

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

Maríndia Leidens Bittarello

CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GEOGEBRA
PARA A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA
ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO

Passo Fundo

2018

Maríndia Leidens Bittarello

CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GEOGEBRA
PARA A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA
ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto de Ciências exatas e Geociências, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do professor Dr. Marco Antônio Sandini Trentin.

Passo Fundo

2018

CIP – Catalogação na Publicação

- B624c Bittarello, Maríndia Leidens
Contribuições do software GeoGebra para aprendizagem da geometria espacial no ensino médio / Maríndia Leidens Bittarello. – 2018.
63 f. : il., color. ; 30 cm.
- Orientador: Prof. Dr. Marco Antônio Sandini Trentin.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, 2018.
1. Matemática (Ensino médio). 2. Ensino auxiliado por computador. 3. Geometria. 4. Construtivismo (Educação). 5. Tecnologia educacional. I. Trentin, Marco Antônio Sandini, orientador. II. Título.

CDU: 37:004

Catalogação: Bibliotecária Juliana Langaro Silveira - CRB 10/2427

Maríndia Leidens Bittarello

CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GEOGEBRA
PARA A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA
ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO

A banca examinadora, em 23 de fevereiro de 2018, aprova a dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial de exigência para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de pesquisa Tecnologias de informação, comunicação e interação aplicadas ao ensino de Ciências e Matemática.

Prof. Dr. Marco Antonio Sandini Trentin – Orientador
Universidade de Passo Fundo

Prof. Dr. João Carlos Krause
Universidade Regional Integrada

Profª. Dra. Cleci Teresinha Werner da Rosa
Universidade de Passo Fundo

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho só foi possível graças à colaboração de muitas pessoas queridas que, acreditaram, incentivaram e apoiaram esse projeto.

Em especial agradeço a Deus pela vida, aos meus familiares e amigos que estão sempre presentes.

Aos colegas de profissão pela troca de saberes.

Aos professores, funcionários e colegas do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, pela aprendizagem compartilhada.

Às contribuições da professora Cleci Werner da Rosa e do professor Maurício Rosa.

E, principalmente, ao professor Marco Antônio Sandini Trentin, por não medir esforços, pela paciência despendida e por tantos ensinamentos prestados ao longo dessa caminhada.

A todos, muito obrigada!

RESUMO

Apresenta-se nessa pesquisa um estudo a respeito da utilização do software GeoGebra no ensino de Matemática. Inserida na linha de pesquisa Tecnologias de informação, comunicação e interação aplicadas ao ensino de Ciências e Matemática, esse estudo surgiu da busca em aproximar o uso das novas tecnologias ao estudo de Matemática. Dessa forma levantou-se o seguinte questionamento: de que forma o software GeoGebra pode contribuir no processo de aprendizagem de conteúdos de geometria, na metodologia PBL? E teve por objetivo verificar as contribuições do software para o processo de aprendizagem da geometria, em alunos do ensino médio. Para isso, buscou-se suporte teórico principalmente nas ideias do Construtivismo de Papert e no método PBL (*Problem Based Learning*). Como produto educacional foi elaborada e aplicada uma proposta didática que aborda a solução de problemas relacionados ao cotidiano dos alunos, juntamente com a construção de formas bidimensionais e tridimensionais. A proposta é voltada para alunos do Ensino Médio e teve duração de 14 aulas. Nesses encontros os alunos, reunidos em grupos, tiveram a oportunidade de discutir, analisar e explorar os recursos tecnológicos do software, como a construção, a rotação e ampliação das formas geométricas, na busca por soluções aos problemas sugeridos. A contínua observação ao comportamento dos estudantes frente as atividades e o registro do diário de bordo realizado ao final de cada encontro pela pesquisadora e pelos alunos, serviram como instrumentos para coletar dados dessa pesquisa caracterizada como qualitativa. Como resultado foi possível observar uma forte interação entre os alunos na discussão dos problemas como também a autonomia por parte deles ao construir as formas geométricas e interagir com os recursos do software. Também a contribuição da proposta para aprofundar conceitos matemáticos como superfícies de área e volume. Conclui-se portanto, que a ação de atividades dessa natureza, desafiadoras, produzem nos estudantes mais confiança e protagonismo no processo de construção da aprendizagem. Por fim, destaca-se que esta dissertação é acompanhada de um produto educacional que reúne o material utilizado nos encontros e a sequência didática desenvolvida, que encontra-se disponível no endereço <<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/206988>>.

Palavras chave: Aprendizagem Matemática. Ensino de Geometria. PBL. Tecnologia na Educação.

ABSTRACT

We present a study on the use of Geogebra software in Mathematics teaching in this research. Inserted in the line of research Information technologies, communication and interaction applied to the Science and Mathematics teaching, this study has arisen from the search to bring together the usage of new technologies to the Mathematics study. This way, we have gotten to this question: how can GeoGebra software contribute to the learning process of geometry contents, in mathematics teaching? In addition, it aimed to verify the contributions of the software to the learning process of geometry in high school students. Therefore, we sought theoretical support mainly in the ideas of Papert's Constructivism and in the PBL (Problem Beased Learning) method. As an educational product, we elaborated and applied a didactic proposal that approaches the solution of problems related to students' daily life with the construction of two-dimensional and three-dimensional shapes. The proposal targets high school students and lasted 14 classes. At these meetings, the students, gathered in groups, had the opportunity to discuss, analyze and explore the technological resources of the software, such as the construction, rotation and amplification of geometric forms, searching for solutions to the suggested problems. The continuous observation of students' behavior and the daily record of the logbook performed by the researcher and by the students at the end of each meeting served as instruments to collect data from this qualitative research. As a result, we could observe a strong interaction between the students in the discussion of the problems as well as their autonomy in constructing the geometric forms and interacting with the software resources. Therefore, we concluded that activities of this character, challenging ones, produce in the students more confidence and protagonism in the process of learning construction. Finally, it is emphasized that this dissertation is accompanied by an educational product that brings together the material used in the meetings and the didactic sequence developed, which is available at <<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/206988>>.

Keywords: Mathematics Learning. Geometry Teaching. PBL. Technologies in Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Barra de ferramentas	23
Figura 2 - Opções do comando ponto	23
Figura 3 - Opções do comando reta	24
Figura 4 - Opções do comando reta perpendicular	24
Figura 5 - Janelas de álgebra e visualização.....	25
Figura 6 - Ativar janela de visualização 3D	25
Figura 7 - Interface do GeoGebra	26
Figura 8 - Nova barra de ferramentas	26
Figura 9 - Novos comandos da janela de visualização 3D.....	27
Figura 10 - Comandos para construção de esferas	27
Figura 11 - Comando que mostra o valor de área e volume	28
Figura 12 - Comando sobre a movimentação das janelas	28
Figura 13 - Comandos do botão esquerdo do mouse.....	29
Figura 14 - Capa do Produto Educacional	38
Figura 15 - Cilindro	46
Figura 16 - Representação do telhado da garagem.....	47
Figura 17 - Bloco retangular.....	48
Figura 18 - Parte da estufa I	49
Figura 19 - Parte da estufa II	50
Figura 20 - Bloco retangular que representa a carroceria	51

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Detalhamento da proposta didática	35
--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
2	CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS PARA O ESTUDO	12
2.1	A ideia do Construcionismo de Seymour Papert	12
2.2	Aprendizagem Baseada em Problemas	14
2.3	Informática na Educação.....	17
2.4	A Geometria Espacial na Educação Básica	20
2.5	O software GeoGebra	23
2.6	Trabalhos relacionados ao Software GeoGebra	29
3	METODOLOGIA DE PESQUISA	32
3.1	Procedimentos metodológicos.....	32
3.2	Caracterização do ambiente de pesquisa	34
4	PROPOSTA DIDÁTICA	35
4.1	Apresentação dos encontros da proposta didática.....	35
4.2	Produto Educacional.....	37
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	39
5.1	Encontro 1	40
5.2	Encontro 2	40
5.3	Encontro 3	42
5.4	Encontro 4	43
5.5	Encontro 5	44
5.6	Encontro 6	45
5.7	Algumas percepções após a aplicação da proposta didática	51
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	54
	REFERÊNCIAS.....	57
	APÊNDICE A - Fotos da aplicação da proposta didática	60

1 INTRODUÇÃO

Considerando o ritmo acelerado com que a tecnologia vem invadindo o dia a dia das pessoas e se tornando cada vez mais presente nas atividades cotidianas, torna-se necessário repensar a escola, enquanto espaço formador, no sentido de proporcionar o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação - TIC's, como contribuição para a aprendizagem. De acordo com Gravina (2012), deve-se incorporar cada vez mais o uso das tecnologias nas aulas, alternando-se a rotina da sala de aula e influenciando novas formas de pensar e criar.

Em uma era de tecnologia e comunicação, onde se tem à disposição diversos recursos facilitadores, o ensino da Matemática ainda não é bem compreendido por parte dos estudantes. Os estudos de Reis (2005) e Marcussi (2013) apontam a Matemática como uma disciplina difícil e temida por muitos alunos. E as dificuldades encontradas nela vão acumulando-se no decorrer dos anos escolares, motivando o desinteresse e contribuindo para uma boa parte dos alunos não gostar de matemática.

Pesquisas como as de Raupp (2009), Marcussi, (2013) e Bento (2010) mostram a preocupação dos professores de Matemática em redirecionar sua prática em sala de aula a fim de tornar as aulas mais dinâmicas e produtivas para os alunos. Diante disso, algumas alternativas são buscadas para amenizar a lacuna no ensino de Matemática, como mostra Raupp (2009) quando afirma que a aula de Matemática deve ser vista como um espaço propício a novas experiências, desafiador, e de superação de limites, oportunizando a diversidade e com o objetivo de promover a aquisição de novos conhecimentos.

Como um recurso para auxiliar no ensino da Matemática, as novas tecnologias, se bem utilizadas e conduzidas pelos professores, podem proporcionar mudanças na aprendizagem dos alunos. Conforme aponta Kenski (2007), as TIC's provocam mudanças relevantes e positivas para a educação. Estão cada vez mais presentes no dia a dia de todos. O uso de vídeos, programas educativos na televisão e no computador, sites educacionais, softwares diferenciados, e outros instrumentos transformam o cenário de uma aula tradicional, e proporcionam ao aluno uma participação no processo de aprendizagem, não só como ouvinte, mas também responsável por esse processo.

Diante dessa realidade, presente no cotidiano da professora/pesquisadora que realizou esse trabalho, vários questionamentos surgiram acerca da prática em sala de aula e do contexto educacional em que se encontra como, por exemplo, como minimizar essa barreira que muitos alunos criam diante do estudo da disciplina de matemática? Qual o

comprometimento dos alunos quanto à sua aprendizagem? Como aproximar o uso das novas tecnologias, tão presentes no dia a dia dos alunos, ao processo de ensino e aprendizagem desenvolvido nas escolas? O que a escola, enquanto instituição, vem fazendo para formar cidadãos mais conscientes e atuantes na sociedade? Como os professores podem intervir para tentar modificar parte do cenário educacional que existe hoje na sociedade? Frente a essas questões surgiu a necessidade da autora em buscar um curso de formação para aperfeiçoar os conhecimentos, o qual proporcionou o desenvolvimento dessa pesquisa. Buscando também nessa formação, abrir novos horizontes e novas ideias que sirvam de suporte para mudanças pessoais e principalmente na prática educacional.

Nesse sentido essa dissertação surgiu do seguinte problema: De que forma o software GeoGebra pode contribuir no processo de aprendizagem de conteúdos de geometria espacial, na metodologia PBL? Tal questionamento tem como objetivo geral verificar as contribuições do software GeoGebra para o processo de aprendizagem da geometria espacial, em alunos do ensino médio. Os objetivos específicos são: explorar os recursos do software GeoGebra na construção de poliedros; revisar o estudo de conceitos sobre superfícies de áreas e volume; desenvolver e aplicar uma proposta didática sobre o conteúdo de geometria espacial; promover, o trabalho em grupo e a aprendizagem, por meio de situações-problema próximas ao cotidiano dos alunos; e inserir o uso das novas tecnologias em sala de aula.

Desta forma, essa pesquisa justifica-se no sentido de verificar se de fato a utilização de novas tecnologias, no caso o software GeoGebra 5.0 versão beta, pode contribuir na aprendizagem da Geometria Espacial, proporcionando uma forma diferenciada e mais autônoma de construir a aprendizagem, por parte dos alunos.

A dissertação é composta por 6 capítulos, sendo esta introdução como capítulo 1, o capítulo 2 sobre o referencial teórico, onde traz o Construcionismo de Papert e uma abordagem sobre *Problem Based Learning* (PBL), ou seja, a Aprendizagem Baseada em Problemas, além das ideias de autores que defendem o uso do computador na sala de aula como forma de contribuição para a aprendizagem. Esse referencial também apresenta uma seção sobre abordagem da geometria espacial na Educação Básica, outra seção referente aos principais recursos do software Geogebra para a construção e manipulação de figuras geométricas em 3D, destacando as janelas de visualização e os comandos para construção de figuras geométricas. E para finalizar o capítulo, uma seção voltada a alguns trabalhos de pesquisa que foram desenvolvidos com o software Geogebra. O capítulo 3 aborda sobre a metodologia utilizada para realizar essa pesquisa, a caracterização do ambiente onde foi aplicada e o detalhamento da proposta didática. No capítulo 4 encontra-se a descrição e

detalhamento da proposta didática. O capítulo 5 é composto pela análise e discussão dos resultados obtidos nesse trabalho através do detalhamento de cada encontro ocorrido. E como capítulo 6, descrevem-se algumas considerações finais elaboradas a partir dessa pesquisa.

2 CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS PARA O ESTUDO

Este capítulo aborda alguns conceitos e ideias que servem de suporte teórico para a pesquisa realizada. A primeira seção é destinada à teoria do Construcionismo, na qual se fundamenta a proposta desse trabalho, seguida de uma explanação sobre autores que versam sobre *Problem-Based Learning* (PBL), ou seja, o método que se baseia na aprendizagem desenvolvida por meio de resolução de problemas. Na sequência, destaca-se a ideia de diversos autores que defendem o uso da informática na sala de aula, como um recurso para auxiliar a aprendizagem dos estudantes. Após essa seção, há uma menção ao estudo da Geometria na Educação Básica. Na quarta seção encontra-se referência à apresentação do software GeoGebra, seguida por alguns trabalhos realizados com o mesmo software na área de Educação Matemática.

2.1 A ideia do Construcionismo de Seymour Papert

Analisando as mudanças no cenário da educação mediada por tecnologias, uma forte corrente denominada Construcionismo, defendida por Seymour Papert (1994), serviu de suporte para essa pesquisa.

Segundo Maltempi (2005), o Construcionismo surge de influências das ideias construtivistas de Piaget, e vai além ao assumir que o conhecimento é construído pelas pessoas. Dessa forma, o aprendizado ocorre especialmente quando se constrói algo com significado.

Para Papert, “a atitude construcionista no ensino não é, em absoluto, dispensável por ser minimalista; a meta é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino” (PAPERT, 1994, p. 125).

De acordo com Weiss (1998), no Construcionismo, o indivíduo pode aprender, sem necessariamente ser “ensinado”, pois se encontra constantemente interagindo com o ambiente, por meio de estímulos e estruturas intelectuais, elabora hipóteses, desenvolve o raciocínio lógico, a abstração, além de organizar o pensamento.

Dessa forma, constata-se que a aprendizagem pode ocorrer de forma espontânea e contemplar um campo maior de habilidades e competências a serem desenvolvidas em cada aluno. Ou seja, o Construcionismo permite ao aluno a construção de sua aprendizagem por meio de descobertas e esse processo pode ocorrer a partir da interação com o uso do computador.

Com relação ao uso do computador, Papert (1994) aborda os ambientes informatizados como contribuição para que o aluno possa ter mais independência no seu processo de construção de conhecimento, destacando que:

[...] a presença do computador nos permitirá mudar o ambiente de aprendizagem fora das salas de aula de forma que todo o programa que as escolas tentam atualmente ensinar com dificuldades, será aprendido como a criança aprende a falar, menos dolorosamente, com êxito e sem instrução organizada (PAPERT, 1994, p. 23).

A partir desse ponto de vista o computador passa de um simples objeto, usado muitas vezes como repetição do ensino tradicional, para uma ferramenta transformadora na aprendizagem e também como forma de maximizar a exploração de seu potencial. O bom uso do computador está associado a forma como o professor conduz a tarefa na qual ele está sendo utilizado.

Interagindo com o computador e questionando sua aprendizagem o aluno tende a se sentir integrado ao processo de construção de seu ensino e à sociedade, que está cada vez mais voltada para a era tecnológica, contribuindo inclusive de maneira conceitual e não apenas instrumental, na construção do pensamento dos indivíduos.

Valente (1998) aponta que na esfera construtivista, ao construir um objeto, sendo algo de sua autoria, isso passa a ter significado para o aluno. Outro fator que pode contribuir é o fato de haver uma motivação para essa construção, existindo um envolvimento afetivo a aprendizagem torna-se significativa.

Pensando no ensino da matemática, de forma autônoma e independente, o aluno deve ser capaz de construir e manipular por exemplo, formas geométricas. Sob essa visão cabe ao aluno perceber a tarefa a cumprir, o melhor caminho para se chegar a representação do problema, verificar se a resposta encontrada é cabível à situação-problema apresentada e, a partir daí, manipular a construção desejada, verificando assim a capacidade de medir, calcular, e inclusive modificar o objeto em estudo, evidenciando assim a independência e autonomia do aluno.

De acordo com Papert (1994) é preciso instigar as crianças a programar o computador. A partir dessa interação, a criança conquista um sentimento de domínio sobre a máquina e mergulha em algumas ideias mais profundas das ciências, matemáticas e dos modelos intelectuais.

Sobre essa interação, novamente Weiss (1998), reforça que o ato de aprender deve ser prazeroso e não entediante, despertando entusiasmo, como qualquer outra atividade ou

brincadeira de criança, que vai ao encontro das ideias do Construcionismo onde, por meio da utilização de uma linguagem de programação, o professor oportuniza para a criança criar comandos no computador para executar determinadas ações. Reafirmando a ideia de que, ao criar a linguagem de programação, buscava-se criar momentos de descoberta, oportunizando que as crianças despertassem o prazer de programar e dessa forma maximizassem a aprendizagem.

Com relação à postura assumida pelo professor, Brandt e Montorfano (2008) salientam que ao considerar uma abordagem construcionista, o professor deve criar meios para promover momentos em que o aluno construa sua aprendizagem, norteado por um ambiente que o motive e desafie, promovendo a reflexão e incentivando a ludicidade.

Ou seja, associado à aprendizagem, está o ato de brincar, descobrir, se desafiar. Nessas ideias é que se baseia a teoria de Papert, onde o aluno é o principal construtor de sua aprendizagem, cabendo ao professor fazer uma mediação no início e após, quando necessária, interferindo, instigando o aluno a descobrir e tirar suas próprias conclusões. Para que isso ocorra de forma natural é importante preparar previamente as atividades em que farão uso das tecnologias. Isso exige do professor preparo, boa formação, domínio tecnológico, disposição e tempo.

