “Quais são as minhas características?”. E, pode ser acessada pelo endereço: <https://www.facebook.com/andremartins.com.br/posts/2405941092991759>.

Depois que a ampliação estiver concluída:

(1º) Entregue a eles a ficha com as características das parábolas ampliadas.

(2º) Oriente os estudantes a:

-Analisarem o gráfico que ampliou.

- Marcarem as respostas a lápis.

- Corrigirem as respostas com a professora.

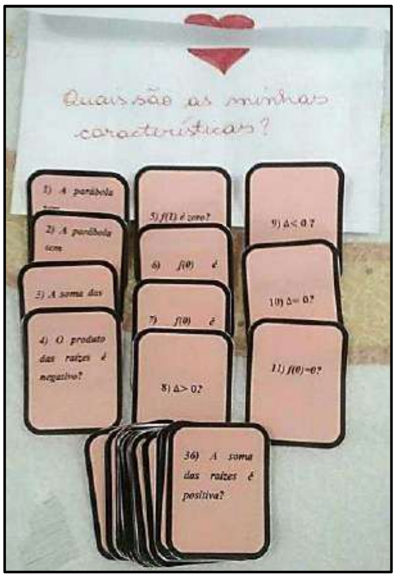
- Guardarem a ficha dentro do envelope, que está no verso do gráfico construído.

A ficha tem como objetivo auxiliá-los na análise do gráfico ampliado e na identificação de algumas de suas características. Apresenta-se a seguir, a ficha:

FICHA: Analise o gráfico construído e marque com (X) as respectivas características da parábola ampliada:				
Expressão Analítica:				
1. A parábola tem a concavidade voltada: ( ) Para cima? ( ) Para baixo?				
2. O vértice está no:	( ) Eixo das ordenadas?	( ) Eixo das abscissas?	( ) 1º quadrante?	
	( ) 2º quadrante?	( ) 3º quadrante?	( ) 4º quadrante?	
( ) 3. A soma das raízes é negativa?	( ) 7. O produto das raízes é negativo?			
( ) 4. A soma das raízes é positiva?	( ) 8. O produto das raízes é positivo?			
( ) 5. A função admite ponto de mínimo?	( ) 9. A função é toda negativa?			
( ) 6. A função admite ponto de máximo?	( ) 10. A função é toda positiva?			
( ) 11. $a < 0$?	( ) 13. $b > 0$?	( ) 16. $C > 0$?	( ) 19. $\Delta > 0$?	( ) 22. $f(0) = 0$?
( ) 12. $a > 0$?	( ) 14. $b < 0$?	( ) 17. $C < 0$?	( ) 20. $\Delta < 0$?	( ) 23. f(1) é zero?
	( ) 15. $b = 0$?	( ) 18. $C = 0$?	( ) 21. $\Delta = 0$?	( ) 24. f(0) é positivo?
( ) 25. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?	( ) 28. f(0) é negativo?			
( ) 26. A função tem duas raízes reais e distintas?	( ) 29. A função não admite raízes reais?			
( ) 27. A função tem duas raízes reais e iguais?	( ) 30. A função admite raízes reais?			

Fonte: Autores, 2020.

2ª etapa: Jogo *Quais são as minhas características?*[8]



O jogo é composto pelos gráficos produzidos pelos estudantes e 40 cartas organizadas dentro de um envelope, com perguntas sobre os respectivos gráficos (APÊNDICE A). E, tem como objetivo revisar os conceitos abordados tais como os efeitos dos parâmetros a, b e c, o vértice, os zeros de uma função, eixo de simetria, quadrantes, ponto de máximo e ponto de mínimo, entre outros. Fazer o estudante analisar os gráficos ampliados na etapa anterior, identificando algumas de suas características. Bem como, verificar os conhecimentos que já foram internalizados e aqueles que estão à iminência de serem.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

(1º) Recolha os gráficos ampliados pelos estudantes.

(2º) Embaralhe-os.

(3º) Organize-os em cima de uma mesa separada, voltados para baixo, formando um único “monte de gráficos”. Salienta-se que o local no qual estará localizada essa mesa fica a critério do professor, podendo estar no centro da sala, na frente do quadro, ou aonde achar melhor.

(4º) Divida a turma em grupos de quatro pessoas.

(5º) Entregue para cada grupo:

- Um envelope com perguntas (características dos gráficos).
- As regras do jogo.

(6º) Oriente os estudantes a realizarem a leitura das regras com seu grupo.

(7º) Iniciar o jogo.

(8º) Recomenda-se que seja realizada uma segunda rodada, com o objetivo de verificar os conhecimentos que já foram internalizados pelos estudantes, ou que estão à iminência de serem. Apresenta-se a seguir, as regras do jogo.

[8] Jogo adaptado do artigo *Utilização do jogo de cartas no ensino de função quadrática* (MARTINS; SOUSA; HAUS; RODRIGUES; VIEIRA, 2015). Disponível em: <https://bityli.com/uznrF>.

<table>
<tr><th colspan="2">Jogo Quais são as minhas características?</th></tr>
<tr><td>Materiais: Gráficos ampliados. Envelope com 36 cartas, com perguntas sobre os respectivos gráficos.
Objetivo: Analisar o gráfico escolhido e identificar algumas de suas características. Revisar conceitos explorados durante as aulas.
Nº de Jogadores: 2 a 4 jogadores.
Monte de saque e monte de descarte: As cartas devem permanecer sempre voltadas para baixo. Só podem ser sacadas as cartas que estiverem no topo.</td><td>Jogadores (as): Decidam quem começará o jogo ou, utilizem alguma estratégia para fazer essa escolha. Quem iniciará o jogo deve: (1º) deslocar-se até a mesa em que estão os gráficos ampliados. (2º) pegar o gráfico que estiver no topo. (3º) retornar para seu lugar. (4º) distribuir quatro cartas para cada jogador. (5º) Organizar as cartas restantes no centro da mesa, voltadas para baixo, formando um “monte de saque”. (6º) As quatro cartas distribuídas aos jogadores devem permanecer voltadas para baixo também, até o início do jogo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Regras
O jogador que iniciar o jogo deve pegar a carta que estiver no topo do “monte de saque”. Deve analisá-la juntamente com as cartas que tiver em mãos. Caso não seja útil, poderá descartá-la. Caso seja útil, poderá ficar com ela, descartando outra que desejar.
O próximo jogador decide se quer pegar a carta que foi descartada e descarta outra no lugar, ou se quer pegar uma carta do “monte de saque”. Caso escolha pegar do “monte de saque”, deve analisar a respectiva carta, se não for útil poderá descartá-la, mas se for útil, poderá ficar com ela, descartando outra. E assim sucessivamente, formando no centro da mesa, um “monte de descarte”. Destaca-se que, o jogador só poderá escolher uma carta desse monte, se ela estiver no topo, as que estiverem em baixo só poderão ser pegas se o “monte de saque” acabar, então o “monte de descarte” deve ser embaralhado e se torna um “monte de saque” novamente.
Se algum jogador tiver em mãos na 1ª rodada, as quatro características do gráfico, deve esperar completar a 1ª rodada para baixar as cartas. Vence o jogo quem conseguir formar um quarteto primeiro.</td></tr>
<tr><td>Conferindo as respostas
As respostas do ganhador devem ser conferidas. Para isso, abra o envelope colado no verso do gráfico, comparando as respostas apresentadas nas quatro cartas com as da ficha. Ressalta-se que, se alguma resposta estiver equivocada, o grupo deve reiniciar o jogo com outro gráfico e, o participante que cometeu o equívoco ficará uma rodada sem jogar, ou seja, sem pegar cartas no monte de saque e de descarte.</td><td>Desempate
Para desempatar o jogo, as cartas devem ser embaralhadas novamente, e distribuídas aos jogadores, para que a dupla, ou trio se enfrentem.
Segunda rodada
O grupo deve escolher outro gráfico, seguindo os mesmos critérios descritos anteriormente. Sendo assim, na primeira rodada teremos um vencedor e na segunda rodada podemos ter outro vencedor.</td></tr>
</table>

Fonte: Autores, 2020.

3ª etapa: Jogo *Função Quadrática*[9]

(1º) O jogo é composto pelos seguintes elementos:

- Um tabuleiro, no qual é indicado o trajeto que será percorrido durante as jogadas.
- Seis pinos, sendo que cada pino corresponderá a um jogador.
- Um dado.
- Cartas com questões sobre o conteúdo abordado nas aulas.

(2º) Material necessário para a confecção de um tabuleiro:

- Uma cartolina, para desenhar o trajeto a ser percorrido.
- Um dado.
- Seis pinos, que representam os jogadores.
- Impressão das cartas, com as perguntas sobre função quadrática (APÊNDICE B).

5. Quais características da parábola estão relacionadas ao coeficiente *a*:
a) Determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice.
b) Determina o ponto de intersecção da curva com o eixo y.
c) Determina se a concavidade está voltada para cima ou para baixo e a abertura da parábola.

As cartas foram organizadas por cores e nível de dificuldade:

(1º) A cor rosa, corresponde às questões de nível fácil.

(2º) A cor verde são questões de nível médio.

(3º) A cor cinza corresponde às questões de nível difícil.

Número de cartas:

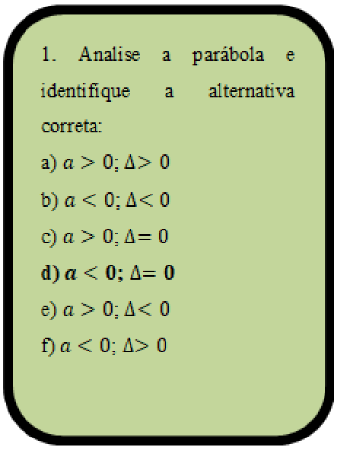
(1º) Vinte e seis questões de nível fácil e difícil respectivamente.

(2º) Vinte e sete questões de nível médio.

(3º) Totalizando setenta e nove questões.

As questões devem ser escolhidas de acordo com os conhecimentos explorados em aula.

[9] Jogo adaptado do artigo *Revisando o conteúdo de função quadrática a partir da utilização de um jogo de tabuleiro* (SANTOS; MORAES; SANTOS; PEREIRA, 2018). Jogo apresentado, em novembro de 2018, na III Mostra Gaúcha de Validação de Produtos Educacionais do RS, cuja publicação está disponível na página do evento em: <http://mostragaucha.upf.br/>.



1. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a > 0; \Delta > 0$

b) $a < 0; \Delta < 0$

c) $a > 0; \Delta = 0$

d) $a < 0; \Delta = 0$

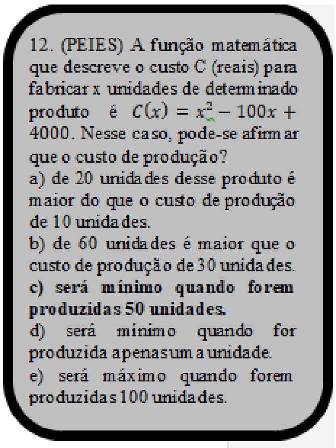
e) $a > 0; \Delta < 0$

f) $a < 0; \Delta > 0$

As questões e os níveis de dificuldade:

(1º) As questões de nível fácil abordam a parte mais teórica do conteúdo, ou seja, sem necessidade de cálculo para resolvê-las, basta o aluno lembrar-se das explicações em aula.

(2º) As questões de nível médio, envolvem a resolução de cálculos sobre o conteúdo, sendo necessário, além de entender a parte teórica, também resolvê-las.



12. (PEIES) A função matemática que descreve o custo C (reais) para fabricar x unidades de determinado produto é $C(x) = x^2 - 100x + 4000$. Nesse caso, pode-se afirmar que o custo de produção?

a) de 20 unidades desse produto é maior do que o custo de produção de 10 unidades.

b) de 60 unidades é maior que o custo de produção de 30 unidades.

c) será mínimo quando forem produzidas 50 unidades.

d) será mínimo quando for produzida apenas um a unidade.

e) será máximo quando forem produzidas 100 unidades.

(3º) As de nível difícil, envolvem interpretação ou análise gráfica, resolução de cálculos, problemas matemáticos e compreensão da parte teórica do conteúdo estudado. Por este motivo, as questões que envolvem vários conceito e cálculos, foram classificadas como nível difícil.

Destaca-se que algumas questões utilizadas neste jogo constam no trabalho “Função Polinomial do 2º grau” (Mundo Matemática). Está disponível no endereço: <https://mundoedu.com.br/uploads/pdf/59a4dd06a0be0.pdf>

Ressalta-se que as questões sugeridas, nas cartas para impressão, envolvem mais conceitos além daqueles que foram abordados nesta sequência didática, que servirão como sugestão de questões que podem ser exploradas com os estudantes.

O objetivo do jogo é fazer o fechamento da sequência didática, revisar o conteúdo estudado em aula, bem como verificar e sanar as dúvidas sobre os conceitos abordados, de um modo atrativo.

(1º) Divida os estudantes em seis grupos com cinco componentes.

(2º) Em uma turma de 30 alunos será necessário confeccionar seis tabuleiros. As regras do jogo podem ser visualizadas a seguir.

<table>
<tr><th colspan="2">Jogo Função Quadrática</th></tr>
<tr><td>Material necessário para o jogo: Tabuleiro, seis pinos, um dado, lápis e folha para anotações.
Número de Jogadores: 4 a 6 componentes e um deles será o juiz.
Juiz: Retira a carta, lê a pergunta e as alternativas, bem como pode dar dicas para resolver as questões. Registra as pontuações e soma ao final para verificar quem obteve mais pontos.</td><td>Ajuda: Durante o jogo, cada componente poderá pedir três “ajudas”, para colegas do grupo. Cada pergunta deve ser feita para colegas diferentes.
Professor mediador: O professor auxiliará sempre que for necessário.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Regras
Cada componente deve ter em mãos lápis e folha para anotações. Para iniciar o juiz deve embaralhar as cartas e após um dos jogadores deve lançar o dado e avançar, com o pino, a quantidade de casas correspondentes ao número obtido no dado. Quando parar nas casas “avance algumas casas”, “passe a vez”, “retorne algumas casas”, siga as orientações indicadas. Quando parar na casa “Função Quadrática” o jogador pede para o juiz retirar uma carta e lhe fazer a pergunta. A cor da carta escolhida pelo juiz deve corresponder à cor do símbolo indicado na casa, nas cores rosa, verde e cinza:
Se acertar a resposta marca-se a pontuação respectiva à cor da carta e lança o dado novamente, avançando a quantidade de casas indicada no dado. Caso errar passa a vez sem avançar nenhuma casa e sem pontuar. Neste caso, o jogador deve anotar em uma folha o número da carta e sua respectiva cor, para que, posteriormente, o professor possa sanar suas dificuldades referentes àquela questão.
Dando sequência ao jogo, o próximo jogador retira outra carta. Ganha quem obtiver maior pontuação ao final, após todos os jogadores concluírem o percurso do jogo. Nas cartas de cor rosa o nível é fácil e valem 2 pontos; nas cartas de cor verde o nível é médio e valem 3 pontos e nas cartas de cor cinza o nível é difícil e valem 4 pontos. Boa Sorte!</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Santos, Moraes, Santos e Pereira, 2018.

3.9 Nono momento

Título: Avaliação da aprendizagem.

Objetivo:

- Realizar uma avaliação individualizada.
- Verificar os conceitos internalizados e os que estão à iminência de serem.

Tempo de duração estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recurso didático: material impresso.

1ª etapa: Avaliação da aprendizagem.

Sugere-se que o último momento seja destinado à realização de uma avaliação individual e sem consulta ao material.

Compreende-se, na perspectiva de Vygotsky, que a aquisição do conhecimento ocorre, sobretudo, nas interações. No entanto, os “[...] momentos de internalização são essenciais para consolidar o aprendizado. Eles são individuais e reflexivos por definição e precisam ser considerados na rotina das aulas” (FREITAS, 1994, p. 192).

Sendo assim, a avaliação não tem o intuito de verificar os conhecimentos memorizados pelos estudantes. Mas, representa um instrumento, que possibilita ao professor perceber se a interação, proporcionada ao longo da sequência didática, contribuiu para a internalização do conhecimento. Bem como, perceber aquilo que o estudante está na iminência de fazer sozinho, ou, se aquilo que fazia apenas com a ajuda de outra pessoa (professor ou um colega mais experiente) passou a fazer sozinho, o que Vygotsky chama de zona de desenvolvimento proximal (ZDP).

