

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

Rejane Padilha Quedi

ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA  
PROPOSTA TEÓRICO-METODOLÓGICA  
FUNDAMENTADA NA TEORIA DA  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Passo Fundo

2019

Rejane Padilha Quedi

ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA  
PROPOSTA TEÓRICO-METODOLÓGICA  
FUNDAMENTADA NA TEORIA DA  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz.

Passo Fundo

2019

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

---

Q3e Quedi, Rejane Padilha

Estatística no Ensino Médio: uma proposta teórico-metodológica fundamentada na teoria da aprendizagem significativa / Rejane Padilha Quedi. – 2019.

111 f.: il., color. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) –Universidade de Passo Fundo, 2019.

1. Matemática (Ensino médio). 2. Aprendizagem.  
3. Estatística educacional. 4. Prática de ensino. I. Darroz, Luiz Marcelo, orientador. II. Título.

CDU: 372.851

---

Bibliotecária responsável Marciéli de Oliveira – CRB 10/2113

Rejane Padilha Quedi

ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA  
PROPOSTA TEÓRICO-METODOLÓGICA  
FUNDAMENTADA NA TEORIA DA  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

À banca examinadora APROVA em 30 de abril de 2019, a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática –Mestrado Profissional da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial de exigência para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de pesquisa Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino de Ciências e Matemática.

Dr. Luiz Marcelo Darroz – Orientador  
Universidade de Passo Fundo

Dra. Marli Teresinha Quartieri  
Universidade do Vale do Taquari

Dra. Cleci Teresinha Werner da Rosa  
Universidade de Passo Fundo

Dr. Florindo Luiz Castoldi  
Universidade de Passo Fundo

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela dádiva da vida e por me permitir realizar tantos sonhos nesta existência.

Aos meus pais (in memória), que sempre me incentivaram e mostraram a importância do estudo e do aprimoramento profissional.

Aos meus familiares, pelo apoio e compreensão pelos momentos em que me ausentei.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz pelos encaminhamentos, dedicação, atenção e, principalmente, pela disponibilidade ao me conduzir nesta etapa. Você foi e está sendo muito mais que um orientador: será sempre meu mestre e amigo.

Aos professores do mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UPF, pela dedicação, competência, apoio e todo conhecimento compartilhado.

A todos os meus colegas do mestrado cujo apoio, amizade, companheirismo estiveram presentes em todos os momentos.

Aos membros da banca examinadora, que tão gentilmente aceitaram participar e colaborar com esta dissertação.

Ao curso de Matemática da UPF que permitiu a aplicação do produto educacional em uma de suas turmas. Aos alunos do sexto nível, na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III, que participaram das atividades propostas.

Minha gratidão ao colega e amigo que incansavelmente me incentivou na realização deste mestrado Prof. Dr. Cristiano Roberto Cervi.

Por fim, a todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização desta dissertação, o meu sincero agradecimento.

“[...] o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; verifique isso e ensine-o de acordo”.

Ausubel

## RESUMO

A presente investigação parte da percepção de que, ao ingressar em um curso superior, os estudantes apresentam significativas lacunas conceituais, o que, muitas vezes, é responsável por um alto índice de reprovação nas disciplinas da Área de Estatística. As reprovações confirmam a falta de compreensão e de domínio desses conceitos, seja para serem utilizados na disciplina de Estatística ou em situações de interpretação e análise de dados em outras disciplinas. Nesse contexto, evidencia-se a necessidade de desenvolvimento de estratégias e de metodologias de ensino que possam promover aprendizagens significativas, duradouras e profundas na Educação Básica. Com essa percepção, formulou-se a seguinte questão: Como uma sequência didática de conceitos básicos de Estatística pode ser um material, potencialmente, significativo para o ensino da área? Para responder a tal indagação, elaborou-se uma sequência didática para abordar os conceitos básicos de Estatística que foi estruturada de acordo com os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Paul Ausubel, sendo dividida em cinco encontros e implementada com um grupo de oito acadêmicos do sexto nível do curso de Matemática – Licenciatura, da Universidade de Passo Fundo, na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III. A investigação, classificada como qualitativa e participante, foi efetivada com base na análise das entrevistas semiestruturadas realizadas com os acadêmicos e nos registros efetuados pela professora pesquisadora no diário de bordo. Os dados coletados foram analisados, a fim de evidenciar se a sequência didática se caracteriza como um material potencialmente significativo na percepção de futuros professores de Matemática, de acordo com as seguintes categorias: capacidade de relacionar os conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes; promoção da diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa; materiais utilizados; estrutura da proposta; participação e comprometimento nas atividades. Os resultados indicam que a sequência didática proposta pode ser considerada um material potencialmente significativo na percepção dos futuros professores de Matemática, pois foi capaz de instigá-los a buscar mais conhecimentos e possibilitou a percepção da importância da utilização de estratégias criativas para o estudo da área no Ensino Médio. Por fim, destaca-se que essa dissertação é acompanhada de um produto educacional que reúne o material utilizado nos encontros e a sequência didática desenvolvida. Tal produto está disponível no *site* <<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/552764>>.

**Palavras-chave:** Ensino de Estatística. Educação Básica. Aprendizagem Significativa.

## ABSTRACT

The present investigation starts from the perception that, when entering a college course, students present significant conceptual gaps, which is often responsible for a high failure rate in the disciplines of the Statistics Area. The reproofs confirm the lack of understanding and mastery of these concepts, both for use in the discipline of Statistics as for use in situations of interpretation and analysis of data in other disciplines. In this context, it is evident the need to develop strategies and teaching methodologies that can promote meaningful, long-lasting and deep learnings in Basic Education. With this perception, the following question was formulated: How can a didactic sequence of basic concepts of Statistics be a potentially significant material for the teaching of the area? To answer this question, a didactic sequence was elaborated to approach the basic concepts of Statistics, which was structured according to the assumptions of David Paul Ausubel's Theory of Significant Learning, divided into five meetings and implemented with a group of eight Academics of the sixth level of the course of Mathematics – Degree of the University of Passo Fundo, in the discipline of Methodology of the Teaching of Mathematics III. The research, classified as qualitative and participant, was effected based on the analysis of semi-structured interviews with the students and in the records made by the researcher in the logbook. The collected data were analyzed in order to show if the didactic sequence is a potentially significant material in the perception of the future Mathematics teachers, according to the following categories: ability to relate the contents studied with the previous knowledge of the students; promotion of progressive differentiation and integrative reconciliation; materials used; structure of the proposal; participation and commitment in the activities. The results indicate that the proposed didactic sequence can be considered a potentially significant material in the perception of the future teachers of Mathematics, since it was able to instigate them to seek more knowledge and made possible the perception of the importance of the use of creative strategies for the study of the area in High School. Finally, an educational product that brings together the material used in the meetings and the didactic sequence developed accompanies this dissertation. This product is available at website: <<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/552764>>.

**Keywords:** Statistics teaching. Basic Education. Meaningful learning.



## LISTA DE GRÁFICOS E FIGURAS

Gráfico 1 - Relação entre o número de pesquisados e o ano de conclusão do Ensino Médio .....	45
Gráfico 2 - Percentual de acerto/erro das questões de número 1 e 2 de acordo com a rede de ensino de conclusão do Ensino Médio dos participantes da pesquisa .....	47
Gráfico 3 - Percentual de acertos relacionando a representação gráfica .....	48
Gráfico 4 - Percentual de acertos relacionando as medidas para dados agrupados.....	49
Figura 1 - Produto educacional “Conceitos básicos de Estatística: uma sequência didática para o Ensino Médio”. .....	59
Figura 2 - Análise dos Resultados .....	63

## LISTA DE TABELAS E QUADROS

Tabela 1 - Tabela para dados agrupados .....	30
Quadro 1 - Trabalhos vinculados ao Ensino de Estatística no Ensino Médio .....	26
Quadro 2 - Quadro para dados em série .....	30
Quadro 3 - Cálculo da média aritmética dos dados do Quadro1 .....	31
Quadro 4 - Cálculo da média aritmética dos dados da Tabela 1 .....	32
Quadro 5 - Determinação do valor da moda para os dados do Quadro1 .....	32
Quadro 6 - Determinação do valor da moda para os dados da Tabela 1 .....	33
Quadro 7 - Cálculo da mediana dos dados do Quadro1 .....	33
Quadro 8 - Cálculo da mediana dos dados da Tabela 1 .....	34
Quadro 9 - Cálculo do desvio médio dos dados do Quadro1 .....	35
Quadro 10 - Cálculo do desvio médio dos dados da Tabela 1 .....	35
Quadro 11 - Cálculo do desvio padrão dos dados do Quadro1 .....	36
Quadro 12 - Cálculo do desvio padrão dos dados da Tabela 1 .....	36
Quadro 13 - Instrumento de coleta de dados aplicado na investigação .....	46
Quadro 14 - Análise do teste exato de Fisher para as medidas para dados em série .....	50
Quadro 15 - Análise do teste exato de Fisher para as medidas para dados agrupados .....	51
Quadro 16 - Cronograma de aplicação da sequência didática .....	52
Quadro 17 - Conjunto de questões utilizadas nas entrevistas semiestruturadas .....	58

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABE Associação Brasileira de Estatística

ATD Análise Textual Discursiva

BNCC Base Nacional Comum Curricular

CAPES Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNE Conselho Nacional de Educação

ENEM Exame Nacional do Ensino Médio

IBGE Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

INE Instituto Nacional de Estatística

PCN + Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM Parâmetros Curriculares do Ensino Médio

PCNs Parâmetros Curriculares Nacionais

RBRAS Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria

SAEB Sistema Nacional da Educação Básica

SEDRES Secretaria de Estado da Defesa Social e Ressocialização

SINAPE Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística

TAS Teoria da Aprendizagem Significativa

TCLE Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UPF Universidade de Passo Fundo

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>ESTATÍSTICA E ENSINO DE ESTATÍSTICA.....</b>	<b>20</b>
<b>2.1</b>	<b>Origem da Estatística e seu ensino.....</b>	<b>20</b>
<b>2.2</b>	<b>O cenário atual do ensino de Estatística.....</b>	<b>25</b>
<b>2.3</b>	<b>Conteúdos de Estatística de interesse no estudo.....</b>	<b>28</b>
2.3.1	<i>População e amostra.....</i>	28
2.3.2	<i>Dados em série (não agrupados), dados agrupados e tabelas (representação tabular).....</i>	29
2.3.3	<i>Medidas de Tendência Central.....</i>	31
2.3.3.1	Média Aritmética.....	31
2.3.3.2	Moda.....	32
2.3.3.3	Mediana .....	33
2.3.4	<i>Medidas de Variabilidade .....</i>	34
2.3.4.1	Desvio Médio .....	34
2.3.4.2	Desvio Padrão.....	35
<b>3</b>	<b>APORTE TEÓRICO .....</b>	<b>38</b>
<b>3.1</b>	<b>A Teoria da Aprendizagem Significativa .....</b>	<b>38</b>
<b>4</b>	<b>PROPOSTA .....</b>	<b>44</b>
<b>4.1</b>	<b>A elaboração da sequência didática.....</b>	<b>44</b>
<b>4.2</b>	<b>Cronograma de implementação da sequência didática .....</b>	<b>52</b>
<b>4.3</b>	<b>Descrição dos encontros.....</b>	<b>52</b>
4.3.1	<i>Primeiro encontro: Teoria da Aprendizagem Significativa.....</i>	53
4.3.2	<i>Segundo encontro: Estatística: Origem e Elementos Básicos .....</i>	53
4.3.3	<i>Terceiro encontro: Dados em Série .....</i>	55
4.3.4	<i>Quarto encontro: Dados Agrupados.....</i>	56
4.3.5	<i>Quinto encontro: Avaliação da proposta.....</i>	57
<b>4.4</b>	<b>O Produto Educacional.....</b>	<b>58</b>
<b>5</b>	<b>A PESQUISA .....</b>	<b>61</b>
<b>5.1</b>	<b>Classificação da Pesquisa, Instrumentos e Análise dos Resultados.....</b>	<b>61</b>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>65</b>
<b>6.1</b>	<b>Relação dos conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes .....</b>	<b>65</b>

<b>6.2</b>	<b>Diferenciação progressiva e reconciliação integrativa.....</b>	<b>68</b>
<b>6.3</b>	<b>Materiais utilizados e estrutura da proposta .....</b>	<b>70</b>
<b>6.4</b>	<b>Participação e comprometimento dos estudantes nas atividades propostas.....</b>	<b>76</b>
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>80</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>83</b>
	<b>ANEXO A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).....</b>	<b>89</b>
	<b>ANEXO B - Termo de Autorização do Curso de Matemática - UPF .....</b>	<b>90</b>
	<b>APÊNDICE A - Apresentação dos encontros e dinâmica dos encontros .....</b>	<b>91</b>
	<b>APÊNDICE B - Texto para leitura sobre a TAS .....</b>	<b>95</b>
	<b>APÊNDICE C - Apresentação sobre a TAS.....</b>	<b>98</b>
	<b>APÊNDICE D - Atividade para identificar se o estudante aprendeu significativamente os conceitos abordados.....</b>	<b>103</b>
	<b>APÊNDICE E - Exercício para a identificação dos conceitos subsunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados em série.....</b>	<b>104</b>
	<b>APÊNDICE F - Atividade para identificar indícios da aprendizagem significativa dos conceitos abordados na etapa.....</b>	<b>105</b>
	<b>APÊNDICE G - Exercício para a identificação dos conceitos subsunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados agrupados.....</b>	<b>106</b>
	<b>APÊNDICE H - Atividade para identificar indícios da aprendizagem significativa dos conceitos abordados na etapa.....</b>	<b>107</b>
	<b>APÊNDICE I - Situações problema relativos aos conteúdos apresentados pela proposta.....</b>	<b>108</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Fui educada nos moldes de uma família tradicional, na qual cresci aprendendo a valorizar cada coisa que se conquista e a correr atrás do que se quer com honestidade, humildade e sem prejudicar ninguém.

Desde cedo manifestei o gosto pelos números, pois convivia com isso. Meu pai era contador e comerciante, minha mãe tinha um raciocínio lógico bem desenvolvido e ambos contribuíam para que esse lado se desenvolvesse; logo veio o gosto pela Matemática e, conseqüentemente, comecei a me destacar nesta área na escola. Durante minha infância, o desejo de ser educadora, já se expressava, quando em minha cidade natal a brincadeira preferida consistia em brincar de escolinha, fazendo minhas amigas de alunas, e eu sempre como professora. Nesta brincadeira em muitas vezes a porta da cozinha da casa dos meus pais era usada como quadro negro.

Meus pais sempre incentivaram a prosseguir nos estudos, então no período de 1985 a 1988 realizei o Curso Matemática LP e de 1988 a 1991 o Curso de Ciência da Computação Bacharelado. Logo em seguida, em 1992, Especialização em Educação Matemática, todos realizados na Universidade de Passo Fundo (UPF). Após concluir o curso de Matemática, lecionei por um curto período de tempo na Educação Básica em uma escola particular com as disciplinas de Matemática, Física e Desenho Geométrico. Também neste período assumi alguns contratos emergenciais na rede estadual de ensino nos quais ministrei disciplinas de Matemática e Física.

Nas duas graduações me destaquei em disciplinas de Estatística, nas quais tive uma carga horária elevada de créditos. O resultado disso veio em 1991, com o convite para ministrar uma disciplina de Estatística Geral I no Curso de Ciências Econômicas da UPF. No mesmo semestre, prestei concurso e fui efetivada como professora de Estatística desta mesma universidade. Desde então, atuo como professora na Área de Estatística em diferentes cursos de graduação. Estar atuando em cursos superiores proporcionou com que eu desenvolvesse funções administrativas, como por exemplo, a participação no Conselho Universitário, Coordenação do Curso de Ciências LP e, a alguns anos, a coordenação da Área de Estatística. Em decorrência da coordenação de Área, participei de várias discussões e qualificações sobre melhorias de ensino e diversas reformulações curriculares, o que me dá um panorama do ensino nas múltiplas áreas.

Ao longo dos vinte e oito anos de docência nos diferentes cursos de graduação na UPF, que contempla em suas matrizes curriculares disciplinas da Área de Estatística, constatei que a

maioria dos acadêmicos, quando ingressa no Ensino Superior, tem dificuldades na compreensão dos conceitos básicos da área. Isto é, percebo que, ao ingressarem em um curso superior, os estudantes apresentam lacunas conceituais, o que resulta em um alto índice de reprovação nas disciplinas da Área de Estatística. Sobre isso, em um trabalho anterior, Quedi e Darroz (2018) identificaram que, ao ingressar em cursos de graduação os acadêmicos não compreendem satisfatoriamente os conceitos de média aritmética, moda, mediana, desvio médio e padrão para dados em série e dados agrupados. Esses resultados confirmam a falta de compreensão e de domínio desses conceitos, seja na disciplina de Estatística ou na utilização desses conceitos em situações de interpretação e análise de dados em outras disciplinas dos cursos.

Essa situação é preocupante, pois a sociedade contemporânea demonstra o quanto essa ciência vem se tornando uma ferramenta para o desenvolvimento de competências importantes para as tomadas de decisões do mundo moderno. A compreensão correta dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de competências relacionadas a essa área tornam-se de fundamental importância para a compreensão da contemporaneidade.

Isso porque a realidade atual exige dos cidadãos a capacidade de sintetizar e analisar uma grande quantidade de informações, sendo indispensável para qualquer profissional o domínio das informações pertinentes ao seu cotidiano (GAL, 2002). Nesse sentido, Lopes (2010, p. 47) salienta que

a presença constante da Estatística no mundo atual tornou-a uma realidade na vida dos cidadãos, levando-o à necessidade de ensinar Estatística a um número de pessoas cada vez maior. Consequentemente, nas últimas décadas a maioria dos países introduziu, nos seus currículos de matemática, conteúdos de Estatística, probabilidade e combinatória desde o início da escolaridade.

Além disso, a necessidade de estudar conceitos básicos de Estatística também são recomendados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e pelas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), os quais sugerem que o ensino da área deve começar nos anos iniciais, com a coleta de dados, a organização desses em tabelas e gráficos, resumindo-os e utilizando Estatísticas de tendência central e dispersão, de tal forma a extrair dos dados padrões, tendências, permitindo a generalização, pois,

quando a escola promove uma condição de aprendizado em que há entusiasmo nos fazeres, paixão nos desafios, cooperação entre os partícipes, ética nos procedimentos, está construindo a cidadania em sua prática, dando as condições para a formação dos valores humanos fundamentais, que são centrais entre os objetivos da educação (BRASIL, 2002, p. 45).

Nesse sentido, os PCNs para a educação básica salientam que os conhecimentos da área devem fazer parte do cotidiano escolar a fim de que o aluno consiga construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia a dia (BRASIL, 1997). Essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática a demanda de abordar elementos da Estatística, da combinatória e da probabilidade desde os ciclos iniciais (BRASIL, 1997).

Atualmente o Brasil vem discutindo uma base comum de conteúdos para os estudos de nível médio. Esta visa nortear o que é ensinado nas escolas do Brasil inteiro, englobando todas as fases da Educação Básica, desde a Educação Infantil até o final do Ensino Médio. O texto preliminar da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental foi aprovada e homologada em dezembro de 2017. Por sua vez, o documento para o Ensino Médio foi aprovado pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) em dezembro de 2018 e agora aguarda homologação do Ministério da Educação<sup>1</sup>. O mesmo também destaca nas competências específicas de Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio, a necessidade de

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2017, p. 523).

Porém, mesmo com a evidência da necessidade da compreensão dos conceitos estatísticos e os documentos oficiais recomendando o ensino dessa ciência durante a Educação Básica, o que se percebe com significativa frequência nos ingressantes dos cursos de ensino superior é a falta de compreensão e domínio desses conceitos. Essa falta de compreensão e de domínio de conceitos de estatística vai desde a utilização deles em situações de interpretação até na análise de dados (QUEDI; DARROZ, 2018).

Sobre isso, Woehlke e Leitner (1980) salientam que existe a necessidade de pesquisas sobre os processos de ensinar e aprender Estatística para melhorar a compreensão do mundo contemporâneo e o desempenho de alunos de graduação e pós-graduação nas disciplinas de seus cursos. No estudo realizado por Stella (2003), a pesquisadora analisou as interpretações dadas ao conceito de média por estudantes brasileiros no contexto das avaliações nacionais,

---

<sup>1</sup> Data de construção deste texto (10/12/2018).



como o Sistema Nacional da Educação Básica (SAEB) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), e identificou que, de modo geral, a valorização da média enquanto algoritmo, apresentada em itens e/ou situações de natureza semelhante em que são fornecidos todos os dados, solicitando, desse modo, apenas o cálculo do valor da média. Ademais, a autora sugere que é preciso propor aos estudantes diferentes situações e exigir que eles não utilizem apenas algoritmos, mas que sejam provocados, por exemplo, a construir a distribuição a partir do valor da média (BACCARIN; NEVES, 2011).

Ainda nesse sentido, Fernandes (2014) afirma que a educação almejada está voltada para a aquisição, o desenvolvimento e a ressignificação dos conhecimentos e das competências em virtude dos novos saberes que surgem na contemporaneidade. Além disso, é necessário preocupar-se com a formação do professor frente às mudanças e às novas tecnologias, para que ele tenha condições de adaptar-se a outros contextos e às situações sociais atuais. Desse modo, o ensino das instituições escolares pode explorar metodologias que priorizem a construção de estratégias e mecanismos próprios que objetivem a estruturação do conhecimento, instigando os alunos a se posicionar, decidir por um caminho e não outro, possuindo subsídios para argumentar e defender suas escolhas consistentemente.

Para alterar esse cenário e promover um ensino de Estatística que, de fato, contribua para a formação cidadã, é preciso possibilitar ao

aluno o confronto de problemas estatísticos com o mundo real, desafiando-os a encontrar soluções e estratégias para resolver os problemas que lhes são apresentados. Cabe ao professor incentivar o aluno na busca e na socialização de estratégias, para que estes sejam capazes de ouvir as críticas e valorizar suas produções, bem como a de seus colegas, compreendendo que o aprendizado se dá na coletividade e o processo reflexivo enriquece o trabalho (SCHNEIDER; ANDREIS, 2013, p. 5).

Ainda sobre isso, conforme salienta Rumsey (1999), é difícil e consome tempo compor um trabalho estatístico que focalize os elementos pedagógicos básicos para que os estudantes possam fazer conexões, interpretar resultados, criar exemplos e pensar criticamente. Porém, o professor deve superar e eliminar suas próprias dificuldades para desenvolver esse importante trabalho.

Logo, ressalta-se que a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) apresenta-se como uma possibilidade de promover uma aprendizagem duradoura e com significado, permitindo que os estudantes compreendam satisfatoriamente os conteúdos necessários para o enfrentamento das necessidades de um mundo moderno. Sobre isso, Silva, Perez e Rosa (2016) afirmam:

No que tange a TAS, ressalta-se a necessidade de olhar para os educandos como seres sociais e históricos, e partindo de suas experiências e conhecimentos para construir novos aprendizados. A teoria enfatiza que a disposição do estudante em aprender é um dos elementos essenciais para que aconteça o aprendizado, em conjunto com conhecimentos prévios existentes e materiais potencialmente significativos. O uso expressivo da TAS vai ao encontro com as demandas do ensino e traduz o seu atual contexto: ensinar e aprender envolve aluno e professor, e só ocorre quando existe sintonia de ação e resposta (SILVA; PEREZ; ROSA, 2016, p. 2).

Conforme Moreira e Ostermann (1999), David Paul Ausubel, Professor Emérito da Universidade de Columbia, em Nova Iorque, que se dedicou à psicologia educacional na década de 60 – propôs a TAS, a qual afirma que, a partir dos conceitos e conteúdos presentes na estrutura cognitiva do estudante, ocorre a aprendizagem. A estrutura cognitiva é compreendida por ele como o conjunto de conteúdos, ideias, conceitos e pensamentos e a forma como estão organizados na mente de uma pessoa.

Dessa maneira, evidencia-se a necessidade de desenvolvimento de estratégias e de metodologias de ensino que possam promover aprendizagens significativas, duradouras e profundas nos estudantes da Educação Básica, uma vez que o mundo contemporâneo demanda dos indivíduos em geral a capacidade de interpretar e avaliar as informações oriundas do contexto atual.

Considerando que a finalidade da educação não é só transmitir os conteúdos escolares, mas principalmente formar cidadãos críticos e capazes de resolver problemas do seu dia a dia e, também, de desenvolver conhecimentos que permitam o prosseguimento desses sujeitos para estudos posteriores à Educação Básica, faz-se necessário que os conceitos estudados em nível médio sejam compreendidos significativamente.

Assim sendo, entende-se que, para proporcionar a compreensão dos conceitos básicos de Estatística, é preciso promover uma metodologia que torne os conteúdos estudados significativos para os aprendizes e, que os assuntos abordados nos contextos escolares sejam relacionados aos conhecimentos prévios dos estudantes, além de conseguir que os estudantes apliquem estes conceitos em contextos diferentes aos estudados no cotidiano escolar. Sendo assim, é fundamental despertar nesses sujeitos o prazer pela construção de significados e a valorização daquilo que está sendo aprendido.

A literatura específica tem demonstrado que muitas das dificuldades enfrentadas pelos ingressantes nos cursos superiores são oriundas dos estudos realizados no nível médio (BACCARIN; NEVES, 2011). Isto é, a hipótese é que muitas lacunas conceituais apresentadas por acadêmicos ingressantes são estabelecidas no decorrer da Educação Básica. Para Oliveira (2007 apud LOPES; COUTINHO, 2009), a responsabilidade pela formação dessas lacunas

conceituais pode estar no modo como esses assuntos estão sendo abordados em nível médio. Para o autor, muitas vezes esses conceitos são abordados de maneira distante do contexto em que os estudantes estão inseridos, através de situações artificiais nas quais são privilegiadas a repetição e a memorização dos conceitos.

Frente a esse contexto e sabendo que qualquer pessoa necessita de uma base consistente para otimizar informações e obter maneiras de tratar essas informações para a sua vida e seus estudos, a proposta aqui apresentada tem na Estatística seu tema principal. Logo, as questões às quais se deseja responder são: ao ingressar em um curso superior, os acadêmicos apresentam lacunas conceituais dos conteúdos básicos da área? Em caso da existência de lacunas conceituais dos conteúdos de Estatística, quais são elas? Que possíveis metodologias poderiam ser viáveis de aplicação no Ensino Médio para auxiliar na construção dos conceitos básicos de Estatística? A TAS pode ser um suporte para a promoção de aprendizagens duradouras e que estabeleçam a ligação dos conhecimentos prévios dos estudantes aos assuntos abordados no contexto escolar?

A partir dessas questões chega-se ao problema de pesquisa: Como uma sequência didática de conceitos básicos de Estatística pode ser um material potencialmente significativo para o ensino da área?

Sendo assim, portanto, este trabalho tem por objetivo principal avaliar como uma sequência didática de conceitos básicos de Estatística pode ser um material potencialmente significativo para o ensino da área na percepção especialmente de futuros professores de Matemática.

De modo mais específico, objetiva-se ainda realizar uma revisão de literatura sobre o processo de ensino da Estatística na Educação Básica; elucidar o entendimento sobre a TAS de David Paul Ausubel; elaborar, implementar e avaliar uma sequência didática sobre os conceitos básicos da área de Estatística, fundamentada na TAS; desenvolver um produto educacional, no formato de texto de apoio, voltado à difusão dessa prática pedagógica.

Pensa-se que uma proposta fundamentada em uma teoria e que estabeleça a interação entre os conceitos escolares e os conhecimentos adquiridos no contexto vivencial possa produzir aprendizagens duradouras e capazes de contribuir para a interpretação das situações presentes em um mundo globalizado e em constante transformação.

A proposta foi desenvolvida junto a um grupo de oito acadêmicos do sexto nível do curso de Matemática – Licenciatura, da UPF, na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III. A opção por implementar a proposta junto a este grupo de sujeitos deve-se ao fato de que esses acadêmicos já cursaram muitas disciplinas relacionadas às metodologias de

ensino da Matemática no curso de formação de professores da área, participaram de diversos projetos de iniciação à docência, de pesquisa e de extensão, sendo que alguns já realizaram o estágio supervisionado exigido pelo curso. Pensa-se que estas experiências tenham sido importantes para que eles pudessem avaliar a eficácia da metodologia empregada no sentido de considerar o material utilizado como elemento capaz de estabelecer a ligação entre os conceitos estudados e os conhecimentos anteriores, além de possibilitar a aplicação destes em outro contexto.

A pesquisa desenvolvida na implementação da sequência proposta teve abordagem qualitativa. Qualitativa porque visa o entendimento do fenômeno como um todo e possibilita uma interpretação crítica (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Ainda sobre isso, Minayo (2001) entende que esse tipo de pesquisa procura trabalhar com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes e, dessa forma, estabelece maiores relações com o objeto de investigação. A pesquisa ainda foi caracterizada como participante, pois segundo Gil (2008) uma vez que se caracteriza pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas, permite a interface interativa entre teoria e prática.

Para a produção dos dados, recorreu-se ao diário de bordo e às entrevistas semiestruturadas. Isso porque Zabalza (2004) discute que, ao escrever no diário de bordo sobre a prática, o professor aprende e (re)constrói seus saberes. Já Bertoni (2004) destaca a importância dos registros feitos no diário de bordo, pois a partir deles podem ser identificadas as dificuldades encontradas, os procedimentos utilizados, os sentimentos envolvidos, as situações coincidentes e as situações inéditas.

A respeito das entrevistas semiestruturadas, essas buscam identificar a concepção dos futuros professores sobre a proposta e foram analisadas de acordo com a Análise Textual Discursiva (ATD) proposta por Moraes e Galiuzzi (2006). A opção pelos procedimentos da ATD nesta pesquisa deve-se ao seu caráter qualitativo e pelo fato de que tais procedimentos auxiliam na organização das informações.

Para tanto, o trabalho se estrutura da seguinte forma: no próximo capítulo é apresentado um panorama geral do ensino de Estatística; na terceira parte comenta-se sobre os elementos estruturantes da TAS que fundamenta a proposta; na quarta parte, apresenta-se o processo de elaboração e descreve-se a sequência didática objeto deste estudo; no quinto capítulo, descrevem-se os procedimentos metodológicos da pesquisa que foi desenvolvida; e no sexto e último capítulo apresentam-se os resultados obtidos na análise posterior à aplicação da sequência didática observados sobre o aspecto da eficácia da proposta nas seguintes categorias: relação dos conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes;

diferenciação progressiva e reconciliação integrativa; materiais utilizados e estrutura da proposta e participação e comprometimento nas atividades propostas. E por fim, no último capítulo tecem-se algumas considerações finais acerca do estudo efetivado.

## 2 ESTATÍSTICA E ENSINO DE ESTATÍSTICA

O presente capítulo apresenta uma breve discussão sobre a origem da Estatística, seu conceito, suas aplicações e o processo de ensino da área. No Ensino de Estatística evidencia-se o cenário atual no Brasil e suas tendências. Ao final, são apresentados os conteúdos de interesse, população, amostra, tabelas, dados em série e agrupados, média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão, na tentativa de contextualizar a sequência didática proposta neste trabalho.

### 2.1 Origem da Estatística e seu ensino

A Matemática é a ciência do raciocínio lógico e abstrato que estuda quantidades, medidas, espaços, estruturas, variações e estatísticas. Esta ciência desenvolveu-se principalmente na Mesopotâmia, no Egito, na Grécia, na Índia e no Oriente Médio. A partir da Renascença, o desenvolvimento da Matemática intensificou-se na Europa, quando novas descobertas científicas levaram a um crescimento acelerado que dura até os dias de hoje (BOYER, 1996).

Os estudos matemáticos consistem em procurar padrões, formular conjecturas e, por meio de deduções rigorosas a partir de axiomas e definições, estabelecer novos resultados. Para isso a ciência Matemática é dividida em diversas áreas.

A aritmética é a parte da Matemática se ocupa em estudar as operações numéricas. A álgebra, por sua vez, visa ensinar a parte da Matemática elementar que generaliza a aritmética, introduzindo variáveis que representam os números, simplificando e resolvendo, por meio de fórmulas, problemas nos quais as grandezas são representadas por símbolos. As regras que governam as operações aritméticas são as da álgebra, e as propriedades mais profundas dos números inteiros são estudadas na teoria dos números. A investigação de métodos para resolver equações algébricas leva ao campo da álgebra abstrata, que, entre outras coisas, estuda estruturas que generalizam as propriedades possuídas pelos números. Ainda, na área da álgebra, mais especificamente na álgebra linear, estuda-se o conceito de vetor.

O estudo do espaço se dá na geometria, primeiro na geometria euclidiana e depois na trigonometria. A geometria diferencial e a geometria algébrica generalizam a geometria em diferentes direções: a geometria diferencial evidenciou o conceito de sistemas de coordenadas, equilíbrio e direção, enquanto na geometria algébrica os objetos geométricos são descritos como conjuntos de solução de equações polinomiais. Neste campo, a teoria dos grupos investiga

o conceito de simetria de forma abstrata e fornece uma ligação entre os estudos do espaço e da estrutura. A topologia, por sua vez conecta o estudo do espaço e o estudo das transformações, focando-se no conceito de continuidade.

Entender e descrever as alterações em quantidades mensuráveis é o tema comum das ciências naturais e o cálculo foi desenvolvido como a ferramenta mais útil para fazer isto. A descrição da variação de valor de uma grandeza é obtida por meio do conceito de função. O campo das equações diferenciais fornece métodos para resolver problemas que envolvem relações entre uma grandeza e suas variações. Os números reais são usados para representar as quantidades contínuas e o estudo detalhado das suas propriedades e das propriedades de suas funções consiste na análise real, a qual foi generalizada para análise complexa, abrangendo os números complexos. A análise funcional trata de funções definidas em espaços de dimensões tipicamente infinitas, constituindo a base para a formulação da mecânica quântica, entre muitas outras coisas. Para esclarecer e investigar os Fundamentos da Matemática foram desenvolvidos os campos da Teoria dos Conjuntos, Lógica Matemática e Teoria dos Modelos (FERREIRA, 2013).

Quando os computadores foram concebidos, várias questões teóricas levaram à elaboração das teorias da computabilidade, complexidade computacional, informação e informação algorítmica, as quais são investigadas na ciência da computação. Os computadores também contribuíram para o desenvolvimento da teoria do caos, que trata do fato de que muitos sistemas dinâmicos não-lineares possuem um comportamento que, na prática, é imprevisível. A teoria do caos tem relações estreitas com a geometria dos fractais, como o conjunto de Mandelbrot e de Mary, descoberto por Lorenz, conhecido pelo atrator que leva seu nome (SHIRLEY, 2000).

Uma teoria importante desenvolvida pelo ganhador do Prêmio Nobel, John Nash, é a teoria dos jogos, que possui atualmente aplicações nos mais diversos campos. A análise numérica investiga os métodos para resolver numericamente e de forma eficiente vários problemas usando computadores e levando em conta os erros de arredondamento. A Matemática Discreta é o nome comum para estes campos da Matemática úteis na Ciência Computacional, e que faz parte da Matemática Aplicada.

Outro elemento importante no campo da Matemática Aplicada é a Estatística, que permite a descrição, análise e previsão de fenômenos aleatórios e é praticamente usada em todas as ciências.

De acordo com Echeveste et al. (2005), a Estatística é o ramo da Matemática responsável por métodos e técnicas de pesquisa envolvendo experimentos, coleta de dados, processamento,

representações gráficas, análise e divulgação das informações. Para esses autores, apesar de ser uma ciência relativamente recente na área da pesquisa, a Estatística remonta à antiguidade, quando operações de contagem populacional já eram utilizadas para obtenção de informações sobre os habitantes, riquezas e poderio militar dos povos. Segundo os autores,

o mais antigo dos registros estatísticos disponíveis foi o registro de presos egípcios, na data de 5000 a.C. Em 3000 a.C. há registros da falta de mão de obra relacionada à construção de pirâmides. Em 2238 a. C. o Imperador da China Yao fez o primeiro recenseamento com fins agrícolas e comerciais. No ano de 600 a. C. no Egito todas as pessoas declaravam todos os anos sua profissão e suas fontes de rendimento. Na Era de Cristo, ocorreu um recenseamento no qual as pessoas tinham que ser entrevistadas no local de sua origem (ECHEVESTRE et al., 2005, p. 23).

De acordo com Poubel (2011), os primeiros registros de atividade estatística no Brasil aconteceram no período colonial. Para o autor os primeiros

dados que se tem notícia são de 1585, quando o Padre José de Anchieta registrou os habitantes de algumas capitânias, e em outras apenas o número de habitações. As contagens iniciais eram realizadas, via domínio religioso, pelas autoridades eclesásticas, nas áreas de sua atuação, em obediência às ordens de Portugal. Para estas contagens eram elaboradas listas de frequentadores de uma paróquia ou de católicos que comungavam, sendo que estas listas não incluíam as crianças (POUBEL, 2011, p. 2).

