UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

Sheila Mendes de Figueiredo

ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS COM AUXÍLIO DE GEOMETRIA PLANA E ARITMÉTICA

Passo Fundo

2019

Sheila Mendes de Figueiredo

ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS COM AUXÍLIO DE GEOMETRIA PLANA E ARITMÉTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

Passo Fundo

2019

CIP – Catalogação na Publicação

F475e Figueiredo, Sheila Mendes de
Ensino de expressões algébricas com auxílio de geometria plana e aritmética / Sheila Mendes de Figueiredo. – 2019.
116 f. : il., color. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, 2019.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Expressões algébricas. 3. Geometria plana. 4. Aritmética. 5. Didática. I. Pereira, Luiz Henrique Ferraz, orientador. II. Título.

CDU: 372.851

Catalogação: Bibliotecária Jucelei Rodrigues Domingues - CRB 10/1569

Sheila Mendes de Figueiredo

ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS COM AUXÍLIO DE GEOMETRIA PLANA E ARITMÉTICA

A Banca Examinadora abaixo, em 26 de abril de 2019, APROVA a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional da Universidade de Passo Fundo como parte da exigência para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de pesquisa Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino de Ciências e Matemática.

Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira – Orientador
Universidade de Passo Fundo

Dra. Nilce Fátima Scheffer
Universidade Federal da Fronteira Sul

Dra. Rosana Maria Luvezute Kripka
Universidade de Passo Fundo

Dr. Luiz Marcelo Darroz
Universidade de Passo Fundo

Dedico este trabalho à minha mãe e ao meu pai, por me apoiarem emocionalmente na realização deste trabalho, sempre me orientando na busca do conhecimento e se hoje sou merecedora desta conquista, devo a eles que me educaram e construíram uma base da qual me apoiei para almejar meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me guiar no caminho da luz, possibilitando chegar a lugares que sempre almejei. Em um segundo momento, agradeço aos meus pais, pois, se hoje obtenho sucesso em minha vida, é por que formaram um caráter em mim baseado em respeito, confiança, verdade, humildade, os quais me conduziram a estar hoje concluindo o curso de mestrado e por ainda estar sempre fazendo papéis de protetores, confortando-me em momentos de dificuldade, me aplaudindo em momentos de vitória, meus verdadeiros amigos, meus anjos da Terra. Gostaria de agradecer ainda à minha irmã que, embora mais nova que eu, sempre utilizou palavras incentivadoras nos momentos em que não via perspectiva de sucesso. Ao meu namorado, por estar sempre do meu lado, mesmo nos momentos em que o nervosismo e a preocupação faziam parte de meus dias, principalmente na conclusão deste trabalho, não possibilitando minha maior dedicação em nosso relacionamento, mesmo assim ele continuou a entender e a me ajudar de sua maneira. E claro não poderia nesse momento de minha vida esquecer a pessoa que sempre me incentivou, que vibrou com minhas conquistas. Muito obrigada a meu avô (*in memória*), mesmo não estando mais em nosso mundo fisicamente, continuo seguindo seus ensinamentos, pois foi uma pessoa que nos deixou muito conhecimento, mesmo com seu pouco estudo, mas a prática da vida lhe fez ser um grande homem, de quem nos dá orgulho em relembrar, trazendo lágrimas de saudade e de gratidão por Deus ter proporcionado nossa convivência. Agradecer também ao meu orientador, Professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira, que incansavelmente sanou minhas inúmeras dúvidas, conduzindo-me com seu amplo conhecimento para a conclusão deste trabalho. Obrigada a todos descritos acima, vocês me conduziram ao sucesso! Se hoje sou o que sou, devo inteiramente ao apoio de cada um.

“Se hoje enxergo mais longe, é porque me apoiei no ombro de gigantes”.

Isaac Newton

RESUMO

Esta dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo está vinculada à linha de pesquisa Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino de Ciências e Matemática. O objetivo foi oportunizar condições para a compreensão do conceito de expressões algébricas e sua operacionalização, para o aprimoramento do pensamento algébrico dos alunos envolvidos, através da proposição de uma sequência didática envolvendo geometria plana e aritmética. A pergunta norteadora da pesquisa foi: "*Sabendo a importância que a álgebra possui para acentuar o pensamento abstrato, como aprimorar o nível de raciocínio abstrato do aluno, de tal modo que lhe possibilitem resolver situações envolvendo expressões algébricas?*" A pesquisa, desenvolvida seguindo a abordagem qualitativa, caracteriza-se como uma pesquisa-ação. A constituição de dados foi realizada por meio do diário de bordo, no qual foram relatadas as tarefas desenvolvidas, bem como as percepções da professora sobre eles. O trabalho a que se refere, tem como produto educacional, uma sequência didática, norteada pela Teoria Sócio-histórica de Lev Vygotsky, bem como foi desenvolvida levando em conta as etapas da Engenharia Didática. A sequência didática elaborada destinou-se a estudantes do 8ª ano do ensino fundamental, com duração de dezesseis encontros, de uma hora cada um. Foi aplicada em uma turma de 27 estudantes de uma escola localizada no município de São José do Ouro/RS. Conclui-se, pelos resultados obtidos, que a sequência didática possibilitou, aos alunos envolvidos na atividade proposta, o desenvolvimento de um pensamento abstrato de forma mais fluida, pois verificou-se que eles se tornaram hábeis na resolução de situações envolvendo expressões algébricas. Além disso, de acordo com as situações vivenciadas, foi possível perceber que ao introduzir um novo conteúdo deve-se aliá-lo aos conhecimentos prévios dos alunos, pois isso favorece a aprendizagem de conceitos e também que devem ser utilizados materiais manipulativos pois eles favorecem a aprimoramento do raciocínio. O produto educacional que acompanha o estudo refere-se à sequência didática elaborada e está disponibilizado na forma de material de apoio para professores no site do programa e no Portal eduCapes <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/553543>.

Palavras-chave: Expressões Algébricas. Geometria Plana. Aritmética. Engenharia didática. Teoria Sócio-histórica.

ABSTRACT

This dissertation of Master's Degree in Science and Mathematics Teaching of the University of Passo Fundo is linked to Theoretical-Methodological Fundamentals for the teaching of Science and Mathematics research line. The objective was provide conditions for the understanding the concept of algebraic expressions and their operationalization, for the improvement of the algebraic thinking of the students involved, by proposing a didactic sequence involving plane geometry and arithmetic. The guiding question of the research was: "*Knowing the importance that algebra has to accentuate abstract thinking, how to improve the level of abstract reasoning of the student, so as to enable him to solve situations involving algebraic expressions?*" The research, developed following qualitative approach, is characterized as an action research. Data collection was performed through the logbook, in which the tasks developed were reported, as well as the teacher's perceptions about them. The work to which it refers, has as educational product, a didactic sequence, guided by the Socio-historical Theory of Lev Vygotsky, as well as was developed taking into account the stages of Didactic Engineering. The didactic sequence elaborated was destined to students of the 8th year of the elementary school, lasting of sixteen meetings, of one hour each. It was applied in a class of 27 students from a school located in the municipality of São José do Ouro/RS. It is concluded from the results obtained that the didactic sequence enabled the students involved in the proposed activity to develop an abstract thinking in a more fluid way, since it was verified that they became skilled at solving situations involving algebraic expressions. In addition, according to the situations experienced, it was possible to perceive that when introducing new content one must associate it with the previous knowledge of the students, since this favors the learning of concepts and also that manipulative materials must be used because they favor the improvement of reasoning. The educational product accompanying the study refers to the elaborate didactic sequence and is made available in the form of teacher support material on the program website and the eduCapes Portal <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/553543>.

Keywords: Algebraic Expressions. Flat Geometry. Arithmetic. Didactic engineering. Socio-historical Theory.

LISTA DE FIGURAS E QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS

CIEE – Centro de Integração Empresa-Escola

EUA – Estados Unidos da América

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

SD – Sequência Didática

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Tendo um encanto especial pela matemática, despertei[1] desde pequenina o amor pelos números, pelos cálculos. A satisfação de encontrar resultados para os problemas era inexplicável, fazendo-me querer sempre mais e com grau de dificuldade que ia aumentando periodicamente, gerando uma sensação maravilhosa, fazendo-me acreditar que era capaz, sim, de entender e aprender situações diferentes.

Ao longo da escolaridade, vivenciei algumas situações que, ao chegar ao momento de definir o meu futuro profissional influenciaram bastante. Os momentos mais marcantes para mim foram durante o ensino médio, período no qual constatei o temor dos colegas pela matemática, talvez pelo fato de não evoluírem mentalmente junto com o aumento da dificuldade dos conteúdos, gerando neles indignação diante das questões. Nesse momento, solicitavam minha ajuda e, ao explicar o que parecia tão óbvio, não conseguia entender o motivo que os levavam a ter aquelas reações. Muitas vezes, viam-me como a segunda professora na sala de aula, e hoje é possível compreender o porquê de ser mais fácil para um aluno pedir ajuda para um colega do que diretamente ao professor. Não percebia que já existia uma situação complicada, uma barreira entre professor e aluno, o que não acontece entre colegas. Lembro-me perfeitamente de utilizar a linguagem deles – obviamente utilizaria –, pois tínhamos a mesma idade, pensamentos semelhantes, portanto seria mais fácil entenderem a mim do que ao professor.

Hoje, observando pela perspectiva profissional, percebo mais claramente que pode existir uma barreira oculta nos processos de aprendizagem dos estudantes, pois para alguns faltam conhecimentos prévios que possibilitem a compreensão de novos conceitos mais complexos. Como professora, percebo que quando se tem uma bagagem de conhecimento, automaticamente se esquece de como é pensar por aqueles que não a têm. Isso dificulta a compreensão do educador quanto ao fato de o aluno não entender alguns conteúdos que para ele são tão simples, criando, dessa maneira, o bloqueio entre ambas as partes.

Logo, ao optar por uma profissão, diante dessas situações vivenciadas, não podia ser diferente: comecei o curso de Licenciatura em Matemática.

Ao iniciar essa faculdade, não possuía prática nem conhecimento de como era ministrar uma sala de aula, porém idealizava poder um dia conduzir uma turma. Foi, então, no segundo ano da graduação que surgiu a oportunidade de ser professora titular do 6° ao 9° ano, sendo

---

[1] Em algumas partes do texto opto pelo emprego da primeira pessoa do singular, com o objetivo de tomar a escrita mais pessoal.

então contratada pelo Centro de Integração Empresa-Escola (CIEE), para atuar na escola municipal de minha cidade, São José do Ouro.

Naquela época, apesar de não possuir todas as habilidades que são exigidas para se assumir tal responsabilidade, percebi estar fazendo a coisa certa, seguindo uma profissão na qual, se pode dizer, houve uma certa influência genética – cresci vendo minha mãe amar a arte de ensinar, atendendo uma escola na comunidade do interior, sendo diretora e também professora. Essa escola tinha 10 alunos de diferentes séries, todos dividindo a mesma sala.

Naquele tempo, ia junto para o trabalho e lá passava a tarde toda, dormia em um colchão na frente do quadro e durante o recreio brincava com os alunos. Muitas vezes, realizei as mesmas atividades escolares que eles. Foi um tempo do qual me recordo com muita saudade.

Atualmente, minha mãe atua nos anos iniciais. Acredito que isso também me contagiou, pois, certo dia, eu a ouvi mencionar que, se nascesse de novo, não saberia fazer outra coisa a não ser lecionar, o que foi o incentivo principal para mim. Mesmo sem prática de docente, consegui superar os obstáculos de uma sala de aula, vendo o amor pela docência de minha mãe estender-se até mim.

Aprendendo no dia a dia, errando e acertando, consegui definir o que era o melhor a fazer. No momento em que se começa qualquer coisa não tendo experiência, possui-se certa ingenuidade, pois se encontram pessoas que fazem entender o que não é benéfico, uma vez que mantiveram, ao longo desse período, atitudes de certo modo fortalecedoras. Tais pessoas não tinham capacidade de gerar uma crítica construtiva, apenas críticas maldosas, sabendo que eu não possuía a mesma experiência.

No entanto, como nem tudo na vida é feito de momentos ruins, encontram-se também colegas que ensinam a se portar com mais profissionalismo, fazendo acreditar que saberia conduzir os alunos ao conhecimento. Aprendi, ainda, a encontrar as palavras certas para me comunicar com os pais sobre possíveis problemas com seus filhos, uma das questões mais importantes, pois quando algo é mal expressado pode gerar sentimentos confusos, agregando numa interpretação contrária ao verdadeiro sentido.

Assim, tenho plena certeza de que tudo o que acontece na vida tem um grande sentido, nada é em vão, e a convivência com essas pessoas ajudou-me a ser mais forte e transformou-me na profissional que sou hoje, mais questionadora, mais falante diante de situações erradas e mais dedicada à educação.

Tendo esses fatos fortalecedores na busca de meus objetivos, aprendendo com o desconhecido, fui então adquirindo um saber que somente a prática escolar pode propiciar. Concluí minha graduação no ano de 2012, adquirindo um pouco mais de maturidade nas metodologias, tendo findado uma etapa e ingressado definitivamente para a área da educação. Ao mesmo tempo, percebi muitos colegas desmotivados com a prática escolar, contando os dias para suas aposentadorias, tendo em suas expressões sinais de desleixo com a educação, desacreditados do poder de ensinar. Algumas falas fazem refletir sobre os profissionais que se tem nas salas de aula, pois acredito que escolher uma profissão é tão sério quanto qualquer outra coisa. E somente quem sabe o verdadeiro significado da palavra professor pode entender o quão importante é seu papel, podendo apenas com um olhar mudar o dia de uma criança.

Com isso, questiono-me, inúmeras vezes, se a falha da educação está nos alunos ou nos professores. A resposta entristece, uma vez que o problema, em várias situações, encontra-se nos próprios professores, os quais, algumas vezes, fazem apenas o papel de funcionário público, reclamando da falta dos benefícios, porém incapaz de olhar para sua verdadeira função, sem ao menos realizar questionamentos que poderiam mudar para melhor suas práticas.

Por outro lado, concluindo uma de minhas Pós-Graduações[2], fui designada a escolher um tema de pesquisa, o qual se voltou para a tentativa de entender onde estavam os problemas de aprendizado na questão de comportamentos de alunos e professores. Foi realizada, então, uma pesquisa com alunos do 6° ano e do 7° ano, com perguntas relacionadas a conteúdos de matemática e também a relação que tinham com os professores dessa disciplina.

Constatei alunos interessados em colaborar, apresentando diversas repostas impressionantes, através das quais foi constatada a afirmação de muitos sobre o fato de que a matéria em si não é tão ruim, porém a professora, quando chega de mau humor, torna o período insuportável. Já outros afirmaram que têm dificuldades na matéria, mas, como a professora é querida, eles vão tentando aprender. Disseram, inclusive que “a aula até passa rápido”.

Nesse contexto, percebi a ambiguidade das falas e de visões acerca dessa disciplina. E engana-se quem pensa que, quando os alunos não vão bem na interpretação dos conteúdos, o problema é da Matemática, que é muito complexa. Na verdade, muitas vezes, a relação existente entre professor e aluno influencia consideravelmente para ajudar no bom funcionamento do pensamento lógico, criando, assim, amadurecimentos matemáticos.

Dessa maneira, acredito que através de pequenos atos os educadores podem melhorar a interpretação dos discentes, ajudando-os a ver o seu aprendizado como algo que abrirá portas para o sucesso. Como afirma D’Ambrósio (1986, p. 10), “É função essencial do educador matemático entender essas várias modalidades da matemática e da inteligência e coordená-las adequadamente na sua ação pedagógica [...]”.

---

[2] Título de Pós-Graduação em Metodologia no Ensino de Matemática e a outra Pós-Graduação em Metodologia no Ensino de Física, ambas cursadas na Faculdade Internacional Signorelli, localizada no Rio de Janeiro.

Desse modo, questionando o que fazer para mudar a visão dos alunos no ensino da matemática, comecei a observá-los mais atentamente, percebendo que um dos grandes problemas está na aprendizagem da álgebra. Esse fato gerou inúmeras perguntas, além de desconforto, pois é uma das áreas da matemática que mais me fascina. Assim, acredito ser possível desenvolver ações, como professora, na intenção de ajudar meus alunos a compreender as ideias da álgebra.

Acreditando que seria possível haver mudanças, ou melhor, que eu seria capaz de fazer a mudança, tendo em conta que era necessário adquirir mais conhecimentos nessas questões, fui à busca de outra especialização, tendo então surgido a oportunidade de cursar o Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Matemática, na Universidade de Passo Fundo, para o qual me inscrevi para a prova presencial.

Depois de realizada a avaliação, tive acesso ao resultado: fui aprovada para a segunda etapa, que é a entrevista. Essa entrevista ocorreu com seis professores, que haviam lido meu pré-projeto e conduziram as perguntas. Mesmo estando nervosa, fui aceita como aluna do programa e, finalmente, poderia desenvolver um trabalho mais consistente envolvendo álgebra.

A minha inquietude, descrita no pré-projeto, estava na dificuldade em que os alunos apresentam no momento de resolver atividades envolvendo questões sobre álgebra. Acreditava que, para tentar suprir esses problemas, acreditando que deveria começar pelo conteúdo que penso ser o que introduz a álgebra mais condensada – caracterizada como expressões algébricas, estudado no 8º ano do ensino fundamental.

Assim, logo iniciei as aulas do Mestrado, em março do ano de 2017, e já nas primeiras semanas de aula, já obtive uma injeção de ânimo, fazendo-me ter a certeza de que tudo o que pensava sobre a educação estava correto, que sim, a mudança está em nossas mãos.

Tendo como parte do currículo a necessidade de desenvolver um produto voltado para alguma área em que do ponto de vista de cada um seja designado como um problema – sendo, como descrito anteriormente, o problema que mencionei em meu pré-projeto –, segui para a escolha do conteúdo ao qual meu produto estaria voltado, que seriam, logicamente, em expressões algébricas, as quais introduzem os estudos de álgebra, pois é inadmissível que ela seja vista por outros como um “monstro”, sendo que a mim despertou paixão.

Muitas vezes, a falta de compreensão pode acontecer devido a um pré-conceito formado pelo aluno, como afirma Rodrigues (1999, p. 2): “[...] o que o indivíduo aprecia e deseja influencia aquilo que vê e interpreta. E, inversamente, o que é visto e interpretado influencia aquilo que se aprecia e se deseja”.

Reforçando a ideia, Ferreira (1998 apud RODRIQUES, 1999, p. 20) afirma:

> Ao perceberem a Matemática como algo difícil e não se acreditando capazes de aprendê-la, os estudantes, muitas vezes, desenvolvem crenças aversivas em relação à situação de aprendizagem, o que dificulta a compreensão do conteúdo e termina por reforçar sua postura inicial, gerando um círculo vicioso.

Assim, em conformidade com este trabalho, entendo que a criança que tenha seu primeiro contado com a álgebra de maneira não significativa, faz com que a compreensão do conteúdo se torne mais difícil, bloqueando seu entendimento.

Desse modo, na proposta elaborada busquei aproximar, sempre que possível, os conhecimentos escolares dos conhecimentos cotidianos dos alunos, pois compreendo ser a álgebra como parte da nossa vida diária. Em conformidade com tais prerrogativas, Piletti (1997 apud HAYDT, 1996, p. 127), em relação à importância do conteúdo, afirma:

> [...] a aprendizagem só se dá em cima de um determinado conteúdo. Quem aprende, aprende alguma coisa. [...] Convém lembrar que o conteúdo não abrange apenas a organização do conhecimento, mas também as experiências educativas no campo desse conhecimento, devidamente selecionadas e organizadas pela escola [...].

Nessa linha de pensamento, entendo que as experiências educativas em muito devem considerar o que aluno traz para a sala de aula. Isso representaria os conceitos por ele constituídos frente às diferentes situações de sua vida, ou seja, conceitos espontâneos, conforme orienta Vygotsky (1991).

Procurei, dessa forma, desenvolver um estudo em álgebra, área da Matemática que apresenta vários conteúdos. Optei por expressões algébricas, estudada no 8º ano do ensino fundamental. Estabeleci como objetivo o desenvolvimento de uma proposta de atividade que possibilitasse ao aluno assimilar e internalizar o conteúdo, visando torná-lo mais atrativo, por meio de entendimentos mais próximo de seus conhecimentos prévios.

Assim, optar por um estudo tendo a álgebra como foco, na qual se destacam as expressões algébricas, questionei-me como seria possível trabalhar tal assunto de maneira que se fizesse mais natural possível aos olhos dos alunos. Também busquei vincular os conteúdos já trabalhados nas séries anteriores ao 8º ano do ensino fundamental, ou seja, conteúdos vindos da aritmética e da geometria.

Ao observar as práticas desenvolvidas por alguns professores de matemática, no ensino fundamental principalmente, pude perceber que eles trabalham aritmética, geometria e álgebra de maneira dissociada, passando a impressão de que são estudos desvinculados. Porém, percebo que seriam possíveis interligações, e que elas poderiam ser estudadas com associações, o que poderia dar um suporte para introdução de muitos conceitos, inclusive na própria álgebra.

Para reforçar a ideia, Pimentel (2010, p. 29), ao tratar de aritmética e álgebra, afirma:

> O modo com que se realiza a abordagem da aritmética influencia na introdução ao raciocínio algébrico, pois este necessita de conhecimentos operacionais aritméticos, além de uma preparação que introduza formas mais abstratas de pensar, especialmente para o entendimento das propriedades gerais dos números.

De acordo com tal ideia, associo que as mesmas dificuldades de aprendizagem em álgebra, podem também estar vinculadas à falta de conhecimentos geométricos, o que me leva a perceber a necessidade de estratégias que busquem unir elementos de aritmética e geometria junto ao ensino de conteúdos algébricos.

Quando trabalho com aritmética e geometria na escola, percebo que, mesmo com dificuldades em seu processo de aprendizagem, os alunos, em geral, conseguem adquirir alguns conhecimentos mínimos, principalmente no que tange às operações aritméticas básicas e algumas interações com formas geométricas. Entendo ser possível fazer um elo entre esses elementos e a álgebra para potencializar aprendizagens, ao invés de trabalhar esses conceitos geralmente de modo isolado, em que se destaca a falta de domínios cognitivos em relação aos dois tópicos.

De acordo com a ideia de associar os três conteúdos citados acima, Souza (2014, p. 24) argumenta que:

> O trabalho de integrar o ensino matemático é sem dúvida o principal apoio para o aluno em desenvolver o seu aprendizado, pois facilitará a percepção de identificar os conceitos e símbolos. Assim, por exemplo, ele perceberá a semelhança entre o numeral e polinômio, ou seja, passará a observar a aritmética e álgebra como unificado e contínuo em todo o ensino matemático. Já a geometria exerce um papel de fundamental importância, porque possibilita ao aluno o poder da visualização, aguçando a sua habilidade mental de idealizar a solução através de uma simples revisão visual. E é por isso que a geometria tem que está presente nas salas de aulas servindo de experiência geométrica, que o aluno raciocine geometricamente tenha a idealização da matemática e aplicar no papel através da aritmética e álgebra o que foi observado pela geometria.

Associando-se a tais colocações, encontro nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 2001, p. 38) a afirmação:

> Há um razoável consenso no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria). [...] Também algumas ideias ou procedimentos matemáticos, como proporcionalidade, composição e estimativa, são fontes naturais e potentes de inter-relação e, desse modo, prestam-se a uma abordagem dos conteúdos em que diversas relações podem ser estabelecidas.

Frente a essas colocações, percebi a possibilidade e a potencialidade de aliar conteúdos de aritmética e geometria à álgebra, sendo que esta última em muito contribui para o aprofundamento do pensamento abstrato.

Diante dessa evidência, busquei realizar tal associação junto, ao conteúdo de expressões algébricas, o que possibilitou a realização da presente pesquisa. Assim, na sequência, apresento o problema de pesquisa e os objetivos propostos, na presente dissertação.

1.1 Problema de pesquisa

A álgebra, presente em muitos dos conteúdos de Matemática está vinculada à finalidade de aprimorar o pensamento dos alunos a níveis sempre maiores de abstração[3]. Níveis estes cada vez mais elevados e necessários para conduzir um pensamento mais ágil, sem estar necessariamente apoiada no concreto[4]. Esse fato pode gerar desconforto nos discentes, muitas vezes pelo modo convencional como a álgebra é apresentada. Além disso, sabendo-se que cada conteúdo matemático não apresenta características totalmente desconhecidas, mas com muitos elos de relação, eles poderiam ser associados entre si, para contribuir a um entendimento significativo.

Na prática docente, muitas vezes percebe-se situações em que se desperta interesse, nos alunos, por meio da reflexão quando da aplicação do conteúdo de álgebra no 8° ano, o qual se mostra como um conteúdo com grau de elevação do pensamento de abstração maior do que os dos anos anteriores. Sua apresentação, como anteriormente afirmado, deveria estar associada, de algum modo, a algo já conhecido pelos alunos, respeitando assim seus conhecimentos prévios e interligando-os, de modo a conduzir a formação de novos conceitos – nesse caso, em álgebra. Corroboram para isso os PCNs (BRASIL, 1998, p. 75), ao mencionarem:

> [...] para que a aprendizagem possa ser significativa é preciso que os conteúdos sejam analisados e abordados de modo a formarem uma rede de significados. Se a premissa de que compreender é apreender o significado, e de que para apreender o significado de algum objeto ou acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos, é possível dizer a ideia de conhecer assemelha-se a ideia de tecer uma teia.

---

[3] Abstração é o processo de extrair a essência fundamental de um conceito matemático, removendo qualquer dependência do mundo real os objetos com os quais se pode originalmente ter estado ligado, e generalizando para que ele tenha mais aplicações ou correspondências entre outras descrições abstratas de equivalentes fenômenos. Disponível em: <https://bit.ly/2V9x7Tr>. Acesso em: 12 dez. 2018.

[4] Concreto: material manipulativo para que o aluno de posse destes possa compreender diferentes conceitos matemáticos. Disponível em: <goo.gl/onmzFj>. Acesso em: 12 dez. 2018.

Desse modo, pensa-se na necessidade de encontrar meios para que a álgebra fosse compreendida pelos alunos de maneira significativa, tendo-se ciência da sua importância para a evolução do raciocínio lógico de qualquer pessoa, assim como pergunta orientadora desse trabalho tenho: “Sabendo da importância que a álgebra possui para aprimorar o pensamento abstrato, como elevar o nível desse tipo de raciocínio do aluno, de tal modo que lhe possibilite resolver situações envolvendo expressões algébricas?”

1.2 Objetivos

Este trabalho possui como objetivo geral: Oportunizar condições para a compreensão do conceito de expressões algébricas e sua operacionalização, através de uma sequência didática, envolvendo geometria plana e aritmética, visando o aprimoramento do pensamento algébrico dos alunos envolvidos.

Em função desse objetivo geral, vislumbram-se outros objetivos específicos, a saber:

- Oportunizar situações para o aluno manipular, reconhecer e construir expressões algébricas através de material manipulativo;
- Gerar condições para que o discente possa vincular áreas de figuras planas com cores e signos para a escrita de diferentes expressões algébricas;
- Propiciar momentos de interação com os alunos no intuito de estimular o avanço de conceitos espontâneos para científicos em relação à álgebra;
- Promover condições para a compreensão de como se estrutura e se caracteriza uma expressão algébrica;
- Analisar as atividades realizadas, a fim de avaliar o avanço no pensamento abstrato dos alunos.

Finalizando os objetivos, apresenta-se os capítulos que compõe essa dissertação, onde início pela introdução, na qual descreve-se o problema de pesquisa e os objetivos. No segundo capítulo, apresenta-se os fundamentos teóricos norteadores para a construção deste trabalho, abordando os tópicos: história da álgebra, sequência didática, engenharia didática, Teoria Sócio-histórica de Lev Vygotsky, educação algébrica e pensamento algébrico. No terceiro capítulo, apresenta-se estudos de casos. Em seguida, no quarto capítulo estão os procedimentos metodológicos, compostos pela metodologia, descrição das aulas e descrição do local e dos participantes da pesquisa, e, no quinto e último capítulo, apresenta-se as considerações finais, detalhando os resultados da pesquisa. Por fim, apresenta-se os anexos e os apêndices desenvolvidos neste trabalho.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Ao longo desse segundo capítulo serão apresentados os fundamentos que irão sustentar a elaboração deste trabalho. Para isso, foram selecionados seis tópicos: a Álgebra; sequência didática; engenharia didática; teoria sócio-histórica de Vygotsky; educação algébrica e pensamento algébrico; e, por fim, Aritmética, Geometria Plana e Álgebra.

2.1 Álgebra

Segundo Espíndola (2011), a álgebra, inicialmente, é compreendida como um ramo da matemática que estuda as generalizações dos conceitos e operações de aritmética, e essas generalizações são possíveis graças ao uso de símbolos e letras para representar variáveis ou incógnitas. Ainda segundo a autora, a álgebra, em um primeiro momento, destinava-se ao estudo das equações e suas variáveis. Talvez por isso, ainda hoje em dia, quando se fala de álgebra, uma das primeiras situações que vem à cabeça é a das equações e suas incógnitas. Mas, a álgebra, assim como o homem e sua escrita, também passou por processos de evolução e continua evoluindo. Ela se expandiu por várias áreas da matemática e hoje se compreende que se vincula com situações mais elementares e de fácil compreensão, até situações bem mais complexas e bastante abstratas como Grupos, Anéis e Corpos.

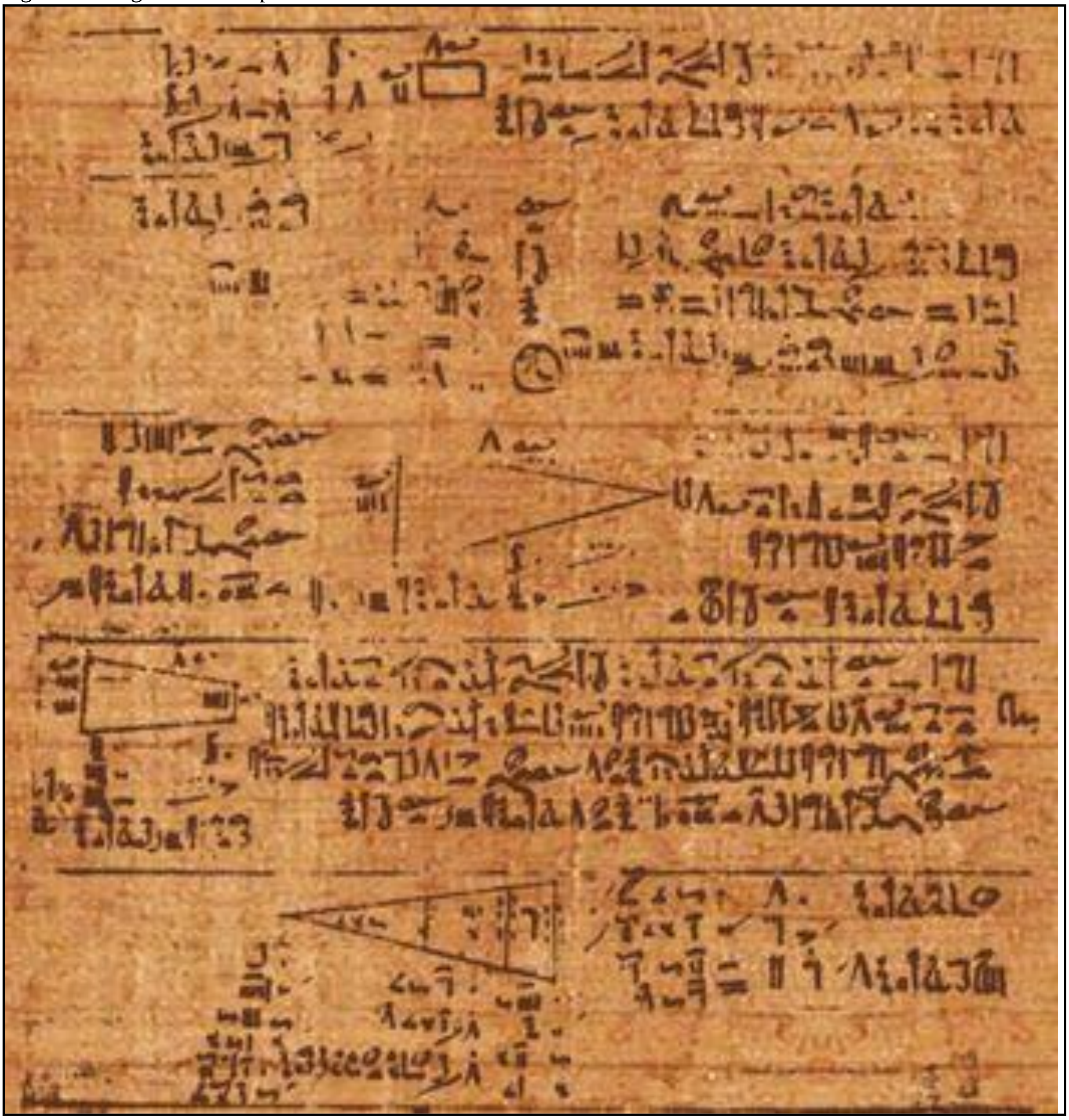
Segundo Angeli (2014, p. 28 apud PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 5), as origens da Álgebra são antigas:

> [...] as origens da Álgebra situam-se na formalização e sistematização de certas técnicas de resolução de problemas que já são usadas na Antiguidade – no Egipto, na Babilônia, na China e na Índia. Por exemplo, o célebre papiro de Amhes/Rhind é essencialmente um documento matemático com a resolução de diversos problemas, que assume já um marcado cunho algébrico.

O registro mais antigo que remete à álgebra segundo estudos desenvolvidos por Bissi (2016) foi o papiro de Rhind[5], escrito por volta de 1650 a.C., por um escriba chamado Ahmes, que detalhava a solução de 85 problemas de aritmética, fração, cálculos de área, volumes, repartições proporcionais, equações lineares, trigonometria básica e geometria. A seguir, na Figura 1, apresenta-se um fragmento do Papiro.

[5] Segundo Bissi (2016), o Papiro de Rhind (1650 a.C.), encontrado nas ruínas de Tebas, é o documento matemático mais completo do período faraônico. Mede aproximadamente 30 cm de largura e 512 cm de comprimento e se encontra do museu britânico. É possível afirmar, ainda, que os registros do papiro Rhind foram copiados de um manuscrito ainda mais antigo.

Figura 1 - Fragmento do Papiro Rhind



Fonte: BISSI, 2016, p. 48.

A origem da álgebra também nos remete à Antiga Babilônia, cujos matemáticos desenvolveram um sistema aritmético avançado, a partir das suas necessidades de resolver problemas comuns do seu dia-a-dia.

Estudos feitos por Espíndola (2011) apontam que o grego Diofante de Alexandria, que viveu de 325 a 409 d.C., na Grécia, foi o primeiro a ter a ideia de usar símbolos para representar situações matemáticas, nas quais se desconhecia algum valor. Infelizmente, esse fato não chegou a ser bem trabalhado, pois era uma época bastante tumultuada – ocorria a queda do Império Romano – e isso não foi bom para a matemática nem para outras áreas do conhecimento, pois o clima de guerra e as destruições que tomavam conta de toda a Grécia impossibilitaram esse avanço no conhecimento. Mesmo com todas essas dificuldades, é atribuída a Diofante de Alexandria uma das primeiras ideias de usar símbolos para facilitar a escrita matemática e seus cálculos.

Só com a ascensão do Império Árabe, por volta do ano de 650, aproximadamente, é que foram retomados, de forma mais intensa, os estudos matemáticos. É importante observar o enorme tempo que o estudo ficou parado por causa da guerra e, com isso, acredita-se que um grande lote de boas ideias foi perdido.

Civinski (2015, p. 19) explica que:

> Na Arábia, al-Khowarizmi escreveu dois importantes livros sobre aritmética e álgebra. Um deles ainda existe em uma única cópia, a versão original em árabe foi perdida. Através do título de seu livro mais importante, balah amuql wajabr Al 'veio o termo álgebra. O título de pai da álgebra, às vezes é dado a Diofante, porém, al-Khowarizmi é o merecedor desse título.

Boyer (1974, p. 167) descreve a relação entre os autores das obras que originaram a álgebra:

> [...] em dois aspectos a obra de al-Khowarizmi representa um retrocesso com relação à de Diofante. Primeiro é de nível muito mais elementar que o que se encontra nos problemas de Diofante e, segundo, a álgebra de al-Khowarizmi é inteiramente expressa em palavras, sem nada da sincopação que se encontra na Aritmética do grego ou na obra de Brahmagupta. [...] Mesmo assim, o *Al-jabr* está mais próximo da álgebra elementar de hoje que as obras de Diofante e de Brahmagupta, pois o livro não se ocupa de problemas difíceis de análise indeterminada mas contém uma exposição direta e elementar da resolução de equações, especialmente do 2º grau.

A pesquisa de Espíndola (2011) revela especialmente que, a obra de Al-khwarizmi chegou à Espanha, onde foi traduzida para o latim, nos primeiros anos do século XII, por Juan de Sevilla e Gerardo de Cremona, e, com o passar do tempo, a obra de Alkhwarizmi passou a ser chamada de álgebra.

Tomando por base relatos de Civinski (2015), a linguagem da álgebra utilizada atualmente começou a ser desenvolvida por François Viète, um advogado francês que viveu de 1540 até 1603. É considerado responsável pela introdução dos símbolos na matemática. Além de utilizar os sinais germânicos + e -, introduziu as vogais para representar quantidades constantes e as consoantes para quantidades incógnitas.