REFERÊNCIAS

BALESTRI, Rodrigo. *Matemática*: interação e tecnologia. Matemática (Ensino Médio), volume 1. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

BRAGA, Elisabete Rambo; VIALI, Lorí. A planilha como suporte à compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n. 26, p. 57-71, jun. 2011.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/2JhZt8j>. Acesso em: 20 nov. 2018.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <https://bit.ly/2wx7fps>. Acesso em: 20 nov. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*: contexto & aplicações. 1 Matemática (Ensino Médio). 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. *O pensamento de Vygotsky e Bakhtin no Brasil*. Campinas: Papirus, 1994.

LEONARDO, Fábio Martins de (Org.). *Conexões com a Matemática*. 1. Matemática (Ensino Médio). 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016.

MARTINS, Fabíola da Cruz; SOUSA, Francilene Almeida; HAUS, Grazielle de Souto Pontes; RODRIGUES, Suênia da Silva; VIEIRA, Alecxandro Alves. Utilização de jogo de cartas no ensino de função quadrática. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – CONEDU, 2, 2015, Campina Grande. *Anais*.... Campina Grande: Realize Editora, 2015. p. 1-9. Disponível em: <https://bit.ly/3iMlw80>. Acesso em: 07 out. 2020.

MUNDO Edu. *Função Polinomial do 2º grau*. Módulo 9/Função Quadrática. Disponível em: <https://bit.ly/3iHeNvI>. Acesso em: 08 ago. 2019.

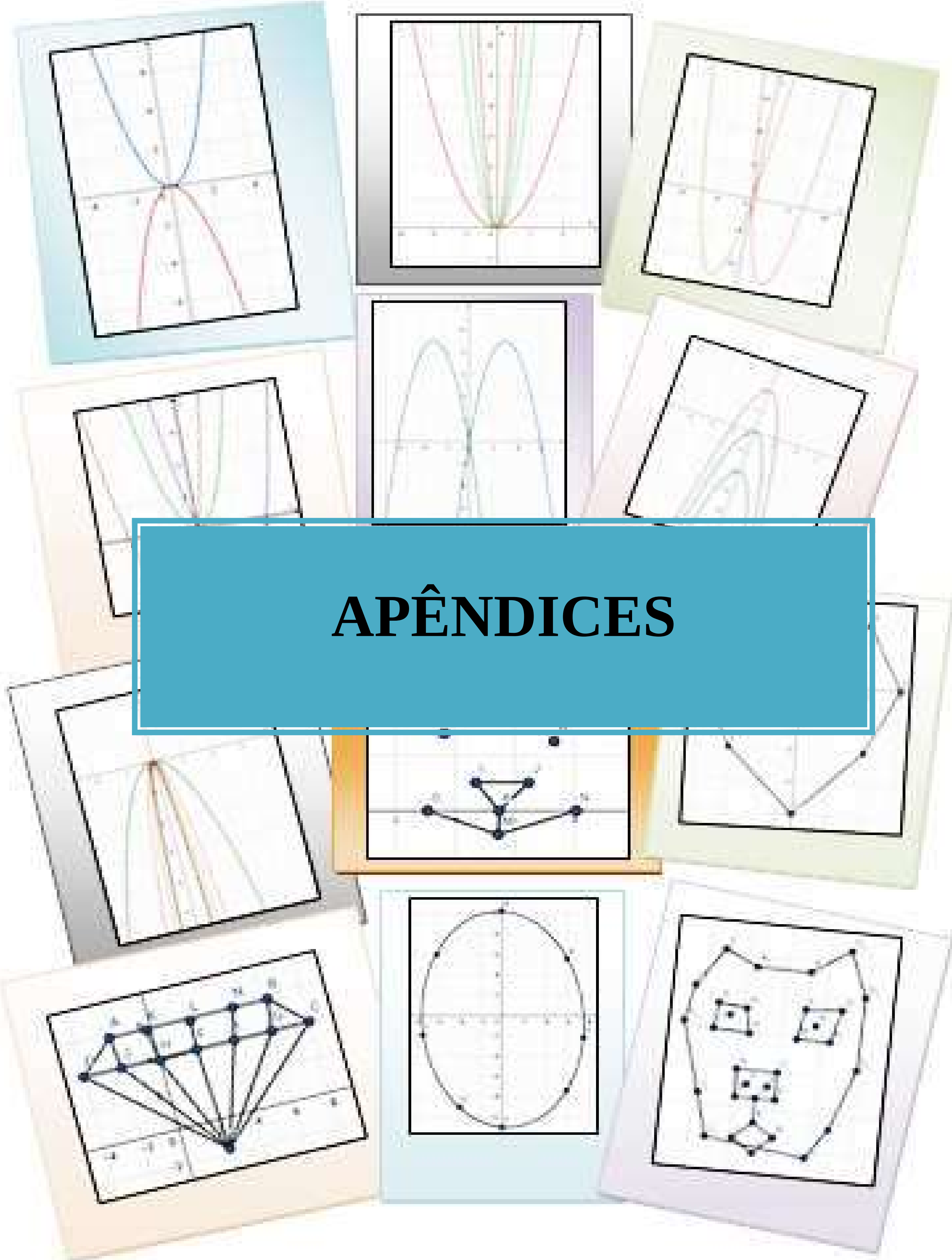
SANTOS, Melina Nymann dos; MORAES, Aline Reissuy de; SANTOS, Arieli dos; PEREIRA, Luiz Henrique Ferraz. Revisando o conteúdo de função quadrática a partir da utilização de um jogo de tabuleiro. In: MOSTRA GAÚCHA DE VALIDAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS, 3, 2018, Passo Fundo. *Anais*... Passo Fundo: UPF, 2018.

SOUZA, Joamir Roberto de. *Novo Olhar*: Matemática 1. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

SOUZA, Salete Eduardo de. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 1; JORNADA DE PRÁTICA DE ENSINO, 4; SEMANA DE PEDAGOGIA DA UEM: “INFÂNCIA E PRÁTICAS EDUCATIVAS”, 12, 2007, Maringá. *Anais*... Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2007. Disponível em: <https://bit.ly/2XciCAF>. Acesso em: 09 maio 2019.

TRAMM, Elda Vieira; CUNHA, Jussara G. Araújo. O uso do computador (Geogebra) e do logotipo do MC Donald’s no estudo da função do 2º grau. In: CONFERÊNCIA LATINO-AMERICANA DE GEOGEBRA, 1, 2011, São Paulo. *Anais*... São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011. Disponível em: <https://bit.ly/36JmteK>. Acesso em: 14 jul. 2019.

APÊNDICES



APÊNDICE A - Cartas com perguntas sobre os gráficos

1) A concavidade da parábola está voltada para cima?	*2) A concavidade da parábola está voltada para baixo?*	*3) Somando as raízes obtemos um resultado negativo?*	*4) O produto das raízes é negativo?*
5) f(1) é zero?	*6) f(0) é positivo?*	*7) f(0) é negativo?*	**8)** $\Delta > 0$**?**
9) $\Delta < 0$ **?**	**10)** $\Delta =$ **0?**	*11) f(0)=0?*	*12) O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?*

13) O vértice está no eixo das ordenadas?

14) O vértice está no eixo das abscissas?

15) A função admite ponto de mínimo?

16) A função admite ponto de máximo?

17) Parâmetro $b = 0$?

18) Parâmetro $b > 0$?

19) Parâmetro $b < 0$?

20) A função tem duas raízes reais e distintas?

21) A função NÃO admite raízes reais?

22) A função tem duas raízes reais e iguais?

23) A função admite raízes reais?

24) Parâmetro $c<0$?

25) Parâmetro $c>0$?

26) Parâmetro $c=0$?

27) Parâmetro $a>0$?

28) Parâmetro $a<0$?

29) A função é toda negativa?

30) A função é toda positiva?

31) O vértice está no 1º quadrante?

32) O vértice está no 2º quadrante?

33) O vértice está no 3º quadrante?

34) O vértice está no 4º quadrante?

35) Multiplicando as raízes obtemos um resultado positivo?

36) Somando as raízes obtemos um resultado positivo?

37) O produto das raízes é zero?

38) f(2) é nulo?

39)) f(-1)= 0?

40) f(3) é nulo?

APÊNDICE B - Cartas com as perguntas sobre função quadrática

SUGERE-SE QUE O PRIMEIRO BLOCO DE CARTAS, A SEGUIR, SEJA IMPRESSO EM FOLHAS COLORIDAS, NA COR VERDE.

1. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a > 0; \Delta > 0$

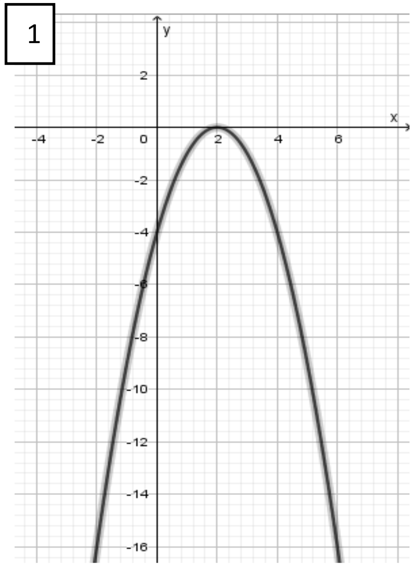
b) $a < 0; \Delta < 0$

c) $a > 0; \Delta = 0$

d) $a < 0; \Delta = 0$

e) $a > 0; \Delta < 0$

f) $a < 0; \Delta > 0$



2. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a > 0; \Delta > 0$

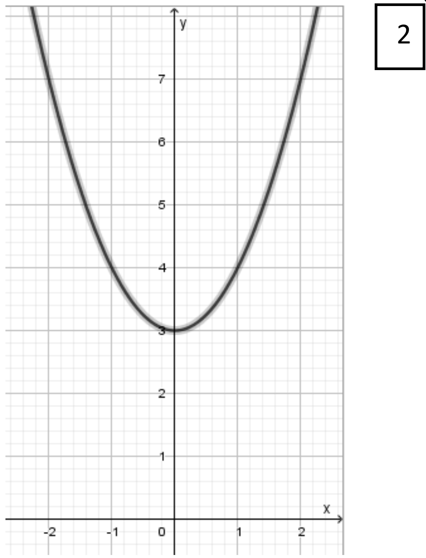
b) $a < 0; \Delta < 0$

c) $a > 0; \Delta = 0$

d) $a < 0; \Delta = 0$

e) $a > 0; \Delta < 0$

f) $a < 0; \Delta > 0$



3. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a < 0; \Delta < 0$

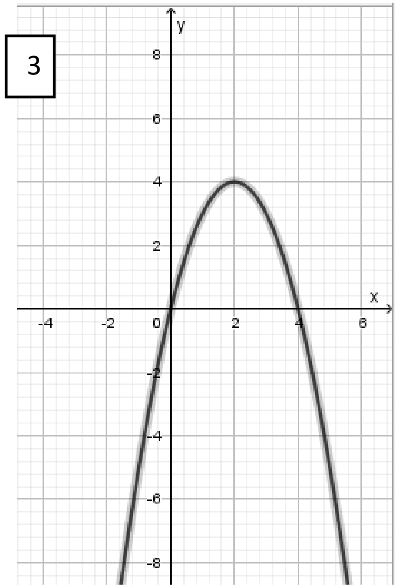
b) $a > 0; \Delta = 0$

c) $a < 0; \Delta = 0$

d) $a > 0; \Delta < 0$

e) $a > 0; \Delta > 0$

f) $a < 0; \Delta > 0$



4. Analise a parábola e identifique a alternativa correta:

a) $a < 0; \Delta < 0;$

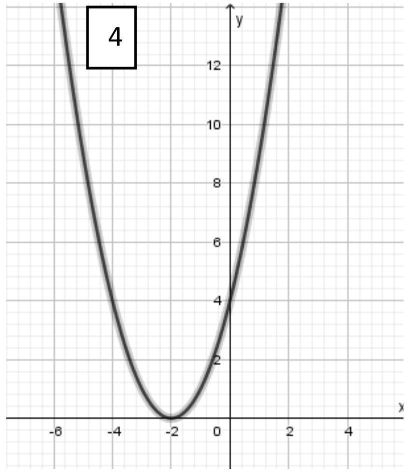
b) $a > 0; \Delta = 0$

c) $a < 0; \Delta = 0$

d) $a > 0; \Delta < 0$

e) $a > 0; \Delta > 0$

f) $a < 0; \Delta > 0$



5. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Pode-se afirmar que:

a) $a < 0, b > 0$ e $c > 0$.

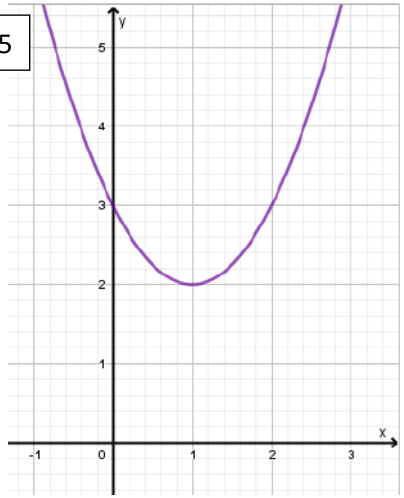
b) $a < 0, b > 0$ e $c = 0$.

c) $a > 0, b > 0$ e $c = 0$.

d) $a > 0, b < 0$ e $c > 0$.

e) $a < 0, b = 0$ e $c = 0$.

5



6. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Pode-se afirmar que:

a) $a < 0, b > 0$ e $c > 0$.

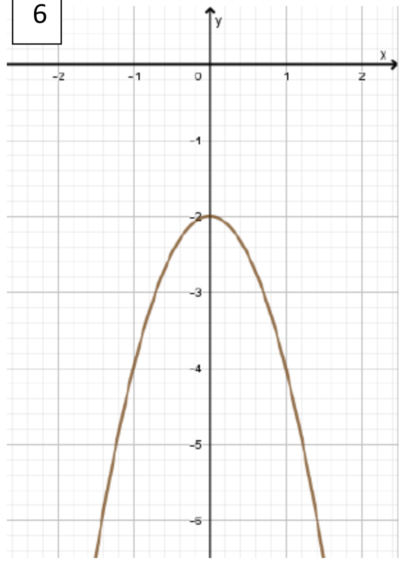
b) $a < 0, b = 0$ e $c < 0$.

c) $a > 0, b > 0$ e $c = 0$.

d) $a > 0, b < 0$ e $c > 0$.

e) $a < 0, b = 0$ e $c = 0$.

6



7. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Pode-se afirmar que:

a) $a < 0, b > 0$ e $c > 0$.

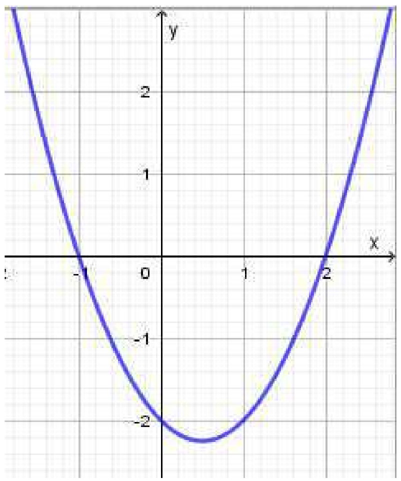
b) $a < 0, b > 0$ e $c = 0$.

c) $a > 0, b < 0$ e $c < 0$.

d) $a > 0, b < 0$ e $c > 0$.

e) $a < 0, b = 0$ e $c = 0$.

7



8. Dado o gráfico da função, qual alternativa completa corretamente os espaços, respectivamente:

I) a__0 **II)** Δ__0 **III)** V(,)

IV) raízes: ____ e ____.