Em relação ao ensino e aprendizagem de matemática, desenvolvidos com um recurso tecnológico, não é diferente. Todas as atividades propostas devem ser bem planejadas, e com um objetivo definido. Ao elaborar a aula o professor precisa levar em consideração os itens citados anteriormente, de modo a proporcionar ao aluno condições de construir sua aprendizagem e interferindo como mediador quando necessário.

2.2 Aprendizagem Baseada em Problemas

O estudo da matemática visa desenvolver o raciocínio dos aprendizes, de modo que possam aplicar os conhecimentos adquiridos para a resolução das mais diversas situações cotidianas que possam surgir. Pensando nisso, buscou-se suporte teórico também na Aprendizagem Baseada em Problemas, do inglês, *Problem-Based Learning* – PBL, que segundo Barrows e Tamblyn (1980, apud SAVERY, 2006, p. 10) foi introduzida a mais de trinta anos, na Faculdade de Medicina da McMaster University, no Canadá, na América do Norte, com o objetivo de preparar de modo mais eficaz os estudantes, dada a quantidade de informações, as novas tecnologias e as rápidas exigências das futuras práticas.

O PBL busca apresentar problemas próximos da realidade vivenciada dos estudantes, problemas vinculados a partir de um conteúdo a ser estudado e que provoque a discussão em grupo e a tomada de decisões para a busca de soluções. Desenvolvendo a autonomia dos estudantes na construção da aprendizagem, essa metodologia prioriza o trabalho em grupo, a organização de tarefas e a cooperação para o crescimento.

Berbel (1998) propõe o PBL como uma metodologia de estudo ou trabalho, que pode ser aplicada em diferentes momentos, buscando relacionar os temas com situações de vida. Para isso a autora cita alguns passos dessa metodologia:

1. Leitura do problema, identificação e esclarecimento de termos desconhecidos; 2. Identificação dos problemas propostos pelo enunciado; 3. Formulação de hipóteses explicativas para os problemas identificados no passo anterior (os alunos se utilizam nesta fase dos conhecimentos de que dispõem sobre o assunto); 4. Resumo das hipóteses; 5. Formulação dos objetivos de aprendizado (trata-se da identificação do que o aluno deverá estudar para aprofundar os conhecimentos incompletos formulados nas hipóteses explicativas); 6. Estudo individual dos assuntos levantados nos objetivos de aprendizado; 7. Retorno ao grupo tutorial para rediscussão do problema frente aos novos conhecimentos adquiridos na fase de estudo anterior (BERBEL, 1998, p. 147).

Ou seja, após ler e identificar o problema proposto, os alunos devem organizar algumas hipóteses para a solução, baseados no conhecimento restrito que têm até o momento. Após analisar e refletir sobre as hipóteses e formular os objetivos de estudo, os alunos partem para pesquisar e estudar novos conhecimentos para, em seguida, compartilhar com o grupo, as descobertas a cerca o tema estudado.

Ainda, Berbel (1998) aponta o PBL como uma proposta curricular que oportuniza aos estudantes a capacitação de buscar por si próprios o conhecimento. A autora citada reforça também que o trabalho em grupo, oportunizado por meio da proposta, promove o processo de aprendizagem dos estudantes.

De acordo com Savery (2006), o método é considerado como uma abordagem que promove a educação multidisciplinar, centrada no estudante e vem sendo adotada em algumas Universidades e difundindo-se em muitos cursos de diferentes áreas como engenharias, economia, arquitetura e na educação.

Visando a formação dos estudantes e profissionais com um novo perfil, mais investigativos e atuantes, essa metodologia oferece novas formas de adquirir conhecimentos, como afirma os autores Ribeiro e Mizukami (2004), ao caracterizar o método pelo uso de problemas vivenciados no mundo real, como forma de encorajar os alunos a desenvolver o pensamento crítico e o uso de habilidades e atitudes variadas como o diálogo, a interação,

delimitação de tarefas e responsabilidade, fatores esses tão importantes na formação do indivíduo. As autoras também apontam que:

Apesar de ter sido sistematizada há pouco mais de trinta anos, a PBL não é uma abordagem nova. Muitos de seus elementos norteadores já foram contemplados por educadores e pesquisadores do mundo todo. A PBL pode ser considerada inovadora na medida em que consegue incorporar e integrar vários conceitos e teorias educacionais e operacionalizá-las na forma de um conjunto consistente de atividades, como por exemplo a investigação, solução de problemas e o trabalho em equipe (RIBEIRO; MIZUKAMI, 2004, p. 91).

Ribeiro e Mizukami (2004) afirmam que esse conjunto de atividades propostas, acarreta no cenário educacional novos desafios para professores e alunos, implicando em mudanças de papéis para esses indivíduos quando comparados ao ensino convencional, pois a iniciativa e o protagonismo voltam-se para o aluno e a aprendizagem ocorre num ambiente colaborativo.

Sousa (2011) aponta que, tanto na Teoria do Construcionismo como na abordagem PBL, o foco da aprendizagem está centrado no aluno, transferindo a ele o protagonismo e o desenvolvimento do pensamento, permitindo dar-lhe significado ao que está sendo aprendido e não apenas memorizado. Quanto ao professor, este já não é o único detentor do conhecimento, cabendo-lhe a função de instigar e incentivar o aluno sobre o questionamento de suas conjecturas e servindo como mediador nessa caminhada.

Para Borges (2014) esse método proporciona no estudante o desenvolvimento de habilidades para conduzir o próprio aprendizado, integrando os conhecimentos e possibilita a identificação e exploração de novos temas, gerenciando a educação permanentemente e a capacidade de trabalho em equipe. Na abordagem PBL, o papel do aluno destaca-se por apresentar uma participação ativa nas discussões realizadas, contribuir com seus conhecimentos e experiências prévias em todos os encontros, colaborar com os conhecimentos adquiridos, ou seja, ajudando o grupo a solucionar o problema.

Ainda com relação à postura dos professores e alunos, Berbel (1998) afirma que, ao optar pela proposta da Aprendizagem Baseada em Problemas, é necessário definir novos papéis para os envolvidos. Desde a escolha dos conteúdos a serem estudados de um modo integrado, a novos modos de agir para ensinar e aprender, para coordenar e organizar. Todas essas características exigem mudanças na programação curricular, inclusive na postura do professor e dos alunos para um posicionamento mais reflexivo e crítico.

Analisando os apontamentos desta seção, é possível perceber que o método PBL prioriza a atuação do estudante, no processo de aprendizagem, cabendo a ele o protagonismo

dessa ação, buscando uma postura mais atuante. Já ao professor cabe a tarefa de direcionar, orientar e principalmente incentivar para que os estudantes alcancem os objetivos propostos. Espera-se ao adotar diferentes metodologias relacionadas a ensino e aprendizagem, uma nova postura dos alunos e também dos professores e, na proposta do PBL, não é diferente.

2.3 Informática na Educação

A tecnologia se faz cada vez mais presente nas diferentes tarefas do dia a dia seja em buscas na web, aplicativos ou nas redes sociais, e os jovens estudantes participam ativamente dessas interações tecnológicas. Pensando nessa interação, é possível também considerá-la do contexto educacional.

Weiss (1998, p. 14) reforça essa ideia quando diz que “a Informática tornou-se uma necessidade no mundo em que vivemos, e a escola na missão de preparar o indivíduo para a vida, sente a responsabilidade de não fechar os olhos para essa realidade”. Dessa forma não se pode ignorar a presença dos mais diferentes tipos de tecnologias que fazem parte do dia a dia dos indivíduos e que também se encontram presentes na escola.

De acordo com Kenski (2003) as tecnologias presentes em diferentes grupos e em diferentes épocas transformaram as formas de comunicação, a cultura, a interação social e inclusive a aprendizagem. Logo, novos comportamentos precisaram ser aprendidos para que as pessoas pudessem inserir-se e adequar-se a uma nova postura social vivenciada a partir do uso intenso de determinado tipo de tecnologia. Propor práticas educativas mediadas por tecnologias certamente desperta o gosto dos alunos, podendo tornar a aprendizagem mais significativa.

Ainda quanto ao uso de tecnologias, Pretto et al. (2011) reforça a ideia de mudanças na postura educacional, e não ignora a presença das tecnologias como ferramentas não só na educação, mas para uma nova postura social. O autor destaca que nos dias de hoje, saber ler e entender, produzir e distribuir informações sob os mais diversos formatos, seja por meio de textos, imagens, programas, é uma das habilidades necessárias à nova sociedade que se apresenta, mas para que isso ocorra deve-se desenvolver novas habilidades nos indivíduos.

Reforça que mais importante do que proporcionar acesso às tecnologias, condição imprescindível a projetos de inclusão, é também preciso despertar no indivíduo a criatividade, de modo que “o desafio maior da inclusão cidadã à cultura digital é fazer com que os indivíduos possam produzir conteúdo próprio e distribuí-lo livremente” (PRETTO et al., 2011, p. 19).

Ao fazer uso da tecnologia, aliando-a ao desenvolvimento cognitivo proporcionado pela escola, o professor pode despertar no aluno o gosto por aprender, como mostra Gravina (2012), ao afirmar que a tecnologia digital disponibiliza várias ferramentas interativas, que recriam, por meio da tela do computador objetos manipuláveis e dinâmicos, confirmando a preocupação em relação a aprendizagem e ao desenvolvimento cognitivo.

Pensando na aprendizagem dos estudantes, aproximar o uso do computador do ensino pode ser um grande diferencial nas aulas:

A aula de Informática não representará um fim em si mesma, mas deve levar em consideração o aluno, o grupo, os recursos utilizados e as relações existentes entre eles. A informática Educativa, quando bem planejada e implementada, será um forte meio de prevenção das dificuldades no processo de aprendizagem (WEISS, 1998, p. 24).

O computador na sala de aula possibilita representar e testar ideias ou hipóteses, que levam à criação de um mundo abstrato e simbólico, ao mesmo tempo em que introduz diferentes formas de atuação e de interação entre as pessoas. Essas novas interações, além de envolver a racionalidade e a lógica, ampliam a compreensão sobre aspectos sócio afetivos e tornam evidentes fatores pedagógicos, psicológicos e sociais. Dessa forma, a aproximação da tecnologia no processo de aprendizagem mostra-se como um caminho para a educação. A interação com as novas tecnologias aponta para novas formas de interação social e principalmente influenciam na postura dos indivíduos. Ao se tratar do uso de tecnologias na sala de aula, é fundamental, para que haja êxito, um preparatório e direcionamento das potencialidades para extrair todas as riquezas e possibilidades que um recurso tem a oferecer, destacando e priorizando o protagonismo do aluno nesse contexto.

Sobre utilizar o computador na sala de aula, Valente (1999) aponta que o uso meramente formal da tecnologia, sem uma intencionalidade, não constitui uma metodologia inovadora para o ensino:

O uso de computadores para auxiliar o aprendiz a realizar tarefas, sem compreender o que está fazendo, é uma mera informatização do atual processo pedagógico. Já, a possibilidade que o computador oferece como ferramenta para ajudar o aprendiz a construir conhecimento e a compreender o que faz, constitui uma verdadeira revolução do processo de aprendizagem e uma chance para transformar a escola (VALENTE, 1999, p. 98).

Dessa maneira, é importante que o uso do computador em sala de aula esteja vinculado à um propósito maior do que a sua mera manipulação. A correta exploração de seus recursos tecnológicos precisa estar permeada por um objetivo concreto, apoiado numa

metodologia atuante, que esteja voltada realmente para auxiliar os estudantes na construção de suas aprendizagens.

Em relação ao uso da tecnologia, Guareschi e Brandão (2006) afirma que usufruir do computador como um recurso a mais, saber aproveitar e explorar o uso de suas ferramentas e o momento mais favorável de incluí-lo nas atividades pedagógicas, promove situações de aprendizagens mais eficientes e satisfatórias. Os mesmos autores afirmam que:

Ao utilizar os recursos do computador em sala de aula, professores e alunos podem criar simulações de modelos e experiências, demonstrar elementos tridimensionais, atribuir sons a objetos e criar movimentos de imagens; permite interatividade, criar métodos sempre inovadores e motivadores, estimular os aprendizes a desenvolver aquelas funções que ainda não amadureceram, que estão em processo de maturação, aguardando a ação mediadora do educador. Ao se aliar aos recursos computacionais, o professor pode promover situações de aprendizagem mais valiosas e eficientes (GUARESCHI; BRANDÃO, 2006, p. 42).

De modo que, com o uso de alguns recursos computacionais pode-se expandir as possibilidades de animação e criação. A aprendizagem torna-se mais atrativa e os alunos mais ativos, criando um novo preceito de desenvolvimento no processo de aprendizagem. Essas novas formas de aprendizagem apontam mudanças tanto em relação ao papel do professor, como também no papel do aluno, pois este passa a ser mais participativo no processo de sua aprendizagem e não mero receptor de informações. O computador exige maior interação e autonomia do aluno, enquanto que ao professor cabe mediar esse processo, direcionar o uso das novas tecnologias para que sejam exploradas da melhor forma possível, afim de que o aluno se aproprie do recurso tecnológico e possa por meio dele aflorar e manifestar sua criatividade.

Conforme aponta Pereira (2012), o trabalho com computadores mostra uma nova relação entre professor e aluno, marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração, o que interfere diretamente na imagem do professor, e o faz adotar uma nova postura cuja formação tende a ser permanente ao longo de sua vida profissional. O professor precisa manter-se atualizado, adotar novas metodologias, buscar enriquecer suas aulas constantemente.

Também em relação ao papel do professor, Bairral (2009), reforça que os processos de formação de professores de matemática podem se desenvolver nos mais diversos ambientes, (ora na universidade, ora nas escolas), esses processos produzem diferentes relações entre professores formadores e futuros professores, e podemos concluir que continua durante sua vida profissional, aperfeiçoando-se em cursos de formação continuada. Daí a importância da

postura do professor na mediação da construção do conhecimento pelos alunos. Pois mesmo com a presença das tecnologias, a participação do professor como orientador, incentivador, e principalmente mediador, torna-se fundamental.

Ainda com relação ao processo de formação docente, Bairral (2009), salienta que o professor precisa estar constantemente num processo de aprendizagem, pois suas ações irão refletir nas escolhas pedagógicas. O professor precisa oferecer condições para que os alunos despertem o interesse, a participação e o gosto por novas descobertas.

Portanto, é importante planejar as atividades a serem desenvolvidas com o computador a fim de aproveitar ao máximo seus recursos, visando a construção da aprendizagem dos alunos e a aplicação dos conhecimentos já construídos por eles.

2.4 A Geometria Espacial na Educação Básica

O estudo da geometria tem origem nos tempos da antiguidade, surgindo da necessidade de organizar terras para plantações, medições, e aplicabilidade de alguns princípios da engenharia. De acordo com Ávila (2010) a organização dos conceitos de geometria mostra-se na obra dos *Elementos de Euclides*, que foi escrita por volta de 300 a. C. Para o autor, essa obra contribuiu fortemente na difusão e avanços na área da geometria. Nomes como Platão, Pitágoras e Descartes destacam-se nesse campo, mas foi Euclides que impulsionou a geometria ao sintetizar os conhecimentos sobre o tema em sua obra.

Segundo Ávila (2010), a obra *Elementos* constitui-se de um conjunto de livros reunindo o que se sabia sobre matemática grega, iniciada com Tales de Mileto até o tempo de Euclides. Cita ainda que a partir desses estudos, é possível observar não apenas ideias sobre a geometria, mas muito de álgebra e aritmética também, de modo que as áreas da matemática podem ser estudadas de forma interligadas e não separadas como em módulos.

O conteúdo sobre geometria é visto deste a educação infantil até o final do ensino médio, aprofundando e aumentando o enfoque de acordo com os objetivos da série em que o aluno se encontra. Conforme Cardoso (2007), geometria é a “ciência da extensão. Estuda as propriedades, relações e a forma das figuras e dos sólidos no espaço bidimensional ou tridimensional”. É uma ciência que trata das propriedades do espaço, o estudo da medida das linhas, superfícies e volumes.

Percebe-se a geometria como um ponto forte nos currículos, muito discutido e abordado em diversos conteúdos desde a educação infantil até as séries finais da educação básica. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM)

tem-se que a Geometria deve proporcionar ao estudante a leitura e a interpretação do espaço, que está a sua volta. Os documentos deixam claro que a Geometria deve desenvolver:

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas, podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (BRASIL, 1999, p. 114).

Ou seja, a geometria contribui diretamente na formação do estudante instigando-o a assumir uma nova perspectiva, relacionando os conceitos aprendidos com situações do dia a dia, desenvolvendo a percepção espacial permeada por conhecimentos específicos da área da matemática, que ajudam a obter uma melhor compreensão por meio da visualização.

Ao encontro desses apontamentos, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que visa uniformizar parte dos conteúdos trabalhados em cada etapa da trajetória escolar, estabelece que: “No Ensino Médio, o estudo da geometria deve retomar, ampliar e sistematizar os conhecimentos estudados anteriormente de modo a possibilitar aos estudantes a compreensão da estrutura lógica da geometria” (BRASIL, 2017, p. 518).

Dessa forma, o estudo de geometria ao longo da educação básica, contribui para promover habilidades de análise nos estudantes, compreensão, percepção de espaço, associado a conceitos matemáticos relacionados ao conteúdo. A abordagem bem elaborada sobre os conceitos da Geometria requer também as representações em diferentes dimensões do espaço e para isso a visualização de formas, manipulação, e construção são recursos que ajudam nesse processo.

Busca-se na exploração de recursos tecnológicos, auxílio para a construção desse processo. Quando o estudante é capaz de perceber as relações entre diferentes formas de representação de um objeto o estudo toma uma forma mais concreta. A manipulação de objetos concretos, a exploração de recursos que permitem ampliar, reduzir, rotacionar, explorar as representações planas e não planas contribuem para o processo de construção da aprendizagem matemática. Ratifica-se isso no Referencial Teórico, Lições do Rio Grande, conforme lê-se: “O estudo da Geometria, trabalhado das formas tridimensionais para as bidimensionais explora as propriedades das figuras planas e espaciais, relacionando-as, enfocando as medidas que possibilitam o cálculo do perímetro, da área e do volume das figuras estudadas” (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 194).

Ou seja, muitas vezes por meio de aulas expositivas, ou somente com o auxílio do livro didático, para o aluno não fica claro a diferença de figuras bidimensionais e tridimensionais.

Para Souza (2014) quando o professor utiliza uma realidade virtual, acaba por desfrutar de muitas informações e recursos úteis e se torna capaz de alternar, de maneira adequada, as atividades tradicionais e as que fazem uso do computador para suprir as dificuldades que surgem quando se estuda os conteúdos matemáticos, aplicando-se isso ao estudo da geometria espacial.

Ao substituir valores numéricos em modelos matemáticos é possível obter resultados de áreas, volumes e outros, mas geralmente não é garantido de que houve a capacidade de associar esses conceitos ao seu real sentido. Por meio dos recursos tecnológicos apropriados, pode-se proporcionar aos alunos diferentes pontos de vista sobre uma figura espacial, explorando-a sem modificar suas propriedades e auxiliando na compreensão desses conceitos.