Por esses fatos, ele é considerado por muitos como sendo o pai da álgebra. Outros matemáticos da mesma época também tiveram sua importância no desenvolvimento da álgebra. Entre eles, Robert Record, inglês que criou o símbolo (=) para a expressão igual; outro inglês que também foi importante para a álgebra foi Thomas Harriot, responsável pela eliminação das poucas palavras que ainda restavam da álgebra de Viète.

Eves (1995) afirma que a notação moderna da álgebra que é totalmente simbólica se deve a René Descartes, que viveu de 1596 até 1650, um grande físico-matemático e filósofo francês, que acrescentou as seguintes inovações na álgebra de Viète: o símbolo para a operação de multiplicação e a notação que usamos ainda hoje para os expoentes de uma potenciação. Descartes é responsável ainda pela unificação na forma de se escrever matemática. Com o seu trabalho, deu a ela um *status* de idioma universal, pois é possível escrever matemática da mesma forma em qualquer lugar do mundo. Acredita-se que esse fato tenha contribuído muito para a matemática, pois, com isso, estudiosos de vários locais do mundo poderiam se comunicar usando uma mesma simbologia ou, porque não dizer, a mesma língua.

Nesse sentido, em termos do ensino da álgebra no Brasil, Civinski (2015, p. 20) menciona que:

> Somente a partir da segunda metade do século XX houve uma maior preocupação sobre o ensino e aprendizagem da matemática, surgindo várias iniciativas com o intuito de organizar as mudanças necessárias da prática docente. No Brasil, essas mudanças foram intensivadas a partir dos anos 70 e na maioria das vezes foram instigadas por iniciativa governamental, gerando certo desnorteamento nas escolas, por não estarem preparadas para enfrentá-las. A cada nova proposta que surge, professores se esforçam para conseguir acompanhá-las, tanto dos planos educacionais como do mercado de trabalho. Nos livros didáticos não existem informação em relação às mudanças, e, como são escritos para uso dos alunos, a maioria deles não dá suporte para o trabalho do docente.

Em 1895 foi elaborado um relatório que constava incorporar a álgebra no ensino primário. Segundo Basei (2016, p. 2):

> [...] repercussão internacional de propostas de inclusão da Álgebra no curso primário chegam ao Brasil, ao que parece, inicialmente, por meio de Antônio Trajano e da sua Álgebra Elementar, obra publicada pela primeira vez em 1888. Por outro lado, o professor do colégio Pedro II, Othello de Souza Reis, dedica-se a estudar as propostas do Comitê dos Quinze e em 1919 lança o livro didático intitulado Álgebra – Primeiros Passos. No mesmo ano, o professor Tito Cardoso de Oliveira, lança a 4ª edição do seu livro "Aritmética Complementar – para os cursos primário complementar, normal e comercial" que contém um capítulo adicional referente à inclusão de elementos algébricos.

Iniciou-se, assim, a discussão para introduzir a álgebra nos estudos escolares, com a qual, segundo Basei (2016), deveria ocorrer a associação da álgebra com a aritmética, possibilitando a resolução de alguns problemas aritméticos mais avançados. Trajano (1932, p. 4) menciona que "[...] este exemplo será em breve seguido por outros Estados, e, em poucos anos, veremos a nossa mocidade aproveitar-se com grande vantagem da força dessa alavanca poderosa do cálculo chamada – Álgebra".

Teve início no estado de São Paulo, o estudo da álgebra acabou se estendendo para os estados de Minas Gerais, Espírito Santo, Mato Grosso, Paraná e Rio Grande do Sul, como indicam os estudos de Souza (2016), permanecendo até os dias atuais, unificadamente em todo o Brasil.

Basei (2016) esclarece que, de forma mais intensa, a partir de 1890 a 1970, ocorreu um marco temporal que envolve três movimentos no ensino de matemática: o movimento da pedagogia intuitiva, o movimento da Escola Nova e a chegada do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, tendo como objetivo apresentar uma educação baseada na proposta dos Estados Unidos da América, estando o Brasil, pela primeira vez, preocupado com a formação dos professores.

Segundo Saviani (2009), surgiu a necessidade de os docentes buscarem o aprofundamento dos estudos, sobre ensino e aprendizagem da álgebra. Dessa forma, seu ensino começa a ganhar maior preocupação.

2.2 Sequência Didática (SD)

Conforme Peretti (2013), uma sequência didática (SD) é um conjunto de ideias e ações interligadas, para ensinar determinado conteúdo ao aluno. Segundo o autor, ela deve conter objetivos e planejamento detalhado, de modo a torná-los coerentemente ordenados, apresentando assuntos que se juntam, para que outros conceitos possam ser formados, baseados, sempre que possível, na necessidade de cada turma.

Também, como bem afirma Zabala (1998, p. 18) sequência didática é "[...]um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelo professor como pelos alunos".

Em conformidade com essas considerações, entende-se que cabe ao professor, ter conhecimento sobre o conteúdo a ser trabalhado, de modo a se sentir seguro para elaborar uma proposta de ensino do conteúdo desejado. Assim, uma sequência didática pode conter, desde uma sondagem do que o aluno já conhece, até atividades nas quais ele possa trabalhar com materiais manipuláveis. Em outras palavras, cabe ao professor, frente à realidade de sua turma e às especificidades do conteúdo a ser ensinado, estruturar uma sequência didática que melhor se adéque às necessidades de seus alunos.

Com tal intenção, é tarefa do professor observar alguns passos, como bem menciona Babinski (2017, p. 31):

> Dessa forma, cada atividade de uma SD deve ter uma intencionalidade, bem como objetivos e conteúdos direcionados para que os alunos compreendam passo a passo o que deve ser feito em cada etapa. Desse modo, para a organização desta SD foi preciso ter em mente uma primeira ideia sobre a ordem lógica em que posteriormente as atividades foram elaboradas. Logo, para que essa organização chegasse a um resultado esperado, foi necessário pensar quais seriam os seus pré-requisitos, ou seja, o que cada aluno deveria saber, em termos de aprendizagem e conhecimento do conteúdo ministrado, para somente ao término da sondagem prosseguir as atividades.

Tais considerações levam-me a intuir ser a SD muito mais ampla que a organização de uma aula, podendo ser parte integrante de uma, duas ou mais aulas, dependendo da intencionalidade da proposta desejada junto aos alunos, sendo também parte de sua constituição o que afirma Peretti (2013, p. 7): “Através de uma sequência didática com foco também em atividades investigativas, a construção do conhecimento pode acontecer de modo a possibilitar a experimentação, generalização, abstração e formação de significados”.

Compreende-se assim que em uma sequência didática é preciso se pensar no material a ser utilizado, podendo envolver jogos de natureza didática, quadro branco, cartolinas, livro didático, *softwares*, material manipulativo, medições, calculadora, entre outros, possibilitando que aluno interaja mais com o que foi planejado, tornando mais fácil assimilar o novo conceito. São elementos a serem pensados, e como coloca Babinski (2017, p. 32), “[...]uma SD se dá por ações planejadas sequencialmente e analisadas previamente com a finalidade melhorar o processo de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática”.

Tomando essas ideias anteriormente explicitadas, compreende-se que, para conseguir atingir os objetivos propostos neste trabalho, para ensinar expressões algébricas, pode-se elaborar uma sequência didática obedecendo aos critérios acima descritos, assim acredita-se que um planejamento coerente, próprio de uma SD, facilitará o trabalho da docência e proporcionará aos alunos maiores condições de uma aprendizagem coerente com o que se deseja.

2.3 Engenharia Didática (ED)

Este trabalho terá aporte metodológico na Engenharia Didática, sendo que a disposição da constituição, enquanto metodologia, será explicada no item 4. Nesse momento, a intenção é localizar o leitor no entendimento de que é compreendido por Engenharia Didática.

O entendimento primeiro dado à Engenharia Didática se associa a Artigue (1996 apud PAIS, 2001, p. 100) ao afirmar:

> [...] a engenharia didática expressa uma forma de trabalho didático comparável com o trabalho do engenheiro na realização de um projeto arquitetônico. Tal como trabalho de um engenheiro, o educador também depende de um conjunto de conhecimentos sobre os quais ele exerce o seu domínio profissional. Entretanto, quando se faz essa analogia entre a didática com o trabalho do engenheiro, torna-se conveniente destacar o modelo teórico não suficiente para suprimir todos os desafios da complexidade do objeto educacional.

Ou seja, em termos do trabalho docente, a Engenharia Didática se constituirá de uma série de aulas ou atividades pensadas e organizadas, de forma a se articularem entre si, de maneira coerente e lógica, por um professor**,** com a intenção de ensinar seus alunos um conteúdo determinado.

De acordo com Pais (2001), embora a Engenharia Didática seja uma teoria que possa ser aplicar em qualquer área do conhecimento, atualmente está mais situada para as ciências exatas. E mesmo não sendo muito conhecida, está tomando formas mais concretas nos estudos desenvolvidos por universidades do Brasil, afim de que os futuros profissionais da educação possuam a consciência da aplicabilidade que se faz de extrema importância no momento em que se estuda um determinado conteúdo a ser apresentado em sala de aula, possuindo assim o poder, muitas vezes, de estar mais acessível na visão do discente.

Ao se pensar nessa prática, a ED apresenta questionamento implícito, possuindo como curiosidade o fato de ter engenharia ligada à didática, passando a imaginar que apresente funções distintas. Pelo contrário, faz todo o sentido ter esses nomes associados, pois quando se fala em engenharia está se referindo a pessoas que, para realizarem seus trabalhos, necessitam criar projetos para os quais ocorre uma grande pesquisa em torno do que se deve construir. Logo, isso está associado à didática, a qual se refere a conteúdos desenvolvidos na prática escolar.

Para tanto, conforme Artigue (1996), a ED, possui quatro fases norteadoras, a saber:

1 - análise preliminar;

2 - concepções e análise a priori;

3 - aplicação da sequência didática; e

4 - análise a posteriori e validação.

Com o objetivo de aprofundar um pouco mais o conhecimento sobre as fases da ED, na sequência será dedicado espaço para a descrição sucinta do que compõe cada uma destas quatro etapas.

2.3.1 Análise Preliminar

Segundo Pais (2001), na análise preliminar procura-se, inicialmente, fazer uma sondagem sobre o que os alunos conhecem sobre o assunto a ser estudado. Podendo observar o conhecimento empírico, entendo os possíveis problemas, levando-os para a montagem das sequências didáticas de modo a considerar o conhecimento prévio, fazendo ficar mais acessível para a formação do novo conceito a ser formado.

Reforçando o pensamento de Pais, Almouloud e Coutinho (2008) mencionam e informam os objetivos da análise preliminar: “Um dos objetivos das análises prévias é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado a(s) questão(ões), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa [...]”.

Entrelaçando as falas dos pensadores, pode-se identificar a importância desta fase, pois acredita-se ser o suporte para um bom desenvolvimento, tanto na elaboração quanto na aplicação, da sequência didática.

Sendo a primeira etapa da Engenharia Didática a análise preliminar, em que Artigue (1996, p. 202), voltando tal pensamento para a educação, a descreve como sendo “[...] um dos pontos de apoio essenciais da concepção reside na fina análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes, e a engenharia é concebida para provocar, de forma controlada, a evolução das concepções”.

Seguindo essa linha de pensamento de Artigue, Almouloud e Coutinho (2008, p. 66) mencionam alguns pontos que pensam ser partes fundamentais e características da primeira fase. Segundo os autores:

> A primeira fase é aquela na qual se realizam as análises preliminares, que pode comportar as seguintes vertentes:
> - epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;
> - do ensino usual e seus efeitos;
> - das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução;
> - das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva;
> - a consideração dos objetivos específicos da pesquisa;
> - o estudo da transposição didática do saber considerando o sistema educativo no qual se insere o trabalho.

Corroborando com o pensamento de Almouloud e Coutinho, Machado (2010, p. 238) analisa o assunto e apresenta sua compreensão sobre a análise preliminar com as seguintes palavras:

> As análises preliminares para a concepção da engenharia são feitas através de considerações sobre o quadro teórico didático geral e sobre os conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o assunto em questão, bem como sobre:
>
> - a análise epistemológica dos conteúdos contemplados pelo ensino;
> - a análise do ensino atual e de seus efeitos;
> - a análise da concepção dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que determinam sua evolução;
> - a análise do campo dos entraves no qual vai se situar a efetiva realização didática.

Logo, ao refletir sobre as características mencionadas pelos autores em relação à análise preliminar, acredito estar voltada para analisar quais conhecimentos os alunos apresentam sobre o conteúdo a ser trabalhado, bem como outros elementos que por ventura possam se vincular ao tema a ser ensinado.

Na sondagem inicial devem ser apresentadas questões que envolvem o tema o qual se pretende estudar, possibilitando ao professor entender e ter conhecimento sobre o entendimento dos discentes sobre o tema.

Através desses questionamentos segue-se para a próxima etapa da engenharia didática, que se caracteriza como sendo concepções e análise a priori.

2.3.2 Concepções e Análise a Priori

Concepções e Análise a Priori é a segunda etapa que compõe a engenharia didática, na qual Pantoja (2007, p. 7) indica que “O objetivo de uma análise a priori é determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis que queremos assumir como pertinentes) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido”. Assim, essa etapa está voltada para a análise da sondagem realizada na etapa anterior.

Prosseguindo na análise a priori, Pantoja (2007, p. 7.) comenta que:

> A segunda fase da engenharia didática consiste numa análise a priori que se faz sobre o saber em estudo. Nela estão presentes duas etapas que são a de descrição do objeto e outra de previsão de melhorias para o processo de ensino e aprendizagem onde são apontadas problemáticas referentes ao objeto de estudo e são construídas hipóteses que serão verificadas na prática investigativa da proposta didática a ser elaborada. A elaboração das hipóteses se constitui elemento importante no trabalho com a engenharia didática, pois são elas que serão compradas com os resultados finais da sequência didática para verificar a validação ou não da mesma.

Reforçando a ideia, Machado (2010, p. 241) menciona que “Na fase da *concepção e da análise a priori* o pesquisador orientado pelas análises preliminares delimita certo número de variáveis pertinentes do sistema sobre o qual o ensino pode atuar, as quais são chamadas de variáveis de comando”.

2.3.3 Aplicação da sequência didática

A terceira etapa, que é a aplicação da sequência didática, segundo Pantoja (2007, p. 8), consiste, na:

> [...] aplicação da sequência didática onde entra em prática o saber didático do professor e todo o seu arcabouço teórico. Nessa fase, a sequência didática proposta deverá ser desenvolvida através de uma abordagem metodológica que privilegie a criticidade e a reflexão numa perspectiva de construção de um saber consciente e indagador.

Compreende-se ser esta uma das etapas em que mais se deve ter atenção, pois acredita-se que seja onde pode ser considerado os indicativos observados nas etapas anteriores, e ainda será a responsável para o desfecho da última etapa da Engenharia Didática. Como menciona Pantoja (2007) é a fase em que deve estar o prático associado ao saber didático do professor, envolto em criticidade e reflexão, possibilitando a construção de um novo conceito.

Nessa etapa ocorre a aplicação da sequência didática, que Pais (2002, p. 102), descreve:

> Uma sequência didática é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas sessões, tendo em vista o seu caráter especifico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula. Tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigatório.

Acredita-se ser essa etapa de muita importância no auxílio da formação do novo conceito, pois o professor deve estar bem embasado sobre a teoria e com boa preparação prática para seguir as atividades propostas, sanando dúvidas sempre que necessárias, de modo a chegar ao objetivo almejado.

Na aplicação da sequência didática, segundo Pais (2001) o professor deve ficar atento para registrar ao máximo as evoluções constatadas, ficando aparente em expressões, comentários e escritas, as quais devem ser registradas de forma livre, com gravações, filmagens, observações ou apenas descritas pelo pesquisador.

2.3.4 Análise a Posteriori e Validação

Análise a Posteriori e Validação é a última etapa dos passos da teoria da engenharia didática, sobre a qual Pantoja (2007, p. 10) classifica como:

> A última fase é a da análise a posteriori e da validação. Esta fase se apoia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação constante das observações realizadas durante cada sessão de ensino bem como das produções dos alunos feitas em classe ou fora dela. Nela é verificado se o aprendizado foi consolidado e se a autonomia intelectual foi alcançada determinando assim a validação, ou não, da sequência didática empregada.

É nessa fase que é concluído se os estudos desenvolvidos obtiveram resultados satisfatórios ou não. Para que isso seja possível, deve-se analisar o desenvolvimento de toda a proposta didática, levando em consideração desde os primeiros avanços até a fase final da proposta.

2.4 Teoria Sócio-Histórica de Lev Vygotsky

O desenvolvimento desse estudo está relacionado com alguns aspectos da teoria de Vygotsky. Quando se analisam os pensamentos desse autor, percebe-se muitas semelhanças com compreensões atuais, pois seus escritos, apesar de serem do século XX, possuem conceitos e ideias a nortear a educação até hoje. Ele contribuiu para que se entendesse melhor o pensamento humano, bem como trouxe reflexões sobre a aprendizagem e estimulou reflexões que são feitas sobre a função do professor nesse processo.

Segundo Oliveira (1999), Lev Vygotsky nasceu em 17 de novembro de 1869, na cidade de Orsha, próxima a Mensk, capital de Bielarus, país da hoje extinta União Soviética, sendo filho de uma próspera família judia. Formou-se em Direito pela Universidade de Moscou em 1918 e, durante seu período acadêmico, estudou também literatura e história, recebendo o bacharelado em Direito em 1918, ano em que voltou para Homel, lugar onde havia lecionado anteriormente.

Apesar da vida breve, de acordo com estudos de Oliveira (1999), foi autor de um conjunto de obras muito importante, junto com seus colaboradores Alexander Luria e Alexei Leontiev – eles foram responsáveis pela disseminação dos textos de Vygostky, muitos deles destruídos com a ascensão de Stálin ao Kremlin. Devido à censura soviética, seus trabalhos ganharam dimensão há relativamente pouco tempo, inclusive dentro da Rússia. No ocidente, seu livro *Pensamento e Linguagem* (1989) foi lançado apenas em 1962 nos Estados Unidos.

De acordo com Oliveira (1999) seus primeiros estudos foram voltados para a psicologia da arte. Suas ideias foram desenvolvidas na União Soviética, saída da Revolução Russa de 1917, e refletem o desejo de reescrever a psicologia, com base no materialismo marxista, e construir uma teoria da educação adequada à nova realidade social emergida da revolução. O projeto ambicioso e a constante ameaça da morte (a tuberculose se manifestou desde os 19 anos de idade e foi responsável por sua morte prematura) deram ao seu trabalho, abrangente e profundo, um caráter de urgência. Tem seu falecimento em 1934. Deixando como principais obras: *Pensamento e Linguagem* (1989), e *Formação Social da Mente* (1984).

Segundo Oliveira (1999), os estudos de Vygotsky apontam como principal característica o fato de que o ser humano não aprende nada novo, apenas interage com o já conhecido, dependendo do meio social em que vive, ou seja, socializando conhecimento. A autora destaca a existência de três pilares a sustentar as ideias de Vygotsky, a saber:

- As funções psicológicas[6] têm um suporte biológico, pois são produtos da atividade experimental;
- O funcionamento psicológico fundamenta-se nas relações sociais entre o indivíduo e mundo exterior, as quais se desenvolvem num processo histórico;
- A relação homem/mundo é uma relação mediada por sistemas simbólicos.

Oliveira (1999) afirma que o pensador russo acreditava que o desenvolvimento cognitivo não podia ser entendido sem referencial ao contexto social, histórico e cultural, daí o nome de sua teoria. Entendia que processos mentais superiores, como pensamento, linguagem, conduta volitiva do indivíduo, têm origem nos processos sociais.

Na caracterização dos processos mentais superiores, Vygotsky enfatiza o fato de o ser humano poder pensar, elaborar, imaginar algo que se encontra ausente, pois como afirma Oliveira (1999, p. 26):

> O ser humano tem a possibilidade de pensar em objetos ausentes, imaginar eventos nunca vividos, planejar ações a serem realizadas em momentos posteriores. Esse tipo de atividade psicológica é considerado "superior" na medida em que se diferencia de mecanismos mais elementares tais como ações reflexas (a sucção do seio materno pelo bebê, por exemplo), reações automatizadas (o movimento da cabeça na direção de um som forte repentino, por exemplo) ou processos de associação simples entre eventos (o ato de evitar o contato da mão com a chama de uma vela, por exemplo).

Apresenta, dessa maneira, elementos que caracterizam a ação voluntária, ou seja, situações em que a mente age através do impulso, denominado como atividades superiores, o que Vygotsky acredita ser plenamente a relação do homem com o mundo, uma relação mediada simbolicamente por meio de instrumentos ou signos[7]. Para Vygotsky os instrumentos são objetos mediadores entre o homem e o mundo, os quais podem ser usados para fazer alguma

[6] Funções psicológicas são moldadas por (biogêneses e ontogêneses) sua história, seu contexto, seu meio onde vive.

[7] Signos qualquer objeto, forma ou fenômeno que representa algo diferente de si mesmo.

atividade auxiliando na ação concreta, servindo para transformar o objeto ou o meio. Para reforçar a ideia, Oliveira (1999, p. 29) menciona: “O instrumento é um elemento interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza [...]”.

O instrumento carrega consigo a sua função e seus modos de utilização, sendo que esse conhecimento é transmitido a outros membros do grupo social.

Já os signos são elementos que representam ou expressam objetos ou situações e auxiliam na resolução de problemas psicológicos e nas ações concretas, ou seja, é algo que significa alguma coisa. Palavras, por exemplo, são signos linguísticos, conforme Oliveira (1999, p. 30):

> O signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho. [...] É neste sentido que as varetas são signos: são interpretáveis como representação da realidade e podem referir-se a elementos ausentes do espaço e do tempo presentes. A memória mediada por signos é, pois, mais poderosa que a memória não mediada.

Vygotsky constatou ainda que os sistemas de símbolos funcionam como mediadores entre os novos conhecimentos e os que já se conhece, estabelecendo assim um sentido de internalização que garante um suporte para o desenvolvimento de um raciocínio concreto para um raciocínio abstrato.

Ainda em relação a essa ideia baseada no pensamento de Vygotsky, Oliveira (1999, p. 34), afirma:

> Ao longo da evolução da espécie humana e do desenvolvimento de cada indivíduo, ocorre, entretanto, duas mudanças qualitativas fundamentais no uso dos signos. Por um lado, a utilização de marcas externas vai se transformar em processos internos de mediação; esse mecanismo é chamado, por Vygotsky, de processo de internalização. Por outro lado, são desenvolvidos sistemas simbólicos, que organizam os signos em estruturas complexas e articuladas. [...] tanto o processo de internalização como a utilização de sistemas simbólicos são essenciais para o desenvolvimento dos processos mentais superiores e evidenciam a importância das relações sociais entre os indivíduos na construção dos processos psicológicos.

Assim, em conformidade com essas ideias, Vygotsky acredita que o desenvolvimento da fala é um dos principais meios de comunicação, que facilita o sistema de signos para o desenvolvimento cognitivo do ser humano, pois o libera de vínculos contextuais, facilitando ainda a transmissão dos signos adquiridos nas vivências, gerando o intercâmbio social. Ela se desenvolve através da necessidade de se comunicar, dando os primeiros indícios através de sons, gestos e expressões.

Reforçando a ideia, Valentim (2015, p. 39) indica que:

> Vygotsky atribui à linguagem um papel de grande importância no desenvolvimento cognitivo do sujeito, uma vez que para esse autor, o crescimento intelectual da criança depende dos instrumentos linguísticos, por meio de suas propriedades formais e discursivas, do pensamento e da experiência sociocultural.

Analisando a teoria pensada por Vygotsky, pode-se afirmar que a fala e outros signos que cada criança associa para representar certos objetos é de extrema importância em seu desenvolvimento mental. Essa evolução acontece de tal modo encaminha para além da fala, e a criança passa a aprender nova possibilidade de se comunicar, que é através da escrita, um processo mais longo do que aprender a falar, por apresentar características mais extensas. Vygotsky (1979, p. 196) afirma que:

> A comunicação por escrito repousa sobre o significado formal das palavras e, para transmitir a mesma ideia, exige uma quantidade de palavras bem maior do que a comunicação oral. [...] - Como, precisamente, um pensamento não tem correspondência imediata em palavras, a transição entre o pensamento e as palavras passa pelo significado.

Por outro lado, Oliveira (1999, p. 44) acrescenta que:

> Ao buscar compreender a história da espécie humana, Vygotsky encontrou, nos estudos feitos com primatas superiores, principalmente com chimpanzés, formas de funcionamento intelectual e formas de utilização de linguagem que poderiam ser tomadas como precursoras do pensamento e da linguagem no ser humano. Considerou esses processos como sendo a "fase pré-verbal do desenvolvimento do pensamento" e a "fase pré-intelectual do desenvolvimento da linguagem".

Assim, Vygotsky (1979) concluiu que existe diferença entre o pensamento e a linguagem, sendo que ambos se desenvolvem antes de se interligar, em uma. Observa-se que Oliveira explana que, antes mesmo de dominar a falar, a criança desenvolve uma fase pré-verbal no desenvolvimento do pensamento e uma fase pré-intelectual no desenvolvimento da linguagem, aperfeiçoando, dessa forma, a habilidade de desenvolver uma linha de raciocínio na resolução de problemas práticos, utilizando caminhos e meios desconhecidos para chegar ao que deseja.

Somente depois se fará a evolução do pensamento associando a linguagem com o pensamento intelectual, realizando então significado para as palavras associadas a símbolos já conhecidos, dando-lhes um sentido real e bem definidos. Tendo, dessa maneira, a evolução do conhecimento. Oliveira (1999, p. 50), sobre isso, menciona:

> A ideia de transformação dos significados das palavras está relacionada a outro aspecto da questão do significado. Vygotsky distingue dois componentes do significado da palavra: **o significado propriamente dito** e **o "sentimento"**. O significado propriamente dito refere-se ao sistema de relações objetivas que se formou no processo de desenvolvimento da palavra, consistindo num núcleo relativamente estável de compreensão da palavra, compartilhado por todas as pessoas que a utilizam. O sentido, por sua vez, refere-se ao significado da palavra para cada indivíduo, composto por relações que dizem respeito ao contexto de uso da palavra e às vivências afetivas do indivíduo (**grifo do autor**).

Nessa fase, percebe-se a evolução do pensamento da criança através do significado e do sentido, estando o primeiro ligado a um sistema de associação que a criança faz entre a palavra e algum objeto ou expressão em específico. Já em relação ao sentido, esse diz respeito a cada pessoa, respeitando seu meio e suas vivências.

Logo na evolução da fala, a criança desenvolve a capacidade de comunicação interagindo cada vez mais com o meio em que vive, facilitando o desenvolvimento do pensamento intelectual, o qual toma rumos cada vez mais elevados. Gera, com isso, o aprendizado, significado importante para a formação do indivíduo. Vygotsky passa boa parte de sua vida tentando entender os processos psicológicos, tanto na espécie humana, quanto da história individual, porém não conseguiu definir uma concepção que abrangesse tamanho conceito (OLIVEIRA, 1999).

Um dos principais momentos de sua teoria sobre aprendizagem é aquele em que Vygotsky defende a ideia de que o indivíduo só aprende em socialização com outra pessoa, ou seja, através da troca de experiências, em que não descarta, por nenhum momento, que o meio em que se vive influencia muito as atitudes que refletem na aprendizagem.

Um exemplo a reforçar essa concepção é dado por Oliveira (1999, p. 56-57), ao afirmar:

> Podemos pensar, por exemplo, num indivíduo que vive num grupo cultural isolado que não dispõe de um sistema de escrita. Se continuar isolado nesse meio cultural que desconhece a escrita, esse indivíduo jamais será alfabetizado. Isto é, só o processo de **aprendizado** da leitura e da escrita (desencadeado num determinado ambiente sociocultural onde isso seja possível) é que poderia despertados processos de desenvolvimento interno do indivíduo que permitiam a aquisição da leitura e da escrita. Confirmado o mesmo fenômeno, podemos supor que esse indivíduo, por alguma razão, deixasse seu grupo de origem e passasse a viver num ambiente letrado, poderia ser submetido a um processo de alfabetização e seu desenvolvimento seria alterado (**grifo do autor**).

Tal exemplo vem corroborar a concepção da influência das interações sociais dos indivíduos para seu desenvolvimento cognitivo.

Associando-se a tais ideias, ocorre que na disciplina de Teorias de Aprendizagem e Ensino, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, foi apresentado um estudo detalhado na teoria sócio-histórica, a qual se faz compreender que o ensino desencadeia a formação de estruturas mentais necessárias à aprendizagem. É preciso, no entanto, explorar a capacidade cognitiva do aprendiz quando se busca criar novas estruturas mentais. Ou seja, considerar a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), caracterizada Vygotsky (1979) como a distância entre o nível de desenvolvimento real do sujeito, tal como medido por sua capacidade de resolver problemas de modo independente, e seu nível de desenvolvimento potencial, tal como medido através da resolução de problemas sob orientação de alguém ou em colaboração com companheiros mais capazes. Ou seja, a ZDP é a diferença entre o nível do que a pessoa é capaz de fazer sozinha e o que é capaz de fazer com a ajuda de outros, ou seja:

- Nível de desenvolvimento real refere-se a capacidades já alcançadas, já conquistadas pela criança ou qualquer outra pessoa.
- Nível de desenvolvimento potencial é a capacidade de desempenhar tarefas com a ajuda de adultos ou de companheiros mais capazes.

A diferença entre estes dois níveis é o que Vygotsky denominou Zona de Desenvolvimento Proximal. Não obstante a isso, Vygotsky (1979) defende que a aprendizagem se apresenta como um processo que lida com dois tipos de conceitos: **Conceitos espontâneos e Conceitos científicos.** O primeiro é adquirido no contexto cotidiano a partir de referentes concretos. Já o segundo é adquirido, por meio do ensino, pela atribuição de significados em uma estrutura conceitual.

Trazendo tais ideias para o ensino da matemática, o professor tem a tarefa de gerar perguntas (mediação) de modo a conduzir o aluno na busca por compreender novos conceitos (científicos), respeitando sempre os conhecimentos prévios dos discentes (conceitos espontâneos). Como bem coloca Santos (2014, p. 43):

> Mas existe uma interdependência entre estes conceitos. Os conceitos espontâneos só chegam a se estruturar como conceitos científicos devido à influência do ensino, o que faz da aprendizagem escolar um contexto de desenvolvimento por excelência. Da mesma maneira, sem a base dos conceitos espontâneos, os científicos não seriam significativos para os alunos, seriam adquiridos mecanicamente.

Assim, compreende-se que, para se constituir um conhecimento bem estruturado para o aluno, no caso de sala de aula, faz-se necessária a ação mediada do professor, a identificar os conceitos espontâneos que aquele já possui e, gradativamente, constituir condições para que o aluno consiga estruturar novas percepções, compreensões e entendimentos, ou seja, estruturar, em nível cognitivo, um conceito científico.

2.5 Educação Algébrica e Pensamento Algébrico

Estudando assuntos referentes à Educação Algébrica e ao Pensamento Algébrico, questiona-se sobre a diferença de ambos, sendo que parecem possuir as mesmas características. Porém, ao ser consultado diferentes trabalhos científicos, que as caracterizam, desenvolveu-se um estudo teórico para dar suporte à construção desta proposta de trabalho, a qual visa possibilitar ao aluno desenvolver, ao longo das atividades, ambas as características encontradas em educação e pensamento algébrico, as quais estão apresentadas a seguir.

Entende-se que, em um primeiro momento, o docente poderá desenvolver com o aluno a Educação Algébrica, pois está se apresenta segundo Monteiro (2016), em quatro estágios, sendo o primeiro conhecido como “letrista”, como Ponte (2009, p. 13-14) explica o significado da palavra:

> [...] o objectivo é aprender a manipular os símbolos apenas por treino e prática, e tem uma versão “melhorada” segundo a qual o objectivo é aprender a manipular correctamente os símbolos, recorrendo a apoios intuitivos como modelos analógicos, de carácter geométrico (como figuras, objectos) ou físico (como a balança). Com estes apoios intuitivos procura dar-se significado às manipulações, o que raramente se consegue, dada a preocupação central com os aspectos sintácticos [...].

Dessa maneira, descrita por Ponte (2009), pode-se encontrar a álgebra de forma predominante nos livros didáticos brasileiros.

No segundo estágio, há características de ser “facilitadora”; baseada está em situações criadas com finalidade didática, partindo do que é conhecido pelo aluno.

De acordo com Monteiro (2016), no terceiro estágio ocorre o momento de concepção de educação algébrica quando se apresenta uma atividade com o “concreto” tornando-se disparadora da aprendizagem. Nessa proposta, as atividades têm caráter investigativo a partir de situações reais ou “realistas”, criadas com finalidade didática, a partir do próprio cotidiano dos alunos. Assim, o conhecimento algébrico é tratado como uma ferramenta de leitura do mundo.

Já no quarto estágio, mencionado pelo autor Monteiro (2016), destaca-se a “Álgebra como Aritmética generalizada”, que enfatiza a atividade algébrica como expressão da generalidade, diferenciando, como o autor distingue do seu ponto de estudo, generalidade e generalização. O autor afirma que generalidade se refere diretamente ao que é geral em uma situação, sem intermediação de casos particulares, enquanto generalização refere-se ao falar do que é comum a um conjunto de casos particulares. Nessa abordagem, o objetivo principal é o envolvimento do aluno na organização dos dados oferecidos e no estabelecimento de relações entre eles.

Com isso, entende-se que a educação algébrica tenha a importância de conduzir o aluno à possibilidade de entendimento da álgebra, levando as operações aritméticas e procedimentos de cálculo e escrita em geral para uma representação através de símbolos e letras, devendo demonstrar ainda aproximação ao cotidiano do aluno, de acordo com a proposta didática elaborada pelo professor. Assim, deve ocorrer, nessa fase, o respeito ao tempo do aluno em transitar de um nível a outro do raciocínio, pois geralmente esses encontram dificuldades ao trabalharem com o pensamento abstrato.

Diante disso, percebe-se que a constituição mais técnica do processo da educação algébrica, pode auxiliar o professor a desenvolver atividades sobre álgebra, para então promover ações junto a seus alunos na intenção da constituição do pensamento algébrico, que se caracteriza.

Segundo Sousa (2014), o pensamento algébrico se caracteriza pela capacidade que o aluno adquire em analisar e generalizar padrões, utilizar tabelas, interpretar gráficos para representar as expressões simbólicas, fazer comparações de diversas formas de representar uma relação. Assim, destaca-se que existe uma preocupação em relação à interpretação do significado do mesmo.

O pensamento algébrico pode-se desenvolver na criança em três níveis, como mostra Silva (2015, p. 69):

> [...] teríamos pelo menos três níveis em que se expressam as generalizações: FACTUAL - nesse nível, as generalizações algébricas são expressas em ações, gestos e outras formas não discursivas. CONTEXTUAL - utilizam-se formas reduzidas de expressão, mas com recurso a termos dêiticos (símbolos criados a partir da intuição, não universais, compreensíveis apenas em um contexto específico). PADRÃO - nesse nível utiliza-se a linguagem algébrica compacta já sistematizada, incluindo as letras e fórmulas.

Ao observar os três níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico estudados por Silva (2015), percebe-se a importância de uma boa estruturação no desenvolvimento da educação algébrica, ocorrendo um entrelaçamento de ambos os processos, se houver por parte do professor a intenção de promover em seus alunos uma aprendizagem de álgebra além de processos mecânicos de resoluções e procedimentos padrões de cálculo.

A Figura 2 mostra os fundamentos do pensamento algébrico, segundo Ponte, Branco e Matos (2009 apud SILVA, 2015, p. 70):

Figura 2 - Fundamentos do pensamento algébrico

Quadro 1 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Representar	▪ Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; ▪ Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; ▪ Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	▪ Relacionar (em particular, analisar propriedades); ▪ Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; ▪ Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	▪ Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Silva, 2015.

Entende-se, pelo exposto anteriormente por Sousa (2014), e em consideração ainda ao quadro descrito por Ponte, Branco e Matos (2009), que o pensamento algébrico se refere aos processos de generalização da álgebra. Dessa forma, a educação algébrica ainda possibilita incentivar o aluno a desenvolver o seu pensamento algébrico através da representação da resolução numérica e não apenas relacionada ao "produto" das operações envolvidas.

Com isso, entende-se que a educação algébrica não apresenta as mesmas características do pensamento algébrico, porém, para se obter sucesso no processo de ensino e aprendizagem da álgebra, é necessária a vinculação de ambas.

2.6 Aritmética, Geometria Plana e Álgebra

A proposta didática aqui apresentada tem o intuito de vincular os conceitos de aritmética e geometria plana à álgebra, para construir o conceito de expressões algébricas, o que está detalhado no capítulo 4. Para que se possa entender mais essa possibilidade, por esta proposta, apresenta-se a seguir uma compreensão conceitual da aritmética, geometria e álgebra.

Iniciando pela aritmética que, segundo Vieira (2011, p. 39):

> [...] trata dos números e das operações e suas propriedades, visando à resolução de problemas e/ou situações que necessitam dos números e de suas propriedades. No sentido prático, cuida de números naturais, números irracionais, números inteiros e frações.

Nos estudos referentes à Geometria, Viera (2011, p. 43) destaca a possibilidade de desenvolver "a capacidade de formar questões" relacionadas com tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades dos espaços e indica como objetivos, proporcionar o desenvolvimento do pensamento, da compreensão, da descrição e da representação do mundo que o cerca, de maneira organizada. Enfatiza, ainda, que o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, a perceber semelhanças e diferenças, a identificar regularidades e irregularidades. Desse modo, compreende-se que, como esse trabalho foi construído a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele possibilita ao aluno estabelecer conexões interdisciplinares com várias outras áreas do conhecimento, além da matemática.