V) O valor máximo é _____

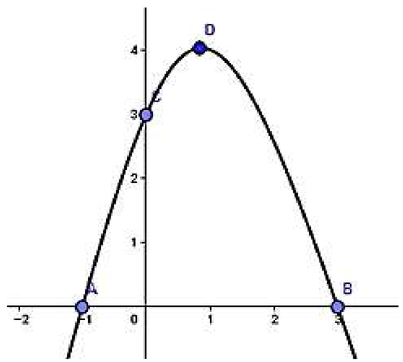
a) $a < 0$; $\Delta < 0$; V(1, 3); (-1,0) e (3,0); $y_v = 1$

b) $a > 0$; $\Delta > 0$; V(1, 4); (1,0) e (3,0); $y_v = 4$

c) $a < 0$; $\Delta > 0$; V(1, 4); (-1,0) e (3,0); $y_v = 4$

d) $a > 0$; $\Delta < 0$; V(1, 3); (1,0) e (3,0); $y_v = 1$

8



9. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Pode-se afirmar que:

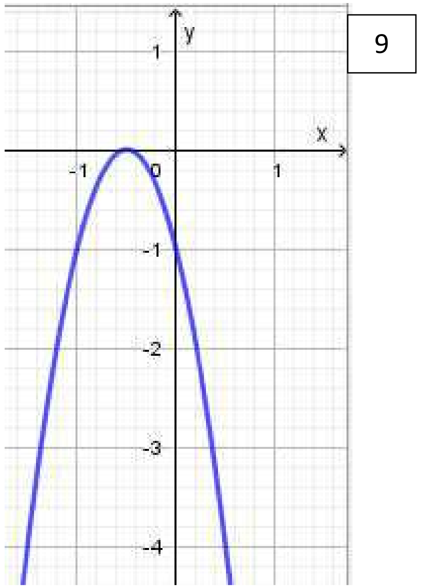
a) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

b) $\boldsymbol{a < 0}$**,** $\boldsymbol{b < 0}$ **e** $\boldsymbol{c < 0}$**.**

c) $a > 0$, $b < 0$ e $c = 0$.

d) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$.

e) $a < 0$, $b = 0$ e $c = 0$.



10. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Pode-se afirmar que:

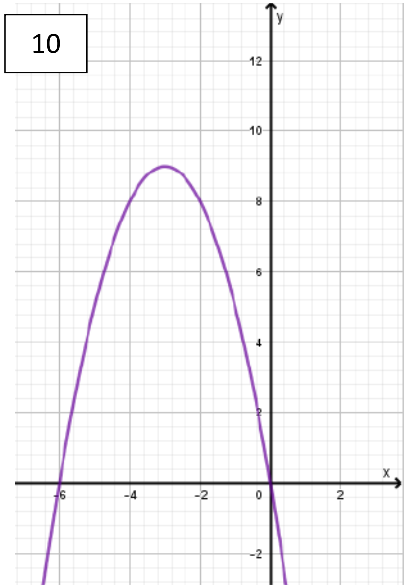
a) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

b) $a < 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

c) $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

d) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$.

e) $\boldsymbol{a < 0}$**,** $\boldsymbol{b < 0}$ **e** $\boldsymbol{c = 0}$**.**



11. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Pode-se afirmar que:

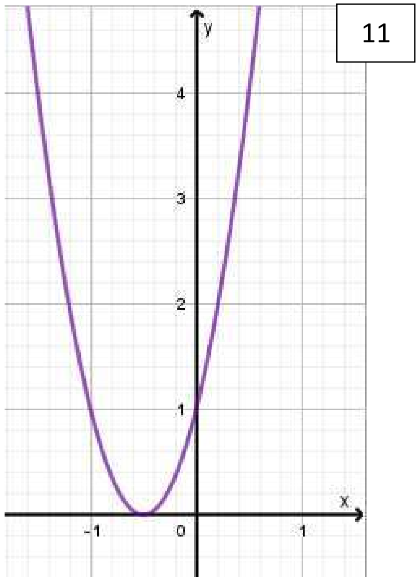
a) $a < 0$, $b = 0$ e $c > 0$.

b) $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

c) $a > 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

d) $\boldsymbol{a > 0}$**,** $\boldsymbol{b > 0}$ **e** $\boldsymbol{c > 0}$**.**

e) $a < 0$, $b = 0$ e $c = 0$.



12. No gráfico da função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Pode-se afirmar que:

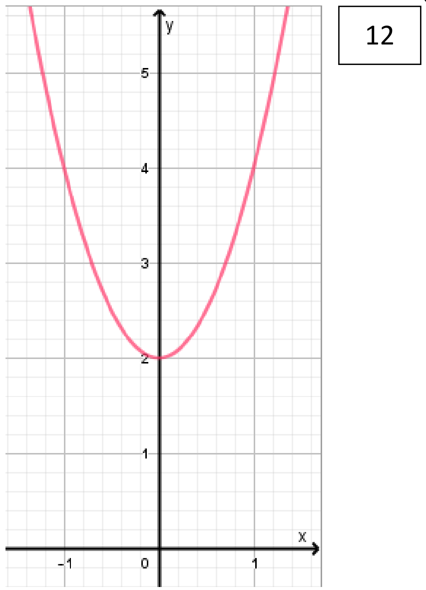
a) $a > 0$, $b = 0$ e $c = 0$.

b) $a < 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

c) $a > 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

d) $a < 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

e) $\boldsymbol{a > 0}$**,** $\boldsymbol{b = 0}$ **e** $\boldsymbol{c > 0}$**.**



13. No plano cartesiano estão representadas graficamente as funções s_2 e t_2 do tipo $y = ax^2 + bx$. Comparando as respectivas funções, pode-se afirmar que:

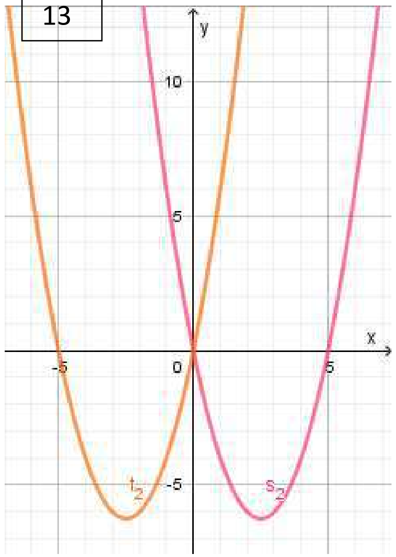
a) o parâmetro a foi alterado; $a < 0$ e $c > 0$.

b) o parâmetro b foi alterado; $a > 0$ e $c < 0$.

c) o parâmetro b foi alterado; $a > 0$ e $c = 0$.

d) o parâmetro c foi alterado; $a > 0$ e $c = 0$.

13



14. Analisando o gráfico é CORRETO afirmar:

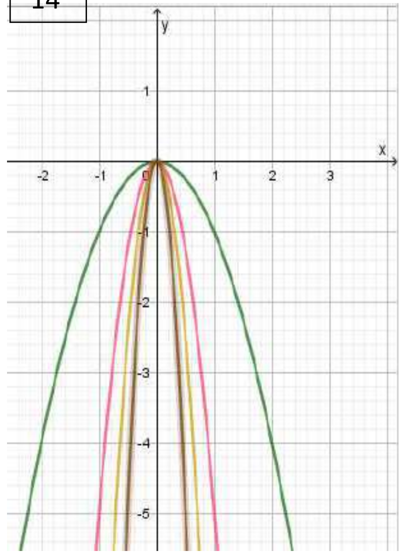
a) $a > 0$ e a concavidade voltada para baixo,

b) que quanto maior o módulo de a, maior a abertura da parábola;

c) que o eixo das abscissas é o eixo de simetria da parábola.

d) que todas as parábolas têm o mesmo vértice $(0, 0)$.

14



15. Analisando o gráfico é possível afirmar:

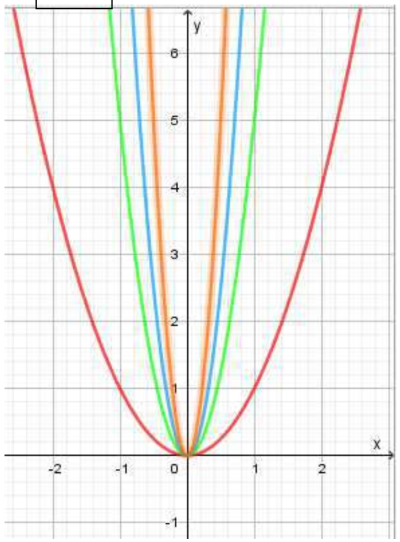
a) $a < 0$ e a concavidade voltada para cima.

b) que quanto menor o módulo de a, menor a abertura da parábola;

c) que o eixo das ordenadas é o eixo de simetria da parábola.

d) quanto mais próximo de zero for o valor de a, menor a abertura da parábola.

15



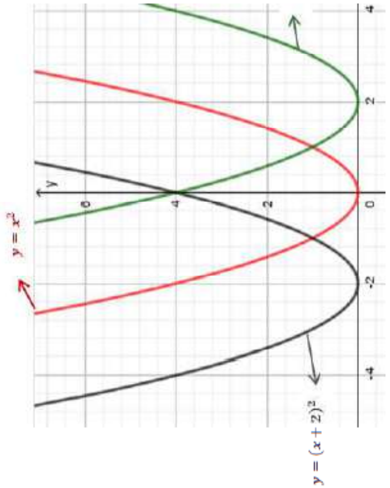
16. As coordenadas dos vértices das parábolas $y = x^2$, $y = (x-2)^2$ e $y = (x+2)^2$, são respectivamente:

a) (0,0), (-2,0) e (2,0).

b) (2,0), (-2,0) e (0,0).

c) (0,0), (2,0) e (-2,0).

d) (2,0), (0,4) e (-2,0).



17

17. Ao comparar os gráficos pode-se afirmar que o gráfico $y = x^2$ deslocou:

a) 2 unidade para a esquerda, pois somamos a constante m=2, na variável x.
b) 2 unidade para a esquerda, pois subtraímos a constante m=2, na variável x.
c) 2 unidade para a direita, pois somamos a constante m=2, na variável x.
d) 2 unidade para a direita, pois subtraímos a constante m=2, na variável x.

18. Se $f(x) = x^2 - 1$ qual o valor de $f(2)$:

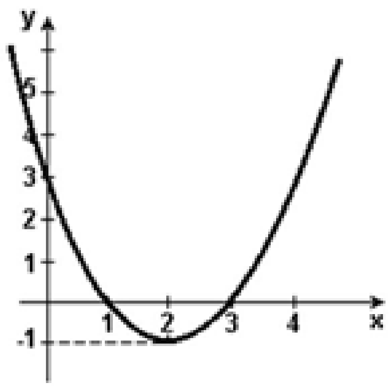
a) 2
b) 3
c) 4
d) 6

19. Se $f(x) = x^2 + 2x + 1$ qual o valor de $f(1)$:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

20. Analise o gráfico e identifique qual alternativa expressa corretamente os respectivos pontos: intersecção da curva com o eixo y, os zeros, o vértice e a classificação de yv (valor máximo ou valor mínimo).
a) (3,0); (1,0) e (0,3); V(2,1); valor mínimo $yv = -1$
b) (0,3); (0,1) e (0,3); V(2,1); valor máximo $yv = 2$
c) (0,3); (1,0) e (3,0); V(2,-1); valor mínimo $yv = -1$
d) (3,0); (0,1) e (0,3); V(2,-1); valor máximo $yv = 2$.

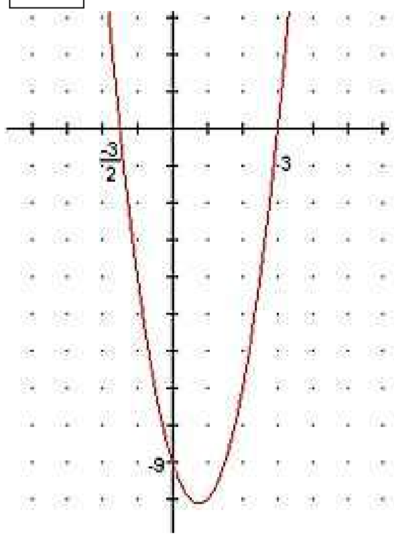
20



21. Analise o gráfico e identifique os pontos $(0, c)$, os zeros, o vértice e a classificação de yv (valor máximo ou valor mínimo), respectivamente:

a) (0,-9); $\left(\frac{3}{2},0\right)$ e (3,0); V(1,9); valor máximo $y_v = -9$.
b) (0,9); $\left(\frac{3}{2},0\right)$ e (3,0); V(1,10); valor máximo $y_v = -10$
c) (0,-9); $\left(-\frac{3}{2},0\right)$ e (0,3); V(1,9); valor mínimo$y_v = -9$
d) (0,-9); $\left(-\frac{3}{2},0\right)$ e (3,0);V(1,-10); valor mínimo $y_v = -10$

21



22. Dada a função $f(x) = x^2 + 4x + 4$. Qual é o valor do discriminante Δ e quantas vezes o gráfico da função intersecta o eixo x.

a) $\Delta = -15$; em dois pontos.

b) $\Delta = 0$; em um ponto.

c) $\Delta = 0$; em nenhum ponto.

d) $\Delta = -15$; em um ponto.

23. Dada a função $f(x) = -x^2 + 4x + 4$. Qual é o valor do discriminante Δ e quantos zeros (raízes) a função terá.

a) $\Delta = $ **32; duas raízes reais e diferentes.**

b) $\Delta = $ 0; duas raízes reais e iguais.

c) $\Delta = $ 32; duas raízes reais e iguais.

d) $\Delta = $ 0; nenhuma raiz real.

24. Sabendo que o vértice da parábola dada por $y = x^2 - 4x + 3$ é o ponto $(2, -1)$, o conjunto imagem dessa função é:

a) $\mathbb{R}$

b) $\{\boldsymbol{y} \in \mathbb{R} \,/\, \boldsymbol{y} \geq -\mathbf{1}\}$

c) $\{y \in \mathbb{R} \,/\, x \geq -1\}$

d) $]-\infty, -1]$

25. Dado o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, a lei matemática que melhor representa o gráfico é:

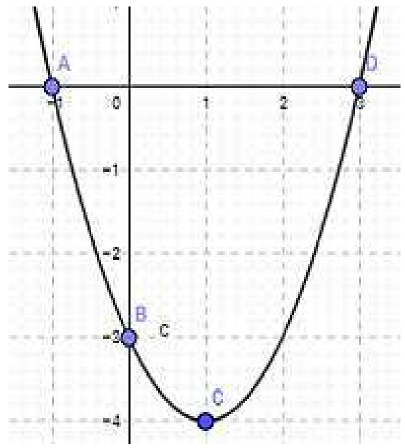
a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

b) $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 2x - 3}$

c) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

d) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

25



26. O seguinte gráfico representa uma função. Qual alternativa expressa corretamente o conjunto domínio D e o conjunto imagem Im:

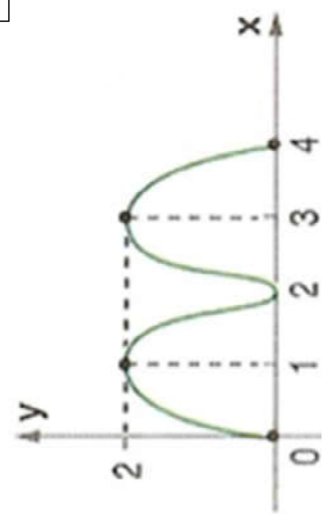
a) D = [0, 4] e Im = [0,2]

b) D = [0, 2] e Im = [0,4]

c) D = [1, 2] e Im = [3,2]

d) D = [2, 1] e Im = [2,3]

26



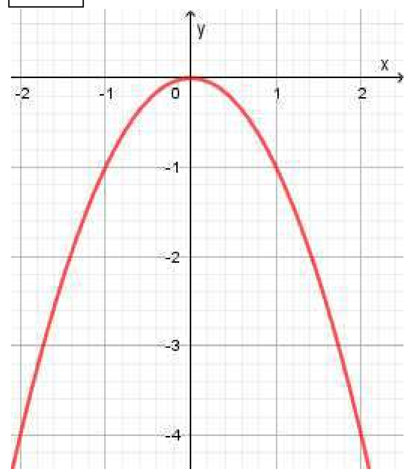
27. Qual alternativa expressa corretamente os intervalos de crescimento e decrescimento do gráfico.

a) Crescimento: [0,+ ∞[e Decrescimento:]-∞, 0]