Com o passar dos anos, diversos acontecimentos marcaram a evolução dos estudos da área no país. Em 1810, Dom João ampliou programa matemático da Real Academia, introduzindo o estudo do “Cálculo de Probabilidades” recém-consolidado por Laplace (GIOVANNI; BONJORNO; GIOVANNI JUNIOR, 2016). No ano de 1863, foi criada na Escola Central (sucessora da Real Academia), a cadeira de Economia Política, Estatística e Princípios de Direito Administrativo, que teve José Maria da Silva Paranhos, Visconde do Rio Branco, como primeiro catedrático. Visconde do Rio Branco, em 1872, realizou o primeiro censo geral do Império. Em 1874, a Escola Central passou para Escola Politécnica, com uma das cadeiras matemáticas que incluía Cálculo das Probabilidades, Tábuas de mortalidade e Cálculo de juros com Tabela Price, sendo considerada a primeira do Brasil a incluir a atuária no currículo (foi lecionada em 1875 por Benjamim Constant) (BOTELHO, 2004).

Em 1934 é Criado o “Instituto Nacional de Estatística (INE)” que, em 1938, passou a se chamar “Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)”, e se constituiu como principal provedor de dados e informações do País, atendendo às necessidades dos mais diversos segmentos da sociedade civil, bem como dos órgãos das esferas governamentais federal, estadual e municipal. Sua missão institucional foi "retratar o Brasil com informações



necessárias ao conhecimento de sua realidade e ao exercício da cidadania.” Assim, o instituto organizou e executou o primeiro Censo em 1940 (CONTEL, 2014).

Em 1955 foi criada em Campinas, SP, a Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS) pertencente à The International Biometric Society, de caráter cultural, sem fins lucrativos, dedicada aos pesquisadores brasileiros que trabalham com os aspectos matemáticos e estatísticos das Ciências Agrárias, Biologia e áreas afins (GOMES, 2013).

Em 1965, a Lei 4739 de 15 de julho, estabelece a profissão de Estatístico no Brasil, e apenas em 1º de abril 1968, através do Decreto número 62497, fica regulamentada no cenário nacional (GIOVANNI; BONJORNO; GIOVANNI JUNIOR, 2016).

No ano de 1974 tem início o Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística (SINAPE), principal encontro estatístico do Brasil, sendo a principal reunião científica da comunidade estatística brasileira e organizado pela Associação Brasileira de Estatística (ABE), fundada em 1984. Este evento é um importante fórum para a difusão dos avanços da Estatística nas diversas áreas do conhecimento, além de ser um espaço de debates de políticas públicas para a Ciência e Tecnologia.

Em 1997 se dá a inclusão da Estatística no Ensino Fundamental e Médio a partir das orientações dos PCNs. Estes documentos indicam que, na Educação Básica, os tópicos de Estatística fazem parte da disciplina de Matemática diferentemente do que era realizado anteriormente no contexto escolar. Para Panaino (1998), antes dos PCNs, os conceitos de Estatística eram um dos últimos tópicos do livro-texto, ou seja, quase nunca ensinados.

Na mesma direção Cazorla (2002), salienta que os PCNs enfatizaram a necessidade dos sujeitos serem capazes de comunicar-se, solucionar problemas, tomar decisões, fazer inferências, para agir como consumidores prudentes ou para tomar decisões em suas vidas pessoais e profissionais. Assim, os documentos indicam a necessidade de desenvolver atitudes positivas em relação à Estatística para que os sujeitos possam “compreender a importância da Estatística na atividade humana e de que ela pode induzir a erros de julgamento, pela manipulação de dados e pela apresentação incorreta das informações (ausência da frequência relativa, gráficos, escalas inadequadas)”.

Nesse sentido, os PCNs salientam que os conhecimentos da área devem fazer parte do cotidiano escolar, a fim de que o aluno consiga construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia a dia (BRASIL, 1997, p. 40). Essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática uma demanda, a de abordar elementos da Estatística, da Combinatória e da Probabilidade desde os ciclos iniciais (BRASIL, 1997, p. 84).

Dessa forma, percebe-se que a compreensão correta dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de competências relacionadas a essa área tornam-se relevantes para as tomadas de decisões necessárias para a compreensão do mundo moderno. Isso se justifica pelo fato de que, na atualidade, necessita-se de pessoas capacitadas a sintetizar e analisar grandes volumes de informações.

Além dos PCNs, os PCNEM e as PCN+ também recomendam a necessidade de estudar os conceitos básicos de Estatística desde os anos iniciais da Educação Básica. No entanto, mesmo com as recomendações dos documentos oficiais percebe-se nos estudantes a falta de compreensão e domínio desses conceitos (VENDRAMINI; DIAS, 2005).

Sobre isso, Bayer e Echeveste (2003), ressaltam que a evolução da importância da Estatística e o debate sobre sua inserção nos currículos dos primeiros anos da escola resultaram na inclusão de seus conteúdos no programa da disciplina de Matemática. No entanto, segundo os autores, muitos professores dessa disciplina, até mesmo os recém-formados, receberam poucos conhecimentos sobre a ciência na sua preparação profissional. A falta de preparação, muitas vezes, os impede de trabalhar esses conteúdos em suas aulas, fato que, via de regra, origina lacunas conceituais nos estudantes da Educação Básica sobre os assuntos da área (BAYER; ECHEVESTE, 2003).

Neste sentido, Macedo (2016) salienta que, para o Ensino Médio, o PCN+ está indicado como aprofundamento dos conteúdos de Estatística sugeridos para o Ensino Fundamental, com a finalidade de dar suporte às questões do mundo real e/ou oriundas de outras áreas, justificando-se, portanto, a relevância da inserção desse tema nos currículos atuais. Convém destacar, ainda, que na Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Fundamental estão indicados os objetivos de aprendizagem de noções e procedimentos relacionados à Estatística e também à Probabilidade nos doze anos da Educação Básica.

Para alterar esse cenário e promover um ensino de Estatística que de fato contribua para a formação cidadã, é preciso possibilitar ao aluno

o confronto de problemas estatísticos com o mundo real, desafiando-os a encontrar soluções e estratégias para resolver os problemas que lhes são apresentados. Cabe ao professor incentivar o aluno na busca e na socialização de estratégias, para que estes sejam capazes de ouvir as críticas e valorizar suas produções, bem como a de seus colegas, compreendendo que o aprendizado se dá na coletividade e o processo reflexivo enriquece o trabalho (SCHNEIDER; ANDREIS, 2013, p. 5).

Bayer e Echeveste (2003) recomendam que um dos caminhos possíveis para minimizar essa situação seria identificar as dificuldades dos estudantes de nível médio. Isto é, para os

autores, a proposta consistiria em primeiro identificar as lacunas conceituais da área, para a partir desses resultados, em um segundo momento, elaborar e estruturar ações didáticas capazes de fazer com que estudantes da Educação Básica utilizem os conhecimentos desenvolvidos no ambiente escolar para compreender e interpretar o mundo, dando sentido prático ao conhecimento adquirido geralmente teoricamente na sala de aula.

Dessa forma, evidencia-se a pertinência de estruturação de uma sequência didática que crie condições para a promoção de aprendizagens significativas dos conceitos fundamentais de Estatística. Assim, para contextualizar a proposta deste trabalho, apresentam-se a seguir, de forma resumida e sintetizada, as pesquisas relacionadas ao ensino de Estatística no cenário atual.

## **2.2 O cenário atual do ensino de Estatística**

A constante transformação que a sociedade contemporânea está enfrentando faz com que a Estatística seja uma importante ferramenta no auxílio da interpretação dessas informações (ECHEVESTE et al., 2005). Nesse sentido, as pesquisas sobre o ensino da área contribuem para que seja feita uma análise e reflexão de como os conceitos de Estatística estão sendo abordados nos contextos escolares. Para tanto, recorre-se ao entendimento de Romanowski (2002) de que para efetuar a busca em estudos já desenvolvidos em uma determinada área é preciso recorrer a procedimentos tais como: definição dos descritores que direcionam as buscas a serem realizadas; localização dos bancos de pesquisas; estabelecimentos de critérios para a seleção do material; levantamento de material a ser catalogado; coleta desse material; leitura das publicações relacionadas ao tema; organização do material escrito sobre o assunto e, análise e elaboração das conclusões do estudo.

Procedendo da forma descrita, buscou-se no repositório disponibilizado no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pesquisas realizadas na temática Tratamento da Informação, especificamente relacionadas ao Ensino de Estatística. Para a busca foram utilizados os seguintes descritores: “ensino de Estatística” AND “Ensino Médio”; “Educação Básica” AND “Estatística”; “Ensino de Estatística” AND “Aprendizagem Significativa”.

A partir dessa definição foram encontrados vários trabalhos, dos quais foram lidos os títulos e resumos, identificando os que estavam vinculados ao ensino de Estatística no Ensino Médio. Tal análise possibilitou identificar seis trabalhos (Quadro 1) que serão relatados na sequência.

Quadro 1 - Trabalhos vinculados ao Ensino de Estatística no Ensino Médio

Tipo do Trabalho	Título	Autor	Ano
Dissertação	Uma medida saudável: uma abordagem de Educação Estatística no Ensino Médio associada à área da Saúde.	Marcelo Calixtro Haubert	2016
Dissertação	Uma sequência didática para o ensino de estatística a alunos do Ensino Médio na modalidade PROEJA.	Mauricio Ramos Lutz	2012
Dissertação	Literacia Estatística e Probabilística no Ensino Médio.	Magnus Cesar Ody	2013
Dissertação	Um estudo sobre o conceito de Média com alunos do Ensino Médio.	Cristiane Aparecida Stella	2003
Dissertação	Estatística e Probabilidade: uma proposta para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Rúbia Juliana Gomes Fernandes	2014
Dissertação	O desenvolvimento do letramento estatístico por meio de projetos: um estudo com alunos do Ensino Médio.	Cassio Cristiano Giordano	2016

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

O primeiro trabalho trata-se da dissertação de mestrado de Marcelo Haubert (2016). Neste trabalho, que possui como título Uma medida saudável: uma abordagem de Educação Estatística no Ensino Médio associada à área da saúde, o pesquisador buscou responder a seguinte questão de pesquisa: Que contribuições são identificadas na realização de um estudo estatístico completo (coleta, representação, tratamento dos dados e análise) e interdisciplinar para a construção de conceitos em estatística na educação básica? Para isso, o autor analisou os aspectos ligados à história da atividade estatística e a trajetória que teve dentro da escola através de uma revisão de literatura com o olhar para trabalhos que fossem de Educação Estatística. Nestes estudos, identificou que há fortes recomendações nos documentos oficiais para uma abordagem na perspectiva de uma prática investigativa e interdisciplinar. No entanto, percebeu, ao estudar livros didáticos utilizados na Educação Básica, que estes materiais, na sua grande maioria, não cumprem as recomendações oficiais e propõem questões de trato mecânico que não colaboram para um pensamento e raciocínio estatístico.

Nessa direção, Lutz (2012) salienta que a Educação Estatística deve ser estudada levando em conta suas particularidades, como por exemplo, o potencial interdisciplinar da disciplina. Para o pesquisador, é necessário que sejam investigados os fatores que interferem no processo de ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade. Desta forma, fica evidente que a Educação Estatística não tem as mesmas dificuldades e características da Educação Matemática. Assim, segundo o autor, existe carência e necessidade de pesquisa nessa área, em diversos países, inclusive no Brasil. A proposta de trabalhar com a Educação Estatística consiste em pesquisar os fatores que interferem no processo de ensino e aprendizagem, desenvolver métodos e materiais de ensino. É fazer com que os alunos adquiram capacidade de pensar

estatisticamente e probabilisticamente, considerando variabilidades e incertezas aos fenômenos estatísticos e que, conseqüentemente, tomem suas decisões com maior conforto e segurança.

Ody (2013), em sua dissertação, denominada Literacia Estatística e Probabilística no Ensino Médio, tratou de identificar e analisar as habilidades e as competências em Literacia no Tratamento da Informação e da Incerteza, de um grupo de alunos ingressantes e concluintes do Ensino Médio de duas escolas públicas de uma cidade da região metropolitana de Porto Alegre, RS. Os resultados encontrados evidenciam que, em muitas escolas, as medidas de centralidade e as medidas de dispersão, juntamente com outros conteúdos de Estatística Descritiva e Inferencial não são ensinados/discutidos com alunos do Ensino Médio, apesar de estar incluídos nos PCNs Nacionais. De modo particular, o autor salienta que nos programas curriculares analisados nas duas escolas participantes da pesquisa, o ensino da Probabilidade e da Estatística está presente. Ody (2013) ainda acredita na pesquisa em sala de aula como forma de promover a aprendizagem estocástica e, conseqüentemente, desenvolver a Literacia Estatística e Probabilística em todas as etapas da Educação Básica.

Stella (2003) analisou as interpretações dadas ao conceito de média por estudantes brasileiros no contexto das avaliações nacionais, como o Sistema Nacional da Educação Básica (SAEB) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), e identificou que, de modo geral, a valorização da média enquanto algoritmo, apresentada em itens e/ou situações de natureza semelhante em que são fornecidos todos os dados, solicitando, desse modo, apenas o cálculo do valor da média. Ademais, a autora sugere que é preciso propor aos estudantes diferentes situações e exigir que eles não utilizem apenas algoritmos, mas que sejam provocados, por exemplo, a construir a distribuição a partir do valor da média (BACCARIN; NEVES, 2011).

Ainda nesse sentido, Fernandes (2014) afirma que a educação almejada está voltada para a aquisição, o desenvolvimento e a ressignificação dos conhecimentos e das competências em virtude dos novos saberes que surgem na contemporaneidade. Além disso, é necessário preocupar-se com a formação do professor frente às mudanças e às novas tecnologias para que ele tenha condições de adaptar-se a outros contextos e às situações sociais atuais. Desse modo, o ensino das instituições escolares pode explorar metodologias que priorizem a construção de estratégias e mecanismos próprios que objetivem a estruturação do conhecimento, instigando os alunos a se posicionar, decidir por um caminho e não outro, possuindo subsídios para argumentar e defender suas escolhas consistentemente.

Com objetivo de estudar as possíveis contribuições da abordagem da Estatística Descritiva por meio de projetos de pesquisa empreendidos por alunos no Ensino Médio para seu letramento estatístico, Giordano (2016), em sua dissertação *O desenvolvimento do*

*letramento estatístico por meio de projetos: um estudo com alunos do Ensino Médio*, salienta que o letramento estatístico associa as práticas de leitura e escrita às práticas sociais. Não se limita, portanto, aos conhecimentos estritamente matemático e estatístico.

Assim, a proposta aqui elucidada assemelha-se aos estudos apresentados, uma vez que busca oferecer um material de ensino aos professores de Matemática de nível Médio, para o enfrentamento das dificuldades do ensino da área no contexto atual. No entanto, a sequência didática fruto deste estudo diferencia-se dos demais trabalhos, uma vez que o material foi elaborado metodologicamente de acordo com os pressupostos de uma teoria cognitivista.

Nesse contexto, então, a TAS apresenta-se como uma possibilidade de promover uma aprendizagem duradoura e significativa, permitindo que os estudantes compreendam os conteúdos necessários para o enfrentamento das necessidades de um mundo moderno.

A partir do exposto percebe-se que muitas pesquisas têm demonstrado a necessidade de propostas que busquem sanar as dificuldades dos estudantes de nível médio com relação aos conceitos de Estatística. Porém, vale destacar que na investigação realizada não foram encontrados trabalhos que apresentem uma sequência didática como um material potencialmente significativo para trabalhar conceitos básicos de Estatística fundamentada na TAS de Ausubel. Sendo assim, apresentar uma sequência didática sobre o tema de acordo com os pressupostos de Ausubel, além de suprir uma lacuna existente na educação básica, pode auxiliar os egressos do Ensino Médio na compreensão do mundo contemporâneo, pois a proposta neste estudo tem como ponto de partida as lacunas conceituais de egressos da Educação Básica e se estrutura teórica e metodologicamente nos pressupostos da TAS.

### **2.3 Conteúdos de Estatística de interesse no estudo**

A proposta apresentada neste trabalho consiste em uma abordagem de conceitos básicos de Estatística para o Ensino Médio, nesta seção são descritos os conceitos contidos na sequência proposta. Os conceitos são: população, amostra, tabelas (representação tabular), medidas de tendência central (média aritmética, moda, mediana), medidas de variabilidade como, desvio médio, desvio padrão, para dados em série (dados não agrupados) e dados agrupados.

#### *2.3.1 População e amostra*

Uma pesquisa envolve situações em que o pesquisador se depara com um grande número de informações relevantes ao objeto de estudo. Esses dados têm de ser trabalhados para

que possam ser comparados ou ainda para julgar sua aplicação a alguma teoria. Para tal, precisamos definir se vamos trabalhar em sua totalidade (população) ou com uma parte significativa dos dados (amostra).

O universo, ou população, é o conjunto de elementos que possuem as características que serão objeto do estudo, e a amostra, ou população amostral, é uma parte do universo escolhido selecionada a partir de um critério de representatividade (VERGARA, 1997).

Para Muniz e Abreu, (2000) a Estatística – subsidiada pela Teoria de Probabilidades – criou a possibilidade de se inferir sobre os parâmetros de uma população com base em dados obtidos de uma parcela de seus elementos conferindo à amostragem vantagens relevantes sobre os censos. Sendo (bem) menor o volume de trabalho, diminui-se o custo, o tempo empregado, permite-se trabalhar com uma equipe melhor treinada, exercer maior controle sobre as etapas do trabalho etc. (SANTANA, 2011).

Nesta mesma direção, Freund e Simon (2000), salientam que, quando descrevemos um conjunto de dados, não devemos ser nem demasiadamente concisos nem por demais prolixos. As descrições estatísticas podem ser breves ou elaboradas, dependendo da finalidade a que se destinam. Eles definem também que, se um conjunto de dados consiste de todas as observações possíveis (concebíveis ou hipotéticas), é chamado de população e se um conjunto de dados consiste apenas uma parte dessas observações, é chamado, então, de amostra.

### *2.3.2 Dados em série (não agrupados), dados grupados e tabelas (representação tabular)*

Os dados estatísticos constituem a matéria prima das pesquisas estatísticas, uma vez que surgem sempre que se fazem mensurações ou se registram observações. Em anos recentes, a coleção de dados estatísticos cresceu de tal forma que seria impossível manter-nos atualizados, mesmo com uma pequena parte dos aspectos que interessam às nossas vidas, a menos que essas informações fossem difundidas em forma resumida. O método mais comum de resumir dados consiste em apresentá-los em forma condensada de tabelas ou gráficos (Freund; Simon, 2000, p. 23).

No mesmo contexto, Flores Neto (2013), destaca que na idade média as informações eram tabuladas com finalidades tributárias e bélicas, sendo que é durante o século XVI que surgem as primeiras análises sistemáticas, as primeiras tabelas e os números relativos. No século XVIII, a Estatística com feição científica é batizada por GODOFREDO ACHENWALL. As tabelas ficam mais completas, surgem as primeiras representações gráficas e os cálculos de probabilidades. A Estatística deixa de ser uma simples tabulação de dados numéricos para se

tornar “O estudo de como se chegar à conclusão sobre uma população, partindo da observação de partes dessa população (amostra)”.

Uma tabela (distribuição tabular), consiste em dispor os dados em linhas e colunas de modo ordenado. A elaboração de tabelas obedece à Resolução no 886, de 26 de outubro de 1966, do Conselho Nacional de Estatística. As normas de apresentação são editadas pela Fundação Brasileira de Geografia e Estatística (IBGE). As tabelas possuem: um: Título: O título deve responder as seguintes questões: - O que? (Assunto a ser representado (Fato)); - Onde? (O lugar onde ocorreu o fenômeno (local)); - Quando? (A época em que se verificou o fenômeno (tempo)). Cabeçalho: parte da tabela na qual é designada a natureza do conteúdo de cada coluna. Corpo: parte da tabela composta por linhas e colunas. Linhas: parte do corpo que contém uma sequência horizontal de informações. Colunas: parte do corpo que contém uma sequência vertical de informações. Coluna Indicadora: coluna que contém as discriminações correspondentes aos valores distribuídos pelas colunas numéricas. Casa ou célula: parte da tabela formada pelo cruzamento de uma linha com uma coluna. Rodapé: É o espaço aproveitado em seguida ao fecho da tabela, onde são colocadas as notas de natureza informativa (fonte, notas e chamadas). Fonte: refere-se à entidade que organizou ou forneceu os dados expostos. Notas e Chamadas: são esclarecimentos contidos na tabela (nota - conceituação geral; chamada - esclarecer minúcias em relação a uma célula) (LOPES, 2003, p. 5).

Os dados de interesse no estudo, serão apresentados em série e agrupados. Dados em série representam uma quantidade  $x$  de valores, enquanto que dados agrupados são dados organizados pelas quantidades de vezes em que ele se repete, ou seja, pela frequência que ele se apresenta, como pode se perceber nos exemplos contidos respectivamente no Quadro 1 e na Tabela 1:

Quadro 2 - Quadro para dados em série

Altura (m) dos estudantes Turma Z, Escola XXX, outubro/2018.

1,55	1,50	1,60	1,66	1,54	1,55	1,60	1,45	1,66	1,54
1,55	1,60	1,66	1,50	1,45	1,66	1,66	1,50	1,55	1,60

Fonte: Elaborado pela autora (2018).

Tabela 1 - Tabela para dados agrupados

Altura (m) dos estudantes Turma Z, Escola XXX, outubro/2018.

Altura	Estudantes
1,45	2
1,50	3
1,54	2
1,55	4
1,60	4
1,66	5

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.



### 2.3.3 Medidas de Tendência Central

Em Estatística, uma tendência central ou, normalmente, uma medida de tendência central, é um valor central ou valor típico para uma distribuição de probabilidade. É chamada ocasionalmente como média ou apenas centro da distribuição. As medidas de tendência central mais comuns são a média aritmética, a mediana e moda.

#### 2.3.3.1 Média Aritmética

Um dos cálculos mais básicos da Estatística é a média. Ela serve para resumir, em um número simples, uma série de valores sobre algo que está sendo analisado. Várias pessoas, de algum modo, já utilizaram ou utilizam constantemente os cálculos envolvendo médias. Pode ser considerada uma medida de tendência central, pois focaliza valores médios dentre os maiores e menores.

Damin, Junior e Pereira, relatam que, atualmente, pode-se “encontrar mais de dez medidas que representam o centro de um conjunto de dados, mas a média aritmética é a mais utilizada” (CARVALHO, 2011, p. 19). Acredita-se que a média aritmética seja a medida de tendência central mais utilizada por satisfazer o critério dos mínimos quadrados, o qual minimiza o quadrado dos resíduos. A média fornece um indicador que pode ser interpretado como um valor típico e que pode representar, em certas circunstâncias, um conjunto de dados. Além disso, é a base para o cálculo de outras medidas tais como o desvio padrão, coeficiente de variação, de correlação, dentre outras (MAGINA et al., 2010).

Para exemplificar o que foi dito anteriormente, retomam-se os dados do Quadro 1 e da Tabela 1 para cálculo da média aritmética contidos nos Quadro 2 e 3.

Quadro 3 - Cálculo da média aritmética dos dados do Quadro 1

Do quadro 1, tem-se										
1,55	1,50	1,60	1,66	1,54	1,55	1,60	1,45	1,66	1,54	
1,55	1,60	1,66	1,50	1,45	1,66	1,66	1,50	1,55	1,60	
Para determinar a média aritmética ( $\bar{x}$ ) com os dados em série é preciso somar todos os valores e dividir pela quantidade de valores:										
$\bar{X} = \frac{31,38}{20} = 1,57 \text{ m}$										

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 4 - Cálculo da média aritmética dos dados da Tabela 1

Da tabela 1, tem-se

Altura ( $x_i$ )	Estudantes ( $f_i$ )	$x_i \cdot f_i$
1,45	2	1,45 x 2 = 2,90
1,50	3	1,50 x 3 = 4,50
1,54	2	1,54 x 2 = 3,08
1,55	4	1,55 x 4 = 6,20
1,60	4	1,60 x 4 = 6,40
1,66	5	1,66 x 5 = 8,30
	20	31,38

Para determinar a média aritmética ( $\bar{x}$ ) com os dados agrupados é preciso somar o produto das alturas ( $x_i$ ) pela quantidade de vezes que ela aparece ( $f_i$ ) e dividir pelo número total de estudantes ( $N$ ):

$$\bar{X} = \frac{\sum(x_i \cdot f_i)}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{31,38}{20} = 1,57 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

### 2.3.3.2 Moda

A palavra “moda” significa, no cotidiano, ser “muito usado”, e segundo Clegg (1995) essa palavra expressa com propriedade o significado da moda Estatística. Esta é o valor que se repete o maior número de vezes, em um conjunto de valores, isto é, o mais frequente (ZAT, 2014).

Em Estatística, moda é uma das medidas de tendência central de um conjunto de dados. Dessa forma, ela pode ser definida como o valor que ocorre com maior frequência ou o valor mais comum em um conjunto de dados (Quadros 4 e 5). A moda é especialmente útil quando os valores ou as observações não são numéricas, casos em que a média e a mediana não podem ser definidas.

Quadro 5 - Determinação do valor da moda para os dados do Quadro 1

Do quadro 1, tem-se

1,55	1,50	1,60	1,66	1,54	1,55	1,60	1,45	1,66	1,54
1,55	1,60	1,66	1,50	1,45	1,66	1,66	1,50	1,55	1,60

A moda se verifica pelo valor que mais se repete, neste caso a moda será o valor 1,66 cm.

$$M_o = 1,66 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 6 - Determinação do valor da moda para os dados da Tabela 1

Da tabela 1, tem-se

Altura	Estudantes
1,45	2
1,50	3
1,54	2
1,55	4
1,60	4
1,66	5

A moda se verifica em ser a altura onde se concentra o maior número de estudantes. Neste caso a moda será o valor 1,66 cm.

$$M_O = 1,66 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

### 2.3.3.3 Mediana

Segundo Feijoo, (2010), a mediana é o valor médio de uma distribuição ordenada, que apresenta o mesmo número de valores abaixo e acima desse valor (Quadros 6 e 7). A mediana é um ponto da distribuição, tal que a probabilidade de um valor qualquer da distribuição, aleatoriamente escolhido, se situar acima da mediana é igual à probabilidade dele se situar abaixo da mesma. Isto é válido para qualquer distribuição, não importando a sua forma. Através da interpretação do valor mediano, pode-se afirmar, ao comparar dois ou mais grupos, qual é o que apresenta resultados mais elevados, e qual o que apresenta resultados menos elevados.

Quadro 7 - Cálculo da mediana dos dados do Quadro 1

Do Quadro 1:

1,55 1,50 1,60 1,66 1,54 1,55 1,60 1,45 1,66 1,54  
 1,55 1,60 1,66 1,50 1,45 1,66 1,66 1,50 1,55 1,60

Primeiramente ordena-se os valores:

1,45 1,45 1,50 1,50 1,50 1,54 1,54 1,55 1,55 **1,55**  
**1,55** 1,60 1,60 1,60 1,60 1,66 1,66 1,66 1,66 1,66

Para determinar a mediana ( $M_e$ ) com os dados em série, depois dos dados ordenados, se a quantidade de elementos for ímpar a mediana é o elemento mais central, se a quantidade for par a mediana é a média aritmética dos elementos mais centrais. Neste exemplo temos uma quantidade par de elementos então:

$$M_e = \frac{1,55 + 1,55}{2} = 1,55 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 8 - Cálculo da mediana dos dados da Tabela 1

Da Tabela 1:

Altura	Estudantes	$F_i$
1,45	2	2
1,50	3	5
1,54	2	7
1,55	4	11
1,60	4	15
1,66	5	20
20		

Para determinar a mediana ( $M_e$ ) com os dados agrupados é preciso dividir por dois o número total de estudantes ( $N$ ),  $\frac{20}{2} = 10$ , logo a mediana é a média aritmética entre o 10º e o 11º elemento,

$$M_e = \frac{1,55 + 1,55}{2} = 1,55 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

### 2.3.4 Medidas de Variabilidade

Medida de variabilidade é um índice que indica o grau de dispersão dos escores em torno da posição central. Destaca-se que tem por objetivo principal descrever a heterogeneidade do grupo e é, de um modo geral, utilizada como complemento da medida de tendência central. Na prática, é possível afirmar que mediante seu uso sabe-se que se os valores estão “muito concentrados” ao redor da média aritmética, esta será muito representativa; mas se os valores estão muito dispersos ao redor da média aritmética, esta será pouco representativa (FEIJOO, 2010).

#### 2.3.4.1 Desvio Médio

O desvio médio é considerado uma medida da dispersão dos dados em relação à média de uma sequência. É, portanto, o “afastamento” de alguns dados em relação a essa média. Esta medida representa a média das distâncias entre cada elemento da amostra e seu valor, conforme pode ser verificado nos Quadros 8 e 9.

Nesse sentido, Stevenson pontua e afirma que o desvio médio absoluto mede o desvio médio dos valores em relação à média do grupo, ignorando dessa forma, portanto, o sinal do desvio (1981, p. 26).

Quadro 9 - Cálculo do desvio médio dos dados do Quadro1

Do Quadro 1:

1,55	1,50	1,60	1,66	1,54	1,55	1,60	1,45	1,66	1,54
1,55	1,60	1,66	1,50	1,45	1,66	1,66	1,50	1,55	1,60

Para determinar o desvio médio precisamos determinar a soma de quanto cada valor se desviou da média aritmética ( $\bar{X}$ ), em valor absoluto, e fazer a média destes desvios:

$$\bar{X} = \frac{31,38}{20} = 1,57 \text{ m}$$

$$D_M = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$D_M = \frac{|1,55 - 1,57| + |1,50 - 1,57| + \dots + |1,55 - 1,57| + |1,60 - 1,57|}{20}$$

$$D_M = \frac{1,16}{20} = 0,06 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 10 - Cálculo do desvio médio dos dados da Tabela 1

A partir da Tabela 1:

Altura ( $x_i$ )	Estudantes ( $f_i$ )	$x_i \cdot f_i$	$f_i \cdot  x_i - \bar{X} $
1,45	2	1,45 x 2 = 2,90	2 ·  1,45 - 1,57  = 0,24
1,50	3	1,50 x 3 = 4,50	3 ·  1,50 - 1,57  = 0,21
1,54	2	1,54 x 2 = 3,08	2 ·  1,54 - 1,57  = 0,06
1,55	4	1,55 x 4 = 6,20	4 ·  1,55 - 1,57  = 0,08
1,60	4	1,60 x 4 = 6,40	4 ·  1,60 - 1,57  = 0,12
1,66	5	1,66 x 5 = 8,30	5 ·  1,66 - 1,57  = 0,45
	20	31,38	1,16

Para determinar o desvio médio precisamos determinar a soma do produto do quanto cada valor se desviou da média aritmética ( $\bar{X}$ ) pelo número de repetição de cada valor, em valor absoluto, e fazer a média destes desvios:

$$\bar{X} = \frac{\sum (x_i \cdot f_i)}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{31,38}{20} = 1,57 \text{ m}$$

$$D_M = \frac{\sum [f_i \cdot |x_i - \bar{X}|]}{N}$$

$$D_M = \frac{1,16}{20} = 0,06 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

### 2.3.4.2 Desvio Padrão

O desvio padrão configura-se como a medida de dispersão mais comumente usada para distribuições, e que pode ser considerada como uma medida de variabilidade dos dados de uma distribuição de frequências (Quadros 10 e 11). Isto é, o desvio padrão mede a dispersão dos

valores individuais em torno da média, e desempenha papel relevante em toda a estatística. Cabe notar que a unidade do desvio padrão é a mesma da média (STEVENSON, 1981, p. 30).

Quadro 11 - Cálculo do desvio padrão dos dados do Quadro 1

Do Quadro 1:

1,55	1,50	1,60	1,66	1,54	1,55	1,60	1,45	1,66	1,54
1,55	1,60	1,66	1,50	1,45	1,66	1,66	1,50	1,55	1,60

Para determinar o desvio padrão precisamos determinar a raiz quadrada do quociente da soma do quadrado de quanto cada valor se desviou da média aritmética ( $\bar{X}$ ) pelo número total de elementos:

$$\bar{X} = \frac{31,38}{20} = 1,57 \text{ m}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$s = \sqrt{\frac{(1,55 - 1,57)^2 + (1,50 - 1,57)^2 + \dots + (1,55 - 1,57)^2 + (1,60 - 1,57)^2}{20}}$$

$$s = \sqrt{\frac{0,09}{20}} = 0,07 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Quadro 12 - Cálculo do desvio padrão dos dados da Tabela 1

A partir da Tabela 1:

Altura ( $x_i$ )	Estudantes ( $f_i$ )	$x_i \cdot f_i$	$f_i \cdot (x_i - \bar{X})^2$
1,45	2	1,45 x 2 = 2,90	2. (1,45 - 1,57) <sup>2</sup> = 0,029
1,50	3	1,50 x 3 = 4,50	3. (1,50 - 1,57) <sup>2</sup> = 0,015
1,54	2	1,54 x 2 = 3,08	2. (1,54 - 1,57) <sup>2</sup> = 0,002
1,55	4	1,55 x 4 = 6,20	4. (1,55 - 1,57) <sup>2</sup> = 0,002
1,60	4	1,60 x 4 = 6,40	4. (1,60 - 1,57) <sup>2</sup> = 0,004
1,66	5	1,66 x 5 = 8,30	5. (1,66 - 1,57) <sup>2</sup> = 0,041
	20	31,38	0,093

Para determinar o desvio padrão precisamos determinar a raiz quadrada do quociente da soma do produto do quanto cada valor se desviou da média aritmética ( $\bar{X}$ ) ao quadrado pelo número de repetição de cada valor, e dividir pelo número total de estudantes.

$$\bar{X} = \frac{\sum(x_i \cdot f_i)}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{31,38}{20} = 1,57 \text{ m}$$

$$s = \sqrt{\frac{0,093}{20}} = 0,07 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Pelo exposto no Capítulo 2, evidencia-se que a Estatística representa um poderoso instrumento para o conhecimento do mundo e domínio da natureza, pois reflete modos de analisar informações e de elaborar respostas a diferentes problemas do cotidiano. Assim, seus conceitos estão cada vez mais presentes no rol de conteúdos da Educação Básica, por ser compreendida como uma ciência que não se restringe a um conjunto de técnicas. Ao contrário, ela contribui com conhecimentos que permitem lidar com a incerteza e a variabilidade dos dados, mesmo durante a coleta, possibilitando tomadas de decisões com argumentos mais significativos (LOPES, 2003).

Diante disso, evidencia-se a necessidade da compreensão dos conceitos da área de Estatística pela população em geral. Portanto, cabe aos sistemas de ensino organizar atividades pedagógicas capazes de proporcionar situações aos estudantes que efetivem a discussão desses temas nos contextos escolares.

### 3 APORTE TEÓRICO

A Estatística está presente em diversas situações do cotidiano. Constantemente circulam na mídia informações em forma de gráficos, percentuais, médias, dados agrupados, entre outros conceitos estatísticos. Tudo isso faz com que as pessoas possuam em suas estruturas cognitivas diversos conceitos subsunçores desta ciência. Desta forma, com o objetivo de situar o leitor, apresenta-se neste capítulo uma discussão dos fundamentos da TAS, que fundamenta teórica e metodologicamente esse trabalho.

#### 3.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa

O pressuposto central da TAS é de que o fator isolado mais importante, e que influencia a aprendizagem, é aquilo que o aprendiz já sabe (MOREIRA; MASINI, 2001, p. 17).

Para Santos (2017, p. 12), a teoria se refere à

associação de novos conhecimentos ministrados, quando interagem com informações armazenadas na memória cognitiva de quem se pretende ensinar. Não apenas fixação do conhecimento, mas quando necessário podem ser resgatados e reproduzidos, e por fim se transformando em conhecimento prévio para ancorar novos conceitos quando apresentados. Em relação a esse tema pode-se citar as concepções trazidas por Ausubel, em sua Teoria da Aprendizagem Significativa, que aponta para uma relação entre o conhecimento prévio do aluno com as novas informações que serão recebidas.

Isto é, o objetivo desta teoria é a ocorrência da aprendizagem significativa. Para Ausubel, este tipo de aprendizagem é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo (estrutura hierárquica de conceitos). Neste processo, a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, aquilo que o aprendiz já sabe, a qual Ausubel define como subsunçor, existente na estrutura cognitiva (estrutura hierárquica de conceitos).