E, por fim, sobre a álgebra, Sousa (2014) a caracteriza como um estudo que apresenta a utilização de incógnitas, ocorrendo à substituição de números por letras. Segundo o autor, para que o processo de aprendizado do aluno, não perca seu foco, é necessário que a compreensão dos conceitos algébricos esteja aperfeiçoada antes das aplicações de questões relacionadas ao assunto e os conceitos precisam ser bem compreendidos. Nesse sentido, para aprender sobre o manuseio dos símbolos e suas ideias relativas ao processo algébrico, explorando suas estruturas e princípios, deve ser aprimorado o conceito de incógnitas e de variáveis, pois o maior obstáculo para o entendimento algébrico enfrentado pelo aluno é a sua limitação em relação à compreensão e refere-se à interpretação do termo da incógnita ou da variável.

Segundo os Parâmetros do Currículo Nacional – PCNs (BRASIL, 1997), delineiam-se uma organização nos conteúdos de matemática, para o 8º ano, em que deverão estar presentes os seguintes assuntos: números e operações, espaço e formas; e grandezas e medidas, o que, de uma forma geral coincidem, respectivamente, com os campos referentes à aritmética, à geometria e à álgebra.

Em consideração aos PCNs, a aritmética prioriza estudos nos números, destacando suas operações e características; a geometria plana estuda as áreas de diferentes figuras, mostrando ao aluno como se calcula essa diversidade de acordo com sua forma e tamanho. Então, entende-se que a álgebra deve se aliar a essas duas áreas, para formar o novo conceito de expressões algébricas. Assim, considerando diferentes maneiras de calcular as áreas, tendo a junção de figuras de naturezas diferentes utilizadas para representar tais áreas, números associados a operações, assim podem ser criadas diferentes maneiras de expressar essas situações, as quais se caracterizam como expressões algébricas, introduzindo as letras, que resultarão em modelos diferentes que poderão ser constituídos.

3 ESTUDOS RELACIONADOS

Realizou-se uma busca junto ao banco de teses e dissertações da Capes, tendo como referência a Teoria Sócio-histórica de Lev Vygotsky, apresentando o assunto de álgebra, contendo como produtos educacionais *softwares* ou uma sequência didática, e um trabalho baseado nas etapas da teoria da Engenharia Didática, ficando restrita essa revisão de literatura, em apenas cinco dissertações devido à dificuldade para encontrar relacionada aos temas em questão.

Iniciou-se o estudo pela dissertação de Márcia Maria Siqueira Vieira (2011), da Universidade Estadual do Ceará – Fortaleza/CE, com o título: “Feira dos Pesos: análise de um objeto de aprendizagem para o desenvolvimento algébrico”. Essa pesquisa envolveu revisão de literatura e pesquisa de campo. A autora não deixou clara a pergunta que norteou seu estudo, porém seu objetivo foi analisar a contribuição de um objeto de aprendizagem voltado ao desenvolvimento do pensamento algébrico, utilizando a teoria de Vygotsky como apoio teórico.

O produto educacional foi a criação de um *software* que consta de representações gráficas virtuais que simulam uma balança de dois pratos para a introdução do pensamento algébrico.

A autora afirma que o trabalho foi realizado com uma turma de 5ª série, formada por dez alunos. No começo, proporcionou-se o manuseio de uma balança real. Os alunos foram divididos em duplas para fazer os procedimentos sugeridos pela professora. Indica que o objetivo foi pesar dois vidros e identificar algumas características, como qual era maior, qual mais pesado, entre outros questionamentos. Esclarece que a discussão ocorreu em duplas e, em seguida, no grande grupo, com a mediação do professor-pesquisador. Em seguida, deu-se a realização do *software,* o qual tinha como atividade principal o aluno ordenar pesos através da balança inserida no jogo.

A pesquisadora relata que, no decorrer das atividades, localizadas no jogo, alguns alunos não conseguiram interpretar os comandos para sua realização, e o professor teve que explicar oralmente. Entretanto, afirma ter ocorrido o esperado, o que indica que o *software* ajudou na introdução do conteúdo algébrico, proporcionando ao aluno uma aprendizagem significativa.

Vieira menciona sobre a teoria de Vygotsky (2011, p. 91):

> A potencialização da aprendizagem, segundo Vygotsky, está na identificação da zona de desenvolvimento proximal do sujeito, a qual revela sua potencialidade de desenvolvimento. Desta forma, o pensamento algébrico pode ser incentivado mediante um ambiente educacional propício à formação de conceitos, ou seja, impulsionador dos processos intelectuais superiores.

Assim, observa-se que a autora reforça especialmente a importância de instigar o aluno a desenvolver seu raciocínio lógico, pois dessa forma se estaria proporcionando um ambiente atrativo para o estudo.

Dando sequência à análise de dissertações, a segunda foi escrita por Aruana Sedrês (2013), da Universidade Federal de Pelotas, Pelotas/ RS, com o título em “Escrita matemática: uma possibilidade para o ensino diferenciado de Álgebra”. Essa pesquisa foi caracterizada como um estudo de caso, de caráter qualitativo, no qual a autora apresentou uma análise em relação à aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo de álgebra. A mesma apresenta em sua dissertação algumas perguntas norteadoras, que se apresentam: “– Como a retomada de conteúdos já vistos anteriormente e que fornecem o embasamento para o conhecimento algébrico contribui para o processo de ensino-aprendizagem? – Qual é a reação dos alunos diante de uma proposta diferenciada como a escrita matemática? – Qual o entendimento dos estudantes sobre o pensamento algébrico ou sobre o que é a Álgebra, após conhecer a forma de produção e evolução desse conhecimento? – Como os alunos percebem/perceberão as equações matemáticas como o idioma da álgebra?”.

A partir dessas questões, a autora estabeleceu como objetivos que os alunos conseguissem escrever seus pensamentos e reflexões sobre as aprendizagens que realizaram em Álgebra, considerando a escrita como uma boa alternativa para aprender Matemática, na perspectiva da metacognição; que entendessem as equações como um idioma da álgebra; que percebessem a importância da leitura, da interpretação e da escrita nas atividades propostas com a metodologia usada, ou seja, a Engenharia Didática; e que entendessem a relevância do conhecimento algébrico através do seu contexto histórico de produção.

Desenvolveu, então, uma sequência didática, para alunos da 8ª série, em que apresentou atividades sobre o desenvolvimento da escrita dos alunos, embasado em seus conhecimentos sobre matemática, em especial na álgebra, apoiada nas etapas da teoria da engenharia didática, como explica a autora Sedrês (2013, p. 45):

> Como foi apresentado neste estudo de caso, os sujeitos são alunos da 8ª série que apresentam alguma dificuldade na disciplina de Matemática. A escolha dessa série se deu em virtude de ela ser o encerramento de uma etapa escolar, que é o Ensino Fundamental. Ao final dessa série, esses alunos irão para o Ensino Médio e necessitam de subsídios para a sequência hierárquica da aprendizagem matemática, além de trazer como agravante a desmotivação por conta da dificuldade.

A pesquisadora desenvolveu todo seu trabalho baseando-se nas etapas da teoria da engenharia didática, seguindo o pensamento descrito na teoria de Vygotsky. Seus relatos indicam que ela atingiu os objetivos propostos em todo o seu planejamento didático.

A terceira dissertação analisada foi escrita por Charles Max Sudério Cavalcanti dos Santos (2014), na Universidade Estadual de Paraíba – Campinas Grande/PB, com o título "Modelagem matemática como ambiente de aprendizagem de conteúdos algébricos no 9º ano do ensino fundamental". Essa pesquisa foi de caráter qualitativo, utilizando a teoria de Vygotsky como norteadora para o desenvolvimento e análise de seu estudo. Apresentou como questionamento principal a seguinte pergunta: "Que contribuições uma abordagem didática com o uso da Modelagem Matemática no ensino básico pode trazer à construção de significado de conteúdos algébricos a partir da realidade de alunos da zona rural?".

O objetivo foi desenvolver uma abordagem didática, visando à construção de significado de conteúdos algébricos para alunos da zona rural, do 9º ano do Ensino Fundamental, por meio da Modelagem Matemática. Essa pesquisa foi realizada com alunos da zona rural do brejo paraibano. Seu produto educacional foi o desenvolvimento de uma proposta didática sobre a modelagem matemática, tendo em vista inicialmente facilitar os estudos algébricos decorrentes no 9º ano do ensino fundamental, por meio da aplicação de uma metodologia com os estudantes, para que, posteriormente, fosse possível fazer uma formação continuada para os docentes, a fim de tornar a álgebra mais atrativa aos olhos dos alunos. O autor afirma que iniciou seu trabalho, com a apresentação do pesquisador sobre o que pretendia realizar com os alunos da turma do 9º ano. Em seguida, para o processo metodológico, com uma sondagem sobre o que os discentes já conheciam, onde fez a entrega de algumas questões, para a realização em pequenos grupos. Essas foram socializadas no grande grupo, na qual o professor-pesquisador atuou com um mediador para ajudá-los na sistematização das respostas.

Em seguida, afirma que fez um estudo do meio em que os alunos viviam, para que, pudesse aplicar então, a didática da moldagem matemática em temas de seu cotidiano. Com isso, os temas que tiveram destaque foram os produtos produzidos pela região, como batata-doce, cana-de-açúcar, banana e laranja. Todas as produções foram destinadas para grupos aleatórios de cinco alunos, para que pudessem resolver as atividades de modelagem.

Além disso, Santos (2014, p. 92) destaca aspectos da teoria de Vygotsky presentes em seu trabalho:

> Também ficou claro, de acordo com os conceitos de Vygotsky, que a aprendizagem espontânea, adquirida nos contextos cotidianos de atividade, e a científica, adquirida por meio do ensino, evoluíram de forma conjunta. E como existe uma interdependência entre estes conceitos, os alunos puderam estruturam melhor os espontâneos, já que conseguiram sistematiza-los e associa-los aos conceitos científicos. E os científicos foram adquiridos de forma significativa, já que foram relacionados aos espontâneos, e não mecanicamente, como geralmente ocorre, limitando a abrangência desses conhecimentos.

Considerando todo o processo de desenvolvimento dos alunos, o autor relata que obteve os resultados esperados, respondendo aos questionamentos no início do trabalho, pois fez com os discentes conseguissem resolver as atividades de modelagem associadas à álgebra tendo como suporte maior o seu conhecimento prévio. Desse modo, facilitou para que ocorresse uma aprendizagem significativa.

O autor relata, porém, a falta de capacidade que os estudantes tiveram para associar o diferente modo de resolver as questões com conteúdos já vistos, e foi a partir de gráficos que conseguiram entender tal semelhança.

Como afirma Santos (2014, p. 91):

> Mesmo tendo estudado o conceito de função, neste mesmo ano letivo, em 2012, muitos alunos não conseguiram, inicialmente, associar as expressões obtidas a tal conceito. Apenas quando foram representar graficamente começaram a perceber que este conhecimento já havia sido empregado em outros momentos, de diferentes formas. Isto mostra a fragilidade de uma abordagem que não propicie aos alunos a oportunidade de associarem seus conhecimentos a situações diversificadas, ou seja, o aluno se limita a repetir o que é feito de forma meramente mecânica.

Através da pratica docente, percebe-se que esse fato é comum em sala de aula, pois muitos alunos “aprendem” de tal modo que, é possível identificar na revisão de início de ano que, já esqueceram o conteúdo trabalhado em meses anteriores.

A quarta dissertação analisada foi escrita Tauana Bianchetti (2016), realizada na Universidade de Passo Fundo – Passo Fundo/RS, tendo como título “Função de 1º Grau: Uma proposta para o 9º ano do Ensino Fundamental”, na qual realizou uma pesquisa de caráter qualitativo, utilizando como uma das teorias para seu embasamento teórico a teoria Histórico-Cultural do pensador Lev Vygotsky. A autora apresentou a seguinte pergunta norteadora: “Em que medida o desenvolvimento de um produto educacional na forma de uma sequência didática, possibilita a aprendizagem de conceitos matemáticos?”.

A dissertação teve como objetivo analisar se os significados referentes ao conteúdo de função de 1º grau, desenvolvido por meio de um produto educacional, foram apropriados pelos alunos, através das interações sociais produzidas pelos participantes no ensino-aprendizagem. O produto educacional foi uma sequência didática, desenvolvida em vinte encontros, onde a autora destaca que foram necessários outros momentos para que fosse possível elaborar as atividades que deveriam estar contidas na sequência, sendo as mesmas modificadas de acordo com a necessidade da turma.

Fazendo parte da sequência, houve momentos em grupos, para que os alunos pudessem realizar debates sobre possíveis respostas para os trabalhos solicitados. Em seguida, acontecia a socialização com o grande grupo. Além disso, foram propostas atividades de pesquisa com a sociedade, nas quais os alunos deveriam buscar conceitos conhecidos em seu cotidiano para que, a partir daí, a professora-pesquisadora pudesse criar situações baseadas no conhecimento prévio dos alunos. Para formar o conceito de funções do 1º Grau utilizaram o *software* Geogebra para construir gráficos que representavam as funções e os trabalhados, o que possibilitou um ambiente de aprendizagem prazeroso aos discentes, gerando uma aprendizagem significativa.

De acordo com as considerações finais de Bianchetti (2016), o estudo resultou em um trabalho ocorrido dentro do esperado, possibilitando uma aprendizagem associado aos meios sobre os quais os alunos já tinham conhecimentos. Além disso, a aprendizagem integrou a aprendizagem com colegas, de modo que, juntos, com o auxílio da professora, chegavam à formação do conceito de funções, conforme os pressupostos da teoria de Vygotsky, a qual prioriza a integração social como meio fundamental do aprendizado.

Para reforçar a influência de Vygotsky em seu trabalho, localizaram-se trechos que evidenciam esse fator:

> A análise da aplicação da proposta buscou observar o processo de formação de conceitos de função de 1º grau, apropriando-se das ideias de Vygotsky, o qual acredita que a interação social é algo importante para o desenvolvimento cognitivo. Nesse sentido, a proposta foi organizada para promover a interação entre os indivíduos em sala de aula, ao exporem suas ideias em relação a cada atividade. [...] Ao longo da análise, a resolução de problemas ganhou destaque, por envolver os alunos na busca pela compreensão da ideia, promovendo a interação social, com o objetivo de que o aluno pudesse alcançar um nível de desenvolvimento real, seguindo as ideias de Vygotsky (BIANCHETTI, 2016, p. 89).

Assim, a autora indica que é importante ocorrer a interação social, para que se possa gerar uma aprendizagem significativa, a qual tenha sentido para o aluno.

A quinta dissertação analisada foi a de Esmênia Furtado Parreira Ferreira (2016), na Universidade Federal de Juiz de Fora no Instituto de Ciências Exatas – Juiz de Fora/MG, com o título “A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria no ensino fundamental – anos finais: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas”. A pesquisa realizada foi de cunho qualitativo e foi caracterizada como investigativa. Tal trabalho não apresentou a pergunta.

Segundo a autora Ferreira (2016, p. 17), sua pesquisa apresenta como objetivo: “o intuito de provocar alterações nesse cenário e motivar essa geração que está inserida no mundo tecnológico, trabalhamos com a proposta de integração de tecnologias digitais (TD), em específico com o *software* GeoGebra, no estudo do conteúdo perímetro e área de figuras geométricas planas”.

Apresenta como produto educacional, a elaboração de uma sequência didática, apresentando tarefas desenvolvidas no Geogebra, conforme os pressupostos teóricos da Engenharia Didática.

Segundo a autora a ideia foi desenvolver um material auxiliar para o professor de matemática, que possibilitassem trabalhar perímetro e área de figuras planas.

No primeiro momento, caracterizado pela ED como análise preliminar, a autora apresenta conceitos relacionados ao tema da pesquisa, analisando as concepções de alguns educadores matemáticos. Segundo Ferreira (2016, p. 134):

> Descrevemos sobre as tecnologias e a Educação Matemática, Geometria Dinâmica e o software GeoGebra. Realizamos uma revisão de literatura na procura por trabalhos relacionados ao tema em estudo – perímetro e área com o auxílio de TD. Os textos encontrados, já referenciados nesta pesquisa, nos forneceram preciosas contribuições.

Na segunda etapa, que é tratada de concepção e análise a priori, a autora afirma ter identificado que no laboratório de informática poucas máquinas estavam funcionando, o que certamente prejudicaria a aplicação da atividade. Além disso, na análise do que os professores e os alunos conheciam sobre o assunto, indica que percebeu que deveria implementar na sequência aulas sobre como utilizar o Geogebra, desenvolvendo assim a aplicação da sequência didática. Por fim, a análise a posteriori e a avaliação em que Ferreira (2016, p. 136) concluiu que:

> Concluímos esta pesquisa com imensa satisfação e grata pela oportunidade de oferecer aos discentes uma proposta que os motivaram a aperfeiçoarem seus conhecimentos geométricos. Reafirmamos, assim, a nossa questão de investigação de que o software GeoGebra é uma ferramenta tecnológica que pode contribuir potencialmente para o ensino e aprendizagem do conteúdo perímetro e área de figuras geométricas planas utilizando-se de atividades investigativas.

Nas conclusões Ferreira (2016) destaca que, durante a aplicação da proposta, houve, momentos em que alguns alunos que não eram participantes da pesquisa, solicitaram sobre a possibilidade de participar, no que indicou o sucesso de aliar a prática com a teoria.

Após a análise, das cinco dissertações, anteriormente detalhadas, percebe-se a importância, de se ter uma proposta didática bem elaborada, onde o docente deve ter mais atenção no momento de introduzir um novo conteúdo, pois isso fará toda a diferença na estrutura da formação do novo conceito no aluno.

Percebe-se, ainda, que é importante fundamentar o trabalho em teorias já existentes e que se consiga entendê-las da melhor maneira, uma vez que elas nortearam a elaboração do produto educacional que compõe essa pesquisa. Nesse sentido destaca-se a Teoria Sócio-histórica de Lev Vygotsky, e a orientação dos passos da engenharia didática, que estiveram presentes nos momentos em que ocorreu a reflexão em qual atividade deveria ser aplicada. Levou-se em consideração as falas de Vygotsky sobre um indivíduo não aprender nada sozinho, mais sim com a interação social, destacando, ainda, que para se formar um conceito bem estruturado, é necessário estar associado a algo que o aluno já conhece. Desse modo, procurou-se associar a aritmética, a geometria e a álgebra em uma só proposta de estudo.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

4.1 Metodologia de Pesquisa

A pesquisa se caracteriza como qualitativa, uma vez que deseja encontrar o modo como foi válido este trabalho para a prática do discente, de modo a considerar seus sentimentos, suas ações, seu interesse. Nesse modo de pesquisa, são analisados, também, fatores que podem interferir nos resultados finais.

Para que se tenha uma melhor explicação, Borba (2012, p. 116) menciona o seguinte:

> O *qualitativo* engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências, como, por exemplo, da vermelhidão do vermelho, etc. Entende-se que a noção de rigor não seria aplicável a dados qualitativos, uma vez que a eles faltaria precisão e objetividade, dificultando ou impossibilitando a aplicação de quantificadores.

Dessa forma, tal ideia intui que o discente deveria, em termos de avaliação, ser avaliado de maneira a constarem seus sentimentos, suas vontades, não esquecendo de que se trata de um ser humano que possui inúmeras emoções.

Este trabalho também se caracteriza como uma pesquisa-ação, conforme definido por Borba (2012), pois teve a participação tanto do pesquisador quanto do pesquisado, envolvendo suas ideias de modo a formar novos conceitos, de maneira descritiva, buscando descrever características de uma situação.

O registro das atividades desenvolvidas em sala de aula foi o diário de bordo. Também foram gravadas as falas dos alunos, para que, em seguida, pudesse ser transcrita, o qual possibilitou observar suas manifestações ao desenvolverem a proposta apresentada de trabalho e o comportamento dos alunos sobre influência da mesma. Como menciona Porlán (2004 apud SAUCEDO, 2012, p. 3):

> Sobre o diário de bordo, (este) afirma sua funcionalidade primeira na descrição dinâmica das aulas, pois os registros sistemáticos e detalhados dos acontecimentos cotidianos favorecem o desenvolvimento das capacidades de observação e intuitiva. É, pois, instrumento de trabalho essencial para o registro da investigação-ação.

De fato, o diário é um instrumento capaz de dar um suporte ao profissional no que tange ao preparo das atividades propostas, podendo sanar dúvidas e melhorar as estratégias de ensino junto ao discente frente ao que ocorreu no decorrer da aula. Também, destaca-se que foram coletados os registros escritos no decorrer das tarefas realizadas pelos estudantes, para análise a posteriori.

A seguir será apresentada a dinâmica que se realizou em cada encontro.

4.2 Descrição da proposta, dos encontros e vinculações teóricas

Na prática docente, percebe-se que a álgebra se apresenta mais complexa, aos alunos, pois observa-se que eles demonstram ter dificuldades para construir os conceitos abordados de modo adequado a lhes propiciar um domínio do mesmo. Diante desse fato, foi constatado que eles começam a demonstrar dificuldades no início da álgebra condensada, ocorrendo no 8º ano, do ensino fundamental, quando, uma forma desta se apresenta, através do conteúdo de expressões algébricas.

Com isso, sentiu-se a necessidade de aliar o conceito de álgebra aos estudos já internalizados e, assim, como descrito anteriormente, percebe-se que tanto a aritmética quanto a geometria plana possuem características comuns, o que gerou interesse pelo aprofundamento desses estudos visando à possibilidade da junção delas, facilitando as associações dos discentes no processo de construção de expressões algébricas.

A proposta didática aqui apresentada objetiva vincular os conceitos de aritmética e geometria plana à Álgebra para possibilitar aos estudantes a construção do conceito de expressão algébrica.

Foi desenvolvida em dezesseis encontros, sendo de uma hora cada período, totalizando quatro encontros por semana, durante três semanas aproximadamente.

A seguir, o Quadro 1 apresenta os encontros realizados e a vinculação desses encontros com a Engenharia Didática, onde tal teoria se fez necessária para fundamentar a construção teórica da sequência didática.

Quadro 1- Cronograma de encontros

Encontros	**Passos da Engenharia Didática**
1º Encontro	Análise Preliminar e Concepções e Análise a Priori
Do 2º ao 8º Encontro	Aplicação da Sequência Didática
A partir do 8º Encontro	Análise a Posteriori e a Validação

Fonte: autora, 2018.

Deu-se início ao seu desenvolvimento por meio de questionamentos para identificar qual a ideia que os alunos possuíam sobre as expressões, solicitando que apresentassem um desenho sobre o modo de como imaginavam em suas mentes, quando ouviam a palavra expressões, para, em seguida dar continuidade à sequência didática considerando então estes conhecimentos.

Após alguns minutos para realizarem a tarefa solicitada, estabeleceu um diálogo, destacando modos de expressões: expressões físicas, linguísticas até chegar a exemplos sobre possíveis compras em um mercado, por exemplo mencionando possibilidades de itens de compras que variam em valores, quantidades e produtos distintos. Destacou-se a possibilidade de essas compras serem classificadas também como expressões, mais ainda expressões matemáticas, pois através de suas variações o cliente terá variáveis em seus preços a pagar, o que depende dos itens escolhidos. Dessa forma, esta etapa se caracterizou como Análise Preliminar.

A análise a priori se apresenta após as atividades de sondagem, feitas no primeiro encontro, onde foi analisado o que os alunos desenharam sobre expressões. Essa etapa possibilitou identificar o que os alunos possuíam de conhecimentos prévios, concluindo de que para eles a palavra expressões, significava muitas coisas, como amor, amizade, ódio, paixão, tristeza, entre outros, no entanto nem um dos discentes apresentou a ideia de expressões algébricas, o que fez perceber, que para introduzir o conteúdo, deveria elaborar uma sequência didática bastante acessível a eles, com exemplos simples de expressões na matemática.

Na etapa da aplicação da sequência didática, foram realizadas as atividades elaboradas em decorrência dos estigmas dos alunos, a qual se apresenta nas figuras geométricas planas juntamente com a aritmética e, ainda, em concordância com os questionamentos que desenvolvi no diálogo inicial.

Para tanto, contou-se com uma vantagem. A pesquisadora já havia identificado alguns conhecimentos sobre a turma, por ser a professora titular dela desde o 6º ano do ensino fundamental, o que auxiliou para ter conhecimento das matérias por eles já estudadas.

Por essa razão, se aprimorou sobre o conhecimento que possuíam nas operações dos números e na aplicabilidade que já realizaram sobre o cálculo da área das figuras planas, associando as mesmas para a construção do conceito de expressões algébricas, possibilitando a transição do material concreto para o abstrato, de modo que identificou que ocorreu a aplicação do conceito espontâneo para o científico, conforme a Teoria Sócio-histórica de Lev Vygotsky, demonstrando, ainda, seu modo de escrita, e sua simplificação sempre que possuir termos de mesma natureza, formando assim a sequência didática.

Com isso quando começa a análise a posteriori, a qual interfere no modo do registro da pesquisa, o aluno pode apenas responder a um questionário, ou também pode ser gravado um depoimento, ou, ainda, pode ser feita uma filmagem, iniciando então a análise.

Na aplicação da sequência optou-se pela gravação das falas, onde depois foi descrita e ainda se utilizou dos registros feitos pelos alunos. Essa tem por objetivo concluir com resultados positivos ou negativos a pesquisa, tirando conclusões que poderão ajudar nos trabalhos dos demais profissionais, com a consciência do que se pode ou não fazer. Deve-se levar em consideração que, caso seja realizada a mesma pesquisa com mais de um profissional, é necessário que possuam conhecimento do que se deseja pesquisar, para que se obtenham resultados coincidentes ao esperado.

Logo na proposta em análise a posteriori e validação pode ser analisada a partir do momento em que os alunos conseguiram deixar o material manipulativo e desenvolver a capacidade do pensamento algébrico, transformando em escrita a linguagem algébrica, podendo realizar as atividades por mim elaboradas e propostas.

Em consonância com as ideias de Vygotsky (1979), anteriormente apresentadas, de forma sucinta, pretendeu-se com a proposição da presente sequência didática, que será apresentada posteriormente, proporcionando ambientes de aprendizagem que possibilitassem aos alunos avançarem de seus conceitos espontâneos, envolvendo a álgebra, para definições e entendimentos mais elaborados, ou seja, que conseguissem constituir um conceito científico sobre o tema deste trabalho que são as expressões algébricas. De modo que essa possibilitasse a formação de conceitos algébricos para os alunos.

4.3 Descrição do local e dos participantes da pesquisa

A proposta didática que fundamenta o estudo relatado nessa dissertação foi elaborada para ser aplicada em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal no município de São José do Ouro. Esse município encontra-se localizado no norte do estado do Rio Grande do Sul.

4.3.1 Sobre o município de São José do Ouro[8]

O município São José do Ouro, conhecido em épocas passadas como um povoado, foi fundado no dia 7 de setembro de 1912, sendo que os primeiros colonizadores eram descendentes de italianos.

Relatos históricos contam que ocorreram várias denominações até se chegar ao nome atual do município, que se realizou através da Lei nº 3822, no dia 10 de setembro de 1950, quando o município foi nomeado como São José do Ouro, tomando como base uma lenda que conta o seguinte:

---

[8] Disponível na Biblioteca Pública do Município: “Lenda da Lagoa do Ouro”.

> Até 1860, as terras de São José do Ouro, pertenciam ao Estado. Era mata virgem e desabitada. O 1º pioneiro foi José Alves, que mais tarde vendeu para Francisco Felipe. Chico Felipe chegava como fugitivo do Paraguai. Este tinha imensas riquezas e também ouro. Casara com uma negra chamada Maria Joana. Ficou viúvo poucos anos depois, sem deixar filhos. Vindo a morrer Felipe deixou todo o capital à sua sogra, Bernardina, seu capital em ouro e moedas, enterrou-os, matando o escravo que o ajudou a esconder o tesouro. A tradição aponta como local, as imensas terras da Lagoa do ouro, que está situada nas terras da família Centenaro, ao norte da cidade. A propósito, nesta lagoa está à nascente do Rio Ouro e curiosamente localizada no topo da montanha. "Nos arredores da lagoa, os colonos cavaram na esperança de encontrar o tesouro, porém nada foi achado" (SÃO JOSÉ DO OURO, s.p.,1990).

O município está localizado[9] no Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, com 334,734 km^2, localizado a uma latitude de 27º46"40" sul e longitude de 51º35"40" oeste, na altitude de 769 metros. Atualmente, possui uma população de 6.956 habitantes. Seu clima se caracteriza como sendo subtropical, e é um município essencialmente agrícola, tendo como principal produto cultivado a soja.

A população predominante é de origem italiana e seu lema é "O ouro desta terra está no coração de sua gente". Quem nasce em São José do Ouro é Ourense. Como atividade cultural, é realizada, a cada dois anos, a Expoouro, feira de agronegócios, agrícola, pecuária e comércio.

Em 2018, o município possui cinco escolas municipais, que são elas: Escola Municipal de Ensino Fundamental Florentina Lottici, com 21 alunos, Escola Municipal de Ensino Fundamental Adelino Bianchin, com 20 alunos, Escola Municipal de Ensino Fundamental Antônio Manfron, com 30 alunos, Escola Municipal de Ensino Fundamental Luciano Antônio Dondé, com 204 alunos e a Escola Municipal de Ensino Incompleto Santa Rita, com 104 alunos, sendo que destes, 40 são alunos da pré-escola. Tendo ainda duas escolas estaduais, que são: a Escola Estadual de Ensino Fundamental Professora Carmen Scotti Pacheco e a Escola Estadual de Ensino Médio José Gelain.

Segundo declarações do senhor prefeito, o município tem o objetivo de criar projetos e realizar tarefas para proporcionar aos habitantes um lugar melhor para se viver.

4.3.2 Sobre a escola[10]

A Escola Municipal de Ensino Fundamental, de São José do Ouro trabalha em dois turnos: manhã e tarde, com o ensino fundamental. O corpo docente é formado por 17 professores em regência e três na administração, para 204 alunos matriculados. Também há quatro funcionários, um assistente administrativo e sete monitoras.

---

[9] Localização do município encontrada em: História da cidade e suas instituições.
[10] Fonte: Informações retiradas da Escola Municipal de Ensino Fundamental do Município de São José do Ouro.

A escola possui como objetivo geral proporcionar o desenvolvimento integral do educando, oportunizando a construção do conhecimento de forma objetiva, resgatando valores, a fim de torná-los agentes de transformação no meio onde vivem.

Dentre os objetivos da matemática no ensino fundamental, destacam-se: ler e interpretar textos matemáticos, expressando-se com clareza e correção, tanto na língua materna como na linguagem matemática, usando a terminologia correta; transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica em equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, expressões; aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento; utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades; identificar o problema, compreender enunciados, formular questões e hipóteses, selecionando estratégias e prevendo resultados na resolução de problemas; utilizar cálculos para determinar lucros obtidos com a venda dos produtos produzidos nas comunidades e representá-los graficamente.

Quanto à metodologia empregada, a escola reforça práticas pedagógicas que possibilitem a todos o exercício da cidadania e da participação fundamentada na dialogicidade, valorizando a pluralidade e a diversidade socioeconômica e de ideias, buscando um currículo voltado para a construção social do conhecimento, visando aprimorar as relações de trabalho, escola e família, estabelecendo e objetivando que os segmentos se tornem parceiros na construção e desenvolvimento da escola e sociedade. A escola trabalha com temas transversais, como: Vida cidadã, Sexualidade, Ética e sociedade, Pluralidade cultural, Meio ambiente, Saúde, Orientação sexual e Trabalho e Consumo. Também merece destaque no currículo escolar a cultura afro-brasileira, a campanha da fraternidade, dia da solidariedade e revolução farroupilha.

No que diz respeito à avaliação na construção do conhecimento, a escola propõe práticas cumulativas, contínuas, diagnósticas, coletivas, investigativas, participativas, democráticas, emancipatórias que levem em consideração o aluno como um todo, considerando as diferenças individuais e os diferentes saberes, prevalecendo os aspectos qualitativos sobre os quantitativos.

Quanto à escolha dos conteúdos, esta partiu da análise do livro didático, incluindo a escolha de temas geradores de interesse da comunidade escolar, relevando assuntos de interesse mútuo e de acordo com a realidade, porém não deixando de observar os conteúdos fundamentais. No fundamental, os dias letivos e a carga horária anual são trabalhados de acordo com a legislação vigente, sendo que a carga horária é de vinte períodos semanais, de uma hora cada, sendo o ano letivo dividido em três trimestres. A disciplina de matemática possui carga horária de quatro horas/aula semanais.

4.3.3 Caracterização da turma

A turma do 8º ano do ensino fundamental, da Escola Municipal de São José do Ouro, onde apliquei tal proposta didática, é composta por 27 alunos, sendo que maioria reside no meio urbano e alguns residem no interior, assim, esses últimos dependem do transporte escolar para ir à escola. As idades variam de 13 a 16 anos e, no geral, a turma apresenta um perfil que demonstra pouca vontade de estudar, tendo conversas paralelas em momentos de explicação do conteúdo e, ao solicitar atividades, é preciso que se chame a atenção muitas vezes para que as realizem.

Diante da realidade que a turma apresenta, na maioria das vezes o resultado da aprendizagem dos alunos fica comprometido, necessitando desenvolver frequentemente atividades que os cative e motive, despertando o interesse na aprendizagem e a consciência da importância em assimilar conhecimentos.

A maioria dos alunos da turma afirma não gostar da matemática, muitos alegam que o motivo é o fato de a disciplina ser muito complicada e outros ainda acreditam que não encontram motivos para aprender a matéria.

4.4 Produto Educacional

O produto educacional, desenvolvido através desta pesquisa, é um manual destinado aos professores de matemática que trabalham com alunos do 8º do ensino fundamental. É uma sequência didática, que está estruturado com atividades previstas para 16 encontros, de duas horas cada, totalizando 8 momentos. Para realizá-la é preciso que os alunos já possuam conhecimentos relacionados aos cálculos de áreas de figuras geométricas planas, em especial quadrado e retângulo, bem como conhecimentos sobre equações algébricas. Tais pré-requisitos os ajudarão a formar os conceitos necessários para resolver as operações que aparecem envolvendo polinômios, com diferentes graus.

A sequência didática que compõe o produto educacional encontra-se disponibilizada para acesso livre no site do PPGECM, bem como no portal eduCapes, no endereço <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/553543>. Os professores das redes públicas e privadas que utilizarem esse produto educacional poderão utilizá-lo na íntegra ou adaptá-lo à realidade de sua escola e turma, desde que citados os autores do texto original.

Com o objetivo de ilustrar o material produzido, a seguir, a Figura 3 ilustra a capa do produto educacional elaborado.

Figura 3 - Capa do Produto Educacional

Fonte: Autores, 2019.

5 DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS DE TRABALHO E RESULTADOS

O presente capítulo destina-se a relatar o planejamento das atividades e a execução das mesmas com os alunos nos oito encontros realizados. Relatam-se também percepções da professora pesquisadora.

5.1 Roteiro de atividades – Momento 1

O primeiro encontro, que tinha como objetivo identificar conhecimentos já internalizados sobre expressões, para conhecer os conhecimentos prévios dos alunos, ocorreu no transcorrer de dois períodos – sendo de uma hora cada um –, o qual teve início com a explicação da atividade que seria realizada. Foi entregue uma folha de sulfite para cada aluno, chamando a atenção deles para que escutassem a proposta a ser desenvolvida, pois estavam ansiosos por descobrir a atividade que iriam fazer. Foi explicado que deveriam representar através de um desenho uma palavra, nesse momento, não conseguindo terminar a fala, ocorreram murmúrios por parte dos alunos, como: "– Ai, ai!", outra, no entanto, "– Já sei o que vou fazer!".

Pedindo calma novamente, a professora explicou-lhes que não seriam eles que escolheriam a palavra, mas sim ela que lhes diria. Como estavam sentados em grupos, e se desejava saber a ideia de cada aluno individualmente, solicitou-se para que se separassem, não possibilitando, dessa maneira, a cópia da representação do colega. Muitos alunos protestaram, alegando que não fariam cópia, mas após alguns minutos, foram prontamente retornando aos seus lugares.

Embora gerando um pouco de tumulto para sua organização, após perceber que já estavam arrumados como havia sido solicitado, pediu-se silêncio absoluto para que entendessem a atividade que deveriam fazer. Novamente enfatizou-se que seria uma representação da palavra que seria dita, sendo que está poderia ser através de um desenho, de outra palavra ou de um símbolo.

Uma aluna perguntou: "– Professora, e se os desenhos se repetirem, mesmo sem ninguém copiar?".

A professora respondeu que não teria problema se esse acaso acontecesse, enfatizando que não precisavam se importar sobre estar certo ou errado, e sim que era apenas para expressar sua opinião sobre a forma de representar a palavra EXPRESSÃO! Momento em que foram questionados novamente: "– Então, essa palavra significa o que para vocês?".

Observou-se que muitos alunos demonstraram estar surpresos sobre como iriam representar essa palavra. Gerou muitos murmúrios de questionamentos e eles estavam trocando ideias sobre o assunto.

Um aluno falou que não tinha ideia do que a professora estava falando, não havia entendido nada. Então foi perguntado para ele o que vinha em sua mente, quando pensava na palavra expressão. Após pensar sobre isso ele deveria reproduzir através de um desenho. Demonstrando entender a explicação, começou a pensar o que significava a palavra para ele.