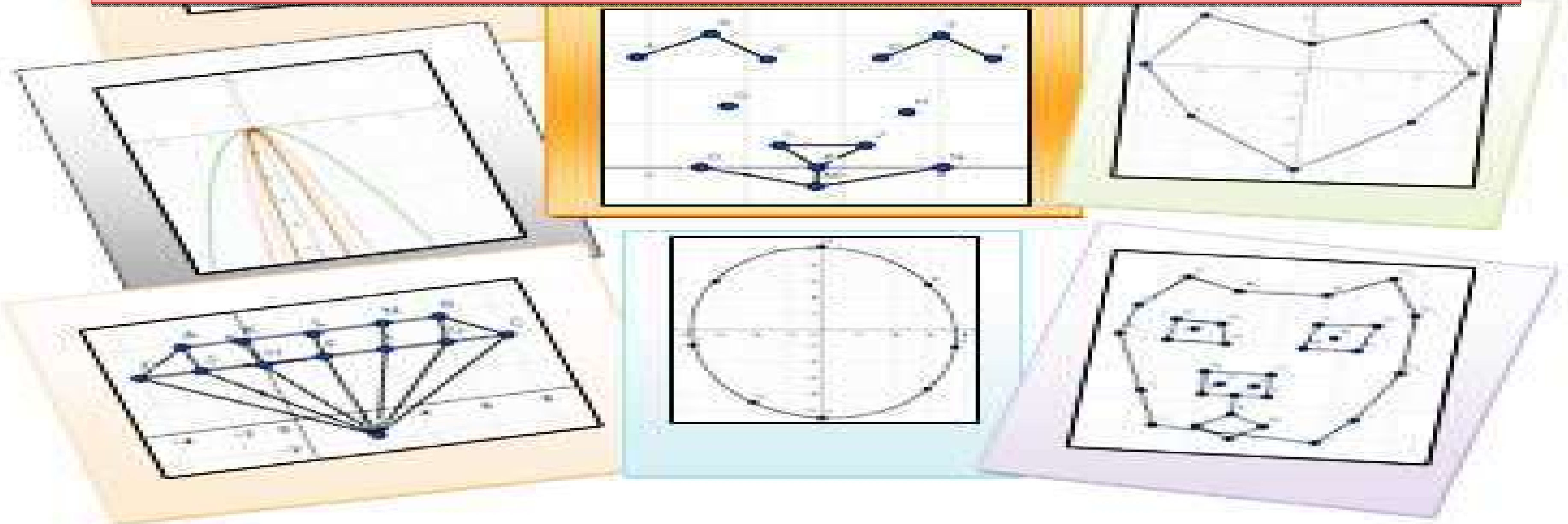
b) Crescimento:]- 2 , 0] e Decrescimento: [0,+ 2[

c) Crescimento:]- ∞ , 0] e Decrescimento: [0,+ ∞[

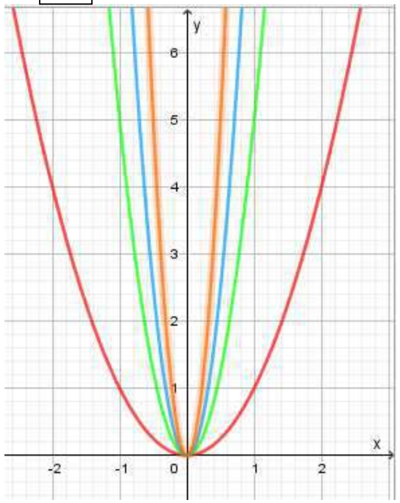
27



SUGERE-SE QUE O SEGUNDO BLOCO DE CARTAS, A SEGUIR, SEJA IMPRESSO EM FOLHAS COLORIDAS, NA COR ROSA.



1



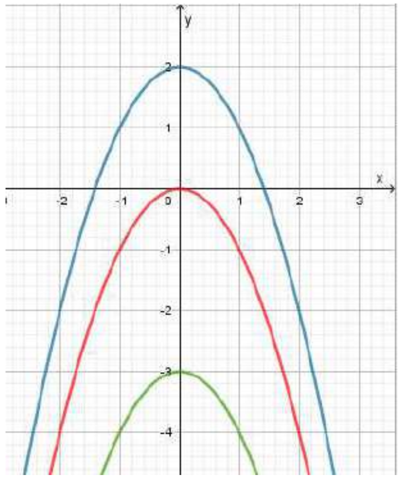
1. Compare e observe os gráficos, identificando qual parâmetro foi alterado:

a) parâmetro $\boldsymbol{a}$.

b) parâmetro b.

c) parâmetro c.

2



2. Compare e observe os gráficos, identificando qual parâmetro foi alterado:

a) parâmetro a.

b) parâmetro b.

c) parâmetro $\boldsymbol{c}$.

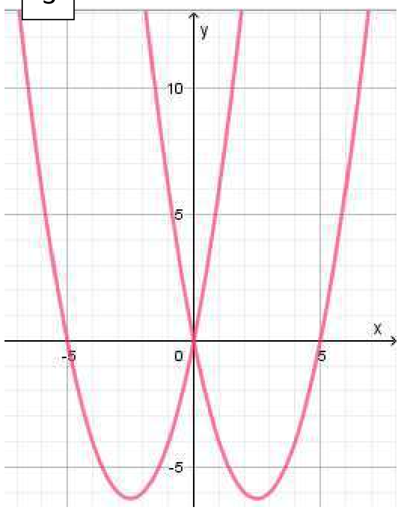
3. Compare e observe os gráficos das funções do tipo $y = ax^2 + bx$, identificando qual parâmetro foi alterado:

a) parâmetro a.

b) parâmetro $\boldsymbol{b}$.

c) parâmetro c.

3



4. Qual das funções resulta em uma parábola de abertura menor?

a) $\boldsymbol{f(x) = 10x^2}$

b) $\mathrm{h(x) = x^2}$

c) $g(x) = \frac{1}{3}x^2$

d) $p(x) = \frac{1}{10}x^2$

5. Quais características da parábola estão relacionadas ao coeficiente $\boldsymbol{a}$:

a) Determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice.

b) Determina o ponto de intersecção da curva com o eixo y.

c) Determina se a concavidade está voltada para cima ou para baixo e a abertura da parábola.

6. Para que uma função do tipo $y = ax^2 + bx + c$ seja quadrática, o coeficiente de x^2 deve ser:

a) Igual a zero.
b) Positivo.
c) Inexistente.
d) Não nulo.

7. Qual a característica que define a abertura da parábola?

a) parâmetro a.

b) parâmetro b.

c) parâmetro c.

8. Qual das funções resulta em uma parábola de abertura maior?

a) $f(x) = 10x^2$

b) $h(x) = x^2$

c) $g(x) = \frac{1}{3}x^2$

d) $p(x) = \frac{1}{10}x^2$

9. Uma função definida por um polinômio do 2º grau é denominada de função quadrática. Desse modo qual das funções abaixo é uma função quadrática em x:

a) $y = 5x + 40$
b) $y = e^x$
c) $y = x^2$
d) $y = \text{sen}(x + 2)$

10. A função $y = ax^2 + bx + c$ será considerada uma função quadrática se:

a) O coeficiente a for diferente de zero: $a \neq 0$
b) O coeficiente a for igual a zero: $a = 0$

11. Se $a > 0$ o gráfico da função quadrática terá concavidade voltada:

a) Para baixo
b) Para direita
c) Para esquerda
d) Para cima

12. Quais são os coeficientes da função $y = x^2 - 35x + 250$:

a) a = 2; b = 10 e c = 50
b) a = 1; b = -35 e c = 250
c) a = 3; b = 6 e c = 250
d) a = 1; b = -35 e c = 300

13. Se o valor do discriminante da função quadrática for menor que zero, o gráfico da parábola:

a) Toca o eixo das abscissas em dois pontos.
b) Toca em um ponto o eixo das abscissas
c) Não toca o eixo das abscissas
d) Toca em três pontos o eixo das abscissas

14. Se a < 0 o gráfico da função quadrática terá concavidade voltada:

a) Para cima
b) Para baixo
c) Para a direita
d) Para a esquerda

15. Se o valor do discriminante da função quadrática for igual a zero o gráfico da parábola:

a) Toca em um ponto o eixo das abscissas
b) Toca o eixo das abscissas em dois pontos
c) Não toca o eixo das abscissas
d) Toca em quatro pontos o eixo das abscissas

16. Se o valor do discriminante da função quadrática for maior que zero, o gráfico da parábola:

a) Não toca o eixo das abscissas
b) Toca em um ponto o eixo das abscissas
c) Toca em dois pontos o eixo das abscissas
d) Toca em mais de dois pontos o eixo das abscissas

17. Se a concavidade da parábola for voltada para cima, a função apresentará:

a) Um ponto de máximo absoluto
b) Um ponto de mínimo absoluto
c) Um ponto de máximo e um ponto de mínimo
d) Nenhuma dessas respostas

18. Se a concavidade da parábola for voltada para baixo, a função apresentará:

a) Um ponto de mínimo absoluto
b) Um ponto de máximo e um ponto de mínimo
c) Um ponto de máximo absoluto
d) Nenhuma dessas respostas

19. Para determinar as coordenadas do vértice da parábola utilizamos qual das fórmulas abaixo:

a) V $\boldsymbol{\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)}$

b) V $\left(\frac{b}{2a};\frac{\Delta}{4a}\right)$

c) V $\left(\frac{a}{2b};\frac{\Delta}{3a}\right)$

d) V $\left(\frac{-b}{2c};\frac{-\Delta}{4b}\right)$

20. O gráfico de uma função quadrática é uma:

a) Reta
b) Parábola
c) Hipérbole
d) Senóide

21. O domínio de uma função quadrática é o conjunto dos números:

a) Naturais
b) Inteiros
c) Racionais
d) Reais

22. Quais são os coeficientes da função $f(x) = x^2$:

a) a = 1; b = 0 e c = 0

b) a = 1; b = 1 e c = 1

c) a = 2; b = 0 e c = 0

d) a = 1; b = 2 e c = 4

23. Em que ponto o gráfico da função $f(x) = x^2 - 8x + 7$, intercepta o eixo y?

a) (0, -8)

b) (-8,0)

c) (7, 0)

d) (0, 7)

24. Em que ponto o gráfico da função $f(x) = x^2 - x - 6$, intercepta o eixo y?

a) (0, -1)

b) (-1,0)

c) (-6, 0)

d) (0, -6)

25. Quais características da parábola estão relacionadas ao coeficiente ***c***:

a) Determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice.

b) Determina o ponto de intersecção da curva com o eixo y.

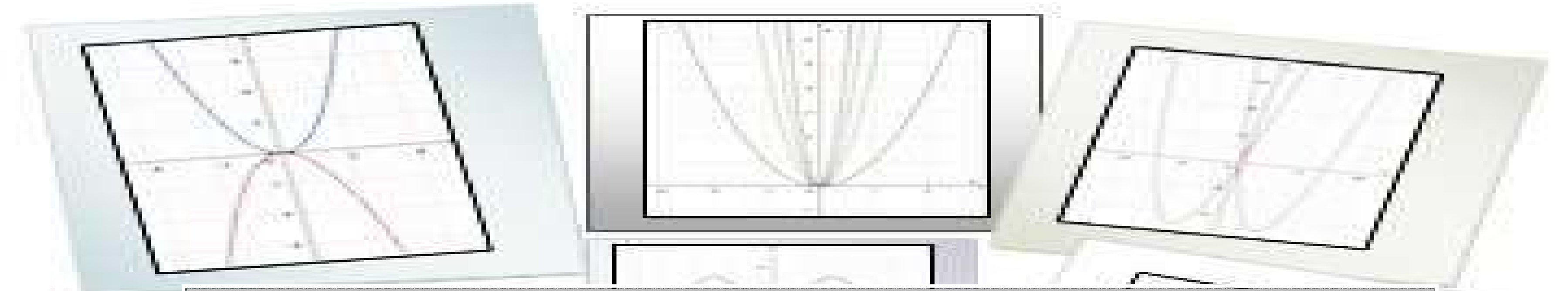
c) Determina se a concavidade está voltada para cima ou para baixo e a abertura da parábola.

26. Quais características da parábola estão relacionadas ao coeficiente ***b***:

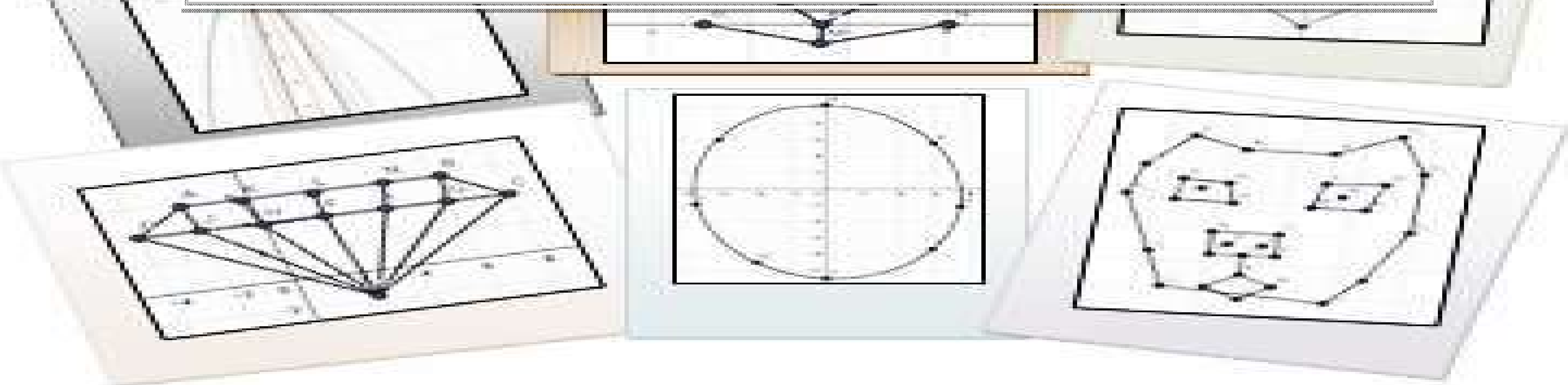
a) Determina se a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente, decrescente ou no vértice.

b) Determina o ponto de intersecção da curva com o eixo y.

c) Determina se a concavidade está voltada para cima ou para baixo e a abertura da parábola.



SUGERE-SE QUE O TERCEIRO BLOCO DE CARTAS, A SEGUIR, SEJA IMPRESSO EM FOLHA BRANCA.



1. O movimento de salto de um golfinho foi modelado pela função $h(t) = -2t^2 + 3t$, em que a variável t é o tempo, medido em segundos desde o instante inicial t=0 e h é a posição do golfinho em relação ao nível do mar em metros. Determine os valores de t para os quais o golfinho está fora da água.

a) $\left[0,\ \frac{3}{2}\right]$ b) $\left[0,\ \frac{3}{2}\right[$

c) $\left]0,\ \frac{3}{2}\right]$ **d)** $\mathbf{\left]0,\ \frac{3}{2}\right[}$

2. (ULBRA) A produção p(t) de uma confecção de roupas é dada por $p(t) = t^2 + 3t$ peças de roupas, t horas após o início do trabalho. Se a fábrica inicia seu trabalho às 7 horas, às 11 horas terão sido produzidas quantas peças?

a) 16 b) 20 c) 24
d) 28 e) 154

3. (UFRGS) Uma bola colocada no chão é chutada para o alto, percorrendo uma trajetória descrita por $y = -2x^2 + 12x$, onde y é a altura, dada em metros. A altura máxima atingida pela bola é de:

a) 36m **b) 18m** c) 12m
d) 6m e) 3m

4. (UFRGS) O movimento de um projétil, lançado para cima verticalmente, é descrito pela equação $y = -40x^2 + 200x$. Onde y é a altura, em metros, atingida pelo projétil x segundos após o lançamento. A altura máxima atingida e o tempo que esse projétil permanece no ar correspondem, respectivamente, a:

a) 6,25 m e 5s d) 250 m e 200 s
b) 250 m e 0 s e) 10.000 m e 5s
c) 250 m e 5s

5. (UEPI-PI) O lucro mensal de uma fábrica é dado por
L(x) = –x² + 60x – 10 onde x é a quantidade mensal de unidades fabricadas e vendidas de um certo bem, produzido por esta empresa e L é expresso em Reais (Obs.: Real R$ unidade monetária).
O maior lucro mensal possível que a empresa poderá ter é dado por:

a) R$ 890,00 d) R$ 1.080,00
b) R$ 910,00 e) R$ 1.180,00
c) R$ 980,00

6. (ENEM 2013) A temperatura T de um forno (em ºC) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t=0) e varia de acordo com a expressão:
$T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39ºC. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

a) 19,0 b) 19,8 c) 20,0 **d) 38,0**
e) 39

7. Uma bola é lançada ao ar. Suponham que sua altura h, em metros, t segundos após o lançamento, seja:

$$h(t) = -t^2 + 4t + 6.$$

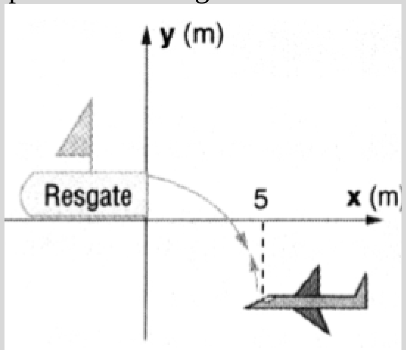
Determine a altura máxima atingida pela bola e o instantes em que a bola atinge a sua altura máxima:

a) 8m e 2s d) 7m e 3s
b) 9m e 3s e) 6 m e 1s
c) 10 m e 2s

8. Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita em função do tempo (em segundos) pela expressão $h(t) = 3t - 3t^2$, em que h é a altura atingida em metros. Em que instante t o grilo retorna ao solo. Qual a altura máxima em metros atingida pelo grilo?

a) 1s e 2m d) 0,75s e 3m
b) 3s e 3m **e) 1s e 0,75m**
c) 3s e 0,75m

9. (UNIFAP) Um mergulhador queria resgatar a caixa-preta de um avião que caiu em um rio amazônico. Como havia um pouco de correnteza, a trajetória descrita pelo mergulhador foi como a representada na figura abaixo.