Neste sentido, Pelizzari et al., (2002, p. 38), salientam que,

com esse duplo marco de referência, as proposições de Ausubel partem da consideração de que os indivíduos apresentam uma organização cognitiva interna baseada em conhecimentos de caráter conceitual, sendo que a sua complexidade depende muito mais das relações que esses conceitos estabelecem em si que do número de conceitos presentes. Entende-se que essas relações têm um caráter hierárquico, de maneira que a estrutura cognitiva é compreendida, fundamentalmente, como uma rede de conceitos organizados de modo hierárquico de acordo com o grau de abstração e de generalização. Neste processo a nova informação interage em comum à estrutura de conhecimento específico, que Ausubel chama de conceito “subsunçor”. Esta é uma palavra que tenta traduzir a inglesa “subsumir”.



Em outras palavras, a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se (interage) em subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. Esse processo de ancoragem da nova informação resulta em crescimento e modificação do conceito subsunçor. Isso significa que os subsunçores existentes na estrutura cognitiva podem ser abrangentes e bem desenvolvidos ou limitados e pouco diferenciados, dependendo da frequência e da intensidade com que ocorre a aprendizagem significativa em conjugação com um dado subsunçor.

De acordo com Santos (2017, p. 13),

em se tratando de conhecimento prévio do aluno é imprescindível que este exista, para que ocorra a aprendizagem significativa. É necessário saber quais são os subsunçores que esse aluno já possui em sua estrutura cognitiva, pois são esses que potencializam a aprendizagem dos novos conceitos e não há aprendizagem significativa sem subsunçores. Para uma melhor aprendizagem necessita que a estrutura cognitiva do aprendiz possua ideias relevantes para servir de âncora para o conteúdo que será apresentado. De acordo com o autor o material terá que apresentar potencial significação, pois só assim existirá uma aprendizagem que faça sentido.

À medida que esses novos conceitos forem aprendidos de maneira significativa, de forma não literal e nem arbitrária, ocorrerá um crescimento e elaboração dos conceitos subsunçores iniciais, ou seja, conforme a aprendizagem começa a ser significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e capazes de ancorar mais informações.

Para Ausubel, a aprendizagem significativa difere-se da aprendizagem mecânica. Esta é definida como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes e existentes na estrutura cognitiva. Neste caso, a informação é armazenada de forma arbitrária, isto é, ocorre sem que haja interação entre a nova informação e o que o estudante já sabe. O conhecimento assim adquirido fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva sem relacionar-se a conceitos subsunçores específicos.

Para facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa, Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios. Estes são materiais introdutórios apresentados antes do próprio material a ser aprendido, que servem de ponte para a nova aprendizagem e levam ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitam a aprendizagem subsequente. O uso de organizadores prévios é uma estratégia proposta por Ausubel para manipular a estrutura cognitiva a fim de facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa. Neste sentido, Ausubel salienta que os organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem ao passo que funcionam como “pontes cognitivas” que permitem que os estudantes superem o limite entre o que já sabem e aquilo que eles precisam saber, antes de poder realizar a tarefa apresentada.

Na falta de subsunçores, são os organizadores prévios os mecanismos pedagógicos auxiliares na ligação entre aquilo que o aprendiz já sabe e aquilo que irá adquirir. Nessa direção, Ribeiro, Silva e Koscianski (2012, p. 171), consideram que,

a justificativa para o uso dos organizadores prévios vem do fato de que as ideias existentes na estrutura cognitiva do aprendiz podem não ter a relevância e o conteúdo suficientes para estabelecerem ligações com as novas ideias introduzidas pelo material de instrução. Nesse caso, o organizador prévio faz o papel de mediador e também faz a alteração das ideias preexistentes, preparando-as para o estudo do material posterior.

No que diz respeito à aprendizagem significativa, de acordo com Moreira e Masini, (2001), Ausubel, considera que duas condições são necessárias para a sua ocorrência. A primeira condição é que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, ou seja, que o que se pretende ensinar seja relacionável à estrutura de conhecimento do aprendiz de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva). Isto significa que na estrutura cognitiva do aprendiz devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos, com os quais o novo material é relacionável. A segunda condição é que o aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária à sua estrutura cognitiva. Segundo o teórico, se uma dessas duas condições não for satisfeita, ocorrerá no aprendiz uma aprendizagem mecânica. Sobre essas condições, Pelizzari et al., (2002, p. 38) salientam que

para haver aprendizagem significativa são necessárias duas condições. Em primeiro lugar, o aluno precisa ter uma disposição para aprender: se o indivíduo quiser memorizar o conteúdo arbitrária e literalmente, então a aprendizagem será mecânica. Em segundo, o conteúdo escolar a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, ele tem que ser lógica e psicologicamente significativo: o significado lógico depende somente da natureza do conteúdo, e o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem. Cada aprendiz faz uma filtragem dos conteúdos que têm significado ou não para si próprio.

O processo de aquisição e organização de novos conhecimentos na estrutura cognitiva de um estudante é chamado por Ausubel (MOREIRA, 1999) de “teoria da assimilação”. Em tal teoria, uma nova informação potencialmente significativa é relacionada e assimilada a um conceito subsunçor preexistente na estrutura cognitiva do estudante. Como resultado dessa relação e assimilação, tem-se o produto interacional, isto é, o subsunçor modificado. Assim, a nova informação é subordinada aos conceitos subsunçores preexistentes. Nesta direção, a teoria ausubeliana apresenta três formas de aprendizagem significativa, segundo a teoria da assimilação: a subordinada, superordenada e a combinatória.

Segundo Ausubel, a maior incidência de aprendizagem significativa é do tipo subordinada, ou seja, a nova ideia aprendida se encontra hierarquicamente subordinada à ideia preexistente. Coll, Marchesi e Palácios (2007) comentam que a estrutura cognitiva do sujeito responde a uma organização hierárquica na qual os conceitos se conectam entre si mediante relações de subordinação, dos mais gerais aos mais específicos.

A aprendizagem em que a nova informação, mais geral que os subsunçores preexistentes, é adquirida e assimilada pela estrutura cognitiva do estudante chama-se de “aprendizagem superordenada”. Entretanto, quando os novos conceitos não estabelecem relação de subordinação ou de superordenação com um subsunçor específico, mas com um conteúdo geral presente na estrutura cognitiva do estudante, a aprendizagem é conhecida como “combinatória”.

Na aprendizagem superordenada, o novo conceito é mais geral e inclusivo que os conceitos subsunçores. Isso ocorre quando um conceito ou proposição mais geral do que algumas ideias já estabelecidas na estrutura cognitiva do estudante é adquirido e passa a ser assimilado. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980) a nova aprendizagem será superordenada quando se aprende uma nova proposição inclusiva que condicionará o surgimento de várias ideias, ocorrendo no curso do raciocínio, quando o material apresentando é organizado indutivamente ou envolve a síntese de ideias compostas.

A aprendizagem em que novas proposições que não apresentam relação subordinada nem superordenada com ideias relevantes já adquiridas anteriormente na estrutura cognitiva do estudante é denominada aprendizagem combinatória. Conforme Pozo (1998), na aprendizagem significativa combinatória, a ideia nova e as ideias já estabelecidas não estão relacionadas hierarquicamente, porém se encontram no mesmo nível, não sendo nem mais específicas nem mais inclusivas do que outras ideias. Ao contrário das proposições subordinadas e superordenadas, a combinatória não é relacionável a nenhuma ideia particular da estrutura cognitiva. Enquanto a aprendizagem significativa ocorre, conceitos são desenvolvidos, elaborados e diferenciados em decorrência de sucessivas interações. Do ponto de vista ausubeliana, o desenvolvimento de conceitos é facilitado quando os elementos mais gerais, mais inclusivos de um conceito são introduzidos em primeiro lugar. Este processo que é denominado por Ausubel de diferenciação progressiva, segundo Darroz (2018) ocorre quando se observa que o subsunçor se modificou a partir da introdução de uma nova informação, que também se alterou e recebeu novo significado. Logo, segundo Ausubel, o princípio da diferenciação progressiva deve ser levado em conta ao se programar o conteúdo, ou seja, as ideias mais gerais e mais inclusivas da disciplina devem ser apresentadas no início para, somente então, ser

progressivamente diferenciadas, em termos de detalhe e especificidade. Isto é, a diferenciação progressiva consiste em organizar o conteúdo de forma que conceitos mais gerais sejam aprendidos antes de conceitos mais específicos. Por exemplo, primeiro uma criança aprende que cão, gato, passarinho e jacaré são animais, e após ele aprenderá que cão e gato são mamíferos, passarinho é uma ave, e jacaré é um réptil (MOREIRA, 2012).

Para Moreira e Masini (2001, p. 29-30) ao propor a diferenciação progressiva, Ausubel baseia-se em duas hipóteses:

- a) É mais fácil para seres humanos captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo previamente aprendido do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas. b) A organização do conteúdo de uma certa disciplina na mente de um indivíduo é uma estrutura hierárquica na qual as ideias mais inclusivas estão no topo da estrutura e progressivamente incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais diferenciados.

Além disso, Ausubel indica que a instrução deve também explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças importantes, bem como reconciliar possíveis discrepâncias reais e aparentes. Isso deve ser feito para se atingir o que Ausubel denomina de reconciliação integrativa. A reconciliação integrativa é abordada e interpretada por Zompero e Laburú (2010, p. 38) como sendo

a pluralidade de modos de representação poderá favorecer a aprendizagem significativa por possibilitar a conexão de um novo conhecimento à estrutura cognitiva do estudante de modo a promover a relação não arbitrária e substantiva desses conhecimentos aos subsunçores, e possivelmente auxiliar a reorganização dos conhecimentos já existentes na estrutura de conhecimento dos alunos, produzindo novos significados, como ocorre na reconciliação integrativa. Portanto, a utilização de modos e formas variadas de representações nas atividades de ensino estimula a reorganização das ideias dos alunos para construir significados científicos mais coesos.

Por fim, de acordo com Ausubel, a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. A melhor maneira de procurar evidências de compreensão significativa é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar, que requeiram máxima transformação do conhecimento adquirido. Neste sentido, Moreira (2012, p. 24) salienta que

a avaliação da aprendizagem significativa deve ser predominantemente formativa e recursiva. É necessário buscar evidências de aprendizagem significativa, ao invés de querer determinar se ocorreu ou não. É importante a recursividade, ou seja, permitir que o aprendiz refaça, mais de uma vez se for o caso, as tarefas de aprendizagem. É importante que ele ou ela externalize os significados que está captando, que explique, justifique, suas respostas.

Assim, a partir do que foi exposto, pode-se inferir que o papel do professor na facilitação da aprendizagem significativa envolve pelo menos quatro tarefas fundamentais: identificar a estrutura conceitual e proposicional da matéria de ensino; averiguar quais os subsunçores relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado que o aprendiz deve ter em sua estrutura cognitiva; propor atividades didáticas que possibilitem que o novo conhecimento se relacione aos subsunçores especificamente relevantes e ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a aquisição da estrutura conceitual da matéria de ensino de uma maneira significativa.

Tendo como base os pressupostos da TAS de David Paul Ausubel, considera-se que os conceitos de Estatística são ferramentas importantes para a compreensão da realidade contemporânea. Ademais, percebe-se que é de vital importância desenvolver uma proposta que una estas duas áreas do saber na tentativa de proporcionar condições capazes de favorecer o desenvolvimento de aprendizagens que levem o estudante a analisar, criticar e interagir com o mundo que o cerca.

## 4 PROPOSTA

A presente proposta constitui-se de uma sequência didática que versa sobre os conceitos básicos de Estatística, estruturados de acordo com a TAS de Ausubel. Como referido, esta sequência didática foi desenvolvida junto a um grupo de oito acadêmicos do sexto nível do curso de Matemática Licenciatura da UPF na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III.

Para tal, a sequência compreende 20 horas, distribuídas em cinco encontros, sendo que no primeiro encontro foi apresentada a TAS, visando o entendimento dela pelos participantes, uma vez que ela fundamenta a sequência. Nos demais encontros, foram abordados os conceitos de média aritmética, moda, mediana e desvio padrão para dados em série e para dados agrupados. Esses conceitos emergiram de uma investigação prévia, na qual buscou-se identificar as lacunas conceituais da área presentes nas estruturas cognitivas de 200 acadêmicos ingressantes no curso superior.

Na sequência, detalha-se a pesquisa para a identificação dessas lacunas, o processo de elaboração da proposta, a implementação da sequência didática e o produto educacional originado deste estudo.

### 4.1 A elaboração da sequência didática

Conforme Prezotto e Kist (2016), relacionar os conteúdos com as situações cotidianas, usar recursos tecnológicos e propor situações em que o aluno se torne autor de sua aprendizagem são caminhos que têm apresentado resultados satisfatórios, mas que exigem um constante processo de investigação e elaboração por parte do professor. Bayer e Echeveste (2003) recomendam que um dos caminhos possíveis para minimizar essa situação seria identificar as dificuldades dos estudantes de nível médio. Isto é, para os autores, identificar as lacunas conceituais da área apresentadas pelos egressos da educação básica pode fornecer aos docentes de Matemática e/ou Estatística informações importantes para o redimensionamento dos estudos da área.

Diante deste contexto, para definir os conceitos que seriam abordados na sequência didática, realizou-se uma pesquisa visando evidenciar as lacunas conceituais de Estatística oriundas da Educação Básica<sup>2</sup>.

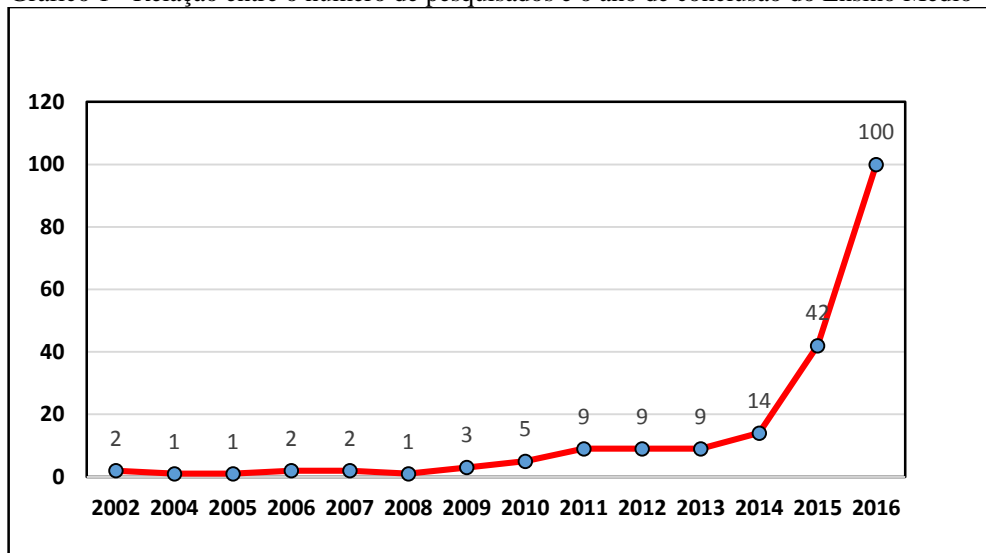
---

<sup>2</sup> A investigação aqui relatada está descrita no artigo: “Conceitos Básicos de Estatística: as lacunas conceituais de acadêmicos ingressantes no curso superior” publicado na revista *Thema* (ISSN 2177-2894).

O grupo de participantes desta investigação constituiu-se de 200 acadêmicos de curso superior que, no segundo semestre de 2017, estavam matriculados nos cursos de Ciências Contábeis, Administração, Agronomia, Medicina Veterinária, Engenharia de Alimentos, Bacharelado em Química e Fabricação Mecânica de uma universidade comunitária do Norte do Rio Grande do Sul. Tendo em vista que o objetivo da pesquisa consistia em identificar as lacunas conceituais oriundas da educação básica, definiu-se que esses sujeitos não poderiam ter frequentado, até o momento da coleta de dados, disciplinas que apresentassem em seus conteúdos programáticos conceitos de Estatística.

Como se pode perceber no Gráfico 1, do total de pesquisados 50% concluíram o Ensino Médio em 2016. Ainda, vale ressaltar que dos participantes da pesquisa 53,5% eram do sexo masculino e 77% haviam concluído o Ensino Médio na rede pública de ensino.

Gráfico 1 - Relação entre o número de pesquisados e o ano de conclusão do Ensino Médio



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Para a coleta dos dados, utilizou-se um instrumento de pesquisa (Quadro 12) composto por quatro questões abertas, elaboradas especialmente para esta investigação. A primeira questão buscava avaliar a compreensão da análise gráfica dos acadêmicos para a determinação do cálculo da média aritmética. A segunda abordava dados em série com o intuito de verificar os conhecimentos sobre moda, mediana e desvio padrão. Na sequência, apresentava-se uma questão na qual os acadêmicos deveriam, com base na tabela, construir uma representação gráfica (linhas ou colunas). Por fim, a última questão solicitava que, a partir de uma representação tabular com dados agrupados, os participantes determinassem a média, a moda, a mediana e o desvio padrão para esses dados.

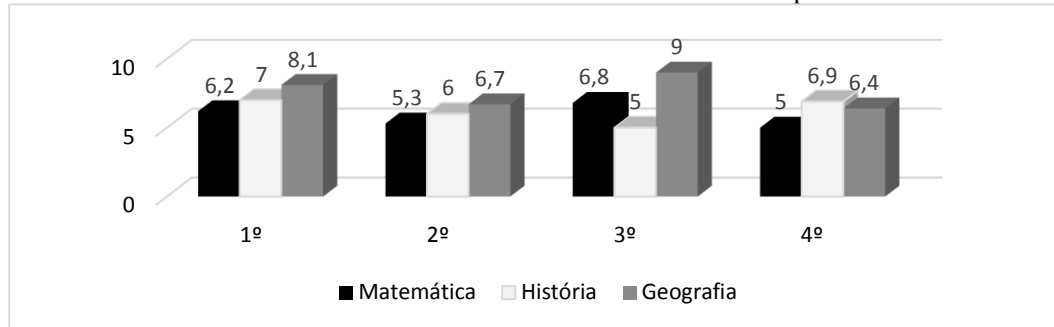
Quadro 13 - Instrumento de coleta de dados aplicado na investigação

**DADOS DE IDENTIFICAÇÃO:**

- Curso: \_\_\_\_\_
- Em que ano você concluiu o Ensino Médio? \_\_\_\_\_
- Que tipo de escola frequentou? ( ) Pública ( ) Privada
- Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

**QUESTÕES:**

1. O gráfico abaixo apresenta as notas de Marcelo nas disciplinas de Matemática, História e Geografia, nos quatro bimestres de um ano letivo. Calcule a média final de Marcelo na disciplina de Matemática.



2. Determine a moda, a mediana e o desvio padrão do seguinte conjunto de valores:  
**2, 5, 7, 8, 11, 17, 2, 7, 2.**
3. A partir do quadro abaixo, construa um gráfico de colunas ou de linhas:

Número de transplantes de pulmão no Brasil de 2008 a 2011

Ano	Número de transplantes
2008	53
2009	59
2010	61
2011	49

Fonte: <<http://www.abto.org.br/abtov02/portugues/populacao/rbt/mensagemRestrita>>.

4. Observe a tabela e determine a média aritmética, a moda, a mediana e o desvio padrão da vida útil dos aparelhos.

Fabricação de aparelhos de MP3 – Indústria “XXX” – XXXXXXXXXX/RS – Junho/2017.

Vida útil (meses)	Número de aparelhos
6	7
12	22
18	40
24	31

Fonte: Fictícia.

Fonte: Elaborado pela autora, 2017.

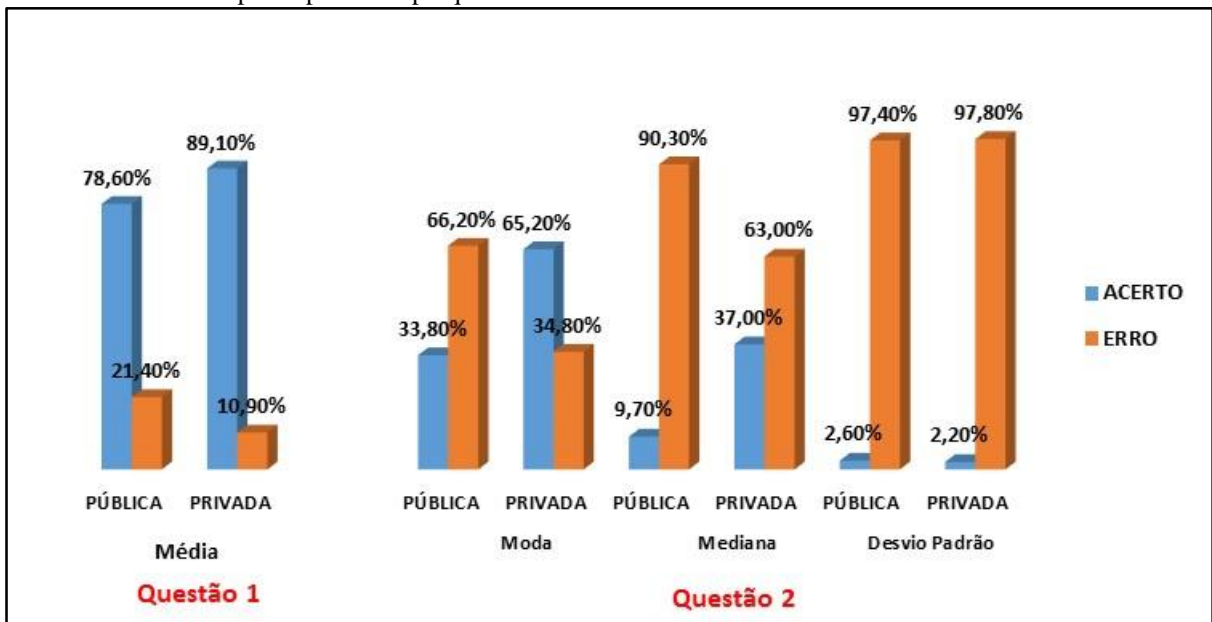
A coleta de dados foi realizada na primeira aula do segundo semestre letivo de 2017, por professores da área de Estatística, mediante instruções padronizadas. Os resultados foram agrupados por índices de acertos de cada uma das questões e representados em gráficos para



identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos participantes e, dessa forma, perceber suas lacunas conceituais quanto aos conceitos básicos de Estatística.

As respostas dadas para as questões de número 1 e 2 foram corrigidas e agrupadas de acordo com a rede de ensino em que os participantes cursaram o Ensino Médio, e os resultados estão contidos no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Percentual de acerto/erro das questões de número 1 e 2 de acordo com a rede de ensino de conclusão do Ensino Médio dos participantes da pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Os dados contidos no Gráfico 2 demonstram que a maioria dos participantes da pesquisa (78,60% dos egressos de escolas públicas e 89,10% dos egressos de escolas da rede privada) consegue retirar corretamente as informações de uma representação gráfica e realizar o cálculo da média aritmética. Esse fato indica que os conceitos estatísticos envolvidos são bem compreendidos pelos participantes, uma vez que muitos erraram a questão apenas devido a equívocos relacionados às operações de adição e multiplicação. Por esse motivo, conclui-se que retirar dados de uma representação gráfica e determinar a média aritmética de dados em série não corresponde a uma lacuna conceitual oriunda da educação básica.

Quanto à segunda questão, percebe-se, por meio dos dados contidos no Gráfico 2, que os conceitos de mediana e desvio padrão não são plenamente compreendidos pela maior parte dos participantes da pesquisa. Desses, o conceito de desvio padrão é o que apresenta o maior índice de erro, tendo em vista que a quase totalidade dos participantes, sejam oriundos de escolas públicas ou privadas, não relacionam esse tema a uma medida de dispersão em torno da média populacional de uma variável aleatória.

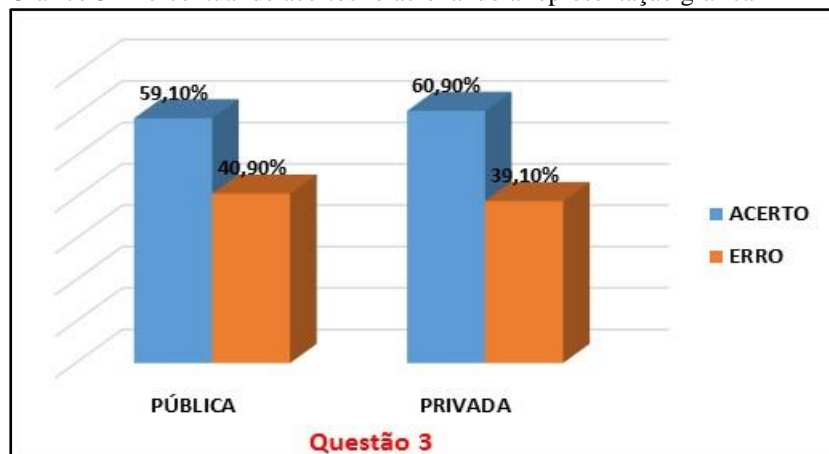
No que diz respeito à interpretação de mediana como o valor que separa a metade maior e a metade menor de uma amostra, uma população ou uma distribuição de probabilidade, nota-se que a maioria (90,30%) dos acadêmicos que cursaram o Ensino Médio em escolas da rede pública apresentou dificuldades em determinar o conjunto de valores apresentados. Entre os participantes que realizaram seus estudos de nível médio em escolas privadas, o índice de respostas corretas aumenta. Porém, como se pode perceber nos dados do Gráfico 2, a maioria (63,00%) não conseguiu definir corretamente a mediana da série.

Os resultados relativos à moda, conceito que está relacionado às medidas de tendência central de um conjunto de dados, apresentam discrepâncias. Enquanto apenas 33,80% dos participantes oriundos da rede pública de ensino conseguiu determinar a moda da série envolvida, 65,20% dos egressos de instituições da rede privada de ensino acertaram o valor que corresponde à tendência central da série.

Esses resultados apontam para a existência de dificuldades dos participantes egressos da rede pública de ensino nos três conceitos pesquisados. Os baixos índices de acertos e os erros cometidos na tentativa de resolver a questão permitem concluir que esses temas não foram ou foram pouco explorados no decorrer do período de nível médio nas redes públicas, de modo que esses conceitos parecem consistir em lacunas conceituais para esses sujeitos. Para os participantes que frequentaram escolas privadas, os resultados levam à conclusão de que uma das lacunas conceituais existentes se refere ao conceito de desvio padrão, embora a maioria desses egressos não tenha conseguido encontrar o valor correto para a mediana.

As respostas dadas à terceira questão, a qual solicitava aos participantes que efetuassem uma representação gráfica dos dados apresentados, estão evidenciadas no Gráfico 3, apresentado na sequência.

Gráfico 3 - Percentual de acertos relacionando a representação gráfica

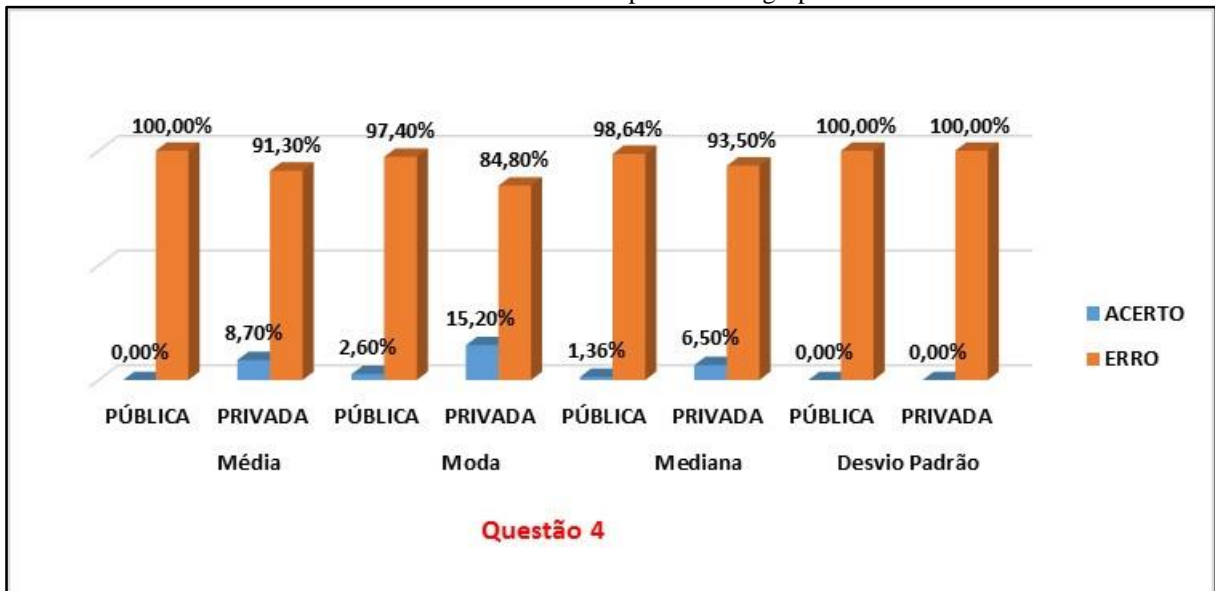


Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Para essa questão, como mostra o Gráfico 3, verifica-se que 59,10% dos egressos de escolas públicas e 60,90% dos egressos de escolas da rede privada conseguiram construir corretamente o gráfico a partir da representação tabular. Dessa forma, pode-se concluir que a maioria dos participantes não apresenta lacunas conceituais sobre o tema.

A última questão buscava identificar se os participantes, a partir de uma tabela com informações numéricas de tamanho grande, ou dados agrupados, conseguiriam determinar a média aritmética, a moda, a mediana e o desvio padrão. Após a correção, obtiveram-se os resultados apresentados no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Percentual de acertos relacionando as medidas para dados agrupados



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Conforme o Gráfico 4, a quarta questão mostrou-se como uma tarefa difícil para todos os participantes. Os baixos índices de acertos evidenciados na efetivação do valor correspondente aos elementos básicos de Estatística em foco demonstram que tanto os egressos do ensino público quanto os que frequentaram escolas da rede privada apresentam lacunas conceituais nesses assuntos.

Para ampliar a análise dos dados, aplicou-se o teste exato de Fisher. A opção por este teste deve-se ao fato de que ele consiste em um Teste de Significância Estatística utilizado na análise de tabelas de contingência 2x2. Isto é, constitui-se de uma versão do teste qui-quadrado. Ainda, os resultados deste testam geram valores de  $p$  que permitem rejeitar ou aceitar a hipótese inicial. Na investigação, o teste foi utilizado a fim de averiguar se as respostas dadas pelos acadêmicos que cursaram o Ensino Médio na rede pública apresentam diferenças estatisticamente significativas em relação às respostas dos egressos da rede privada.

Os resultados obtidos para os conceitos de média aritmética, moda, mediana e desvio padrão para dados em série são apresentados no Quadro 13.

Quadro 14 - Análise do teste exato de Fisher para as medidas para dados em série

Média aritmética	p = 0,0783
Moda	p = 0,0001
Mediana	p = 0,0001
Desvio padrão	p = 0,6754

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Mediante a interpretação dos dados obtidos na determinação do cálculo da média aritmética ( $p = 0,0783$ ) e do desvio padrão ( $p = 0,6754$ ) dos dados em série, verifica-se que as respostas dos acadêmicos que cursaram o Ensino Médio em escolas da rede pública não apresentam diferenças estatisticamente significativas em relação às fornecidas pelos egressos de instituições privadas de ensino. Dessa forma, e considerando os índices anteriormente expostos, conclui-se que o conceito relativo à média aritmética é compreendido pelos participantes, enquanto os assuntos relacionados ao desvio padrão consistem em uma lacuna conceitual para a maioria deles, independentemente da rede de ensino frequentada no decorrer do Ensino Médio.

Para moda e mediana, os resultados do teste ( $p = 0,0001$  para os dois conceitos) indicam que há diferenças estatisticamente significativas entre as respostas de egressos de escolas públicas e privadas. Os índices de acerto revelam que o desempenho dos egressos de escolas da rede privada é melhor que o dos ex-alunos de escolas públicas. Porém, na determinação da mediana, os índices de erro superam os de acertos nas respostas dadas pelos egressos de ambas redes, levando a inferir que esse conceito também se constitui como uma lacuna conceitual para os dois grupos. Em relação à moda, os resultados apontam que o tema pode ser considerado uma lacuna conceitual para estudantes que cursaram o Ensino Médio na rede pública.

No que diz respeito à representação gráfica solicitada na questão 3, o resultado do teste exato de Fisher ( $p = 0,4846$ ) mostra não haver diferenças estatisticamente significativas entre o desempenho dos acadêmicos participantes em função da rede de ensino. Conforme os resultados anteriormente apresentados, os acadêmicos apresentam dificuldades quanto a esse assunto, possibilitando concluir que essa não é uma lacuna conceitual na sua formação básica.

Os resultados do teste exato de Fischer para os dados agrupados estão contidos no Quadro 14. Ressalta-se que, nesse quadro, não está representado o resultado relativo à determinação do desvio padrão, uma vez que nenhuma das respostas dos participantes foi considerada correta.

Quadro 15 - Análise do teste exato de Fisher para as medidas para dados agrupados

Média aritmética	p = 0,0025
Moda	p = 0,0035
Mediana	p = 0,0810

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Ainda, segundo os resultados alcançados no teste exato de Fisher e apresentados no Quadro 3, salienta-se, através dos valores de significância, que, no cálculo da média aritmética e da moda para dados agrupados, existe uma diferença significativa entre os alunos, de acordo com a rede de ensino frequentada, tendo melhor desempenho os egressos da rede privada. Para a mediana verifica-se que não existe diferença significativa entre os dois grupos. No entanto, como já evidenciado, o baixo índice de acertos em ambos os estratos leva à conclusão de que esses três conceitos, acrescidos do tema desvio padrão para dados agrupados, correspondem a lacunas conceituais dos participantes da pesquisa.

De acordo com os resultados obtidos, ao ingressarem no curso de graduação, os estudantes não dominam satisfatoriamente os conceitos básicos de Estatística, de modo que apresentam lacunas conceituais importantes na área, as quais podem representar dificuldades para o prosseguimento dos estudos em nível superior. A pesquisa identificou que essas lacunas residem, principalmente, nos dados agrupados. Nesse campo, percebeu-se que a maioria dos acadêmicos pesquisados não compreende como se determinam a média aritmética, a moda, a mediana e o desvio padrão. Para os dados em série, destaca-se que os resultados indicam a existência de lacunas conceituais, sobretudo, no que diz respeito à determinação do desvio padrão e da mediana.

No que tange às dificuldades de Estatística básica apresentadas por egressos da rede pública de ensino e por aqueles que frequentaram a rede privada, o teste exato de Fisher demonstrou que, para alguns elementos pesquisados existem diferenças estatisticamente significativas entre as respostas. Evidencia-se, claramente, que os acadêmicos que estudaram em escolas da rede privada apresentam melhor resultado nas respostas em relação aos egressos do ensino público. Tais constatações indicam que, possivelmente nos estabelecimentos públicos de ensino, esses conceitos foram trabalhados de forma superficial, ou também é possível que não foram trabalhados.

A partir da identificação das lacunas conceituais dos conteúdos básicos de Estatística, organizou-se a sequência didática de forma que todos os encontros deveriam iniciar com a constatação dos conhecimentos subsunçores e da implementação de um material potencialmente significativo que promova a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa.

Considerando o objetivo estabelecido, a seguir apresenta-se o detalhamento do cronograma de aplicação da sequência proposta e a descrição dos conceitos, objetivos e metodologia de cada um dos encontros previstos. No final do capítulo descreve-se o produto educacional desenvolvido.

#### 4.2 Cronograma de implementação da sequência didática

No Quadro 15, é apresentado o cronograma de aplicação da sequência didática, que foi desenvolvida em cinco encontros em um total de 20 horas-aula<sup>3</sup>.

Quadro 16 - Cronograma de aplicação da sequência didática

Encontro	Data	Conteúdo(s)
1° (4 h) Teoria da Aprendizagem Significativa	14/09/2018	Apresentação da TAS
2° (4 h) Estatística: Origem e Elementos Básicos	21/09/2018	Origem da Estatística População e Amostra Coleta de dados Tabulação de dados Diferença entre dados em série e dados agrupados
3° (4 h) Dados em Série	28/09/2018	Elementos de dados em série Média Aritmética Moda Mediana Desvio Médio Desvio Padrão
4° (4 h) Dados Agrupados	05/10/2018	Elementos de dados agrupados Média Aritmética Moda Mediana Desvio Médio Desvio Padrão
5° (4h) Avaliação da proposta	19/10/2018	Entrevistas semiestruturadas Resolução de situações problema

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

#### 4.3 Descrição dos encontros

Na descrição dos encontros proposta neste item, descrevem-se os objetivos, os conceitos abordados em cada um dos encontros projetados e a metodologia que foi desenvolvida no decorrer da implementação da proposta. Salienta-se, no entanto, que as atividades dos encontros aqui descritas também estão contidas no produto educacional, denominado de “*Conceitos básicos de Estatística: uma sequência didática para o Ensino Médio*”.