Os diálogos se seguiram entre eles, alegando que expressões poderiam estar em muitas maneiras como, por exemplo: na forma de amor, de alegria, amizade, entre outras.

Uma aluna perguntou se a representação poderia ocorrer, por exemplo, através do desenho de um homem e uma mulher com coraçõezinhos. A professora mencionou que sim, pois estava representando a expressão do amor, de acordo com seu ponto de vista.

Outra aluna pediu se tinha que ser relacionada com a Matemática, entretanto deveria ser com o que ela achava da palavra e se estivesse relacionada à Matemática ou não, não teria problema, pois o que se queria saber era o que cada um pensava sobre a palavra expressão. Então surgiram falas do tipo: "expressões numéricas", dita por um aluno; ficando livres para que pensassem, pois já havia sido mencionado que eram livres nas suas representações.

Observou-se nas classes diversos modos de representações, dentre os quais: amizades, amor, raiva, entre outros. Um menino havia desenhado o número 7. Foi perguntado a ele o porquê daquela representação. Ele respondeu que não sabia, simplesmente havia desenhado o número. A docente disse a ele que alguma coisa o tinha levado a pensar no número, e o que seria? Pensou. Respondeu de que deveria ser quantidade. Então a professora concordou, falando que poderia seguir em seu trabalho.

No decorrer da atividade, ocorreram questionamentos sobre como representar a palavra solicitada. Ocorrendo a explicação de dúvidas que tratavam, de forma geral, sobre modos de desenhar. Enfatizou-se que qualquer forma de representação estaria certa, pois era o que imaginavam ser para a palavra proposta.

Após um tempo, pediu-se para que escrevessem o que estava representado em cada desenho, pois poderia ficar confuso sobre o seu significado. Durou uma hora para findar a atividade. Ao término, foi feito o recolhimento das folhas.

Socializou-se no grande grupo as imagens das representações da palavra expressão. Enfatizou-se algumas situações, que no ponto de vista da professora, eram importantes de se destacar. Entre elas, a de um aluno ter feito a representação por meio de um número; uma expressão numérica. Outros demonstraram expressões de variados sentimentos, como amor, raiva, tristeza, alegria entre outros, como é possível identificar no Apêndice A.

Para que pudesse concluir essa etapa da atividade, solicitou-se aos alunos que formassem duplas, para ser realizada uma nova proposta de ação. Cada aluno deveria representar através de sua fisionomia, uma expressão, podendo também usar gestos, ou outro recurso que julgassem necessário. O outro colega buscaria fazer o reconhecimento do significado dessa expressão. Em seguida, trocavam de posição na atividade.

A atividade gerou empolgação na turma, da qual todos participaram, desempenhando os seus papéis com dedicação, a docente passou nas duplas questionando:

"– O que vocês expressaram?".

Os primeiros foram dois meninos, e um deles falou: "– Ele expressou sono, professora! E eu triste!".

Na dupla seguinte, perguntou-se: "– Ela já te expressou algo?".

A aluna respondeu: "– Sim, Professora, foi alegria!".

Outra dupla "– Nós expressamos várias coisas: séria, alegre, apaixonada, depressiva, brava, chorando e cansada!".

Foi parabenizado a turma pelo bom desempenho. Em seguida, foram acalmados, pois se agitaram muito com a atividade, gerando algumas conversas, risadas e brincadeiras. Após alguns minutos, organizaram-se. Então, foi mencionado que haviam representado bem as expressões faciais, porém enfatizou-se que faltou expressões físicas, as quais poderiam ser demonstradas através da dança, ou ainda uma pessoa musculosa, bem como havia a possibilidade do uso da fala, por exemplo: "– Eu amo vocês!" ou "– Eu gosto de estar com vocês!", pois são expressões com as quais manifesta-se o que sentem. Os alunos demonstraram surpresa por não lembrarem de que a fala também é uma forma de expressão, segundo eles algo tão simples e passou despercebido.

Após, foram questionados se era possível encontrar expressões na Matemática. Uma menina afirmou que era possível, através das expressões numéricas. Foi então parabenizada por lembrar, sendo enfatizado que era um conteúdo que já conheciam há um bom tempo.

Continuando o diálogo, instigou-se a pensar se poderia existir outro modo de expressões na Matemática. Reagiram com surpresa e através de exclamações negativas, pois acreditavam não ser possível. Solicitou-se, então, para que imaginassem a seguinte situação: "– Cheguei ao mercado, comprei 3 pacotes de bolacha, mais 1 barra de chocolate, 4 pacotes de chicletes e 2 refrigerantes! ".

Perguntou-se se teria como saber quanto pagaria. Responderam que deveria conhecer os valores de cada produto. Então, foi decidido que os números ficariam em um valor aproximado. Convencionando-se assim: R$3,20 um pacote de bolacha, R$ 3,99 uma barra de chocolate, R$ 1,50 um pacote de chiclete e R$ 3,89 o refrigerante.

Em seguida, iniciou-se a realização do cálculo no quadro, com a contribuição dos alunos nas operações matemáticas encontradas no problema, para poder encontrar o valor a ser pago, o qual resultou em R$27,37. Percebe-se o empenho dos alunos, pois iam participando e manifestando-se a cada passo dos cálculos que eram feitos, com muita segurança.

Solicitou-se para que juntos formassem outro exemplo. Essa proposta fluiu naturalmente, inclusive com o desenvolvimento dos cálculos necessários para ser encontrado seu resultado. Ao findar dessa reflexão, instigou-se a pensar se poderiam classificar essa atividade como uma forma de expressão.

Pensaram e responderam que sim. Solicitou-se a eles que analisassem o envolvimento de valores que variavam de acordo com a quantidade das mercadorias escolhidas, envolvendo dessa forma, neste caso, as operações de adição e multiplicação. Mencionaram representar tal fato como expressões numéricas, pois possuíam números.

Questionou-se, ainda, sobre como poderia variar a quantidade, permanecendo com os mesmos valores; seria possível substituir os números que representavam as quantidades por uma palavra de abreviação do produto na expressão?

Responderam que sim, contribuindo com sugestões para isso. Em debate chegou a seguinte substituição por eles sugerida: pacote de bolacha: **pb**, barra de chocolate: **bc**, pacote de tridente: **pt**, refrigerante: **r**. Ocorrendo a substituição no primeiro exemplo, ficou da seguinte maneira: pb.3,20 + bc. 3,99 + pt. 1,50 + r.3,89.

Após diálogo para a formação dessa nova expressão, mostrou-lhes que, mesmo mudando a quantidade, o processo de produto não mudaria; visualizando a exposição no quadro, pode-se destacar itens que antes não havia, como por exemplo, a aparição de letras no lugar de números. Foi solicitado para que registrassem no caderno, o que havia sido realizado até o momento no quadro.

Enquanto copiavam, foi perguntado se esse fato poderia se aplicar somente à ida ao supermercado, e responderam que não. Desejava-se, então, saber em quais situações mais seria possível; falaram que ocorreriam na compra de roupas, nas oficinas, entre outros lugares. Receberam os parabéns por estarem com o pensamento correto até o momento.

Por meio da reação dos alunos, percebeu-se que haviam compreendido o tema estudado até então, pois continuaram debatendo diferentes modos da ida ao supermercado, comparando valores. Foi um dos momentos em que a docente se sentiu realizada, pois percebeu o envolvimento dos alunos no debate, mostrando-se interessados e cativados pela aula.

Após um tempo para que registrassem no caderno, foi solicitada a formação de trios, reunindo-se, sendo entre à cada grupo figuras geométricas planas, que tinham formatos de quadrados grandes e pequenos, retângulos em cores verdes e vermelhas. Deixou-se um tempo para que pudessem manusear, pois apresentaram curiosidade sobre elas. Passou-se as instruções das atividades para a turma, nas quais deveriam observar uma expressão que iria ser escrita no quadro e, em seguida, representariam nos grupos com a montagem das figuras. A expressão era 'dois quadrados grandes e verdes', a qual deveriam registrar no caderno, com desenho das figuras.

Em seguida, foi visualizado se haviam reproduzido corretamente a atividade, e todos demonstraram entender o que deveriam fazer. Fizeram apenas uma representação, pois já estava perto do sinal que indicava o fim do período. Foram avisados para guardarem o material, porque seria dado sequência na aula seguinte, muitos alunos mencionaram falas sobre como a aula havia passado rápido, que não perceberam a hora. Com isso, percebeu-se que estavam envolvidos e empenhados na proposta didática pela afirmação de que o tempo passou despercebido.

5.2 Roteiro de atividades – Momento 2

Ao iniciar o segundo encontro, do qual tinha como objetivo introduzir figuras geométricas planas, para que possibilitasse o entendimento de expressões na matemática, sendo composto de 2 períodos –de uma hora cada –, foi relembrado qual havia sido a última atividade no encontro anterior, para que pudéssemos dar sequência às atividades. Partimos para a segunda questão, a qual deveria ser representada com as figuras geométricas solicitadas e, em seguida, deveriam fazer o registro no caderno. Para tanto, foram fornecidos, para cada grupo, quadrados e retângulos em cores e tamanhos diferentes em E.V.A.

A expressão era "um quadrado grande e verde e um retângulo verde". Após alguns minutos para discutirem em trios, a professora passou nas classes para visualizar a expressão representada através da junção das figuras.

Ocorreram dúvidas por parte de uma aluna, que não reconhecia o retângulo, apontando em seu lugar um quadrado, foi explicado então que o retângulo era diferente do quadrado, por possuir lados congruentes dois a dois, já o quadrado apresentava todos os lados com medidas congruentes, fazendo-a identificar as características que estava sendo explicado nas próprias figuras. Com isso, ela conseguiu compreender e identificar a figura correta.

Todos demonstraram ter entendido, e fizeram o registro no caderno, colorindo as imagens para representar o quadrado grande e verde e o retângulo verde.

Esperado alguns minutos para que concluíssem a atividade, deu-se continuidade para a atividade seguinte, descrita no quadro, que era: “um retângulo verde, um quadrado grande e verde e um quadrado pequeno e vermelho”, repetindo o processo dos anteriores, dando-se tempo para representar a junção das figuras de E.V.A. na classe. Ao constatar que estavam corretas, passaram a fazer o registro em seus cadernos e fazendo exclamações do tipo: “– Isso tá moleza, tomara que continue assim!”, o que, do ponto de vista da professora, estavam compreendendo as representações realizadas até então.

Depois de um tempo para que findassem tal atividade, passou-se para a seguinte que solicitava “um quadrado verde e grande, um retângulo vermelho e dois quadrados pequenos e verdes”. Ocorreu a discussão em trios, em seguida a representação com a montagem das expressões através das figuras geométricas planas e, após, o registro no caderno. Essa tarefa levou alguns minutos para a conclusão.

Passando para a última atividade: “um quadrado grande e vermelho, dois retângulos verdes e dois quadrados pequenos e vermelhos”, os trios montaram as expressões nas classes, a docente passou conferindo, todos estavam corretos; em seguida, fizeram as representações nos cadernos. Ao findar tal tarefa, forma questionados se haviam tido alguma dúvida, se algo não tinha ficado bem compreendido. Responderam que haviam entendido tudo e que o conteúdo era “muito fácil”.

Após a realização da representação das expressões, através das figuras geométricas, foi solicitado para que cada trio criasse no mínimo duas expressões e que explanassem para os demais grupos, utilizando para isso o quadro branco, devendo ainda conferir se tal atividade foi feita por cada grupo em conformidade com o que tinha transcorrido até o momento. Assim, ocorreram diálogos entre os trios, contendo sugestão de ideais e junções das diferentes figuras que possuíam. Percebeu-se a interação e interesse da maioria em realizar tal atividade, muitos estavam empolgados por poder fazer, por alguns minutos, o papel do professor.

Após um tempo, deu-se início com o primeiro trio, utilizando o quadro para passar suas atividades. A primeira era: “três retângulos verdes e dois quadrados vermelhos e grandes”, os alunos deram um tempo para que seus colegas representassem através das figuras a expressão, em seguida visualizaram e constataram de que todos haviam acertado, então os colegas registraram no caderno esta primeira atividade.

A segunda expressão foi: “um quadrado verde e grande, três retângulos vermelhos e um quadrado pequeno e vermelho”, a atividade seguiu como as outras, na qual novamente todos acertaram a representação, em seguida também à registraram no caderno. Como já estava terminando o tempo da aula, a professora pediu para que guardassem o material, e que continuaria com o segundo trio na aula seguinte.

5.3 Roteiro de atividades – Momento 3

O encontro, que tinha como objetivo proporcionar modelos de abreviações das figuras para que se inicia o processo de transição do material concreto para um pensamento abstrato. Teve início com a atividade que havia começado no fim da aula anterior, em que cada trio havia elaborado duas expressões que deveriam ser representadas através das figuras geométricas, ficando então o segundo grupo para ir expor sua representação no quadro para os colegas. Sua primeira atividade proposta era: “três quadrados vermelhos e grandes e um retângulo verde”, e a segunda: “dois quadrados verdes pequenos”, e os colegas representaram tais atividades tanto no caderno como através das figuras, com excelente entendimento, sem ocorrer dúvidas.

Após findar o trabalho do grupo, foi a vez do terceiro trio que representou no quadro as seguintes atividades: a primeira, “dois quadrados grandes e vermelhos, três quadrados pequenos e verdes”; e a segunda, “dois retângulos vermelhos, um quadrado grande verde e um quadrado pequeno e vermelho”. Ao analisar os mesmos itens no momento exigido, constataram que todos haviam feito corretamente as atividades.

Em seguida, o quarto trio foi convidado, a escrever no quadro as suas duas expressões, estando a primeira com as seguintes redação: “dois quadrados grandes e vermelhos, um retângulo verde e um quadrado pequeno verde”; a segunda, “dois quadrados grandes e verdes e dois quadrados pequenos e vermelhos”. Os membros do grupo passaram nas mesas dos colegas e analisaram as representações através da junção das figuras geométricas e o registro no caderno, concluindo que todos haviam representado tais atividades corretamente, não havendo dúvidas.

Passamos ao quinto grupo, que fez o registro no quadro, tendo como primeira proposição “um quadrado grande e verde, dois quadrados pequenos e verdes, um retângulo verde e um retângulo vermelho”; e a segunda, “dois quadrados grandes e vermelhos e três retângulos vermelhos”. Foram analisadas as representações feitas pelos colegas. O grupo relatou que novamente ninguém teve dúvidas em relação a tais atividades, concluindo-as com êxito.

Chegou a vez de o sexto e último trio fazer o registro no quadro e analisar as representações feitas pelos colegas. Sua primeira proposição era “um quadrado vermelho grande e dois quadrados pequenos e verdes”; já a segunda, “dois retângulos verdes, um quadrado grande e verde e um quadrado pequeno e vermelho”. Os membros do grupo constataram de que seus colegas não haviam cometido erros e, assim realizado todas as atividades de maneira correta.

Pode-se analisar que tal atividade – tanto na elaboração das questões, como na montagem das mesmas – gerou muitos diálogos entre os grupos em relação sobre a maneira de construir e representar as atividades, fato que deixou a professora satisfeita em perceber de que todos os alunos estavam dispostos e empenhados da proposta de trabalho. Em muitos momentos, questionou-os sobre possíveis dúvidas ou falta de entendimento das atividades que estavam sendo propostas. Relatavam que estava sendo “muito fácil”, tendo ainda a expressão, “se continuar assim, está bom! ”, constata-se que, naquele momento, não tiveram dificuldades.

Seguindo o plano da sequência didática em questão, foram questionados sobre o fato de que até o momento haviam feito a representação das expressões por meio do quê? Uma aluna respondeu: “– Através das figuras geométricas e de desenhos! ”. A professora confirmou que a aluna estava correta em sua colocação. Ainda questionou a turma se teria outro modo de representar as expressões que haviam sido criadas. Os alunos responderam que sim. Perguntando na sequência qual seria essa outra maneira. Falaram que através de números. Solicitou, então, que explicassem de que modo deveriam transformar, por exemplo, dois quadrados grandes e verdes em apenas números. Ficaram debatendo no grande grupo, tendo algumas sugestões como “duas vezes alguma coisa”. Uma aluna então falou que não teria como ocorrer essa representação.

Na sequência, a professora os ajudou a raciocinar que com a utilização somente dos números ficaria difícil. Solicitou, então, para que pensassem mais um pouco sobre outras possíveis maneiras. Até que outra aluna, sugeriu que poderia ser “2 q (quadrado) g (grande) v (verde)”. Perguntou se ela então estava propondo o método de abreviar as palavras? A menina confirmou com um sim, e foi parabenizada por ter pensado outra proposta de representação válida. Com isso, foram analisadas cada uma das figuras geométricas, para que se pudesse estabelecer um padrão nas abreviações, o qual ficou da seguinte forma:

- Quadrado (q), grande (g) e verde (v);

Um aluno, ao proceder com a construção da abreviação da figura geométrica descrita acima mencionou, “É fácil”, “Tá moleza, Professora!”. Respondi a ele: “Que bom que você está entendendo!”.

Seguimos, então, para as figuras seguintes:

- Quadrado (q), grande (g) e vermelho (vm);
- Retângulo (r) verde(v);
- Retângulo (r) vermelho (vm);
- Quadrado (q), pequeno (p) e verde(v);
- Quadrado (q), pequeno (p) e vermelho (vm);

Gerou empenho de todos para que pudessem fazer as abreviações. Demonstraram domínio na realização de tal proposta de atividade. Ocorreu a revisão das abreviações para que sanassem possíveis dúvidas. Solicitou-se para que fizessem o registro no caderno do que haviam construído no quadro branco, findando, dessa maneira, o terceiro encontro.

5.4 Roteiro de atividades – Momento 4

Começou-se a aula relembrando o último encontro, as atividades desenvolvidas, questionando os alunos se lembravam qual era o outro método de representar as expressões, além das figuras geométricas e dos desenhos. Então, responderam que lembravam sim, sendo através das abreviações, utilizando letras. Relembraram, ainda, as abreviações que usaram para cada figura que seriam, a partir de agora, utilizadas. Os alunos contribuíram muito com a revisão, tendo uma participação satisfatória.

Após recordar, deu-se continuidade ao encontro, que possuía como objetivo recordar atividades vistas na aula passada, afim de sanar dúvidas existentes, substituindo as expressões compostas pelas figuras geométricas planas por suas abreviações. Assim foi solicitado que fizessem a representação das expressões que seriam solicitadas, devendo substituir as figuras pela abreviação que cada uma representava. Para isso, convencionou-se com eles um modo de representar a cor. Ficou, portanto, combinado que para as figuras vermelhas seria indicado o sinal de subtração, salientando ser o mesmo apenas um indicativo da cor, e o verde o sinal de adição.

Passei no quadro o primeiro exemplo:

- Quadrados grandes e verdes[11]; (ficando da seguinte maneira: + qgv + qgv).

Foram questionados para que analisassem se, neste exemplo, poderiam encontrar figuras de mesma natureza. Responderam que sim, pois possuía dois quadrados (mesma forma) e cores

[11] Nessa atividade, os alunos poderiam ter feito a junção automaticamente no primeiro momento, porém não haviam percebido sobre tal possibilidade. Fazendo, então naturalmente, as abreviações separadas, em seguida foram questionados para a junção das mesmas, por apresentarem características de mesma natureza.

iguais, dessa maneira teriam uma representação da abreviação das figuras de uma forma mais simplificada tornando-se: 2qgv.

Um aluno perguntou: "–Ao invés de dois quadrados grandes e verdes, ocorresse de serem de cores diferentes, poderíamos fazer a junção das peças?" Então a professora explicou que, para representar a possibilidade de junção duas figuras ou mais, elas deveriam ser iguais em cores, tamanhos e formas. Para que o mesmo pudesse entender melhor, passou a ser demonstrado através de outro exemplo, que foi: "3 quadrados grandes e vermelhos", sua abreviação ficou: 1qgvm+1qgvm+1qgvm, com isso poderiam fazer a junção da representação das três figuras, conforme os requisitos anteriormente citados, ficando então 3qg vm.

Continuando com os exemplos, esses agora apresentaram uma característica um pouco diferente daquelas até o momento analisados: foram propostas figuras que tinham em comum algumas semelhanças apenas, como por exemplo, cor, tamanho ou forma. Assim, nesse caso, a representação da possível junção se daria por meio da colocação em evidência daquela ou daquelas propriedades semelhantes às figuras e, em seguida, se colocariam entre parênteses as características diferentes das figuras analisadas.

Com isso, os alunos resolveram as expressões que se encontravam no quadro e ainda as que cada trio havia elaborado no encontro anterior, com as quais já vinham trabalhando. Realizaram as atividades em grupos, ocorrendo debates entre eles. Surgiram dúvidas de como colocar os itens semelhantes em evidência. A docente tomou a postura de, sempre que detectava tais dúvidas, tentar resolvê-las em conversa com os alunos.

Ocorreu, como exemplo, o fato de uma aluna ter questionado se havia resolvido a atividade corretamente, que era: um quadrado grande e verde, um quadrado grande vermelho, um retângulo pequeno e verde. Então foram revendo juntas, e a aluna havia feito corretamente a abreviação que ficou da seguinte maneira: qgv + (- qgvm) + rpv. Porém, ela estava com dificuldades para realizar o agrupamento através da evidência, pois, como não havia figuras semelhantes, deveria encontrar características comuns às figuras.

Foi explicado que, nesse caso, poderia ter mais que uma resposta correta, pois há duas figuras que são quadrados grandes, diferenciando apenas a cor, ficando uma das possibilidades assim: qg [v + (-vm)] + rpv. Outra possibilidade seria colocar em evidência a cor verde, ficando dessa maneira: v(qg + rp) + (-qgvm). Com isso, a aluna confirmou ter entendido, compartilhando, então, essa informação com os colegas que pertenciam ao seu grupo.

Levou alguns minutos para que realizassem tais atividades; havendo discussão das dúvidas que iam surgindo dos grupos; percebendo interesse dos alunos em buscarem entender o conteúdo. Alguns fizeram a representação através de desenho, em seus cadernos, para poder visualizar melhor as características que poderiam ser colocadas em evidência.

Ao perceber que estava findando a atividade proposta, a professora dirigiu-se para o quadro com a intenção de fazer a correção das atividades. Assim perguntava a eles, para que ajudassem a fazer as abreviações e a localização das características. Teve a participação da maioria. Posteriormente, ocorreu a socialização das ideias que haviam sido discutidas nos grupos.

Dessa forma, findado o encontro, sem que sobrasse tempo para terminar a correção das atividades, ficando para o momento seguinte.

5.5 Roteiro de atividades – Momento 5

O encontro teve início com a retomada da atividade desenvolvida anteriormente, isto é, no encontro anterior, tendo como objetivo identificar, tanto nas expressões das abreviações quanto na junção das figuras geométricas planas, semelhanças, afim de construir o conceito de evidência.

Logo se seguiu a correção das atividades do encontro anterior, vindo as contribuições de cada grupo que havia elaborado expressões tipo: “dois quadrados pequenos e verdes”, “dois quadrados pequenos e vermelhos”; os alunos participaram em voz alta para a abreviação da expressão que ficou da seguinte forma: * 2qpv + 2qpvm; após esse momento foi solicitado para que identificassem características semelhantes nas figuras. Os alunos perceberam que havia três características comuns, que eram: o número dois, a forma do quadrado e o tamanho pequeno; perguntaram se poderiam “juntar” todas em um mesmo “momento”. A professora respondeu que poderiam.

Fazendo o agrupamento das características, ou seja, colocando em evidência os fatores comuns, ficou assim: 2qp (v + vm). Foi salientado a eles que a diferença estava na cor apenas.

A proposição seguinte era: “três retângulos verdes e dois quadrados vermelhos grandes”. Pediu aos alunos que identificassem as características comuns. Falaram que, nesse caso, não possuía nada em comum, logo a abreviação ficou representada por: 3rv + 2 qvm.

A próxima expressão era: “um quadrado grande e verde, três retângulos vermelhos e um quadrado pequeno e verde. Com a escrita abreviada ficou: qgv+ 3 rvm+ qpv. Para que fossem colocando em evidência o termo ou os termos em comum, solicitou aos alunos para que observassem características comuns. Falaram sobre a forma e a cor que seria o quadrado e a cor verde que se repetiam, ficando a representação da seguinte forma: qv(g + p) + 3 rvm.

Questionados se teria outro modo de colocar os termos em evidência. Responderam que não. Uma aluna mencionou a cor, no entanto seus colegas lhes explicaram de que a cor já havia sido colocada em evidência, logo a aluna demonstrou entender, com a expressão: “Ah, é mesmo! ”.

No tempo em que passava à próxima questão a ser corrigida, houve comentário por parte de um grupo de alunos, em que um menino dizia: “–Ah, bem fácil isso ai! Só me atrapalhei um pouco na evidência, mas agora estou entendo! ”. O mesmo seguiu dando exemplos, com o seu colega: “–Vermelho igual e o quadrado, coloca em evidência, e o restante no parêntese! ”

Seguindo a correção, a expressão seguinte era: “três quadrados grandes vermelhos, um retângulo verde e dois quadrados pequenos verdes; fazendo a abreviação da expressão temos: 3qgvm+rv+2qpv”. Foi questionado sobre o que poderia ser colocado em evidência. Responderam que poderia ser a forma quadrada ou a cor. Com isso concluíram que, nesse caso, poderia ficar duas respostas, sendo uma delas q (3gvm+2pv) + rv, e a outra, v (r+2qp) + 3qgvm.

A seguinte proposição era: “dois quadrados grandes vermelhos e três quadrados pequenos verdes”, fazendo a abreviação da expressão, com a ajuda dos alunos, que iam falando e o registro no quadro ia sendo feito, ficando então: 2qgvm + 3qpv; logo foi solicitado para que observassem características comuns nas figuras. Eles responderam de que havia apenas a forma, o quadrado. Foram parabenizados pela observação correta, ficando em evidência a forma quadrada presente na expressão: q (2gvm + 3pv).

A próxima expressão: “dois retângulos verdes, um quadrado grande e verde e três quadrados pequenos e vermelhos”; transformando para a abreviação ficou: 2rv + qv + 3qpvm. Foram questionados sobre o que identificavam como comuns nas figuras. Logo, responderam conter duas características para se pôr em evidência, a forma quadrada e a cor verde. Mencionaram ainda que nesse caso também ficaria com duas possíveis respostas. Uma seria: v(2r + q) + 3qpvm e a outra, q(v+ 3pvm) + 2rv.

Na continuidade da atividade, a próxima expressão era: “um quadrado grande e verde, 2 quadrados pequenos verdes, um retângulo verde e um retângulo vermelho”, fazendo a abreviação: qgv + 2qpv + rv + rvm. Analisando a expressão dada, os alunos mencionaram como características comuns as cores e os formatos, o que lhes possibilitou fornecer mais que uma resposta, ficando: qv (g + 2p) +r(v + vm) ou v (qg + 2qp + r) + rvm.

A última questão, elaborada pelos alunos, era: “dois quadrados pequenos e verdes e dois quadrados pequenos e vermelhos”, sua abreviação ficou; 2qpv + 2qpvm. Observaram que para colocar em evidência o que era comum nas duas expressões, tínhamos então dois quadrados pequenos, apresentando então como resposta: 2qp (v+vm).

Concluindo essa atividade de encontrar características semelhantes para colocar em evidência juntamente com a abreviação de cada figura geométrica, bem como das expressões as envolvendo, foi perguntado se tinham alguma dúvida, sendo que a maioria respondeu "– Não, é fácil professora!". Um aluno, no entanto, mencionou: "– Não entendi, professora, por que você fechou os parênteses e deixou uma abreviação fora". Foi explicado pela professora: "– Aquele termo ali não possui as características que estou destacando, que nesse caso são a cor e a forma, que é quadrado verde, o outro é retângulo verde, sendo que possuem formas diferentes, por isso que permanecem fora do parêntese!". O aluno falou: "– Ah tá, agora entendi!".

Após tirar a dúvida e perceber que o aluno havia entendido, seguiu-se com as atividades. Foi proposto aos alunos calcular a área total, representada pelas expressões, das figuras planas que as compunham. Para que isso acontecesse deveriam calcular separadamente a área de cada figura. Em seguida, deveriam somar. Salientando ainda o fato de eles não possuírem, nesse momento, números que representassem as medidas dos lados das figuras do quadrado e retângulo que usaram até agora. Foi desenhado no quadro as figuras geométricas que estavam utilizando: quadrado grande e pequeno e retângulo com cores vermelhas e verdes.

Passando então a observá-las. Pediu-se aos alunos que como não possuía números que representassem as medidas dos lados, como então poderiam representar estas medidas desconhecidas? Responderam que era possível ser por meio de uma letra, sendo determinado, em decisão de grupo, que o lado maior, das figuras, ficaria representado pela letra x. Analisando o quadrado grande, destacou-se a congruência dos lados, convencionando com os alunos que permaneceria, os quatros lados, representados pela mesma letra x.

Em seguida, o quadrado pequeno passou a ser analisado, e questionando-os sobre a possibilidade de representar os lados, sendo diferentes do quadrado grande pelo tamanho, por outra letra. Os alunos concordaram e então, ficou combinado que para os lados, do quadrado menor, seria a letra y. Partindo para o retângulo, foi perguntado qual seria a representação do lado maior, logo uma das alunas respondeu, "– Pela lógica, será x, pois se o lado do quadrado maior é x, podemos utilizar em todos os lados maiores x[12], e assim ocorre com os lados menores!"

Foi parabenizado a aluna pelo raciocínio, mencionando que estava correta em seu pensamento. Ficando então combinado que o lado maior do retângulo seria representado por x e o lado menor por y.

[12] O lado maior do retângulo, nesta proposta de atividade, possui o mesmo tamanho que o lado do quadrado grande.

Após fazer a análise dos lados, passou-se a pensar como poderiam calcular suas áreas. Assim, os quadrados grandes teriam as áreas calculadas pela fórmula: A= lado x lado, ficando, conforme convencionado com os alunos, $A= x . x$, ou seja, $A= x^2$. Já a área do quadrado pequeno ficou $A= y . y$, possível de ser expressado por $A=y^2$, e a área do retângulo representado por $A= x . y$.

Foi perguntado a eles se haviam terminado, os alunos disseram que não, então a professora os questionou sobre o que faltava e responderam que faltava ser representada a cor. Com o diálogo, chegou-se à conclusão de que poderia ser através dos sinais, em que o sinal de adição representaria a cor verde, e o sinal de subtração representaria o vermelho, como anteriormente já vinculado. Foi enfatizado, nesse momento, que o sinal de subtração era apenas para representar a cor, pois afinal não existe área negativa, se isso se evidenciasse em alguma expressão.

Para que fossem formadas as áreas das figuras geométricas, com os sinais e as cores convencionados pela turma, os alunos participaram ajudando a formar os cálculos a partir das duas letras escolhidas, o x e o y.

Solicitou-se então para que os alunos fizessem o registro no caderno, das figuras com suas respectivas áreas, enquanto iam copiando foi perguntado se tinham entendido até o momento, eles responderam de que sim, que estava muito fácil.

Após terminarem de copiar, o encontro teve continuidade com a explicação para os alunos da próxima proposta que tinha o intuito de calcular a área total convencionada a cada expressão formada. Para isso deveriam calcular a área de cada figura, utilizando as representações das letras x e y e os sinais, em conformidade com a cor.

A primeira expressão à qual a professora respondeu juntamente com a ajuda dos alunos, era a seguinte: “dois quadrados grandes e verdes”; logo, a área ficou assim: $A= x^2 + x^2$. O x^2 representa a área do quadrado grande, o sinal de adição porque indica a cor verde, podendo ocorrer uma só escrita que representasse a possível junção das figuras por serem de mesma natureza, com tamanho e cor iguais, ficando assim a representação da área total da expressão: $A= 2x^2$.

A outra expressão era: “um quadrado grande e verde e um retângulo verde”. Pedindo ajuda para os alunos representar as figuras por sua área, ficando sua escrita da seguinte maneira: $A= x^2 + xy$. Nesse momento, quando foram questionados se tinham entendido, uma aluna mencionou de que não. Fez-se então a seguinte explicação:

“– Como a expressão apresenta um quadrado grande e verde, a representação da área dessa figura é $+ x^2$; a segunda figura é um retângulo verde, sua área fica representada por: $+xy$;

como queremos saber a área total representada pela expressão, devemos somar as áreas das duas figuras, ficando: A= x^2 + xy. Não podemos fazer a junção das áreas para uma só, tendo apenas o quadrado ou retângulo como referência, pois as figuras não são da mesma natureza, mas no entanto apresentam características semelhantes, e nesse fato se aplica colocar termos em evidência, em que se coloca em destaque o que se repete nas duas figuras".

Após a explicação da professora, a mesma perguntou se haviam conseguido entender. A resposta fornecida pela aluna foi de que havia compreendido melhor com a explicação da professora.

Seguindo para a análise dos termos que poderiam ser colocados em evidência, foi pedido para que observassem se possuía algo semelhante. Logo observaram que as cores eram a mesmas, ou seja, verde. Então possuíam o sinal em comum. A professora confirmou de que estavam certos. Pediu-se ainda que analisassem as letras que representavam as áreas, se identificavam alguma semelhança. Falaram que o "x" se encontrava em ambas. Assim foi explicado que possuíam lados maiores representados pela letra x, por isso que a referida letra viria a ficar em destaque. Colocando então em evidência ficou: A= x (x + y).

Reforçando ainda, a professora explicou que, como nesta situação se tem apenas um lado maior no retângulo, coloca-se apenas a letra x em evidência, bem como um lado do quadrado maior, sendo que as letras x e y ficariam entre parênteses, pois representavam o que não possuía semelhança.

Fiz mais um exemplo: "um retângulo verde, um quadrado grande e verde, um quadrado pequeno e vermelho"; ficando a área representada da seguinte forma: $A = xy + x^2 + (-y^2)$. O próximo passo foi verificar semelhanças entres as figuras. Os alunos responderam que o retângulo e o quadrado pequeno tinham em semelhante um lado menor, logo a letra y deveria ser colocado em evidência, ficando o quadrado maior fora dos parênteses por não possuir nenhuma semelhança neste exemplo. Desta forma, a expressão final ficou da seguinte forma: $A= y\,[x+ (-y)] + x^2$.

No entanto o retângulo possuiu semelhança de lado com o quadrado grande o que possibilita duas respostas, a anterior, e a seguinte: $A= x\,[y + x] + (- y^2)$.

Também foram questionados sobre o sinal de subtração, se interferia na expressão. Responderam que era apenas para representar a cor vermelha.

A professora os parabenizou mais uma vez, pois sentiu-se muito orgulhosa de ver a dedicação deles em empenhar-se na resolução das atividades, contribuindo sempre com opiniões para que formassem todos juntos as expressões que representavam as áreas das figuras e expressões. Passou as mesmas atividades anteriormente abreviadas e formuladas, para que fizessem essa outra representação, que é a da área, de tema de casa. Findando assim esse encontro.

5.6 Roteiro de atividades – Momento 6

Iniciou-se o encontro, que possuía como objetivo revisar tarefa de casa, para que sanasse dúvidas existentes nos alunos, substituindo ainda as letras que representavam as medidas das áreas das figuras geométricas planas, afim de introduzir o conceito do valor numérico, verificando quem havia realizado as atividades de casa, e para surpresa da professora a maioria não havia feito, logo não achando justo fazer a correção das mesmas sendo que faltava a maioria concluir, possibilitou alguns minutos para que realizassem as tarefas.

Uma aluna argumentou ter esquecido a explicação, então foi retomada: "– Para cada figura geométrica você possui uma área, que foi relembrada na aula passada, por exemplo: um quadrado grande e verde, terá sua área representada por x^2; depois um retângulo vermelho, ficará expresso por $-xy$, em que o sinal de subtração indica apenas a cor, no caso, o vermelho; e, dois quadrados pequenos e verdes, a área tomará a representação de $2y^2$. Dessa forma, a expressão que representa a área total, de todas as figuras juntas na expressão em questão, ficará a seguinte: $A= x^2+ (-xy^2) + 2y^2$. Em um passo seguinte, você pode colocar em evidência características semelhantes, nesse caso, há os lados menores, que são representados pelo y, logo a expressão pode ser escrita desta maneira: $A= y[(-x) + 2y] + x^2$, entendeu?". A aluna afirmou que tinha relembrado e tentaria fazer. Os alunos tiverem alguns minutos para desenvolver as atividades propostas, sendo que a professora continuou auxiliando nos questionamentos que ainda não estavam claros, para após iniciar a correção.

Começando pela questão de número 6, que apresentava: "2 quadrados pequenos e verdes, 2 quadrados pequenos e vermelhos"; tal expressão ficava: $A= y^2 + (- y^2)$. Os questionando se identificavam alguma semelhança em relação aos termos da expressão, me responderam sim, destacando ser o tamanho das figuras, e no caso, o lado das mesmas, eram aqui, representado pela letra Y. Assim a nova expressão ficaria: $A=y^2 [1+ (-1)]$.

Uma aluna mencionou que havia feito o desenvolvimento da questão totalmente diferente. Pediu-se que falasse o que estava diferente. Então disse: "– Eu fiz $A= y^2$ e depois fiz $A = (-y^2)$, mas separados! "

A professora destacou que deveriam associar as escritas das áreas, já que estavam escrevendo a expressão geral das áreas. Também salientou que como na expressão havia mais de duas figuras geométricas, para saber a área total é necessária a soma. Portanto, ficando da maneira descrita anteriormente. A seguir, perguntou se estava compreendendo, a aluna falou que, sim!