9. Sabendo que a distância horizontal do bote de resgate ao local onde estava a caixa é de 5m e que a trajetória do mergulhador é descrita pela função $f(x) = -x^2 + \frac{1}{2}x + 3$, a profundidade que o mergulhador terá que alcançar será de:

a) 23,4 m c) 55,7 m
b) 33,2 m d) 105,1 m
e) 19,5 m

10. Para que valores de x a função $f(x) = x^2 + 7x + 10$ é positiva?
a) $x > -5$
b) $x < -2$
c) $-5 < x < -2$
d) $x < -5$ ou $x > -2$

11. Para que valores de x a função $f(x) = x^2 - 2x + 6$ é negativa?
a) $x > 1$
b) $x < 5$
c) Para nenhum valor real de x.
d) É toda negativa.

12. (PEIES) A função matemática que descreve o custo C (reais) para fabricar x unidades de determinado produto é $C(x) = x^2 - 100x + 4000$. Nesse caso, pode-se afirmar que o custo de produção?
a) de 20 unidades desse produto é maior do que o custo de produção de 10 unidades.
b) de 60 unidades é maior que o custo de produção de 30 unidades.
c) será mínimo quando forem produzidas 50 unidades.
d) será mínimo quando for produzida apenas uma unidade.
e) será máximo quando forem produzidas 100 unidades.

13. Qual é o vértice da parábola $f(x) = 2x^2 + 4x + 1$:

a) V(-1, 1)

b) V (1,-1)

c) V (1, 1)

d) V (-1,-1)

14. O conjunto imagem da função $y = -x^2 + 2x + 2$ é:

a) $\boldsymbol{Im} =]-\infty, \mathbf{3}]$

b) $Im =]-\infty, 3[$

c) $Im =]3, +\infty[$

d) $Im = [3, +\infty[$

15. Dada a função $f(x) = -2x^2 + 7x - 3$, calculando x de modo que $f(x) = 0$, obtemos :

a) $x' = \frac{1}{2}$ e $x'' = -3$.

b) $x' = -\frac{1}{2}$ e $x'' = -3$.

c) $x' = \frac{1}{2}$ e $x'' = 3$.

d) $x' = -\frac{1}{2}$ e $x'' = 3$.

16. Os zeros ou raízes da função $y = x^2 - 2x + 1$:

a) $x' = x'' = -1$

b) $x' = 1 e\ x'' = -1$

c) $x' = x'' = 1$

d) n.d.a

17. (PUC-MG) O ponto extremo V da função quadrática $f(x) = x^2 - 6x + 8$ é:

a) um máximo, sendo V=(3, -1)

b) um mínimo, sendo V=(-3, 1)

c) um máximo, sendo V=(-3, 1)

d) um mínimo, sendo V=(3, 1)

e) um mínimo, sendo V=(3, -1)

18. (PUC) A imagem da função f, definida por $f(x) = x^2 - 1$, é o intervalo:

a) [-1, +∞[

b.]-1, +∞[

c. [0, +∞[

d.]-∞, -1[

e. $]-\infty, -1]$

19. (UFRGS) A imagem da função f em ℝ, definida por $f(x) = -x^2 + x - 2$ é:

a) (-∞, -2)

b) [2, +∞)

c) (-∞,$\frac{7}{4}$)

d) [$\frac{7}{4}$, +∞)

e) $]-\infty, -\frac{7}{4}]$

20. O vértice da função $y = -x^2 + 6x$ é o ponto de coordenadas:

a) (0,0)

b) $(-1,6)$

c) (0,6)

d) $(-6,1)$

e) $(\mathbf{3}, \mathbf{9})$

21. As raízes x_1 e x_2 da função $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ são:

a)$-\frac{1}{2} e 1$

b) $-1\ e\ \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2}$ *e* 1

d) $-\frac{1}{2}\ e - 1$

e) $n.d.a$

22. Seja o gráfico da função $y = x^2 - x - 6$. A alternativa correta é:

a) a concavidade está voltada para baixo

b) y assume valor 26, quando x=5

c) não corta o eixo x

d) corta o eixo y em (0,6)

e) corta o eixo x nos pontos (-2,0) e (3,0).

23. (UFPA) Seja a função f definida por $f(x) = 2x^2 - 1$, então f(0) + f(-1) + f$\left(\frac{1}{2}\right)$ é:

a)$-\frac{3}{4}$

b) $-\frac{15}{4}$

c) $-\frac{1}{2}$

d) $-\frac{13}{4}$

e) $-\frac{2}{3}$

24. A função $f(x) = x^2 - 5x + 6$ é:

a) máximo quando $y = \frac{5}{2}$

b) mínimo quando $y = \frac{5}{2}$

c) mínimo quando $\mathbf{y} = -\frac{1}{4}$

d) máximo quando $y = -\frac{1}{4}$

e) n.d.a

25. A função dada por __________ é sempre positiva.

a) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

b) $y = -x^2 + 1$

c) $y = x^2 + 3x$

d) $y = x^2 + \sqrt{3}$

26. Os zeros da função de lei $y = -x^2 + 9$ são:

a) inexistentes.

b) iguais a 3.

c) 3 e -3.

d) iguais a 4,5.

APÊNDICE C - Roteiro das tarefas do 1º ao 8º momento

Universidade de Passo Fundo
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS E TECNOLÓGICOS DIGITAIS E NÃO DIGITAIS

ARIELI DOS SANTOS
2020

1º MOMENTO:

CURVAS PRESENTES NO COTIDIANO

Ponte Internacional da Amizade

Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Aerial_view_of_Friendship_Bridge_between_Brazil_and_Paraguay.jpg

Ponte JK (Brasília)

Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:BSB_Ponte_JK_08_2005_58_8x6.JPG

Ponte Infinito (Inglaterra)

Fonte: https://www.piqsels.com/es/public-domain-photo-jvkai

Ponte Golden Gate (São Francisco, Estados Unidos)

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/ponte-golden-gate-s%C3%A3o-francisco-4894073/

Ponte da Baia de Sindney (Sidney, Austrália)

Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Sydney_Harbour_Bridge_from_Circular_Quay.jpg

Arco-íris.

Fonte: https://pxhere.com/pt/photo/623393

Arco-íris sobre Cachoeirão dos Rodrigues

Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Arco-%C3%ADris_sobre_Cachoeir%C3%A3o_dos_Rodrigues.jpg

Salto de um cavalo

Fonte: https://torange.biz/pt/horse-jump-11051

Salto de um cavalo

Fonte: https://torange.biz/pt/jumping-horse-11050

Natação

Fonte: https://www.piqsels.com/pt/public-domain-photo-ftcnx

Salto de um golfinho

Fonte: https://pixnio.com/pt/animais/golfinhos/oceano-golfinho-ceu-onda-agua-mar-mar-animal

Surf... Pegando onda

Fonte: https://www.hippopx.com/pt/water-sports-waves-surfing-surfing-surf-river-surfing-jump-sea-332794

Onda no fundo do mar

Fonte: https://pixabay.com/pt/illustrations/onda-do-mar-do-fundo-reino-unido-mar-4881147/

Ondas do mar

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/onda-transparente-esmagando-2049985/

Competição de Skate

Fonte: https://pixnio.com/pt/desporto/esportes-radicais/estilo-de-vida-skate-esporte-exercicio-rua-lazer-competicao-pessoas

Lançamento de uma bola de basquete

Fonte: https://www.pexels.com/pt-br/foto/acao-adulto-atividade-atleta-2834921/

Salto de precisão (*Parkour*)

Fonte: https://www.flickr.com/photos/marcogomes/245953659/

Criança Pulando

Fonte: https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Crian%C3%A7as-pulando/58593.html

Salto de bicicleta

Fonte: https://www.pexels.com/pt-br/foto/1206549/

Lançamento de Foguete (noite)

Fonte: https://cdn.pixabay.com/photo/2015/03/26/18/36/rocket-launch-693236_960_720.jpg

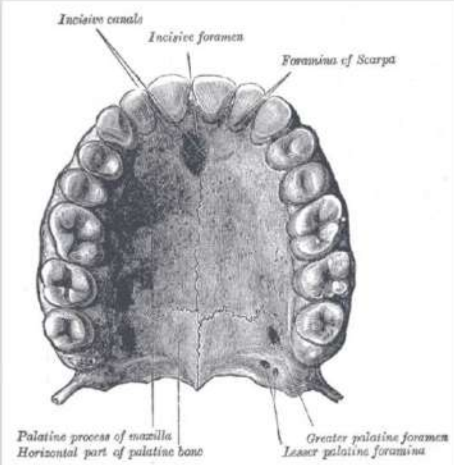
Jogador de futebol

Fonte: https://pxhere.com/pt/photo/314465

Voleibol

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Volleyball_spike.jpg

Desenho da arcada dentária



Fonte: https://ar.m.wikipedia.org/wiki/%D9%85%D9%84%D9%81:Gray996.png

Montanha-russa

Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leviathan_roller_coaster,_August_2018_(2).jpg

Diversão em família: Pular corda

Fonte: https://www.flickr.com/photos/guischpor/3805010257/in/photostream/

Corda bamba

Fonte: https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Caras-na-corda-bamba/81771.html

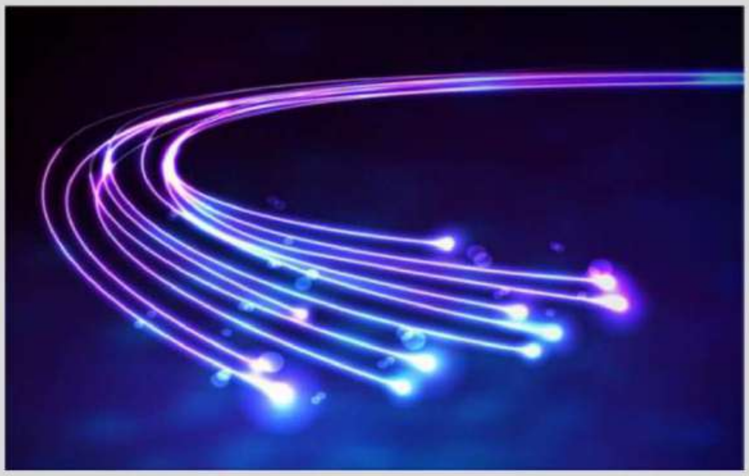
Pular corda

Fonte: https://www.piqsels.com/pt/public-domain-photo-zbdsp

Crianças brincando de pular corda

Fonte: https://pixabay.com/pt/illustrations/crian%C3%A7as-jogar-pular-corda-ativos-1266195/

Fibras ópticas carregando informações



Fonte: https://www.techtudo.com.br/noticias/2017/11/como-funciona-a-internet-por-fibra-otica.ghtml

Fio de energia elétrica

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/postes-el%C3%A9trica-electricidade-369837/

Fonte do Parque de Ibirapuera

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Ibira_at_night.jpg

Escultura em arco duplo - Parque de Ibirapuera

Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Escultura_em_Arco_Duplo,_Parque_do_Ibirapuera_1.JPG

Planetário Professor Aristoteles Orsini (São Paulo)

Fonte: https://www.flickr.com/photos/soldon/6136175994

Pavilhão Lucas Nogueira Garcez conhecido como OCA (São Paulo)

Fonte: https://www.flickr.com/photos/soldon/6134411245

OCA indígena

Fonte: https://www.flickr.com/photos/zanin_v/2575382359

Atleta salto em altura

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/atleta-salto-em-altura-crossbar-676299/

Atleta salto em altura

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/atleta-salto-em-altura-crossbar-671219/

Atleta salto em comprimento

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/atleta-salto-em-comprimento-671209/

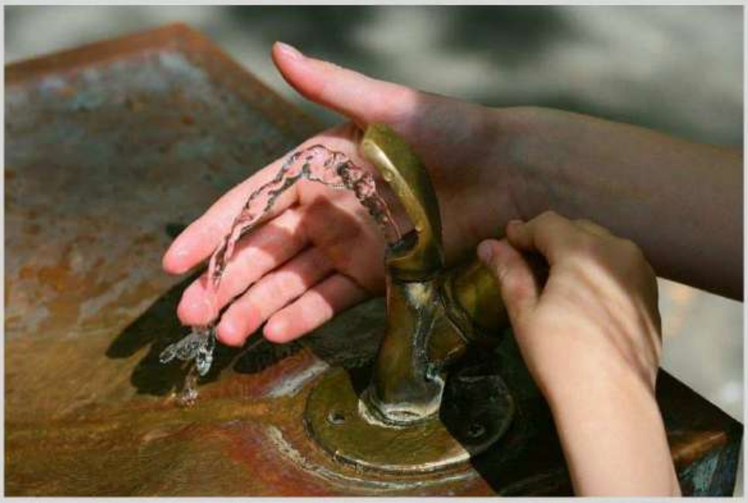
Atleta pulando obstáculo

Fonte: https://www.pxfuel.com/es/free-photo-juhil

Logotipo do McDonald's

Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:McDonald%27s_Golden_Arches.svg

Dispensador de água



Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/%C3%A1gua-m%C3%A3os-m%C3%A3os-de-crian%C3%A7as-3387105/

Bebedouro na natureza

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/bebedouro-natureza-fonte-calha-3757528/

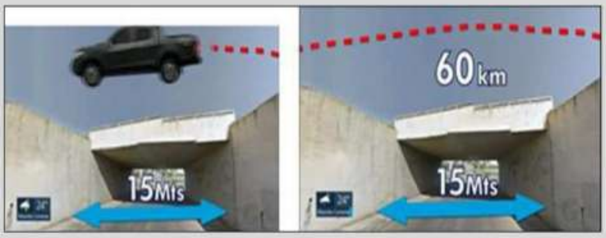
Chafariz

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/fonte-chafariz-%C3%A1gua-649842/

Chafariz

Fonte: https://pixabay.com/pt/photos/chafariz-flor-paisagem-jardim-1743571/

- Reportagem disponível no link: <http://g1.globo.com/sp/ribeirao-preto-franca/videos/v/caminhonete-salta-15-metros-entre-duas-pistas-da-rodovia-anhanguera-em-orlandia-sp/7208959/>.



TAREFA 1

Nome: ________________________________

Data: ___/___/___ **Turma:** ______

Em **DUPLA**, discuta com seu colega e responda os seguintes questionamentos:

(a) O que essas imagens têm em comum?

(b) Qual é a relação entre as imagens e a situação apresentada pelo vídeo?

(c) Estes fenômenos poderiam ser a representação gráfica de uma função? Qual?

Debate e troca de experiências com a turma.

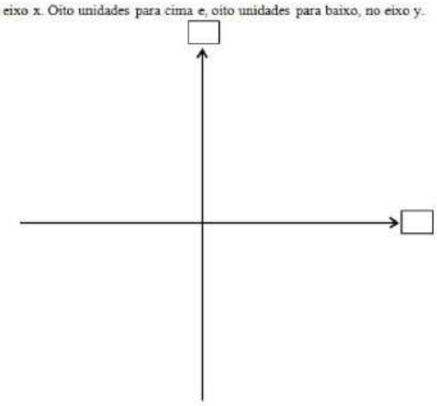
Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 2: PLANO CARTESIANO E PAR ORDENADO

Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

(1º) Desenhe o plano cartesiano: Oito unidades para a direita e, oito unidades para a esquerda no eixo x. Oito unidades para cima e, oito unidades para baixo, no eixo y.



(2º) Registre aqui as coordenadas ditas pelo seu professor:

Ponto A:	Ponto C:	Ponto E:	Ponto G:
Ponto B:	Ponto D:	Ponto F:	Ponto H:

(3º) Agora, marque as coordenadas dos pontos dados, no plano cartesiano.