<sup>3</sup> Cada hora-aula corresponde a 45 minutos.

#### 4.3.1 Primeiro encontro: Teoria da Aprendizagem Significativa

No início deste encontro foi entregue o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para os acadêmicos (Anexo A) que foi lido e assinado por todos. Cabe ressaltar que a implementação do produto já havia sido autorizada pela coordenação do curso (Anexo B).

Na sequência, iniciou-se o desenvolvimento da proposta, sendo que este encontro teve como objetivo apresentar a TAS, visando o entendimento dela pelos participantes, uma vez que ela fundamenta a sequência. Esta tarefa foi desenvolvida em quatro horas-aula.

Inicialmente, foi exposta a proposta da sequência didática, e a dinâmica dos encontros (Apêndice A). Por meio de questionamentos verificou-se que os acadêmicos tinham algum conhecimento da TAS, pois haviam adquirido algumas noções através de disciplinas da grade curricular do curso que estão frequentando. Posteriormente, foram apresentados dois vídeos<sup>4</sup> que remetem à ideia da aprendizagem significativa e fornecem uma explicação simples sobre a TAS de David Paul Ausubel.

Na sequência foi entregue um texto para leitura (Apêndice B) sobre a TAS. A mesma foi explicada na forma de slides no *Power Point* (Apêndice C) e solicitada a participação dos acadêmicos na atividade, uma vez que já tinham assistido aos vídeos e realizado leituras sobre a teoria. Logo após realizou-se um debate com os participantes, no qual foram feitos questionamentos e citados exemplos de quando uma aprendizagem é considerada significativa. Isto é, deixou-se claro para os acadêmicos que uma das possibilidades para verificar se há indícios de aprendizagem significativa quando os estudantes conseguem aplicar os conceitos estudados em contextos diferentes daqueles desenvolvidos no contexto escolar.

Como forma verificar os conhecimentos subsunçores dos acadêmicos com relação ao conteúdo do encontro seguinte, cada participante recebeu uma folha em branco e foi solicitado a eles que escrevessem sobre o que era e o que sabiam de Estatística.

#### 4.3.2 Segundo encontro: Estatística: Origem e Elementos Básicos

Este encontro tem como objetivo abordar o histórico do surgimento da Estatística, construir os conceitos de população, amostra, coleta dados, elaboração de tabelas e o estabelecimento da diferença entre dados em série e dados agrupados. Sugere-se que a etapa seja desenvolvida em quatro horas-aula.

---

<sup>4</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=eyz6dnlHfxQ>; <https://www.youtube.com/watch?v=hPx5hSqB9iA>. Estes vídeos tem uma duração de 5 minutos e 10 segundos.

O estabelecimento da ponte entre os conhecimentos evidenciados pelos acadêmicos e os assuntos relacionados à origem da Estatística, população e amostra, coleta de dados, tabulação de dados e diferença entre dados em série e dados agrupados, foi efetivado a partir da visualização do vídeo<sup>5</sup>, História da Estatística, que serviu como organizador prévio e possui duração de 3 minutos e 10 segundos. Ele apresenta a ideia de quão antiga foi a necessidade da utilização de cálculos estatísticos, além de evidenciar a noção dos conceitos a serem desenvolvidos.

Após a visualização do vídeo, foi proporcionado um tempo ao grande grupo para o estabelecimento de um diálogo entre os acadêmicos, que comentaram sobre o que assistiram. No decorrer desta discussão foi proposta uma pesquisa sobre a idade das pessoas, objetivando coletar dados para discussão e análise dos conteúdos que seriam desenvolvidos na sequência.

No decorrer da atividade, e buscando promover a diferenciação progressiva dos conceitos de amostra e população, sugeriu-se aos acadêmicos que se organizassem em dois grupos e coletassem informações relativas à idade e altura de seus colegas.

A partir disso, e, fazendo uso dos dados, foi construído com os acadêmicos a concepção de que o tratamento da informação se dá pela amostra. Isto é, fortalece-se a compreensão de que a amostra corresponde a uma parte significativa da população. Para isto foi solicitado aos acadêmicos que organizassem duas tabelas. A primeira com os dados em série e a segunda com os dados agrupados.

Após o estabelecimento dos conceitos de população e amostra, buscou-se a compreensão dos dados em série e dados agrupados com os conceitos subsunçores evidenciados na primeira parte da etapa.

Ao término da construção das tabelas estabeleceu-se um diálogo com a turma para que os acadêmicos percebessem a diferença entre dados em série e dados agrupados. Como forma de fortalecer a diferenciação progressiva, a reconciliação integrativa e promover a assimilação dos conceitos estudados, foi solicitado que os grupos socializassem as tabelas organizadas e avaliassem as informações nelas contidas. Posteriormente, foi entregue um exercício (Apêndice D) para identificar se os acadêmicos apresentaram indícios de aprendizagens significativas sobre os conceitos abordados nesta etapa.

Para validar os conhecimentos subsunçores dos acadêmicos, relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados em série, assunto do próximo encontro, foi entregue a cada participante um exercício (Apêndice E).

---

<sup>5</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=jCzMPL7Ub2k>.



Este exercício foi resolvido individualmente pelos acadêmicos e entregue à professora pesquisadora para que fosse analisado na tentativa de evidenciar os conceitos subsunçores dos participantes.

#### *4.3.3 Terceiro encontro: Dados em Série*

Como o intuito de tratar a informação apresentada em série, espera-se que, neste encontro, seja estabelecida a compreensão sobre a determinação de medidas de tendência central como, média aritmética, moda e mediana e também desvio médio e desvio padrão. Para isso, indica-se que a etapa seja desenvolvida em quatro horas-aula.

Visando estabelecer uma ligação entre os conceitos evidenciados no exercício anterior (Apêndice E) e os assuntos que serão abordados na etapa foi utilizado o gráfico<sup>6</sup> da reportagem “AL registra 61,8 mortes a cada 100 mil habitantes em 2014, aponta Secretaria” como organizador prévio. Este gráfico é fruto de uma pesquisa realizada sobre o número de homicídios registrados em Alagoas no ano de 2014, segundo o Boletim Mensal da Estatística Criminal de Alagoas, divulgado pela Secretaria de Estado da Defesa Social e Ressocialização (SEDRES). O levantamento aponta uma média de 61,8 assassinatos a cada 100 mil habitantes.

A partir da leitura do gráfico foi retomada a pesquisa realizada na primeira etapa sobre a idade, uma vez que os dados desta tabela estão em série.

Com estes dados, e com o intuito de promover a diferenciação progressiva, inicialmente, foi estabelecido um espaço para a discussão de como os acadêmicos imaginavam que esses valores pudessem ser representados. No decorrer da discussão, reforçou-se a concepção de que cada idade correspondia a um estudante e, que para a generalização pode-se identificar esses valores.

Após a compreensão e generalização dos valores, passou-se ao estudo de Medidas de Tendência Central. Para tal, foi estabelecido um diálogo com os acadêmicos acerca de como se determinava a média aritmética, moda e mediana.

Ainda como forma de promover a reconciliação integrativa dos assuntos abordados até o momento, a discussão foi ampliada e os acadêmicos motivados a determinar a média, moda e mediana das idades da turma.

Dando continuidade aos objetivos propostos a partir desta parte da etapa, iniciou-se o estudo relacionado ao desvio médio e ao desvio padrão.

---

<sup>6</sup> Disponível em: <http://g1.globo.com/al/alagoas/noticia/2015/02/al-registra-618-mortes-cada-100-mil-habitantes-em-2014-aponta-secretaria.html>

Nesse sentido, e com o objetivo de proporcionar a diferenciação progressiva, foi apresentada uma nova situação. Depois que os acadêmicos visualizaram e compreenderam a temática da nova situação, iniciou-se a construção dos conceitos de desvio médio e desvio padrão.

Por fim, ao estabelecer a assimilação desses conceitos, os acadêmicos foram auxiliados a concluir a generalização do desvio médio e do desvio padrão.

Como fechamento desta etapa e, na busca por identificar se há indícios de que os estudantes aprenderam significativamente os conceitos abordados, solicitou-se aos aprendizes respondessem a uma nova situação problema (Apêndice F).

Na sequência, a fim de verificar os conhecimentos subsunçores dos acadêmicos, os mesmos se organizaram em duplas de modo aleatório. Foi entregue para cada dupla um exercício (Apêndice G) para a identificação dos conceitos subsunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados agrupados. Este exercício foi resolvido pelas duplas de acadêmicos e em seguida entregue, uma vez que foi analisado na tentativa de evidenciar os conceitos subsunçores dos aprendizes.

#### *4.3.4 Quarto encontro: Dados Agrupados*

O objetivo do quarto encontro foi tratar a informação apresentada para dados agrupados e estabelecer a compreensão sobre a determinação das medidas de tendência central, média aritmética, moda e mediana, e também desvio médio e desvio padrão. Nesse sentido, sugere-se que a etapa seja desenvolvida em quatro horas-aula.

Pretendendo constituir uma ligação entre os conceitos evidenciados no exercício anterior (Apêndice G) e os assuntos que serão abordados na etapa, foi utilizado o vídeo<sup>7</sup> intitulado “IBGE explica” como um organizador prévio. O vídeo tem duração de 5 minutos e 38 segundos e foi selecionado porque relata o conceito e como se determinam alguns índices estatísticos, servindo, portanto, de ponte entre os conceitos subsunçores e os conceitos que serão trabalhados nesta etapa.

A partir da visualização do vídeo, retomou-se a pesquisa realizada na primeira etapa sobre a idade dos estudantes, considerando que os dados dessa pesquisa estão agrupados na tabela. Inicialmente, para promover a diferenciação progressiva, foi estabelecido um espaço para a discussão de como os acadêmicos imaginavam que esses valores pudessem ser

---

<sup>7</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=JvcDZOIIMBk>

representados. Após a compreensão de como agrupar os valores, passou-se ao estudo de Medidas de Tendência Central. Para tal, foi estabelecido um diálogo com os acadêmicos acerca de como se determinaria a média aritmética, moda e mediana para dados agrupados. A partir dos comentários efetuados no decorrer da conversa, foi construído com os acadêmicos a concepção dos conceitos. Com a média aritmética, moda e mediana para dados agrupados determinada, estabeleceu-se um diálogo para que os participantes compreendessem o significado do resultado.

Dando sequência aos objetivos propostos, a partir deste ponto iniciou-se o estudo relacionado ao desvio médio e ao desvio padrão. Desse modo, e com o intuito de proporcionar a diferenciação progressiva, foi apresentada uma nova situação que contém dados fictícios sobre a produção em quilogramas de 50 produtos. Depois que os estudantes visualizaram e compreenderam a temática da nova situação foram construídos os conceitos de desvio médio e desvio padrão.

Por fim, almejando a assimilação dos conceitos, os acadêmicos foram auxiliados a inferir sobre a generalização dos desvios. Dessa forma, foi possível orientar para que os dados fossem inseridos corretamente.

Como fechamento desta etapa e, na busca por identificar se os acadêmicos haviam aprendido significativamente os conceitos abordados, foi proposto que os mesmos respondessem a uma nova situação problema (Apêndice H).

#### *4.3.5 Quinto encontro: Avaliação da proposta*

Este quinto encontro teve por principal objetivo buscar evidenciar a eficácia didática da proposta implementada. Para isso foi realizada entrevista com cada acadêmico. Os mesmos foram entrevistados individualmente, enquanto os demais alunos resolviam dez situações problemas relativas aos conteúdos apresentados pela proposta, conforme é retratado no Apêndice I.

As entrevistas foram do tipo entrevistas semiestruturadas e foram gravadas em áudio. A opção pela entrevista semiestruturada deve-se ao fato de esse instrumento ser flexível e possibilitar uma grande interlocução do entrevistador com o entrevistado (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Assim, essas entrevistas realizadas em uma sala de aula alternativa, orientaram-se por um conjunto de questões (Quadro 16), seguido de maneira não muito rígida, pois, quando necessário, eram feitas outras perguntas, visando obter novas informações e esclarecimentos a respeito do objeto de pesquisa.

Quadro 17 - Conjunto de questões utilizadas nas entrevistas semiestruturadas

1. Você acha que a Estatística está presente no nosso dia a dia? Onde? Como?
2. Na sua opinião a sequência didática permite os estudantes do Ensino Médio relacionarem os seus conhecimentos aos conteúdos abordados? Como?
3. As situações propostas no material possibilitam a os estudantes identifiquem os diferentes conteúdos?
4. O material permite que os estudantes apliquem os conteúdos em situações comuns? De que forma?
5. A sequência didática possibilita que os estudantes ampliem seus conhecimentos anteriores? Como?
6. O material apresenta possibilidades de aplicação dos conteúdos em contextos diferentes daqueles estudados? Quais? Como?
7. Quanto ao tempo de aplicação proposto julga que é satisfatório?
8. Os vídeos, a figuras e o gráfico utilizado foram pertinentes? Estão coerentes com os objetivos propostos e o público alvo?
9. Os balões de diálogo com o professor, contidos no material, auxiliam o professor a compreender a proposta?
10. Qual sua opinião sobre a TAS?

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

No final do encontro, e após a realização de todas as entrevistas, foi estabelecido um diálogo com todos os acadêmicos acerca das situações problema resolvidas no encontro e de toda a implementação da proposta.

#### 4.4 O Produto Educacional

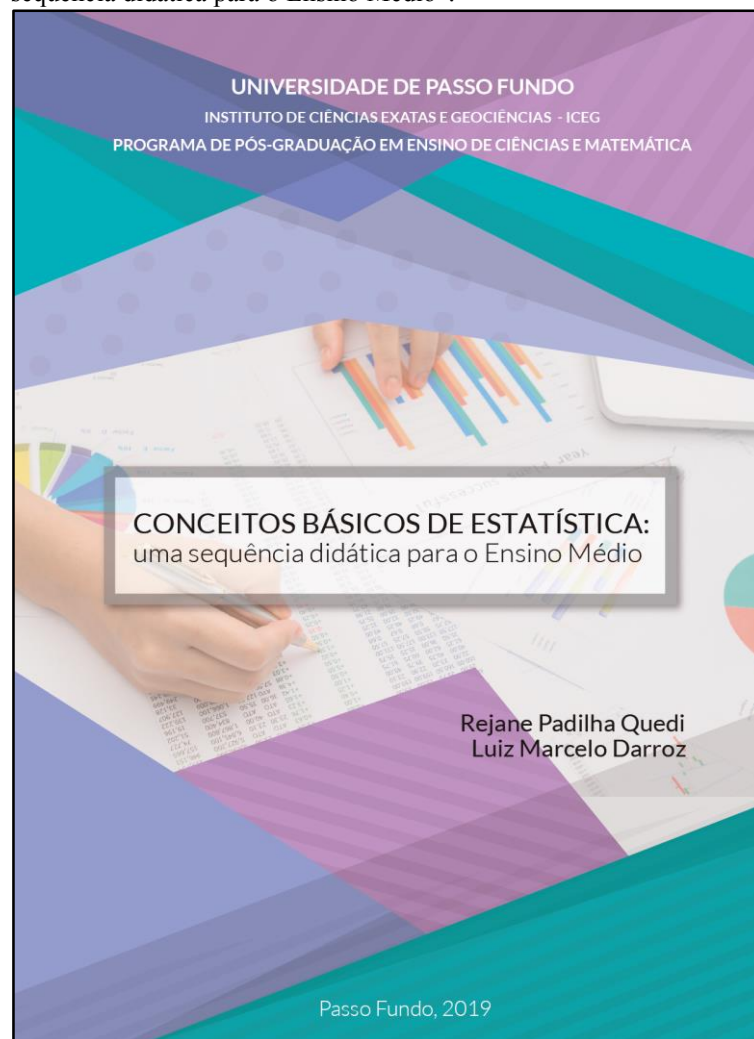
Como já salientado, atualmente a Estatística desempenha uma importante função na sociedade contemporânea. Ela tem se demonstrado uma excelente ferramenta para o desenvolvimento de competências essenciais para as tomadas de decisões do mundo moderno. Neste sentido, destaca-se a necessidade de desenvolvimento de estratégias e metodologias de ensino que possam promover aprendizagens significativas, duradouras e profundas nos estudantes da Educação Básica.

Desta forma, e buscando uma alternativa para o ensino de Estatística em uma realidade que exige dos estudantes a capacidade de sintetizar e analisar uma grande quantidade de informações, o produto educacional oriundo desta proposta será um texto de apoio para professores de Matemática da Educação Básica que versa sobre os conceitos básicos de Estatística, estruturado de acordo com a TAS Ausubel.

A sequência, intitulada “*Conceitos básicos de Estatística: uma sequência didática para o Ensino Médio*”, compreende a origem da Estatística, noções de população e amostra, tabulação de dados e os conceitos de média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados em série e agrupados, distribuídos em três etapas. Na primeira etapa, denominada “Estatística: Origem e Elementos Básicos” almeja-se abordar o histórico do surgimento da Estatística, construir os conceitos de população, amostra, coleta dados, elaboração de tabelas e estabelecimento da diferença entre dados em série e dados agrupados;

na segunda etapa, intitulada “Dados em Série” busca-se tratar a informação apresentada em série. Espera-se que seja estabelecida a compreensão sobre a determinação de medidas de tendência central como média aritmética, moda e mediana e também desvio médio e desvio padrão; e, a terceira etapa, que apresenta como título “Dados Agrupados” tem como objetivo tratar a informação apresentada para dados agrupados e estabelecer a compressão sobre a determinação das medidas de tendência central, média aritmética, moda e mediana, e, também desvio médio e desvio padrão (Figura 1).

Figura 1 - Produto educacional “Conceitos básicos de Estatística: uma sequência didática para o Ensino Médio”.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2018.

Nesse sentido, o texto de apoio estrutura-se da seguinte forma: no primeiro capítulo é apresentada resumidamente a TAS preconizada por David Paul Ausubel, e que fundamenta a sequência didática; em seguida são apresentadas três etapas da sequência didática – nestas busca-se estabelecer um diálogo através de “balões” com o professor de Matemática do

Ensino Médio –; e na última parte são arrolados um conjunto de questões sobre os conceitos desenvolvidos na proposta.

Por fim, salienta-se que o referido produto educacional se encontra disponível no *site* <<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/552764>>.

## **5 A PESQUISA**

Como já mencionado anteriormente, a proposta descrita foi desenvolvida com um grupo de oito acadêmicos do sexto nível do curso de Matemática Licenciatura da UPF, na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III. Neste texto, os acadêmicos serão identificados respectivamente como A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 e A8. Nesse sentido, os participantes se envolveram nas atividades propostas e testaram a eficácia da metodologia empregada. Buscando descrever os aspectos metodológicos da pesquisa na sequência apresenta-se as características da investigação, os instrumentos utilizados para a coleta de dados e como foram analisados os dados coletados.

### **5.1 Classificação da Pesquisa, Instrumentos e Análise dos Resultados**

A pesquisa que foi desenvolvida no decorrer da implementação da sequência proposta caracteriza-se como qualitativa. No entendimento de Lüdke e André (1986), esse tipo de pesquisa possibilita a compreensão de um fenômeno de forma crítica, sem a utilização de análises estatísticas. Para Triviños (2009), este tipo de pesquisa permite e é adequada para analisar a realidade educacional. Neves (2015), por sua vez, define a pesquisa como qualitativa quando ela tem o especial objetivo de revelar os mistérios que permeiam o cotidiano escolar, identificando processos que, muitas vezes, devido ao fato de se tornarem parte da rotina de uma determinada realidade escolar, podem passar despercebidos pelos próprios envolvidos na pesquisa.

Nesse sentido, com a presente pesquisa buscou-se compreender e analisar a realidade educacional. Além disso, a pesquisa qualitativa possibilita que, ao mesmo tempo em que se busca compreender essa realidade, se tenham elementos para investigá-la em um determinado contexto. A pesquisa caracteriza-se ainda como participante (GIL, 2008), uma vez que o próprio pesquisador assume a condução da sala de aula e é ao mesmo tempo o observador. Ou seja, a pesquisa ocorreu no próprio espaço de atuação do pesquisador.

A caracterização da pesquisa como participante tem como aspecto central a interação entre a pesquisadora e os integrantes da conjuntura analisada. A pesquisa participante valoriza as relações entre pesquisador e participante, uma vez que o pesquisador participa integralmente das atividades desenvolvidas. Isto lhe permite partilhar seus conhecimentos com os participantes, tornando-os imersos na pesquisa a fim de compreender o problema investigado de acordo com o contexto social e a importância em sua vida (GIL, 2008).

O autor destaca também que a pesquisa participante possui algumas particularidades, entre elas, um método coletivo e pedagógico em que todos os envolvidos abraçam a ideia a partir de fatos reais que desejam compreender ou resolver em uma situação. Este tipo de pesquisa permite analisar a intensidade da participação dos sujeitos, bem como a forma como interagem ao longo da mesma. Por fim, Gil (2008) afirma que, na pesquisa participante, o conhecimento pode se tornar um instrumento de poder e controle e, ao mesmo tempo, um processo oportuno de formação, que se caracteriza pelo envolvimento e pela identificação do pesquisador com as pessoas investigadas.

Esta pesquisa, assim como a pesquisa-ação, caracteriza-se pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas com a algema de que a pesquisa-ação segue um planejamento coletivamente pensado e visa a uma interação na cultura. A descoberta do universo vivido pela população implica compreender, em uma perspectiva interna, o ponto de vista dos indivíduos e dos grupos acerca das situações que vivem. No caso específico da pesquisa participante, [...] em virtude das dificuldades para contratação de pesquisadores e assessores, reprodução de material e coleta de dados, e mesmo para garantir a colaboração dos grupos presumivelmente interessados, o planejamento da pesquisa tende, na maioria dos casos, a ser bastante flexível (GIL, 2010, p. 157).

As características apresentadas acima vêm ao encontro do pretendido neste estudo. Isso porque é por meio da análise da participação, do envolvimento e do diálogo estabelecido entre os sujeitos e deles com o conhecimento e com o pesquisador que se analisou os resultados do estudo.

Tendo em vista tais características, selecionam-se alguns instrumentos que possibilitaram essa análise. Para a produção dos dados que visou investigar a eficácia didática da proposta, como já referido, foram utilizados os recursos de diário de bordo e entrevistas semiestruturadas. Coppete (2014) ressalta a importância desses recursos, mostrando que a utilização é de natureza pessoal, visto que com isso é possível envolver todo tipo de registro, inclusive das impressões, dos anseios e das inquietudes pessoais.

O uso do diário de bordo segue o proposto por Zabalza (2004) e busca o registro reflexivo de cada um dos encontros de modo a se constituir um conjunto de informações que poderão identificar aspectos vinculados às especificidades da aplicação da proposta no contexto da sala de aula. De acordo com o autor, esse instrumento compõe um elemento que serve de registro para os fatos vivenciados em sala de aula, sendo extremamente necessário para a reflexão da prática. Ainda para o autor, ao escrever no diário de bordo, o professor constrói seus saberes uma vez que esse procedimento é “excelente para nos conscientizarmos de nossos

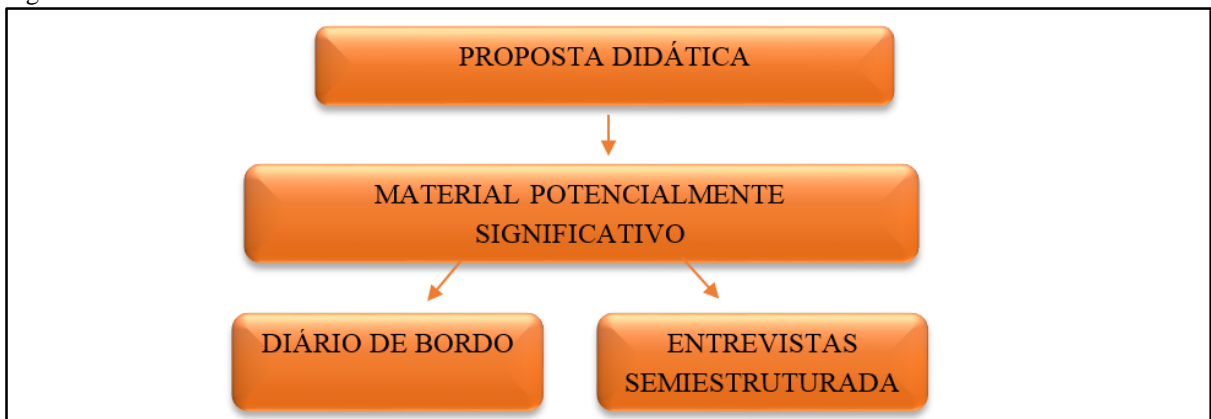


padrões de trabalho. É uma forma de “distanciamento reflexivo que nos permite ver em perspectiva nosso modo de atuar. É além disso, uma forma de aprender” (ZABALZA, 2004, p. 10).

Em relação às entrevistas semiestruturadas, como referido na introdução, essas buscaram identificar a concepção dos futuros professores sobre a proposta e serão analisadas de acordo com a Análise Textual Discursiva (ATD) proposta por Moraes e Galiazzi (2006). A escolha por tal metodologia se deu com base no caráter qualitativo da ATD.

Os resultados foram analisados buscando avaliar se a sequência didática proposta pode ser considerada, por futuros professores de Matemática, como material potencialmente significativo, de acordo com a Figura 2

Figura 2 - Análise dos Resultados



Fonte: Dados da pesquisa, 2018.

Uma das formas de analisar a eficácia da proposta didática foi a utilização do diário de bordo elaborado pela professora pesquisadora, visto que esse se refere ao momento no qual o professor pesquisador pode transformar o pensamento em registro escrito, documentando aquilo que os professores repensam no momento do planejamento as aulas e de qualquer outra atividade relacionada à docência (ALVES, 2004).

Para isso, em cada um dos encontros foi registrado o desenvolvimento das atividades, a postura e o envolvimento dos acadêmicos, as dificuldades encontradas e possíveis evidências de alterações. Estes dados foram analisados na tentativa de perceber as potencialidades e as limitações da proposta.

Outra forma de buscar a evidência da proposta está nas entrevistas semiestruturadas. Como salientado no item anterior, as entrevistas foram do tipo entrevistas semiestruturadas e gravadas em áudio. Todas foram realizadas em uma sala de aula alternativa, orientaram-se por um conjunto de questões (Quadro 16), seguido de maneira não muito rígida, pois, quando

necessário, foram feitas outras perguntas, visando obter novas informações e esclarecimentos a respeito do objeto de pesquisa.

Os dados advindos da transcrição das entrevistas e do diário de bordo foram submetidos aos procedimentos da ATD, que se constitui como um instrumento analítico em que o material de análise é denominado de *corpus*. Esse material pode ser produzido especificamente para a pesquisa, ou pode se referir a materiais já existentes na literatura (MORAES; GALIAZZI, 2011). Dessa forma, no caso da investigação deste estudo, o *corpus* foi constituído do registro do diário de bordo e das transcrições das entrevistas.

A ATD organiza-se em três etapas: unitarização, categorização e comunicação. Na unitarização ocorre a fragmentação do *corpus*, ou seja, nessa etapa o texto analisado é desmontado/fragmentado em unidades de significado. A unitarização ganha sentido dentro da pesquisa quando se encaminha o texto para a categorização, uma vez que as unidades de significado são agrupadas de acordo com critérios semânticos (fragmentos que explicitam compreensões semelhantes). Logo, a categorização apresenta uma função classificatória. As categorias constituem elementos de organização do novo texto que se pretende escrever, ou seja, é a partir das categorias que se produzirão as descrições e interpretações do material analisado. De acordo com os pressupostos da ATD, as categorias podem ter um caráter amplo (MORAES, 2003). Nesse tipo de análise, admite-se a utilização de três tipos de categorias, a saber: as categorias *a priori*, as emergentes e as mistas.

As categorias utilizadas na presente investigação são consideradas como *a priori*, uma vez que se reuniram os fragmentos oriundos da desconstrução do *corpus* em um movimento convergente de semelhanças. Tais categorias buscaram evidenciar se a sequência didática se caracteriza como um material potencialmente significativo. Assim, elas contêm elementos da TAS. São elas: relação dos conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes; diferenciação progressiva e reconciliação integrativa; materiais utilizados e estrutura da proposta e participação e comprometimento nas atividades propostas.

Como última etapa da ATD tem-se a comunicação. É nesta fase que são construídos os metatextos interpretativos e/ou descritivos, nos quais o pesquisador expressa sua voz no texto, realiza reflexões, anuncia pontos de vista devidamente fundamentados e opõe-se a outros pontos de vista, além de possibilitar um novo modo de compreender as informações submetidas à análise (MORAES; GALIAZZI, 2011).

De acordo com a descrição acima, a pesquisa aqui apresentada desenvolveu-se mediante análise dos registros do diário de bordo e das entrevistas semiestruturadas, proporcionando as interpretações e as conclusões registradas no próximo capítulo.

## 6 RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentados e discutidos os dados oriundos da análise da investigação resultante da aplicação da sequência didática. Como citado anteriormente, os resultados foram analisados sobre o aspecto da eficácia didática da proposta, que busca evidenciar como uma sequência didática se caracteriza como um material potencialmente significativo na percepção de futuros professores de Matemática.

De acordo com Lara e Sousa (2009), um material, potencialmente, significativo deve poder ser “incorporável” de várias maneiras aos conhecimentos dos alunos. Assim, após avaliar quais seriam os conhecimentos dos alunos sobre o assunto, há que se procurar diversas maneiras de relacionar o novo conhecimento com eles. Parte-se do princípio de que, uma intervenção didática que valorize o discurso dos alunos, a interação entre eles e, também, entre eles e o professor pode facilitar esse processo de relacionar a nova informação com aquela já existente (LARA; SOUSA, 2009). A possibilidade de explorar situações que façam parte do cotidiano do aprendiz também deve ser considerada. Fazendo isso, certamente, ficaria mais clara para o estudante a relação entre o conteúdo e aquilo que já faz parte de seu sistema cognitivo. Todos esses aspectos podem conferir ao material o *status* de ser potencialmente significativo desde que, além disso, ele seja coerente, do ponto de vista lógico e conceitual (MOREIRA; MASINI, 2001).

Com base nessa concepção, os dados foram avaliados em relação às seguintes categorias: relação dos conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes; diferenciação progressiva e reconciliação integrativa; materiais utilizados e estrutura da proposta; e participação e comprometimento nas atividades propostas. De modo que foram gerados os resultados apresentados a seguir.

### 6.1 Relação dos conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes

A relação dos conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes, Moreira e Masini (2001, p. 23), pontuam que

[...] quanto à natureza do material, deve ser “logicamente significativa”, suficientemente não-arbitrária e não-aleatória em si, de modo que possa ser relacionada, de forma substantiva e não-arbitrária, a ideias correspondentes relevantes que se situam dentro do domínio da capacidade humana de aprender. Quando à natureza da estrutura cognitiva do aprendiz, nela devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos com os quais o novo material é relacionável.

Na análise do material coletado nas entrevistas, percebeu-se que os acadêmicos consideram que os assuntos abordados na sequência didática proposta fazem parte do cotidiano dos estudantes do Ensino Médio. Na opinião de A6,

Tudo que está na sequência didática interliga bem com os conhecimentos que a gente já traz, né, da nossa vivência e da vivência dos alunos, dá para relacionar bem com o que eles normalmente têm no seu dia a dia. Pode ser que alguns alunos demore um pouquinho para enxergar, mas acho que consegue sim, até o final da para conseguir perceber as relações.

No mesmo sentido, A8 comenta:

Agora se eu ler um jornal eu vou ver que ali tem a Estatística, tipo, até por mim, agora eu percebo mais, o aluno também vai perceber e associar como eu, porque eu nunca tive Estatística. Não tive nenhuma base no Ensino Médio, também não tive nada disso. Nem imaginava que moda era uma medida Estatística, fiquei impressionada. A única coisa que tive foi a média aritmética que eu sabia mais, né, que eu vi em Analítica, senão eu não sabia nada. Mas, agora percebo que a estatística está em todo os lugares e os estudantes de Ensino Médio também irão conseguir ver isso.

A relação dos assuntos desenvolvidos na sequência didática com o cotidiano dos estudantes também é evidenciada em diversos registros efetuados pela professora pesquisadora no diário de bordo. Em um trecho escrito no terceiro encontro percebe-se o relato de que no decorrer do desenvolvimento do encontro, os acadêmicos salientaram que os assuntos faziam com que eles lembrassem do seu cotidiano. Nas palavras da professora pesquisadora,

No terceiro encontro, quando comentei sobre o exercício realizado no encontro anterior que buscou verificar os conhecimentos subsunçores sobre dados em série, vários acadêmicos disseram que ao ler o exercício remeteram à alguma lembrança de sua vivência, como nos registros de jogo de futebol em que faziam a média de gols ou ainda quem tinha feito mais gols, e assim começaram a relacionar com os conteúdos (DIÁRIO DE BORDO, registro de 28/09/2018).

Em outro registro do diário de bordo, evidencia-se, mais uma vez, a manifestação dos acadêmicos no que diz respeito ao cotidiano dos estudantes do Ensino Médio. De acordo com o registro do segundo encontro, transcrito a seguir, a professora pesquisadora percebe comentários dos acadêmicos, os quais afirmaram que os materiais facilitariam muito a compreensão dos assuntos de Estatística.

Percebi em determinado momento que dois acadêmicos estavam comentando que como o material ajudaria nas aulas, de como os alunos do Ensino Médio aprenderiam melhor, pois o mesmo ligava os conteúdos estudados com os conhecimentos que os alunos traziam (anteriores) (DIÁRIO DE BORDO, registro de 21/09/2018).

Esta relação com o cotidiano, segundo os entrevistados, é mais evidente nos exemplos contidos no material. Para A3, “Os exemplos são bem práticos é uma coisa que tem aplicabilidade eu acho que ficaria tranquilo fazer a associação, aí tendo o professor como mediador o estudante conseguiria com certeza associar os conteúdos abordados ao seu dia a dia”.

#### Percepção compartilhada por A8 que comenta

Os exemplos ajudam bastante, pois você pega o conteúdo, tipo, aprende mais rápido, você associa mais fácil. Os exemplos fazem com que a gente veja onde está realmente o conteúdo. No Ensino Médio, eu nunca tive, isso, do professor perguntar para mim o que eu sabia para depois começar o conteúdo, eu nunca tinha visto isso, e eu gostei bastante, porque dá até para gente ver que sabe um pouco, e depois a gente liga os conceitos e fica mais fácil de compreender e assimilar, né.

Há ainda a concepção de que os exemplos contidos no material utilizado na sequência didática também são percebidos pela professora pesquisadora. Em um dos registros do diário de bordo, a pesquisadora relata a fala de um estudante que salienta a capacidade que os exemplos possuem de relacionar os assuntos com a vida cotidiana dos estudantes do Ensino Médio.

Após ter passado o vídeo, que serviu de organizador prévio, para introduzir os conceitos para dados agrupados, no quarto encontro, um acadêmico fez o seguinte comentário: “Quando vejo os exemplos do material, já vem na cabeça alguma coisa que passei em casa ou na sala de aula, aí quero formular meus próprios exemplos e ver se consigo tirar os conceitos dele” (DIÁRIO DE BORDO, registro de 05/10/2018).

Concepção também percebida no registro do diário de bordo efetuado no dia 28/09/2018. Nesse, mais uma vez, os acadêmicos indicam os exemplos contidos no material como sendo importantes para a promoção da aprendizagem. De acordo com a professora pesquisadora

Na apresentação dos conteúdos para dados em série, parti do exemplo da coleta de dados do encontro anterior e citei e mostrei no material outros exemplos. Vários acadêmicos se manifestaram e falaram da importância dos exemplos serem de situações próximas aos alunos e que os mesmos seriam um facilitador para a aprendizagem dos conteúdos no Ensino Médio (DIÁRIO DE BORDO, registro de 28/09/2018).

Pelo exposto, percebe-se que os conteúdos abordados na sequência didática podem ser relacionados aos conhecimentos prévios dos estudantes. Fato que demonstra que o material pode promover aprendizagem significativa sobre conteúdos básicos de Estatística, pois,

segundo Ausubel, a essência do processo de aprendizagem significativa está no fato de que as ideias simbolicamente expressas sejam relacionáveis de maneira não arbitrária e substantiva (não literal) ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto relevante da sua estrutura de conhecimento (isto é, um subsunçor que pode ser, por exemplo, algum símbolo, conceito ou proposição já significativa) (MOREIRA; MASINI, 2001).