Além das habilidades mencionadas, outro fator importante na formação dos estudantes é a capacidade de assimilar o conteúdo de geometria e aplicá-lo para resolução de diversas situações cotidianas, conforme consta na Base Nacional Comum Curricular:

Ao encerrar a etapa do ensino Médio espera-se que os estudantes consigam resolver problemas que envolvam medidas de área e perímetro de figuras planas e medidas de figuras espaciais. Um dos objetivos da Base Nacional Comum Curricular é resolver e elaborar problemas envolvendo medidas de volume e de área de superfícies de cilindros e prismas, deduzindo expressões de cálculo, aplicando-as preferencialmente em situações cotidianas. Nessa etapa da educação se reforça a necessidade de relações com situações reais e práticas, principalmente aquelas do mundo do trabalho, o que eleva a importância das discussões conceituais e aplicações possíveis, tendo em vista a natural aproximação que elas têm com esses contextos (BRASIL, 2017, p. 544).

Analisando as referências percorridas nessa seção, a importância da compreensão dos conceitos matemáticos relacionados à Geometria, refletindo sobre como o cálculo de superfícies de área e volume encontra-se presente em situações cotidianas, e a relação desse conteúdo na solução de problemas é possível perceber quão complexo é o processo de construção do conhecimento por parte dos estudantes. Portanto, ressalta-se o comprometimento do professor com o ato de ensinar seus alunos, oportunizando diferentes caminhos para que a aprendizagem ocorra e, também, a gama de possibilidades que o estudo da geometria proporciona na formação dos indivíduos.

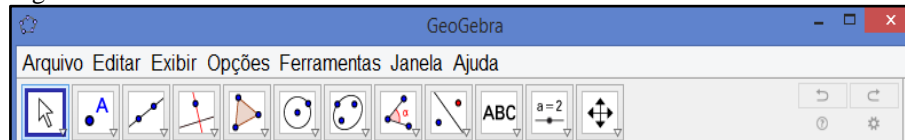
2.5 O software GeoGebra

De fácil interface e manuseio, o software GeoGebra vem sendo bastante utilizado na área de ensino de matemática. Segundo o Instituto GeoGebra de São Paulo (2014), este é um software de matemática dinâmica gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação, sendo reconhecido mundialmente.

O GeoGebra¹ é um software livre, criado em 2001 como tese de doutorado de Markus Hohenwarter, e desenvolvido na Flórida Atlantic University. Atualmente, é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, sendo mais de 300000 *downloads* mensais e 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de computadores em vários países ao redor do mundo, conforme fonte do Instituto GeoGebra (2016). Com bases nos dados apresentados pode-se concluir que sua difusão vem crescendo e sua popularidade aumentando consideravelmente.

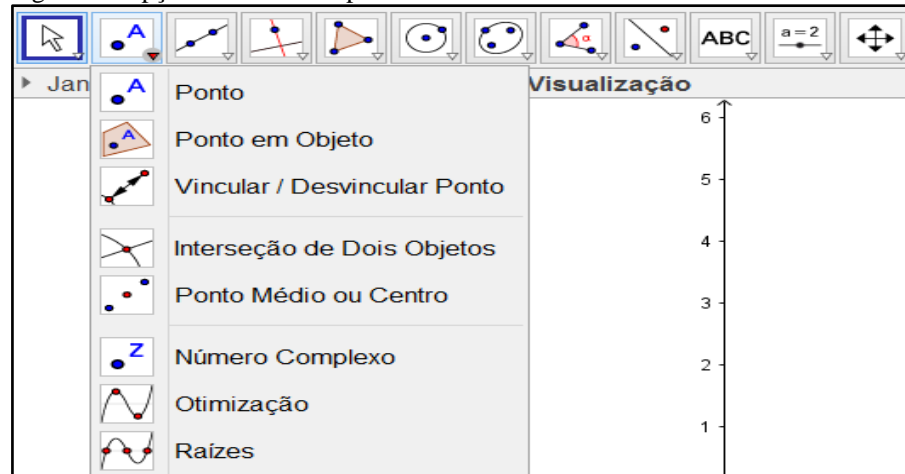
Sua barra de ferramenta encontra-se organizada de forma fácil, intuitiva e acessível, onde cada botão oferece diversas opções de controle, conforme pode ser visto nas Figuras 1 e 2.

Figura 1 - Barra de ferramentas



Fonte: autora, 2017.

Figura 2 - Opções do comando ponto



Fonte: autora, 2017.

¹ Disponível para download em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR>.

Na Figura 3 segue o desdobramento das opções ao selecionar o primeiro botão de comando, *a reta*:

Figura 3 - Opções do comando reta



Fonte: autora, 2017.

Na Figura 4, mostram-se as opções para marcação de retas perpendiculares, paralelas, tangentes e outras:

Figura 4 - Opções do comando reta perpendicular

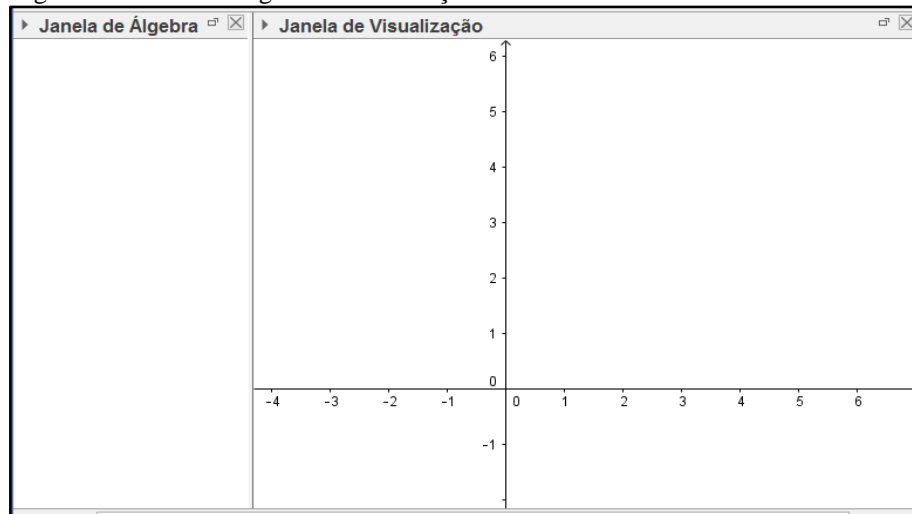


Fonte: autora, 2017.

Na barra de ferramentas há doze botões de comandos onde, ao clicar em cada um dos botões, esses oferecem mais uma série de opções relacionadas àquele botão, possibilitando assim uma gama muito grande de interação e exploração do objeto a ser construído.

De fácil instalação, sua interface oferece duas janelas de visualização, uma algébrica e outra geométrica, possibilita a construção e explorações de vários conteúdos matemáticos como funções, sistemas lineares, cônicas, corpos redondos, polígonos e outros, conforme Figura 5, que mostra estas janelas.

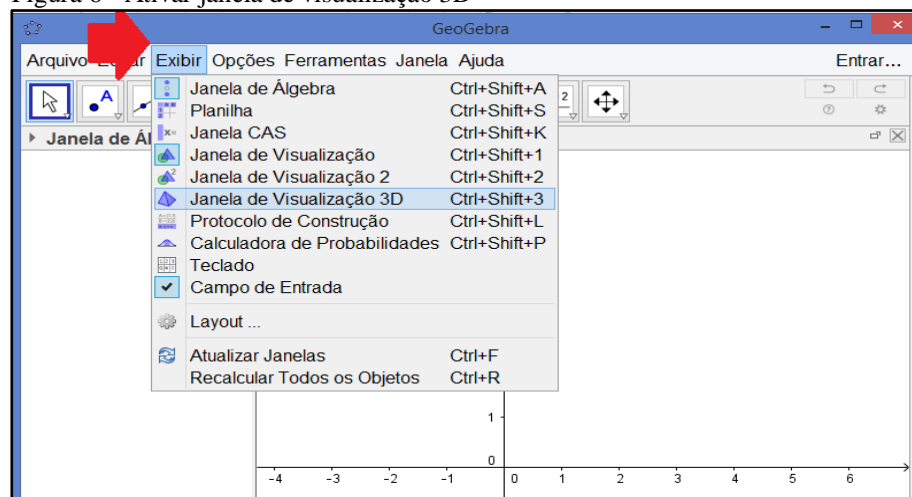
Figura 5 - Janelas de álgebra e visualização



Fonte: autora, 2017.

Para essa pesquisa foi usado o GeoGebra 5.0, com versão 3D - Beta, que disponibiliza além das opções citadas acima, uma janela de visualização em 3D, que pode ser ativada selecionando a opção *Exibir, Janela de Visualização em 3D*, de acordo com a Figura 6.

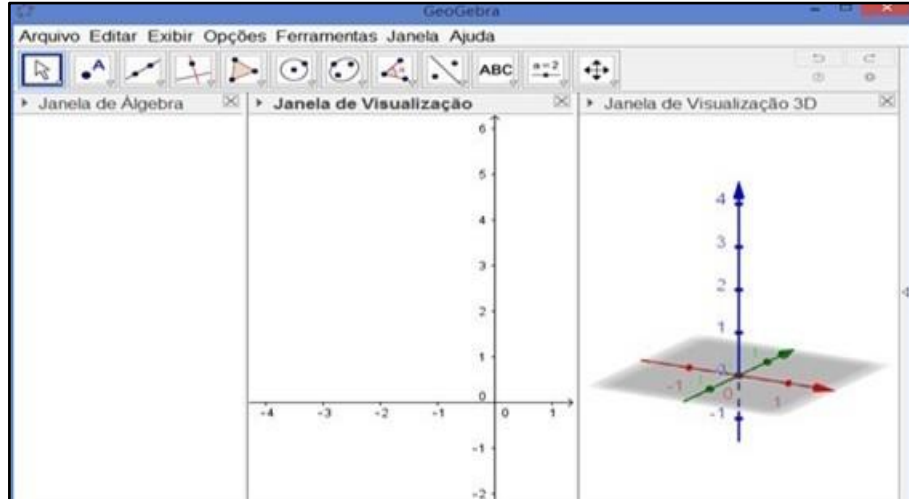
Figura 6 - Ativar janela de visualização 3D



Fonte: autora, 2017.

Após esse procedimento, a tela divide-se, proporcionando trabalhar simultaneamente com as três janelas (Janela de Álgebra, Janela de Visualização e Janela de Visualização 3D), ou ocultar, de acordo com a necessidade do trabalho proposto, conforme mostra a Figura 7.

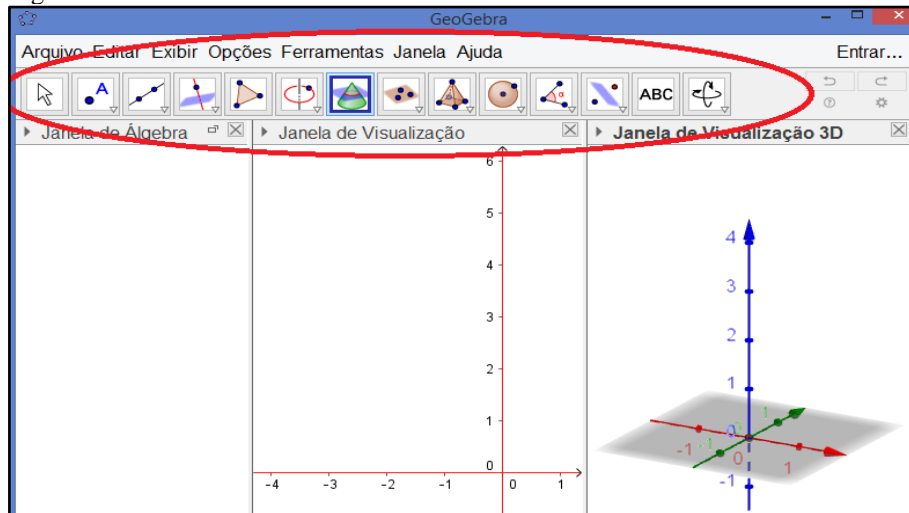
Figura 7 - Interface do GeoGebra



Fonte: autora, 2017.

Ao optar por exibir a Janela de Visualização em 3D, uma nova barra de ferramenta é apresentada, disponibilizando novos comandos pertinentes à exploração de poliedros ou outras figuras que se quer construir, conforme mostra a Figura 8.

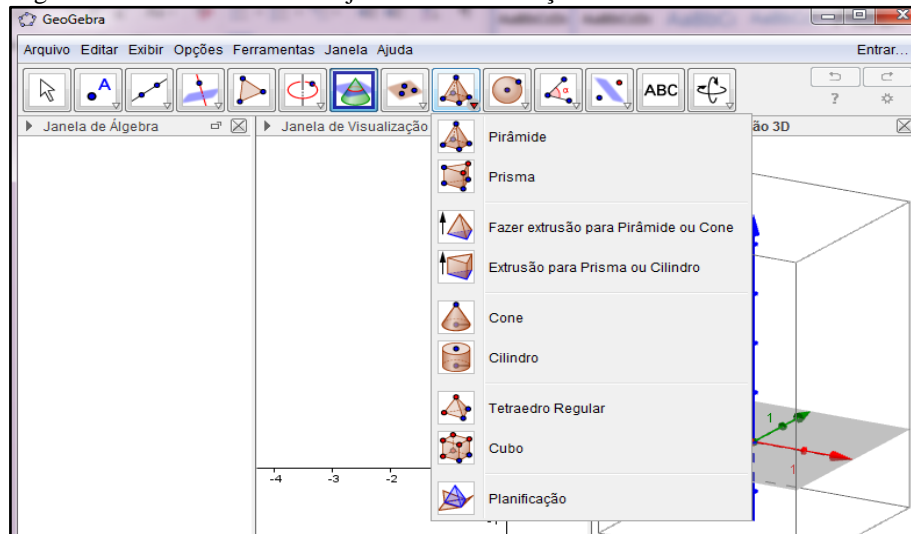
Figura 8 - Nova barra de ferramentas



Fonte: autora, 2017.

Surge nessa nova barra de ferramentas mais 14 opções de comandos, cada uma desdobrando-se em mais outros comandos relacionados ao primeiro botão como mostra na Figura 9.

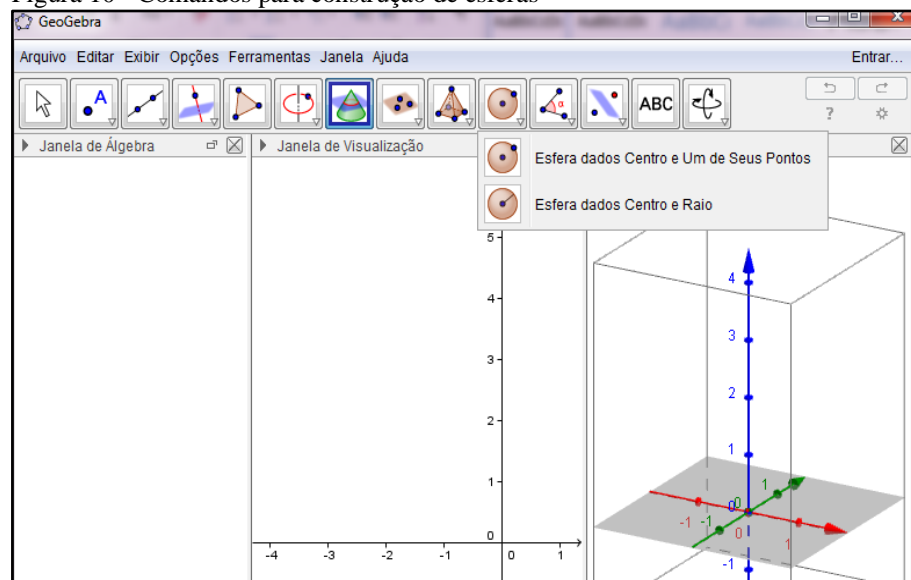
Figura 9 - Novos comandos da janela de visualização 3D



Fonte: autora, 2017.

Essa opção de comando foi bastante utilizada nesse estudo, pois contém a construção de diversos sólidos geométricos como a pirâmide, cone, cilindro e o cubo. Ao lado desse comando, no botão *Esfera*, há a possibilidade de construir uma esfera a partir do centro e de um de seus pontos, ou conhecendo o centro e o valor do raio como se vê na Figura 10.

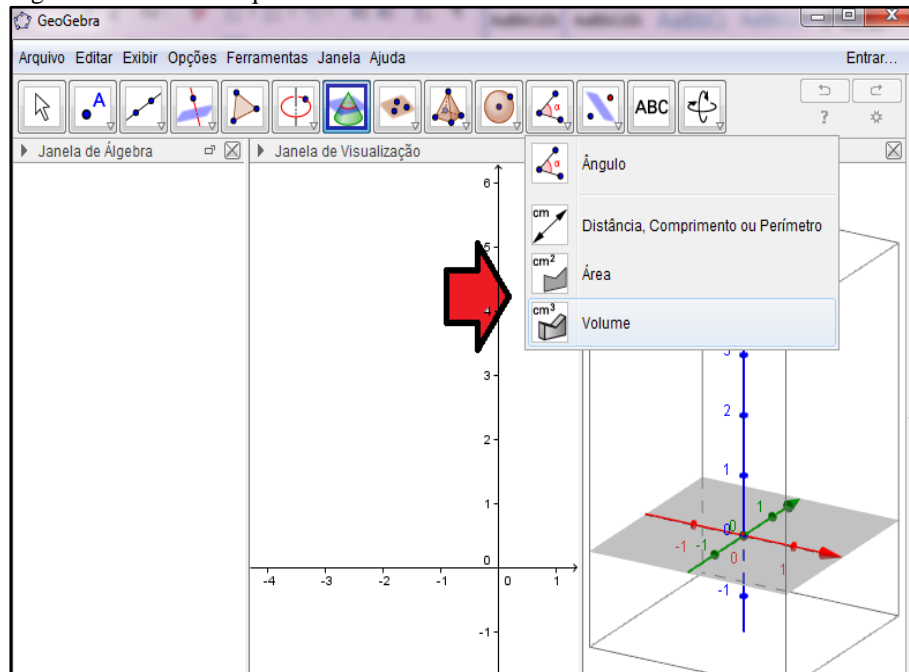
Figura 10 - Comandos para construção de esferas



Fonte: autora, 2017.

Dessa forma esses comandos possibilitam a construção de formas que envolvem a esfera. Na Figura 11, ao acessar o comando *Ângulo*, é possível encontrar os botões de *Área* e *Volume* que, quando selecionados e clicados nas superfícies ou na figura construída, mostram o valor numérico da área ou do volume.