(4º) Utilize como unidade de medida 0,5 cm.

(5º) Lembre-se que a primeira orientação do ponto será para o valor de x e a segunda orientação será para o eixo y, pois temos um par ORDENADO. Tais coordenadas são sempre em relação à origem do sistema cartesiano.

Fonte: Autores, 2020.

TAREFA 3

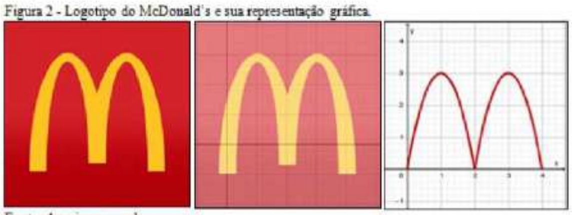
Nome: ____

Data:____/____/____ **Turma:**______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

Os designers gráficos utilizam diferentes figuras geométricas na construção de logotipos. Na imagem a baixo podemos observar um exemplo disso, que é a letra M de McDonald's, formada por duas parábolas. Como as duas parábolas são idênticas, podemos trabalhar apenas com uma.

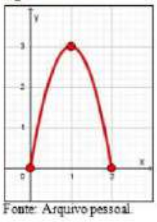
Figura 2 - Logotipo do McDonald's e sua representação gráfica



Fonte: Arquivo pessoal.

Sendo assim, siga as orientações e depois responda os seguintes questionamentos:

Figura 3: Parábola



Fonte: Arquivo pessoal.

(1º) Desenhar o plano cartesiano no papel quadriculado.

(2º) Identifique os eixos x e y.

(3º) A parábola ao lado (Figura 3) é a representação gráfica de uma das "pernas" da letra M. Represente essa curva no plano cartesiano, o mais semelhante possível, como no exemplo.

(4º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.

(5º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

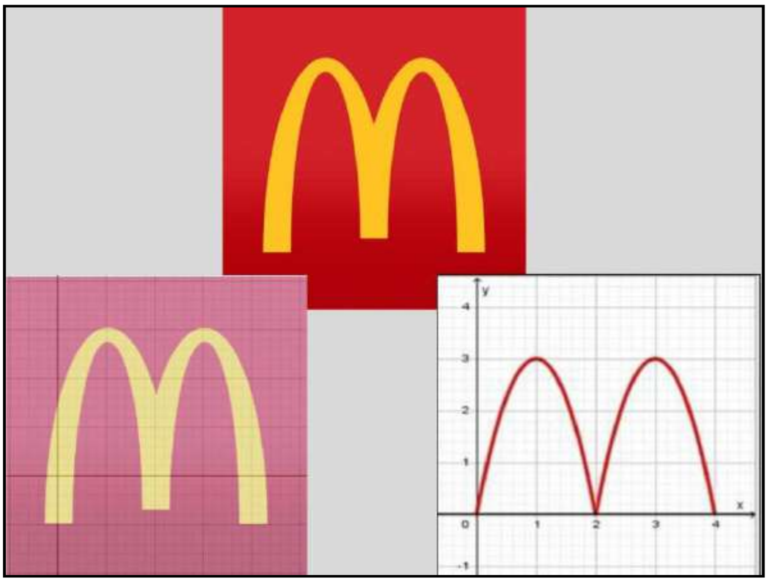
Agora responda os seguintes questionamentos:

(a) A parábola está localizada em qual quadrante?

(b) A parábola traçada toca o eixo do x? Quais são as coordenadas desses pontos? Que nome recebem esses pares ordenados?

(c) Identifique as coordenadas do ponto mais alto desta parábola? Que nome esse par ordenado recebe?

Fonte: Autora, 2020.



O arco da Praça da Apoteose no Sambódromo do Rio de Janeiro foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e teve sua construção finalizada em 1984. O monumento é um grande arco parabólico de concreto com um pendente ao centro. Oscar sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas. Observe que a curva externa deste monumento tem o formato de uma parábola.

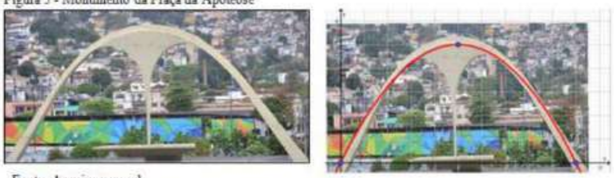
TAREFA 1

Nome: ______________________________ ____________________
Data:____/____/____ **Turma:**_______

Material: Folha quadriculada, lápis e borracha.

O arco da Praça da Apoteose no Sambódromo do Rio de Janeiro foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e teve sua construção finalizada em 1984. O monumento é um grande arco parabólico de concreto com um pendente ao centro. Oscar sempre gostou de trabalhar com arcos e linhas curvas. Observe que a curva externa deste monumento tem o formato de uma parábola.

Figura 5 - Monumento da Praça da Apoteose



Fonte: Arquivo pessoal.

Sendo assim, siga as orientações e depois responda os seguintes questionamentos:

(1º) Desenhar o plano cartesiano no papel quadriculado.
(2º) Representar no 1º quadrante do plano cartesiano o traçado apresentado na figura à cima (Figura 5), o mais semelhante possível.
(3º) Para avançar, mostre ao professor o traçado que você reproduziu.
(4º) Após isso, junte-se com um colega para discutir e responder as perguntas a seguir.

Questionamentos:

(a) A parábola traçada toca o eixo do x em quantos pontos? Quais as coordenadas desses pontos?
(b) Todos os pares ordenados localizados sobre o eixo do x, tem algo em comum. Pense e discuta com seu colega, o que esses pontos têm em comum?
(c) Esses pares ordenados recebem um nome específico. Qual seria esse nome?
(d) Quais as coordenadas do ponto mais alto dessa parábola? Que nome recebe esse par ordenado?

Investigação	Para refletir...
Caso tenha dificuldade para responder a letra "c", vamos revisar o conteúdo "Função Polinomial do 1º grau": (1º) Que nome recebe o ponto em que a reta intercepta o eixo x? (2º) Em quantos pontos a reta intercepta o eixo x? (3º) Em quantos pontos a parábola intercepta o eixo x? (3º) Você observa algo em comum entre as coordenadas desses pontos, nos quais a reta e a parábola tocam o eixo x? (4º) Leia novamente a letra "c" e formule uma resposta.	Em dupla discutam a seguinte questão: (5º) Será que existe alguma relação entre o grau da função 1º grau e, agora, 2º grau, com o número de vezes que o traçado da função intercepta o eixo x?

Fonte: Autora, 2020.

2º MOMENTO

TAREFA 2

Nome: ____

Data:___/___/___ **Turma:**______

(a) Conhecendo a função $y = -x^2 + 2x + 3$, verifique se os números -1, 3 e 4 são raízes da equação $-x^2 + 2x + 3 = 0$

(b) Conhecendo a função $y = -x^2 + 5x + 8$, verifique se o número 3 é raiz da equação $-x^2 + 5x + 8 = 0$.

(c) Explique com suas palavras o significado de encontrar as raízes ou zeros de uma função de 2º grau?

Fonte: Autora, 2020.

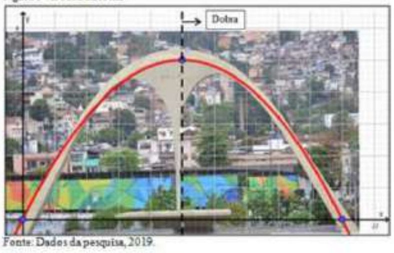
TAREFA 3

Nome: ____

Data: / / **Turma:**

(a) Dobre a folha ao meio, de maneira que a dobra divida o eixo x, em duas partes iguais. Certifique-se que ao fazer essa dobra, a parábola desenhada por você, foi dividida exatamente ao meio, conforme Figura 5.

Figura 5 - Dobra da folha



Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

(b) A dobra da folha passa em que coordenadas?

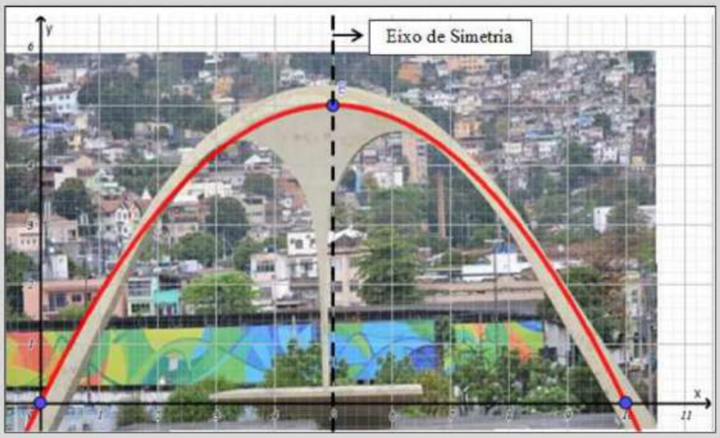
(c) Qual o ponto mais alto desta parábola? Quais suas coordenadas?

(d) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo [0,5]?

(e) Analise e responda o que acontece com os valores de y, no intervalo [5, 10]?

Fonte: Autores, 2020.

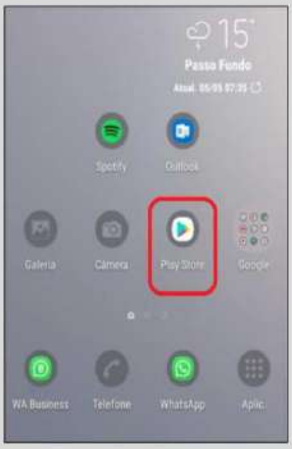
Vértice e Eixo de Simetria



Roteiro de execução 1

Orientação para fazer o download do aplicativo Geogebra

Roteiro de execução 1 - Orientação



(1º) Para fazer *download* deste aplicativo em seu dispositivo móvel será utilizado o Google *Play Store* (android) ou *Apple Store* (IOS).

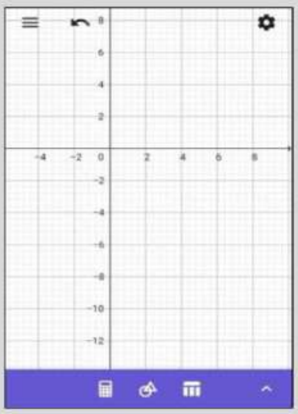
Roteiro de execução 1 - Orientação

(2º) Clique no ícone "*Play Store*" ou "*Apple Store*", que aparece na tela de seu celular. Depois, digite a palavra "Geogebra", no espaço "Pesquisa app".

Roteiro de execução 1 - Orientação

(3º) Depois clique em "instalar" e "aceitar".

Roteiro de execução 1 - Orientação



(4º) Clicando em "abrir", será possível acessar a tela inicial do aplicativo.

Roteiro de execução 1 - Orientação

(5º) Mencione que além da "Calculadora gráfica Geogebra" poderão aparecer as seguintes opções:

3º MOMENTO

Roteiro de execução 1

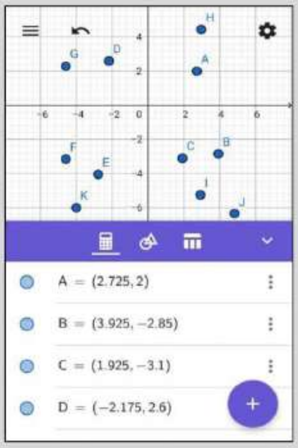
Conhecendo algumas ferramentas do aplicativo Geogebra

Roteiro de execução 1

1º passo: Para inserir pares ordenados, clique no ícone .

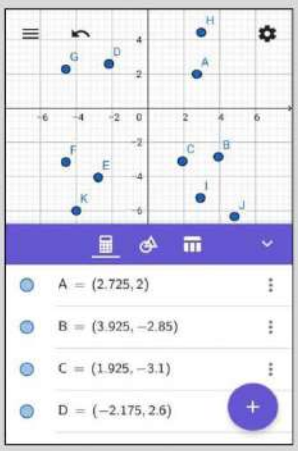
E, selecione ponto .
Depois, toque em qualquer ponto do plano cartesiano.

Roteiro de execução 1



2º passo: Faça o teste, inserindo no mínimo oito pares ordenados no plano cartesiano.
3º passo: É possível verificar as coordenadas dos pontos marcados. Para isso, clique no ícone .

Roteiro de execução 1

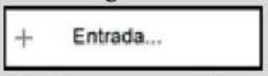


Questionamentos:
(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?
(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?
(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.
(d) Clicando no ícone verifique se gerou alguma lei matemática.

Roteiro de execução 1

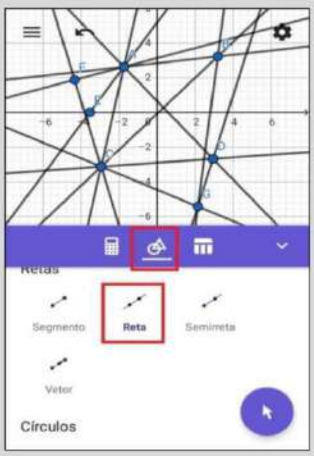
4º passo: Clicando em . Perceba que o par ordenado correspondente será ocultado do plano cartesiano. Ao clicar novamente volta a aparecer.

5º passo: Outra forma de inserir pares os ordenados no plano cartesiano é digitá-lo na caixa de entrada.



Faça o teste, insira um par ordenado qualquer.

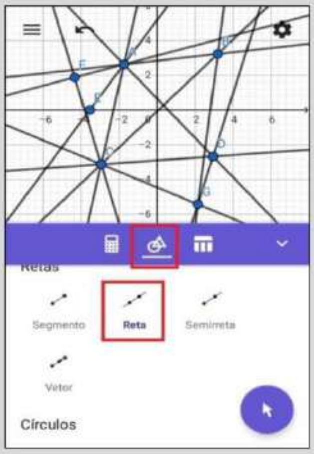
Roteiro de execução 1



6º passo: Para unir pontos alinhados com retas, basta clicar no ícone .

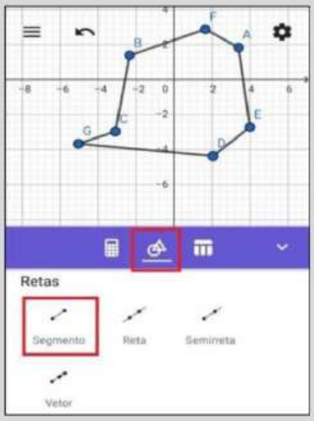
Selecionar .
E, depois clicar sobre dois pontos. Faça o mesmo com os demais pontos marcados no plano cartesiano.

Roteiro de execução 1



Questionamentos:
(a) Esses pontos foram unidos por uma única linha?
(b) Existe uma única lei matemática que associe (ligue/vincule) todos esses pontos?
(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.
(d) Clicando no ícone verifique se gerou alguma lei matemática.

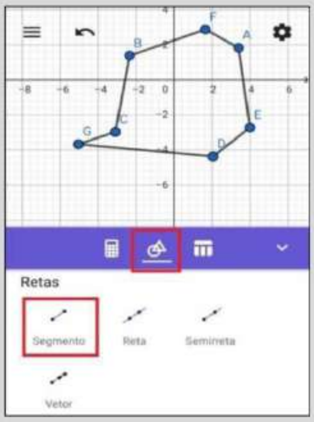
Roteiro de execução 1



7º passo: Ocultar as retas do passo anterior (4º passo), clicando em .

8º passo: Para unir os pontos por segmentos de reta, basta clicar no ícone . Selecionar . E, depois clicar sobre dois pontos. Faça o mesmo com os demais pontos marcados no plano cartesiano.

Roteiro de execução 1



Questionamentos:

(a) Esses pontos foram unidos por uma única linha?

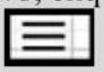
(b) Existe uma única lei matemática que associe (ligue/vincule) todos esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Justifique.

(d) Clicando no ícone  verifique se gerou alguma lei matemática.

Roteiro de execução 1

9º passo: No canto superior esquerdo da tela do aplicativo, clique no ícone,

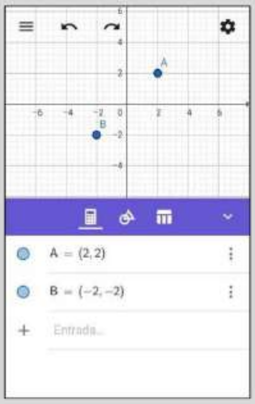


Na aba “ENTRAR...”, selecione “Limpar Tudo” e “descartar”. Assim, tudo que foi feito será apagado.