## **6.2 Diferenciação progressiva e reconciliação integrativa**

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) salientam a importância de o desenvolvimento dos conceitos iniciar pela introdução de elementos mais gerais, mais inclusivos. Na sequência, segundo os autores, após a introdução, sugere-se que seja estabelecida a diferenciação de seus detalhes e especificidades de forma progressiva. Por fim, ressalta-se a importância da ocorrência de uma aprendizagem significativa a partir da consideração dos princípios de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Sobre esses dois princípios, relacionados ao contexto escolar, Moreira e Masini (2001, p. 30), mostram que:

- a) diferenciação progressiva é o princípio pelo qual o assunto deve ser programado de forma que as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina sejam apresentadas antes e, progressivamente diferenciadas, introduzindo os detalhes específicos necessários. Essa ordem de apresentação corresponde à sequência natural da consciência, quando um ser humano é espontaneamente exposto a um campo inteiramente novo de conhecimento;
- b) reconciliação integrativa é o princípio pelo qual a programação do material instrucional deve ser feita para explorar relações entre as ideias, apontar similaridade e diferenças significativas, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes.

Em relação à apresentação dos aspectos mais amplos dos assuntos abordados na sequência didática, que antecedem ao desenvolvimento dos conceitos específicos, destaca-se o seguinte registro feito pela professora pesquisadora no diário de bordo:

Neste encontro foi apresentado um vídeo que serviu de organizador prévio aos conceitos que foram desenvolvidos. Pela apresentação do vídeo pude estabelecer com os acadêmicos, em sentido mais amplo, o conceito de população. A partir deste o conceito de amostra e formas de representação e a partir daí desenvolver os conteúdos nos próximos encontros (DIÁRIO DE BORDO, registro de 21/09/2018).

O desenvolvimento dos conceitos de forma mais geral também foi percebido pelos acadêmicos. Conforme relato dos alunos, ao se iniciar os estudos de modo mais abrangente facilitará a compreensão dos conceitos básicos de Estatística, como pode se observar, a seguir, na fala de A2:

Desta maneira como foi mostrado, partindo do mais abrangente, isto é, se pedisse para eles fazerem uma coleta de dados, ficaria mais fácil trabalhar com a informação, ou seja, tabular os dados, calcular média, moda e os outros conceitos trabalhados. Porque desta maneira eles têm uma visão mais geral, eles entendem melhor, se interessam mais.

Como dito anteriormente, após a apresentação dos conceitos mais abrangentes, é necessária a efetivação da diferenciação progressiva dos conteúdos propostos. Essa diferenciação é percebida em diversos trechos das entrevistas. Para A2, o material explica o detalhadamente a diferença entre dados em série e dados agrupados, como pode ser observado no fragmento a seguir: “No material, ali, veio bem explicadinho o que que era cada conteúdo o que que era dados agrupados, o que que era em série, o que que era média, o que que era desvio padrão, veio muito bem explicado, dá para o aluno entender bem e fazer a diferença”.

Em outra entrevista, o acadêmico demonstra que conseguiu compreender a distinção entre os conceitos de média aritmética e mediana. De acordo com seu relato, inicialmente, ele compreenderia os dois conceitos como sinônimos. No entanto, após a participação nos encontros do desenvolvimento da sequência didática, ele conseguiu diferenciar cada um dos conceitos. O acadêmico salienta ainda, que acredita que os estudantes do Ensino Médio também conseguiram perceber a diferença e atingir mais facilmente a aprendizagem almejada.

Em um dos encontros, quando foi passado para nós os conceitos relativos a dados em série, consegui perceber e entender a diferença entre média e mediana. Eu pensava que era a mesma coisa, porque pelo nome é muito parecido. Sabe eu não tive muitos desses conteúdos no Ensino Médio. Agora consigo entender que na média eu somo todos os elementos e divido pelo número de elementos e a mediana é onde a série se divide em duas partes iguais. Isso eu não conseguia entender antes. [...] Penso que quando for apresentado aos alunos do ensino médio os conteúdos desta forma eles também entenderão facilmente e aí aprenderão com mais lógica, com mais significado (A1).

A diferenciação progressiva, preconizada pela TAS, também é percebida nos registros da professora pesquisadora, que ganha destaque nos trechos do diário de bordo transcritos a seguir:

Hoje foi o quarto encontro. Nele foram abordados os conceitos relativos aos dados agrupados. Iniciamos a aula, e com o objetivo de constituir uma ligação entre os conceitos evidenciados no exercício anterior e os assuntos que serão abordados, foi passado um vídeo intitulado “IBGE explica” como um organizador prévio. Após terem assistido o vídeo pedi que retomassem a pesquisa realizada anteriormente para trabalharmos com a tabela onde os dados estavam agrupados. No decorrer do desenvolvimento das atividades percebi um grupo de acadêmicos conversando sobre os assuntos abordados. Um deles comentou que conseguiu diferenciar claramente o que são dados em série e dados agrupados. Percebi que nesses comentários os acadêmicos apresentavam, um para o outro, os conceitos e exemplificavam situações cotidianas onde julgavam que estavam os dados ora em série e ora agrupados (DIÁRIO DE BORDO, registro de 05/10/2018).

Após a diferenciação progressiva, a sequência didática foi capaz de promover situações de reconciliação integrativa dos conceitos abordados. Nas entrevistas, a reconciliação integrativa pode ser percebida em várias partes das transcrições. Em uma delas, o entrevistado relata que o que foi apresentado como exemplo é só o início das aplicações possíveis que os alunos poderiam fazer. Em entrevista, o acadêmico salienta que as atividades propostas podem contribuir para alterar seu dia a dia, auxiliando na sua qualidade de vida e dos estudantes de nível médio, conforme pode ser visualizado no excerto do relato apresentado a seguir.

O levantamento de dados proposto ali sobre as idades dos alunos da escola ou de determinadas séries iria fazer eles associarem com os conteúdos apresentados de uma forma mais ampla. Pois, agora a idade, mas pode surgir outra coisa de interesse, aí talvez, fosse uma coisa sim que se fala muito hoje em peso a gente vê muito a discussão sobre a história da merenda ser saudável ou não. Isso poderia ser o início e depois começa a fazer sobre pesos, começa a fazer sobre alturas, começa a fazer índice de massa corporal e por aí afora vai. E com isso ele consegue abranger e relacionar os conteúdos abordados e assim surgiram outras coisas decorrentes disso. Abre a mente para novas aplicações e pode alterar nossas vidas cotidianas. Tanto a minha, quanto a dos estudantes no Ensino Médio (A3).

O mesmo se verifica em outro registro do diário de bordo da professora pesquisadora:

Durante os exercícios do quinto encontro, pude perceber comentários dos acadêmicos que, ao lerem o enunciado das situações problemas, identificavam facilmente os dados, se estavam em série ou agrupados. Já se organizavam para a aplicação dos conceitos, respectivamente. Conseguiram diferenciar todos os assuntos e aplicá-los na mesma situação (DIÁRIO DE BORDO, registro de 19/10/2018).

A diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa são processos que fazem parte da aprendizagem significativa. À medida que novas informações são adquiridas, elementos já existentes na estrutura cognitiva podem ser percebidos como relacionados e se reorganizar na estrutura cognitiva, adquirindo novos significados (MOREIRA; MASINI, 2001). Tais elementos foram percebidos nos materiais analisados. Isto é, os resultados demonstram que a sequência didática proposta facilita a diferenciação e a reconciliação dos assuntos relacionados aos conceitos básicos de Estatística. Dessa forma, conclui-se que a organização das atividades pode favorecer a promoção da diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa preconizada por Ausubel, referente aos temas propostos.

### **6.3 Materiais utilizados e estrutura da proposta**

Esta categoria, *Materiais utilizados e estrutura da proposta* visa apresentar a percepção dos acadêmicos em relação aos vídeos, gráfico, figura, texto, os balões de diálogo com o



professor, o tempo proposto para as atividades, a linguagem nos materiais elaborados e a estrutura da proposta.

Nesse sentido, Moreira (2011, p. 51) ressalta que “o significado está nas pessoas, não nas coisas”. Desse modo, percebe-se que para o autor não existe livro significativo ou aula significativa. A tese defendida por Moreira é a de que livros, aulas, materiais instrucionais, de um modo geral, podem ser potencialmente significativos para públicos diversos. Isto significa dizer que um material será significativo para um aluno e não significativo para outro. Para isso, esses materiais devem ser sempre elaborados com significado lógico (ter estrutura, organização, linguagem adequada, enfim, ser aprendíveis) e os sujeitos devem ter conhecimentos prévios adequados para dar significado aos conhecimentos veiculados por esses materiais (MOREIRA, 2011).

Em relação aos vídeos, o gráfico, a figura e o texto apresentados no material, percebe-se que eles fizeram com que os acadêmicos mantivessem sua atenção focada nos assuntos ali propostos, permitindo, assim, a ligação desses conteúdos. Conforme evidencia-se nos relatos de A5, A6 e A7, transcritos a seguir, na opinião dos acadêmicos, esses materiais serão importantes para a manutenção da atenção dos estudantes do Ensino Médio nas futuras implementações da sequência didática.

Particularmente, nos vídeos o que me chamou mais atenção, é que não eram, como que eu posso dizer, não eram vídeos cheio de escrita ou vídeos longos, porque quer queira quer não se for algo muito longo ou muito cheio de escrita, de primeiro momento quando você está introduzindo o assunto, o aluno não vai conseguir pegar tudo, como ele é mais imagem e menos escrita ele é mais simples mais enxuto, eu acho que o aluno grava mais ele absorve, ele absorve mais relações do que está acontecendo. Eles foram muito pertinentes (A5).

O visual ajuda bastante na hora de entender e também dos alunos se localizar, né, quanto ao conteúdo, então, tanto aos vídeos quanto o gráfico acho que é muito válido para a gente ter algo diferente e não só ali no papel, no quadro e acho que para o Ensino Médio, é bem adequado. O vídeo do Ibge eu achei mais interessante, assim, tem mais informações, coisas diferentes figura, mas no modo geral todos acho que, nos dias de hoje estão de acordo com o Ensino Médio (A6).

É uma forma bem legal de você introduzir o que você quer passar, né, eu achei bem interessante, eu usaria também achei bom. Os vídeos, a figura, foram adequados, é um conteúdo bom. Acho que estava no padrão certo para o entendimento. Vão ajudar muito os estudantes a compreenderem os assuntos propostos (A7).

Além de focar sua atenção nos assuntos propostos, esses materiais permitiram, na opinião dos acadêmicos, que os estudantes estabelecessem ligações entre os conteúdos e as situações vivenciais. Tais situações podem ser observadas nas falas de A1 e A3, extraídas das entrevistas semiestruturadas e transcritas na sequência:

Os vídeos, da maneira que foram apresentados, facilitaram muito a compreensão dos conteúdos, pois ao assistir lembrei de várias situações do meu dia a dia e pude associar aos conceitos que foram trabalhados. Com os alunos do Ensino Médio não será diferente, eles também farão essas associações dos conceitos com seu dia a dia (A1).

Gostei muito da utilização de vídeos, figura e gráfico eles vão ajudar muito a desenvolver os conteúdos, uma vez que fazem associações com o conteúdo que será desenvolvido e o que é mais importante com o dia a dia do estudante. Com certeza, o estudante do Ensino Médio vai associar ao seu dia a dia e também aos conteúdos (A3).

Outros elementos percebidos na análise dos dados são o interesse, a motivação e o envolvimento dos acadêmicos ao entrarem em contato com os vídeos, o gráfico, a figura e o texto. Nos relatos da professora pesquisadora, efetuados no primeiro, segundo, terceiro e quarto encontros, respectivamente, além de evidenciarem sua satisfação com os materiais, os acadêmicos manifestaram também falas de que esses materiais serão utilizados em sua futura atividade profissional. Observam-se esses pontos nos trechos transcritos a seguir do diário de bordo.

Quando entreguei o texto introdutório sobre a Teoria de Aprendizagem Significativa os acadêmicos mostraram receptivos com a leitura e no momento da socialização e debate sobre o tema disseram que a leitura estava acessível e que facilitou a compreensão do mesmo. Percebi, pelos comentários que os acadêmicos, enquanto liam o texto, conseguiam interpretar facilmente os vocábulos contidos na TAS (DIÁRIO DE BORDO, registro de 14/09/2018).

[...] no encontro ainda percebi a seguinte fala dos “Os vídeos ajudaram muito, foram vídeos curtos, mas bem ilustrativos, ajudaram a fazer pensar sobre o assunto”, palavras de um acadêmico ao assistir o vídeo deste encontro (DIÁRIO DE BORDO, registro de 21/09/2018).

Apresentei uma figura de um gráfico para relacionar os dados em série, os acadêmicos fizeram vários questionamentos sobre os dados e relacionaram com outros assuntos o que gerou um debate sobre como poderiam utilizar em suas aulas. Demonstraram muito interesse em saber mais sobre esses materiais (DIÁRIO DE BORDO, registro de 28/09/2018).

Pretendendo construir uma ligação entre os conceitos evidenciados no exercício anterior e os assuntos que serão abordados neste encontro foi apresentado um vídeo intitulado “IBGE explica”. Este vídeo gerou muito interesse e debate entre os acadêmicos e manifestaram o interesse de fazer uso deste material em suas aulas, pois acreditam que eles são capazes de atrair a atenção dos estudantes do ensino médio (DIÁRIO DE BORDO, registro de 05/10/2018).

Sobre o tempo de aplicação proposto na sequência didática para o desenvolvimento de cada encontro, a partir das entrevistas foi percebido que, alguns acadêmicos consideraram o tempo satisfatório, enquanto que outros apontaram que o tempo iria depender das características de cada turma, como é possível verificar nos relatos dos acadêmicos A2, A6 e A8 transcritos a seguir.

Achei ser suficiente, porque o tempo ficou bem bom, dá tempo da gente vê analisar e depois poder aplicar para o aluno, é um tempo bom para eles também (A2).

Vai depender da turma, algumas turmas pode ser que seja suficiente em outros pode ser que demore um pouco mais o tempo, na questão da pesquisa e também lá na questão de fazer as tabelas dependendo do desempenho da turma, eu acho que depende muito, sim, mas eu acredito então que alguns, se tu tem um desempenho bom participa, colabora é suficiente, agora se tiver uma turma mais largada com alunos mais bagunceiros assim, talvez demore um pouco mais e também na pesquisa se for turmas maiores, com mais alunos vai demorar mais para retirar os dados, enfim também as tabelas, vai depender da quantidade de alunos que eles entrevistarem (A6).

Eu acho que depende da turma, né, na verdade tem aluno que é mais rápido, né, e outros que demora mais, tem aluno que precisa que você vá na mesa daí de repente demoraria mais, mas se a turma for boa acho que dá (A8).

Nas anotações da professora pesquisadora, também foi percebido que o tempo disponibilizado para o desenvolvimento dos conteúdos propostos foi satisfatório. A professora pesquisadora salienta que as atividades relativas ao segundo encontro foram desenvolvidas dentro do previsto, como se pode verificar nos trechos apresentados a seguir.

O tempo proposto para essa atividade, que teve como objetivo abordar o histórico do surgimento da Estatística, construir os conceitos de população, amostra, coleta de dados, elaboração de tabelas e estabelecimento da diferença entre dados em série e dados agrupado, foi atingido. Para o estabelecimento da ponte entre os conhecimentos evidenciados e os assuntos abordados foi passado um vídeo, “História da Estatística”, que serviu como organizador prévio. Sugeriu que se organizassem em dois grupos para coletar os dados, um grupo a idade e outro à altura dos colegas. [...] desenvolvendo assim os conceitos de população e amostra. Perguntaram-me se poderiam coletar outro tipo de informação, disse que sim, que poderia ser outra informação de interesse e que também poderiam dividir a turma em mais grupos e que a coleta de dados também poderia ser em outras turmas da escola. O professor é que vai avaliar a pertinência da atividade. Na sequência, após o estabelecimento dos conceitos de população e amostra, buscou-se a compreensão dos dados em série e dados agrupados com os conceitos subsunçores evidenciados na etapa anterior. Para isso, solicitei aos acadêmicos que organizassem duas tabelas: a primeira contendo os dados em série e a segunda com os dados agrupados (DIÁRIO DE BORDO, registro de 21/09/2018).

[...] visando estabelecer a ligação entre os conceitos evidenciados no exercício anterior e os assuntos que serão abordados na etapa, foi utilizado o gráfico da reportagem “AL registra 61,8 mortes a cada 100 mil habitantes em 2014, aponta Secretaria” como organizador prévio. A partir da leitura do gráfico, foi retomada a pesquisa realizada na primeira etapa sobre a idade uma vez que os dados de uma das tabelas estão em série. Com estes dados, e com o intuito de promover a diferenciação progressiva, inicialmente, foi estabelecido um espaço para a discussão de como os acadêmicos imaginavam de como esses valores pudessem ser representados. No decorrer da discussão, foi reforçado a concepção de que cada idade correspondia a um estudante e, que para a generalização pode-se identificar esses valores. [...] iniciamos ao estudo de Medidas de Tendência Central. Para tal, foi estabelecido um diálogo com os acadêmicos acerca de como se determinava a média aritmética, moda e mediana. [...] dando continuidade aos objetivos propostos a partir desta parte da etapa, iniciamos o estudo relacionado ao desvio médio e ao desvio padrão. [...] os acadêmicos manifestaram interesse e satisfação por terem assimilado os conceitos desenvolvidos e se posicionaram dizendo que desta maneira como foi trabalhado eles também poderiam aplicar no Ensino Médio. Os objetivos deste encontro foram alcançados no tempo estipulado pela proposta (DIÁRIO DE BORDO, registro de 28/09/2018).

Outro elemento salientado pelos acadêmicos no material utilizado na sequência didática foram os balões de diálogo com o professor. Na opinião dos participantes, esses diálogos auxiliam o professor a compreender a proposta. Isso se evidencia nas falas dos acadêmicos, A3, A5 e A8, conforme as transcrições:

Os balões de diálogo com o professor dão um norte para o professor. Você faz alguma coisa, no balão, você tem uma orientação quanto àquilo que foi feito ou quanto ao próximo passo a partir daquilo, então, sim eu acho que é bem boa essa forma de organizar o pensamento e o próprio andamento do professor na aula. Sim eu acho que é bom, a linguagem ficou bem legal. A linguagem é bem acessível o encadeamento dele é bem tranquilo realmente comporta todas as partes ele vai indo passo a passo, não senti assim que ele saísse de um ponto e pulasse uma etapa né, acho que foi bem completinho (A3).

Muito bom a utilização dos balões de diálogo com o professor, eles estão muito bem escritos eu particularmente até coloquei no meu relatório parece estar conversando com a pessoa, parece que alguém está conversando contigo, tipo eu professora estou aqui e alguém tá me dizendo sabe o que fazer, faça isso, faça aquilo. Daí eu penso o contrário, sabe, se não tivesse os balões eu acho que iria dificultar, então se retirasse eles da sequência eu acho que não ficaria tão bem claro quanto para ser material de professor então, isso que está nos balões é o professor que vai mediar na sala de aula. Este tipo de conversa com o professor muito importante, pois ele é quem vai passar o conteúdo, senão o professor também fica sem mediação então ali vai suprir alguma lacuna que pode acontecer de mal interpretação do professor vai evitar para depois o professor não passar errado adiante, acho que é bem válido esses balões (A5).

Os balões, na verdade ele explica melhor né, tipo, se você não entende o que está em cima ele dá uma ajudinha ali no balão e você compreende mais. Eu conseguiria aplicar esse material com meus alunos. Eu achei bem bom o material, uma sequência didática bem boa, assim, dá para dar várias aulas bem legais, dá para entender (A8).

A mesma concepção é evidenciada nas anotações da professora pesquisadora. Os acadêmicos expressaram a importância dos balões de diálogo com o professor, destacando que esses estavam bem escritos e em uma linguagem clara.

No decorrer do encontro, percebi que os acadêmicos estavam comentando sobre os diálogos com o professor contidos nos balões. Os acadêmicos elogiaram muito este artifício. Os mesmos falaram que eles estavam bem escritos, que facilitavam o entendimento dos conceitos e que aprovavam a utilização dos mesmos. Comentaram ainda que na maioria dos materiais que são utilizados em sala de aula apenas apresentam o conteúdo e não explicam o como trabalhar. Em diversos momentos percebi que os acadêmicos tentavam relacionar o que está nos balões com os conteúdos da sequência (DIÁRIO DE BORDO, registro de 19/09/2018).

Ausubel (1968, p. 110, apud MOREIRA; MASINI, 2001) considera que todos os aspectos relacionáveis que podem conferir a um material o *status* de ser potencialmente significativo está condicionado à coerência do ponto de vista lógico e conceitual. Dessa forma, buscou-se a percepção dos acadêmicos com relação à linguagem e à estrutura da proposta.

Com relação à linguagem utilizada no material, os acadêmicos tiveram percepção de que o material continha uma linguagem clara e próxima da realidade dos estudantes. O mencionado nesse ponto é comprovado pela fala de A2, quando comenta sobre o material “[...] está muito bem escrito, com uma linguagem acessível e próxima do estudante do Ensino Médio, com isso vai despertar maior interesse de envolvimento nas atividades, proporcionando melhor aprendizagem”.

Corroborando com a fala de A2, as falas de A4 e A5 salientam aspectos que também merecem destaque

Nossa! Se todos os livros tivessem essa abordagem, com linguagem acessível e que o estudante do Ensino Médio pudesse relacionar com seu dia a dia, o desempenho do estudante seria muito melhor (A4).

O material apresentado é bem acessível para compreensão dos conceitos pelos estudantes do Ensino Médio, porque utiliza uma linguagem que condiz com suas realidades (A5).

Também se evidencia a percepção dos acadêmicos quanto à linguagem utilizada no material. Nos trechos do diário de bordo, a professora pesquisadora comenta esse aspecto com as seguintes palavras:

[...] os alunos se manifestaram e falaram de quanto a linguagem do material estava clara e acessível, falaram também que desta maneira seria mais fácil desenvolver os conteúdos no Ensino Médio (DIÁRIO DE BORDO, registro de 05/10/2018).

[...] no final foi estabelecido um diálogo com todos os acadêmicos acerca das situações problema resolvidas no encontro e de toda a implementação da proposta. As suas manifestações foram de que o material continha uma linguagem acessível e estava próximo da realidade do estudante do Ensino Médio (DIÁRIO DE BORDO, registro de 19/10/2018).

Uma sequência didática deve ser desenvolvida para atender às necessidades dos estudantes e sua forma de estruturação é de fundamental importância para que isso aconteça. Nesse sentido, percebeu-se que os acadêmicos acharam muito válido e de significativa importância o modo pelo qual a sequência foi estruturada e embasada de acordo com a TAS. Para eles, iniciar identificando os conceitos subsunçores dos estudantes com relação aos assuntos abordados, o desenvolvimento das atividades com base nessas evidências, e trabalhos em grupo faz diferença no processo ensino aprendizagem. Como percebe-se no trecho do relato do acadêmico A1, ele cita que não conhecia essa metodologia e expressa que gostou da maneira pela qual são desenvolvidos os conceitos, partindo da busca dos conhecimentos prévios dos estudantes.

A sequência do material para desenvolver os conteúdos está muito boa, não conhecia esta maneira de trabalhar, essa metodologia, gostei muito, pois você primeiro verifica aquilo que o estudante já sabe e daí com base nisso prepara aula, posso usar vários recursos. Desta maneira o aluno irá se sentir valorizado e fazendo os exercícios com situações vivenciadas por eles irão estabelecer relações e irão assimilar melhor os conteúdos. Atividades em grupo é uma coisa que o estudante gosta e é de tamanha importância para seu aprimoramento.

Destaca-se que a percepção por parte dos alunos de que a aprendizagem é facilitada quando se parte dos conhecimentos prévios, também é verificada nos registros da professora pesquisadora, em seu diário de bordo. De acordo com os dados efetuados no quarto encontro, a professora pesquisadora salienta que

Ao terminarem a atividade de fechamento desta etapa onde os acadêmicos aplicaram os conceitos desenvolvidos em situação diferente da que foi apresentado surgiram algumas colocações. Um acadêmico se manifestou dizendo que estrutura pela qual tinha sido desenvolvido o conteúdo era muito boa e que o estudante do Ensino Médio iria aproveitar muito mais se fosse aplicada essa metodologia com eles. Outro falou que o fato de verificar o que o estudante já sabe é muito importante para que ele se sintam parte do processo também e não o professor vir e despejar conteúdo. Outro ainda se manifestou dizendo que o fato de no material conter situações problemas próximas da realidade do estudante o torna com um potencial enorme, pois aproxima o aluno do conteúdo (DIÁRIO DE BORDO, registro de 05/10/2018).

Por meio da análise das transcrições das entrevistas semiestruturadas e dos registros da professora pesquisadora no diário de bordo, conclui-se que os materiais utilizados e a estrutura da proposta foram importantes para despertar a motivação e o interesse dos estudantes no decorrer da implementação da proposta didática. Dessa forma, pensa-se que compor uma sequência didática com vários materiais, estratégias criativas e com metodologias que conduzam a pensar, refletir e expor os conhecimentos prévios dos estudantes possa favorecer a promoção de aprendizagens significativas. Por fim, tendo constatado os resultados que o material apresentado propiciou, evidenciam-se nele estruturas que o caracterizam como potencialmente significativo.

#### **6.4 Participação e comprometimento dos estudantes nas atividades propostas**

Para Ausubel (1968, p. 110, apud MOREIRA; MASINI, 2001), uma das condições necessárias para a ocorrência da aprendizagem é que o aprendiz queira aprender, motivar-se, envolver-se, participar e comprometer-se em sala de aula, debatendo, refletindo, trocando ideias nos grupos para mais tarde conseguir estabelecer ligações entre conceitos dentro de novos contextos e individualmente. Condição que, para Moreira (1999),

[...] implica o fato de que, independentemente de quão potencialmente significativo possa ser o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz for, simplesmente, a de memorizá-lo arbitrariamente e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos (ou automáticos) (p. 23).

Nesse sentido, esta categoria analisou os dados a fim de perceber a participação e o comprometimento dos acadêmicos nas atividades propostas na implementação da sequência didática. Além disso, buscou-se perceber a opinião desse grupo de sujeitos sobre a participação e o comprometimento desses para uma possível implementação do produto com estudantes do Ensino Médio.

O interesse e o envolvimento dos acadêmicos nas atividades propostas foram percebidas em todos os encontros, como mostra alguns dos relatos do diário de bordo da professora pesquisadora,

[...] sugeri que se organizassem em dois grupos para coletar os dados, um grupo a idade e outro à altura dos colegas. De imediato organizaram-se em dois grupos querendo saber o que e como deveriam fazer e agir. [...]. Me perguntaram se poderiam coletar outro tipo de informação, disse que sim, que poderia ser outra informação de interesse e que também poderiam dividir a turma em mais grupos e que a coleta de dados também poderia ser em outras turmas da escola, o professor é que vai avaliar a pertinência da atividade (DIÁRIO DE BORDO, registro de 21/09/2018).

[...] este encontro teve por objetivo buscar evidenciar a eficácia didática da proposta, para isso foi realizada entrevista com cada acadêmico. Os mesmos foram entrevistados individualmente, enquanto os outros realizavam a resolução de dez situações problemas relativos aos conteúdos apresentados pela proposta. Quando entreguei as situações problemas para serem resolvidas de imediato iniciaram a resolução na expectativa de conseguirem identificar o tipo de dados e a aplicação dos conceitos (DIÁRIO DE BORDO, registro de 19/10/2018).

Para os acadêmicos, a abordagem dos conceitos básicos de Estatística organizados de acordo com a TAS, propiciou condições para que se mantivessem organizados e participando de todas as atividades desenvolvidas. Para A2, “[...] as atividades propostas na sequência didática fizeram com que eu aprendesse melhor os conteúdos de Estatística, as atividades me desafiaram a querer descobrir e aprender os que estava sendo proposto, me fizeram querer saber mais”.

No que diz respeito à futura aplicação, os acadêmicos compreendem que a sequência didática será capaz de fazer com que os estudantes de Ensino Médio se empenhem, comprometam-se e participem de implementações futuras. Para eles, a metodologia proposta é cativante e traz atividades que se interligam com o cotidiano dos estudantes e, por esse motivo, irão manter o comprometimento dos estudantes. De acordo com A7 “Quando alguém for aplicar esta sequência didática no Ensino Médio verá que os alunos ficarão muito comprometidos com as

tarefas. Elas estão relacionadas com o que eles vivem. Daí, fica fácil de fazer eles prestarem atenção e realizarem as atividades. Você vai ver [...]”.

Na mesma direção, A5 e A4 comentam:

Com essa maneira de apresentar os conceitos os estudantes do Ensino Médio participaram muito mais das atividades propostas uma vez que relaciona com a realidade deles e conseqüentemente vão assimilar bem mais os conceitos (A5).

Este tipo de metodologia é o que estava faltando nas aulas do Ensino Médio, pois assim como foi apresentada vai despertar mais interesse e comprometimento do estudante para realizar as atividades uma vez que está bem próxima do seu dia a dia fazendo com que ele aprenda melhor (A4).

A percepção de que as atividades da proposta despertaram a participação e o comprometimento dos estudantes de nível médio em futuras implementações da sequência didática também é evidenciada nos registros efetuados pela professora pesquisadora no diário de bordo. Como percebe-se, nos trechos transcritos, é relatado uma conversa dos acadêmicos afirmando a necessidade de metodologias que relacionem os conteúdos estudados nos bancos escolares com o dia a dia dos estudantes.

[...] observei um grupo de acadêmicos falando que a maneira pela qual foi apresentada a metodologia da sequência didática irá despertar o interesse dos estudantes do Ensino Médio a participar das aulas, o que não acontece com a metodologia utilizada hoje em dia em que o aluno senta, ouve e resolve os exercícios artificialmente sem conexão alguma com suas vivências (DIÁRIO DE BORDO, registro de 28/09/2018).

[...] auxiliando os acadêmicos a concluir a generalização da fórmula do desvio médio os acadêmicos se manifestaram e falaram que nesta metodologia tendo a participação deles neste processo é possível entender o fazer a leitura da fórmula, porque a maneira metodológica adotada por certos professores onde apresenta as fórmulas sem saber direito o que estão fazendo e muito menos de onde vem não gera participação e muito menos interesse e comprometimento nos estudantes (DIÁRIO DE BORDO, registro de 05/10/2018).

Diante das constatações apresentadas, percebe-se o comprometimento dos acadêmicos nas atividades solicitadas e sua percepção de que o que foi sugerido na proposta didática irá despertar o interesse e o comprometimento nos estudantes do Ensino Médio, favorecendo a ocorrência da aprendizagem significativa.

Pelo exposto neste capítulo, percebeu-se que a sequência didática pensada, elaborada e aplicada ao longo desse estudo, pode aproximar a relação dos conhecimentos anteriores do aluno aos conteúdos estudados em sala de aula, e a organização das atividades propostas pode favorecer a promoção da diferenciação progressiva e também da reconciliação integrativa, amplamente preconizada por Ausubel em sua teoria, no que tange aos temas propostos. Ainda,



destaca-se que os materiais utilizados, assim como a estrutura da proposta, foram importantes para despertar a motivação e o interesse dos aprendizes no decorrer da implementação da proposta didática aplicada, o que permite afirmar que, comprovadamente, facilita a ocorrência da aprendizagem significativa.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo apresentado nesta dissertação tomou por base a percepção de que, ao ingressar em um curso superior, os estudantes demonstram muitas dificuldades nas disciplinas da área de Estatística. Percebe-se, também, que esse grupo de sujeitos apresenta lacunas conceituais em preceitos básicos da área. Tais evidências chamam a atenção, uma vez que o estudo da área é recomendado pelos documentos oficiais desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nesses documentos, o ensino de Estatística no Ensino Médio é compreendido como um elemento que possibilita a revisão de outros conteúdos matemáticos, não somente em termos de apreensão de conceitos da área. Ou seja, a Estatística é fundamental para a formação integral do aluno, favorecendo o desenvolvimento de competências como a argumentação, a postura ética e a autonomia, sendo essencial para a convivência em sociedade.

A análise das orientações curriculares para a Educação Básica permitiu perceber a necessidade dessa área nos currículos escolares. Porém, apesar de já terem se passado vinte anos da elaboração dos PCNs e da importância dos conceitos estatísticos para a formação de cidadãos críticos e autônomos, capazes de compreender o mundo em que vivem e agir sobre ele, a Estatística ainda é deixada de lado pela grande maioria dos professores e das escolas.

Assim, no decorrer do estudo, evidenciou-se que muitas das dificuldades enfrentadas pelos ingressantes nos cursos superiores são originárias no nível médio, sendo que na maioria das vezes, a responsabilidade pela formação dessas lacunas conceituais pode estar no modo como esses assuntos estão sendo abordados. Em muitos momentos, tais conceitos são tratados de modo distante do contexto em que os estudantes estão inseridos, por meio de situações artificiais que permitem apenas a repetição e a memorização dos conceitos.

Entende-se, então, que para propiciar o entendimento desses conceitos é necessário promover uma metodologia que torne os elementos estudados significativos para os aprendizes e que relacione os assuntos vistos nos bancos escolares aos conhecimentos prévios dos estudantes.

Logo, é importante que os estudantes consigam aplicar os conhecimentos em contextos diferentes daqueles estudados no cotidiano escolar, uma vez que é fundamental aguçar nesses sujeitos o prazer pela construção de significado e a valorização daquilo que está sendo aprendido.

A partir do exposto, salienta-se que esse estudo teve como objetivo principal avaliar como uma sequência didática de conceitos básicos de Estatística que pode ser um material potencialmente significativo para o ensino da área na percepção de futuros professores de

Matemática. De modo mais específico, buscou-se ainda realizar uma revisão de literatura sobre o processo de ensino da Estatística na Educação Básica; elucidar o entendimento sobre a TAS de David Paul Ausubel; elaborar, implementar e avaliar uma sequência didática sobre os conceitos básicos da área de Estatística, fundamentada na TAS; desenvolver um produto educacional, no formato de texto de apoio, voltado à difusão da prática pedagógica. Essa prática foi desenvolvida em um grupo de oito acadêmicos do sexto nível do curso de Matemática Licenciatura da UPF, na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III.

Ademais, a proposta didática visou oferecer uma sequência fundamentada em uma teoria que estabelece uma relação entre os conceitos escolares. Para tanto, a referida proposta foi dividida em cinco encontros, sendo que, no primeiro encontro, a TAS foi apresentada aos acadêmicos como fundamento da sequência. Nos demais encontros, foram abordados os conceitos de média aritmética, moda, mediana e desvio padrão para dados em série e para dados agrupados. Esses conceitos emergiram de uma investigação prévia na qual se identificou as lacunas conceituais da área presentes nas estruturas cognitivas de 200 acadêmicos ingressantes no curso superior.

A implementação da proposta originou uma gama de materiais que se constitui o rol de dados da pesquisa. Esses dados foram analisados sob os seguintes aspectos que constituíram as categorias do estudo: capacidade de relacionar os conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes; promover a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa; materiais utilizados e estrutura da proposta; e participação e comprometimento nas atividades.

Em relação à primeira categoria – capacidade de relacionar os conteúdos estudados com os conhecimentos anteriores dos estudantes – percebeu-se que os conteúdos contidos na sequência didática se relacionam aos conhecimentos anteriores dos estudantes do Ensino Médio. Na segunda – promover a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa – evidenciou-se a forma como as atividades foram organizadas, propiciando o favorecimento da promoção da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa. Já, a terceira categoria – materiais utilizados – demonstrou que os materiais utilizados e a estrutura da proposta foram essenciais para motivar os estudantes na participação das atividades propostas. Por fim, a última categoria – estrutura da proposta e participação e comprometimento nas atividades – expressou que os estudantes, em todas as etapas, se mantiveram comprometidos.

Tal prática permitiu ratificar que uma metodologia estruturada em um conteúdo que se mostre significativo para o estudante é primordial para provocar o interesse e a curiosidade pelos temas abordados em sala de aula, proporcionando clareza, firmeza, segurança e um maior conhecimento dos conceitos aos aprendizes. Para que ela seja efetiva, no entanto, é necessário

desenvolver uma metodologia adequada e que facilite a ocorrência da aprendizagem significativa.

Pelos resultados obtidos, acredita-se que a sequência desenvolvida atingiu os seus objetivos. Em outras palavras, pelos dados extraídos do diário de bordo e das entrevistas semiestruturadas, percebeu-se que o material construído pode ser considerado potencialmente significativo na percepção dos futuros professores de Matemática. Portanto, constatou-se que a sequência didática estruturada no estudo foi capaz de estimular os acadêmicos a querer aprender mais, identificando-se, em seus depoimentos, a necessidade e a importância de utilizar estratégias criativas para o estudo da área em nível médio.