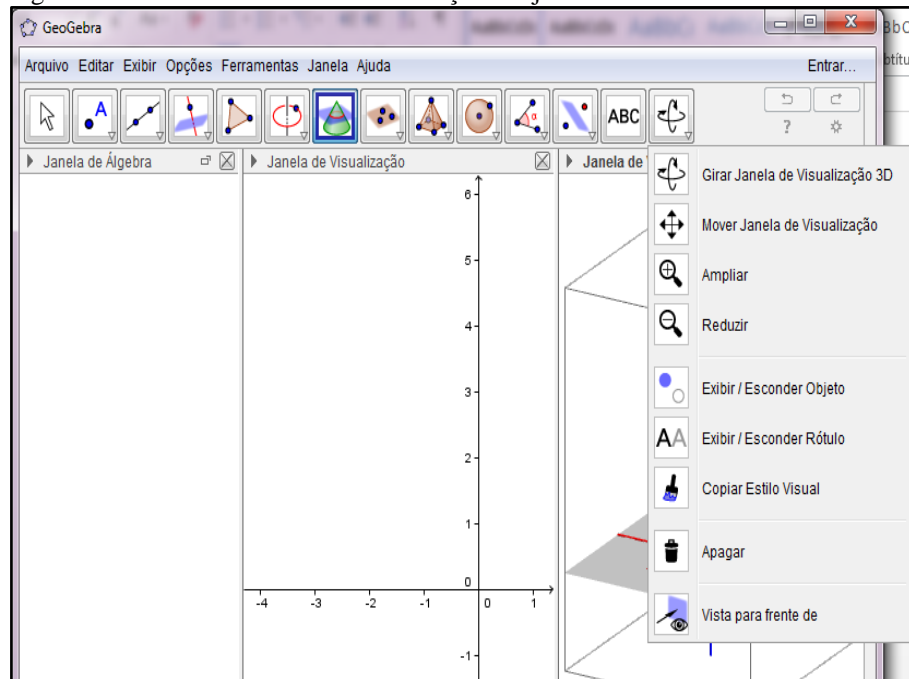
Figura 11 - Comando que mostra o valor de área e volume



Fonte: autora, 2017.

A Figura 12 mostra os comandos referentes a movimentação das telas, tais como rotação, ampliação, reduzir e girar:

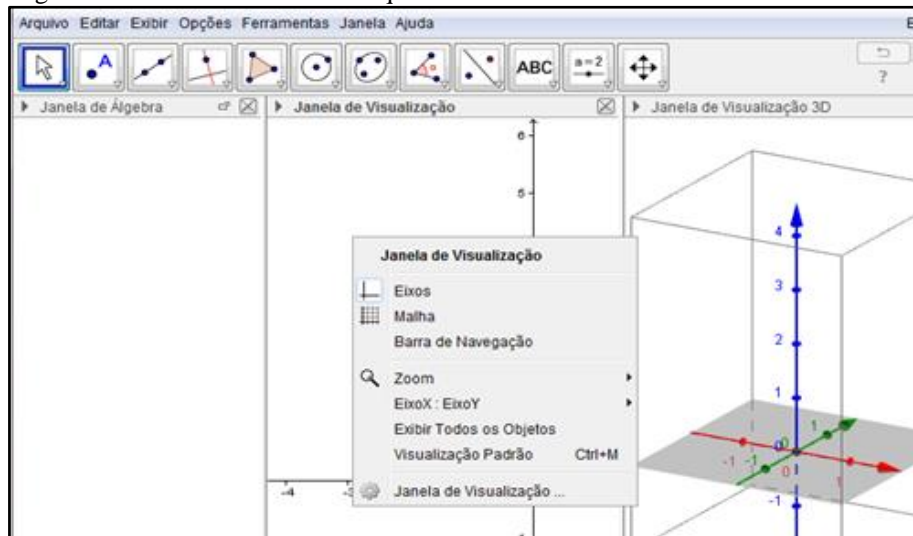
Figura 12 - Comando sobre a movimentação das janelas



Fonte: autora, 2017.

Também é possível obter mais opções clicando com o botão esquerdo do mouse, que possibilita ações referentes a janela de visualização, como mostra a Figura 13.

Figura 13 - Comandos do botão esquerdo do mouse



Fonte: autora, 2017.

Conforme aponta Brandt e Montorfano (2007), outro ponto importante neste software é possuir uma interface didática e bem apresentável, sendo que suas ferramentas permitem a construção de figuras geométricas simples até as mais complexas. Quanto à aprendizagem a autora destaca o incentivo que proporciona à criatividade, estimulando novas construções geométricas, percebendo que cada expressão na janela algébrica corresponde a um objeto na zona de gráficos e vice-versa.

Para Bento (2010), Souza (2014) e Pereira (2012), o software GeoGebra tornou-se objeto de estudo pois além dos vários recursos citados no decorrer deste trabalho, permite a construção e exploração de figuras geométricas e suas propriedades, auxilia na promoção de uma aprendizagem dinâmica, possibilitando a interação com os usuários.

Por ser compatível com o sistema operacional Windows e Linux, principais sistemas operacionais encontrados nos laboratórios de informática das escolas públicas, o software GeoGebra vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a professores e alunos a possibilidade de explorar, manipular, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático.

2.6 Trabalhos relacionados ao Software GeoGebra

Considerando aproximar o uso de novas tecnologias do ensino de matemática e diante de apontamentos relacionados ao software GeoGebra citados na seção anterior, apresenta-se alguns trabalhos relacionados a esse tema, e procura-se salientar as potencialidades que esse

recurso pode oferecer principalmente no que diz respeito ao estudo da geometria. A seleção desses trabalhos foi realizada a partir de uma busca na internet com a ferramenta do Google Acadêmico, utilizando as palavras, software GeoGebra, Geometria Espacial e Ensino. Foram selecionadas quatro pesquisas que apresentavam pontos positivos na utilização do GeoGebra e aproximavam-se das ideias dessa pesquisa.

Bastante utilizado no estudo de matemática, principalmente no conteúdo de geometria, o software GeoGebra é visto, segundo Souza (2014), como um instrumento capaz de auxiliar e facilitar o modo de ensinar geometria espacial. Ao elaborar sua pesquisa, a autora propôs duas metodologias, uma de modo tradicional e expositiva do conteúdo com a construção, em papel, das figuras estudadas como o cubo e pirâmide; com outra turma promoveu o estudo do mesmo assunto, porém explorando os recursos do software GeoGebra. Ao utilizar-se dos recursos do software, Souza (2014), destaca que foi possível perceber as características geométricas de cada figura espacial, características essas que não seriam possíveis de serem visualizadas e analisadas apenas algebricamente. De modo geral, na pesquisa de Souza (2014) destaca-se como ponto forte a visualização que oportunizou o estudo do conteúdo de forma bastante dinâmica. A autora salienta que as atividades propostas em seu trabalho visavam uma aula diferente do que quando o professor apenas expõe o conteúdo de forma tradicional. Também é possível observar o comportamento do professor, assumindo uma postura de formador, e o seu comprometimento diante dos estudantes.

Outro trabalho que mostra o software GeoGebra como um recurso facilitador na aprendizagem é a pesquisa de Pereira (2012), que volta-se para a interação entre professor e aluno num ambiente colaborativo de geometria. O autor aponta que as atividades mediadas pelo software foram muito importantes para a consolidação de conceitos matemáticos, oportunizando a validação das hipóteses e conjecturas levantadas sobre possíveis caminhos para as tarefas propostas. Outro ponto importante a considerar na pesquisa deste autor foi a interação e a mudança de comportamento entre os grupos de alunos. Pereira (2012), enfatiza que os alunos promoveram um produtivo debate sobre as atividades, procurando aplicar os conhecimentos adquiridos ao longo de toda sequência didática e a colaboração ganhou forte destaque no decorrer das atividades.

Em outro estudo investigado, com o objetivo de diferenciar o software GeoGebra, Souza Júnior (2014), ressalta que foi justamente a construção, visualização e exploração de objetos tridimensionais, que potencializaram os recursos do software, além da fácil instalação e compatibilidade com os laboratórios de informática das escolas públicas. O autor realizou uma pesquisa buscando apresentar Objetos de Aprendizagem (OA) e os resultados da

aplicação de sequências didáticas que exploravam o conceito do volume. Em seu estudo, o autor cita que avaliou alguns recursos tecnológicos como o Cabri-Géomètre 3D, Calques 3D, LOGO 3D, e o software GeoGebra versão 5.0, sendo que optou por este último pelas características já mencionadas. Com isso, o autor pode concluir que a possibilidade de manipular objetos de aprendizagens contribui para formalizar os conceitos estudados, sendo que, conforme o autor, “a manipulação confere a eles a autonomia na construção do próprio saber” (SOUZA JÚNIOR, 2014, p. 763).

A pesquisa de Borsói (2016), aponta como diferencial o trabalho com o software GeoGebra, pois oportunizou novas formas de pensar sobre a construção da aprendizagem. Seu estudo apresenta uma sequência didática que explora conceitos de Geometria Espacial através do software com o objetivo de provocar o desenvolvimento do pensamento geométrico espacial. Borsói (2016) destaca que a interação possibilitou uma relação mais próxima entre aluno e o objeto que está sendo estudado, favoreceu a autonomia do aluno, e que os recursos tecnológicos disponibilizados no GeoGebra tornaram-se um aliado para superar dificuldades. A autora aponta também para o comportamento mais autônomo dos alunos, sentindo-se mais motivados para cada nova atividade apresentada.

É possível perceber nesses trabalhos que todos relatam uma experiência positiva ao escolher o software GeoGebra como recurso tecnológico para desenvolver suas propostas. Apontam a visualização, a rotação, interatividade e o desafio que uma proposta diferenciada pode provocar nos alunos, oportunizando que eles atuem como agentes na construção de sua aprendizagem.

3 METODOLOGIA DE PESQUISA

Esse capítulo detalha os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa, bem como a caracterização do ambiente onde foi aplicada a proposta didática, apresentando as atividades que foram realizadas nesse trabalho.

3.1 Procedimentos metodológicos

De acordo com Gil (2002) uma pesquisa configura-se como um procedimento que busca encontrar respostas a problemas propostos por meio da coleta e análise de dados. Dessa forma, o trabalho aqui exposto busca verificar se os recursos do software GeoGebra, versão 5.0, podem trazer contribuições para o ensino de geometria espacial. Essa pesquisa parte da ideia de que o software GeoGebra 5.0 versões Beta, apresenta-se como um recurso facilitador para o estudo da geometria. Com base nessa ideia e com o objetivo de verificar suas contribuições, propõem-se a aplicação de uma proposta didática direcionada a alunos do Ensino Médio.

A pesquisa caracteriza-se como qualitativa, que segundo Silveira e Gerhardt (2009), preocupa-se com aspectos da realidade que não podem ser baseados em quantidade, voltando-se para a compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais, constituindo-se de análise e descrição de um fenômeno em uma forma mais complexa. Para os autores citados a preocupação de uma pesquisa do tipo qualitativo, volta-se principalmente no aprofundamento da compreensão de um grupo social e não com a representação numérica dos resultados. Pesquisadores que adotam essa abordagem buscam explicações para fenômenos observados.

Com relação a análise dos dados obtidos, Silveira e Gerhardt (2009), mostram que, comparado aos métodos adotados pela pesquisa quantitativa, a abordagem qualitativa procura enfatizar e interpretar as experiências realizadas, características que podem ser observadas nesse estudo.

Quanto ao tipo de abordagem essa pesquisa pode ser classificada como pesquisa participante, que de acordo com Gil (2002), é caracterizada pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas. Esse tipo de pesquisa mostra-se comprometida com a minimização da relação entre as partes envolvidas.

Para coletar os dados dessa pesquisa, conta-se com os seguintes instrumentos de coleta, a observação direta por parte da pesquisadora, registros diários sobre as manifestações dos alunos, os diários de bordo construídos pelos alunos ao final de cada aula, e apresentação

final de cada grupo para os demais alunos da turma. Marconi e Lakatos (1996) definem a observação como uma técnica de coleta de dados para conseguir determinadas informações, como forma de examinar fatos que se deseja estudar. Outro instrumento utilizado para essa pesquisa foram os registros feitos pela pesquisadora e pelos alunos, chamados de diário de bordo. Oliveira, Gerevini e Strohschoen (2017), definem diário de bordo como uma ferramenta para facilitar os registros das atividades, permitindo refletir sobre a prática.

Com a aplicação e desenvolvimento das atividades propostas, a pesquisadora procurou buscar indícios, por meio da observação direta e dos registros de diário de bordo, se a utilização dos recursos do software GeoGebra, juntamente com a metodologia de ensino adotada, contribuiu ou não para o estudo dos alunos.

A proposta dessa pesquisa baseia-se no desenvolvimento de atividades sobre o conteúdo de geometria, focando principalmente na utilização dos recursos 3D do software GeoGebra para a construção de sólidos geométricos. Essas atividades estão relacionadas a solução de situações-problemas que desafiam os alunos a buscar respostas e promover o trabalho em grupo. Características essas, da metodologia do PBL, que usa o problema para motivar, focar e desenvolver a aprendizagem, além do desenvolvimento de habilidades, como, por exemplo, iniciativa, independência, trabalho em equipe, superação de desafios, atitudes necessárias para a formação do indivíduo.

Para desenvolver a proposta, a pesquisadora optou por organizar a turma em grupos de até quatro alunos. Cada equipe deveria eleger um coordenador, que ficou encarregado de organizar e dirigir os colegas do grupo. O grupo também elegeu um aluno que, ao final de cada aula, relatava por escrito, o que o grupo desenvolveu naquele encontro. Os registros do diário de bordo continham as descobertas e desafios encontrados no decorrer da aula, o que foi realizado, a elaboração das soluções para o problema, o passo a passo da construção e representação no software GeoGebra, da forma geométrica que serviu como solução para o problema e também as discussões promovidas pelo grupo.

Também houve um registro de diário de bordo feito sob o olhar da pesquisadora, o qual foi mais específico para o comportamento dos alunos frente à proposta, os desafios gerados pelos problemas, bem como a interação dos alunos frente ao software escolhido, usando-o como um recurso para auxiliar na construção da aprendizagem.

Para a análise dos dados coletados serviram de instrumentos, os registros feitos pelos alunos e também os registros do diário de bordo da pesquisadora, juntamente com a apresentação final realizada pelos grupos. Nessas observações a pesquisadora buscou indícios para verificar a interação dos alunos frente ao software GeoGebra, a aplicação dos conteúdos

matemáticos na busca das soluções, se houve uma maior interação dos alunos frente as novas tecnologias. Procurou também analisar como se deu o trabalho em grupo e o desafio do método PBL, se as atividades e metodologias de ensino adotadas surtiram algum efeito nos estudantes, evidenciando essas características por meio das apresentações finais dos grupos.

3.2 Caracterização do ambiente de pesquisa

A pesquisa foi realizada na Escola Estadual de Educação Básica Viadutos, situada no município de Viadutos. O município situa-se na região noroeste, no estado do Rio Grande do Sul, possui cerca de 5000 habitantes e sua economia e população são em grande parte oriundas do meio rural. A escola pertence à 15ª Coordenadoria Regional de Educação, e abrange cerca de 300 alunos distribuídos nos turnos da manhã, tarde e noite. Oferece as seguintes modalidades de ensino: Ensino Fundamental, anos iniciais e finais (1º ao 9º ano) e Ensino Médio, 1ª, 2ª e 3ª ano diurno e noturno, além do Curso Técnico em Agricultura Integrado ao Ensino Médio, que acontece em turno integral.

A proposta didática abordada nesse trabalho volta-se para alunos do 2ª ano do Ensino Médio, pois o conteúdo de Geometria Espacial, embora abordado desde os anos iniciais, foi aprofundado nesse momento, por escolha da pesquisadora que era a professora de matemática da turma. Assim, a proposta didática foi pensada e elaborada para servir de motivação para estudo desse conteúdo de matemática.

A turma, público-alvo da pesquisa, era composta por 23 alunos, 18 meninas e 5 meninos, na faixa etária de 15-16 anos. Todos os alunos são oriundos da escola pública, e estudam no turno da tarde. Como característica geral, observa-se uma turma produtiva, porém heterogênea no sentido de desenvolvimento cognitivo, sendo que alguns alunos mostraram-se bastante avançados no conteúdo enquanto outros apresentam muitas dificuldades de aprendizagem, alguns são participativos e interessados, enquanto outros se dispersam com facilidade.

4 PROPOSTA DIDÁTICA

O detalhamento da proposta didática, como produto educacional dessa pesquisa, é objeto de discussão desse capítulo.

A proposta didática desta pesquisa é composta de um roteiro de atividades que abrangem o conteúdo de matemática referente a superfícies de áreas e volumes, medidas de comprimento, largura e altura, formas geométricas como retângulo e triângulo, e poliedros como o cubo, o bloco retangular e o cilindro. As atividades selecionadas para essa proposta permitem também abordar e relacionar outros temas como, por exemplo, a Educação Financeira, aproximado os alunos de um contexto mais social. Também permite interdisciplinar a proposta outras disciplinas como Educação Física, quando estuda-se as regras do futebol de salão, e com Geografia quando se utiliza conceitos de escala abordados nas atividades presentes nessa proposta.

A organização, planejamento, número de aulas e duração, estão apresentadas no Quadro 1 e foi elaborado com base na realidade da turma escolhida para a aplicação da proposta.

Quadro 1 - Detalhamento da proposta didática

Encontro	Aula/Um período com duração de 45 minutos	Atividades
1	1 período	Apresentação da proposta e organização dos grupos de trabalho. A proposta consistiu em discutir e resolver situações-problema, que envolvem formas geométricas. Além de resolver os problemas, os grupos deveriam construir a forma geométrica investigada, utilizando os recursos do software GeoGebra, versão 3D.
2	2 períodos	Apresentação do primeiro problema referindo-se as dimensões da quadra de futebol, em seguida medir a largura e comprimento da quadra de futebol e fazer a construção do desenho no software Geogebra. Material necessário: fita métrica, lápis e caderno, computador.
3	2 períodos	Passeio dirigido a outros espaços da escola para coletar novas medições. Elaboração de uma situação-problema. Material necessário: lápis, caderno e fita métrica.
4	3 períodos	Construção e representação do desenho referente a solução da situação-problema no software GeoGebra. Material necessário: computador
5	3 períodos	Continuação da atividade anterior, no laboratório de informática.
6	3 períodos	Encerramento das atividades com apresentação e socialização dos grupos.

Fonte: autora, 2017.

4.1 Apresentação dos encontros da proposta didática

As aulas foram elaboradas para 6 encontros que somam no total 14 períodos/aulas, com duração de 45 minutos cada período/aula, ocorreram em diferentes espaços da escola,

como sala de aula, quadra de esportes, área de lazer e laboratório de informática. Como materiais de apoio foram utilizados livros didáticos, pesquisas na internet, uso de lápis, caderno, calculadoras, computadores e fitas métricas.

Primeiramente foi discutido com a turma, a proposta e os objetivos do trabalho. Em seguida foram organizados os grupos de estudo, que contaram com três e quatro alunos cada grupo, totalizando 5 grupos. Após, já nos grupos de trabalho, foram escolhidos os mediadores/coordenadores e os relatores/secretários.