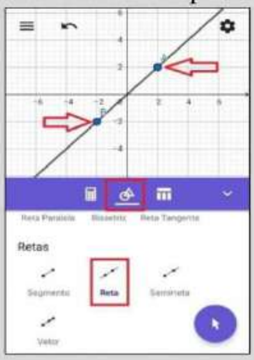
Roteiro de execução 2

Atividade Dirigida

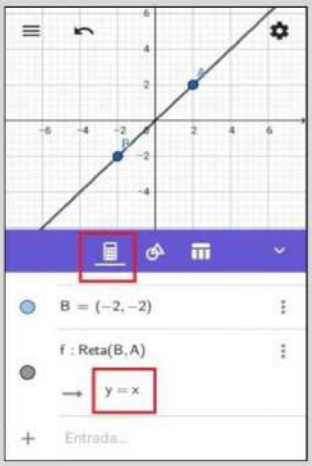
Roteiro de execução 2



1º passo: Inserir na caixa de entrada os pares ordenados (2,2) e (-2,-2). Para unir esses pontos, selecionar Reta e clicar sobre os dois pontos.

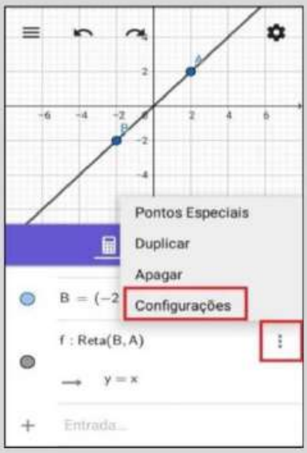


Roteiro de execução 2



2º passo: Clicar no ícone visualizar a lei matemática que representa essa função, gerada automaticamente.

Roteiro de execução 2



3º passo: Clique no ícone ⋮ ao lado de

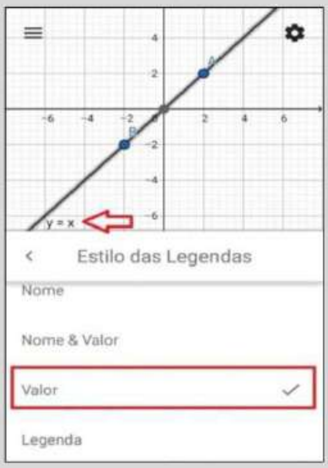
f : Reta(B, A) ⋮

e selecione configurações.

Roteiro de execução 2

4º passo: Clicar em "Estilo das Legendas". Depois selecione "Valor" ou "Nome & Valor".

Roteiro de execução 2

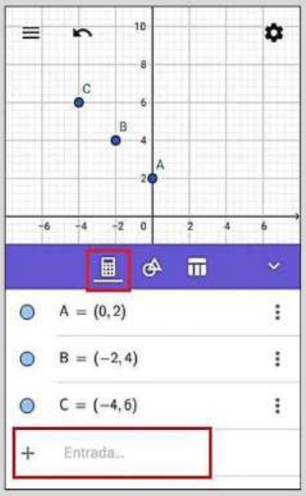


Questionamentos:

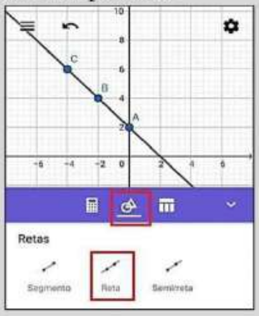
(a) Que tipo de gráfico gerou?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos? Qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

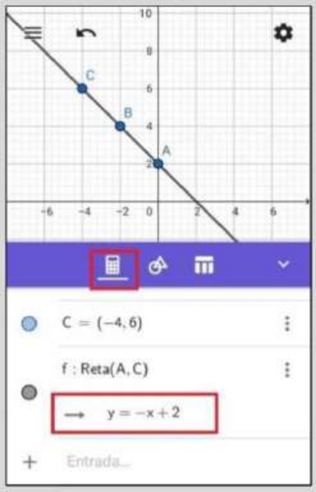
Roteiro de execução 2



5º passo: Inserir na caixa de entrada os pares ordenados (0,2) e (-2,4) e (-4, 6). Para unir esses pontos, selecionar  e clicar sobre os dois pontos.

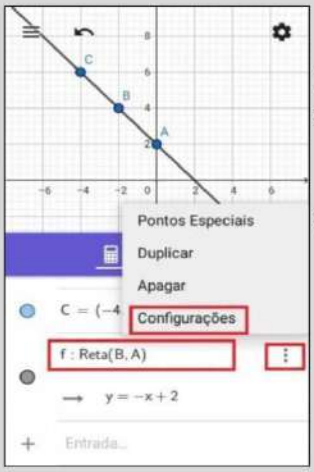


Roteiro de execução 2



6º passo: Clicar no ícone  visualizar a lei matemática que representa essa função gerada automaticamente.

Roteiro de execução 2



7º passo: Clique em no ícone ⋮ ao lado de

f : Reta(B, A) ⋮

e selecione configurações.

Roteiro de execução 2

8º passo: Clicar em “Estilo das Legendas”. Depois selecione “Valor” ou “Nome & Valor”.

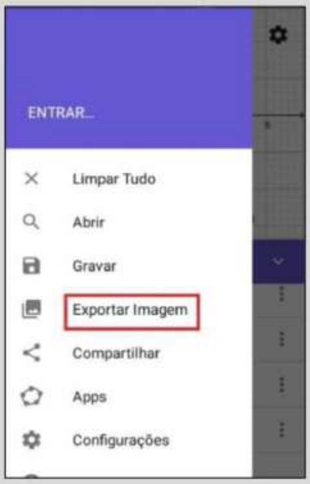
Roteiro de execução 2

Questionamentos:

(a) Gerou algum tipo de gráfico?

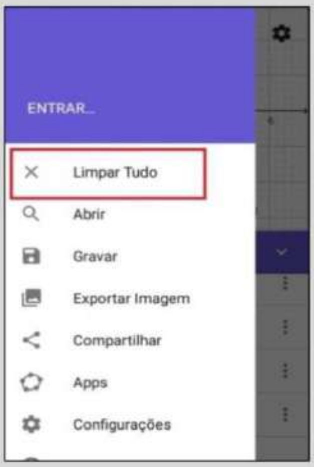
(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos? Qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

Roteiro de execução 2



9º passo: Abrir a aba “entrar”. Para isso clique no ícone ☰. Selecione “Exportar Imagem” e depois “*WhatsApp*”.

Roteiro de execução 2



10º passo: Para apagar tudo que foi feito clicar em "Limpar Tudo" e "descartar".

TAREFAS 1, 2, 3 e 4.

Nome: ______________________________

Data: / / **Turma:**

1 - Clicar no ícone e selecionar ponto. Inserir no mínimo oito pares ordenados aleatórios, distribuídos pelos quatro quadrantes. Para isso toque em qualquer ponto do 1º, 2º, 3º e 4º quadrante, do plano cartesiano.

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe (ligue/vincule) esses pontos?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

2 - Digite na caixa de entrada os seguintes pares ordenados: (4,6), (2,4), (0,2), (-2,0), (-4, -2), (-6,-4).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

3 - Digite na caixa de entrada os seguintes pares ordenados: (-1, 8), (0,3), (1,0), (2,-1), (3,0), (4,3), (5, 8).

(a) Existe uma única linha capaz de unir todos esses pontos?

(b) Existe uma lei matemática que associe esses pontos? Se sim, qual a lei matemática? Que tipo de função representa?

(c) Gerou algum tipo de gráfico? Se a resposta for sim, que tipo de gráfico? Se a resposta for não, justifique.

(d) Envie no grupo de WhatsApp, da turma, o que construiu no aplicativo.

4 - Organize os pares ordenados da questão 3, em uma tabela. Cuide para que os valores de x estejam em ordem crescente. Depois, observe o que acontece como os valores de y à medida que os valores de x aumentam? Existe alguma regularidade entre os pares ordenados?

Fonte: Autora, 2020.

4º MOMENTO

Roteiro de execução 1

Explorando os efeitos dos parâmetros a, b e c.

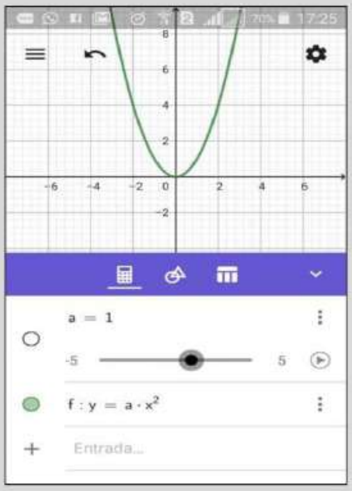
 *Roteiro de execução 1*

1º passo: Digite na caixa de entrada a expressão $y = ax^2$.

2º passo: Mostre que é possível modificar o parâmetro ***a*** de duas maneiras:

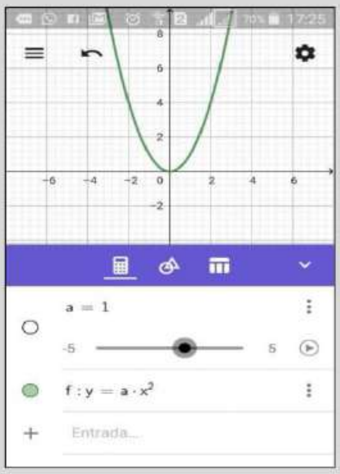
Utilizando o controle deslizante

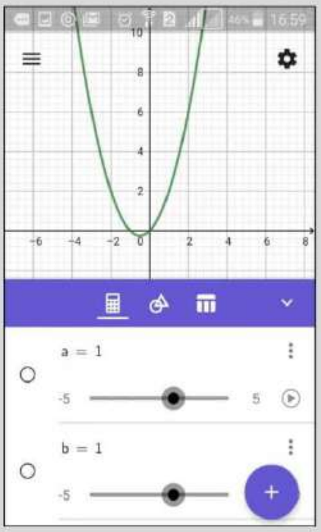
Clicando no ícone "play" ao lado do controle deslizante.



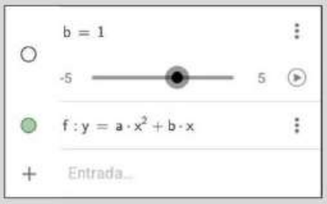
Roteiro de execução 1

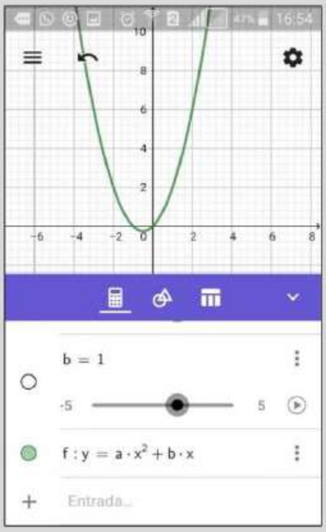
3º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro a é alterado.





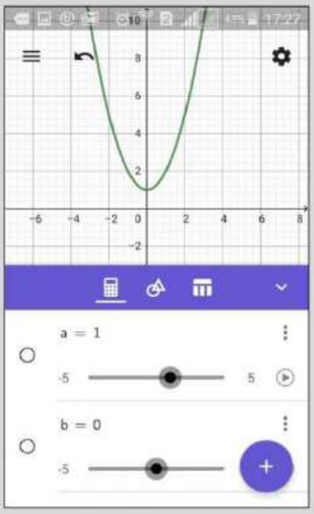
4º passo: Mantenha o valor do parâmetro a=1 e escreva y=ax²+bx. Depois modifique apenas, o parâmetro b, clicando no ícone "play" ao lado do controle deslizante.

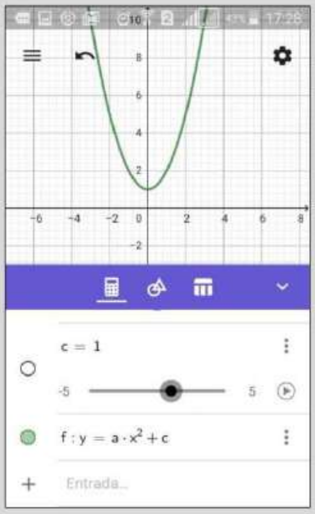




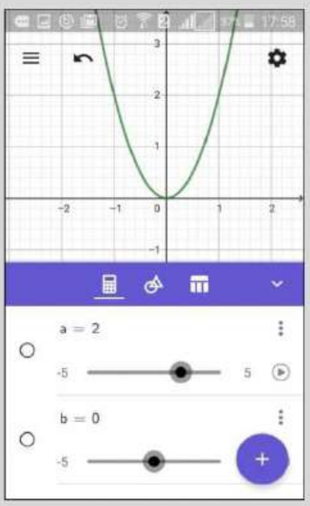
5º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro *b* é alterado.

6º passo: Mantenha o valor do parâmetro a=1 e escreva $y=ax^2+c$. Depois modifique apenas, o parâmetro c, clicando no ícone "play" ao lado do controle deslizante.



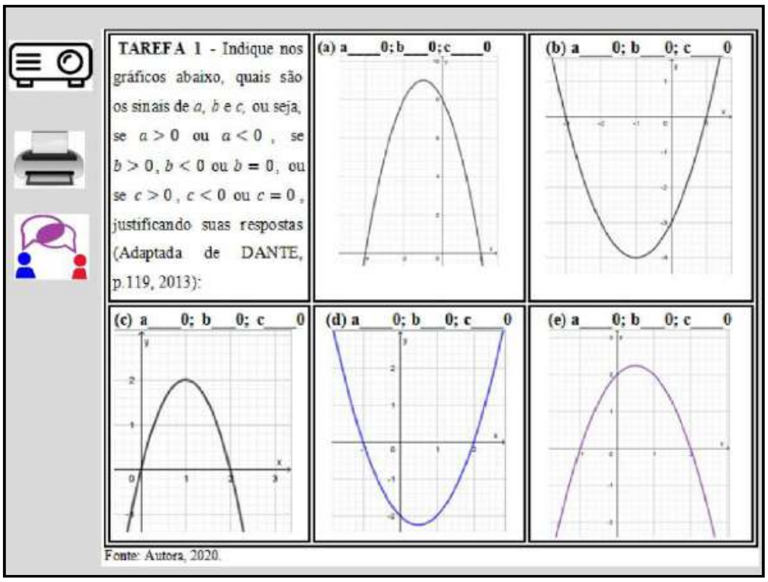


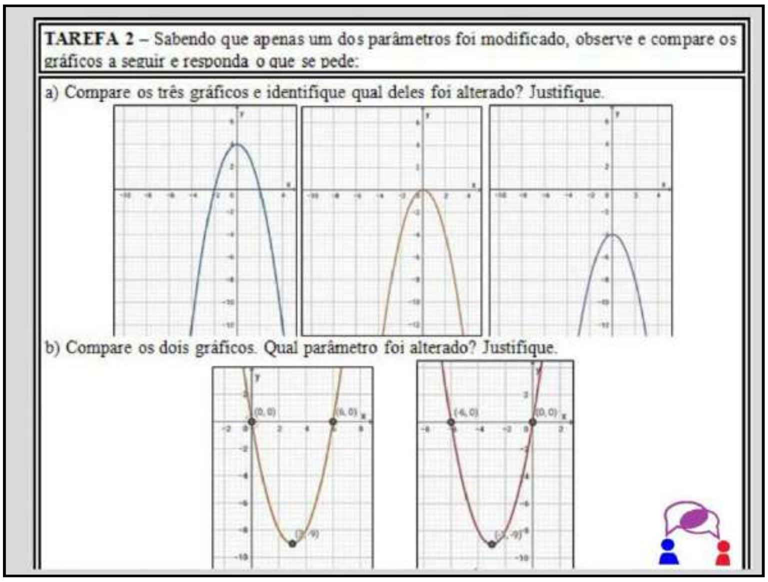
7º passo: Solicite aos estudantes que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando o parâmetro *c* é alterado.



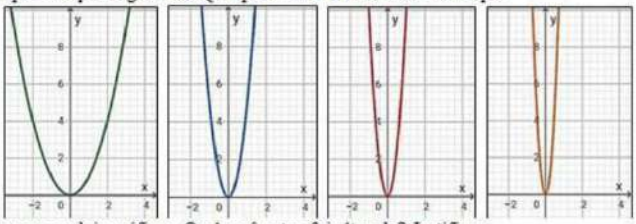
8º passo: Escreva $y=ax^2+bx+c$. Depois clique no ícone "play" ao lado do controle deslizante de a, b e c. Solicite que observem o que acontece com o gráfico da parábola quando os parâmetros a, b e c são alterados?