Com base no apresentado, argumentamos que o produto educacional, elaborado na forma de uma sequência didática, constitui uma forma de aproximar a Estatística da sala de aula do Ensino Médio. Buscando uma contribuição mais produtora para a investigação realizada, o material preparado e implementado em sala de aula será disponibilizado *on-line*, de modo que poderá ser acessado e utilizado por outros professores de Matemática. O material disponibilizado pode ser revisitado diretamente em sala de aula, fazendo as adaptações necessárias para as turmas e faixas etárias, viabilizando, assim, uma prática com vistas à qualificação do processo de ensino e aprendizagem de estatística.

No término deste estudo e considerando a importância da Estatística no cotidiano das pessoas que vivem numa sociedade moderna, algumas indagações permaneceram. Uma sequência didática como a proposta, pode favorecer a aprendizagem significativa de conceitos da Estatística Inferencial? Como os cursos de formação de professores de Matemática têm abordado o processo de ensino dos conceitos da área? A existência de tais indagações demonstra um vasto campo de investigação que se abre a partir deste trabalho. Respondê-las, futuramente, possibilitará a melhoria do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos da área e, conseqüentemente, a adequação da interpretação das informações cotidianas.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, Francisco Cordeiro. Diário: contributo para o desenvolvimento profissional dos professores e estudo dos seus dilemas. *Educação, Ciência e Tecnologia*, n. 29, p. 222-239, dez. 2004. Disponível em: <<http://www.ipv.pt/millennium/Millennium29/30.pdf>>. Acesso em: 25 abr. 2018.
- AUSUBEL, David. Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BACCARIN, Sandra Aparecida de Oliveira; NEVES, Regina da Silva Pina. A formação Estatística de ingressantes em um curso de licenciatura em Matemática. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIAEM), 13, 2011, Recife. *Anais...* Recife: UFP, 2011. p. 1-14.
- BAYER, Arno; ECHEVESTE, Simone. Estatística na escola: importância dos conteúdos de estatística no ensino fundamental e médio. *Actas Scientiae*, Canoas, v. 5, n. 1, p. 35-42, jan./jun. 2003.
- BERTONI, Nilza Eigenheer. Um novo paradigma no ensino e aprendizagem das frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. *Anais...* Recife: UFP, 2004. p. 1-15. Disponível em: <<https://bit.ly/2XXFAuD>>. Acesso em: 12 jun. 2015.
- BOTELHO, Tarcisio Rodrigues. Censos e construção nacional no Brasil Imperial. *Tempo Social*, v. 17, n. 1, p. 321-341, 2004.
- BOYER, Carl Benjamim. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. Disponível em: <<https://bit.ly/2JFoeLA>>. Acesso em: 05 mai. 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC)*. Brasília, 2017. Disponível em: <<https://bit.ly/2BHits>>. Acesso em: 05 dez. 2018.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) Ciências da Natureza e suas Tecnologias*. Brasília: MEC, 2002.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental)*. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CARVALHO, José Ivanildo Felisberto de. *Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental*. 2011. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.
- CAZORLA, Irene Mauricio. *A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. 2002. 335f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.
- CLEGG, Frances. *Estatística para todos*. Lisboa: Gradiva, 1995.

COLL, César; MARCHESI, Álvaro; PALACIOS, Jesús. *Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação escolar*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CONTEL, Fabio Betioli. As divisões regionais do IBGE no século XX (1942, 1970 e 1990). *Revista da Rede Brasileira de História da Geografia e Geografia Histórica*, v. 3, p. 1-20, 2014. (IBGE: saberes e práticas territoriais. Terra Brasilis). Disponível em: <<https://bit.ly/2JA0ywa>>. Acesso em: 20 abr. 2018.

COPPETE, Maria Conceição; FLEURI, Reinaldo Matias; STOLTZ, Tania. Educação intercultural e diversidade: perspectivas possíveis. In: CECCHETTI, Elcio; POZZER, Adecir. (Orgs.). *Educação e Interculturalidade: conhecimentos, saberes e práticas descoloniais*. Blumenau: Edifurb, 2014, p. 69-87.

DARROZ, Luiz Marcelo. Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. *Espaço Pedagógico*, Passo Fundo, v. 25, n. 2, p. 577-580, maio/ago. 2018. Disponível em: <<https://bit.ly/2O6zlAs>>. Acesso em: 05 jun. 2018.

ECHEVESTE, Simone; BITTENCOURT, Hélio; BAYER, Arno. ROCHA, Josy. Educação estatística: perspectivas e desafios. *Actas Scientiae*, v. 7, n. 1, p. 103-109, jan./jun. 2005.

FEIJOO, Ana Maria Lopez Calvo de. Medidas de tendência central. In: FEIJOO, Ana Maria Lopez Calvo de. *A pesquisa e a estatística na psicologia e na educação*. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2010, p. 14-22. Disponível em: <<https://bit.ly/2HNOHVn>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

FERNANDES, Rúbia Juliana Gomes. *Estatística e Probabilidade: uma proposta para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. 2014. 87f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Tecnologias) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2014.

FERREIRA, Viviane Lovatti. *Metodologia do Ensino de Matemática: história, currículo e formação de professores*. São Paulo: Cortez, 2013.

FLORES NETO, João. *Estatística Descritiva*. 2013. Disponível em: <<https://bit.ly/2JNMAGf>>. Acesso em: 28 abr. 2018.

FREUND, John E.; SIMON, Gary A. *Estatística Aplicada: economia, administração e contabilidade*. 9. ed. Trad. Alfredo Alves de Farias. Porto Alegre: Bookman, 2000.

GAL, Iddo. Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, v. 70, n. 1, p. 1-25. 2002.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GIL, Antonio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIORDANO, Cassio Cristiano. *O desenvolvimento do letramento estatístico por meio de projetos: um estudo com alunos do Ensino Médio*. 2016. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JUNIOR; José Ruy. *Matemática fundamental: uma nova abordagem: ensino médio*. São Paulo: FTD, 2002. v. único.

GOMES, Frederico Pimentel. *A Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBras) no período de 1955 a 1988*. 2013. Disponível em: <<https://bit.ly/2UBDoHI>>. Acesso em: 04 jun. 2018.

HAUBERT, Marcelo Calixtro. *Uma medida saudável: uma abordagem de Educação Estatística no Ensino Médio associada à área da Saúde*. 2016. 217f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

LARA, Anna Elisa de; SOUSA, Célia Maria Soares Gomes de. O processo de construção e de uso de um material potencialmente significativo visando a aprendizagem significativa em tópicos de colisões: apresentações de slides e um ambiente virtual de aprendizagem. *Experiências em Ensino de Ciências*, Brasília, v. 4, n. 2, p. 61-82, 2009.

LEVIN, Jacck; FOX, James Alan; FORDE David Rip. *Estatística para Ciências Humanas*. Trad. Jorge Ritter. Rev. técnica Fernanda Bonafini. 11. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. Os desafios para a educação Estatística no currículo de Matemática. In: ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; LOPES, Celi Aparecida Espasandin. (Orgs.). *Estudos e reflexões em educação Estatística*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010. p. 212-230.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. *O conhecimento profissional dos professores e suas relações com a estatística e probabilidade na educação infantil*. 2003. 290f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2003.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Leitura e escrita em Educação Estatística. In: LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair Mendes. *Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidade*. Campinas/SP: Mercado e Letras, 2009. p. 61-78.

LOPES, Luis Felipe Dias. *Apostila Estatística*. 2003. Disponível em: <<https://bit.ly/2JCmfMc>>. Acesso em: 28 abr. 2018. (Departamento de Estatística - UFSM).

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

LUTZ, Mauricio Ramos. *Uma sequência didática para o ensino de estatística a alunos do Ensino Médio na modalidade PROEJA*. 2012. 152f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MACEDO, Robson Candeias. *Conhecimentos de professores de Matemática sobre o processo de ensino e de aprendizagem de noções Estatísticas - curva normal*. 2016. 211f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

- MAGINA, Sandra; CAZORLA, Irene; GITIRANA, Verônica; GUIMARÃES, Gilda. Concepções e concepções alternativas de média: um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental. *Educar em Revista*, Curitiba, n. especial 2, p. 59-72, 2010. Disponível em: <<https://bit.ly/219xhtK>>. Acesso em: 07 jan. 2013.
- MILONE, Giuseppe. *Estatística: geral e aplicada*. São Paulo: Thomson Learning, 2006.
- MINAYO, Maria Cecília de Souza. *Pesquisa Social: teoria, método e criatividade*. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.
- MORAES, Roque. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.
- MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. *Análise textual discursiva*. Ijuí: Unijuí, 2011.
- MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise textual discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. *Ciência & Educação*, v. 12, n. 1, p. 117-128, 2006.
- MOREIRA, Marco Antonio. *O que é afinal aprendizagem significativa?* Disponível em: <<https://bit.ly/2FfaZlb>>. Acesso em: 17 mar. 2018.
- MOREIRA, Marco Antonio. *Aprendizagem Significativa*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1999.
- MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. *Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Centauro, 2001.
- MOREIRA, Marco Antonio; OSTERMANN, Fernanda. *A Física na formação de professores do Ensino Médio*. Porto Alegre: UFRGS, 1999.
- MUNIZ, Joel Augusto; ABREU, Agostinho Roberto de. *Técnicas de amostragem*. Lavras: UFLA/FAEPE, 2000.
- NUNES JÚNIOR, José Edson Ferreira. *Perfil sócio demográfico e profissional dos graduados em Estatística no Brasil*. 2016. 35f. Monografia (Graduação em Estatística) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016.
- ODY, Magnus Cesar. *Literacia estatística e probabilística no Ensino Médio*. 2013. 170f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.
- OLIVEIRA, Priscila Glauce de. *Ensino-aprendizagem de probabilidade e Estatística: um panorama das dissertações do programa de estudos pós-graduados em Educação Matemática PUC-SP*. 2007. 94f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Centro Universitário da Fundação Santo André, Santo André, 2007.
- PAIVA, Manoel. *Matemática*. São Paulo, Editora Moderna, 1999.



PANAINO, Robinson. *Estatística no Ensino Fundamental: uma proposta de inclusão de conteúdos matemáticos*. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, SP, 1998.

PELIZZARI, Adriana; KRIEGL, Maria de Lurdes; BARON, Márcia Pirih; FINCK, Nelcy Teresinha Lubi; DOROCINSKI, Solange Inês. Teoria da Aprendizagem Significativa segundo Ausubel. *Revista Psicologia Educação e Cultura*, Curitiba, v. 2, n. 1, p. 37-42, jul. 2001-jul. 2002.

POUBEL, Martha Werneck. Um estudo da história da Estatística: o 1º censo demográfico. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9, 2011, Aracajú. *Anais...* São Paulo: SBEM, 2011. p. 1-11.

POZO, Juan Ignacio. *Teorias cognitivas da aprendizagem*. 3. ed. São Paulo: Artes Médicas, 1998.

PREZOTTO, Luciete de Fatima Rodrigues; KIST, Airton. O ensino de Estatística como ferramenta de investigação de processos sociais. In: HASPER, Ricardo; BARROS, Gilian Cristina; MULLER, Claudia Cristina (Orgs.). *Os Desafios da Escola Pública Paranaense na perspectiva do Professor PDE - Volume 1*. Curitiba: Secretaria de Educação do Estado do Paraná, 2016. p. 1-16.

QUEDI, Rejane Padilha; DARROZ, Luiz Marcelo. Conceitos básicos de Estatística: as lacunas conceituais de acadêmicos ingressantes no curso superior. *Revista Thema*, Pelotas, v. 15, n. 4, p. 1256-1268, 2018.

RIBEIRO, Rafael João; SILVA, Sani de Carvalho Rutz da; KOSCIANSKI, André. Organizadores prévios para aprendizagem significativa em Física: o formato curta de animação. *Revista Ensaio*, Belo Horizonte, v. 14, n. 03, p. 167-183, set./dez. 2012.

ROMANOWSKI, Joana Paulin. *As licenciaturas no Brasil: um balanço das teses e dissertações dos anos 90*. 2002. 175f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

RUMSEY, Deborah Jean. Cooperative teaching, opportunities for introductory statistics teachers. *The Mathematics Teacher*, v. 92, n. 8, p. 734-737, nov. 1999.

SANTANA, Mário de Souza. *A Educação Estatística com base num ciclo investigativo: um estudo do desenvolvimento do letramento estatístico de estudantes de uma turma do 3º ano do Ensino Médio*. 2011. 197f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

SANTOS, Gilvan Pereira dos. *Análise da aprendizagem no preparo de soluções, com aporte na teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, utilizando laboratório virtual*. 2017. 83f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade Estadual de Roraima, Boa Vista, 2017.

SCHNEIDER, Juliana Cristina; ANDREIS, Rosemari Ferrari. *Contribuições do ensino de estatística na formação cidadã do aluno da educação básica*. 2013. Disponível em: <<https://bit.ly/2ybmacU>>. Acesso em: 03 nov. 2017.

SHIRLEY, Lawrence. *Matemática do século XX: o século em breve revista*. Trad. David Mendes. Towson: Towson University, 2000.

SILVA, Ermes Medeiros da; SILVA, Elio Medeiros da; GONCALVES, Valter. *Estatística para os cursos de Economia, Administração, Ciências Econômicas*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2006. v. 1.

SILVA, Taís Renata Schaeffer da; PÉREZ, Carlos Ariel Samudio; ROSA, Cleci Teresinha Werner da. A presença da Teoria da Aprendizagem Significativa nas dissertações em ensino de Física da UFRGS - Mestrado Profissional. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 5, 2016; SEMANA ACADÊMICA DA LICENCIATURA EM CIÊNCIAS NATURAIS, 2, 2016, Ponta Grossa. *Anais...* Ponta Grossa: UTFPR, 2016.

STELLA, Cristiane Aparecida. *Um estudo sobre o conceito de Média com alunos do Ensino Médio*. 2003. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

STEVENSON, William J. *Estatística Aplicada à Administração*. Trad. Alfredo Alves de Farias. São Paulo: Harbra, 1981.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. *Introdução à pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em educação*. 5. ed. 18 reimp. São Paulo: Atlas, 2009.

TRIOLA, Mario F. *Introdução à estatística*. 7. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1999.

VENDRAMINI, Claudette Maria Medeiros; DIAS, Anelise Silva. Teoria de resposta ao item na análise de uma prova de Estatística em universitários. *Revista Psico-USF*, v. 10, n. 2, p. 201-210, jul./dez., 2005.

VERGARA, Sylvia Constant. *Projetos e relatórios de pesquisa em Administração*. São Paulo: Atlas, 1997.

WOEHLKE, Paula L.; LEITNER, Dennis W. Gender differences in performance on variables related to achievement in graduate-level educational statistics. *Psychological Reports*, v. 47, p. 1119-1125, dez., 1980.

ZABALZA, Miguel Angel. *Diários de aula: um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional*. Porto Alegre: Artmed. 2004.

ZAT, Ancilla Dall'Onder. *Moda Estatística: relações conceituais*. 2014. Disponível em: <<https://bit.ly/1zniagk>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

ZOMPERO, Andreia de Freitas; LABURÚ, Carlos Eduardo. As relações entre aprendizagem significativa e representações multimodais. *Revista Ensaio*, Belo Horizonte, v. 12, n. 03, p. 31-40, set./dez., 2010.

## ANEXO A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado/a a participar da pesquisa “*Conceitos básicos de Estatística: uma sequência didática para o Ensino Médio*”, de responsabilidade dos pesquisadores Rejane Padilha Quedi e Dr. Luiz Marcelo Darroz. Esta pesquisa é desenvolvida em razão da necessidade de qualificação do processo ensino aprendizagem em Estatística no Ensino Médio. O objetivo do trabalho é avaliar se uma sequência didática de conceitos básicos de Estatística pode ser um material potencialmente significativo para o ensino da área na percepção de futuros professores de Matemática. A atividade será desenvolvida durante a disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III no sexto nível do curso de Matemática da UPF, envolvendo registros por parte da professora pesquisadora referente ao andamento das aulas, coleta de material escrito dos acadêmicos e entrevistas semiestruturadas, todas essas atividades desenvolvidas nas dependências da instituição.

Esclarecemos que a sua participação não é obrigatória e, portanto, poderá desistir a qualquer momento, retirando seu consentimento. Além disso, garantimos que receberá esclarecimentos sobre qualquer dúvida relacionada à pesquisa e que poderá ter acesso aos seus dados em qualquer etapa do estudo. As informações serão transcritas e não envolverão a identificação do nome dos sujeitos. Tais dados serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo garantido o sigilo das informações.

Informamos que a sua participação nesta pesquisa não traz complicações legais, não envolve qualquer tipo de risco físico, material, moral ou psicológico. Ao participar desta pesquisa, você não terá nenhum benefício direto. Entretanto, esperamos que este estudo o auxilie no processo de construção do conhecimento científico. Você não terá nenhum tipo de despesa, bem como nada será pago pela sua participação.

Caso você tenha dúvida sobre o comportamento dos pesquisadores ou sobre as mudanças ocorridas na pesquisa que não constam no TCLE, ou caso se considere prejudicado/a na sua dignidade e autonomia, poderá entrar em contato com o pesquisador Dr. Luiz Marcelo Darroz pelo telefone (54) 999390599, ou com a Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Passo Fundo, pelo telefone (54) 3316 8363. Poderá, ainda, sendo este o seu desejo, consultar o Comitê de Ética em Pesquisa da UPF pelo telefone (54) 3316-8157, no horário das 8h às 12h e das 13h30min às 17h30min, de segunda a sexta-feira.

Dessa forma, se você concorda em participar da pesquisa, em conformidade com as explicações e orientações contidas neste Termo, pedimos que registre abaixo a sua autorização. Informamos que este Termo também será assinado pelos pesquisadores responsáveis, emitido em duas vias, das quais uma ficará com você e a outra com os pesquisadores.

Passo Fundo, 14 de setembro de 2018.

Nome do/a participante: \_\_\_\_\_

Data de nascimento: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

Pesquisadores: \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_

## **ANEXO B - Termo de Autorização do Curso de Matemática - UPF**

### **AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA ACADÊMICA**

Por este instrumento, o Curso de Matemática-L da Universidade de Passo Fundo, autoriza a mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, Rejane Padilha Quedi, conjuntamente com seu orientador professor Dr. Luiz Marcelo Darroz a desenvolver a pesquisa intitulada “*Conceitos básicos de Estatística: uma sequência didática para o Ensino Médio*”. O objetivo do trabalho é avaliar se uma sequência didática de conceitos básicos de Estatística pode ser um material potencialmente significativo para o ensino da área na percepção de futuros professores de Matemática. A atividade será desenvolvida em cinco encontros, durante a disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III no sexto nível do curso de Matemática da Universidade de Passo Fundo, envolvendo registros por parte da professora pesquisadora referente ao andamento das aulas, coleta de material escrito dos alunos e entrevistas semiestruturadas, todas essas atividades desenvolvidas nas dependências da instituição. Os dados a serem coletados vinculam-se a registros da pesquisadora em um diário de bordo e a gravação em áudio de entrevistas com os acadêmicos. Todo material será transcrito e analisado mantendo-se o anonimato dos sujeitos envolvidos.

Passo Fundo, 8 de junho de 2018.

Me. Maria de Fátima Baptista Betencourt

Coordenador do Curso de Matemática - L

## APÊNDICE A - Apresentação dos encontros e dinâmica dos encontros



UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO  
Instituto de Ciências Exatas e Geociências

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

50 ANOS  
UPF

Estadística no Ensino Médio: uma proposta metodológica fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa

Mestranda: Rejane Padilha Quedi  
Orientador: Dr. Luiz Marcelo Darroz

**CRONOGRAMA**

Encontros	Data
Primeiro	14/09/2018
Segundo	21/09/2018
Terceiro	28/09/2018
Quarto	05/10/2018
Quinto	19/10/2018

50 ANOS  
UPF  
PPGECM-ICEG

**PROPOSTA**

Encontro	Conteúdo(s)
<p>1º (4 h)</p> <p><b>Teoria da Aprendizagem Significativa</b></p>	<p>Apresentação da Teoria da Aprendizagem Significativa</p>

**PROPOSTA**

Encontro	Conteúdo(s)
<p>2º (4 h)</p> <p><b>Estatística: Origem e Elementos Básicos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Origem da Estatística</li> <li>• População e Amostra</li> <li>• Coleta de dados</li> <li>• Tabulação de dados</li> <li>• Diferença entre dados em série e dados agrupados</li> </ul>

## PROPOSTA

Encontro	Conteúdo(s)
3º (4 h)  Dados em Série	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elementos de dados em série</li><li>• Média Aritmética</li><li>• Moda</li><li>• Mediana</li><li>• Desvio Médio</li><li>• Desvio Padrão</li></ul>

## PROPOSTA

Encontro	Conteúdo(s)
4º (4 h)  Dados Agrupados	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elementos de dados agrupados</li><li>• Média Aritmética</li><li>• Moda</li><li>• Mediana</li><li>• Desvio Médio</li><li>• Desvio Padrão</li></ul>



**PROPOSTA**

Encontro	Conteúdo(s)
<b>5º (4 h)  Avaliação da proposta</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Resolução de situações problema</li><li>• Entrevistas</li></ul>



## APÊNDICE B - Texto para leitura sobre a TAS

### A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

O pressuposto central da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel é de que o fator isolado mais importante, e que influencia a aprendizagem, é aquilo que o aprendiz já sabe (MOREIRA; MASINI, 2001).

O objetivo desta teoria é a ocorrência da aprendizagem significativa. Para Ausubel, este tipo de aprendizagem é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo (estrutura hierárquica de conceitos). Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, aquilo que o aprendiz já sabe, a qual Ausubel define como subsunçor, existente na estrutura cognitiva (estrutura hierárquica de conceitos).

Em outras palavras, a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se (interage) em subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. Esse processo de ancoragem da nova informação resulta em crescimento e modificação do conceito subsunçor. Isso significa que os subsunçores existentes na estrutura cognitiva podem ser abrangentes e bem desenvolvidos ou limitados e pouco diferenciados, dependendo da frequência e da intensidade com que ocorre a aprendizagem significativa em conjunção com um dado subsunçor. À medida que esses novos conceitos forem aprendidos de maneira significativa, de forma não literal e nem arbitrária, ocorre um crescimento e elaboração dos conceitos subsunçores iniciais, ou seja, conforme a aprendizagem começa a ser significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e capazes de ancorar mais informações.

Para Ausubel, a aprendizagem significativa contrapõe-se fundamentalmente à aprendizagem mecânica. Esta é definida como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes e existentes na estrutura cognitiva. Neste caso, a informação é armazenada de forma arbitrária, isto é, ocorre sem que haja interação entre a nova informação e o que o estudante já sabe. O conhecimento assim adquirido fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva sem relacionar-se a conceitos subsunçores específicos.

Para facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa, Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios. Estes são materiais introdutórios apresentados antes do próprio material a ser aprendido, que servem de ponte para a nova aprendizagem e levam ao desenvolvimento

de conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente. O uso de organizadores prévios é uma estratégia proposta por Ausubel para manipular a estrutura cognitiva a fim de facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa. Neste sentido, Ausubel salienta que os organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem ao passo que funcionam como “pontes cognitivas” que permitem que os estudantes superem o limite entre o que já sabem e aquilo que eles precisam saber, antes de poder realizar a tarefa apresentada.

Ainda, de acordo com Moreira e Masini, (2001), Ausubel, considera que duas condições são necessárias para a ocorrência da aprendizagem significativa. A primeira é que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, ou seja, que o que se pretende ensinar seja relacionável à sua estrutura de conhecimento do aprendiz de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva). Isto significa que na estrutura cognitiva do aprendiz devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos com os quais o novo material é relacionável. A segunda condição, é que o aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária à sua estrutura cognitiva. Segundo o teórico, se uma das duas condições não for satisfeita, ocorrerá uma aprendizagem mecânica.

Enquanto a aprendizagem significativa ocorre, conceitos são desenvolvidos, elaborados e diferenciados em decorrência de sucessivas interações. Do ponto de vista ausubeliana, o desenvolvimento de conceitos é facilitado quando os elementos mais gerais, mais inclusivos de um conceito são introduzidos em primeiro lugar. Logo, segundo Ausubel, o princípio diferenciação progressiva deve ser levado em conta ao se programar o conteúdo, quer dizer, as ideias mais gerais e mais inclusivas da disciplina devem ser apresentadas no início para, somente então, serem progressivamente diferenciadas, em termos de detalhe e especificidade.

Além disso, o teórico indica que a instrução deve também explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças importantes e reconciliar discrepâncias reais e aparentes. Isso deve ser feito para se atingir o que Ausubel chama de reconciliação integrativa.

Por fim, de acordo com Ausubel, a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. A melhor maneira de procurar evidências de compreensão significativa é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido.

Assim, a partir do que foi exposto, pode-se inferir que o papel do professor na facilitação da aprendizagem significativa envolve pelo menos quatro tarefas fundamentais: identificar a estrutura conceitual e proposicional da matéria de ensino; averiguar quais os subsunçores relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado que o aprendiz deve ter em sua estrutura cognitiva; propor atividades didáticas que possibilitem que o novo conhecimento se relacione

aos subsunçores especificamente relevantes e ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a aquisição da estrutura conceitual da matéria de ensino de uma maneira significativa.

## APÊNDICE C - Apresentação sobre a TAS



UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO  
Instituto de Ciências Exatas e Geociências

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

50 ANOS  
UPF

Estatística no Ensino Médio: uma proposta metodológica fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa

Mestranda: Rejane Padilha Quedi  
Orientador: Dr. Luiz Marcelo Darroz

Teoria da Aprendizagem Significativa (T.A.S)

- ❖ Nasceu em Nova Iorque
- ❖ Médico e Psicólogo
- ❖ Doutor em Psicologia do Desenvolvimento
- ❖ Criador da T.A.S

David Paul Ausubel  
(1918-2008)



50 ANOS  
UPF  
PPGECM-ICEG

T.A.S

Se eu pudesse reduzir a psicologia educacional a uma só frase eu diria:  
**“O FATOR MAIS IMPORTANTE INFLUENCIANDO A APRENDIZAGEM É O QUE O ESTUDANTE JÁ SABE. VERIFIQUE ISSO E ENSINE DE ACORDO”.**  
(MOREIRA; MASINI, 2001)



50 ANOS  
UPF  
PPGECM-ICEG

T.A.S

- ➔ Aprendizagem Significativa ocorre quando a nova informação ancora-se (interage) em subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende.
- ➔ Ausubel define como **subsunçor**, aquilo que o aprendiz já **sabe**, o que está presente na estrutura de conhecimento específica.

50 ANOS  
UPF  
PPGECM-ICEG



T.A.S

- ➔ Para facilitar a ocorrência da Aprendizagem Significativa, Ausubel recomenda o uso de **organizadores prévios**. Estes são materiais introdutórios apresentados antes do próprio material a ser aprendido, que **servem de ponte para a nova aprendizagem**.



T.A.S

Se uma das duas condições não for satisfeita, ocorrerá uma aprendizagem mecânica.

- 1º Que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz.
- 2º Que o aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária à sua estrutura cognitiva.



T.A.S

- ➔ Do ponto de vista ausubeliano, o desenvolvimento de conceitos é facilitado quando os **elementos mais gerais são introduzidos em primeiro lugar**. Este processo é denominado por Ausubel de **diferenciação progressiva**.



T.A.S

- ➔ Quando **ideias** de estrutura cognitiva **são relacionáveis**, fazendo com que essa estrutura se **reorganize**, promovendo **novos significados** para os conteúdos, fazendo **relações entre as ideias**, temos a **reconciliação integrativa**.



T.A.S

- ➔ Para Ausubel, há **indícios de Aprendizagem Significativa** quando o sujeito **aplica os conceitos** estudados em **outras situações**, isto é, em contextos **diferentes daqueles apresentados** no desenvolvimento dos conteúdos.



## REFERÊNCIAS

MOREIRA, M. A. *O que é afinal aprendizagem significativa?*

Disponível em:

<<https://www.if.ufrgs.br/~moreira/oqueefinal.pdf>>. Acesso em: 17 mar. 2018. (Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2010. Aceito para publicação, Qurriculum, La Laguna, Espanha, 2012).

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. *Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Centauro, 2001.





**APÊNDICE D - Atividade para identificar se o estudante aprendeu significativamente os conceitos abordados**

Os números a seguir são os pontos por bolas recebidas pelo Time “Bola da Cesta” do Município X, 2018 em competição de Baseball durante um período recente de 30 anos.

155	118	140	129	155	118
122	126	129	122	78	145
145	109	126	126	140	122
119	122	114	118	134	122
119	112	109	134	145	109

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Com base nas informações, quem seria a população e a amostra? Construa uma distribuição tabular para dados em série e outra, com os dados agrupados.

**APÊNDICE E - Exercício para a identificação dos conceitos subsunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados em série**

Uma equipe do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 11 dias intercalados no mês de agosto de 2018. Esse tipo de mecanismo é rotineiro, uma vez que os dados servem de referência para estudos e análises de tendências climáticas ao longo dos meses.

Dia do Mês	°C
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5

Fonte: Fictícia

Em relação à temperatura, encontre o valor da média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão.

**APÊNDICE F - Atividade para identificar indícios da aprendizagem significativa dos conceitos abordados na etapa**

Os dados a seguir representam as exportações de determinado país (em bilhões de dólares) para 10 países em um ano recente.

Argentina	130,3	Itália	234,2
Cingapura	61,3	Bélgica	23,0
Chile	41,1	China	65,2
Austrália	19,8	Malásia	12,6
Brasil	24,4	Arábia Saudita	7,8

Fonte: Fictícia

a) Este grupo de países será incluído no rol de países com maior exportação se sua média aritmética for maior que a mediana e se os valores de exportação forem modal. Esse grupo entrará no rol de países com maior exportação?

b) Para ter maior credibilidade, o grau de variação deste conjunto de valores de exportação deve ser inferior à média aritmética dos valores. Esse grupo terá credibilidade?

**APÊNDICE G - Exercício para a identificação dos conceitos subunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados agrupados**

A distribuição dos salários da Empresa W, do Município X, em junho de 2018 é dada na seguinte tabela:

Salários em R\$	Número de Funcionários
1 000,00	5
1 200,00	10
2 000,00	12
5 000,00	6
10 500,00	3
Total	36

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Com base nas informações da tabela, determine a média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão dos salários dos funcionários.

## APÊNDICE H - Atividade para identificar indícios da aprendizagem significativa dos conceitos abordados na etapa

A ausência de controle na fabricação podem também resultar em perdas de energia através das paredes da geladeira. Essas perdas, em função da espessura das paredes são apresentadas: (Fonte: Fictícia)

Espessura das paredes (cm)	Perda térmica mensal (kWh)
2	55
4	25
6	35
10	10

Fonte: Fictícia

a) Para que aconteça uma perda térmica mensal menor, em caráter experimental, estão classificando a espessura das paredes nessas condições:  $\bar{X} = D_m + s$ . Este grupo atenderia as condições?

b) Neste grupo, a espessura que se concentra a maior perda térmica é o mesmo valor onde se divide os dados pela metade. A afirmação é verdadeira? Justifique.

## APÊNDICE I - Situações problema<sup>8</sup> relativos aos conteúdos apresentados pela proposta

1. Os valores abaixo representam as áreas construídas, medidas em metros quadrados (m<sup>2</sup>), de vinte residências de uma certa região:

402	302	402	390
280	290	380	300
330	280	250	283
402	300	283	250
385	304	402	280

Fonte: Fictícia

- a) A média de área construída durante muito tempo nesta região foi de 345 m<sup>2</sup>. Este grupo de moradores está nesta média ou determinaram uma nova média de área construída para esta região?
- b) Para analisar o perfil deste novo grupo de moradias, podemos verificar qual é a área mais construída e a área que separa em dois grupos iguais esses valores de área? Se sim, quais são essas características?
2. As idades dos jogadores de um time de basquete são 18, 23, 19, 20, e 21 anos. Para que o time participe de determinado campeonato as idades dos jogadores devem pertencer a este intervalo  $Dm < 1,5 < s$ . O time de basquete participará do campeonato?
3. Dois atiradores X e Y obtiveram numa competição de vinte tiros, num alvo em que 50 pontos é exatamente no centro do alvo, 30 pontos na faixa anterior ao centro, 20 pontos na anterior e 10 pontos na faixa mais afastada do centro do alvo e zero se for fora do alvo, os seguintes resultados:

Escores dos atiradores X e Y, Campeonato Z, março/2018

Atirador	Resultado				
	50	30	20	10	0
x	4	6	5	4	1
y	6	3	5	3	3

Fonte: Fictícia

Qual dos atiradores tem o desempenho mais regular?

<sup>8</sup> Algumas das situações problema foram extraídos dos seguintes autores: Giovanni; Bonjorno; Giovanni Junior (2002), Levin (2002), Milone (2006), Paiva (1999), Silva (2006), Triola (1999).

4. (Unicamp-SP) A média aritmética das idades de um grupo de 120 pessoas é 40 anos. Se a média aritmética das idades das mulheres é de 35 anos e a dos homens é 50 anos, qual o número de pessoas de cada sexo, no grupo?
5. Um banco selecionou ao acaso 25 contas de pessoas físicas em uma agência, em determinado dia, obtendo os seguintes saldos em dólares:

52 500,00	18 300,00	35 700,00	43 800,00	22 150,00
6 830,00	3 250,00	17 603,00	25 500,00	28 000,00
16 323,00	42 130,00	27 606,00	18 300,00	12 521,00
28 000,00	31 452,00	39 610,00	22 500,00	7 380,00
28 000,00	22 150,00	14 751,00	39 512,00	17 603,00

Fonte: Fictícia

Essa seleção tem por objetivo proporcionar ao cliente uma redução na taxa de juro em seu cheque especial, mas para isso com os valores agrupados, o grupo de valores deve obedecer a seguinte condição como valor do saldo:  $\bar{X} - M_o + M_e - (D_M - s)$ . Algum cliente será beneficiado? Se sim, quantos?

6. Os escores das atitudes em relação a pessoas mais velhas de 30 estudantes foram arrançados na distribuição de frequência simples a seguir (escores mais altos indicam atitudes mais favoráveis em relação a pessoas mais velhas).

Escores das atitudes em relação a pessoas mais velhas

Escola Z, Passo Fundo, maio/2018

Valor do escore da atitude	Frequência (estudantes)
7	3
6	4
5	6
4	7
3	5
2	4
1	1
$\Sigma$	30

Fonte: Fictícia

- a) Estipulou-se que, para serem consideradas atitudes aceitáveis em relação ao tratamento com pessoas mais velhas, a média dos escores deve ser superior a cinco. Este grupo de 30 estudantes apresenta atitudes aceitáveis em relação às pessoas mais velhas?

- b) O escore que representa a maior frequência entre os estudantes está abaixo da média?
- c) O valor do escore da atitude que divide a distribuição em duas partes iguais é menor que a moda?

7. Um caminhão vazio tem massa de 3000 kg. Ele será carregado com 480 caixas de 10 kg cada, 350 caixas de 8 kg cada, 500 caixas de 4 kg cada e 800 caixas de 5 kg cada. O motorista do caminhão tem massa de 80 kg e a lona de cobertura da carga possui 5 kg. Se este caminhão tem que passar por uma balança que só permite passagens a caminhão com, no máximo, a soma de cinco vezes a massa do caminhão com cinco vezes a média da carga e com duas vezes o valor do desvio padrão da carga. Este caminhão passará na balança?

8. Um fabricante de autopeças está próximo de fechar um grande contrato com uma montadora. O ponto-chave é a garantia da qualidade de seus produtos, especialmente o diâmetro (em mm) dos eixos produzidos. A montadora selecionou uma amostra aleatória de seis eixos para testar as especificações requeridas. Os valores encontrados estão descritos a seguir:

Diâmetro (mm):      93,9    94,4    93,7    93,5    94,8    93,7

Para que o contrato seja fechado a condição é de que o valor da média aritmética mais o valor do desvio padrão não excedam a 95 mm. O fabricante de autopeças fechará o contrato?

9. Os valores abaixo referem-se ao tempo de vida útil (meses) de uma amostra aleatória de treze ferramentas de corte em um processo industrial.

Vida útil (meses):    84      63      72      96      72      105    110

Para que determinado experimento seja considerado satisfatório, o tempo de vida útil deve apresentar a moda igual à mediana. O experimento será considerado satisfatório?