A questão de número 7 era: “um quadrado grande e verde, três retângulos vermelhos, um quadrado pequeno e verde; construindo sua representação de área tivemos: $A= x^2 + (-3xy) + y^2$. Questionou os discentes se o cálculo havia terminado. Responderam que não. Indagou-os então o que estava faltando. Disseram que deveria ser realizado “a evidência”, onde encontravam-se em comum duas alternativas, o x e o y, ou seja, os lados maiores, juntamente com a cor das figuras. Dessa forma, uma das respostas foi $A= x[x+(-3y)] + y^2$ e a outra possibilidade seria $A= y[(-3x) + y] + x^2$.

Já a questão de número 8 tratava: “três quadrados vermelhos e grandes, um retângulo verde e dois quadrados verdes e grandes”, ficando sua área representada por: $A= (-3x^2) + xy+2x^2$. Ao se colocar termos em evidência, que neste caso, seria a cor, o lado maior e o quadrado grande, possuindo então duas possíveis respostas, sendo uma delas: $A= x[(-3x) + y\ 2x]$.

Quando da questão de número 9: “dois quadrados grandes e vermelhos e três quadrados pequenos vermelhos”, sua área ficaria representada por: $A= -2x^2+ (-3y^2)$. A professora perguntou se havia alguma semelhança entre as figuras. Responderam possuírem apenas a cor, desse modo colocando em evidência esta particularidade, teríamos a representação $A= -(2x^2 + 3y^2)$.

Quando das questões de número 10 e 11, que diziam, respectivamente: “dois quadrados grandes e vermelhos e três quadrados pequenos e verdes”, e “dois retângulos verdes, um quadrado grande e verde, três quadrados pequenos e vermelhos”. Suas expressões ficaram $A= (-2x^2) + 3y^2$ e $A=2xy + x^2 + (-y^2)$. Na primeira, perceberam não haver nenhum termo para ser colocado em evidência; já na segunda expressão duas possíveis respostas: uma, com a letra x em evidência, que representa a medida dos lados maiores e outra, com a letra y, representando o lado menor, ficando então as representações $A= x[2y + x] + (-y^2)$, e $A= y[2x + (-y)] + x^2$.

Já na última questão, que dizia: “dois quadrados pequenos e verdes, dois quadrados pequenos e vermelhos”; a área se apresenta da seguinte forma: $A= 2y^2+(-2y^2)$. Quando se coloca em evidência a representação dos dois quadrados pequenos, simbolizada por $2y^2$, teríamos então a expressão: $A= 2y^2[1 + (-1)]$.

Ao findar da correção das atividades, a professora perguntou se haviam entendido. Responderam que sim.

Analisando tais atividades, lhes foi perguntado sobre o significado das letras x e y que se encontravam no quadro. Responderam, equivocadamente, que representavam as figuras.

Perguntando então que fossem mais específicos. Alguns responderam que indicava a cor, outros falaram a forma, outros, no entanto, falaram sobre os lados, sendo o x maior e o y menor. Foram parabenizados pela resposta correta de que as letras x e y representavam a medida dos lados.

A professora continuou com as observações: "– Pessoal, desenvolvemos até o momento diferentes modos de representação de uma expressão, mais especificamente de três maneiras: por desenho, outro pela abreviação e outra pela área. Será que esses três jeitos significam expressões matemáticas, ou não? ". Responderam: "– Sim! ". Eu perguntei ainda: "– Por que acham que sim? ". Um aluno respondeu: "– Por que apresenta números e operações de adição e subtração! ". A professora voltou a falar: "–Beleza, e vocês saberiam me dizer quantas figuras foram utilizadas nessa expressão? " Ela se encontrava no quadro, pois havia sido corrigida. Responderam: "–Três! ". A professora mencionou: "–Muito bem, e na expressão representada através da área, as figuras encontram-se separadas pelo quê? ". Responderam: "– Pelos sinais de adição e subtração! "

A professora disse: "– Parabéns! Estão corretos! Logo, podemos observar nas expressões trabalhadas até o momento, algumas características: se apresentam a área, representada pelos produtos das letras x e y, significando os lados; temos ainda os números que indicam a quantidade de figuras semelhantes, bem como os sinais de adição e subtração representando as cores. Assim, pode-se concluir que com tais características de representação simbólica, pelas quais os termos se vinculam. Podem ser determinadas as expressões algébricas, ou seja, uma expressão composta de letras, números e operações. Neste caso, para nós, estão simbolizando algo que vinculamos anteriormente, mas poderiam ter outro significado. "

Interessante destacar que os alunos demonstraram espanto, alegando esperar que fosse mais difícil e de que, por enquanto, estava lhes parecendo muito fácil.

Findando este momento, solicitou que fizessem o registro em seus cadernos. Pode perceber que demonstraram mais dificuldades no momento de colocar termos em evidência, sendo maior nas expressões que possuíam letras, percebeu ainda que parecia mais fácil encontrar termos semelhantes quando tinham as figuras geométricas como referência para analisar.

5.7 Roteiro de atividades – Momento 7

Iniciou o encontro, que tinha como objetivo analisar os termos de cada expressão algébrica, afim de classificá-los, montando assim o conceito das expressões, relembrando a última aula, quando foi formalmente dado aos alunos o conceito de expressões algébricas, as quais possuem termos que se separam pelos sinais de adição e subtração, contendo ainda letras e números, ou seja, se adiciona ou se subtrai termos compostos de uma parte numérica e outras de letras, parte literal.

Dando sequência à análise das expressões, a professora destacou as diferentes formas de representação que foram usadas até o momento, ou seja, desenhos, abreviações de palavras e representações das áreas correspondentes às figuras geométricas que usamos, sendo que nas expressões em que estas representassem mais de uma figura, não sendo de mesma natureza, impossibilitava assim seus agrupamentos em uma só escrita, sendo então necessário separá-las por sinais de adição ou subtração, o que fazem esses ser classificadas como termos.

Passou no quadro alguns exemplos das escritas simbólicas, representantes dessas áreas, em diferentes expressões que possuíam também diferentes números de termos. Analisando o primeiro exemplo, $A = 2x^2$, solicitou a eles se conseguiam identificar quantas figuras estavam ali representadas.

Responderam que continha duas figuras, mas por apresentarem características de mesma natureza faria a junção, ficando apenas um termo para representá-las, foram parabenizados pela resposta correta e, em seguida, a professora comentou que, quando uma expressão apresenta apenas um termo, como neste caso, recebe um nome especial, classificando essa expressão de monômio.

No segundo exemplo, $A = x^2 + xy$, pediu para que me respondessem quantas figuras ou termos possuía a expressão. Responderam que havia dois. Foram questionados o porquê, e concluíram que era pelo fato de serem dois elementos e estarem separados pelos sinais, com isso orientou-se a classificar essa expressão, utilizando o seguinte comparativo: como se chama uma pessoa campeã duas vezes em uma mesma modalidade esportiva? Por exemplo, futebol. Responderam que seria bicampeã. A professora afirmou, então, que nosso caso, seria um pouco diferente, chamariam a essa expressão de binômio.

No exemplo seguinte, $A = xy + x^2 + (-y^2)$, que possuía três termos, fez-se a mesma comparação, onde uma pessoa ganhou três vezes a mesma competição, chamamos de tricampeã, e nas expressões algébricas com três termos chamamos de trinômio.

No próximo exemplo, $A= x^2 + (-xy) + 2\ y^2 + (-\ 2\ y^2)$, este apresentava quatro termos. Chamou a atenção para a aplicação de um nome especial, pois a partir de expressões com quatro termos ou mais, estes seriam identificados como polinômios (a partir de quatro termos não muda essa palavra apenas o número de termos) de *tantos* termos. Sendo assim no último exemplo, $A = -\ x^2 + 2xy + (-2\ y^2) + (-xy) + 2y^2$, o qual apresentava uma expressão de cinco termos, ficou classificada como polinômio de cinco termos. Como síntese do encontro, juntamente com os alunos, destacou-se mais uma vez de que, até três termos, apresentam nomes específicos; de quatro termos em diante chamaríamos de polinômio, acrescida da quantidade de termos.

Questionou se tinham dúvidas. Afirmaram que era muito fácil, tendo inclusive depoimentos de que pensavam ser bem complicado e haviam se enganado. A professora deixou alguns minutos disponíveis para que registrassem no caderno o que havia sido discutido até o momento.

Passou, em seguida, alguns exercícios para que realizassem a classificação quanto aos seus termos, nomeando-os, enfatizando que algumas questões apresentavam termos de mesma natureza que poderiam ser unidos em um só, mudando assim a quantidade inicial dos termos presentes nas expressões.

Trabalharam em grupos, discutindo cada questão. Buscou-se sempre sanar as dúvidas manifestadas, porém não ocorreram muitas, o que se fez perceber de que eles haviam entendido o conteúdo de maneira que os habilitasse a resolver as atividades com êxito. Após alguns minutos iniciou-se a correção das tarefas com todos os alunos, aonde ia solicitando auxílio para os mesmos, na intenção de envolvê-los nas resoluções das questões propostas.

Na primeira expressão a professora perguntou quantos termos havia, responderam que eram dois, e, portanto, se chamaria binômio. Questionou-se ainda sobre existir a possibilidade de fazer a junção de termos de mesma natureza e me responderam de que nesse caso não era possível. Fato que estava correto, pois não havia possibilidade de unificação de termos nessa expressão.

Passando à questão seguinte, com três termos, classificada como trinômio, não ocorrendo a possibilidade de junção de termos semelhante. A questão seguinte também possuía três termos, permanecendo com a mesma denominação. Já a próxima apresentava dois termos, mas com a possibilidade de junção, tornando-se expressão de um termo, classificada então como monômio. No próximo item, este apresenta cinco termos, portanto seria classificada como polinômio de cinco termos. Findando assim o exercício número um, os questionando sobre possíveis dúvidas, no entanto os discentes afirmaram de que haviam compreendido tudo.

No segundo grupo de exercício deveriam associar quatro expressões algébricas com a coluna ao lado que apresentava as classificações. Deixando um tempo para registro no caderno e troca de ideias entre eles, para que realizassem tal atividade.

Realizando a correção, após alguns minutos, em que a primeira questão apresentava ax^2, logo responderam de que se tratava de apenas um termo, portanto sua classificação seria monômio, a qual seria colocada o número um ao lado da palavra. O número dois por possuir quatro termos, classificava-se em polinômio de quatro termos. A proposição três apresentava dois termos, logo sua classificação se dava por binômio e a última, com três termos, classificada como trinômio. Findada assim a segunda atividade, percebeu-se que os alunos, pelas suas fisionomias e manifestações orais, estavam compreendendo o conteúdo.

Após o término das tais atividades e a professora percebendo o envolvimento dos alunos com as atividades propostas, seguiu para a atividade seguinte. Cada trio de alunos recebeu figuras geométricas novamente, independente das cores, deveriam fazer a medição dos lados para que proporcionasse a substituição dos valores encontrados, na escrita algébrica das áreas anteriormente constituídas. As figuras geométricas dadas eram quadrados grandes, quadrados pequenos e os retângulos com lados que coincidiam com o lado de um dos lados dos quadrados.

Após alguns minutos para se organizarem em busca do material para medição – que, no caso, foi a régua –, iniciaram-se as medições. Cada trio ia anunciando para o grande grupo as medidas encontradas, e eu ia fazendo o registro no quadro.

Iniciando pelo quadrado grande, o qual foi solicitado para que medissem, encontraram 10cm em cada lado, o que não podia ser diferente, pois se tratava de um quadrado, que tem como uma de suas características apresentar as quatro medidas dos lados congruentes. Feito essa observação, relembrou-se que em atividades anteriores se utilizava apenas uma letra para representar os lados, sendo no caso do quadrado grande, a letra x. Entendida até o momento a atividade, passou-se para o retângulo, o qual mediram e encontraram para a lado maior 10 cm e para o lado menor 1 cm. Foram lembrados de que, anteriormente, havia sido convencionado uma letra para o lado maior e outra para o lado menor. Todos mencionaram ser a letra x para o lado maior e o lado menor pela letra y. A última figura de dimensão diferente, pois era o quadrado pequeno, que ao medirem seus lados encontraram o valor de 1 cm, sendo representados por y.

Após isto, se propôs aos alunos analisarem o que foi encontrado, questionando-os sobre possíveis pontos em comum. Logo mencionaram que nas figuras que apresentavam lados maiores teriam convencionados a letra x, que agora, numericamente, tinha seu valor 10 cm, e que os lados menores, acordados de ser a letra y, apresentavam, nesta situação, o valor numérico 1 cm. Após isso, generalizamos a atividade, com a vinculação, nesse momento, de: x= 10 cm e y= 1cm.

Em seguida relembrou-se as três maneiras utilizadas para representar as expressões algébricas nas aulas anteriores. Tomando então a representação das áreas encontradas anteriormente, a partir dos lados convencionados pelas letras x e y. Fizeram então a substituições pelos valores encontrados nas medições anteriores e vinculados às duas letras. Na sequência, realizou a substituição dos valores numéricos encontrados nas medições no lugar das letras que representavam a área de cada figura.

No primeiro exemplo: $A= x^2$, substituindo o x por 10, ficou: $A= 10^2$, ou seja, A= 100. Mencionaram ser muito fácil, o que deixou a professora contente por perceber que estavam entendendo a proposta apresentada, vinculando geometria, álgebra e aritmética nas representações. No segundo exemplo, tínhamos: $A= x^2+xy$. Fazendo as substituições correspondentes encontramos: $A= 10^2+ 1.10$. Para encontrar o valor final, lembraram de que, primeiramente, deve-se resolver a multiplicação e depois a soma, ficando então: A= 100+ 10, finalizando A=110.

Em outra questão, $A= xy+x^2+(-y^2)$, fiz a observação de que nesse momento não utilizaria, para o cálculo da área total, o sinal de subtração, pois este estava na expressão apenas para indicar a cor da figura, já que, como anteriormente foi lembrado, não existe valor numérico que represente a área com sinal negativo, logo a expressão, após a substituição dos valores correspondentes ficou: $A= 10.1+10^2 + 1^2$, resolvendo, A= 10 + 100 + 1, finalizando, A= 111.

Concluindo tal atividade, pediu-se para que observassem o que havia de diferente em relação à área anterior que era representada por x e y. Mencionaram o fato de agora, a expressão, apresentar somente números. A professora concordou e parabenizou-os pela análise correta, logo enfatizou-se que essa mudança apresenta um nome que é valor numérico, em que ocorre a substituição das letras por seus valores, como foi feito nos exemplos.

Passou-se para uma atividade que consistia em encontrar o valor numérico de algumas expressões algébricas. Disponibilizando de alguns minutos para que realizassem o registro em seus cadernos e concluíssem a proposta solicitada. Todos se mostraram interessados, não apresentando dúvidas. Observou-se que ocorreu bastante diálogo entre os grupos, para que então fosse finalizado o trabalho.

Na sequência, iniciou-se a correção. A primeira questão: $ax^2 + by$, tinha os seguintes valores para a=0; b= 1; x= -1 e y= 2. Pediu-se para que os alunos ajudassem a professora em voz alta a encontrar as respostas, sendo que a substituição ficou $0. (-1)^2 + 1.2$, para a qual encontramos o valor numérico 2. Na segunda expressão: $2xy+x^2- a^2x$, substituindo ficou: 2. (-1) 2+ $(-1)^2 - 0^2.(-1)$, tendo como valor numérico final –3. Já a terceira expressão x^2-5x+8. Feita a substituição das letras por seus valores numéricos propostos resultou em $(-1)^2 - 5.(-1)+8$, em que o valor numérico final ficou 14.

A próxima expressão era: ax^2+2xy. Ocorrendo a substituição dos valores correspondentes, tivemos: $0. (-1)^2 + 2.(-1).2$, resultando então em –4 como valor numérico final; Já a seguinte questão era: $a^2y-bx+x^2$, substituindo tivemos: $0^2.(-1) – 1.(-1)+(-1)^2$, resultando no valor final, 2. Na última questão: $y^2 + xy + ab$, feita a devida substituição $2^2+(-1).2+0.1$, encontramos como resposta 2

Todos demonstraram entender o conteúdo. Comunicando-os de que haveria um trabalho avaliativo na aula seguinte, para que possibilitasse avaliar o nível de entendimento de cada um, finalizando assim mais um encontro.

5.8 Roteiro de atividades – Momento 8

Iniciou-se o encontro solicitando para que se organizassem em filas, de modo a realizar o trabalho avaliativo. Este tinha por objetivo reconhecer o conhecimento construído, por cada aluno, dos conteúdos explanados.

Foi entregue aos alunos a avaliação. Fez-se a leitura das regras, as quais estabeleciam que a atividade:

- Era individual e sem consulta ao material de aula;
- As questões deveriam apresentar desenvolvimento a justificar a resposta final;
- A avaliação continha três questões, tendo valor de 2,67 pontos cada, totalizando 8,0 pontos;
- Tinham dois períodos de uma hora cada um, para a realização da avaliação.

Ao findar da atividade avaliativa, foi lhes explicado que deveriam realizar um desenho que representasse a palavra "expressão", pois no começo dessa proposta didática haviam feito a mesma coisa, porém diante das possíveis representações de expressões estudadas, o que viria em suas mentes ao falar de expressões?

A professora percebeu que os alunos estavam dedicados em realizar a avaliação, não demonstrando dificuldades, e muitos afirmavam não terem estudado. Quando solicitou o porquê, justificaram terem entendido o conteúdo. Após alguns minutos, a grande maioria entregou a avaliação, partindo para a próxima atividade, que era representar através de uma figura ou símbolo o significado de expressão para si.

Ao comparar esta atividade com a similar aplicada do primeiro encontro, percebe-se a evolução do raciocínio dos alunos, pois já não demoraram tanto para desenhar o que imaginavam. Analisando tais atividades, que se encontram nos Apêndices A e G, é possível perceber que os alunos mudaram seu conceito de expressões, pois muitos representaram parte do que foi visto no decorrer desta sequência didática, repetindo, por exemplo, atividades que se assemelham com as expressões que utilizavam as figuras geométricas, entre outras voltadas para a matemática.

6 ANÁLISE DOS DADOS

Ao iniciar a análise dos dados apresentados nesta pesquisa, destaca-se a preocupação preocupação inicial que se apresentava na necessidade de realizar um trabalho de introdução das expressões algébricas no 8° ano, sendo que a turma tinha, dentre outras, a seguinte característica: "a maioria dos alunos da turma afirma que não gosta da matemática; muitos alegam que o motivo é o fato de a disciplina ser muito complicada, e outros ainda acreditam que não encontram motivos para aprender a matéria", conforme depoimento na p. 56. Dessa forma, sentiu-se a necessidade de elaborar uma sequência didática que apresentasse atividades para cativar os alunos a buscar o conhecimento e identificar as variadas formas das expressões algébricas, sabendo consequentemente resolvê-las.

Para a elaboração dessas atividades, seguiu-se os passos da Engenharia Didática, baseada na Teoria Sócio-Histórico de Lev Vygotsky, sendo a primeira etapa da ED, a análise a priori, a qual, resumidamente, menciona o ato de fazer uma sondagem sobre o que o aluno sabe do conteúdo a ser tratado.

Dessa maneira o primeiro momento tinha como objetivo identificar o conhecimento já internalizados sobre expressões, conhecendo assim os conhecimentos prévios dos alunos. Logo, iniciou-se pela representação da palavra 'expressão', a qual deveria ser feita através de desenho ou escrita.

Como afirma Crusius (1994, p. 169), a respeito da importância dessa representação ser feita através de desenho:

> [...] o papel do aluno consiste em ver, manipular o que vê, produzir significado ao que resulta de sua ação, representar por imagem, fazer comparações entre a representação imaginada e o objeto de sua ação real; desenhar, errar, corrigir, construir a partir do erro mostrando da maneira que pode através de desenhos o que ficou na cabeça.

Dessa forma, através dessa representação evidenciou-se que os alunos encontraram dificuldade para decidir como iriam fazer a representação da palavra, gerando muitos diálogos entre os grupos.

Questionando: - "Professora, não sei o que desenhar! "

Explicou-lhes: - " Desenhe o que você imagina ao ouvir a palavra Expressão, simples!"

No desenvolver da atividade percebeu-se a motivação de toda a turma, ocorrendo, ao findar, inúmeras representações. A maioria não estava voltada para a matemática, fato que despertou atenção, pois concluiu-se que, ao falar em expressão, muitos não a assemelhavam à matemática. Sendo as imagens sobre expressões de amor, alegria, tristeza, espanto, amizade e apenas uma que tinha o número sete, expresso na folha de sulfite, foram questionados o aluno sobre o porquê do número, logo explicou que representava para ele expressão numérica.

Em seguida desenvolveu-se um diálogo com a turma, questionando-lhes sobre a possibilidade de existir expressões na matemática, o aluno como já havia mencionado anteriormente, repetiu a seus colegas sobre identificar expressões numéricas na matemática. A professora os parabenizou pela colocação, pois estava correta em seu ponto de vista, no entanto ninguém visualizou outra situação de expressões na matemática.

Com isso lhes apresentou um exemplo da ida ao supermercado, onde apresentava a situação de uma pessoa que compraria alguns itens, variando quantidades e valores de itens diferentes, com isso os alunos identificaram que o valor que a pessoa pagaria dos itens variava de acordo com sua necessidade de quantidade dos produtos.

Os alunos puderam identificar ao decorrer do exemplo que os valores dos itens não mudavam, permanecia fixo, sendo variado apenas as quantidades, no que afetaria no valor a ser pago. Explicando –lhes que essa questão caracterizava como uma expressão matemática, ficaram surpresos e ao meu ponto de vista aparentaram compreender o que lhes foi explicado, contribuíram ainda com sugestões e ajudaram a resolver outros exemplos semelhantes.

A professora ficou extremamente feliz, pois conseguiu com que os alunos se dedicassem em realizar as atividades propostas, demonstrando ainda compreensão das mesmas. Avaliando o primeiro encontro através da gravação das aulas, e do material reproduzido pelos alunos, pode-se identificar que havia sido atingido o objetivo do primeiro encontro, conseguindo identificar os conhecimentos já internalizados dos alunos sobre expressões, afim de construir atividades para os próximos encontros.

No segundo momento que tinha por objetivo introduzir figuras geométricas planas, para que possibilitasse o entendimento de expressões na matemática, solicitou-se para que formassem grupos de três, logo passou para a atividade que daria suporte aos outros encontros, através do manuseio de figuras geométricas, caracterizada pelo quadrado e retângulo diferenciado por tamanho (grande e pequeno) e a cor, (verde e vermelho). A educadora entregou aos alunos, deixando alguns minutos para observações.

Em seguida passou no quadro algumas expressões com a junção das figuras, tendo que os mesmos representar em seus grupos seguindo de registro no caderno. Identificou-se que todos desenvolveram as atividades com êxito não apresentando dificuldade, internalizando com facilidade.

Findando cada grupo deveria elaborar mais três expressões utilizando as figuras geométricas planas, para que transmitisse aos demais colegas.

Ao analisar o material produzido pelos alunos identificou-se que os objetivos haviam sidos alcançados, pois através da utilização das figuras possibilitou aos alunos conhecer outro método de expressão matemática.

No terceiro momento, que tinha por objetivo proporcionar modelos de abreviações das figuras para que se inicia o processo de transição do material concreto para um pensamento abstrato, sendo assim teve início com a explanação da atividade que não havia sido terminada da aula anterior. Onde os alunos tiveram total domínio dos exercícios. Sobrando apenas alguns minutos de aula iniciou-se outro modo de representação, questionando-lhes se era possível, pensaram e em seguida pareciam não identificar nenhum outro modo.

Foi nesse momento em que foram induzidos a pensar que era possível sim, através de abreviação das palavras para representar as figuras geométricas planas, ficando por unanimidade de a convenção de que o quadrado grande e verde seria (q g v), o quadrado pequeno e vermelho (q p vm), retângulo vermelho (r vm), quadrado grande verde (q g v) e quadrado grande vermelho (q g vm). Combinando ainda, que a cor verde poderia ser representada pelo sinal de positivo (+) e a cor vermelha pelo sinal de negativo (-), destacou-se nesse momento que o sinal de negativo representaria apenas a cor e não estaria vinculado a área que seria trabalhado mais adiante, afinal relembrou-se de que não existe sinal negativo para expressar área. Com isso findou o terceiro momento iniciando o processo de representação por abreviação.

O objetivo proposto para esse momento, ao observar as expressões dos alunos como “- Está moleza, professora!” Identificou-se que estavam compreendendo oque até o momento havia sido trabalhado.

Tendo, então o quarto momento como objetivo recordar atividades vista na aula passada, afim de sanar dúvidas existentes, substituindo as expressões composta pelas figuras geométricas planas por suas abreviações, se deu sequência com as atividades inicias na aula passada, afim inicialmente, de retomar o que havia sido explanado. Aplicando para resolução as atividades que haviam sido repassadas nas aulas anteriores, para representação através das figuras geométrica planas apenas. Fazendo a primeira como exemplo de dois quadrados grandes e verdes, eles compreenderam que havia a possibilidade de ocorrer a junção das figuras por aparentarem mesmo formato, tamanho e cor, ficando 2 qgv.

Os alunos mencionaram em inúmeros momentos que estavam compreendendo, complementando parecer fácil demais. Logo passou-se para o segundo exemplo e as atividades se seguiram, no entanto, percebeu-se um pouco de dificuldade ao solicitar que identificassem semelhanças entre as figuras, sem serem totalmente iguais. Com isso ocorreu a retomada das explicações através do material concreto para que as dúvidas pudessem ser sanadas. E somente com a retomada do mesmo que identificou-se a compreensão dos alunos, mencionando: "- Agora entendi professora!"; pois enxergaram a semelhança, como por exemplo em um quadrado grande e verde e um quadrado pequeno e vermelho, onde a igualdade se encontrava apenas na forma. Dessa maneira o aluno colocava esse detalhe em evidencia.

Após a realização das atividades findou o momento de aula, onde concluiu-se que o objetivo foi almejado, retomando as atividades iniciadas no anterior, ocorrendo entendimento das atividades de abreviações.

O momento cinco, tinha como objetivo, identificar tanto nas expressões das abreviações quanto na junção das figuras geométricas plana, encontrando semelhanças, afim de construir o conceito de evidência. Iniciou-se o momento relembrando alguns conceitos do cálculo da área das figuras planas, lhes orientando de que deveriam representar as expressões até agora estudadas não mais pela abreviação e por desenhos, mas sim pela área destinada a cada figura.

Ficando por unanimidade que usaríamos como nosso padrão a letra x para lados maiores e a letra y para lados menores, sendo ainda sinais de positivo para representar a cor verde e o sinal negativo para representar a cor vermelha.

Dessa maneira, os alunos realizaram as substituições nas representações até o momento estudadas, no entanto percebeu-se muita dificuldade no momento de encontrar a evidência. Foram sendo sanadas as dúvidas sempre que surgiam, deixando algumas atividades semelhantes para a aula seguinte.

Ao analisar o momento identifica que o objetivo proposto, foi atingido em partes, pois foi possível encontrar semelhança nas figuras, no entanto os alunos ainda possuíam dificuldades.

O Sexto momento, apresentando como objetivo, revisar tarefa de casa, para que sanasse dúvidas existentes nos alunos, substituindo ainda as letras que representavam as medidas das áreas das figuras geométricas planas, afim de introduzir o conceito do valor numérico. Iniciando o momento com a correção das atividades que haviam fiado para realizar em casa.

Ao perceber que os exercícios não haviam sido realizados, solicitou-se para que a turma os fizessem em sala para que pudéssemos fazer a correção. Notou-se que através das expressões dos alunos não haviam compreendido o processo e até mesmo esquecido como uma aluna mencionou, percebendo nesse momento que os alunos sentiram extrema dificuldade em deixar o material concreto e desenvolver o pensamento abstrato.

Então, ocorreu a revisão e sanado as dúvidas que iam surgindo para que pudessem realizar a atividade que se fazia de extrema importância no processo de aprendizagem dos alunos. Ao findar a grande maioria já estava compreendendo. Assim analisamos os modos variados de representação realizados até o momento, conduzindo a formação do conceito de expressões algébricas, findando o encontro.

No momento sete, tendo como objetivo analisar os termos de cada expressão algébrica, afim de classificá-los, montando assim o conceito das expressões, relembrando a última aula, quando foi formalmente dado aos alunos o conceito de expressões algébricas, as quais possuem termos que se separam pelos sinais de adição e de subtração, contendo ainda letras e números, ou seja, se adiciona ou se subtrai termos compostos de uma parte numérica e outras de letras, parte literal.

Identificando inicialmente, com a classificação das expressões de acordo com o número de termos, em monômio, binômio, trinômio e polinômio, ocorreu a realização de algumas atividades, onde os alunos desenvolveram alegando estar muito fácil.

Em seguida, passou-se para a medição dos lados das figuras, afim de encontrar o valor da área de cada uma, sendo 10 cm o lado maior e 1 cm o lado menor. Explicou-se que, antes representavam x para os lados maiores e y para os lados menores, agora iriam substituir pelo valor dos números. Realizaram as atividades demonstrando boa assimilação do conteúdo.

Assim, tudo se encaminhou para a formação do valor numérico, atingindo o objetivo inicial onde foi possível classificar as expressões e formar o conceito de valor numérico.

E no oitavo e último momento, o objetivo era reconhecer o conhecimento construído, por cada aluno, dos conteúdos explanados. Onde foi aplicado uma avaliação com o conteúdo estudado, percebeu-se ao longo do desenvolver das atividades que os alunos haviam compreendido o conceito de expressões algébricas, sua classificação e representações. Ao findar solicitou-se que representassem em uma folha de sulfite o significado da palavra expressão.

Ao comparar tal atividade com a primeira realizada com eles, pode perceber a evolução do pensamento. Muitos representaram expressões voltadas para o conceito estudado como se apresenta nos apêndices. Ao comparar com os iniciais a professora ficou extremamente feliz em contemplar a evolução do pensamento dos alunos. Atingindo o objetivo para esse encontro.

Realizando uma breve análise resumidamente percebe-se que seguiu assim no desenvolver dos encontros os passos da ED, nos quais os alunos iniciaram o desenvolvimento do pensamento algébrico, tendo início por meio da educação algébrica, a qual, segundo Ponte, Branco e Matos (2009), inicia-se através do manuseio de objetos, conforme demonstra a Figura 4, ou seja, atividades ligadas ao concreto. Segundo Vygotsky (1979), esse momento caracteriza-se no aluno pela utilização do conceito espontâneo, sobre o qual ele já apresenta conhecimento.

Figura 4 - Alunos manuseando objetos

Fonte: autora, 2018.

Desse modo, para que ocorresse a evolução ao pensamento algébrico e, consequentemente, a formação do conceito científico, a sequência didática teve suas atividades associadas à junção das figuras geométricas, da aritmética e da álgebra, recomendação que se encontra nos PCNs (BRASIL, 1997), pela necessidade de organização dos três conteúdos a serem trabalhados juntos de modo a se entrelaçarem. Nesse sentido, foram realizadas atividades em grupo, conforme Figura 5, para possibilitar a troca de conhecimento, seguida da generalização no grande grupo para a socialização.

Figura 5 - Alunos realizando atividades em grupo

Fonte: autora, 2018.

No desenvolvimento do processo do pensamento algébrico, percebeu-se, por meio de uma atividade de casa que a grande maioria não havia realizado, como descrita anteriormente, pois tiveram dificuldades.

Cabe aqui destacar, que esse fato não havia acontecido quando as atividades se tratavam do auxílio do material concreto. Bastou trabalhar apenas para o abstrato, para que os alunos demonstrassem ter dificuldade e, com isso apareceu um pouco de desinteresse. Nesse contexto, lembrasse da teoria de Vygotsky (1979), o qual menciona que cada indivíduo tem seu tempo de desenvolvimento intelectual, dependendo da interação de seu meio social. Então deu-se mais atenção a esse momento. Após serem sanadas as dificuldades iniciais, as atividades voltaram a cativá-los e a motivá-los e eles passaram a realizar novamente as propostas, o que deu suporte para o desenvolvimento do pensamento algébrico, e possibilitou que os alunos desenvolvessem e reconhecessem diferentes modos das expressões algébricas, identificando e associando seus símbolos.

Como afirma Sousa (2014), o pensamento algébrico caracteriza-se pela capacidade que o aluno adquire em realizar padrões, e interpretar diferentes situações algébricas. Assim, ao observar as últimas atividades da sequência didática, dando destaque para a representação final da palavra expressão, percebeu-se através da comparação com a mesma atividade aplicada inicialmente, a evolução do pensamento dos alunos, onde deste momento representaram a palavra Expressão, associada à matemática, demonstrando nesse campo, vários métodos estudados. Com isso, os discentes obtiveram, ainda de acordo com Vygostky (1979), a formação do conceito científico, o qual era o enfoque deste trabalho, o qual foi construído, por meio do ensino e da atribuição de significados em uma estrutura conceitual.

Findada a aplicação dessa sequência didática, a qual foi desenvolvida por meio de muitas conversas entre a professora e os alunos, verificou-se a importância da existência desse diálogo, de acordo com os dizeres de Garcia (2013, p. 27), o qual afirma que:

> Os alunos sentem-se mais motivados, pois estas diferem de antigamente, quando não existia diálogo entre professor e aluno; hoje há uma troca de informações em sala de aula, na qual o professor não é mais o detentor de todo o conhecimento, de modo que o aluno passa a ser o principal responsável pela construção do seu conhecimento, tendo um papel mais ativo, na busca de soluções das suas necessidades.

Dessa forma, após a análise feita foi possível perceber que os objetivos almejados foram alcançados, aplicando e observando o desenvolvimento que se encontra no embasamento teórico desta dissertação.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo geral oportunizar condições para a compreensão do conceito de expressões algébricas e sua operacionalização. Propiciou a elaboração de um produto educacional que se constitui numa sequência didática, envolvendo geometria plana e aritmética, que visou o aprimoramento do pensamento algébrico dos alunos envolvidos.

A proposta didática elaborada sobre expressões algébricas, com o auxílio da geometria plana e da aritmética, teve embasamento nos passos da Engenharia Didática, apoiada na Teoria Sócio-histórica de Lev Vygotsky, e teve como pergunta orientadora: *"Como elevar o nível do raciocínio abstrato do aluno de tal modo que lhe possibilite resolver situações envolvendo expressões algébricas?".*

A sequência foi constituída por atividades envolvendo o material manipulativo, com o qual se oportunizou aos alunos, a possibilidade de reconhecer e construir expressões algébricas. Assim, foram criadas condições para que os discentes percebessem relações entre diferentes modos de representação, vinculando áreas de figuras planas, com cores e signos com a escrita de diferentes expressões algébricas.

Através de registros, por mim realizados em diário de bordo e na transcrição das falas dos alunos, foi possível identificar, momentos que caracterizam a satisfação dos alunos ao conseguirem resolver as primeiras atividades, demonstra-las por meio de falas do gênero: "– Como está fácil professora!"; "– Nossa! Que conteúdo fácil, professora!".

Ao juntar suas falas com suas expressões faciais, as quais, de acordo com minha interpretação, manifestavam contentamento por terem desenvolvido as atividades propostas, da maneira satisfatória. Atividades essas que todos realizaram; muitas em grupos, possibilitando a socialização de ideias.

Ao final do trabalho foi possível perceber pelos resultados apresentados pelos estudantes nas tarefas propostas, que ao desenvolver as propostas da sequência didática construída, o nível de raciocínio lógico aumentou gradativamente. Inicialmente, ocorreu a utilização das figuras geométricas, por meio de junções realizadas com o próprio material. Em seguida, foram realizadas as abreviações dessas representações, as quais deveriam conter apenas letras e números que representariam as figuras de mesma natureza. Na etapa seguinte, para representar cada figura geométrica utilizada, para cálculo de suas áreas, contendo somente letras, x e y simbolizariam os lados maiores e menores, respectivamente. Iniciaram-se, ainda, as análises das expressões por características semelhantes encontradas nas figuras. Tal conteúdo, nomeado como termo em evidência, possibilitou, nesse momento, perceber que os alunos tiveram algumas dificuldades, notando que muito disso ocorreu especialmente por falta de vontade de alguns em realizar as atividades propostas, alegando que não haviam entendido claramente a proposta.

Destaca-se que foi preciso ter calma e paciência para sanar as dúvidas manifestadas. Aos poucos, foram interpretando as atividades de maneira correta, ocorrendo momentos de interação entre os colegas. Tal atitude mediadora da professora possibilitou entendimento do conteúdo. Com o restante das atividades sendo realizadas, ocorreu êxito no entendimento, devido aos resultados apresentados por eles. Esse indicativo também se deu pela percepção da melhora em suas expressões faciais e realizando ainda pronunciamentos de alívio, como, por exemplo, "– Agora entendi, Professora!". Tais manifestações e percepções possibilitaram concluir que os objetivos propostos neste trabalho foram alcançados, e também foram verificados pelos desempenhos dos alunos nas atividades propostas.

A aplicação da sequência didática pensada e elaborada possibilitou, por meio de todas as atividades realizadas, o entendimento por parte dos alunos e o avanço dos conceitos espontâneos para os científicos, na perspectiva de Vygotsky, uma vez que eles puderam avançar em seu pensamento algébrico, não mais associado com o uso de material manipulado, mas sim, através de um pensamento abstrato, conseguindo elaborar respostas algebricamente corretas às proposições às quais foram desafiados.