Na segunda aula foi sugerido aos grupos um problema relacionado a reforma do tablado da quadra de esportes. O problema detalhado e os questionamentos a cerca dele encontram-se no Produto Educacional desse estudo. Para obter uma solução para a situação-problema proposta, os alunos concluíram que era necessário conhecer as condições e medições da quadra de esportes. Para isso, registraram as medidas de comprimento e largura das marcações da quadra utilizada para jogos de futebol e, em seguida, discutiram como obter a superfície de área desse espaço. Para isso tiveram que aplicar conhecimentos matemáticos referentes a geometria, tema de estudo dessa proposta.

Como fechamento dessa aula, o desafio foi utilizar os comandos e as janelas de visualização do software GeoGebra para construir a representação da quadra de futebol que estava sendo estudada. Os alunos já conheciam alguns comandos básicos do software, o que facilitou a construção, e verificaram, posteriormente, as propriedades da figura construída, um retângulo.

Para as aulas posteriores, o desafio foi propor aos alunos novas situações problemas que abrangessem espaços reais da escola, como a garagem das máquinas agrícolas, a caixa d'água que serve como cisterna para irrigação, estufa de hortaliças e outros espaços da escola. A cada grupo coube escolher uma situação-problema diferente, que envolvia posteriormente a modelagem no GeoGebra do objeto identificado e, após discutidas e levantadas possíveis soluções, os alunos deveriam novamente explorar e utilizar os recursos e comandos do software GeoGebra para representar e verificar visualmente a situação-problema desenvolvida.

Ao final de cada encontro, o grupo ficou encarregado de elaborar um registro das atividades desenvolvidas pelo grupo, bem como as facilidades e dificuldades encontradas por eles para realização das atividades. Isso também serviu de subsídio para a coleta de dados, juntamente com os registros e observações feitas pela pesquisadora, que mediu o trabalho, interagindo com os grupos e orientando-os no desenvolvimento das atividades.

Como encerramento, cada grupo teve a oportunidade de apresentar para os demais a construção feita no software GeoGebra e a solução que o grupo achou mais cabível para a

resolução do problema. Nessa apresentação os alunos puderam sintetizar e expor o que aprenderam com a proposta, socializando as atividades realizadas e integrando-as com o conteúdo matemático. Conteúdo esse que abordou principalmente a geometria espacial, uma vez que as figuras construídas relacionaram-se a sólidos geométricos, aproveitando a versão do software que disponibiliza uma janela de visualização em 3D.

Essa apresentação final também serviu para a pesquisadora coletar indícios sobre os resultados alcançados e proporcionou momentos de socialização, onde todos os alunos puderam expressar-se e demonstrar o que aprenderam até então com a construção dos sólidos geométricos. A partir do exposto nesse encerramento foi possível verificar se as atividades sugeridas alcançaram os objetivos almejados no início dessa pesquisa, e proporcionando o fechamento da proposta.

Ao finalizar essa proposta didática esperava-se que os alunos fossem capazes de identificar conceitos matemáticos relacionados à geometria, como superfícies de área e volume, de interagir com o software GeoGebra, modelando objetos reais em 3D neste software, utilizando-se dos recursos tecnológicos para a construção, rotação, ampliação de formas geométricas, e aprimorar a socialização por meio de trabalho e discussão em grupo, num ambiente mais dinâmico e colaborativo.

4.2 Produto Educacional

O texto dessa dissertação é acompanhado de um Produto Educacional, destinado a professores de matemática da Educação Básica, tanto das redes públicas quanto das privadas, disponível para utilização livre, desde que citados os autores, no portal EduCapes, <<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/206988>> e na página do PPGECEM, curso onde foi desenvolvido o estudo, <http://docs.upf.br/download/ppgecem/Marindia_Produto.pdf>.

O material do Produto Educacional é composto por uma proposta didática, organizada numa sequência de atividades exploratórias sobre o conteúdo de Geometria, mais especificadamente Geometria Espacial. Essa proposta didática contempla conteúdos do Ensino Médio como, por exemplo, a construção e representação de sólidos geométricos, superfícies de área e volume destes sólidos, e unidades de medidas. As atividades da proposta envolvem a exploração dos recursos do software GeoGebra para a construção das formas geométricas e a resolução de situações-problemas a partir do método PBL. Esse material tem por objetivo ofertar aos professores novos subsídios para desenvolver aulas de matemática mais dinâmicas, inovando com o uso de tecnologias e metodologias.

A seguir, conforme a Figura 14, apresenta-se a capa do Produto Educacional.

Figura 14 - Capa do Produto Educacional



Fonte: autora, 2017.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo discorre-se uma análise dos resultados obtidos a partir da realização da proposta didática. O tipo de pesquisa e o público alvo já foram mencionados no capítulo anterior.

Antes de avaliar propriamente os dados obtidos por meio das observações e registros feitos pela pesquisadora e pelos alunos, é importante lembrar que os alunos possuíam alguns conhecimentos básicos sobre o conteúdo de Geometria, mais especificamente sobre geometria plana, identificavam figuras geométricas como o quadrado, retângulo e triângulo, também os modelos matemáticos para encontrar o valor das superfícies de área dessas figuras. Foi necessário utilizar esses conhecimentos prévios sobre as figuras planas, para aprofundar o estudo dos sólidos geométricos abordados nessa proposta, como o cubo, o paralelepípedo e o cilindro.

Outro item a considerar é que, salvo o primeiro problema (que se refere à quadra de esporte) desenvolvido no segundo encontro, os demais problemas foram elaborados a partir de situações bastante próximas da realidade experienciadas pelos alunos. São situações recriadas e movidas a partir do interesse e da curiosidade dos mesmos. As intervenções da pesquisadora ocorreram no sentido de evidenciar a matemática contida em cada um dos problemas elaborados.

Cabe destaque também para as diferenças presentes na turma, embora sejam todos oriundos da mesma realidade escolar e faixa etária, muitos alunos apresentam dificuldades na disciplina de matemática e observou-se que a grande maioria não está habituada a utilizar-se de recursos tecnológicos, principalmente softwares educativos para aprimorar seus estudos. Logo a proposta apresentada a eles mostrou-se totalmente diferente do que estavam habituados a trabalhar durante as aulas.

Os dados obtidos e destacados nesse capítulo estão distribuídos por encontro realizado, sendo que cada encontro abrangeu tempos diferentes de aula, variando de um a até três períodos/aula.

Para melhor organização e como forma de preservar a identificação dos alunos, ao se referir a uma fala específica será mencionado o aluno 1, 2, 3 ou 4 do grupo 1, 2, 3,4 ou 5. Por exemplo, A1G2, refere-se ao aluno 1 do grupo 2.

A seguir são apresentadas as análises obtidas a partir dos dois instrumentos utilizados para coleta de dados. O primeiro foi os registros feitos tanto pelos alunos como pela pesquisadora ao final de cada aula, e o segundo foi a apresentação final de cada grupo. Nesses

registros destaca-se principalmente a reação dos alunos frente aos desafios gerados pela proposta.

5.1 Encontro 1

Nesse primeiro momento houve uma conversa onde os estudantes se inteiraram sobre a atividade que lhes estava sendo proposta. Tomaram conhecimento que seriam desafiados a resolver algumas situações-problema, e que estas versavam sobre o conteúdo de geometria, principalmente os sólidos geométricos e o cálculo de superfícies de área e volume. Também nessa conversa, lhes foi explicado que usariam o software GeoGebra para interagir e auxiliar no estudo dessas formas geométricas. Os alunos mostraram-se entusiasmados com a apresentação da proposta metodológica. Após ouvirem o detalhamento e os objetivos idealizados, reuniram-se nos grupos por afinidades. O fato de estarem nos grupos ajudou no sentido de haver alunos mais retraídos que se sentiram mais à vontade por estar entre seus pares. Nesse momento os grupos elegeram o coordenador e o relator.

5.2 Encontro 2

Neste segundo encontro iniciaram-se as atividades abrangendo conhecimentos específicos de matemática. Ao iniciar a aula foi apresentado um problema para todos os grupos. O problema versava sobre: *“A quadra de futebol da escola passará por uma reforma, que implica no revestimento tablado e nova pintura das marcações. Pensando nisso quanto de material será necessário para a reforma do piso da quadra?”*

Ao serem questionados sobre o problema, a reação dos alunos foi saber as dimensões da quadra para estimar uma superfície de área que delimitasse a quadra de futebol. Para isso os alunos foram até a quadra de esportes e mediram as dimensões de largura e comprimento. A primeira dúvida que surgiu foi se era para considerar a reforma de tablado, com as laterais ou só as marcações das linhas que delimitavam a quadra de futebol. Diante disso os alunos resolveram em consenso considerar apenas as medidas das linhas laterais, justificando que se o material fosse caro poderiam revestir as laterais com outro material de menor custo. Por opção, deixou-se espaço para que propositalmente, surgissem dúvidas que levassem os alunos a refletir sobre todas as possibilidades a se considerar no problema. A ideia também era de suscitar questionamentos diversos que surgiram naturalmente ao se refletir sobre a situação.

Verificaram então que a quadra possuía 30 metros de comprimento e 17 metros de largura. Identificando a forma do retângulo, conhecendo os valores, determinaram por meio de cálculos matemáticos que a superfície de área da quadra de futebol era $A = \text{comprimento} \times \text{largura}$. Multiplicando as dimensões de comprimento e largura, chegou-se ao total de 510 m². Como tarefa de casa, os grupos ficaram encarregados de pesquisar sobre o material mais indicado para o revestimento do piso, bem como o valor de custo dos materiais, a qualidade e a durabilidade.

A partir dessas atividades foram levantados alguns dados e foi possível observar que dos 5 grupos, apenas 3 trouxeram os resultados referentes a pesquisa do material utilizado para a reforma. Esses resultados foram apresentados e discutidos com todos os alunos na aula seguinte. A grande maioria dos alunos, chegaram à conclusão de que o revestimento mais indicado é o piso de madeira flutuante pois oferece mais vantagens aos atletas e considerando as dimensões da quadra pode variar de R\$ 50.000,00 a R\$ 72.000,00. Os alunos ficaram surpresos com a variedade de material que pode ser utilizado para esse caso, passando pelo uso do concreto bruto até revestimento de grama sintética, variando muitos os valores.

Após encaminhados os trabalhos, observou-se nessa aula, que a maioria dos alunos participaram da atividade, sendo que o simples fato de sair da sala de aula e realizar uma atividade mais prática motivou alunos. Apenas um dos grupos não obteve o valor de 510m² pois mediu de forma errada a quadra.

O desafio, nessa fase da proposta didática, era representar a quadra de futebol, no software GeoGebra, e também como forma de familiarização e exploração dos recursos do software. Os alunos já conheciam alguns comandos básicos, mas essa atividade serviu para lembrá-los e familiarizá-los com o software. No início, muitos tiveram dificuldade por se tratar de uma situação atípica, mas conversando com os colegas foram se familiarizando. O primeiro passo foi reajustar as escalas dos eixos de x e y na janela de visualização, para que pudessem marcar as medidas de comprimento e largura. Precisavam pensar em valores de máximo e de mínimo. Nesse momento um aluno logo observou que precisaria de valores negativos também, caso contrário não apareceria a representação completa na tela do computador. A1G5: “*profe, se der valores negativos pro x dá pra ver a quadra inteira na tela, senão ela aparece cortada*”. Por tentativas chegou-se à conclusão de adotar -20 (mínimo) e 40 (máximo) para o eixo do x e -15 (mínimo) e 40 (máximo) para o eixo do y .

Em seguida iniciou-se a marcação de pontos para formar um retângulo que representasse o formato da quadra. As opções *pontos* e *segmento* de reta foram utilizadas para essa construção. Uma observação ocorrida nesse momento, por parte dos alunos, foi de que o

software só realiza um comando por vez. Então cada vez que precisava marcar um ponto ou unir dois pontos com um segmento de reta precisava clicar novamente no comando e muitos alunos não selecionavam o comando, então não executava a marcação. Um dos alunos chamou a atenção para o fato, A2G5: “*não marca o ponto, a reta não fica no lugar*”, evidenciando que precisa ser selecionada toda vez o comando utilizado pelo software. Isso demonstra que é salutar aulas em laboratório de informática, que é um ambiente mais informal em relação à sala de aula e, conseqüentemente, podendo vir a favorecer a colaboração entre alunos. Depois, fizeram os pontos de marcação de meio de campo e as pequenas áreas definindo o *ponto médio* dos segmentos de retas. Também o círculo central determinado por uma esfera definindo o raio.

Por sugestão de alguns alunos, foram demarcados os pontos de escanteio, com um quarto de círculo. Nesse momento os alunos já estavam mais seguros com relação a exploração do software, o que ajudou a ir além do que foi solicitado na atividade. Quando todos os grupos terminaram de construir a representação da quadra, selecionaram o comando *polígono*, clicaram nos pontos A, B, C, D e “apareceu” a superfície de área. Como o gráfico da janela de visualização foi delimitado por escala de 10 em 10, muitos grupos se atrapalharam na hora das marcações, ocorrendo uma diferença de valores nas áreas obtidas. Um único grupo chegou ao valor mais próximo que foi de 513 m². Os outros variaram de 497 m² à 530 m². Essa diferença aconteceu devido às marcações dos pontos de vértices no gráfico.

Ficou evidenciado que, mesmo atividades simples como selecionar e marcar um ponto no plano cartesiano, unir dois pontos por meio de um segmento de reta, ou definir o ponto médio de um segmento, exigiram dos estudantes algumas características como esforço, concentração e uma maior participação para concluir a atividade. Queriam completar a tarefa e, à medida que iam avançando na atividade, sentiam-se mais motivados, encorajados, diferente de que se só o tivessem feito com lápis e papel.

5.3 Encontro 3

A partir desse encontro e nos seguintes, os alunos ficaram encarregados de pensar em situações-problema direcionadas à aplicação de conhecimentos matemáticos que envolvem figuras geométricas espaciais.

Como forma de inspirá-los nessa fase, foi proporcionada uma visita dirigida a alguns pontos da escola, selecionados pela pesquisadora, como o pátio da escola, a garagem de máquinas agrícolas e a estufa de hortaliças. Os alunos tiveram a oportunidade de visitar,

coletar as medidas de cada espaço, e discutir possíveis problemas passíveis de solução, em que seria necessário aplicar conhecimentos matemáticos para isso. Nesse momento foi bastante importante a intervenção e mediação da pesquisadora, a fim de incentivá-los a “enxergar” a matemática em situações cotidianas, bastante próximas da sua realidade, seja na escola, em suas casas, em seu ambiente de trabalho, ou em diversas situações do dia a dia. Os grupos tiveram tempo para discutir situações, medir e anotar valores de comprimento, largura e altura de certos espaços e a colaboração da pesquisadora para elaborar um texto, contendo as informações e a pergunta referente ao problema proposto. Os grupos elegeram um espaço, coletaram as medidas, organizaram as informações em forma de texto de um problema e depois dedicaram-se a pensar nas possíveis soluções para este.

O simples fato de estarem fora da sala de aula, tendo aula, já gerou uma descontração entre os estudantes. Todos participaram com sugestões e anotações. Uma das estudantes comentou que nem parecia que estávamos numa aula de matemática.

Os problemas criados, após essa visita, giraram em torno das seguintes situações: construção de lixeiras a partir de tubos de concretos; capacidade da sala de aula para instalação de ar condicionado; reforma do telhado da garagem da escola; calcular a área total da estufa de hortaliças; e a capacidade de armazenamento de uma máquina agrícola destinada para transporte.

5.4 Encontro 4

A partir desse momento, os alunos dirigiram-se para o laboratório de informática com o propósito de explorar os recursos do software GeoGebra para a construção e representação da solução das situações-problema elencadas. A situação nova e o fato de estarem diante do computador geraram, no início, alguns indícios de desconforto, mas foram superados na medida em que exploravam o software e ganhavam confiança. As atividades que até o momento giravam em torno das construções mais simples de figuras planas, passaram a parecer mais complexas, pois envolveriam as soluções para os problemas propostos pelos alunos. Essas formas geométricas espaciais são o paralelepípedo associados à forma da sala de aula, a parte da estufa e a carroceria usada para transporte, e o cilindro, para representar a parte de cima da estufa e as lixeiras de tubo de concreto.

Após abertas as janelas de álgebra de visualização e de visualização em 3D, utilizou-se o comando *pirâmide*, que permite reproduzir formas geométricas como o cubo, o cilindro e a pirâmide, o que ajudou na construção. Outra possibilidade, quando ativada a janela 3D, é a de

ampliar, diminuir, rotacionar, mover, o objeto construído, opção que provocou maior interação nos grupos porque o plano 3D movimentava junto com a figura, um diferencial proporcionado pelo software, pois se tivesse representado a figura apenas com lápis e papel, isso não seria possível. Apenas dois grupos tiveram mais dificuldades na construção dos objetos, e precisaram ser auxiliados, ora pela pesquisadora, ora por colegas de outros grupos, que tinham mais facilidade ou que já haviam utilizado comandos iguais para construções diferentes.

Observa-se nesse momento que há uma troca de saberes e ajuda mútua entre os alunos, característica que não ocorre com muita frequência nas aulas convencionais. O desconforto gerado num primeiro momento diante da proposta logo deu espaço para uma maior interação e ajuda entre os alunos, fato que normalmente não ocorre nas atividades tradicionais na sala de aula.

5.5 Encontro 5

Nesse encontro foi disponibilizado tempo para que os grupos finalizassem suas construções e se preparassem para apresentar aos demais grupos suas construções e conclusões do trabalho.

Quanto aos conhecimentos matemáticos, vinculados na proposta, a principal dificuldade foi localizar no terceiro eixo do gráfico a medida da altura. A maioria dos alunos tinha facilidade em construir uma forma geométrica plana, mas sentia mais dificuldade quando se tratava de construí-la em 3D, como enfatiza a aluna, A5G3: *“como faz pra representar o bloco retangular do formato da sala de aula? Dá pra representar o chão da sala com os comandos utilizados para desenhar a quadra de esportes?”* Nesse caso, a aluna chegou à conclusão de que os comandos utilizados na construção da quadra de esportes não seriam viáveis para a construção do sólido geométrico, pois tratavam de planos diferentes, o bidimensional e o tridimensional. Para a construção do paralelepípedo utilizou-se a opção dos *comandos deslizantes* para determinar medidas de largura, comprimento e altura e assim chegar ao desenho correto. A aluna enfatizou: *“tinha que ter um comando que fizesse a construção mais fácil, igual aos passos para construir o cilindro!”*

O fato de procurarem novos comandos, explorarem os recursos do software, fez com que os estudantes pensassem a respeito das formas que estavam construindo e conseqüentemente estudando. A reflexão e análise, o ato de pensar e construir conclusões, estavam sempre presentes nas atividades da proposta.

Para verificar os valores de superfície de área e de volume das figuras sólidas, os estudantes utilizaram o comando específico para isso. O software disponibiliza um comando que mostra o valor das superfícies de área e volume. Porém o comando do software apresenta a área somente da superfície de uma figura plana, no caso da construção dos paralelepípedos que foi a forma mais utilizada para os problemas, os estudantes acharam melhor calcular o valor da superfície de área de cada uma das partes do paralelepípedo e depois somar todas obtendo a área total.