10. Em uma pesquisa para verificar o consumo de refrigerantes foi levantado o consumo semanal (litros) por pessoa (per capita), aproximado, em janeiro de 2017, em uma cidade do litoral, obtendo:



## Consumo semanal (litros) per capita– Janeiro/2017

Consumo semanal	Número de pessoas
0,5	10
1,0	25
1,5	9
2,0	7
2,5	6

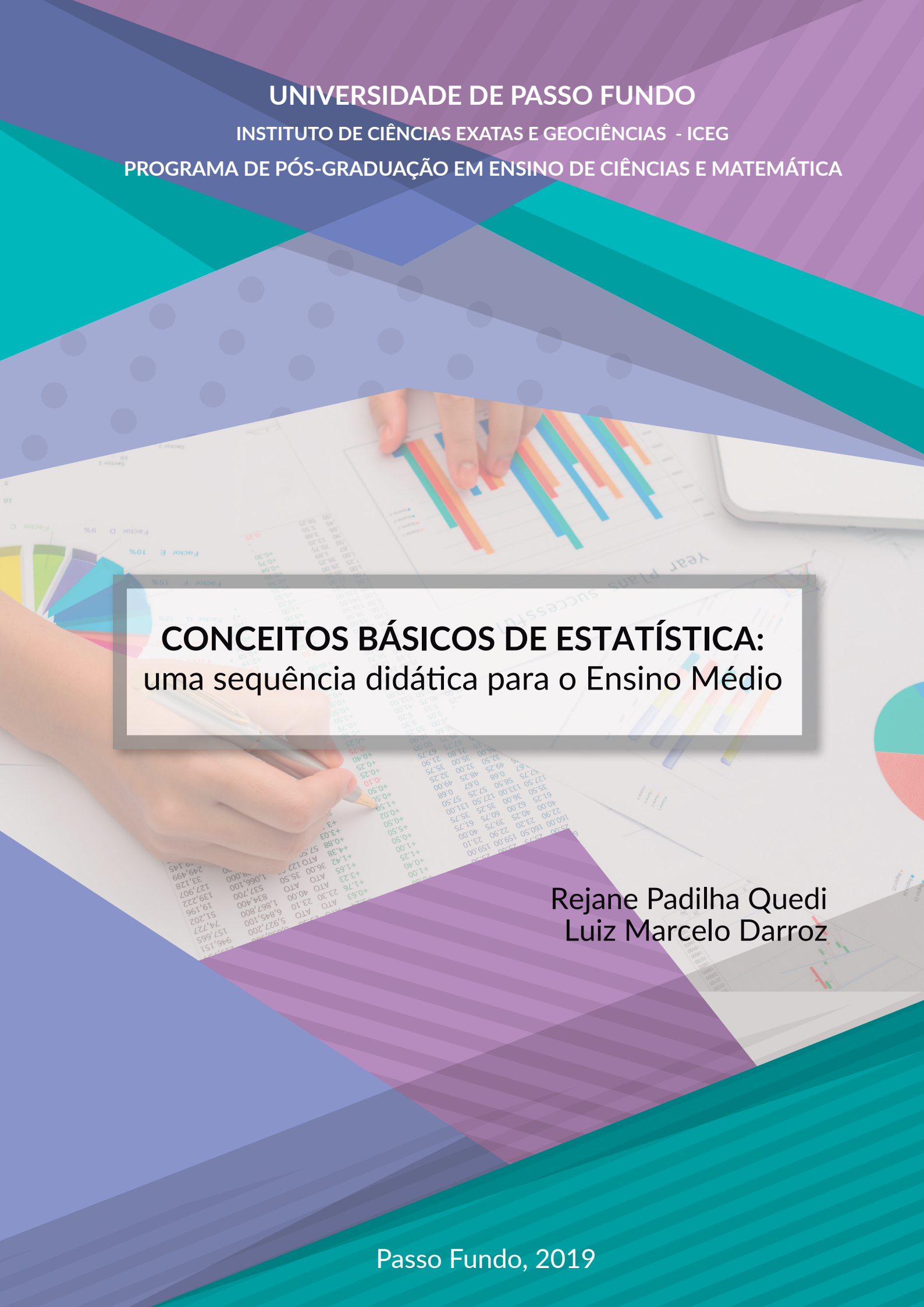
Fonte: Fictícia

Para que o consumo de refrigerante seja considerado abusivo, o experimento considera que o consumo de  $\bar{X} + s - M_o$  deva ser superior ao valor da mediana. O consumo nesta cidade foi abusivo?

## PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional encontra-se disponível nos endereços:  
<[http://docs.upf.br/download/ppgecm/Rejane\\_PRODUTO.pdf](http://docs.upf.br/download/ppgecm/Rejane_PRODUTO.pdf)>  
<<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/552764>>

**UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO**  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E GEOCIÊNCIAS - ICEG  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



**CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA:**  
uma sequência didática para o Ensino Médio

Rejane Padilha Quedi  
Luiz Marcelo Darroz

Passo Fundo, 2019

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

---

Q3c Quedi, Rejane Padilha

Conceitos básicos de estatística : uma sequência didática para o ensino médio / Rejane Padilha Quedi, Luiz Marcelo Darroz. – Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2019.

6 Mb ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: <http://www.upf.br/ppgecm> Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz.

1. Matemática (Ensino médio). 2. Aprendizagem.  
3. Estatística educacional. 4. Prática de ensino. I. Darroz, Luiz Marcelo. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

---

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Quadro para dados em série .....	12
Quadro 2: Atividade para identificar se o estudante aprendeu significativamente os conceitos abordados na primeira etapa .....	14
Quadro 3: Exercício para a identificação dos conceitos subsunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados em série .....	15
Quadro 4: Notas de Marta e Carlos em dez disciplinas .....	22
Quadro 5: Notas e média aritmética de Marta e Carlos em dez disciplinas .....	23
Quadro 6: Desvios das notas de Marta .....	24
Quadro 7: Cálculo do quadrado dos desvios das notas de Marta para determinar o desvio padrão .....	26
Quadro 8: Atividade para identificar indícios da Aprendizagem Significativa dos conceitos abordados na segunda etapa .....	29
Quadro 9: Exercício para a identificação dos conceitos subsunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados agrupados .....	31
Quadro 10: Produção em quilogramas de 50 produtos, dados fictícios .....	38
Quadro 11: Produção e média aritmética em quilogramas de 50 produtos, dados fictícios .....	39
Quadro 12: Cálculo do desvio médio para a produção .....	40
Quadro 13: Cálculo do desvio padrão para a produção .....	43
Quadro 14: Atividade para identificar indícios da Aprendizagem Significativa dos conceitos abordados na terceira etapa .....	46

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tabela para dados agrupados ..... 13

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Série histórica da quantidade de homicídios por 100 mil habitantes, de 1996-2014 .....16

## SUMÁRIO

1. Apresentação	5
2. A Teoria da Aprendizagem Significativa	7
3. A Sequência Didática	10
3.1. Primeira etapa: Estatística: Origem e Elementos Básicos	10
3.2. Segunda etapa: Dados em Série	15
3.3. Terceira etapa: Dados Agrupados	31
4. Situações Problema	47
REFERÊNCIAS	54



## 1. APRESENTAÇÃO

Atualmente a Estatística desempenha uma importante função na sociedade contemporânea. Ela tem se demonstrado uma excelente ferramenta para o desenvolvimento de competências essenciais para as tomadas de decisões do mundo moderno. Neste sentido, evidencia-se a necessidade de desenvolvimento de estratégias e metodologias de ensino que possam promover aprendizagens significativas, duradouras e profundas nos estudantes da Educação Básica.

Desta forma, e buscando uma alternativa para o ensino de Estatística em uma realidade que exige dos estudantes a capacidade de sintetizar e analisar uma grande quantidade de informações, este trabalho apresenta uma sequência didática para o ensino dos conceitos básicos de Estatística em nível médio.

A sequência, que se estrutura nos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel, destina-se a professores de Matemática do Ensino Médio e compreende, em origem da Estatística, noções de população e amostra, tabulação de dados e os conceitos de média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados em série e agrupados, distribuídos em três etapas. Na primeira etapa, denominada “Estatística: Origem e Elementos Básicos” almeja-se abordar o histórico do surgimento da Estatística, construir os conceitos de população, amostra, coleta dados, elaboração de tabelas e estabelecimento da diferença entre dados em série e dados agrupados; na segunda etapa, intitulada “Dados em Série” busca-se tratar a informação apresentada em série. Espera-se que seja estabelecida a compreensão sobre a determinação de medidas de tendência central como média aritmética, moda e mediana e também desvio médio e desvio padrão; e, a terceira etapa, que apresenta como título “Dados Agrupados” tem como objetivo tratar a informação apresentada para dados agrupados e estabelecer a compreensão sobre a determinação das medidas de tendência central, média aritmética, moda e mediana, e, também desvio médio e desvio padrão.

Nesse sentido, este texto estrutura-se da seguinte forma: no próximo capítulo é apresentada resumidamente, aos professores que utilizarão em suas aulas as atividades propostas, a Teoria da Aprendizagem Significativa preconizada por David Paul Ausubel, e que fundamenta a sequência didática; em seguida são apresentadas três etapas da sequência didática – nestas busca-se estabelecer um diálogo através de “balões” com o professor de Matemática do Ensino Médio –; e na última parte são arrolados um conjunto de questões sobre os conceitos desenvolvidos na proposta.

Por fim, cabe ressaltar que esse material consiste no produto desenvolvido como pré-requisito parcial para a obtenção do título de mestre de um dos autores, na linha de pesquisa Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino de Ciências e Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade de Passo Fundo (UPF).

## 2. A Teoria da Aprendizagem Significativa

O pressuposto central da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel é de que o fator isolado mais importante, e que influencia a aprendizagem, é aquilo que o aprendiz já sabe. (MOREIRA; MASINI, 2001, p.17)

O objetivo desta teoria é a ocorrência da Aprendizagem Significativa. Para Ausubel, este tipo de aprendizagem é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo (estrutura hierárquica de conceitos). Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, aquilo que o aprendiz já sabe, a qual Ausubel define como subsunçor, existente na estrutura cognitiva (estrutura hierárquica de conceitos).

Em outras palavras, a Aprendizagem Significativa ocorre quando a nova informação ancora-se (interage) em subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. Esse processo de ancoragem da nova informação resulta em crescimento e modificação do conceito subsunçor. Isso significa que os subsunçores existentes na estrutura cognitiva podem ser abrangentes e bem desenvolvidos ou limitados e pouco diferenciados, dependendo da frequência e da intensidade com que ocorre a aprendizagem significativa em conjunção com um dado subsunçor. À medida que esses novos conceitos forem aprendidos de maneira significativa, de forma não literal e nem arbitrária, ocorre um crescimento e elaboração dos conceitos subsunçores iniciais, ou seja, conforme a aprendizagem começa a ser significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e capazes de ancorar mais informações.

Para Ausubel, a aprendizagem significativa contrapõe-se fundamentalmente à aprendizagem mecânica. Esta é definida como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes e existentes na estrutura cognitiva. Neste caso, a informação é armazenada de forma arbitrária, isto é, ocorre sem que haja interação entre a nova informação e o que o estudante já sabe. O conhecimento assim adquirido fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva sem relacionar-se a conceitos subsunçores específicos.

Para facilitar a ocorrência da Aprendizagem Significativa, Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios. Estes são materiais introdutórios apresentados antes do próprio material a ser aprendido, que servem de ponte para a nova aprendizagem e levam ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente. O uso de organizadores prévios é uma estratégia proposta por Ausubel para manipular a estrutura cognitiva a fim de facilitar a ocorrência da Aprendizagem Significativa. Neste sentido, Ausubel salienta que os organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem ao passo que funcionam como “pontes cognitivas” que permitem que os estudantes superem o limite entre o que já sabem e aquilo que eles precisam saber, antes de poder realizar a tarefa apresentada.

Ainda, de acordo com Moreira e Masini, (2001), Ausubel, considera que duas condições são necessárias para a ocorrência da Aprendizagem Significativa. A primeira é que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, ou seja, que o que se pretende ensinar seja relacionável à sua estrutura de conhecimento do aprendiz de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva). Isto significa que na estrutura cognitiva do aprendiz devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos com os quais o novo material é relacionável.

A segunda condição, é que o aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária à sua estrutura cognitiva. Segundo o teórico, se uma das duas condições não for satisfeita, ocorrerá uma aprendizagem mecânica.

Enquanto a aprendizagem significativa ocorre, conceitos são desenvolvidos, elaborados e diferenciados em decorrência de sucessivas interações. Do ponto de vista ausubeliana, o desenvolvimento de conceitos é facilitado quando os elementos mais gerais, mais inclusivos de um conceito são introduzidos em primeiro lugar. Logo, segundo Ausubel, o princípio diferenciação progressiva deve ser levado em conta ao se programar o conteúdo, quer dizer, as ideias mais gerais e mais inclusivas da disciplina devem ser apresentadas no início para, somente então, serem progressivamente diferenciadas, em termos de detalhe e especificidade.

Além disso, o teórico indica que a instrução deve também explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças importantes e reconciliar discrepâncias reais e aparentes. Isso deve ser feito para se atingir o que Ausubel chama de reconciliação integrativa.

Por fim, de acordo com Ausubel, a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. A melhor maneira de procurar evidências de compreensão significativa é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido.

Assim, a partir do que foi exposto, pode-se inferir que o papel do professor na facilitação da aprendizagem significativa envolve pelo menos quatro tarefas fundamentais: identificar a estrutura conceitual e proposicional da matéria de ensino; averiguar quais os subsunçores relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado que o aprendiz deve ter em sua estrutura cognitiva; propor atividades didáticas que possibilitem que o novo conhecimento se relacione aos subsunçores especificamente relevantes e ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a aquisição da estrutura conceitual da matéria de ensino de uma maneira significativa.

## A Sequência Didática

### 3.1. Estatística: Origem e Elementos Básicos

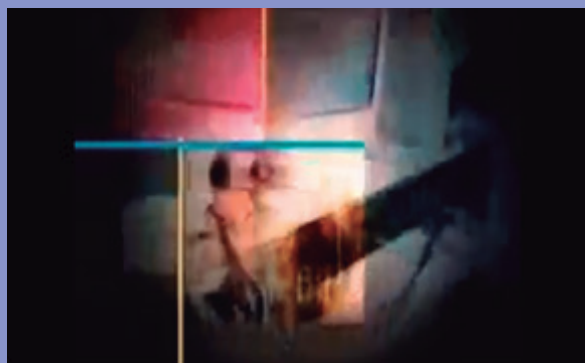
Esta etapa tem como objetivo abordar o histórico do surgimento da Estatística, construir os conceitos de população, amostra, coleta de dados, elaboração de tabelas e estabelecimento da diferença entre dados em série e dados agrupados. Sugere-se que a etapa seja desenvolvida em três horas-aula.

Para isso, a primeira parte da etapa consiste em averiguar os conhecimentos subsunçores dos estudantes. Neste sentido, o professor deve iniciar entregando uma folha de ofício aos estudantes para que eles escrevam, individualmente, tudo o que eles sabem sobre Estatística. No final, essas anotações devem ser entregues ao professor para que ele possa identificar os conhecimentos prévios dos estudantes.

Os dados aqui evidenciados devem servir de âncora para os conteúdos que serão abordados na sequência.

O estabelecimento da ponte entre os conhecimentos evidenciados pelos estudantes e os assuntos relacionados à origem da Estatística, população e amostra, coleta de dados, tabulação de dados e diferença entre dados em série e dados agrupados será efetivado a partir da visualização do vídeo História da Estatística, que se encontram em

Professor!  
A imagem corresponde à tela inicial abertura do vídeo.



<https://www.youtube.com/watch?v=jCzMPL7Ub2k>

Este vídeo, servirá de organizador prévio e possui duração de 3 minutos e 10 segundos. Ele apresenta a ideia de quão antiga foi a necessidade da utilização de cálculos estatísticos, além de evidenciar a noção dos conceitos a serem desenvolvidos.

Após a visualização do vídeo, sugere-se que seja proporcionado um tempo ao grande grupo para o estabelecimento de um diálogo entre os estudantes, que devem comentar sobre o que assistiram. No decorrer desta discussão o professor deve propor uma pesquisa sobre a idade das pessoas, objetivando coletar dados para discussão e análise dos conteúdos que serão desenvolvidos na sequência. Para tal, sugere-se que ele pergunte aos estudantes como eles fariam para coletar essa informação.

Professor! Aproveite os questionamentos dos estudantes para mediar a construção dos conceitos.

A partir das respostas dadas pelos estudantes, pode-se desenvolver os conteúdos levando os estudantes a compreender que todas as pessoas seriam a população, e que se deve estabelecer critérios ou prioridades para determinar que pessoas pretende-se atingir. Esse grupo da população seria a amostra.

No decorrer da atividade, e buscando promover a diferenciação progressiva dos conceitos de amostra e população, deve-se solicitar aos estudantes que se dividam em dois grupos e coletem informações relativas à idade e altura de seus colegas. Um grupo deve fazer a coleta das idades e outro da altura, uma vez que todos deverão participar da pesquisa. Considera-se que o trabalho será mais interessante para o estudante se este participar do processo todo, iniciando pela escolha das informações a serem coletadas. Após a coleta, os dados devem ser socializados.

A turma poderá ser dividida em mais grupos se achar necessário. Além disso, poderão ser coletadas outras informações como peso, número de irmãos, renda dos pais, entre outros.

A partir disso, e, fazendo uso dos dados, buscar-se-á construir com os estudantes a concepção de que o tratamento da informação se dá pela amostra. Isto é, fortalece-se a compreensão de que a amostra corresponde a uma parte significativa da população.

Após o estabelecimento dos conceitos de população e amostra, deve-se buscar a compreensão dos dados em série e dados agrupados com os conceitos subsunçores evidenciados na primeira parte da etapa. Para isso, o professor deve solicitar aos estudantes que organizem duas tabelas. A primeira deve conter os dados em série e, a segunda, os dados devem estar agrupados.

Essas tabelas, que contêm distribuições tabulares, devem apresentar um título, um corpo (tabela) e uma fonte. O corpo da tabela, com os dados em série, consiste em uma lista de dados e o corpo da tabela para dados agrupados, os mesmos dados são agrupados pela quantidade de vezes que ele aparece.

O quadro 1 e a tabela 1 podem servir de modelo para a atividade indicada.

Lembre-se que: O TÍTULO deve responder a três perguntas: O QUE? ONDE? QUANDO?

Quadro 1: Quadro para dados em série  
Idade (anos) dos estudantes Turma X, Escola NNNN, março/2018  
Passo Fundo, RS

16	17	18	16	17	18	15	15	14	18
19	17	16	15	16	15	14	16	16	15
17	17	18	16	15	14	18	19	17	16

Fonte: Estudantes Turma X

FONTE é a origem dos dados.



Tabela 1: Tabela para dados agrupados

Idade (anos) dos estudantes Turma X, Escola NNNN, março/2018  
Passo Fundo, RS

<b>Idade</b>	<b>Estudantes</b>
14	3
15	6
16	8
17	6
18	5
19	2

Fonte: Estudantes Turma X

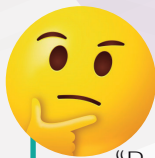
Ao término da construção das tabelas, o professor deve estabelecer um diálogo com a turma para que os estudantes percebam a diferença entre dados em série e dados agrupados. Como forma de fortalecer a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e promover a assimilação dos conceitos estudados, sugere-se que os grupos socializem as tabelas organizadas e avaliem as informações nelas contidas.

Como término da etapa e com o intuito de identificar se os estudantes aprenderam significativamente os conceitos abordados na etapa, sugere-se que seja solicitado que os mesmos respondam à situação problema (Quadro 2).

Professor!

Terá indícios de que o estudante aprendeu significativamente se ele responder corretamente este problema, pois a situação exige que o estudante transfira os conhecimentos estudados em novos contextos.

Quadro 2: Atividade para identificar se o estudante aprendeu significativamente os conceitos abordados na primeira etapa



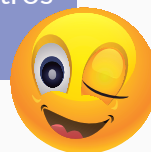
Os números a seguir são os pontos por bolas recebidas pelo Time “Bola da Mágica” do Município X em competição de Baseball durante um período recente de 30 anos.

155	118	140	129	155	118
122	126	129	122	78	145
145	109	126	126	140	122
119	122	114	118	134	122
119	112	109	134	145	109

Com base nas informações, quem seria a população e a amostra? Construa uma distribuição tabular para dados em série e outra, com os dados agrupados.

Fonte: Elaborado pelos autores

Se preferir, pode propor outra situação problema. Porém, tome cuidado para que esta apresente elementos capazes de fazer com que o estudante consiga aplicar os conteúdos estudados a outros contextos.



### 3.2. Dados em Série

Esta etapa tem como objetivo tratar a informação apresentada em série. Espera-se que, nesta, seja estabelecida a compreensão sobre a determinação de medidas de tendência central como, média aritmética, moda e mediana e também desvio médio e desvio padrão. Para isso, indica-se que a etapa seja desenvolvida em cinco horas-aula.

Assim, inicialmente, para verificar os conhecimentos subsunçores dos estudantes, o professor entregará a cada participante o exercício apresentado no Quadro 3.

Quadro 3: Exercício para a identificação dos conceitos subsunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados em série.

Uma equipe do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 11 dias intercalados no mês de agosto de 2018. Esse tipo de mecanismo é rotineiro, uma vez que os dados servem de referência para estudos e análises de tendências climáticas ao longo dos meses.

Dia do Mês	°C
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5

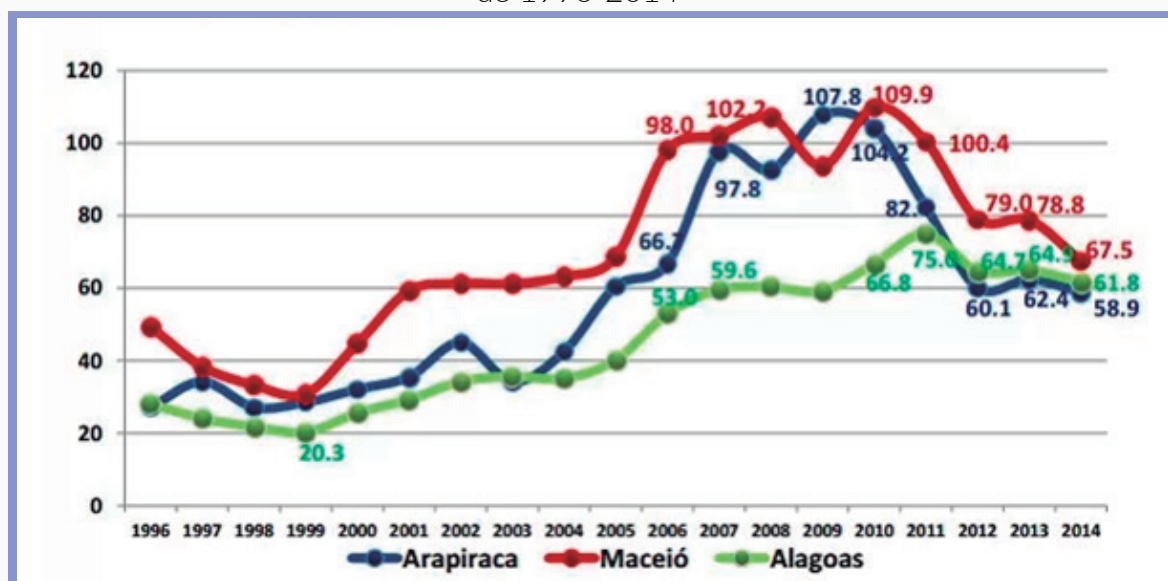
Em relação à temperatura, encontre o valor da média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão.

Fonte: Fictícia

Este exercício deve ser resolvido individualmente pelos estudantes e entregue ao professor para que seja analisado na tentativa de evidenciar os conceitos subsunçores dos participantes.

Visando estabelecer uma ligação entre os conceitos evidenciados no exercício anterior e os assuntos que serão abordados na etapa, deve-se utilizar o gráfico da reportagem “AL registra 61,8 mortes a cada 100 mil habitantes em 2014, aponta Secretaria” como organizador prévio. A Figura 1 está disponível no endereço eletrônico <http://g1.globo.com/al/alagoas/noticia/2015/02/al-registra-618-mortes-cada-100-mil-habitantes-em-2014-aponta-secretaria.html>, e é fruto de uma pesquisa realizada sobre o número de homicídios registrados em Alagoas no ano de 2014, segundo o Boletim Mensal da Estatística Criminal de Alagoas, divulgado pela Secretaria de Estado da Defesa Social e Ressocialização (SEDRES). O levantamento aponta uma média de 61,8 assassinatos a cada 100 mil habitantes.

Figura 1: Série histórica da quantidade de homicídios por 100 mil habitantes, de 1996-2014



Fonte: Boletim Mensal da Estatística Criminal de Alagoas (2014)

Professor, saliente para os estudantes a necessidade de compreender a informação contida no gráfico.

A partir da leitura do gráfico, o professor deve retomar a pesquisa realizada na primeira etapa sobre a idade dos estudantes participantes, uma vez que os dados desta tabela estão em série.

Professor! Esses dados são os coletados pelos estudantes sobre a idade dos colegas.

Com estes dados, e para promover a diferenciação progressiva, o professor deve, inicialmente, estabelecer um espaço para a discussão de como os estudantes imaginam que esses valores podem ser representados. No decorrer da discussão, o professor deve reforçar a concepção de que cada idade corresponde a um estudante e, que para a generalização pode-se identificar esses valores por  $x_i$ . Neste caso,  $i$  assume valor de 1 até 30, pois no caso do exemplo são 30 estudantes, número que será representado por  $n$ . Salienta-se ainda a necessidade de que o professor evidencie que para dar um tratamento melhor à informação deve-se ordenar os valores em tabelas. Assim, solicita-se que os estudantes estruturem dados como demonstrado no Quadro 1.

Quadro 1: Idade (anos) dos estudantes Turma X, Escola NNNN, março/2018  
Passo Fundo, RS

16	17	18	16	17	18	15	15	14	18
19	17	16	15	16	15	14	16	16	15
17	17	18	16	15	14	18	19	17	16

Fonte: Estudantes Turma X

$x_i$  - os valores  
 $n$  - quantidade de  
valores = 30

Após a compreensão de como ordenar valores, passa-se ao estudo de Medidas de Tendência Central. Para tal, o professor deve estabelecer um diálogo com os estudantes acerca de como se determina a média aritmética.

A partir dos comentários efetuados no decorrer da conversa, o professor deve construir com os estudantes a concepção de que média aritmética é definida através da soma ( $\Sigma$ ) de todos os valores e a divisão pela quantidade. Como se sabe que os valores são representados por  $x_i$  e a quantidade por  $n$ , deve-se construir com os estudantes a generalização desse raciocínio através da equação:

Esse símbolo chama-se SIGMA é a ordem da soma, ou seja, a letra  $\Sigma$  é usada na matemática, como símbolo de um somatório.

$$\bar{X} = \frac{\Sigma(x_i)}{n}$$

Como forma de promover a reconciliação integradora dos assuntos abordados até o momento, a discussão deve ser ampliada e o professor deve motivar os estudantes a determinar a média das idades da turma. Tendo em vista que as idades já estão coletadas, espera-se que os estudantes percebam que para tal é necessário apenas somar as idades de todos os estudantes e dividir por trinta.

$$\bar{X} = \frac{14+14+14+15+15+15+15+15+15+16+16+16+16+16+16+16+16+17+17+17+17+17+17+18+18+18+18+18+19+19}{30}$$

$$\bar{X} = \frac{490}{30}$$

$$\bar{X} = 16,33 \text{ anos}$$

Com a média determinada, deve-se estabelecer um diálogo para que os participantes compreendam o significado do número determinado. Isto é, da média de idade dos estudantes da turma.

Professor!

Como a unidade dos dados é em “anos”, a unidade da resposta também deve ser em “anos”, ou seja 16,33 anos. Se desejar saber o equivalente em meses, de 0,33 anos, deverá fazer uma regra de três para transformar anos em meses.

Uma vez compreendido o conceito de média aritmética, passa-se ao conceito de moda. Como primeira atividade desta parte, e visando promover a diferenciação progressiva, o professor deve apresentar uma sequência de números em série e indagar aos estudantes sobre o número que se repete mais vezes na série.

As respostas devem levar os estudantes à compreensão de que a moda trata dos valores quanto ao número de repetições. Isto é, se existe mais de um valor que se repete na mesma quantidade e essa quantidade for a maior, tem-se mais de uma moda.

Para exemplificar, considere a série:

5, 6, 4, 4, 5, 2, 6, 1, 1, 5, 6

1, 1, 2, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6

$M_{o1}=5$

$M_{o2}=6$

A partir dos dados do Quadro 1, o professor deve solicitar ao estudante que determine a moda destes dados

Professor! Para fortalecer a interação entre os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do estudante e o conteúdo de moda, deve-se solicitar que eles determinem a moda dos valores do Quadro 1.

**DICA!**

Fique atento, se ordenarmos os valores será mais fácil verificarmos o(s) valor(es) que mais está repetido.

14	14	14	15	15	15	15	15	15	16
16	16	16	16	16	16	16	17	17	17
17	17	17	18	18	18	18	18	19	19

Logo, neste grupo de 30 estudantes teremos  $M_o = 16$  anos que significa que neste grupo a idade que mais aparece é 16 anos.



Para demonstrar a diferenciação progressiva dos assuntos relacionados com as medidas de tendência central, passa-se a estudar o conceito de mediana. A fim de estabelecer a interação entre os conceitos subsunçores e conteúdos destinados para esta parte, o professor deve perguntar aos estudantes qual número divide a série em duas partes iguais. Cabe ao professor salientar que a série precisa estar ordenada. Ainda, deve-se iniciar um diálogo no qual o professor indague aos estudantes qual o número que divide a série em duas partes iguais. A partir das respostas dos estudantes será construída a compressão de que quando a quantidade de valores é par, a mediana é a média entre os valores centrais. Dessa forma, obtém-se a mediana somando os dois valores centrais e dividindo por dois. Se a quantidade de valores for ímpar, a mediana será o elemento central.

Para tal, o professor deve retomar novamente ao Quadro 1 e determinar a mediana dos valores contidos.

Professor! Para fortalecer a interação entre os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do estudante e o conteúdo de mediana, deve-se solicitar que eles determinem a mediana dos valores do Quadro 1.

### ATENÇÃO!

A série obrigatoriamente deverá estar ordenada

14	14	14	15	15	15	15	15	15	16
16	16	16	16	16	16	16	17	17	17
17	17	17	18	18	18	18	18	19	19

$$M_e = \frac{16+16}{2} = 16 \text{ anos}$$

Ao determinarmos,  $M_e = 16 \text{ anos}$ , estamos determinando que é no valor 16 que a série se divide em duas partes iguais.



Muito bem!  
Já sabemos determinar as MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL,  
média aritmética, moda e mediana para DADOS EM SÉRIE.

Dando continuidade aos objetivos propostos a partir desta parte da etapa, inicia-se o estudo relacionado ao desvio médio e ao desvio padrão.

Nesse sentido, para proporcionar a diferenciação progressiva, o professor deve apresentar uma nova situação que contém dados fictícios sobre as notas de dois estudantes em dez disciplinas. Esses dados podem ser evidenciados tal como os contidos no Quadro 4:

Quadro 4: Notas de Marta e Carlos em dez disciplinas

Disciplina	Marta	Carlos
Matemática	9,0	7,5
Física	8,5	7,0
Química	8,0	7,0
Biologia	8,0	10,0
Português	8,0	8,0
História	7,5	10,0
Geografia	8,5	10,0
Inglês	9,5	9,5
Redação	8,5	8,5
Filosofia	9,5	7,5

Fonte: Elaborado pelos autores

Depois que os estudantes tiverem visualizado a tabela e compreendido a temática da nova situação, o professor pode solicitar que eles calculem a média das notas dos estudantes fictícios Marta e Carlos.

Lembre-se que para determinarmos a média devemos somar as notas e dividir pela quantidade das mesmas.

Com as médias obtidas deve-se concluir, através de um diálogo com os estudantes que, mesmo com notas diferentes nas disciplinas, pode-se ter a mesma média. Logo, deve-se inserir na tabela apresentada os valores determinados. Recomenda-se que os dados sejam inseridos na última linha da tabela, como no Quadro 5.

Quadro 5: Notas e média aritmética de Marta e Carlos em dez disciplinas

Disciplina	Marta	Carlos
Matemática	9,0	7,5
Física	8,5	7,0
Química	8,0	7,0
Biologia	8,0	10,0
Português	8,0	8,0
História	7,5	10,0
Geografia	8,5	10,0
Inglês	9,5	9,5
Redação	8,5	8,5
Filosofia	9,5	7,5
<b>MÉDIA</b>	<b>8,5</b>	<b>8,5</b>

Fonte: Elaborado pelos autores

Ainda no diálogo estabelecido, o professor precisará discutir com os estudantes a diferença de cada nota em relação à média das notas de Marta e de Carlos. Desta forma, ele estabelecerá a oportunidade da ocorrência da reconciliação integradora dos conceitos de desvios, como demonstrado no Quadro 6.

Com isso, estaremos introduzindo a discussão referente aos conceitos de desvio médio e desvio padrão.

Toma-se aqui cada nota  $X_i$  menos o valor da média  $\bar{X}$  e coloca-se em valor absoluto para que o resultado não seja negativo e para que a soma dos desvios não seja zero. Isto vai nos dar o DESVIO, que é o quanto cada nota se distanciou em relação ao valor da média.

Quadro 6: Desvios das notas de Marta

Disciplina	Marta	$ X_i - \bar{X} $
Matemática	9,0	$ 9,0 - 8,5  = 0,5$
Física	8,5	$ 8,5 - 8,5  = 0,0$
Química	8,0	$ 8,0 - 8,5  = 0,5$
Biologia	8,0	$ 8,0 - 8,5  = 0,5$
Português	8,0	$ 8,0 - 8,5  = 0,5$
História	7,5	$ 7,5 - 8,5  = 1,0$
Geografia	8,5	$ 8,5 - 8,5  = 0,0$
Inglês	9,5	$ 9,5 - 8,5  = 1,0$
Redação	8,5	$ 8,5 - 8,5  = 0,0$
Filosofia	9,5	$ 9,5 - 8,5  = 1,0$
$\bar{X}$	<b>8,5</b>	<b>5,0</b>

Fonte: Elaborado pelos autores

$$\sum |X_i - \bar{X}| = 5,0$$

Os resultados apresentados no Quadro 6 devem ser construídos juntamente com os estudantes. Isto é, o professor deve mediar um diálogo no qual se evidencie que a soma dos desvios, das notas de Marta, foi 5,0, e que se efetuar a média dos desvios obtém-se o desvio médio, determinado através da divisão da soma dos desvios pela quantidade de desvios. Logo, o desvio médio para as notas de Marta é  $\frac{5,0}{10} = 0,50$  nota. Por fim, o professor deve auxiliar os estudantes a concluir que a generalização do desvio médio é:

$$D_M = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n}$$

Professor! Para fortalecer a interação entre os conceitos subsunçores e o conteúdo de desvio médio, deve-se solicitar que os estudantes determinem o desvio médio das notas de Carlos.

Desvios das notas de Carlos.

Disciplina	Carlos	$ X_i - \bar{X} $
Matemática	7,5	$ 7,5 - 8,5  = 1,0$
Física	7,0	$ 7,0 - 8,5  = 1,5$
Química	7,0	$ 7,0 - 8,5  = 1,5$
Biologia	10,0	$ 10,0 - 8,5  = 1,5$
Português	8,0	$ 8,0 - 8,5  = 0,5$
História	10,0	$ 10,0 - 8,5  = 1,5$
Geografia	10,0	$ 10,0 - 8,5  = 1,5$
Inglês	9,5	$ 9,5 - 8,5  = 1,0$
Redação	8,5	$ 8,5 - 8,5  = 0,0$
Filosofia	7,5	$ 7,5 - 8,5  = 1,0$
$\bar{X}$	<b>8,5</b>	<b>11,0</b>

Teremos que o desvio médio das notas de Carlos será:  $D_M = \frac{11}{10} = 1,1$  nota

Ainda pertencendo a esta etapa, tem-se o desvio padrão. Para levar os estudantes à compreensão significativa deste conceito, o professor deve retomar os dados obtidos no Quadro 6 e determinar o desvio padrão (Quadro 7). Para tal, e para não ter valores negativos, deve-se elevar ao quadrado os valores dos desvios de cada nota de Marta, como demonstrado no Quadro 7. A diferenciação progressiva será estabelecida a partir da discussão de que o desvio padrão é um parâmetro muito usado e que indica o grau de variação de um conjunto de elementos.