Assim, foi possível concluir que a aplicação da sequência didática proposta contribuiu para que os alunos compreendessem como se estrutura e se caracteriza uma expressão algébrica, pois, a análise dos resultados obtidos indicam que eles tiveram avanços significativos em seu raciocínio lógico. Alguns apresentaram pequenas dificuldades, como descrito anteriormente, mas essas foram sanadas com explicações da professora e com a troca de conhecimento entre os próprios colegas propiciado pelos momentos de interação e de socialização do conhecimento propiciador.

Diante das constatações, foi possível concluir que o objetivo geral deste trabalho foi atingido, pois, como já reiterado anteriormente, foram oportunizadas condições para a compreensão do conceito das expressões algébricas bem como suas operacionalizações, aprimorando, dessa maneira, o pensamento algébrico dos alunos, também foi possível perceber que apesar de indicar a turma, inicialmente, um perfil de "ódio" em relação à matemática, alegados por sua dificuldade. Houve essa mudança nesta percepção, pois no final, eles mostraram-se motivados e demonstraram excelentes desempenhos na aplicação das atividades que compõe o produto educacional deste trabalho, dedicando-se e envolvendo-se para a realização dele, com muitos questionamentos e interação com os colegas.

Dessa forma, os alunos passaram a ver a matemática com outros olhos e, de acordo com essa percepção, finalizo minhas considerações compreendendo ainda que tal mudança muito se dá quando, se introduz um novo conteúdo, aliado aos conhecimentos prévios dos alunos, o que possibilita uma maneira de aprimorar o seu raciocínio. Além disso, deve-se aliar a introdução de um novo conceito à manipulação de material concreto, pois essa estratégia didática facilita o avanço para um pensamento abstrato de maior nível, que é necessário na compreensão de conceitos da álgebra, e, no caso deste trabalho, necessária na resolução de situações envolvendo as expressões algébricas.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 3, n. 6, p. 62-77, 2008.

ANGELI, Mirian. *Atribuição de significados ao conceito de variável*: um estudo de caso numa Licenciatura em Matemática. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. *Didática das Matemáticas*. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193 -217.

BABINSKI, Adriano Luis. *Sequência Didática (SD)*: experiência no ensino da Matemática. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Mato Grosso, Sinop, MT, 2017.

BASEI, Ana Maria. A Álgebra na formação de professores no período entre 1890 e 1970. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20, 2016, Curitiba. *Anais*... Curitiba: UFPR, 2016. p. 1-9.

BIANCHETTI, Tauana. *Função de 1º Grau*: uma proposta para o 9º ano do Ensino Fundamental. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2016.

BISSI, Tiago. *Álgebra e História da Matemática*: análise de uma proposta de ensino a partir da matemática do antigo Egito. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Orgs.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*: notas introdutórias. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

BOYER, Carl Benjamim. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros curriculares nacionais*. Matemática ensino de 5ª a 8ª séries. 2. Impressão. Brasília. 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática de 5ª a 8ª série. Brasília: MEC/SEP, 1998. Disponível em: <https://bit.ly/2s8UYW8>. Acesso em: 14 abr. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CAVALCANTE, Luiz Henrique de Vasconcelos. *Uma sequência didática para o ensino do conceito de parábola*: a engenharia didática como apoio metodológico. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2017.

CIVINSKI, Daiana Dallagnoli. *Introdução ao estudo da Aritmética e da Álgebra no Ensino Fundamental*. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2015.

CRUSIUS, Maria Fialho. Disciplina: uma das polêmicas do construtivismo. *Espaço Pedagógico*, Passo Fundo, v. 1, n. 1, p. 168-172, 1994.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da Realidade à Ação*: reflexão sobre Educação e Matemática. São Paulo: Ed. da Universidade Estadual de Campinas/Summus Editorial, 1986.

ESPINDOLA, Maria Lewtchuk; MELO, Wellington Magno Macedo de. *Trabalho sobre Álgebra*. Universidade Federal da Paraíba - UFPB. 2011.

EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

FERREIRA, Ana Cristina. *Desafio de ensinar-aprender Matemática no curso noturno*: um estudo das crenças de estudantes de uma escola pública de Belo Horizonte. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1998.

FERREIRA, Esmênia Furtado Perreira. *A interação das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental- Anos Finais*: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2016.

GARCIA, Fernanda Wolf. A importância do uso das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem. *Em Rede - Revista de Educação a Distância*. Porto Alegre, v. 3, n. 1, p. 25-48, jan./dez., 2013.

HAYDT, Regina Célia Cazaux. *Curso de Didática Geral*. 4. ed. São Paulo: Ática, 1997.

LINS, Rômulo Campos; GIMENES, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. São Paulo: Papirus, 2006.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Educação Matemática*: uma nova introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2010. p. 77-112.

MIRANDA, Ivanete Rocha de. *Educação Matemática*: dificuldades ou obstáculos no processo ensino-aprendizagem da Álgebra. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2003.

MIRANDA, Tatiana Lopes de. *A noção de variável de alunos do Ensino Fundamental*. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

MONTEIRO, Fernanda de Araujo. *A aprendizagem algébrica no Ensino Fundamental*: uma abordagem partir dos recursos lúdicos e digitais. 2016. Dissertação (Mestrado em

Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, RJ, 2016.

MYNAYO, Maria Cecília de Souza. *O desafio da pesquisa social*: pesquisa qualitativa em saúde. 14. ed. São Paulo: Hucitec, 2014.

OLIVEIRA, Marta Kohl. *Vygotsky*: aprendizagem e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. 4. ed. São Paulo: Editora Scipione,1999.

OLIVEIRA, Priscilla. *Como ensinar Matemática na Escola Ativa?* As orientações ao professor primário contidas nos periódicos pedagógicos do período de 1930 a 1960. 2013. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Pedagogia) - Universidade Federal de Santa Maria, Agudo, 2013.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática*: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAIS, Luiz Carlos. Introdução. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Educação Matemática*: uma (nova) introdução. 2. ed. São Paulo: EDUC, 2002. p. 9-12.

PANTOJA, Lígia Françoise Lemos; SILVA, Francisco Hermes Santos da. Engenharia Didática: articulando um referencial metodológico para o ensino de matemática na EJA. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007, Belo Horizonte. *Anais*... Belo Horizonte: SBEM, 2007. p. 1-13.

PERETTI, Lisiane. Sequência didática na Matemática. *Revista de Educação da Ideau*, v. 8, n. 17, p. 1-14, jan./jun. 2013.

PIAGET, Jean. *A equilibração das Estruturas Cognitivas*: problema central do desenvolvimento. São Paulo: Zahar, 1976.

PILETTI, Claudino. *Didática Geral*. 21. ed. São Paulo: Ática, 1997.

PILETTI, Nelson. *História da Educação no Brasil*. 6. ed. São Paulo: Ática, 1996.

PIMENTEL, Danilo Eudes. *Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da Aritmética para a Álgebra*. Dissertação (Mestrado em Ensino em Ciências Exatas e Tecnologia) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2010.

PINHEIRO, Patricia Aparecida. *Introdução ao estudo da Álgebra no Ensino Fundamental*. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2013.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. *Álgebra no Ensino Básico*. 2009. Disponível em: <https://bit.ly/2uHRTy4>. Acesso em: 19 out. 2018.

PORLÁN, Rafael; MARTÍN, José. *El diario del profesor*: un recurso para la investigación en el aula. 9. ed. Sevilia: Díada, 2004.

RODRIGUES, Lucinaldo dos Santos. *O engajamento organizacional dos indivíduos na perspectiva da gestão estratégica do conhecimento*. 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia da Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.

SANTOS, Charles Max Sudério Cavalcanti dos. *Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem de conteúdos algébricos no 9º Ano do Ensino Fundamental*. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

SAVIANI, Dermeval. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. *Revista Brasileira da Educação*, v. 14, n. 40, p. 143-155 jan./abr. 2009.

SAUCEDO, Kellys Regina Rodio; WELER, Kely Cristina Enis; WENDLING, Cléria Maria. O Diário de Bordo na formação de professores: experiência no PIBID de Pedagogia. *Espaço Plural*, v. 13, n. 26, p. 88-99, 2012.

SCHLIEMANN, Analúcia; CARRAHER, David William. *A compreensão de conceitos aritméticos*: ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998.

SEDRÊS, Aruana da Rosa. *Escrita Matemática*: uma possibilidade para o ensino diferenciado de Álgebra. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS, 2013.

SILVA, Juliano Pereira da. *Álgebra na escola básica versus Álgebra na licenciatura*: onde se encontra o X da questão? 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

SOUSA, José Romenelli de. *Ensinando integradamente Aritmética, Geometria e Álgebra*: propostas de atividades para a Matemática do Ensino Fundamental. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Taperoá, PB, 2014.

SOUZA, José Irmo de Oliveira. *Álgebra e Geometria com alegria*. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, BA, 2016.

TRAJANO, Antonio. *Álgebra Elementar*. 15. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. 1932. Disponível em: <https://bit.ly/2UuR4qA>. Acesso em: 22 abr. 2018.

VALENTIN, Maurílio Antônio. *Pensamento narrativo na aprendizagem Matemática*: estudo com alunos do Ensino Fundamental na resolução de atividades de Álgebra. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

VIEIRA, Márcia Maria Siqueira. *Feira dos Pesos*: análise de um objeto de aprendizagem para o desenvolvimento algébrico. 2011. Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, CE, 2011.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. *A formação social da mente*. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. *Pensamento e linguagem*. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

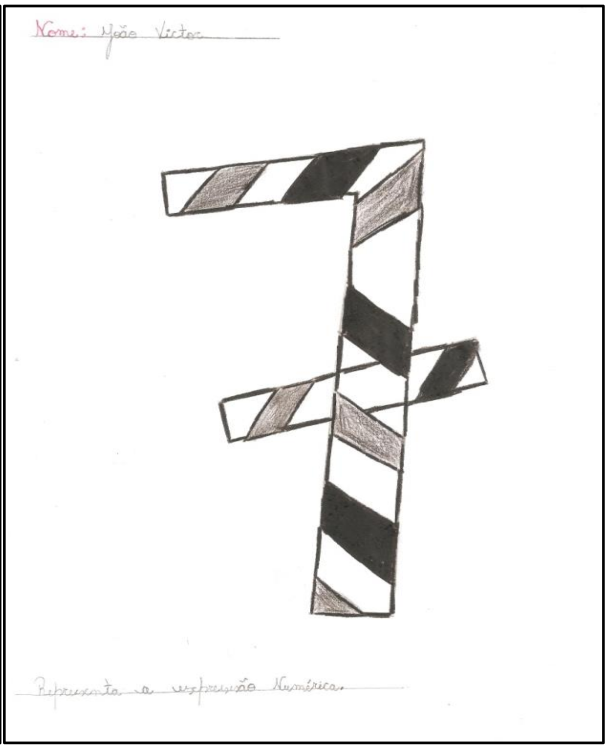
VYGOTSKY, Lev Semenovitch. *Pensamento e linguagem*. Porto Alegre, Artes Médicas, 1986.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. *Pensamento e linguagem*. Trad: M. Resende. 42. ed. Lisboa. Ed. Artidoto, 1979.

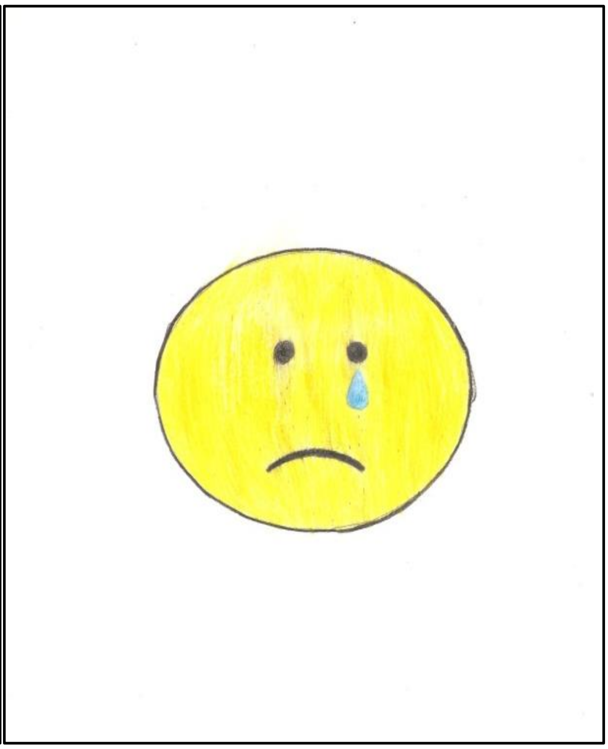
ZABALA, Antoni. *A prática educativa*: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A - Desenhos realizados pelos alunos, antes da aplicação do produto educacional

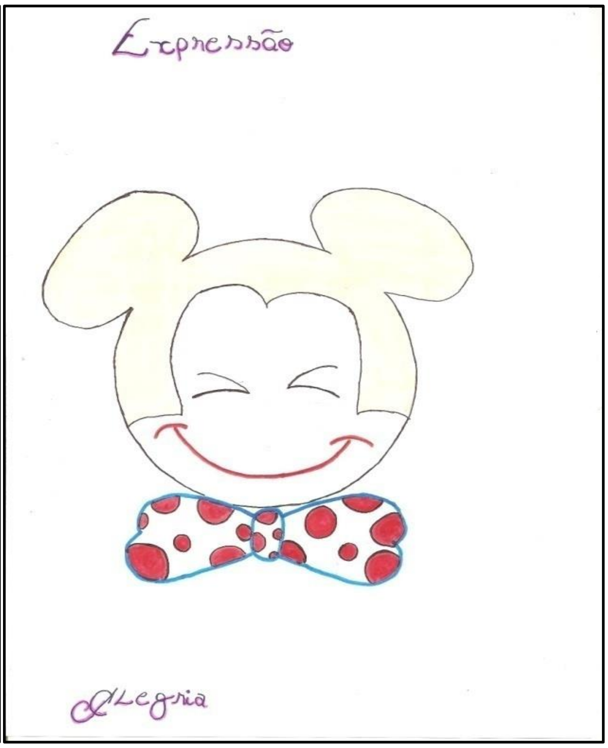

Exprcssõo
Tristeza


Nome: João Victor
Representa a expressão Numérica.

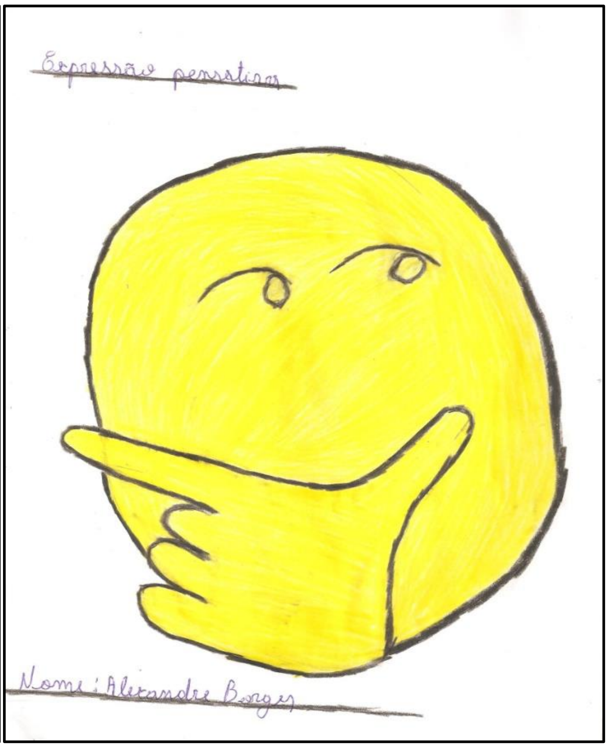

Uma menina triste



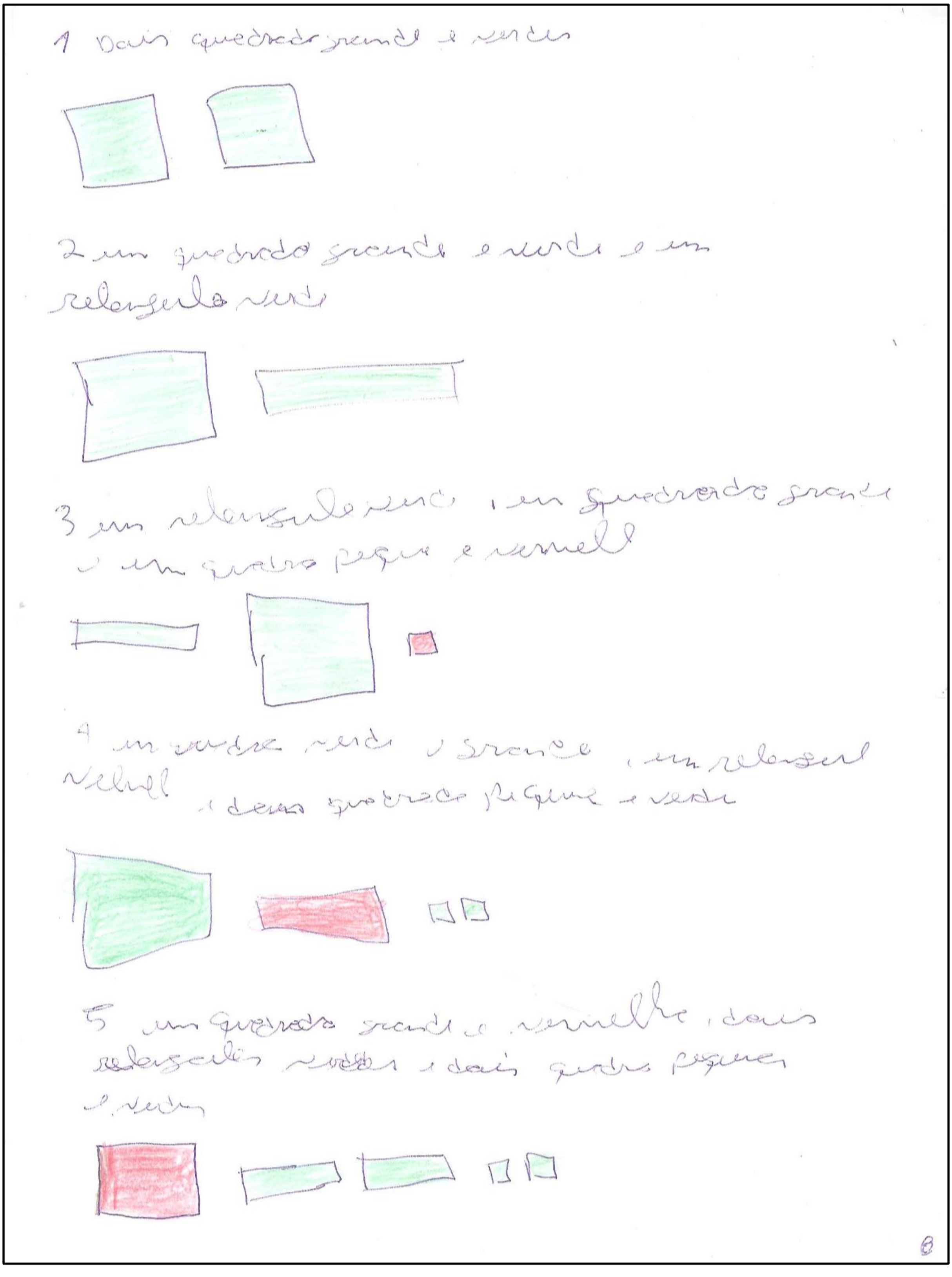

Natureza

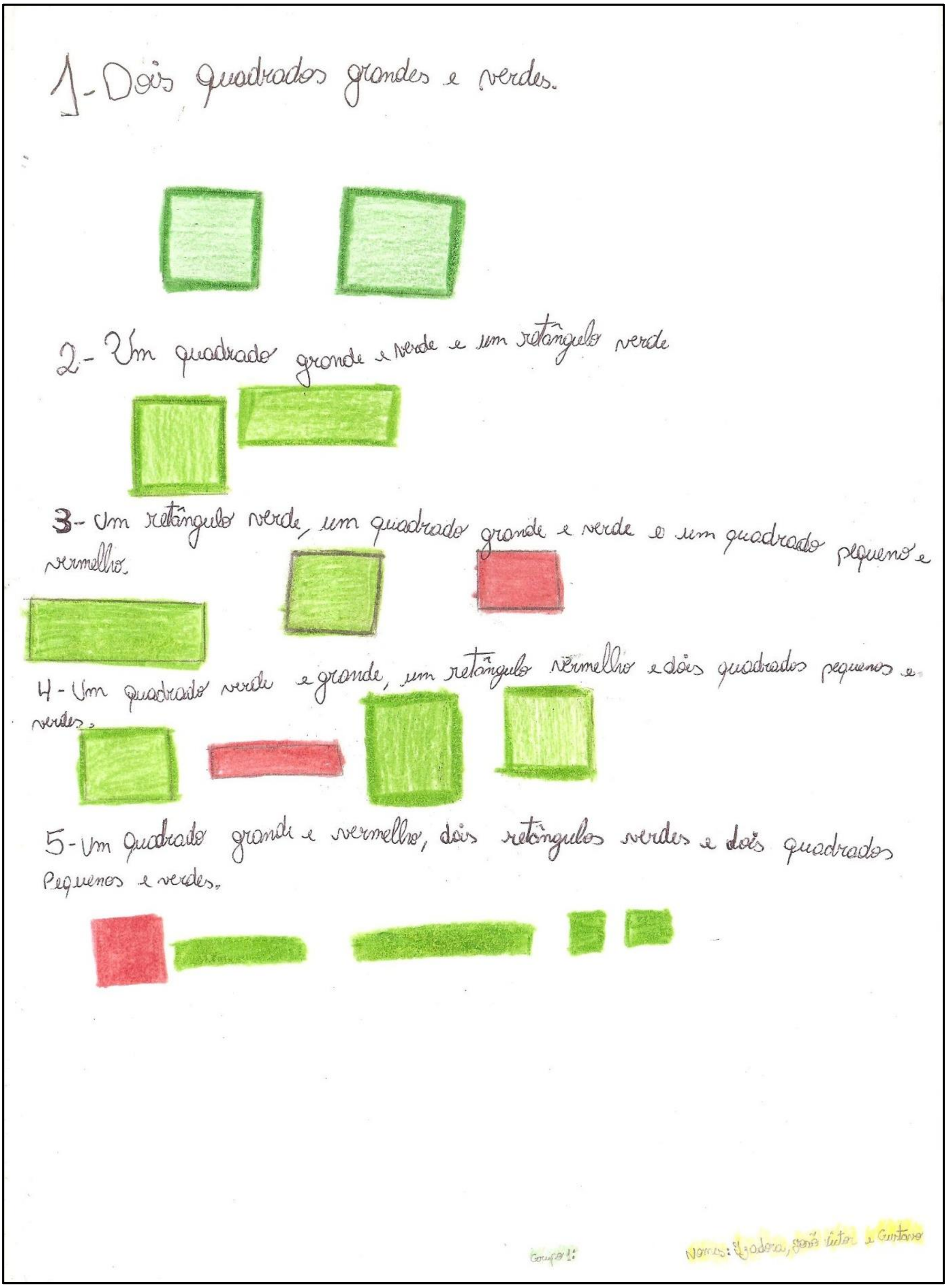

Expressão
Alegria


Expressão de amor


Expressão pensativa
Nome: Alexandre Borges

APÊNDICE B - Representação das expressões, através das figuras geométricas





1- Dois quadrados grandes e verdes.

2- Um quadrado grande e verde e um retângulo verde

3- Um retângulo verde, um quadrado grande e verde e um quadrado pequeno e vermelho.

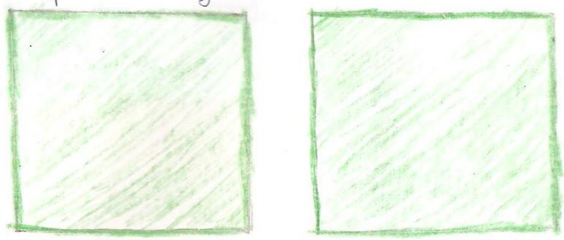
4- Um quadrado verde e grande, um retângulo vermelho e dois quadrados pequenos e verdes.

5- Um quadrado grande e vermelho, dois retângulos verdes e dois quadrados pequenos e verdes.

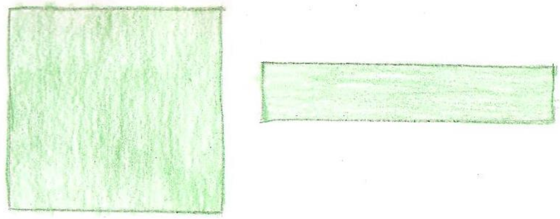
Grupo 1:

Nomes: Izadora, João Victor e Gustavo

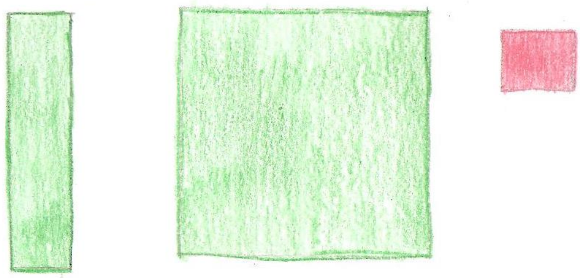
1) Dois quadrados grandes e verdes.



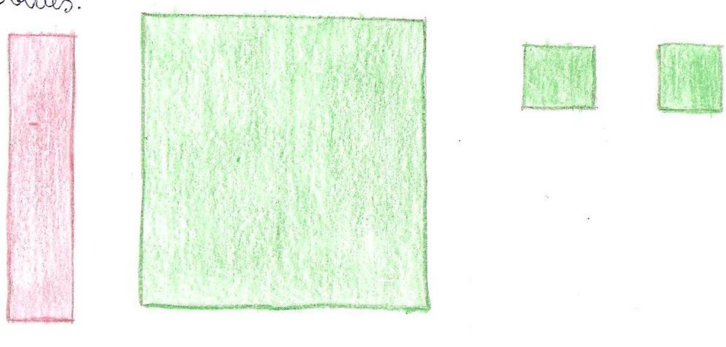
2) Um quadrado grande e verde e um retângulo verde.



3) Um retângulo verde, um quadrado Grande e verde e um quadrado pequeno e vermelho.

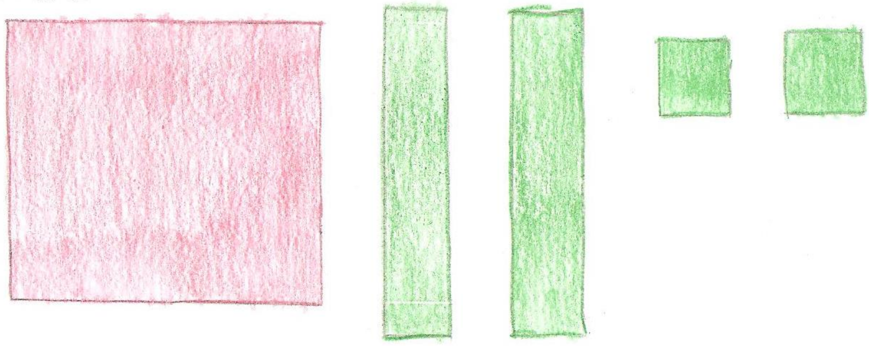


4) Um quadrado verde e grande, um retângulo vermelho e dois quadrados pequenos e verdes.

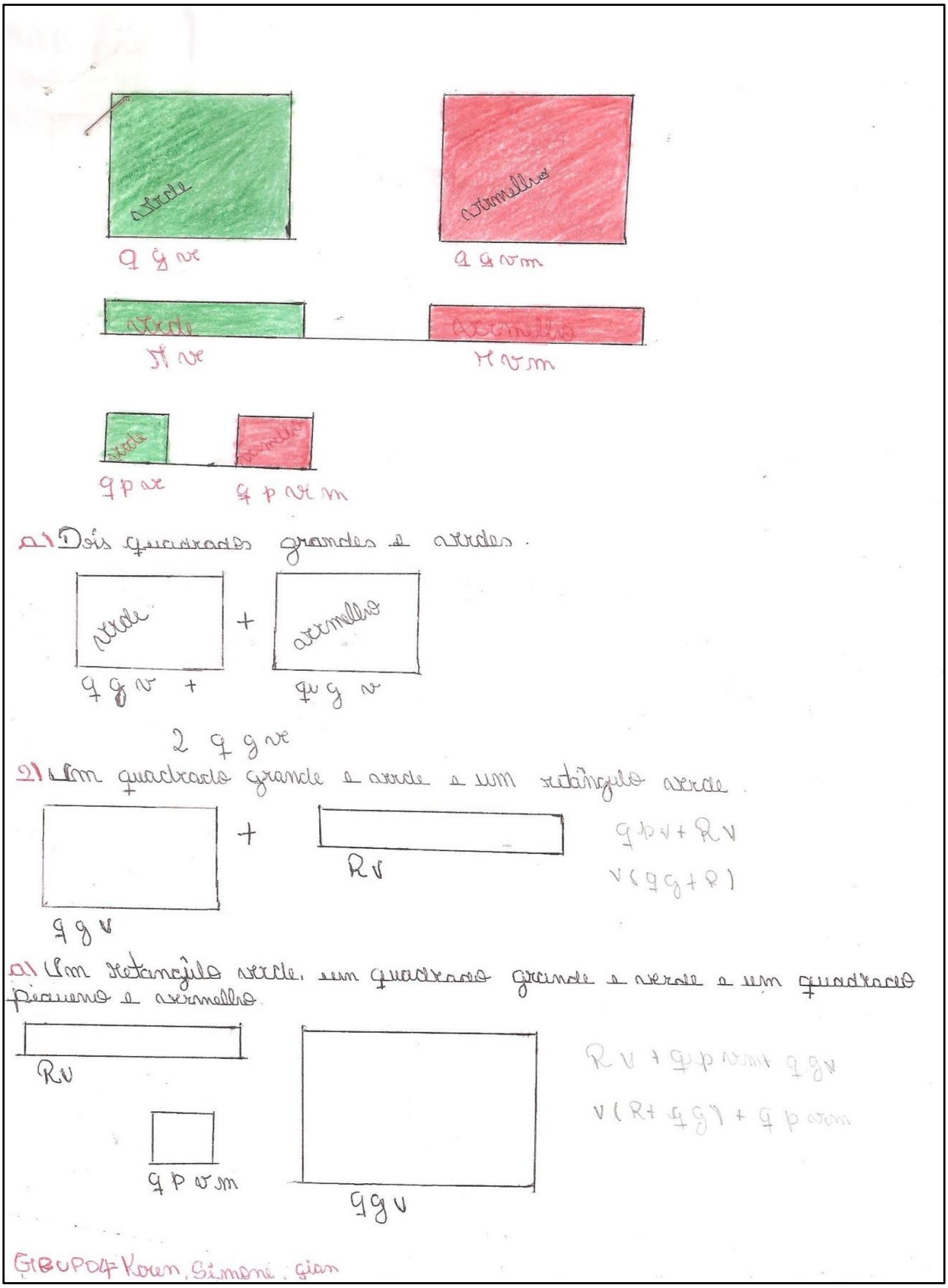


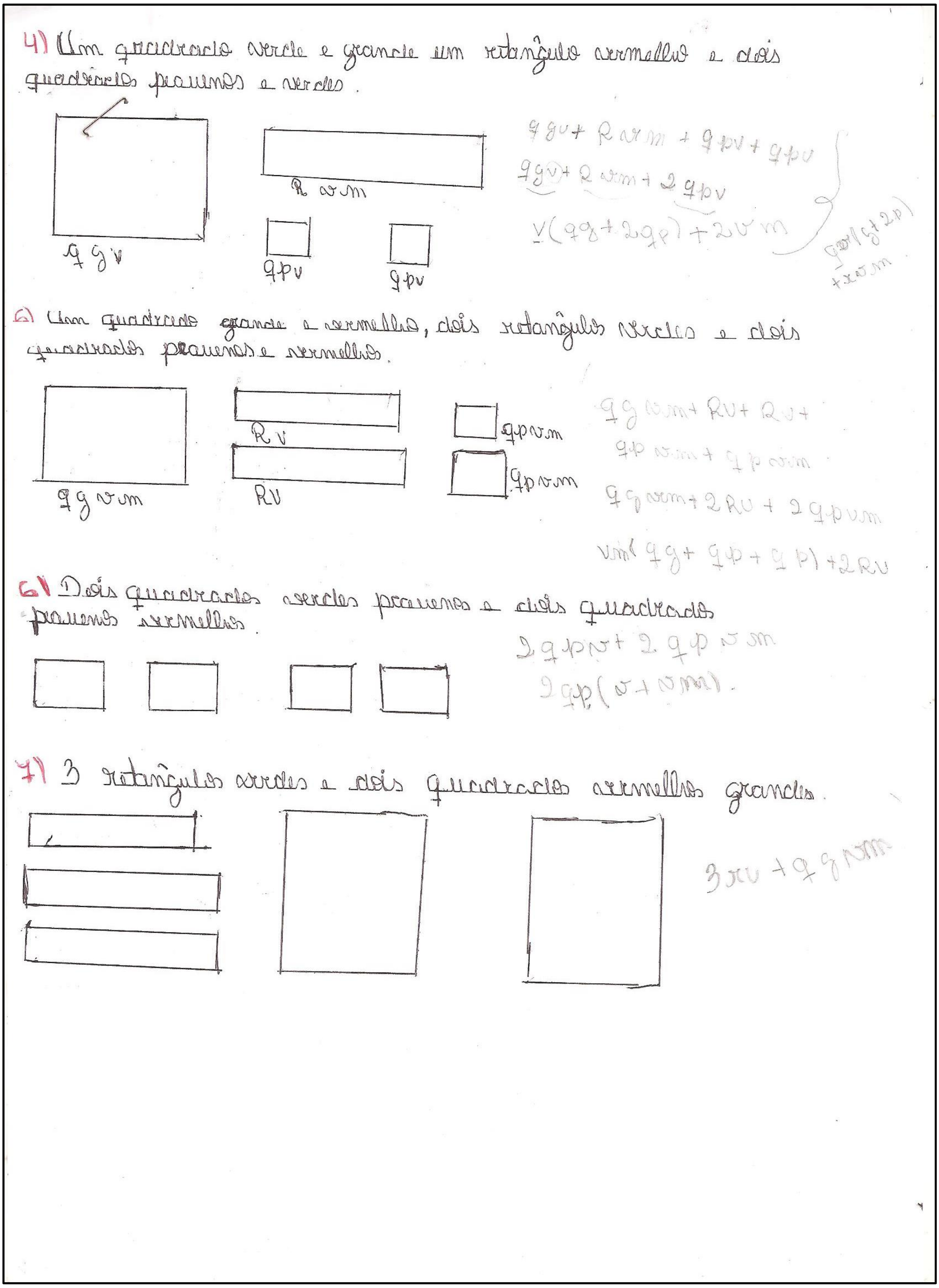
Grupo 5, Letícia, Denise, Alexandre –

5) Um quadrado grande e vermelho, dois retângulos verdes e dois quadrados pequenos e verdes.

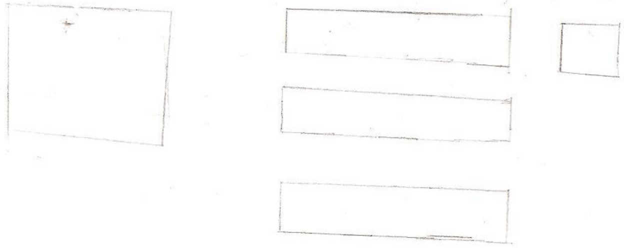


APÊNDICE C - Representação das expressões, através das abreviações das figuras geométricas planas




4) Um quadrado verde e grande um retângulo vermelho e dois quadrados pequenos e verdes.
q g v
R vm
q p v
q p v
qgv + R vm + qpv + qpv
qgv + R vm + 2 qpv
v(qg + 2qp) + 2vm
qgv(g + 2p) + rvm
5) Um quadrado grande e vermelho, dois retângulos verdes e dois quadrados pequenos e vermelhos.
q g vm
R V
R V
qp vm
qp vm
qg vm + RV + RV + qp vm + qp vm
qg vm + 2 RV + 2 qp vm
vm(qg + qp + qp) + 2RV
6) Dois quadrados verdes pequenos e dois quadrados pequenos vermelhos.
2 qpv + 2 qp vm
2qp(v + vm).
7) 3 retângulos verdes e dois quadrados vermelhos grandes.
3rv + qg vm

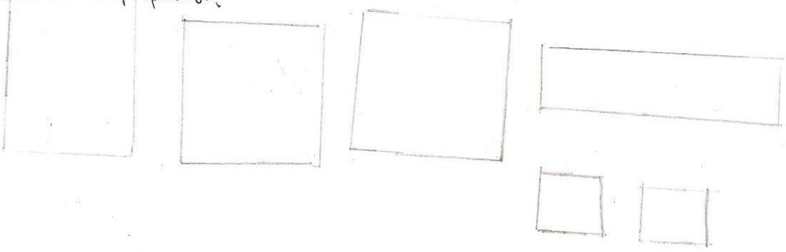
8) Um quadrado verde e grande 3 retângulos vermelhos e um quadrado pequeno e verde.



q gv + 3 r vm + q pv

q(g + p) + 3 r vm.

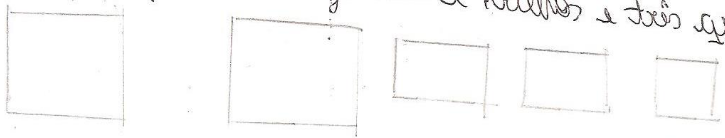
9) 3 quadrados vermelhos e grandes um retângulo verde e 2 quadrados verdes e pequenos.