Outra dificuldade encontrada por todos os grupos, foi o fato de ter que trabalhar numa versão online do GeoGebra. Por não conseguirem instalar a versão 5.0 do software GeoGebra nos computadores e por problemas na rede, quase todos os computadores travavam e tinham que esperar um tempo para concluir um comando ou abrir uma nova função. Não foi possível baixar e instalar o software nos computadores do laboratório de informática, pois para isso era necessária autorização do técnico da 15ª Coordenadoria Regional de Educação, e este não se encontrava presente.

Foi possível a construção e representação de todos os problemas propostos, ao verificar os valores de superfícies de área e volume, todos chegaram as medidas exatas quando verificadas na calculadora, ou bem próximas com diferenças de casas decimais. No decorrer do trabalho muitos grupos chegaram aos resultados esperados mesmo optando por caminhos diferentes, como foi o caso do grupo que decidiu calcular a capacidade da sala de aula e, para obter a área total, somou a área de todos os lados do bloco retangular, ou o grupo que investigou a capacidade de armazenamento da carroceria agrícola, que obtiveram várias formas de se encontrar um valor que servisse para a capacidade, considerando diversos fatores, principalmente o tipo de carga.

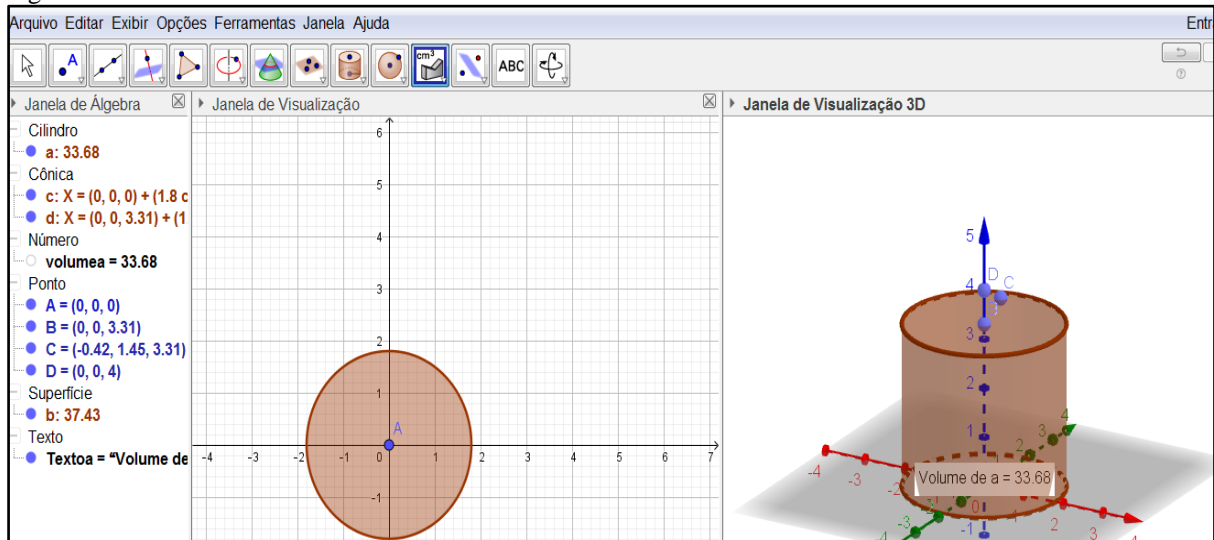
5.6 Encontro 6

Para finalizar, foi proposto um momento de socialização entre os grupos onde cada um teve a oportunidade de expor o seu trabalho por meio de uma apresentação, explicando a solução encontrada para a situação-problema, e evidenciar os conhecimentos matemáticos presentes na solução do problema. Esse momento foi extremamente proveitoso, pois oportunizou aos alunos, expressarem suas ideias, o trabalho em grupo e os desafios vencidos diante da proposta, além de servir como mais uma forma para verificar o desempenho dos alunos.

O grupo 1 optou por criar um problema sobre o lixo produzido na escola. Os estudantes pensaram em espalhar lixeiras pelo pátio da escola. Essas lixeiras seriam tubos de concretos no formato cilíndrico e teriam 38 centímetros de diâmetro e 55 centímetros de altura. Desse modo o grupo calculou o volume de cada tubo sendo de aproximadamente de 62 cm^3 . O grupo considerou que esses tubos seriam revestidos por sacos plásticos que provavelmente seriam trocados antes de estarem completamente cheios. Segundo os cálculos desse grupo, levando em conta o número de alunos da escola, 6 tubos com essa capacidade seriam suficientes para coletar o lixo seco e o orgânico.

A construção do cilindro foi mais simples do que comparada aos outros sólidos geométricos. Conforme a A3G1 *“é fácil, ele já faz sozinho o cilindro, pensei que tinha que desenhar as circunferências e unir por uma reta, como desenhamos no papel”*. Para fazer a representação do cilindro, os alunos não utilizaram as medidas reais, de 38 centímetros de diâmetro e 55 centímetros de altura mas, reduziram a imagem para que a figura ficasse mais visível na tela. Devido a isso, a figura construída apresentava volume de 33,68 centímetros cúbicos, deduziram que para se aproximar do valor real do volume de um tubo de concreto que é de 67,36 centímetros cúbicos, multiplicariam o valor obtido (33,68) por 2, assim chegaram a valor de 67,36 centímetros cúbico de volume, conforme a Figura 15.

Figura 15 - Cilindro

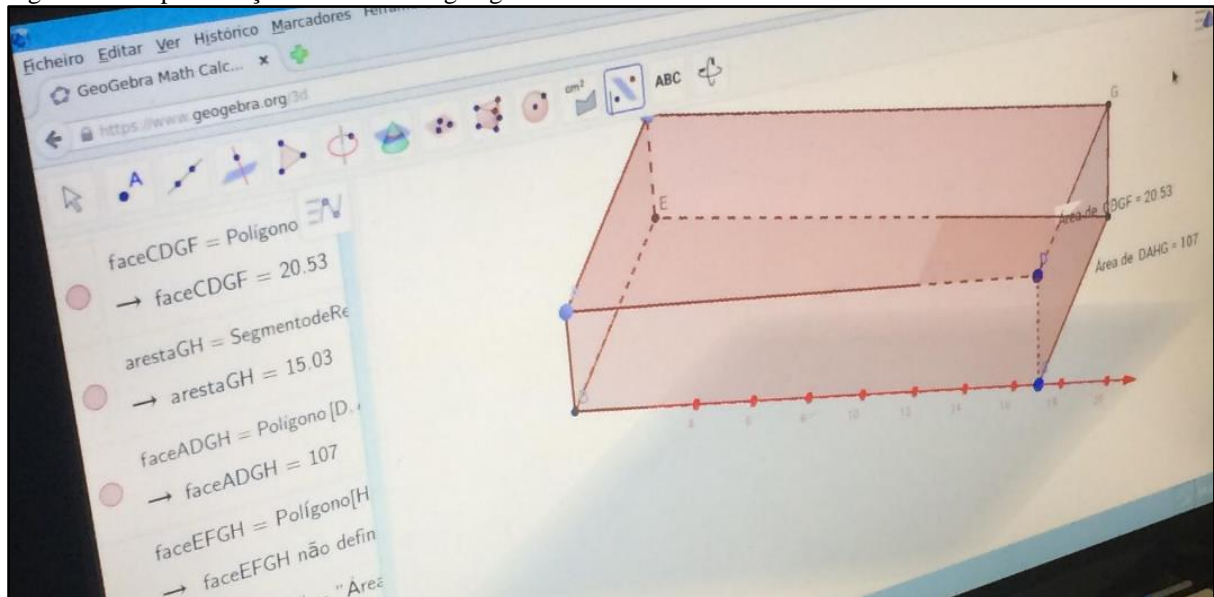


Fonte: dados da pesquisa, Alunos do Grupo 1, 2017.

O grupo 2 teve mais dificuldade em criar uma situação-problema, sendo que mediram vários espaços mas não conseguiram visualizar uma solução matemática que implicasse num sólido geométrico. Por fim optaram por criar uma situação sobre a reforma do telhado da garagem da escola. Mesmo fugindo um pouco da proposta, os estudantes do grupo 2 tiveram

liberdade para seguir com seu raciocínio e tentar construir no software GeoGebra a reprodução do telhado em forma de meia água. Conhecendo as medidas que eram de 16,45 metros de comprimento e 8,30 metros de largura, os cálculos do grupo, chegaram ao valor de 136,53 m² de superfície de área. Ajustaram alguns valores para tentar chegar próximo ao valor calculado e obtiveram a Figura 16.

Figura 16 - Representação do telhado da garagem

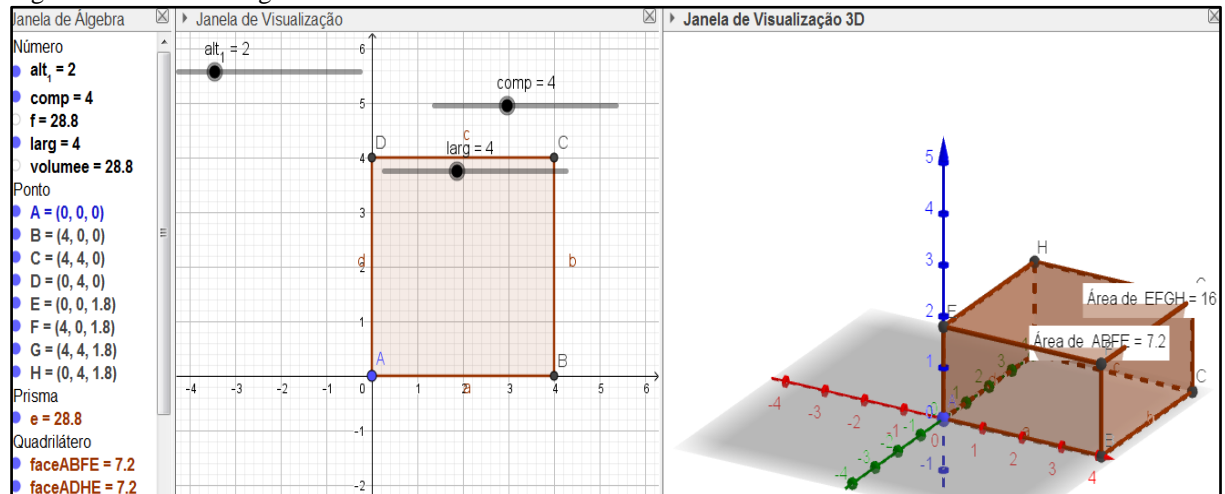


Fonte: dados da pesquisa, Alunos do Grupo 2, 2017.

Mesmo detendo-se ao telhado da garagem que representa uma figura plana, o grupo tentou reproduzir um bloco retangular como forma da garagem detendo-se ao cálculo somente do telhado. As integrantes desse grupo, compartilharam com os demais colegas além da representação do telhado da garagem a ser reformada, uma investigação da relação de materiais necessários para a reforma e uma entrevista com um pedreiro que deu orientações e explicações sobre a superfície de área a ser reformada. Mostrando-se bastante interessadas, entusiasmadas e tentando surpreender na apresentação, o grupo apresentou minuciosos detalhes acerca da construção de telhados, superando as expectativas. A partir dessa situação percebe-se como é possível promover um trabalho interdisciplinar, propondo novas descobertas e trocas de saberes que provavelmente passariam despercebidas se feitas numa abordagem tradicional.

O grupo 3 pensou em mostrar as dimensões da sala de aula e verificar se a potência do aparelho de ar condicionado estava de acordo com o tamanho da sala. Depois de medir as dimensões de largura, comprimento e altura da sala, as integrantes do grupo representaram em forma de um paralelepípedo o formato da sala de aula, como mostra a Figura 17.

Figura 17 - Bloco retangular



Fonte: dados da pesquisa, Alunos do Grupo 3, 2017.

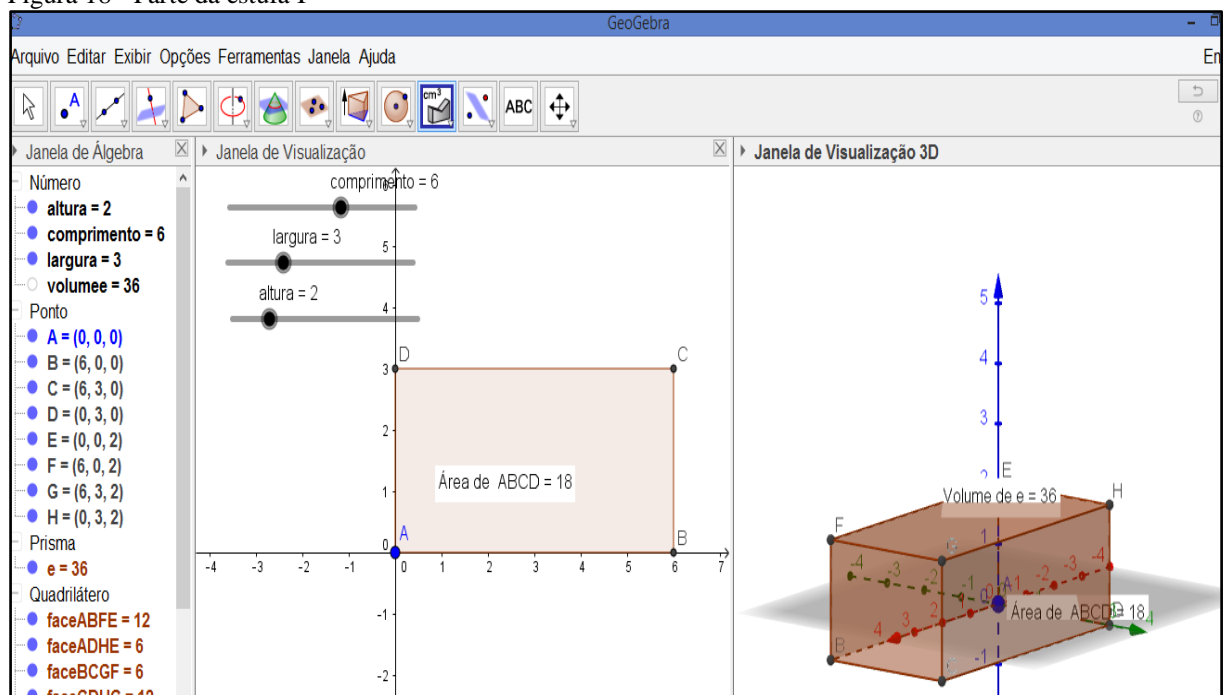
Nesse caso o grupo somou as medidas de superfícies de área mostradas pelo software e chegou ao valor de 23,2 metros quadrados de área, aproximando-se do valor real que era 25 metros quadrado de superfície de área da sala de aula. Conhecendo esses valores, o grupo pesquisou e verificou que para um espaço de até 25 metros quadrados, que recebe luz solar pela parte da tarde, como é o caso da sala de aula, o ideal é um aparelho de 15.000 BTUs, nessa avaliação não foi considerado o número de pessoas que se encontram nesse ambiente. Com essa atividade o grupo 3, pode aprofundar seus conhecimentos e trouxe mais informações para compartilhar no momento da apresentação como mostra a fala de uma das alunas do grupo A1G3: *“tá certo que tem que saber se o espaço é grande ou pequeno para instalar um ar condicionado, mas nunca tinha pensado calcular a área de uma sala, [...] muito menos que tinha tabelas relacionando metros quadrados com BTUs, ou simulações online em alguns sites para saber qual aparelho é melhor na hora de instalar”*. Por meio da fala da aluna, é possível notar que muitas vezes o professor descontextualiza o conteúdo, deixando de aproveitar situações próximas à sua realidade. Certamente muitos livros trazem situações para calcular superfícies de área, mas atividades muito pontuais ou pouco relacionadas a outras informações relevantes à aquisição de conhecimentos por parte dos estudantes.

O grupo de número 4 optou por estudar as formas da estufa de hortaliças que a escola mantém. Para isso registrou as medidas de comprimento, largura e altura da estufa, por meio dos cálculos matemáticos. Concluíram que a estufa possuía uma superfície de área de 18 metros quadrados. Posteriormente foram representar o desenho da estufa no GeoGebra. A construção da estufa, com os comandos disponibilizados pelo software gerou dúvidas para os alunos, pois era um espaço que não se associava diretamente a um sólido geométrico.

Portanto os alunos decidiram representá-la como um bloco retangular e a cobertura do teto como uma semicircunferência. Construir o desenho da estufa por partes foi a solução encontrada pelos alunos, como se evidencia na fala do aluno A2G4: “*Se ela tem as medidas de comprimento, largura e altura, dá pra dizer que é um bloco retangular e isso a gente consegue desenhar no software, o problema é a parte de cima, como vamos fazer esse teto? [...] Olhando de frente, ela parece metade de uma circunferência e olhando de cima parece um meio ‘cano’, se eu tivesse que fazer uma maquete dela, faria com uma caixa de sapato e cortaria um cano pela metade e colocaria como teto. Vamos tentar fazer assim e ver como sai.*”

Por meio da fala do aluno observa-se que ele busca associar o desenho da estufa a algum sólido já conhecido. A representação do teto com metade de um cilindro associou-se ao fato de que o valor do raio da semicircunferência formada pela parte de cima da estufa como fala um dos alunos do grupo A4G4: “*a mesma medida que tem aqui embaixo no chão, tem lá em cima, na parte reta da circunferência, é o diâmetro profe?*”. Nesse momento o aluno estava associando o diâmetro da circunferência a mesma medida da largura da estufa. Esse foi o grupo que mais demonstrou dificuldades, visto que sua proposta também era mais complexa do que as demais. Porém os integrantes do grupo 4 investigaram e exploraram várias construções até aproximarem-se de um desenho que se parecia com a estufa, como se vê na Figura 18.