Deve-se elevar o valor do desvio ao quadrado (para não termos valor negativo). Como o mesmo será elevado ao quadrado, trocamos o módulo por parênteses.

Quadro 7: Cálculo do quadrado dos desvios das notas de Marta para determinar o desvio padrão

Disciplina	Marta	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$
Matemática	9,0	$ 9,0 - 8,5  = 0,5$	$(0,5)^2 = 0,25$
Física	8,5	$ 8,5 - 8,5  = 0,0$	$(0,0)^2 = 0,00$
Química	8,0	$ 8,0 - 8,5  = 0,5$	$(0,5)^2 = 0,25$
Biologia	8,0	$ 8,0 - 8,5  = 0,5$	$(0,5)^2 = 0,25$
Português	8,0	$ 8,0 - 8,5  = 0,5$	$(0,5)^2 = 0,25$
História	7,5	$ 7,5 - 8,5  = 1,0$	$(1,0)^2 = 1,00$
Geografia	8,5	$ 8,5 - 8,5  = 0,0$	$(0,0)^2 = 0,00$
Inglês	9,5	$ 9,5 - 8,5  = 1,0$	$(1,0)^2 = 1,00$
Redação	8,5	$ 8,5 - 8,5  = 0,0$	$(0,0)^2 = 0,00$
Filosofia	9,5	$ 9,5 - 8,5  = 1,0$	$(1,0)^2 = 1,00$
$\bar{x}$	<b>8,5</b>	<b>5,0</b>	<b>4,00</b>

Fonte: Elaborado pelos autores

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 4,0$$

Os resultados apresentados na tabela acima devem ser construídos juntamente com os estudantes. Ou seja, o professor precisa mediar um diálogo no qual se evidencie que a soma

dos quadrados dos desvios foi 4,0, e que se efetuar a raiz quadrada da divisão, para voltar à unidade original, da soma dos quadrados dos desvios pelo número de desvios, tem-se o desvio padrão.

O valor do desvio padrão será a raiz quadrada da média aritmética dos quadrados dos desvios, ou seja  $\sqrt{\frac{4,0}{10}} = 0,63$  nota

Por fim, estabelecendo a assimilação do conceito de desvio padrão, o professor deve auxiliar os estudantes a concluir que a generalização do desvio padrão é:

$$\text{DP ou } s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}}$$

Professor! A fim de consolidar a interação entre os conceitos subsunçores e o conteúdo de desvio padrão e ainda promover a assimilação do assunto, solicite aos estudantes que determinem o desvio padrão das notas de Carlos.

Cálculo do quadrado dos desvios das notas de Carlos para determinar o desvio padrão.

Disciplina	Carlos	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$
Matemática	7,5	$ 7,5 - 8,5  = 1,0$	$(1,0)^2 = 1,00$
Física	7,0	$ 7,0 - 8,5  = 1,5$	$(1,5)^2 = 2,25$
Química	7,0	$ 7,0 - 8,5  = 1,5$	$(1,5)^2 = 2,25$
Biologia	10,0	$ 10,0 - 8,5  = 1,5$	$(1,5)^2 = 2,25$
Português	8,0	$ 8,0 - 8,5  = 0,5$	$(0,5)^2 = 0,25$
História	10,0	$ 10,0 - 8,5  = 1,5$	$(1,5)^2 = 2,25$
Geografia	10,0	$ 10,0 - 8,5  = 1,5$	$(1,5)^2 = 2,25$
Inglês	9,5	$ 9,5 - 8,5  = 1,0$	$(1,0)^2 = 1,00$
Redação	8,5	$ 8,5 - 8,5  = 0,0$	$(0,0)^2 = 0,00$
Filosofia	7,5	$ 7,5 - 8,5  = 1,0$	$(1,0)^2 = 1,00$
$\bar{x}$	<b>8,5</b>	<b>11,0</b>	<b>14,50</b>

O desvio padrão das notas de Carlos será:  $s = \sqrt{\frac{14,50}{10}} = 1,20$  nota

Pode-se concluir que o desempenho de Marta é mais regular que o de Carlos, pois o desvio padrão das suas notas foi menor que o de Carlos.



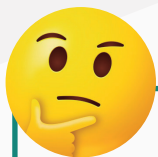
Muito bem, muito bem!

Já avançamos! Além de determinar a média aritmética, moda e mediana, sabemos também encontrar o desvio médio e o desvio padrão para DADOS EM SÉRIE.



Como fechamento desta etapa e, na busca por identificar se os estudantes aprenderam significativamente os conceitos abordados, sugere-se que seja solicitado aos aprendizes que respondam a uma nova situação contida no Quadro 8.

Quadro 8: Atividade para identificar indícios da Aprendizagem Significativa dos conceitos abordados na segunda etapa



Os dados a seguir representam as exportações de determinado país (em bilhões de dólares) para 10 países em um ano recente.

Argentina	130,3	Itália	234,2
Cingapura	61,3	Bélgica	23,0
Chile	41,1	China	65,2
Austrália	19,8	Malásia	12,6
Brasil	24,4	Arábia Saudita	7,8

- Este grupo de países será incluído no rol de países com maior exportação se sua média aritmética for maior que a mediana e se os valores de exportação forem modal. Esse grupo entrará no rol de países com maior exportação?
- Para ter maior credibilidade, o grau de variação deste conjunto de valores de exportação deve ser inferior à média aritmética dos valores. Esse grupo terá credibilidade?

Fonte: Fictícia

Professor!

Se preferir pode propor outra situação problema. Porém, tome cuidado para que esta apresente elementos capazes de fazer com que o estudante consiga aplicar os conteúdos estudados a outros contextos.



Como exercícios de fixação, você poderá utilizar a coleta de dados realizada pelos estudantes em aula sobre a idade dos colegas (Quadro1). Lembre: OS DADOS EM SÉRIE!

### 3.3. Dados Agrupados

O objetivo desta etapa é tratar a informação apresentada para dados agrupados e estabelecer a compreensão sobre a determinação das medidas de tendência central, média aritmética, moda e mediana, e também desvio médio e desvio padrão. Nesse sentido, sugere-se que a etapa seja desenvolvida em seis horas-aula.

Inicialmente, para verificar os conhecimentos subsunçores dos estudantes, recomenda-se que os mesmos sejam divididos em duplas, de modo aleatório, e o professor entregue para cada dupla o exercício do Quadro 9.

Quadro 9: Exercício para a identificação dos conceitos subsunçores relativos à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados agrupados

A distribuição dos salários de uma Empresa W, do Município X, em junho de 2018 é dada na seguinte tabela:

Salários em R\$	Número de Funcionários
1 000,00	5
1 200,00	10
2 000,00	11
5 000,00	6
10 500,00	3
Total	36

Com base nas informações da tabela, determine a média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão dos salários dos funcionários.

Fonte: Elaborado pelos autores

Este exercício deve ser resolvido pelas duplas de estudantes e, em seguida, entregue ao professor para que seja analisado na tentativa de evidenciar os conceitos subsunçores dos aprendizes.

Pretendendo constituir uma ligação entre os conceitos evidenciados no exercício anterior e os assuntos que serão abordados na etapa, deve-se utilizar o vídeo intitulado “IBGE explica” como um organizador prévio. O vídeo se encontra no endereço <https://www.youtube.com/watch?v=JVcDZOIIMBk> e tem duração de 5 minutos e 38 segundos.

O vídeo relata o conceito e como se determinam alguns índices estatísticos, servindo de ponte entre os conceitos subsunçores e os conceitos que serão trabalhados nesta etapa.

Vídeo:



A partir da visualização do mesmo, o professor retoma a pesquisa realizada na primeira etapa sobre a idade dos estudantes, uma vez que os dados desta tabela estão agrupados.

Professor!  
Os dados coletados pelos estudantes sobre a idade dos colegas.

Para promover a diferenciação progressiva, o professor deve, inicialmente, estabelecer um espaço para a discussão de como os estudantes imaginam que esses valores possam ser representados. No decorrer da discussão, sugere-se que o professor reforce que cada idade corresponde a um estudante e que esses valores podem ser identificados por  $x_i$ , visto que, neste caso,  $i$  assume valor de 1 até 30, pois no exemplo são 30 estudantes, número que será representado por  $n$ . Salienta-se, ainda, a necessidade de o professor evidencie que, para dar um tratamento melhor à informação deve-se ordenar que os valores em tabelas com os dados agrupados, ou seja, deve-se agrupar pelo número de vezes que cada valor  $x_i$ , está se repetindo. Isso será representado pela frequência absoluta,  $f_i$ . Assim, solicita-se que os estudantes construam tabelas como a Tabela 1.

Tabela 1: Idade (anos) dos estudantes Turma X, Escola NNNN, março/2018  
Passo Fundo, RS

Idade	Estudantes
14	3
15	6
16	8
17	6
18	5
19	2

$x_i$  – as idades

$f_i$  – quantidade vezes que cada valor se repete.

Fonte: Estudantes Turma X

Após a compreensão de como agrupar os valores, passa-se ao estudo de medidas de tendência central. Para tal, o professor deve estabelecer um diálogo com os estudantes acerca de como se determina a média aritmética de dados agrupados. A partir dos comentários efetuados no decorrer da conversa, o professor deve construir com os estudantes a concepção de que média aritmética é definida através da soma ( $\sum$ ) do produto de cada valor pela quantidade de vezes que ele se repete, dividido pela quantidade total de valores. Como se sabe que os valores são representados por  $f_i$ , a quantidade de repetições por  $x_i$  e a quantidade total por  $n$ , deve-se construir com os estudantes a generalização desse raciocínio através da equação:

$$\bar{X} = \frac{\sum(x_i \cdot f_i)}{n}$$

A partir da compreensão anterior, a discussão deve ser ampliada e o professor precisa motivar os estudantes a determinar a média das idades da turma como forma de promover a reconciliação integradora dos assuntos abordados até o momento. Tendo em vista que as idades já estão coletadas, espera-se que os estudantes percebam que para tal é necessário apenas somar o produto das idades pelo número de vezes que cada uma aparece e dividir por trinta.

Professor! Para fortalecer a interação entre os conceitos subsunções do estudante e o conteúdo de média aritmética, deve-se solicitar que eles determinem a média aritmética dos valores da Tabela 1, conforme disposto abaixo,

Cálculo da média aritmética para dados agrupados.

Idade - $x_i$	Estudantes - $f_i$	$x_i \cdot f_i$
14	3	14 x 3 = 42
15	6	15 x 6 = 90
16	8	16 x 8 = 128
17	6	17 x 6 = 102
18	5	18 x 5 = 90
19	2	19 x 2 = 38
<b><math>\Sigma</math></b>	<b>30</b>	<b>490</b>

$$\bar{X} = \frac{490}{30} = 16,33 \text{ anos}$$

Com a média aritmética de dados agrupados determinada, se estabelece um diálogo para que os participantes compreendam o significado do resultado.

Professor, lembre-se que os dados são os mesmos da etapa anterior, porém estão agrupados, logo chegam ao mesmo resultado da média aritmética.

Uma vez compreendido o conceito de média aritmética, passa-se ao conceito de moda para dados agrupados. Como primeira atividade desta parte, e objetivando promover a diferenciação progressiva, o professor deve apresentar uma sequência de números agrupados e indagar aos estudantes sobre o número que mais vezes se repete na sequência. As respostas devem levar os estudantes à compreensão de que moda trata dos valores quanto ao número de repetições. Isso se evidencia pelo maior valor na frequência absoluta. Isto é, se o maior valor de  $f_i$  aparecer mais de uma vez, tem-se mais de uma moda.

Nesse sentido, a partir dos dados apresentados anteriormente na Tabela 1, o professor deve solicitar aos estudantes que determinem a moda destes dados.

Professor! Para fortalecer a interação entre os conceitos subsunçores do estudante e o conteúdo de moda, deve-se solicitar que eles determinem a moda dos valores da Tabela 1.

Idade - $x_i$	Estudantes - $f_i$
14	3
15	6
16	8
17	6
18	5
19	2
$\Sigma$	30

$M_o = 16$  anos Logo, neste grupo de 30 estudantes a idade que mais aparece é 16 anos.

A fim de estabelecer a diferenciação progressiva dos assuntos relacionados com as medidas de tendência central passa-se a estudar o conceito de mediana. Para estabelecer a interação entre os conceitos subsunçores e conteúdos destinados para esta parte, o professor pode perguntar aos estudantes qual número divide a tabela em duas partes iguais. Ainda, deve-se estabelecer um diálogo no qual o professor indague aos estudantes qual o número que divide a tabela em duas partes iguais. A partir das respostas dos estudantes será construída a compreensão de que para se determinar a mediana deve-se dividir o  $n$  por dois para se achar a metade da tabela e, conseqüentemente, o valor que ocupa essa posição. Para isso, deve-se encontrar uma nova variável chamada de frequência acumulada  $F_i$ , que é obtida acumulando os valores da frequência absoluta  $f_i$ .

Se o resultado da divisão for um número inteiro, a mediana é a média da posição resultante com a sua subsequente, e se for um número não inteiro é a posição seguinte.

Exemplo:

$x_i$	$f_i$	$F_i$
4	4	4
5	6	10
7	2	12
$\Sigma$	12	

$x_i$	$f_i$	$F_i$
15	3	3
18	12	15
25	2	17
$\Sigma$	17	

$$M_e = \frac{n}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$M_e = \frac{6^a + 7^a}{2}$$

$$M_e = \frac{5 + 5}{2}$$

$$M_e = 5$$

$$M_e = \frac{n}{2} = \frac{17}{2} = 8,5$$

$$M_e = 8,5 = 9^a$$

$$M_e = 18$$

Para tal, o professor deve retomar novamente o quadro anterior e determinar a mediana dos valores nele contidos.



Professor! Para fortalecer a interação entre os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do estudante, o conteúdo de mediana e, assim, promover a assimilação dos conceitos, deve-se solicitar que eles determinem a mediana dos valores da Tabela 1, conforme o exposto abaixo.

Frequência acululada para determinar a mediana.

Idade - $x_i$	Estudantes - $f_i$	$F_i$
14	3	3
15	6	9
16	8	17
17	6	23
18	5	28
19	2	30
$\Sigma$	<b>30</b>	

$$M_e = \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15^a$$

$$M_e = \frac{15^a + 16^a}{2} = \frac{16 + 16}{2} = 16 \text{ anos}$$

Logo, neste grupo de 30 estudantes, a idade que divide a tabela em duas partes iguais é 16 anos.



Muito bem!

Já sabemos determinar as MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL, média aritmética, moda e mediana, para DADOS AGRUPADOS.

Dando sequência aos objetivos propostos, inicia-se, a partir deste ponto, o estudo relacionado ao desvio médio e ao desvio padrão.

Desse modo, e com o intuito de proporcionar a diferenciação progressiva, o professor deve apresentar uma nova situação que contém dados fictícios sobre a produção em quilogramas de 50 produtos. Esses dados fictícios podem ser semelhantes aos contidos no quadro a seguir

Quadro 10: Produção em quilogramas de 50 produtos

Produção(kg)	Produtos
10,0	8
12,5	9
13,6	8
15,0	4
17,0	5
18,5	4
19,7	3
20,5	5
21,0	2
22,8	2

Fonte: Elaborado pelos autores

Após os estudantes terem visualizado a tabela e compreendido a nova situação, o professor deve solicitar que eles calculem a média da produção.

Lembre-se que para determinar a média devemos somar o produto de cada valor ( $x_i$ ) pela quantidade de vezes que ele se repete ( $f_i$ ) dividido pela quantidade total de valores ( $n$ ).

Com a média obtida, sugere-se que a mesma seja inserida na última linha da tabela, como no Quadro 11.

Quadro 11: Produção e média aritmética em quilogramas de 50 produtos

Produção(kg)	Produtos
10,0	8
12,5	9
13,6	8
15,0	4
17,0	5
18,5	4
19,7	3
20,5	5
21,0	2
22,8	2
$\bar{X}$	<b>15,39</b>

Fonte: Elaborado pelos autores

Ainda, no diálogo estabelecido, o professor precisará discutir com os estudantes a diferença existente entre cada valor da produção com relação à média, estabelecendo, desta forma, a oportunidade da ocorrência da reconciliação integradora dos conceitos de desvios, como demonstrado no Quadro 12.

Com isso, estaremos introduzindo o conceito de desvio médio e desvio padrão.

Tem-se aqui cada nota  $X_i$  menos o valor da média  $\bar{X}$  coloca-se em valor absoluto para que o resultado não seja negativo e para que a soma dos desvios não seja zero. Isto vai nos dar o DESVIO, que é o quanto cada valor de produção oscilou em relação ao valor da média.

Esta coluna representa cada desvio multiplicado pelas vezes que ele se repete.

Quadro 12: Cálculo do desvio médio para a produção

Produção(kg) - $x_i$	Produtos - $f_i$	$ X_i - \bar{X} $	$f_i \cdot  X_i - \bar{X} $
10,0	8	$ 10,0 - 15,39  = 5,39$	$8 \times 5,39 = 43,12$
12,5	9	$ 12,5 - 15,39  = 2,89$	$9 \times 2,89 = 26,01$
13,6	8	$ 13,6 - 15,39  = 1,79$	$8 \times 1,79 = 14,32$
15,0	4	$ 15,0 - 15,39  = 0,39$	$4 \times 0,39 = 1,56$
17,0	5	$ 17,0 - 15,39  = 1,61$	$5 \times 1,61 = 8,05$
18,5	4	$ 18,5 - 15,39  = 3,11$	$4 \times 3,11 = 12,44$
19,7	3	$ 19,7 - 15,39  = 4,31$	$3 \times 4,31 = 12,93$
20,5	5	$ 20,5 - 15,39  = 5,11$	$5 \times 5,11 = 25,55$
21,0	2	$ 21,0 - 15,39  = 5,61$	$2 \times 5,61 = 11,22$
22,8	2	$ 22,8 - 15,39  = 7,41$	$2 \times 7,41 = 14,82$
$\Sigma$	<b>50</b>		<b>170,02</b>
$\bar{X} = 15,39$			

Fonte: Elaborado pelos autores

$$\Sigma [f_i \cdot |X_i - \bar{X}|] = 170,02$$

Os resultados apresentados no Quadro 12 necessitam ser construídos juntamente com os estudantes. Isto é, o professor deve mediar um diálogo no qual se evidencie que a soma do produto dos desvios pelas vezes que cada um se repete foi 170,02, e que se for efetuada a divisão pela quantidade total de produtos obtém-se o desvio médio. Logo, o desvio médio para os valores de produção é  $\frac{170,02}{50} = 3,40$  kg. Por fim, o professor deve auxiliar os estudantes a concluir que a generalização do desvio médio é:

$$D_M = \frac{\sum [f_i \cdot |X_i - \bar{X}|]}{n}$$

Professor! Para fortalecer a interação entre os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do estudante e o conteúdo de desvio médio, deve-se solicitar que eles determinem o desvio médio dos valores do Quadro 2, conforme quadro abaixo:

Cálculo do desvio médio para as notas dos estudantes.

Idade $x_i$	Estudantes $f_i$	$ X_i - \bar{X} $	$f_i \cdot  X_i - \bar{X} $
14	3	$ 14 - 16,33  = 2,33$	$3 \times 2,33 = 6,99$
15	6	$ 15 - 16,33  = 1,33$	$6 \times 1,33 = 7,98$
16	8	$ 16 - 16,33  = 0,33$	$8 \times 0,33 = 2,64$
17	6	$ 17 - 16,33  = 0,67$	$6 \times 0,67 = 4,02$
18	5	$ 18 - 16,33  = 1,67$	$5 \times 1,67 = 8,35$
19	2	$ 19 - 16,33  = 2,67$	$2 \times 2,67 = 5,34$
<b><math>\Sigma</math></b>	<b>30</b>		<b>35,32</b>

$\bar{X} = 16,33$  anos Logo, neste grupo de 30 estudantes o desvio médio é

$$D_M = \frac{35,32}{30} = 1,18 \text{ nota}$$

Ainda pertencendo a esta etapa, temos o desvio padrão. Para levar os estudantes à compreensão deste conceito, o professor deve retomar os dados contidos no Quadro 13 e determinar o desvio padrão. Para tal e para que os valores não fiquem negativos, deve-se elevar ao quadrado os valores dos desvios de cada valor da produção. A diferenciação progressiva será estabelecida a partir da discussão de que o desvio padrão é um parâmetro muito usado que indica o grau de variação de um conjunto de elementos (Quadro 13).

Devemos elevar o valor do desvio ao quadrado. Como será elevado ao quadrado trocamos o módulo por parênteses.

Nesta coluna, multiplicamos o desvio ao quadrado pelo número de produtos  $f_i$ .

Quadro 13: Cálculo do desvio padrão para a produção

Produção(kg) $x_i$	Produtos $f_i$	$ X_i - \bar{X} $	$(X_i - \bar{X})^2$	$f_i \cdot (X_i - \bar{X})^2$
10,0	8	$ 10,0 - 15,39  = 5,39$	$(5,39)^2 = 29,05$	$8 \times 29,05 = 232,40$
12,5	9	$ 12,5 - 15,39  = 2,89$	$(2,89)^2 = 8,35$	$9 \times 8,35 = 75,15$
13,6	8	$ 13,6 - 15,39  = 1,79$	$(1,79)^2 = 3,20$	$8 \times 3,20 = 25,60$
15,0	4	$ 15,0 - 15,39  = 0,39$	$(0,39)^2 = 0,15$	$4 \times 0,15 = 0,60$
17,0	5	$ 17,0 - 15,39  = 1,61$	$(1,61)^2 = 2,59$	$5 \times 2,59 = 12,95$
18,5	4	$ 18,5 - 15,39  = 3,11$	$(3,11)^2 = 9,67$	$4 \times 9,67 = 38,68$
19,7	3	$ 19,7 - 15,39  = 4,31$	$(4,31)^2 = 18,58$	$3 \times 18,58 = 55,74$
20,5	5	$ 20,5 - 15,39  = 5,11$	$(5,11)^2 = 26,11$	$5 \times 26,11 = 130,55$
21,0	2	$ 21,0 - 15,39  = 5,61$	$(5,61)^2 = 31,47$	$2 \times 31,47 = 62,94$
22,8	2	$ 22,8 - 15,39  = 7,41$	$(7,41)^2 = 54,91$	$2 \times 54,91 = 109,82$
$\Sigma$	<b>50</b>			<b>744,43</b>
$\bar{X} = 15,39$				

Fonte: Elaborado pelos autores

$$\Sigma \left[ f_i \cdot (X_i - \bar{X})^2 \right] = 744,43$$

Os resultados apresentados no quadro acima devem ser construídos juntamente com os estudantes. Ou seja, o professor deve mediar um diálogo em que se evidencie que a soma do produto dos quadrados dos desvios pelo número de produtos foi 744,43, e que ao efetuar a raiz quadrada tem-se o desvio padrão.

O desvio padrão da produção é

$$\sqrt{\frac{744,43}{50}} = 3,86 \text{ Kg}$$

Por fim, o professor deve auxiliar os estudantes a concluir que a generalização do desvio padrão é:

$$\text{DP ou } s = \sqrt{\frac{\sum [f_i \cdot (X_i - \bar{X})^2]}{n}}$$



Professor! Para fortalecer a interação entre os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do estudante e o conteúdo de desvio padrão, deve-se solicitar que eles determinem o desvio padrão dos valores do quadro que segue.

Cálculo do desvio médio para a idade dos estudantes.

Idade $x_i$	Estudantes $f_i$	$ x_i - \bar{X} $	$(x_i - \bar{X})^2$	$f_i \cdot (x_i - \bar{X})^2$
14	3	$ 14 - 16,33  = 2,33$	$2,33^2 = 5,43$	$3 \times 5,43 = 16,29$
15	6	$ 15 - 16,33  = 1,33$	$1,33^2 = 1,77$	$6 \times 1,77 = 10,62$
16	8	$ 16 - 16,33  = 0,33$	$0,33^2 = 0,11$	$8 \times 0,11 = 0,88$
17	6	$ 17 - 16,33  = 0,67$	$0,67^2 = 0,45$	$6 \times 0,45 = 2,70$
18	5	$ 18 - 16,33  = 1,67$	$1,67^2 = 2,79$	$5 \times 2,79 = 13,95$
19	2	$ 19 - 16,33  = 2,67$	$2,67^2 = 7,13$	$2 \times 7,13 = 14,26$
<b><math>\Sigma</math></b>	<b>30</b>			<b>58,70</b>

$$\bar{X} = 16,33 \text{ anos}$$

Logo, neste grupo de 30 estudantes o desvio padrão das idades é

$$s = \sqrt{\frac{58,70}{30}} = 1,40 \text{ anos}$$

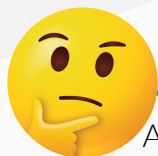


Muito bem, muito bem!

Já avançamos! Além de determinar a média aritmética, moda e mediana, sabemos também encontrar, desvio médio e desvio padrão para DADOS AGRUPADOS.

Como fechamento desta etapa, e com o intuito de verificar se os estudantes aprenderam significativamente os conceitos abordados até aqui, sugere-se que seja solicitado que os estudantes respondam a uma nova situação contida no Quadro 14.

Quadro 14: Atividade para identificar indícios da Aprendizagem Significativa dos conceitos abordados na terceira etapa



A ausência de controle na fabricação podem também resultar em perdas de energia através das paredes da geladeira. Essas perdas, em função da espessura das paredes são apresentadas:

Espessura das paredes (cm)	Perda térmica mensal (kWh)
2	55
4	25
6	35
10	10

- a) Para que aconteça uma perda térmica mensal menor, em caráter experimental, estão classificando a espessura das paredes nessas condições:  $\bar{X} - D_m + s$ . Este grupo atenderia as condições?
- b) Neste grupo, a espessura que se concentra a maior perda térmica é o mesmo valor onde se divide os dados pela metade. A afirmação é verdadeira? Justifique.

Fonte: Fictícia

Professor! Se preferir pode propor outra situação problema. Porém, tome cuidado para que esta apresente elementos capazes de fazer com que o estudante consiga aplicar os conteúdos estudados a outros contextos.



#### 4. Situações problema

Neste item é apresentado um conjunto de dez situações problema<sup>1</sup> dos conteúdos abordados no decorrer da sequência didática. Todas as situações buscam oferecer um novo contexto para aplicação dos conceitos desenvolvidos nas etapas.

**Professor!**  
Utilize as situações problema propostas para promover a assimilação dos conceitos das etapas.

Situação problema relacionada à média aritmética, moda e mediana para dados em SÉRIE.

1. A tabela abaixo contém as áreas construídas, medidas em metros quadrados ( $m^2$ ), de vinte residências de uma certa região são:

402	302	402	390
280	290	380	300
330	280	250	283
402	300	283	250
385	304	402	280

- A média de área construída durante muito tempo nesta região foi de  $345 m^2$ . Este grupo de moradores está nesta média ou determinaram uma nova média de área construída para esta região?
- Para analisar o perfil deste novo grupo de moradias, podemos verificar qual é a área mais construída e a área que separa em dois grupos iguais esses valores de área? Se sim, quais são essas características?

<sup>1</sup>Todos os dados das situações problema foram extraídos dos seguintes autores: Giovanni; Bonjorno; Giovanni Junior (2002), Levin (2002), Milone (2006), Paiva (1999), Silva (2006), Triola (1999).

Situação problema relacionada a desvio médio e desvio padrão para dados em SÉRIE.

2. As idades dos jogadores de um time de basquete são 18, 23, 19, 20, e 21 anos. Para que o time participe de determinado campeonato as idades dos jogadores devem pertencer a este intervalo  $Dm < 1,5 < s$ . O time de basquete participará do campeonato?

Situação problema relacionada a desvio padrão para dados AGRUPADOS.

3. Dois atiradores x e y obtiveram numa competição de vinte tiros, num alvo em que 50 pontos é exatamente no centro do alvo, 30 pontos na faixa anterior ao centro, 20 pontos na anterior e 10 pontos na faixa mais afastada do centro do alvo e zero se for fora do alvo, os seguintes resultados:

Escores dos atiradores X e Y, Campeonato Z, março/2018

Atirador	Resultado				
	50	30	20	10	0
x	4	6	5	4	1
y	6	3	5	3	3

Fonte: Fictícia

Qual dos atiradores têm o desempenho mais regular?

Situação problema relacionada à média aritmética para dados em SÉRIE.

4. (Unicamp-SP) A média aritmética das idades de um grupo de 120 pessoas é 40 anos. Se a média aritmética das idades das mulheres é de 35 anos e a dos homens é 50 anos, qual o número de pessoas de cada sexo, no grupo?

Situação problema relacionada à média aritmética, moda, mediana, desvio médio e desvio padrão para dados em AGRUPADOS.

5. Um banco selecionou ao acaso 25 contas de pessoas físicas em uma agência, em determinado dia, obtendo os seguintes saldos em dólares:

52 500,00	18 300,00	35 700,00	43 800,00	22 150,00
6 830,00	3 250,00	17 603,00	25 500,00	28 000,00
16 323,00	42 130,00	27 606,00	18 300,00	12 521,00
28 000,00	31 452,00	39 610,00	22 500,00	7 380,00
28 000,00	22 150,00	14 751,00	39 512,00	17 603,00

Essa seleção tem por objetivo proporcionar ao cliente uma redução na taxa de juro em seu cheque especial, mas para isso com os valores agrupados, o grupo de valores deve obedecer a seguinte condição como valor do saldo:  $\bar{X} - M_o + M_e - (D_M - s)$ . Algum cliente será beneficiado? Se sim, quantos?

**Situação problema relacionada à média aritmética, moda e mediana para dados em AGRUPADOS.**

6. Os escores das atitudes em relação a pessoas mais velhas de 30 estudantes foram arranjados na distribuição de frequência simples a seguir (escores mais altos indicam atitudes mais favoráveis em relação a pessoas mais velhas).

Escores das atitudes em relação a pessoas mais velhas  
Escola Z, Passo Fundo, maio/2018

Valor do escore da atitude	Frequência
7	3
6	4
5	6
4	7
3	5
2	4
1	1
<b><math>\Sigma</math></b>	<b>30</b>

Fonte: Fictícia

- Estipulou-se que, para serem consideradas atitudes aceitáveis em relação ao tratamento com pessoas mais velhas, a média dos escores deve ser superior a cinco. Este grupo de 30 estudantes apresenta atitudes aceitáveis em relação às pessoas mais velhas?
- O escore que representa a maior frequência entre os estudantes está abaixo da média?
- O valor do escore da atitude que divide a distribuição em duas partes iguais é menor que a moda?

Situação problema relacionada à média aritmética e desvio padrão para dados AGRUPADOS.

7. Um caminhão vazio tem massa de 3000 kg. Ele será carregado com 480 caixas de 10kg cada, 350 caixas de 8 kg cada, 500 caixas de 4 kg cada e 800 caixas de 5 kg cada. O motorista do caminhão tem massa de 80 kg e a lona de cobertura da carga possui 5 kg. Se este caminhão tem que passar por uma balança que só permite passagens a caminhão com, no máximo, a soma de cinco vezes a massa do caminhão com cinco vezes a média da carga e com duas vezes o valor do desvio padrão da V carga. Este caminhão passará na

Situação problema relacionada à média aritmética e desvio padrão para dados em SÉRIE.

8. Um fabricante de autopeças está próximo de fechar um grande contrato com uma montadora. O ponto-chave é a garantia da qualidade de seus produtos, especialmente o diâmetro (em mm) dos eixos produzidos. A montadora selecionou uma amostra aleatória de seis eixos para testar as especificações requeridas. Os valores encontrados estão descritos a seguir:

Diâmetro (mm): 93,9 94,4 93,7 93,5 94,8 93,7

Para que o contrato seja fechado a condição é de que o valor da média aritmética mais o valor do desvio padrão não excedam a 95 mm. O fabricante de autopeças fechará o contrato?

Situação problema relacionada à moda e mediana para dados em SÉRIE.

9. Os valores abaixo referem-se ao tempo de vida útil (meses) de uma amostra aleatória de treze ferramentas de corte em um processo industrial

Vida útil (meses): 84 63 72 96 72 105 110

Para que determinado experimento seja considerado satisfatório, o tempo de vida útil deve apresentar a moda igual à mediana. O experimento será considerado satisfatório?

Situação problema relacionada à média aritmética e desvio padrão e moda para dados em AGRUPADOS.

10. Em uma pesquisa para verificar o consumo de refrigerantes foi levantado o consumo semanal (litros) por pessoa (per capita), aproximado, em janeiro de 2018, em uma cidade do litoral, obtendo

Consumo semanal (litros) per capita- Janeiro/2018

Consumo semanal (litros)	Número de pessoas
0,5	10
1,0	25
1,5	9
2,0	7
2,5	6

Fonte: Fictícia



Para que o consumo de refrigerante seja considerado abusivo, o experimento considera que o consumo de  $\bar{X} + s - M_o$  deva ser superior ao valor da mediana. O consumo nesta cidade foi abusivo?

Confira aqui suas respostas:

1. a) Este grupo de moradores determinaram uma nova média de área construída de 324,75 m<sup>2</sup>.  
b) Sim podemos, a área mais construída é de 402 m<sup>2</sup> e a área central é 301 m<sup>2</sup>.
2. Sim, o time participará do campeonato, pois  $1,44 < 1,5 < 1,72$ .
3. O atirador que tem o desempenho mais regular é o atirador A.
4. São 40 homens e 80 mulheres.
5. Não.  $(\bar{X} - M_o + M_e - (D_M - s)) = 21\ 624,77$
6. a) Não. ( $\bar{X} = 4,23$ )  
b) Sim. ( $M_o = 4$ )  
c) Não. ( $M_e = 4$ )
7. Não passará, pois a soma de cinco vezes o peso do caminhão com cinco vezes a média da carga e com duas vezes o valor do desvio padrão da carga é igual a 15 036,59 kg e o caminhão entrará na balança com 16 695 kg.
8. Sim, o fabricante de autopeças fechará o contrato, pois a média aritmética mais o valor do desvio padrão é igual a 94,45 mm.
9. O experimento não será considerado satisfatório, pois a  $M_o = 72$  meses e a  $M_e = 84$  meses.
10. O consumo nesta cidade não foi abusivo, pois  $\bar{X} + s - M_o = 0,88$  e  $M_e = 1$ .

## REFERÊNCIAS

BOLETIM Mensal da Secretaria Estatística Criminal de Alagoas. **AL registra 61,8 mortes a cada 100 mil habitantes em 2014**. Publicado em: 15 fev. 2015. Atualizado em: 18 fev. 2015. Disponível em: <<http://g1.globo.com/al/alagoas/noticia/2015/02/al-registra-618-mortes-cada-100-mil-habitantes-em-2014-aponta-secretaria.html>>. Acesso em: 14 mar. 2018.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JUNIOR; José Ruy. **Matemática fundamental: uma nova abordagem: ensino médio**. São Paulo: FTD, 2002. v. único.

HISTÓRIA da Estatística. Publicado em: 18 ago. 2009. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=jCzMPL7Ub2k>>. Acesso em: 14 mar. 2018. Vídeo: 5min e 38seg.

IBGE Explica INPC e IPCA. Publicado em: 08 abr. 2015. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=JVcDZOIIMBk>>. Acesso em: 14 mar. 2018. Vídeo: 3min e 10seg.

LARSON, Ron; FARBER, Betsy. **Estatística aplicada**. Tradução Luciane Paulete Viana. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

\_\_\_\_\_. **Estatística aplicada**. Trad. e rev. técnica Cyro de Carvalho Patarra. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.

LEVIN, Jacck; FOX, James Alan; FORDE David Rip. **Estatística para Ciências Humanas**. Trad. Jorge Ritter. Rev. técnica Fernanda Bonafini. 11. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012.

MILONE, Giuseppe. **Estatística: geral e aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2006.

MOREIRA; MASINI, Elcie Fortes. Salzano. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2001.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 1 ed. São Paulo, Editora Moderna, 1999.

SILVA, Ermes Medeiros da. et al. **Estatística para os cursos de Economia, Administração, Ciências Econômicas**. 3. ed. São Paulo, Editora Atlas, 2006. v. 1.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

TRIOLA, Mario F. **Introdução à estatística**. 7. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1999.

## **SOBRE OS AUTORES**

**Rejane Padilha Quedi** - Professora da Universidade de Passo Fundo. Graduação em Matemática (LP) e Ciência da Computação (Bacharelado). Especialização em Educação Matemática e mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade de Passo Fundo.

**Luiz Marcelo Darroz** - Docente do Curso de Física (LP), do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade de Passo Fundo. Doutor em Educação em Ciências na Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

### **Nossos colaboradores:**

**Márcia Zanella Rheinheimer** - designer gráfico

**Tarsila Battistella** - revisão de texto