3 q g vm + 1 r v + 2 q pv

q(3 g vm + 2 pv) + 1 r v

10) Dois quadrados grandes e vermelhos e três quadrados pequenos e verdes



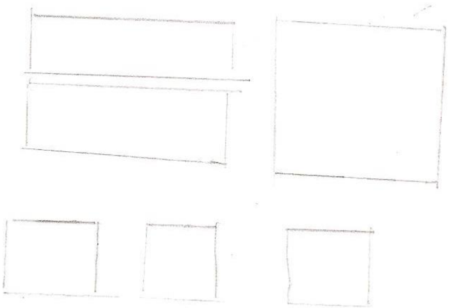
2 q g vm + 3 q pv

q(2 g vm + 3 pv) evidência

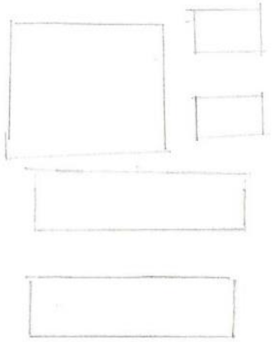
11) Dois retângulos verdes, um quadrado grande verde e três quadrados pequenos e vermelhos.

2 r v + q gv + 3 q p vm

q(gv + 3 p vm) + 2 r v.



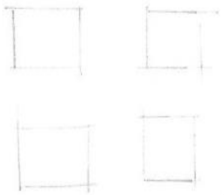
12) Um quadrado grande e verde, dois quadrados pequenos e verdes um retângulo verde e um retângulo vermelho.



q g v + 2 q p v + r v + r vm

v + (q g + 2 q p + r) + r vm

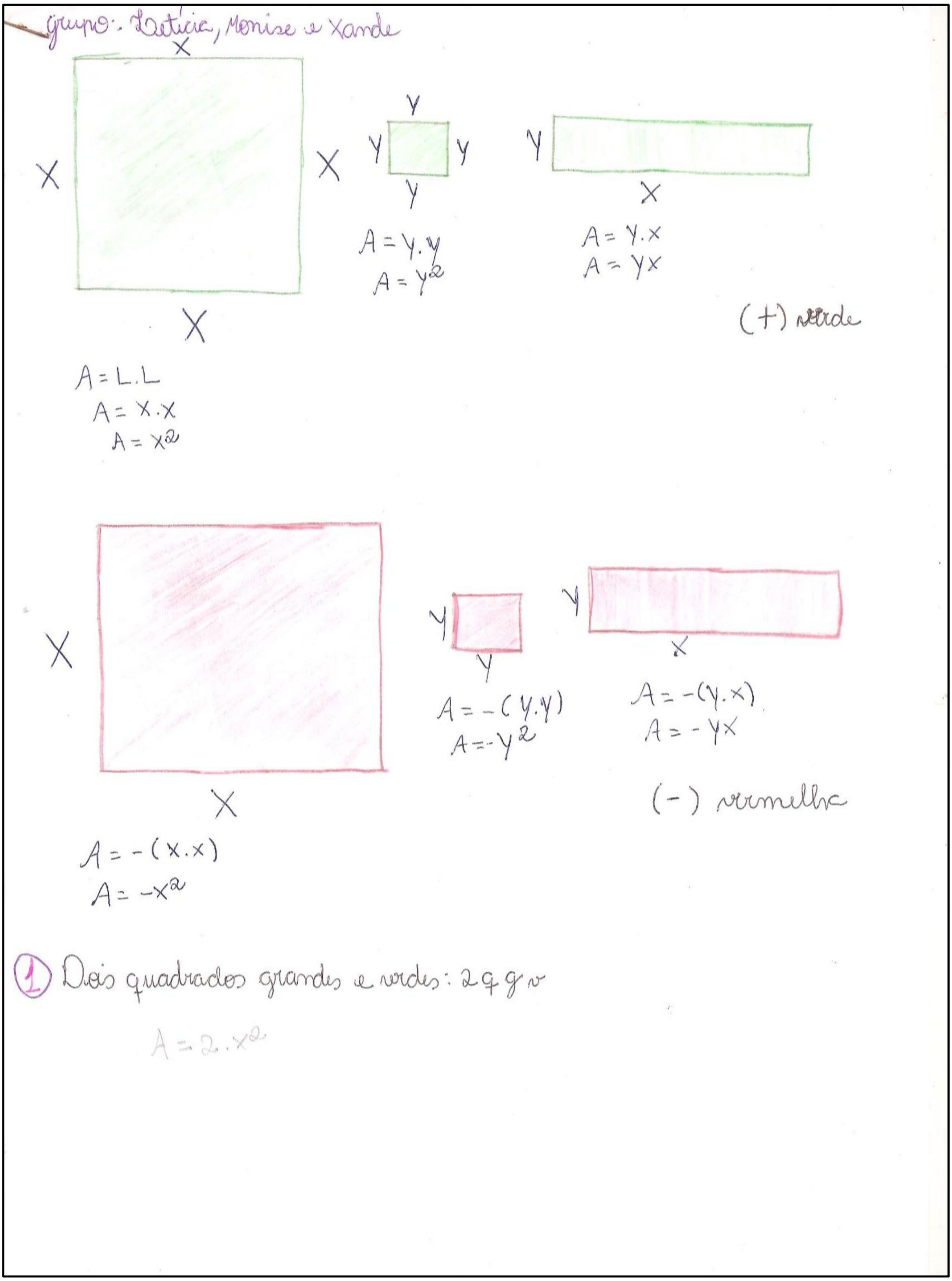
13) Dois quadrados pequenos e dois quadrados pequenos vermelhos.



2 q v p + 2 q p vm

2 q p (v + vm).

APÊNDICE D - Representação das expressões através das letras correspondentes à medida dos lados das figuras geométricas planas



(2) Um quadrado grande e verde, um retângulo verde: 1qgv, 1rv

$A = x^2 + y \cdot x$

$A = x(x+y)$

(3) Um retângulo verde, um quadrado grande verde, um quadrado pequeno e vermelho: 1rv, 1qgv, 1qpvm

$A = yx + x^2 + (-y^2)$

$A = yx + x^2 - y^2$

$A = y(x-y) + x^2$

(4) Um quadrado grande e verde, um retângulo vermelho e dois quadrados pequenos e verdes.

$A = x^2 + yx + y^2 + y^2$

$A = x^2 + yx1$

(5) Um quadrado grande e vermelho, dois retângulos, verdes e dois quadrados pequenos e vermelhos.

$A = -x^2 + 2yx$

$x(2y)$

(6) Dois quadrados verdes pequenos e dois quadrados pequenos vermelhos.

$A = 2y^2 + (-2y^2)$

$2y^2(\overset{v}{1} - \overset{vm}{1})$

(7) 3 retângulos verdes e dois quadrados vermelhos grandes.

$A = 3xy + (-2x^2)$

$A = x(3y + (-2x))$

(8) Um quadrado verde e grande, 3 retângulos vermelhos e um quadrado pequeno verde.

$A = x^2 + (-3yx) + y^2$

$y((-3x) + y) + x^2$

(9) 3 quadrados vermelhos e grandes; um retângulo verde e 2 quadrados verdes e pequenos.

$A = (-3x^2) + yx + 2y^2$

verm

$y(x + 2y) + (-3x^2)$

(10) Dois quadrados grandes e vermelhos e três quadrados pequenos e verdes.

$A = (-2x^2) + 3y^2$

(11) Dois retângulos verdes, um quadrado grande verde e três quadrados e vermelhos.

$A = -2yx + x^2 + (-3y^2)$

$x(2y + \cancel{x}) + (-3y^2)$

(12) Um quadrado grande e verde, dois quadrados pequenos e verdes, um retângulo verde e um retângulo vermelho.

$A = x^2 + 2y^2 + yx + (-yx)$

$y(2y + x + (-x)) + x^2$

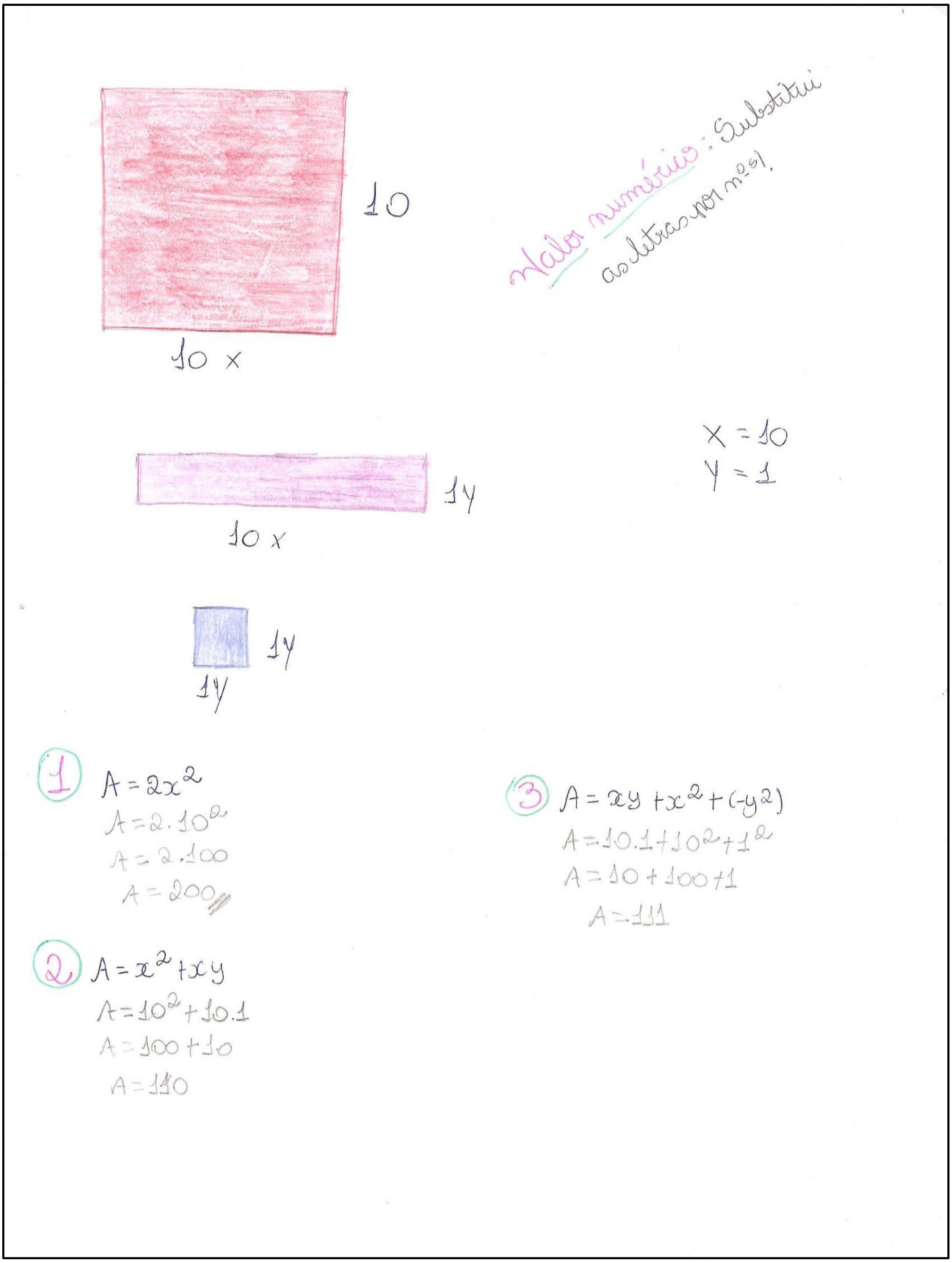
(13) Dois quadrados verdes e pequenos e dois quadrados pequenos vermelhos.

$A = 2y^2 + (-2y^2)$

ve verm

$2y^2(1 - 1)$

APÊNDICE E - Substituição das letras pelo valor das medidas de cada lado das figuras geométricas planas



APÊNDICE F - Avaliação aplicada na turma

E. M. E. F. LUCIANO ANTÔNIO DONDÉ	Escola Municipal de Ensino Fundamental Luciano Antônio Dondé **Avaliação de Matemática** Conteúdo: Expressão Algébrica - Polinômios Professora Titular: Sheila Mendes de Figueiredo Professora Estagiária: Sheila Mendes de Figueiredo	**NOTA:** ________

Nome: ________________________________Ano: 8º ano Turma: única Data:__/__/_____

Instruções:
- → A atividade avaliativa é individual e sem consulta ao material.
- → As questões devem apresentar desenvolvimento claro.
- → A avaliação contém 3 questões e seu valor total é 8, sendo que cada questão tem o mesmo valor, ou seja, 2,7 cada.
- → O tempo de realização da prova é de dois períodos.

1) Classifique as expressões algébricas, conforme o número de termos em monômio, binômio, trinômio, ou polinômios:

a) $2xy^2$ ________________________________

b) $4ab + x^2 - 3xy$ ________________________________

c) $6x^3 - y^5 - 7zt + 2x^2y^3z^4$ ________________________________

d) $5a + 2b - 4a^2b - ab^2$ ________________________________

e) $tz^3 + zv^3$ ________________________________

2) Coloque em evidência, se possível, as expressões algébricas:

a) $x^2 + xy + b$

b) $cd + 3d^2 + a$

c) $ij + jd + 5a$

d) $kh + jhi + 4bdf$

3) Encontre o valor numérico de cada expressão algébrica, sendo $a = 0$, $b = 1$, $x = -1$ e $y = 2$:

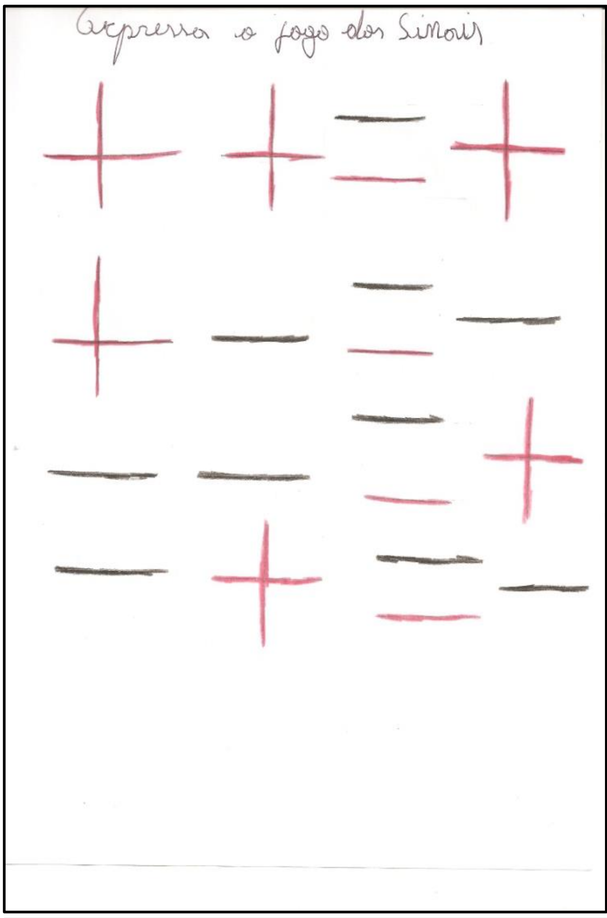
a) $ab + x^2y - b^3y$

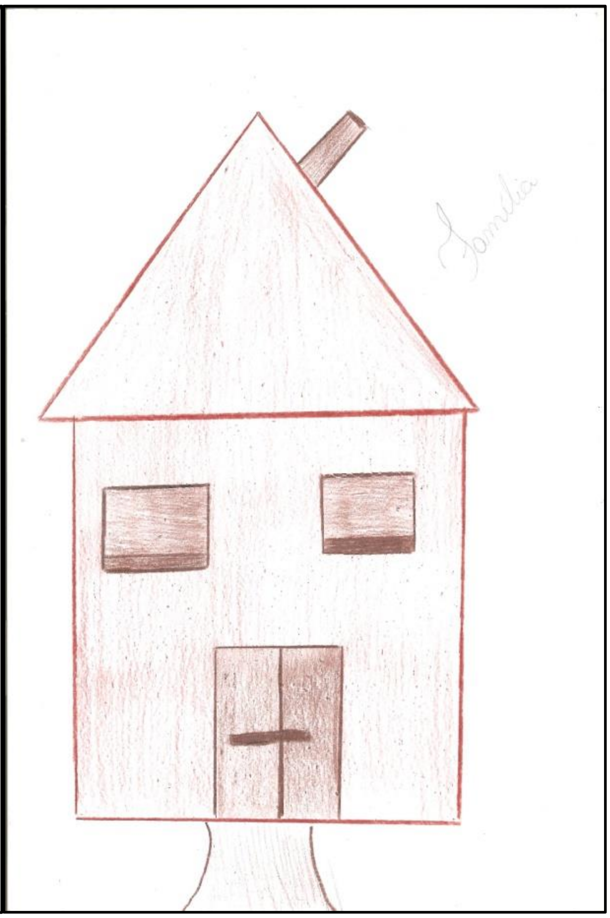
b) $3xy + 4a^3 - 2b^2 - y$

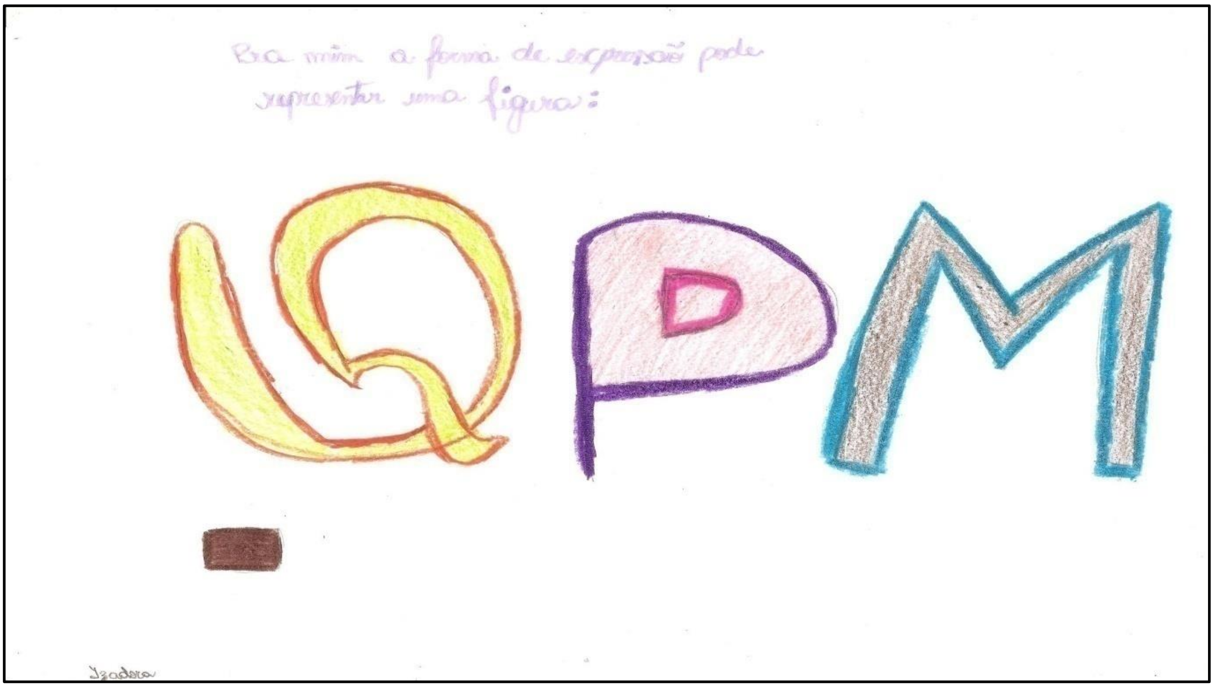
c) $3ay^3 - 4bx$

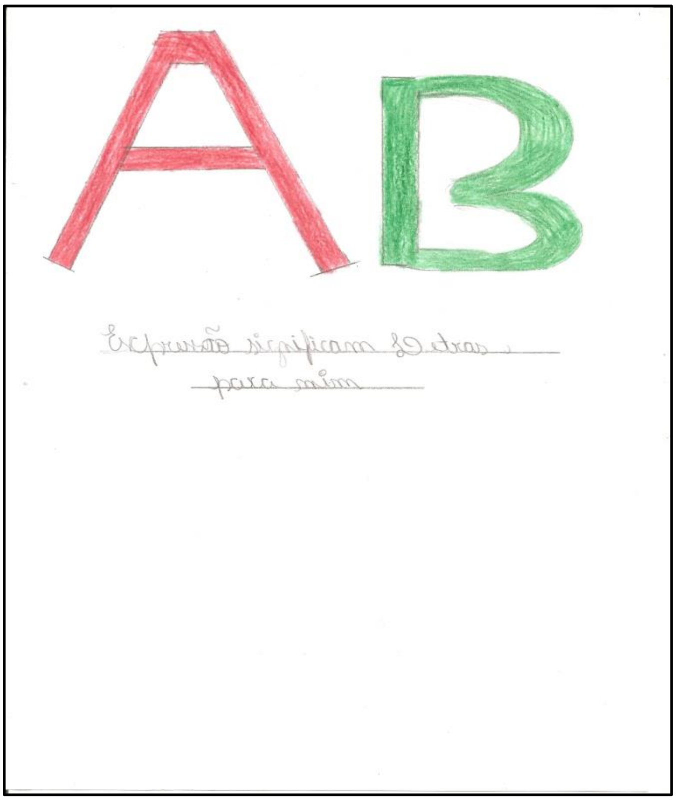
d) $2bxy + 3x^3 - y^2x - ab^2$

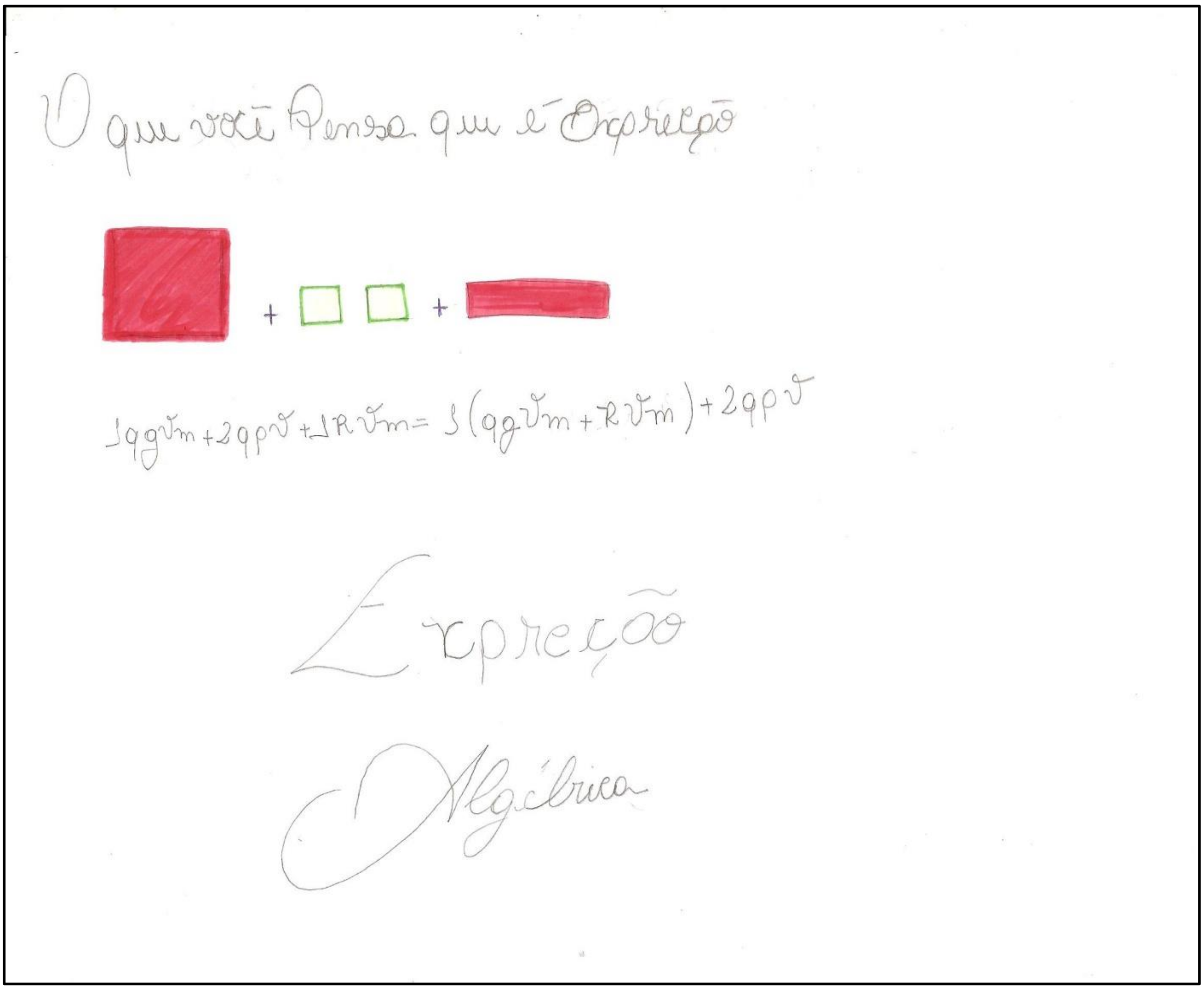
APÊNDICE G - Desenhos realizados pelos alunos, após a aplicação do produto educacional



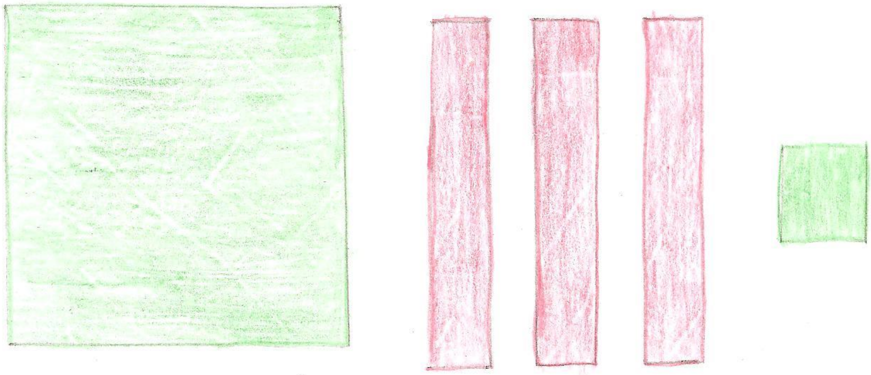





AB
Expressões significam Letras para mim


O que você Pensa que é Expreção
+ +
1qgvm + 2qpv + 1Rvm = 1(qgvm + Rvm) + 2qpv
Expreção
Algébrica

1 1 quadrado grande e verde, 3 retângulos vermelhos e 1 quadrado pequeno verde.



qgv + 3rvm + qpv

Para mim, a forma de expressão, representa as expressões algébricas.

Letícia


$2xy + x^2 - a^2 x$
Expressão
Algébrica
Expressão de paixão

ANEXO A - Autorização para aplicação do produto educacional

<u>AUTORIZAÇÃO</u>

Eu, ..., responsável pelo Aluno(a) .... autorizo a professora Sheila Mendes de Figueiredo a utilizar gravações ou imagens do mesmo para avaliar resultados referentes ao seu trabalho de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo.

Grata

Sheila Mendes de Figueiredo

ANEXO B - Atestado de aplicação do produto educacional

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL
LUCIANO ANTÔNIO DONDÉ
Av. Laurindo Centenaro, 315 Bairro: Centro
São José do Ouro –RS CEP-99870-000

ATESTADO

Atestamos para os devidos fins que a professora Sheila Mendes de Figueiredo, realizou estágio nesta Escola, relacionado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo RS, totalizando 16 encontros

Flavia de Paula
Secretária

Escola Municipal de Ensino
Fundamental Luciano Antônio Dondé
Início de Funcionamento 09/03/2005
Decreto de Criação nº 017/06/77
Portaria de Autorização e
Funcionamento nº 966/92 de 08/12/1992
Alteração de Designação nº 1015/99 de
01/02/1999
São José do Ouro - RS

PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional encontra-se disponível nos endereços:
<http://docs.upf.br/download/ppgecm/Sheila_PRODUTO.pdf>
<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/553543>

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS: UMA SEQUÊNCIA COM AUXÍLIO DE GEOMETRIA PLANA E ARITMÉTICA

AUTORES:
SHEILA MENDES DE FIGUEIREDO
LUIZ HENRIQUE FERRAZ PEREIRA

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

F475e Figueiredo, Sheila Mendes de
Expressões algébricas [recurso eletrônico]: uma sequência com auxílio de geometria plana e aritmética / Sheila Mendes de Figueiredo, Luiz Henrique Ferraz Pereira. – Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2019.
5.3 Mb ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.
ISSN 2595-3672
Modo de acesso gratuito: <http://www.upf.br/ppgecm>
Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Expressões algébricas. 3. Geometria plana. 4. Aritmética. 5. Didática. I. Pereira, Luiz Henrique Ferraz. II. Titulo. III. Série.

CDU: 372.851

Bibliotecária responsável Jucelei Rodrigues Domingues - CRB 10/1569

Este manual é um produto educacional, destinado à professores de matemática que trabalham com alunos do 8º ano do ensino fundamental, para auxiliar no estudo de Expressões Algébricas, desenvolvido através dos passos da Engenharia Didática, conforme Artigue (1996), apresenta com quatro fases norteadoras, a saber:

1 - análise preliminar; segundo Pais (2001) procura-se, inicialmente, fazer uma sondagem sobre o que os alunos conhecem sobre o assunto a ser estudado. Podendo observar o conhecimento empírico, entendo os possíveis problemas, levando-os para a montagem das sequências didáticas de modo a considerar o conhecimento prévio, fazendo ficar mais acessível para a formação do novo conceito a ser formado.

2 - concepções e análise a priori; A segunda fase da engenharia didática conforme Pantoja (2007, p.7) consiste numa análise a priori que se faz sobre o saber em estudo. Nela estão presentes duas etapas que são a de descrição do objeto e outra de previsão de melhorias para o processo de ensino e aprendizagem onde são apontadas problemáticas referentes ao objeto de estudo e são construídas hipóteses que serão verificadas na prática investigativa da proposta didática a ser elaborada.

3 - aplicação da sequência didática; Nessa fase, Pantoja (2007,p.8) menciona que a sequência didática proposta deverá ser desenvolvida através de uma abordagem metodológica que privilegie a criticidade e a reflexão numa perspectiva de construção de um saber consciente e indagador.

4 - análise a posteriori e validação; Segundo Pantoja (2007, p. 10) esta fase se apoia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação constante das observações realizadas durante cada sessão de ensino bem como das produções dos alunos feitas em classe ou fora dela. Nela é verificado se o aprendizado foi consolidado e se a autonomia intelectual foi alcançada determinando assim a validação, ou não, da sequência didática empregada.

Tendo como suporte a Teoria Sócio- Histórica de Lev Vygotsky, onde é necessário a evolução do conceito espontâneo para o conceito científico dos alunos, onde segundo Vygotsky (1979), afirma que o primeiro conceito é adquirido no contexto cotidiano a partir de referentes concretos. Já o segundo é adquirido, por meio do ensino, pela atribuição de significados em uma estrutura conceitual.

Este trabalho foi desenvolvido como produto educacional da dissertação de Ensino de Expressões Algébricas com auxílio de Geometria Plana e Aritméticas, do mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo.

Este produto educacional está estruturado com atividades previstas para 16 encontros, de duas horas cada, totalizando 8 momentos. Para realizá-la é preciso que os alunos já possuam conhecimentos relacionados aos cálculos de áreas de figuras geométricas planas, em especial quadrado e retângulo, bem como conhecimentos sobre equações algébricas. Tais pré-requisitos os ajudarão a formar os conceitos necessários para resolver as operações que aparecem envolvendo polinômios, com diferentes graus.

A seguir são apresentados os objetivos e alguns aspectos metodológicos adotados.

1 - OBJETIVOS

Objetivo Geral: Oportunizar condições para a compreensão do conceito de expressões algébricas e sua operacionalização, através de uma sequência didática, envolvendo geometria plana e aritmética, visando o aprimoramento do pensamento algébrico dos alunos envolvidos.

Objetivos Específicos:

- Diferenciar expressão algébrica de expressão numérica;
- Analisar e representar situações diversas, envolvendo a ideia de expressão;

2 - METODOLOGIA

- Aula expositiva e dialogada, com a participação dos alunos em atividades de questionamentos com o propósito de definir o conceito de expressão algébrica.
- Atividades interativas, nas quais será utilizado material manipulativo (figuras geométricas), como estratégias para auxiliar na formação dos conceitos algébricos, buscando a generalização dos mesmos.
- Os recursos utilizados, além do quadro branco, serão figuras geométricas: quadrados grandes e pequenos e retângulos, com cores diferentes, o que estará detalhado a seguir.

SUMÁRIO

1.1 ROTEIRO DE ATIVIDADES - MOMENTO 1

Este momento está previsto para dois períodos de aula.
Comece a atividade fornecendo a cada aluno uma folha em branco (pode ser sulfite).
Peça à eles, que representem, através de um desenho, o que lhes parece o significado de "expressão".

Atenção professor, pois nesse momento podem surgir inúmeras dúvidas por parte dos alunos, de como representar tal palavra. Sendo assim deve explicar que eles devem representar na folha o que vem em suas mentes, quando ouvem ou pronunciam a palavra expressão!"

Caro professor, talvez ocorra nesse momento troca de ideias entre os alunos. Pode permitir. No entanto não aceite que copiem um dos outros, pois dessa forma perderia o sentido da atividade. Lembre-se que o que se deseja é saber a opinião individual de cada aluno para a palavra "expressão".

Ao findar tal atividade deve-se questionar:

"Então qual o significado da palavra "expressão" para vocês?"

Perguntar aos alunos: "No dia a dia de cada um de vocês, quais os tipos de expressões que comumente vocês conhecem ou ouvem?" Após algum tempo, se nenhum aluno comentar, ajude-os a se lembrarem das expressões faciais e instigá-los a representar algumas e qual seu significado. Como por exemplo: expressões de alegria, zangado, preocupado, entre outras.

Através do diálogo o professor deverá induzir para a seguinte classificação

Devem classificar as expressões em linguísticas, físicas, facial, dando exemplos de pessoas de bom humor, felizes, tristes, bravas, animadas, apaixonadas, desiludidas pessoas que demonstram fisicamente cansaço, enfim inúmeros modos de expressões.

No diálogo que se seguirá, pode-se pedir que dêem exemplos de expressões de seus conhecimentos que ainda não foram mencionadas. Pode pedir ainda que demonstrem aos seus colegas algumas delas, sendo que os mesmos deverão adivinhar.

Professor, deixe um tempo que os alunos realizem tal atividade, colocando-os em dupla, para que pensem em expressões variadas. Peça que um da dupla adivinhe a expressão de seu colega e, em seguida, o outro colega.

Após essa troca de conhecimento, pode questioná-los:

"– E matematicamente, como vocês podem se expressar? É possível?"

"Nesse momento, deve ser observado as manifestações dos alunos."

Para que os alunos comecem a entender que na matemática encontramos expressões você também pode fazer uso do seguinte exemplo:

"– Estando uma pessoa ao supermercado, ela resolve comprar 3 pacotes de bolacha, 1 barra de chocolate, 4 pacotes chicletes e 2 refrigerantes! Chegando ao caixa, sendo os valores respectivos, R$3,20 um pacote de bolacha, R$ 3,99 uma barra de chocolate, R$ 1,50 um pacote de chicletes e R$ 3,89 refrigerante; quanto deverá pagar pela compra?"

Dê um tempo para que os alunos resolvam a situação da compra no supermercado em duplas ou trios, dependendo no número de alunos da turma. A situação proposta pode estar escrita no quadro para facilitar a resolução. Em seguida deverá ser solicitado para que sejam discutidas, as soluções encontradas, no grande grupo, podendo, professor, se necessário, relembrar as operações matemática necessárias para a solução da situação, sanando ainda dúvidas que poderão surgir.

Professor, após a realização da tarefa pelos alunos, você também deverá fazer a resolução no quadro, pedindo aos alunos auxílio para realizar os cálculos, sanando as possíveis dúvidas.

Espera-se que cheguem à seguinte expressão:

3. 3,20+ 1. 3,99+ 4. 1,50+ 2. 3,89

Que resulta em: R$27, 37.

OBS: Os valores dos produtos podem variar de acordo com o diálogo estabelecido com a turma.

Devem ser feitos outros exemplos propondo a troca de quantidades dos produtos apenas. Ao findar das atividades, se fará o seguinte questionamento:

"– Por que teremos valores diferentes a pagar?"

Professor, nesse momento, a intenção é levar nossos alunos a intuir a seguinte conclusão: para cada tipo de compra, ter um preço total, este dependerá da quantidade e do valor dos produtos a serem comprados. Esta escrita então será um exemplo de expressões matemáticas.

Findando o primeiro encontro.

1.2 ROTEIRO DE ATIVIDADES - MOMENTO 2

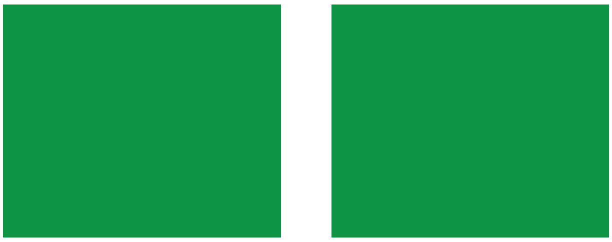
Este momento está previsto para dois períodos de aula.