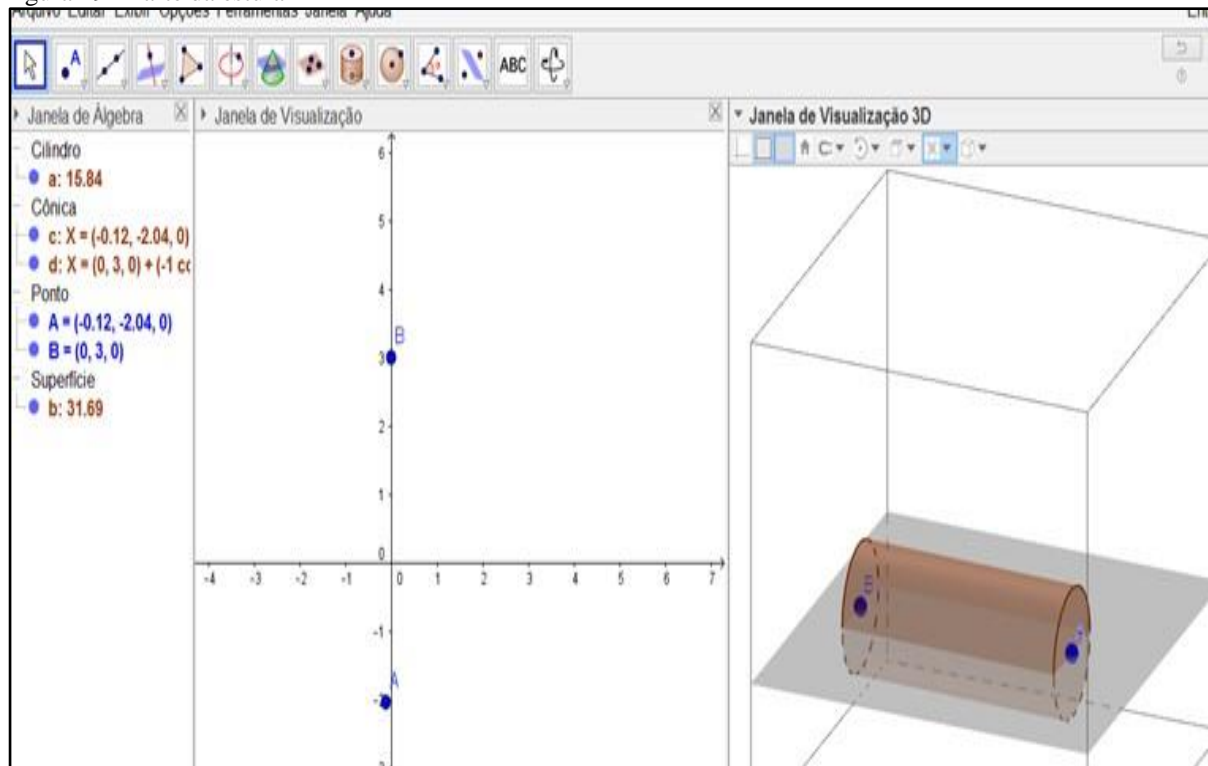
Figura 18 - Parte da estufa I



Fonte: dados da pesquisa, Alunos do Grupo 4, 2017.

E para representar o teto fizeram outra construção, conforme a Figura 19.

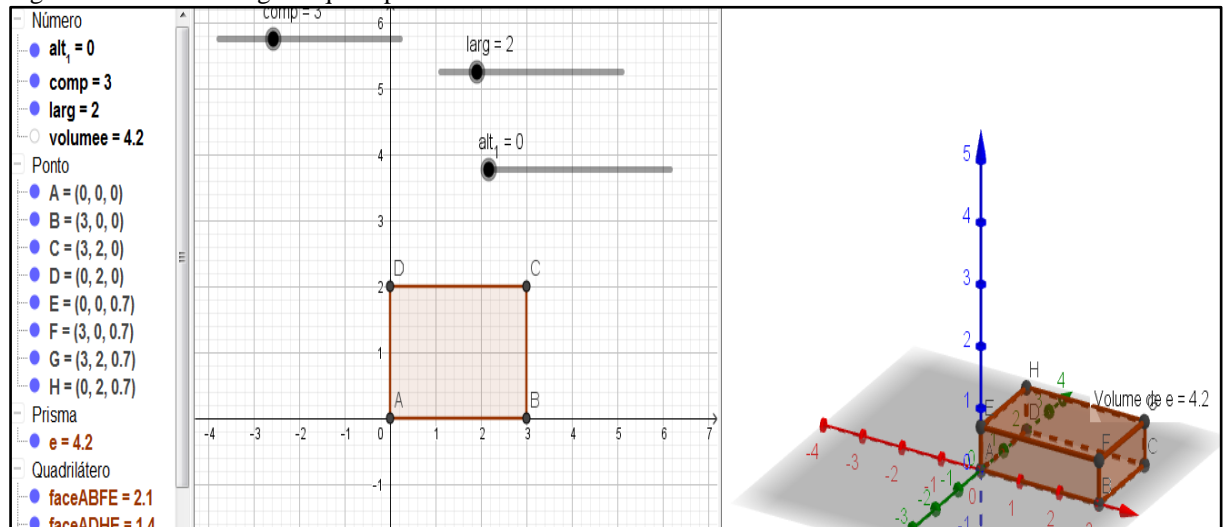
Figura 19 - Parte da estufa II



Fonte: dados da pesquisa, Alunos do Grupo 4, 2017

O quinto e último grupo a apresentar-se, investigou a respeito de uma carroceria agrícola utilizada para transporte, principalmente de sacas de sementes e adubos. A carroceria tem o formato de um paralelepípedo, sendo que os alunos coletaram as medidas de largura, comprimento e de profundidade da carroceria a fim de descobrir a capacidade da carroceria. Usando os comandos do software GeoGebra, os integrantes do grupo representaram a construção por meio da forma de um paralelepípedo. Um dos estudantes argumentou A5G5: “*essa carroceria parece um quadrado, vamos ter que construir um cubo para o desenho*”. Mas logo se corrigiu: “*não é um cubo porque as medidas dos lados não são iguais!*” Mesmo aparentando ser um cubo ao confrontar as medidas, o estudante foi capaz de reconhecer as diferenças entre as formas geométricas. O problema elaborado por esse grupo gerou, dentre outros comentários, um que chamou a atenção e provocou mais discussão pois o grupo cogitou várias opções de cargas, se carregasse sementes a granel ou em sacas, se carregasse tijolos, pedras, ou até areia. Ou seja, dependeria muito do que seria transportado, considerando as dimensões do paralelepípedo como a , b , c , o volume será determinado por $V = a \cdot b \cdot c$ se a carroceria possui 3 metros de comprimento, 2 metros de largura e 0,70 metros de altura, teria $V = 4,2$ metros cúbicos de capacidade, conforme a Figura 20.

Figura 20 - Bloco retangular que representa a carroceria



Fonte: dados da pesquisa, Alunos do Grupo 5, 2017.

Porém nas pesquisas que o grupo fez sobre o assunto a capacidade de carga dizia que carrocerias como as estudadas tinham capacidade de massa de 2 ou 5 toneladas, então os estudantes perceberam que as grandezas eram diferentes pois m^3 é designado para volume, e toneladas é a grandeza usada para massa. Logo entenderam que independente da carga a ser transportada, o volume seria o mesmo, e o que variaria seria a massa.

5.7 Algumas percepções após a aplicação da proposta didática

Questões como essas enriqueceram o trabalho, pois geravam discussões que não estavam planejadas e muitas vezes englobavam outros conhecimentos. A pesquisa na internet facilitou muito o trabalho, embora de início, gerou confusão para os estudantes, e a busca por respostas impulsionava novas descobertas.

Ficou evidenciado após essa análise, que a proposta atingiu os objetivos esperados, aproximando o uso do computador da sala de aula, promovendo interação entre os alunos e também junto ao computador, a manipulação e exploração dos recursos do software GeoGebra tornaram a aprendizagem mais ativa e significativa, a execução foi avaliada de forma positiva e principalmente o trabalho em grupo como metodologia significativa para o desenvolvimento integral do indivíduo.

Outro ponto forte observado nessa proposta foi a apresentação de encerramento da proposta. Nesse momento os alunos procuraram organizar uma apresentação bastante objetiva e mostraram muita dedicação para isso. Pesquisaram mais sobre o assunto que estava relacionado a situação-problema desenvolvida por eles, procuraram inteirar-se do assunto,

esclarecer dúvidas que iam surgindo durante as atividades, mostrando-se bastante entusiasmados e responsáveis para esse fechamento.

Os estudantes demonstraram por meio de um constante comportamento ativo, investigativo e atuante, que a proposta os fez refletir sobre o conteúdo de geometria. Principalmente sobre a geometria espacial, que pela representação e interação com o software GeoGebra serviu de suporte para construir e visualizar os sólidos geométricos.

Com relação ao uso do computador, Brandt e Montorfano (2007) apontam que o uso inteligente do computador está vinculado a tarefa em que ele será utilizado. Se utilizado como ferramenta pedagógica, será um instrumento que possibilita o aluno a desenvolver, descrever e buscar novas estratégias. Quanto ao software GeoGebra, para os autores citados, este configura-se como um recurso tecnológico que deverá levar os alunos a compreender suas construções geométricas assegurando-lhes os conhecimentos já adquiridos em sala de aula e promovendo novas descobertas.

Com relação ao ensino da matemática, Brandt e Montorfano (2007), destacam que uma das dificuldades dos professores consiste em despertar o gosto dessa ciência, tão necessária nas atividades cotidianas. Frente a isso, com o apoio do software GeoGebra, a linguagem matemática pode fazer mais sentido para o aluno e o computador pode ser um auxiliar no processo de construção do conhecimento se utilizado para enriquecer os ambientes de aprendizagem.

A proposta desenvolvida para esse estudo, além dos objetivos já citados, buscava apresentar novas possibilidades de reconhecer a matemática em situações cotidianas dos estudantes, a partir da exploração de problemas reais. O fato de desacomodar os estudantes e fazê-los ir em busca de novos caminhos, dar-lhes a oportunidade de refletir sobre uma situação-problema, ou no caso um conteúdo matemático, já é um diferenciador, na prática pedagógica.

Quanto ao método utilizado para o desenvolvimento da proposta, o trabalho em grupo, e os problemas utilizados como ponto de partida para o estudo, observa-se uma resposta positiva por parte dos estudantes. O desafio de estarem buscando construir soluções para um problema despertou nos alunos uma postura mais crítica e atuante.

Como afirma Sousa (2011), a filosofia do PBL destaca o aprendizado de um modo diferente do convencional. Essa metodologia e o Construcionismo convergem no sentido de ambas priorizarem uma proposta de aprendizagem que busca descentralizar o conhecimento no professor e centrá-lo no aluno. No PBL, o conhecimento deixa de ser passado de forma unilateral e o aluno passa a ter um papel mais ativo no processo de ensino.

De acordo com Savery (2006), algumas observações acerca dos alunos, observa-se como característica do método PBL, o autor destaca o comportamento dos alunos como

englobados e buscadores de novas soluções, dispostos a dialogar pontos necessários para a busca de soluções adequadas. O fato de os problemas possibilitarem respostas abertas, facilita a possibilidade de abranger uma gama maior de conhecimentos que muitas vezes nem são o foco da questão, mas acabem por desenrolar-se na busca da solução.

Ainda com relação aos problemas propostos pela PBL, Sousa (2011) aponta que os problemas do mundo real, abordados na metodologia são diferentes dos casuais discutidos na sala de aula muitas vezes oriundo de livros elaborados em outras regiões, e que esses problemas satisfazem as exigências curriculares mas possuem pouco vínculo com a realidade dos alunos.

Tanto na elaboração dos problemas, como a postura adotada pelos mesmos frente a proposta, buscando-os aproximar da realidade dos alunos, abordando questões pertinentes ao meio dos mesmos, são pontos que esse estudo procurou analisar e promover.

No que diz respeito à ideia dos autores do PBL, quanto nas afirmações referentes ao uso de tecnologias e o software GeoGebra, esse estudo buscou contemplá-las e configurá-las como suportes para novos aprendizados.

Muitas são as potencialidades a serem exploradas em uma proposta como a abordada nessa pesquisa, a partir das situações-problema busca-se desenvolver métodos para aprimorar o raciocínio lógico e a autonomia do pensamento.

Diante dos pontos positivos, é importante analisar que também houveram dificuldades a serem vencidas durante essa trajetória. Uma delas foi o desconforto de estarem diante de uma situação nova, obrigando-os a sair de sua zona de conforto, desacomodando-os do papel de receptores de conteúdos e transformando-os em construtores do seu próprio aprendizado. Também o fato de estarem interagindo com o software GeoGebra, pouco conhecido dos alunos, obrigava-os a refletir sobre suas ações e os caminhos para a construção dos sólidos geométricos. A questão de criarem situações-problema próximas da realidade obrigou-os a calcular superfícies de área e de volume com medidas reais de largura, comprimento e altura e essas medidas eram valores altos para representar no software, que foi criado para fazer pequenas construções ou representações de menor escala.

Portanto constatou-se que embora proporcionando momentos bastante ricos de aprendizagem, é difícil abordar questões reais, mesmo utilizando softwares dinâmicos como o GeoGebra. Também a abordagem do PBL, que traz características fortes de autonomia e dinamismo, vai de encontro à realidade que se têm hoje em muitas escolas. Uma realidade que vê o aluno como receptor de muitas informações e não abre espaço para que seja protagonista no processo de ensino e aprendizagem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da diversidade e da fácil acessibilidade disponibilizadas pelas mídias digitais, principalmente através da Internet, há uma gama de softwares, aplicativos, jogos, simulações, e mesmo as próprias redes sociais, que apresentam-se como auxiliares no processo de ensino e aprendizagem, podendo despertar o interesse pelo ensino de matemática como também de diversas outras áreas do conhecimento.

Como afirma Maltempi (2005), um trabalho, a partir da visão construcionista contribui para acompanhar as inovações tecnológicas com mais segurança. Tanto o professor quanto o aluno compartilham novas descobertas por meio de um recurso tecnológico, por isso, o papel do professor é tão fundamental nessa interação.

O desenvolvimento desse estudo possibilitou verificar, dentre alguns aspectos, a inserção de recursos tecnológicos no cenário educacional e as mudanças que propostas direcionadas à essa visão podem provocar, mudanças que exigem uma nova postura do aluno e também do professor.

Sobre essa postura, Gravina (2012) aponta que as ferramentas proporcionadas pelas mídias digitais podem despertar no professor o sentimento de continuar aprendendo matemática. Também por meio de novas mídias, pode-se ampliar o repertório de recursos didáticos para a aprendizagem, visando uma melhor forma de compreender as ideias, dificuldades e as descobertas dos alunos. O uso de computadores torna possível a representação de ideias que levam a criação de novos horizontes, e ao mesmo tempo introduzem diferentes formas de interação entre as pessoas.

Com a aplicação da proposta didática foi possível concluir como positivas e relevantes as contribuições do software GeoGebra no que diz respeito ao ensino de matemática. Essa proposta, direcionada ao conteúdo de geometria espacial, mostrou-se como uma ferramenta versátil para a construção, visualização e movimentação das figuras geométricas estudadas.

Buscando responder a pergunta propulsora dessa pesquisa, “de que forma o software GeoGebra pode contribuir no processo de aprendizagem de conteúdos de geometria espacial, no ensino de matemática?”, obtém-se alguns itens como forma de contribuição: o software GeoGebra contribui no ensino de geometria espacial, uma vez que possibilita a interação aluno-computador, de maneira facilitadora, aproximando-o da construção avançada por meio de recursos, como as opções de comandos simples, e da visualização na janela gráfica de 3D. Considera-se como outra contribuição a visualização e a percepção espacial relacionadas ao

uso do software, que possibilita a construção de diversas formas espaciais e planas, como diferenciais na exploração de sólidos geométricos, por ser um software de geometria dinâmica as construções feitas nele não se deformam e isso ajuda a entender melhor as propriedades dos sólidos geométricos.

Outra forma de contribuição do software para o processo de aprendizagem é o fato de possibilitar ao estudante ser o construtor desse processo que, ao direcionar ordens para o software, o mesmo sente-se estimulado a experimentar sem o medo de errar, fato muito comum em situações do dia a dia em sala de aula, onde o aluno algumas vezes nem tenta por medo de fracassar na resolução de um exercício.

Despertar a motivação dos estudantes torna-se fundamental para que esses passem a envolver-se com a aprendizagem, como afirma Borsóí (2016) quando diz que o trabalho, com a Geometria precisa ser mais investigativo, é necessário instigar o aluno a explorar e analisar situações geométricas.

Logo essa premissa direciona-se ao comportamento do aluno, pois é somente por meio de sua conscientização que poderá abrir-se ao conhecimento, agir como construtor de sua aprendizagem.

Com a manipulação dos comandos do GeoGebra, observou-se também progresso no desenvolvimento do pensamento geométrico espacial, estabelecendo relações entre as formas geométricas estudadas. É possível que essa habilidade deva-se ao fato de os estudantes estarem interagindo com as construções geométricas, em diferentes campos, como o algébrico, o plano e o espacial ao mesmo tempo, característica das janelas de visualização do software.

Juntamente com as contribuições promovidas pelo uso do software GeoGebra, o estudo buscou desenvolver as interações em grupo, o trabalho participativo e desafiador por meio do PBL. Quanto a essa frente, percebeu-se novamente o protagonismo gerado aos estudantes. Abordar situações-problema reais, de solução aberta e não acabada, criadas a partir da realidade dos estudantes, serviu além de motivador, como também de propulsor, para que buscassem soluções e usassem seu raciocínio, de modo a construir soluções aos problemas.

Com a realização desse trabalho, foi possível constatar que ao abordar de maneira diferenciada o conteúdo de matemática, por meio de uma proposta investigativa e ativa, mediada pelo software GeoGebra, os objetivos desse estudo foram alcançados, onde consolidou-se a ideia de que o estudo da matemática pode e deve ser repensado como algo mais presente nas situações diárias dos indivíduos, re-significando conceitos estudados e

principalmente oportunizando ao aluno, o papel principal como agente na construção da aprendizagem.

Ao finalizar essa pesquisa, novos horizontes se abrem frente ao processo de ensino e aprendizagem. A aproximação da tecnologia com a sala de aula e o uso apropriado dessa tecnologia para fins didáticos surgem como possibilidades para estreitar a lacuna existente na educação. Novas posturas dos estudantes, e também dos professores, fazem-se necessárias para que a aprendizagem realmente ocorra e torne possível uma educação de qualidade voltada para a necessidade dos estudantes, formando assim cidadãos atuantes e capazes de intervir de forma consciente na sociedade.

REFERÊNCIAS

- ÁVILA, Geraldo. *Várias faces da matemática: tópicos para licenciatura e leitura geral*. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- BAIRRAL, Marcelo de Almeida. *Tecnologias da informação e comunicação na formação e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Edur, 2009. v. 1.
- BENTO, Humberto Alves. *O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software GeoGebra*. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.
- BERBEL, Nelsi Aparecida Navas. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos? *Interfaces - Comunicação, Saúde, Educação*, Londrina, v. 2, n. 2, p. 139-154, 1998. Disponível em: <<https://bit.ly/2JTbWyz>>. Acesso em: 18 maio 2017.
- BORGES, Marcos de Carvalho et al. Aprendizado baseado em problemas. *Revista da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto e do Hospital das Clínicas da FMRP*, Ribeirão Preto, v. 47, n. 3, p. 301-307, 2014. Disponível em: <<https://bit.ly/29vdGgO>>. Acesso em: 3 set. 2016.
- BORSOI, Camila. *GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade de aprendizagem da geometria espacial*. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais Ensino Médio: Matemática*. Brasília: MEC, 1999.
- _____. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Disponível em: <<https://bit.ly/1SRlt6L>>. Acesso em: 24 set. 2017.
- BRANDT, Silvia Tereza Juliani; MONTORFANO, Carla. *O software GeoGebra como alternativa no ensino da geometria em um mini curso para professores*. Londrina, 2008. Disponível em: <<https://bit.ly/2MDGwih>>. Acesso em: 4 jun. 2016.
- CARDOSO, Luíz Fernandes. *Dicionário de Matemática*. Porto Alegre: Editora L&PM, 2007.
- GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar Projetos de Pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- GRAVINA, Maria Alice et al. (Org.) *Matemática, Mídias Digitais e Didáticas: tripé para a formação do professor de matemática*. Porto Alegre: Evangraf, 2012.
- GUARESCHI, Ana Paula Detoni; BRANDÃO, Edemilson Jorge Ramos. Formação docente para atuar com a informática educativa: análise dos cursos de licenciatura do Instituto de Ciências Exatas e Geociências da Universidade de Passo Fundo. In: TEIXEIRA, Adriano Canabarro; BRANDÃO, Edemilson Jorge Ramos (Org.) *Tecendo caminhos em informática na educação*. Passo Fundo: Editora Universidade de Passo Fundo, 2006. p. 31-46.