6º MOMENTO

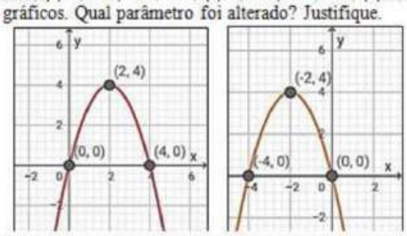

TAREFA 1 - Indique nos gráficos abaixo, quais são os sinais de a, b e c, ou seja, se a > 0 ou a < 0 , se b > 0, b < 0 ou b = 0, ou se c > 0 , c < 0 ou c = 0 , justificando suas respostas (Adaptada de DANTE, p.119, 2013):
(a) a___0; b___0; c___0
(b) a___0; b___0; c___0
(c) a___0; b___0; c___0
(d) a___0; b___0; c___0
(e) a___0; b___0; c___0
Fonte: Autora, 2020.


TAREFA 2 – Sabendo que apenas um dos parâmetros foi modificado, observe e compare os gráficos a seguir e responda o que se pede:
a) Compare os três gráficos e identifique qual deles foi alterado? Justifique.
b) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.

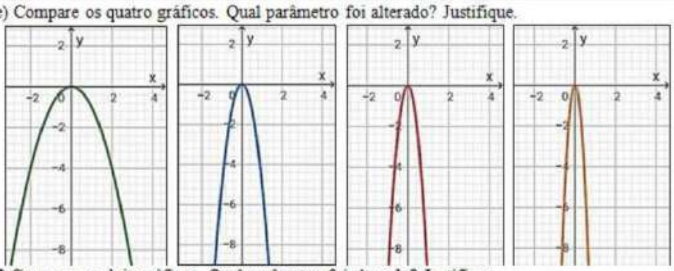
c) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



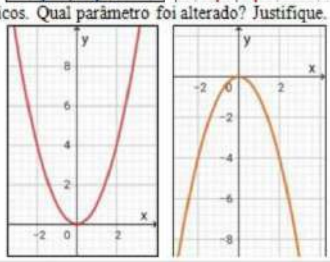
d) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



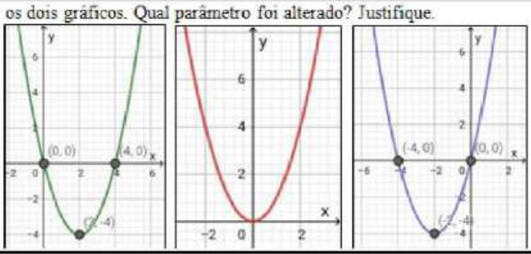
e) Compare os quatro gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



f) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



g) Compare os dois gráficos. Qual parâmetro foi alterado? Justifique.



Algumas dicas para você refletir antes de responder as questões à cima:

(1º) Houve mudança na abertura das parábolas (parábola "mais aberta" ou "mais fechada")? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(2º) Houve mudança na concavidade das parábolas (para cima ou para baixo)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(3º) Uma das parábolas toca o eixo y no ramo que cresce, a outra no ramo que decresce (e vice-versa) e, outra no vértice? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

(4º) Modificou o ponto em que a parábola toca o eixo y (uma parábola toca o eixo y em sua parte positiva, a outra em sua parte negativa e, a outra no ponto de origem)? Qual parâmetro é responsável por este efeito no gráfico da parábola?

Fonte: Autora, 2020.

7º MOMENTO

TAREFA 1: Analisando os parâmetros a, b e c, das funções: (I) $f(x) = x^2 + 2x - 3$; (II) $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$; (III) $f(x) = -x^2 - 2x - 5$; (IV) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$; (V) $f(x) = 2x^2 + 4x$. Identifique as características das parábolas que serão traçadas.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)
Parâmetro a					
Parâmetro b					
Parâmetro c					

TAREFA 2: Considerando as funções (I), (II), (III), (IV) e (V) dadas na Tarefa 1, determine algebricamente:

(a) Raízes ou Zeros da função.	(b) Coordenadas do Vértice? $V(x_v, y_v)$	(c) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?	(d) Represente graficamente as funções.	(e) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?

Dicas para responder estas tarefas:

1º passo - Anote as funções propostas no caderno.

2º passo - Analise os parâmetros a, b e c destas funções, identificando: Se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto. E, registre as respostas no caderno.

3º passo - Discuta com seu colega sobre as respostas encontradas. E questione suas dúvidas com o (a) professor(a).

4º passo – Determine as raízes, o vértice e o ponto (0, c) de cada função. E trace o gráfico utilizando esses pontos.

Fonte: Autora, 2020.

TAREFA 3: Analise os gráficos (I), (II), (III), (IV) e (V), identificando as características dos respectivos gráficos:

Expressão Analítica:

1. A parábola tem a concavidade voltada: (_) Para cima? (_) Para baixo?

2. O vértice está no: (_) Eixo das ordenadas? (_) Eixo das abscissas? (_) 1° quadrante? (_) 2° quadrante? (_) 3° quadrante? (_) 4° quadrante?

(_) 3. A soma das raízes é negativa?
(_) 4. A soma das raízes é positiva?
(_) 5. A função admite ponto de mínimo?
(_) 6. A função admite ponto de máximo?
(_) 7. O produto das raízes é negativo?
(_) 8. O produto das raízes é positivo?
(_) 9. A função é toda negativa?
(_) 10. A função é toda positiva?
(_) 11. $a < 0$?
(_) 12. $a > 0$?
(_) 13. $b > 0$?
(_) 14. $b < 0$?
(_) 15. $b = 0$?
(_) 16. $C > 0$?
(_) 17. $C < 0$?
(_) 18. $C = 0$?
(_) 19. $\Delta > 0$?
(_) 20. $\Delta < 0$?
(_) 21. $\Delta = 0$?
(_) 22. $f(0) = 0$?
(_) 23. f(1) é zero?
(_) 24. f(0) é positivo?
(_) 25. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?
(_) 26. A função tem duas raízes reais e distintas?
(_) 27. A função tem duas raízes reais e iguais?
(_) 28. f(0) é negativo?
(_) 29. A função não admite raízes reais?
(_) 30. A função admite raízes reais?

Fonte: Autora, 2020.

8º MOMENTO

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
1º bloco	$y = -x^2 + 4x - 3$	*2º bloco*	$f(x) = x^2 - 4x + 3$	*3º bloco*	$f(x) = x^2 - x - 2$
	$y = 2x^2 + 6$		$g(x) = x^2 + 6x$		$s(t) = -2t^2 + 4t$
	$f(x) = x^2 - 4x + 4$		$y = -x^2 + 4x - 4$		$fy = -4x^2 - 4x - 1$
	$f(x) = x^2 - 4x + 5$		$f(x) = -x^2 + 4x - 5$		$f(x) = -x^2 + 2x - 3$
	$s(t) = 2t^2 - 4t$		$h(x) = x^2 + 3$		$f(x) = x^2 - 2x + 6$
	$y = -x^2 - 6x - 9$		$y = x^2 - 4x + 4$		$y = 5x^2 - 10x + 5$

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
4º bloco	$f(x) = -x^2 + x + 2$	*5º bloco*	$f(x) = x^2 - 5x + 6$	*6º bloco*	$y = -x^2 + 5x - 6$
	$f(x) = x^2 - 5x + 4$		$f(x) = -x^2 + 2x - 1$		$f(x) = x^2 - 2x + 1$
	$y = 4x^2 + 4x + 1$		$f(x) = -x^2 + 5x - 8$		$h(x) = -2x^2 - 4x - 2$
	$f(x) = x^2 - 2x + 3$		$f(x) = -x^2 - 5x - 7$		$h(x) = -x^2 - 3$
	$y = -x^2 + 2x - 6$		$g(x) = -x^2 - 6x$		$f(x) = x^2 + 5x + 7$
	$y = 5x^2 + 10x + 5$		$h(x) = -2x^2 - 8x - 8$		$g(x) = -2x^2 + 8x - 6$

	Lei matemática		Lei matemática		Lei matemática
7º bloco	$y = -x^2 + 2x + 3$	*8º bloco*	$f(x) = x^2 - 2x - 3$	*Outras sugestões*	$y = x^2 + 4x - 12$
	$y = -x^2 - 2x + 8$		$f(x) = x^2 - 2x - 8$		$h(x) = -2x^2 + 4x - 2$
	$f(x) = 5x^2 - 10x + 5$		$f(x) = -5x^2 + 10x - 5$		$f(x) = x^2 - 10x + 21$
	$f(x) = -x^2 + 5x - 7$		$f(x) = x^2 - 5x + 8$		$f(x) = -x^2 - 2x - 5$
	$f(x) = 2x^2 + 2$		$f(x) = -2x^2 - 2$		$f(x) = x^2 + 2x - 3$
	$h(x) = -2x^2 + 8x - 8$		$y = -4x^2 - 8x - 4$		$y = 2x^2 + 8x + 6$

Fonte: Arquivo pessoal.

TAREFAS 1

Nome: ____

Data:___/___/____ **Turma:**______

1 - Como vai ser esta parábola? Identifique algumas características a partir da analise dos parâmetros a, b e c.

Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
Parâmetro a						
Parâmetro b						
Parâmetro c						

Dicas para responder esta tarefa:

1º passo: Em uma folha que será entregue posteriormente, identifique o nome dos componentes do grupo, a turma e a data.

2º passo: Na mesma folha, identifique o bloco de questões "1º bloco, 2º bloco,...", e registre as respectivas funções.

3º passo: Analise as funções com seu grupo.

4º passo: Analise os parâmetros a, b e c destas funções, identificando se a parábola terá a concavidade voltada para cima ou para baixo; Se a parábola vai interceptar o eixo y em seu ramo crescente, decrescente ou no vértice; E se a parábola toca o eixo do y ou em sua parte positiva, ou em sua parte negativa ou na origem, e qual é esse ponto. E, registre as respostas nesta folha. **OBSERVAÇÃO: ESTA TAREFA É EM GRUPO.**

TAREFAS 2

Nome: ____

Data:___/___/____ **Turma:**______

2 - Determine algebricamente:

(a) Expressão analítica	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
(b) Raízes ou Zeros da função.						
(c) Coordenadas do Vértice? $V(x_v, y_v)$						
(d) Ponto de intersecção da parábola com o eixo y?						
(e) Represente graficamente as funções.						

(f) Analise o valor encontrado para Δ e a quantidade de raízes. Qual é a relação entre eles?

Dicas Tarefa 2

Dicas para responder esta tarefa:

1º passo: Em uma folha que será entregue posteriormente, identifique o seu nome, a turma e a data.

2º passo: Cada componente do grupo, deve escolher uma das funções analisadas na Tarefa 1, para realizar os cálculos.

3º passo: Esta escolha pode ocorrer por meio de sorteio, ou as funções podem ser distribuídas aleatoriamente.

4º passo: Cada componente do grupo deve escolher funções diferentes entre si.

5º passo: Identifique na folha, a função escolhida.

6º passo: Realize os cálculos manualmente, sem o uso da calculadora.

7º passo: Traçar o gráfico manualmente, sem o uso de aplicativos. Utilizando para isso, os valores calculados: Raízes, vértice e ponto (0,c).

8º passo: Os gráficos devem ser feitos em folha quadriculada.

9º passo: *Entregue a folha ao professor.* **OBSERVAÇÃO: ESTA TAREFA É INDIVIDUAL.**

TAREFAS 3

Nome: ____

Data:___/___/___ Turma:_____

3 - Ampliar o gráfico escolhido por você na Tarefa 2.

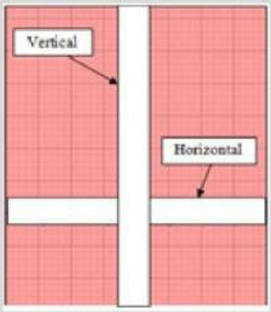
MATERIAIS: 2 folhas sulfite coloridas, 1 folha sulfite branca, barbante, cola, tesoura, lápis de cor, caneta hidrográfica colorida, fita durex.

ROTEIRO PARA A AMPLIAÇÃO DO GRÁFICO[6]

1º passo: Analise a parábola traçada por você, na tarefa 2, verificando em qual quadrante se encontra e o espaço necessário para ampliá-la.

2º passo: Recorte duas tiras de papel (folha ofício branca) para construir o plano cartesiano.

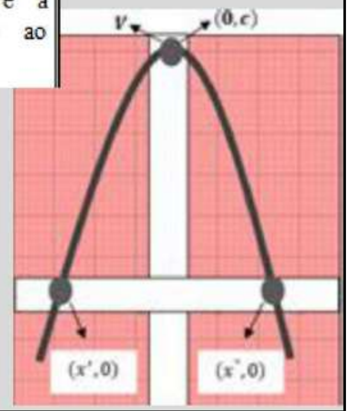
3º passo: Cole as tiras em uma folha colorida, de maneira que formem um ângulo de 90º entre si. Assim, uma das tiras deve ser colada na posição horizontal, representando o eixo x. E a outra tira deve ser colada na posição vertical, representando o eixo y.



4º passo: Utilize para representar o traçado da parábola (linha curva) um barbante. E para fixá-lo utilize cola ou fita durex.

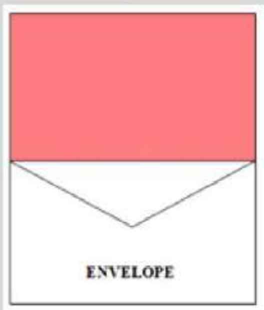
5º passo: Coloque em destaque o vértice, os zeros da função, se existir e, o ponto (0,c.).

6º passo: Identifique seu nome e a expressão analítica, correspondente ao gráfico ampliado por você.



7º passo: Na posição vertical, divida ao meio, uma folha ofício branca e recorte-a.

8º passo: Cole-a no verso da folha, em que o gráfico foi ampliado. O verso da folha funcionará como um envelope.



9º passo: Pedir ao professor (a), a ficha com as características das parábolas.

10º passo: Analisar o gráfico ampliado por você, identificando suas características. Marque com um (X) nas respectivas características.

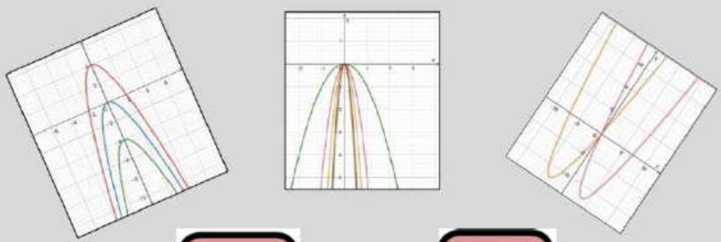
11º passo: Dobrar a ficha e colocar dentro do envelope.

FICHA: Analise o gráfico construído e marque com (X) as respectivas características da parábola ampliada:				
Expressão Analítica:				
1. A parábola tem a concavidade voltada: (_) Para cima? (_) Para baixo?				
2. O vértice está no:	(_) Eixo das ordenadas?	(_) Eixo das abscissas?	(_) 1° quadrante?	
	(_) 2° quadrante?	(_) 3° quadrante?	(_) 4° quadrante?	
(_) 3. A soma das raízes é negativa?	(_) 7. O produto das raízes é negativo?			
(_) 4. A soma das raízes é positiva?	(_) 8. O produto das raízes é positivo?			
(_) 5. A função admite ponto de mínimo?	(_) 9. A função é toda negativa?			
(_) 6. A função admite ponto de máximo?	(_) 10. A função é toda positiva?			
(_) 11. $a < 0$?	(_) 13. $b > 0$?	(_) 16. $C > 0$?	(_) 19. $\Delta > 0$?	(_) 22. $f(0) = 0$?
(_) 12. $a > 0$?	(_) 14. $b < 0$?	(_) 17. $C < 0$?	(_) 20. $\Delta < 0$?	(_) 23. f(1) é zero?
	(_) 15. $b = 0$?	(_) 18. $C = 0$?	(_) 21. $\Delta = 0$?	(_) 24. f(0) é positivo?
(_) 25. O eixo de simetria é o eixo das ordenadas?	(_) 28. f(0) é negativo?			
(_) 26. A função tem duas raízes reais e distintas?	(_) 29. A função não admite raízes reais?			
(_) 27. A função tem duas raízes reais e iguais?	(_) 30. A função admite raízes reais?			

Fonte: Autora, 2020.

Jogo de cartas

Quais são as minhas características?



1) A parábola tem concavidade voltada para cima?

2) A parábola tem concavidade voltada para baixo?

Jogo de tabuleiro
Função Quadrática?
Função
Quadrática