É preciso dividir a turma em trios para que se possa realizar algumas atividades. Será necessária a utilização de figuras geométricas em forma de retângulos (10cm x 1cm) e quadrados (10cm x 10cm) e (1cm x 1 cm), de duas cores cada tamanho (vermelho e verde), sendo que a cor verde identificará os termos positivos nas expressões algébricas e os de cor vermelha, os negativos

ATIVIDADE 1) Dois quadrados grandes e verdes.

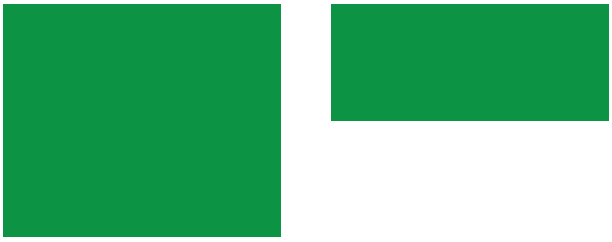
Usando as formas geométricas disponibilizadas pelo professor, deverá ser solicitado que os alunos montem em suas classes algumas situações (conforme apresentado a seguir), que também estarão representadas no quadro. Ao juntar tais figuras, esta justa posição representará as expressões propostas. Depois disso, os alunos deverão reproduzir as figuras em seus cadernos e também colorir para o registro da atividade.

Espera-se que seja reproduzido, a seguinte reposta pelos alunos



ATIVIDADE 2) Um quadrado grande e verde e um retângulo verde.

Resposta:



ATIVIDADE 3) Um retângulo verde, um quadrado grande e verde e um quadrado pequeno e vermelho

Resposta:

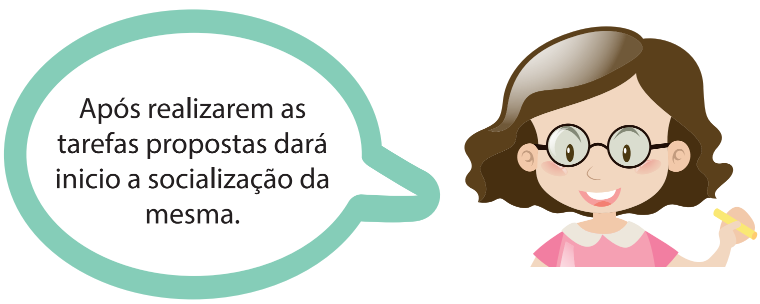
ATIVIDADE 4) Um quadrado verde e grande, um retângulo vermelho e dois quadrados pequenos e verdes.

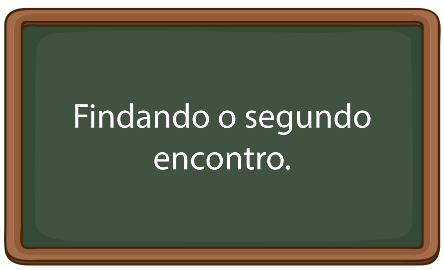
Resposta

ATIVIDADE 5) Um quadrado grande e vermelho, dois retângulos verdes e dois quadrados pequenos e vermelhos.

Resposta

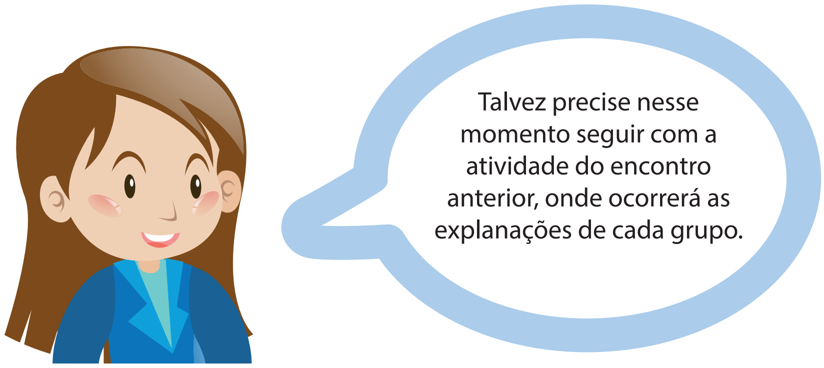
Em seguida, cada trio deve elaborar duas expressões com o material disponível, diferentes das atividades anteriores, sendo que, depois, os colegas deverão resolvê-las e registrar em seus cadernos como as anteriores.



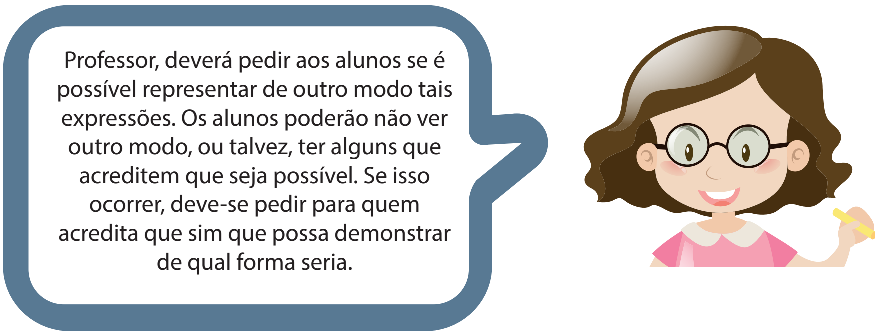


1.3 ROTEIRO DE ATIVIDADES - MOMENTO 3

Este momento está previsto para dois períodos de aula.



Para dar continuidade ao trabalho inicialmente deve ser propiciado um momento de debate com os alunos sobre suas considerações e sobre o que foi desenvolvido. O professor deve registrar no quadro as cinco primeiras questões propostas aos alunos, ainda do encontro anterior, bem como se sugere, colocar algumas que foram elaboradas



Depois de um tempo para a troca de questionamentos, mostrará que uma das alternativas pode ser a abreviada, ou melhor, dizendo, simplificada.

Para representar as situações propostas de maneira mais simplificada, o professor poderá seguir o uso de abreviação das palavras que caracterizam as formas geométricas e suas cores, através da letra inicial, sugerindo que possa ser substituída da seguinte maneira: quadrado (q), grande (g), verde(v), ou então um quadrado (q), pequeno (p), vermelho (vm), retângulo (r) e assim por diante.

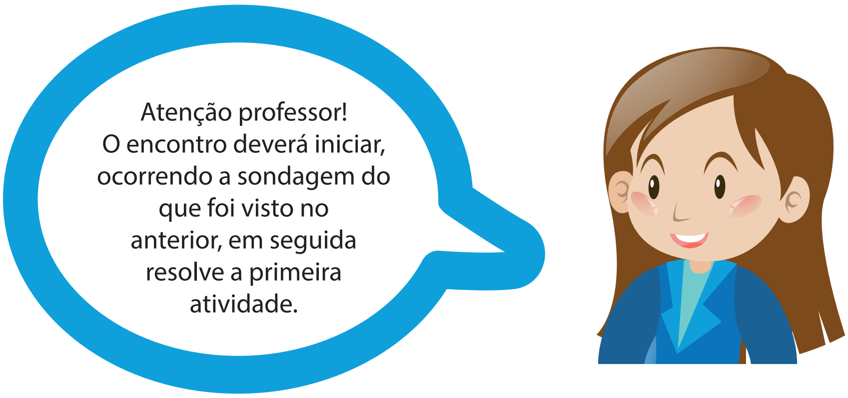
Caso aceitem tal proposta, seguirá a realização das atividades, que deverá ser efetivada conforme descrito a seguir.

O professor também deve seguir o uso de, sinais de adição para que faça a união das figuras, devido à utilização de mais de uma, instigando-os ainda pelo motivo de, em algumas expressões, encontrarmos figuras de mesma natureza (cor, tamanho e forma), devendo-se fazer a junção das mesmas.

Findando o terceiro encontro.

1.4 ROTEIRO DE ATIVIDADES - MOMENTO 4

Este momento está previsto para dois períodos.



Considerando que os estudantes, após a retomada das tarefas do encontro anterior, já conseguiram representar.

ATIVIDADE 1) Dois quadrados grandes e verdes.

Em seguida, o professor deve questioná-los se é possível juntar duas figuras ou mais. E como isso seria possível?

• Assim, espera-se que os alunos pensem da seguinte forma:

1 q g v   *1 q g v*

Logo

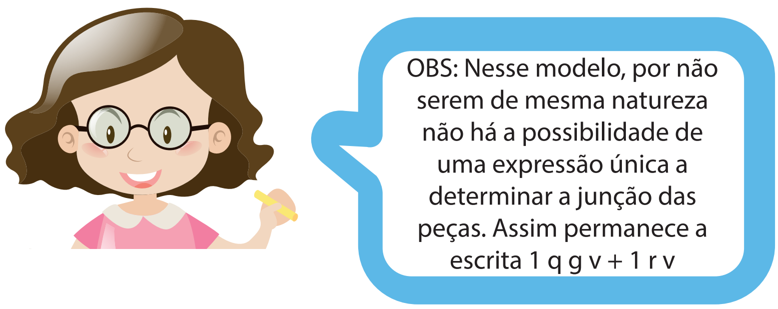
1 q g v + 1 q g v = 2 q g v

OBS: Devido às figuras serem de mesmas naturezas, elas poderiam ser unidas em uma única expressão (2 q g v).

O mesmo questionamento deve ser feito para os demais casos, e as conclusões anotadas por eles.

ATIVIDADE 2) Um quadrado grande e verde e um retângulo verde.

1 q g v   *1 r v*



ATIVIDADE 3) Um retângulo verde, um quadrado grande e verde e um quadrado pequeno e vermelho.

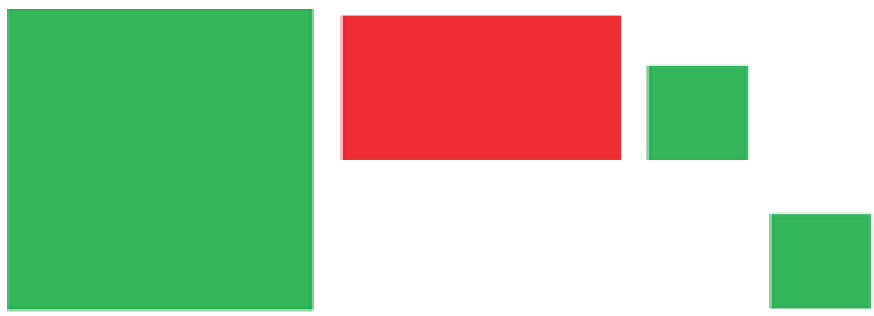
→ 1 r v   1q g v   1q p vm

Sendo apresentadas nessa atividade peças que não possuem a mesma natureza, não ocorre a junção das mesmas, impedindo de apresentar uma única expressão. Desse modo, permanece a escrita:
1 r v + 1 q g v + 1 q p vm 1 rv + 1q (gv +p vm)

Atenção Professor !

Nesse momento você também pode ajustar ao alunos a perceberem que existem elementos semelhantes com os quais se pode fazer uma junção, aparecem duas figuras de mesma forma, na qual essa característica pode se unir a outra: 1rv + 1q(gv + p vm) outro modelo pode ser v (1r + 1qg) + 1 q p vm: a esse fato damos o nome de evidência, em que se coloca em evidência o elemento que encontramos repetido, entre parentes
permanecem o que é diferente na comparação das figuras geométrica.

ATIVIDADE 4) Um quadrado verde e grande, um retângulo vermelho e dois quadrados pequenos e verdes



⟶ *1 q g v* *1 r vm* *1q p v* *1q p v*

Apresentando figuras de mesma natureza, que é o caso dos dois quadrados, pequenos e verdes, ocorreu a junção dos mesmos. Sendo assim a expressão tem a seguinte escrita:

1 q g v + 1 r vm + 1 q p v + 1 q p v

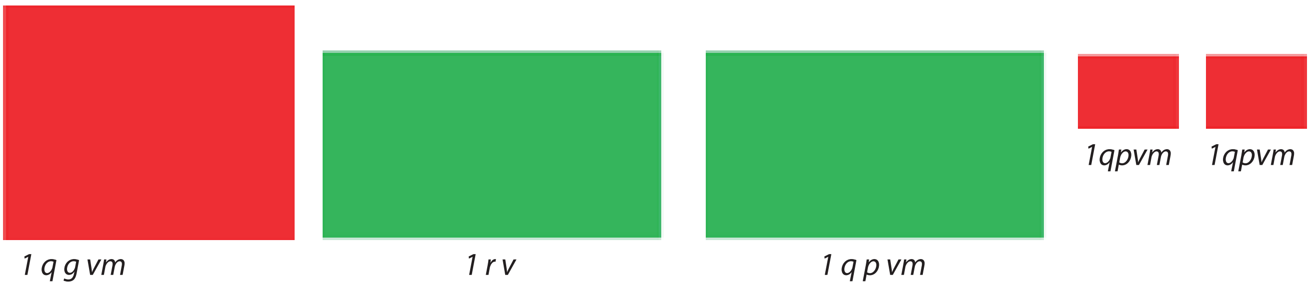
1q g v + 1 r vm + 2 q p v

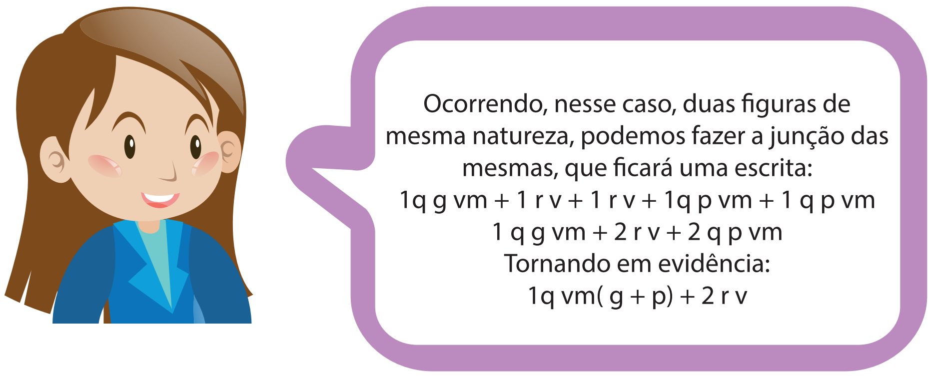
Realizando a evidência:

1 q v (g + 2p) + 1 r vm

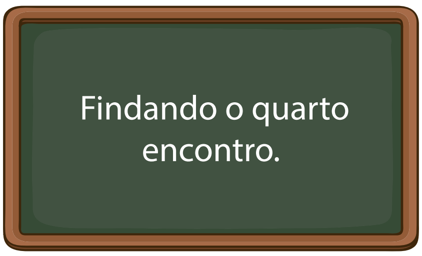
1q g v + 1 r vm + 2 q p v

ATIVIDADE 5) Um quadrado grande e vermelho, dois retângulos verdes e dois quadrados pequenos e vermelhos.





Tais atividades seguirão, considerando também as expressões que os trios criaram, anteriormente. Após um determinado período de tempo, o professor deve solicitar para os alunos que sejam compartilhadas as ideias no grande grupo, as quais serão também registradas no quadro e, sempre que houver dúvidas, deve-se ajudar a turma a saná-las.



1.5 ROTEIRO DE ATIVIDADES – MOMENTO 5

Este encontro deverá ocorrer em dois períodos, dando sequência à ideia de construir o conceito de expressões algébricas, o que seguirá através das cinco atividades vistas no decorrer dos encontros anteriores, juntamente com as outras atividades criadas pelos alunos. Deverão ser utilizadas as mesmas questões, para que, ao findar da proposta, possibilite a comparação sobre os diferentes modos de expressão.

Iniciando-se, então, com a expressão de medida da superfície (área) das figuras, sendo que os mesmos já deverão ter conhecimento das fórmulas do cálculo da área do quadrado e do retângulo, que se dá por:

Área= Lado X Lado

Com a necessidade de identificar os lados das figuras por alguma representação, após diálogo, com o propósito de inserir as letras, poderá ser sugerido que seja usado, quando for um retângulo, o lado maior representado pela letra "x" e o lado menor a letra "y". No quadrado grande, os lados poderão ser representados pela letra "x" e para o quadrado pequeno os lados poderão ser representados pela letra "y". Ocorrendo ainda a necessidade das cores também estarem representadas nas expressões, sendo que poderá para a cor verde o sinal de positivo (+) e para a cor vermelha o sinal de negativo (-), fazendo ainda a importante observação, se assim for definido, de que não existe área negativa, sendo esse sinal, neste caso, usado apenas para representar a cor.

Tendo concordância de tais sugestões, seguem as atividades

Professor, é preciso dar um tempo para que encontrem as áreas correspondentes a cada figura geométrica trabalhada. Depois, a ideia será debatida no grande grupo, quando é feito o registro no quadro, sanando possíveis dúvidas apresentadas.

Espera-se que fiquem destas maneiras as áreas, utilizando-se as letras para cada figura:


x

x


x

x

Logo:
$x . x = x^2$

$-(x . x) = -x^2$


y

x


y

x

Logo:
$x . y = xy$

$-(x . y) = -xy$


y

y


y

y

Logo:
$-(y . y) = -y^2$

$y . y = y^2$

Na sequência, cada aluno, tomando a disposição das figuras na atividade anterior, as escreverá algebricamente, tendo as áreas dessas figuras como referência. Assim, as expressões deverão ficar da seguinte maneira:

ATIVIDADE 1. Dois quadrados grandes e verdes: 2qgv
Respostas $A = 2x^2$

ATIVIDADE 2. Um quadrado grande e verde, um retângulo verde: 1qgv, 1rv
Resposta: $A = x^2 + xy$
Aplicando a evidência nesse caso:
$A = x (x+y)$

ATIVIDADE 3. Um retângulo verde, um quadrado grande verde, um quadrado pequeno e vermelho: 1rv, 1qgv, 1qpvm
Resposta : $A = xy + x^2 + (-y^2)$
Aplicando a evidência:
$A = x (y + x) – y^2$ outro modo $A = y (x - y) + x^2$

ATIVIDADE 4. Um quadrado grande e verde, um retângulo vermelho e dois quadrados pequenos e verdes: 1qgv, 1ra, 2qpv,
Resposta: $A = x^2 + (-xy) + 2 y^2$
Aplicando a evidência:
$A = x (x – y) + 2 y^2$ outro modo $A = x^2 + y (-x + 2y)$

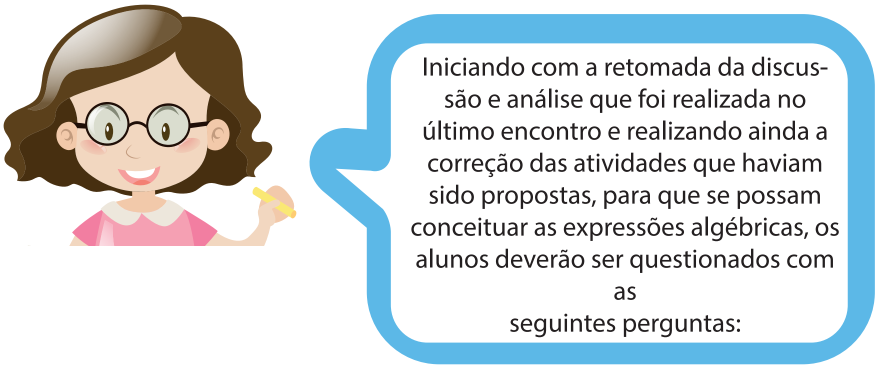
ATIVIDADE 5. Um quadrado grande e vermelho, dois retângulos verdes e dois quadrados pequenos e vermelhos: 1qgvm, 2rv, 2qpvm
Resposta: $A = - x^2 + 2xy + (-2 y^2)$
Aplicando a evidência:
$A = x (-x + 2y) – 2y^2$ outro modo $A = -x^2 + 2y (x- y)$

As atividades seguirão sendo aplicadas também nas expressões elaboradas pelos alunos. Todas registradas no quadro, para que possam ser sanadas possíveis dúvidas. Caso sobre tempo poderá ser realizada uma reflexão olhando os diferentes tipos de expressões, caracterizando o que mudou ao longo desse processo, até chegar a utilização do x e y associados aos números.

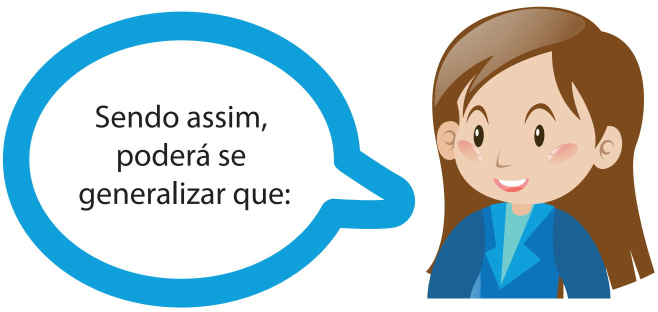
Findando o quinto encontro.

1.6 ROTEIRO DE ATIVIDADE - MOMENTO 6

Este momento está previsto para dois períodos de aula.

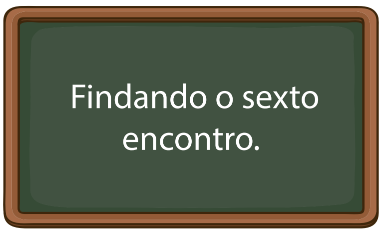


1) O que representam as letras y e x?
2) Os dois tipos de atividades representam expressões matemáticas? Qual a diferença entre as atividades?
3) Como vocês explicariam para os colegas o que é uma expressão algébrica?
4) Vocês saberiam dizer quantos termos (figuras) tem cada uma das expressões algébricas?
5) Quais as operações que separam um termo de outro numa expressão algébrica?



Expressão algébrica é formada por números, letras e operações. Por exemplo:

$1\ a^2 + 1\ ab$, em que:
1 é coeficiente linear
a^2, ab são termos algébricos
+ é operação (adição).



1.7 ROTEIRO DE ATIVIDADES - MOMENTO 7

Este momento está previsto para dois períodos de aula. Iniciando o encontro e relembrando os conceitos formados no encontro anterior

Em seguida, se deve fazer a análise de quantos termos tem cada expressão, mostrando que a quantidade de termos de cada equação corresponde a uma classificação. Dando exemplos para que se possa construir o conceito corresponde à quantidade de seus termos.

Exemplos:

ATIVIDADE 1. $A = x^2 + x^2$
$A = 2x^2$

Tem um termo, então, para um: falamos mono, e para um termo na linguagem matemática damos o nome de monômio.

ATIVIDADE 2. $A = x^2 + xy$

Para ajudá-los na compreensão dos termos utilizados, pode-se questionar os alunos:
Temos dois, certo? Como chamamos alguém que é duas vezes campeão? Bicampeão certo?
Então, para dois termos algébricos, chamamos de binômio (dois termos) na linguagem matemática.

ATIVIDADE 3. $A = xy + x^2 + (-y^2)$
$A = x^2 - y^2 + xy$
Questionar os alunos:
Chamamos de que pessoal que ganhou o jogo de futebol três vezes? Tricampeão certo?
Então, para três termos algébricos chamamos de Trinômio.

Como nas atividades inicialmente aplicadas não foi reproduzida situação que representasse um Polinômio, de quatro termos ou mais, é preciso elaborar outro exemplo contendo essas características.

ATIVIDADE 4. $A = x^2 + (-xy) + 2\,y^2 + (-\,2\,y^2)$

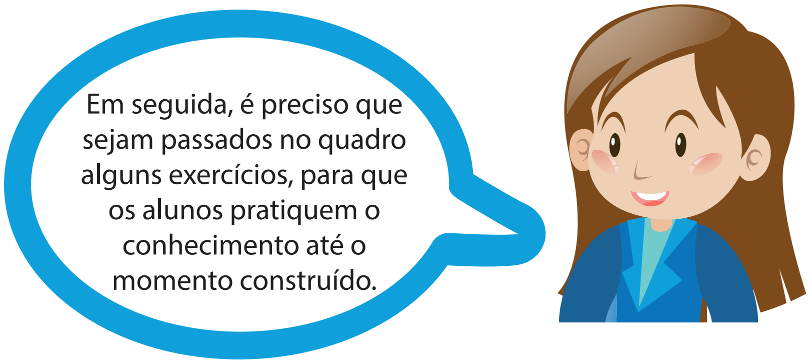
Contendo quatro termos, matematicamente, será classificado como Polinômio de quatro termos.

ATIVIDADE 5. $A = -\,x^2 + 2xy + (-2\,y^2) + (-xy) + 2y^2$

Contendo cinco termos, teremos um Polinômio de cinco termos.

Seguindo, dessa maneira, as demais classificações em relação aos maiores que cinco, sendo a primeira palavra o polinômio seguido da classificação de quantos forem os termos.

Então, é contado que polinômio, é toda expressão algébrica composta de um ou mais termos algébricos. Sendo assim, monômios, binômios e trinômios são casos especiais de polinômios, acompanhados de polinômio de quatro termos, e assim por diante.



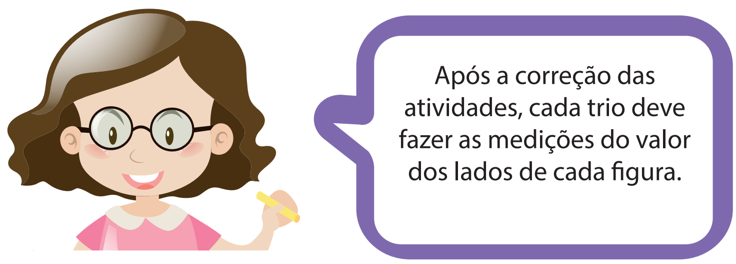
Exercícios:

1- Una os termos semelhantes e, classifique também as expressões algébricas em monômio, binômio, trinômio ou polinômio:

a) Ax + ak
b) By +xc +xd
c) gt+ xc+ad
d) fr+ ty- fr+ ty
e) JK+ hg+ tu+ Yi+ xy

2-Associe a segunda coluna (classificação do polinômio) de acordo com a primeira:

(1) ax^2	( ) polinômio
(2) $ax + 3by - 2ab - 3a$	( ) trinômio
(3) $xy + 2x^2y^2$	( ) monômio
(4) $3a + 4x - b$	( ) polinômio



O professor pode informar as seguintes medições do valor dos lados de cada figura, sendo as medidas correspondentes: o quadrado grande com medições dos lados iguais a 10 cm (x), o retângulo possuindo o lado menor igual a 1cm (y), e o lado maior igual a 10 cm (x) e o quadrado menor possui as medidas dos lados igual a 1 cm (y) .

Após as medições, deverão substituir os números correspondestes pelas letras que representam a medida dos lados, anteriormente realizadas.

Segue abaixo as atividades, para que se obtenha o padrão para calcular a área total de cada expressão.

ATIVIDADE 1-

$A=2x^2$
$A=2.10^2$
$A=2.\ 100$
$A= 200$

Logo a área de 2 quadrados grandes e verdes será 200.

ATIVIDADE 2-

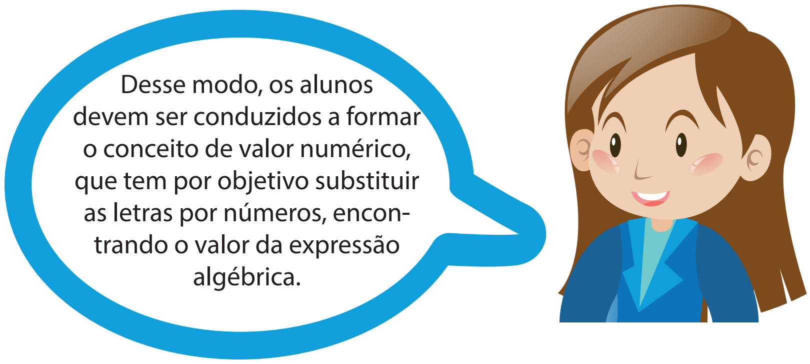
$A = x^2 + xy$
$A= 10^2 + 10.1$
$A= 100 + 10$
$A= 110$

Logo a área do quadrado grande verde, mais a área do retângulo verde é igual a 110.

ATIVIDADE 3-

$A = xy + x^2 + (-y^2)$
$A= 10.1 + 10^2 + 1^2$
$A= 10 + 100 + 1$
$A= 111$

Obs: O sinal de negativo indica apenas a cor da figura e não irá interferir para encontrar o valor da área. Assim, a área do retângulo verde, mais a área do quadrado grande e verde, mais a área do quadrado pequeno vermelho é igual a 111.



Em seguida, é passado atividades para que se possa analisar se os alunos compreenderam o que foi explicado.

Atividade:

1. Encontre o valor numérico dos polinômios abaixo sendo, $a = 0$, $b= 1$, $x = -1$ e $y = 2$:

a) $ax^2 + by$

b) $2xy + x^2 - a^2x$

c) $x^2 - 5x + 8$

d) ax^2+2xy

e) $a^2y -bx+ x^2$

f) $y^2+ xy+ab$

Findando o sétimo encontro.

1.8 ROTEIRO DE ATIVIDADES – MOMENTO 8

A avaliação ao findar desta sequência didática, que deverá ser analisada nos oito encontros se dará durante o desenvolver das atividades, momento em que será anotado todas as atitudes demonstradas pelos alunos, de tal modo a poder entendê-los sobre possíveis dificuldades sanando-as sempre que detectadas, resultando com a conclusão de tal estudo em bons ou ruins elementos que passarão a classificá-la.

Deve ser aplicada uma avaliação por escrita (que se encontra no anexo), sobre os conteúdos trabalhados, para que se possa observar o desenvolvimento do aluno, em seguida deverá ser solicitado para que façam a representação da palavra “expressões” novamente, possibilitando a comparação com o início da proposta.

Assim a sequência será finalizada e o professor poderá observar os avanços cognitivos ocorridos em seus alunos.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 3, n. 6, p. 62-77, 2008.

ANGELI, Mirian. Atribuição de significados ao conceito de variável: um estudo de caso numa Licenciatura em Matemática. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. Didática das Matemáticas. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193 -217.

BABINSKI, Adriano L. Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Mato Grosso, Sinop, MT, 2017.

BASEI, Ana Maria. A Álgebra na formação de professores no período entre 1890 e 1970. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20, 2016, Curitiba. Anais... Curitiba: UFPR, 2016. p. 1-9.

BIANCHETTI, Tauana. Função de 1º Grau: uma proposta para o 9º ano do ensino fundamental. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2016.

BISSI, Tiago. Álgebra e história da matemática: análise de uma proposta de ensino a partir da matemática do antigo Egito. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Orgs.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática: notas introdutórias. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

BOYER, Carl Benjamim. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Ministério da educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática de 5ª a 8ª série. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEP, 1998. Disponível em: <https://bit.ly/2s8UYW8>. Acesso em: 14 abr. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais:matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CAVALCANTE, Luiz Henrique de Vasconcelos. Uma sequência didática para o ensino do conceito de parábola: a engenharia didática como apoio metodológico. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2017.

CIVINSKI, Daiana Dallagnoli. Introdução ao estudo da Aritmética e da Álgebra no Ensino Fundamental. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2015.

CRUSIUS, M. F. Disciplina: uma das polêmicas do construtivismo. Espaço Pedagógico, Passo Fundo, v. 1, n. 1, p. 168-172, 1994.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Da Realidade à Ação: reflexão sobre Educação e Matemática. São Paulo: Ed. da Universidade Estadual de Campinas/Summus Editorial, 1986.

ESPINDOLA, Marta L. MELO, Wellington M.M. Trabalho sobre Álgebra, Universidade Federal da Paraíba – UFPB - 2011

EVES, Howard. Introdução à história da Matemática. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

FERREIRA, Ana Cristina. Desafio de ensinar-aprender Matemática no curso noturno: um estudo das crenças de estudantes de uma escola pública de Belo Horizonte. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1998.

FERREIRA, Esmênia Furtado Perreira. A interação das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental- Anos Finais: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2016.

GARCIA, Fernanda W. A importância do uso das tecnologias no processo de ensino – aprendizagem. Educação a Distância. Balatais, V.3, n.1, p. 25-48, jan/dez 2013

LINS, Rômulo Campos; GIMENES, Joaquim. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI. São Paulo: Papirus, 2006.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. In: ______. Educação Matemática: uma nova introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2010. p. 77-112.

MIRANDA, Ivanete Rocha de. Educação Matemática: dificuldades ou obstáculos no processo ensino--aprendizagem da álgebra. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2003.

MIRANDA, Tatiana Lopes de. A noção de variável de alunos do Ensino Fundamental. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

MONTEIRO, Fernanda de Araujo. A aprendizagem algébrica no Ensino Fundamental: uma abordagem partir dos recursos lúdicos e digitais. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, RJ, 2016.

MYNAYO, Maria Cecília de Souza. O desafio da pesquisa social: pesquisa qualitativa em saúde. 14. ed. São Paulo: Hucitec, 2014.

OLIVEIRA, Marta Kohl. Vygotsky: aprendizagem e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. 4. ed. São Paulo: Editora Scipione,1999.

OLIVEIRA, Priscilla. Como ensinar Matemática na Escola Ativa? As orientações ao professor primário contidas nos periódicos pedagógicos do período de 1930 a 1960. 2013. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Pedagogia) - Universidade Federal de Santa Maria, Agudo, 2013.

PAIS, Luiz Carlos. Didática da Matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

______. Introdução. In: MACHADO, Silvia Dias A. (Org.). Educação Matemática: uma introdução. 2 ed. São Paulo: EDUC, 2002. p. 9-12.

PANTOJA, Lígia Françoise Lemos; SILVA, Francisco Hermes Santos da. Engenharia Didática: articulando um referencial metodológico para o ensino de matemática na EJA. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007, Belo Horizonte. Anais... Belo Horizonte: SBEM, 2007. p. 1-13.

PERETTI, Lisiane. Sequência didática na matemática. Revista de Educação da Ideau, v. 8, n. 17, p. 1-14, jan./jun. 2013.

PIAGET, Jean. A equilibração das Estruturas Cognitivas: problema central do desenvolvimento. São Paulo: Zahar, 1976.

PILETTI, Claudino. Didática Geral. 21. ed. São Paulo: Ática, 1997.

PILETTI, Nelson. História da Educação no Brasil. 6. ed. São Paulo: Ática, 1996.

PINHEIRO, Patricia Aparecida. Introdução ao estudo da álgebra no Ensino Fundamental. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. Álgebra no ensino básico. 2009. Disponível em: <https://bit.ly/2uHRTy4>. Acesso em: 19 out. 2018.

RODRIGUES, Lucinaldo dos Santos. O engajamento organizacional dos indivíduos na perspectiva da gestão estratégica do conhecimento. 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia da Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.

SANTOS, Charles Max Sudério Cavalcanti dos. Modelagem Matemática como Ambiente de Aprendizagem de Conteúdos Algébricos no 9º Ano do Ensino Fundamental. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência se Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

SAVIANI, Dermeval. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. Revista Brasileira da Educação, v. 14, n. 40, p. 143-155 jan./abr. 2009.

SCHLIEMANN, Analúcia; CARRAHER, David William. A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998.

SEDRÊS, Aruana da Rosa. Escrita matemática: uma possibilidade para o ensino diferenciado de Álgebra. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS, 2013.

SILVA, Juliano Pereira da. Álgebra na escola básica versus álgebra na licenciatura: onde se encontra o X da questão? 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

SOUSA, José Romenelli de. Ensinando integradamente Aritmética, Geometria e Álgebra: propostas de atividades para a Matemática do Ensino Fundamental. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Taperoá, PB, 2014.

SOUZA, José Irmo de Oliveira. Álgebra e Geometria com alegria. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, BA, 2016.

TRAJANO, Antonio. Álgebra Elementar. 15. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. 1932. Disponível em:<https://bit.ly/2UuR4qA>. Acesso em: 22 abr. 2018.

VALENTIN, Maurílio Antônio. Pensamento narrativo na aprendizagem matemática: estudo com alunos do Ensino Fundamental na resolução de atividades de Álgebra. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

VIEIRA, Márcia Maria Siqueira. Feira dos Pesos: análise de um objeto de aprendizagem para o desenvolvimento algébrico. 2011. Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, CE, 2011.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. A formação social da mente. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

______. Pensamento e linguagem. Porto Alegre, Artes Médicas, 1986.

______. Pensamento e linguagem. 3.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ANEXO

Avaliação de Matemática

	NOTA ______

Nome: ____ Ano: 8º ano Turma: única

Data:___/___/____

Instruções:

⟶ A atividade avaliativa é individual e sem consulta ao material.

⟶ As questões devem apresentar desenvolvimento claro.

⟶ A avaliação contém 3 questões e seu valor total é 8, sendo que cada questão tem o mesmo valor, ou seja, 2,667 cada.

⟶ O tempo de realização da prova é de dois períodos.

1) Classifique as expressões algébricas, conforme o número de termos em monômio, binômio, trinômio, ou polinômios:

a) $2xy^2$ ______________________

b) $4ab + x^2 - 3xy$ ______________________

c) $6x^3 - y^5 - 7zt + 2x^2y^3z^4$ ______________________

d) $5a + 2b - 4a^2b - ab^2$ ______________________

e) $tz^3 + zv^3$ ______________________

2) Coloque em evidência, se possível, as expressões algébricas:

a) $x^2 + xy + b$

b) $cd + 3d^2 + a$

c) $ij + jd + 5a$

d) $kh + jhi + 4bdf$

3) Encontre o valor numérico de cada expressão algébrica, sendo $a = 0$, $b = 1$, $x = -1$ e $y = 2$:

a) $ab + x^2y - b^3y$

b) $3xy + 4a^3 - 2b^2 - y$

c) $3ay^3 - 4bx$

d) $2bxy + 3x^3 - y^2x - ab^2$