INSTITUTO GeoGebra. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Disponível em: <<https://bit.ly/2K3kuHo>>. Acesso: 20 jan. 2016.

KENSKI, Vani Moreira. Aprendizagem mediada pela tecnologia. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 4, n. 10, p. 47-56, set/dez., 2003.

_____. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. Campinas, SP: Papirus, 2007.

MALTEMPI, Marcos Vinicius. *Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento: Reflexões e Perspectivas*. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIBEM), 5, 2005, Porto, Portugal. *Anais...* Porto, Portugal: APM - Associação de Professores de Matemática de Portugal. Disponível em: <<https://bit.ly/2JOtYqo>>. Acesso em: 14 out. 2017.

MARCONI, Marina da Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Fundamentos de metodologia científica*. São Paulo: Atlas, 1996.

MARCUSSI, Haideé de Fatima Rodrigues. *Álgebra no Ensino Fundamental*. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - Campus Goytacazes, Rio de Janeiro, 2013.

OLIVEIRA, Aldeni Melo de; GEREVINI, Alessandra Mocellin; STROHSCHOEN, Andreia Aparecida Guimarães. Diário de Bordo: uma ferramenta metodológica para o desenvolvimento da alfabetização científica. *Revista tempo e espaço em educação*, v. 10, n. 22, 2017. Disponível em: <<https://bit.ly/2M0Muc0>>. Acesso em: 05 jan. 2018.

PAPERT, Seymour. *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PEREIRA, Thales de Lélis Martins. *O uso do software GeoGebra em uma escola pública: interações ente alunos e professores em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio*. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

PRETTO, Nelson de Luca; SOUZA, Joseilda Sampaio de; ROCHA, Telma Brito. Uma experiência de inclusão digital em ambiente educacional. In: BONILLA, Maria Helena Silveira; PRETTO, Nelson de Luca (Org.) *Inclusão Digital: polêmica contemporânea*. Salvador: Edufba, 2011, v. 2.

RAUPP, Andréa Damasceno. *Educação matemática: processos interativos em situações de jogo no ensino fundamental*. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2009.

REIS, Leonardo Rodrigues dos. *Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção*. 2005. Monografia (Graduação em Matemática) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

RIBEIRO, Luis Roberto de Camargo; MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Uma implementação da Aprendizagem baseada em Problemas (PBL) na Pós-Graduação em

Engenharia sob a ótica dos alunos. *Semina: Ciências Sociais e Humanas*, Londrina, PR, v. 25, n. 1, p. 89-102, 2004. Disponível em: <<https://bit.ly/2JXtN8j>>. Acesso em: 8 jun. 2017.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. Departamento pedagógico. *Referencial Curricular do Estado do Rio Grande do Sul*. Matemática e suas tecnologias. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

SAVERY, John R. Overview of Problem Based Learning: definitions and distinctions. interdisciplinary. *Journal of Problem based learning*, v. 1, n. 1, 2006. Disponível em: <<https://bit.ly/2y3H2RP>>. Acesso em: 4 abr. 2016.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A pesquisa Científica. In: GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Org.). *Métodos de Pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31-42.

SOUSA, Sidinei de Oliveira. *Aprendizagem baseada em problemas (PBL- Problem Basead Learning): estratégias para o ensino e aprendizagem de algoritmos computacionais*. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de São Paulo, Presidente Prudente, SP, 2011.

SOUZA, Loana Araujo de. *Uma proposta para o ensino da Geometria espacial usando o GeoGebra 3D*. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

SOUZA JÚNIOR, José Carlos de; CARDOSO, Andréa; CALIXTO, Rejiane Aparecida. GeoGebra 3D: uma ferramenta para estudo de volume no ensino médio. *Revista da Universidade vale do Rio Verde*. v. 12, n. 1, 2014. Disponível em: <<https://bit.ly/2M43mON>>. Acesso em: 10 set. 2016.

VALENTE, José Armando (Org.). *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. 2. ed. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1998. Disponível em: <<https://bit.ly/2K3n4df>>. Acesso em: 2 maio 2017.

_____. (Org.). *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999.

WEISS, Alba Maria Lemme; CRUZ, Mara Lúcia Reis Monteiro da. *A informática e os problemas escolares de aprendizagem*. Rio de Janeiro: PD&A, 1998.

APÊNDICE A - Fotos da aplicação da proposta didática







PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional encontra-se disponível nos endereços:

http://docs.upf.br/download/ppgecm/Marindia_Produto.pdf

<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/206988>

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

GeoGebra
Dynamic Mathematics for Everyone

APK4Fun



PRODUTO EDUCACIONAL

PROPOSTA PARA O ESTUDO DE GEOMETRIA ESPACIAL UTILIZANDO O SOFTWARE
GEOGEBRA A PARTIR DA METODOLOGIA DA APRENDIZAGEM BASEADA EM
PROBLEMAS



Passo Fundo
2018

**PROPOSTA PARA O ESTUDO DE GEOMETRIA ESPACIAL UTILIZANDO O SOFTWARE
GEOGEBRA A PARTIR DA METODOLOGIA DA APRENDIZAGEM BASEADA EM
PROBLEMAS**

Maríndia Leidens Bittarello
Marco Antônio Sandini Trentin

Passo Fundo
2018

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

B624c Bittarello, Maríndia Leidens
Proposta para o estudo de geometria espacial utilizando o software GeoGebra a partir da metodologia da aprendizagem baseada em problemas [recurso eletrônico] / Maríndia Leidens Bittarello, Marco Antônio Sandini Trentin. – Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2018.
736 Kb ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: <<http://www.upf.br/ppgecm>>

Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação da Profa. Dra. Cleci T. Werner da Rosa.

1. Geometria – Ensino de segundo grau. 2. Ensino auxiliado por computador. 3. Tecnologia educacional. 4 Teoria da aprendizagem. I. Trentin, Marco Antônio Sandini. II. Título. III. Série.

CDU: 37:004

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Interface do software GeoGebra.....	6	Figura 25 - Representação do cubo.....	22
Figura 2 - Barra de Ferramentas.....	6	Figura 26 - Representação do sólido geométrico	22
Figura 3 - Janelas de visualização	7	Figura 27 - Representação de um cone.....	23
Figura 4 - Opções do comando ponto.....	7		
Figura 5 - Opções do comando reta	8		
Figura 6 - Construção de uma esfera	8		
Figura 7 - Comando polígonos.....	9		
Figura 8 - Comando área	9		
Figura 9 - Opções do comando pirâmide	10		
Figura 10 - Construção de um cubo.....	10		
Figura 11 - Comando que indica área e volume	11		
Figura 12 - Sólido geométrico indicando valor da área e volume. 11			
Figura 13 - Opção de mover ou girar	11		
Figura 14 - Comando para construção do cilindro	12		
Figura 15 - Cilindro	13		
Figura 16 - Controles para construção do paralelepípedo	13		
Figura 17 - Comando da extrusão	14		
Figura 18 - Construção do paralelepípedo.....	14		
Figura 19 - Representação da quadra de futebol.....	17		
Figura 20 - Marcação de ponto e segmento	18		
Figura 21 - Marcação do ponto médio	18		
Figura 22 - Marcação de círculo	18		
Figura 23 - Marcação do polígono	19		
Figura 24 - Representação do cilindro	22		

SUMÁRIO

1	APRESENTAÇÃO	4
2	CONHECENDO O GEOGEBRA.....	6
2.1	Construção do cilindro	12
2.2	Construção do paralelepípedo.....	13
3	PROPOSTA DIDÁTICA	15
3.1	Aula 1 - Apresentação da Proposta	15
3.2	Aula 2 - Problema 1: A quadra de futebol.....	16
3.3	Aula 3 - Novos problemas	19
3.4	Aula 4 - Desenvolvimento.....	20
3.5	Aula 5 - Desenvolvimento.....	21
3.6	Aula 6 - Apresentações dos trabalhos	23
4	SUGESTÕES PARA INTERDISCIPLINARIDADE DA PROPOSTA DIDÁTICA	24
	REFERÊNCIAS.....	25

1 APRESENTAÇÃO

Este produto educacional é um material de apoio pensado e destinado a professores de matemática do Ensino Médio. Ele refere-se a utilização dos recursos do software GeoGebra para a construção de formas geométricas. Trata-se de uma proposta didática de atividades, desenvolvida junto ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, RS, sob a orientação do professor Dr. Marco Antônio Sandini Trentin.

O material faz parte da pesquisa intitulada: Contribuições do software GeoGebra para a aprendizagem da geometria espacial no Ensino Médio, e tem por objetivo, ofertar aos professores uma proposta didática que visa retomar alguns conceitos de Geometria, fazendo uso dos recursos 3d do software GeoGebra. Os conteúdos abordados aqui são, o cálculo de superfície de área e de volume, unidades de medidas, e principalmente a construção de figuras geométricas. As figuras geométricas são abordadas e contextualizados por meio de situações-problemas, que exigem dos alunos reflexão sobre as soluções viáveis para cada problema. Para isso foi usado como

metodologia o PBL (Problem Based Learning), destacando a participação, interação e o envolvimento dos alunos em trabalhos em grupos e o uso de novas Tecnologias.

Estas atividades foram pensadas para o 2º ano do Ensino Médio, com duração prevista de 6 encontros, podendo ser aumentada ou reduzida de acordo com as necessidades e realidade de cada professor. Para a realização das atividades os alunos poderão utilizar-se de diversos materiais para facilitar o processo de resolução dos problemas. Esses materiais poderão ser lápis, caderno, calculadora, fita métrica, computadores, projetor multimídia.

A proposta dos encontros foi organizada e está detalhada nas páginas seguintes, seguidos do título, objetivo do encontro, material necessário, duração aproximada e algumas orientações para o professor.

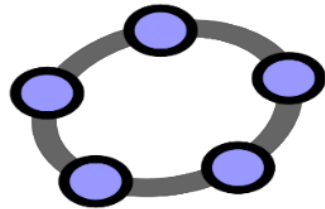
Sugere-se que antes da aplicação desta proposta didática, o conteúdo de Geometria Plana e Espacial seja iniciado e estudado em sala de aula para que os alunos tenham uma noção sobre o assunto. Também sugere-se algumas atividades prévias de familiarização com os comandos e funções disponíveis no software GeoGebra para que assim os alunos possam utilizar-se

desse conhecimento e aprimorar-se para buscar a resolução das situações problema propostos nesse material.

Como metodologia de trabalho, foi pensado em aplicar o PBL (*Problem Beased Learning*) que busca desenvolver a aprendizagem a partir de uma situação-problema. Esses problemas foram criados pelos próprios alunos, que partiram de uma situação vivenciada por eles na escola, e buscaram relacionar a solução desse problema ao conteúdo de matemática.

Espera-se que com essa Proposta Didática o(a) professor(a) se sinta confortável para abordar tais assuntos relacionados a Matemática no Ensino Médio, como é o caso da Geometria, a construção de sólidos geométricos como o paralelepípedo e o cilindro, figuras exploradas nessa sequência de atividades. Também, que possa a partir dessa ideia ir aprimorando o uso das novas tecnologias de comunicação e informação (TICs) nas aulas, de modo que venha a contribuir para a constante melhoria do ensino.

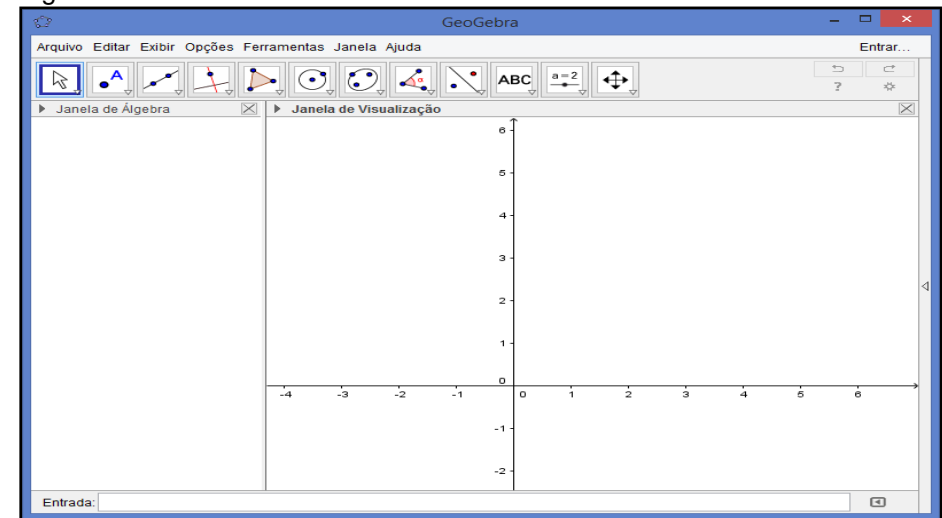
2 CONHECENDO O GEOGEBRA



O GeoGebra é software livre, gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino. Compatível com o sistema Windows e Linux, pode ser facilmente baixado e instalado pelo endereço <<https://www.geogebra.org/download?lang=es>>.

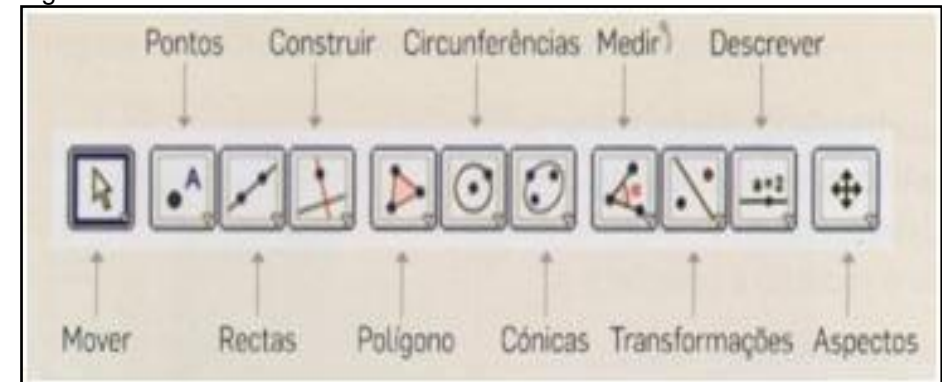
Esse recurso vem sendo cada vez mais utilizado nas aulas de matemática por disponibilizar várias funções, combinando geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculo. A seguir, na Figura 1, é apresentada a interface principal do software e, em destaque, na Figura 2, as principais opções da barra de ferramentas:

Figura 1 - Interface do software GeoGebra



Fonte: autores, 2017.

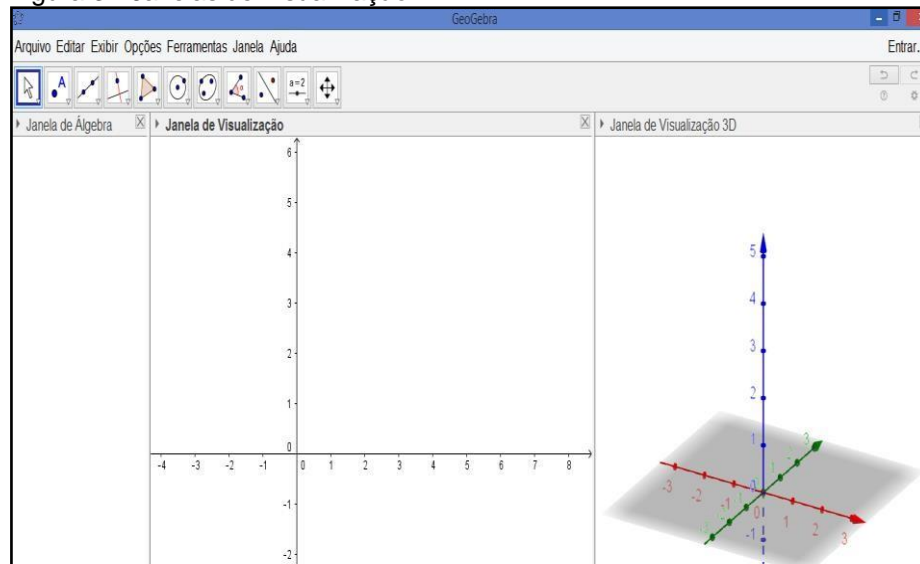
Figura 2 - Barra de Ferramentas



Fonte: disponível em: <<https://www.geogebra.org/download?lang=es>>.

A versão atual do GeoGebra disponibiliza, além da janela de álgebra e de visualização, uma janela de visualização 3D, conforme mostra a Figura 3:

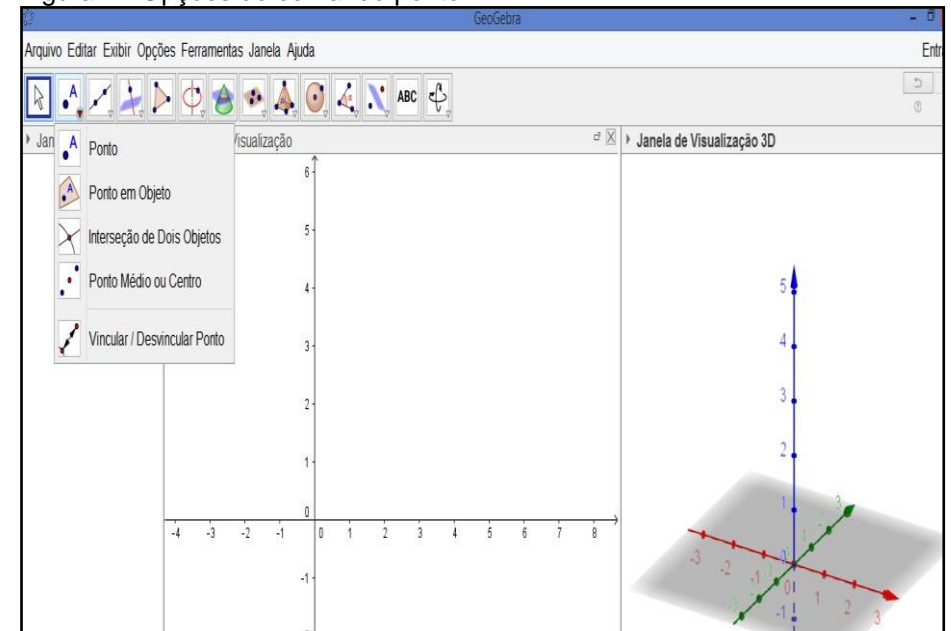
Figura 3 - Janelas de visualização



Fonte: autores, 2017.

Cada botão existente na barra de ferramentas possibilita novos comandos de marcação e construção, iniciando pelas opções de marcação de um ponto, mostrado na Figura 4:

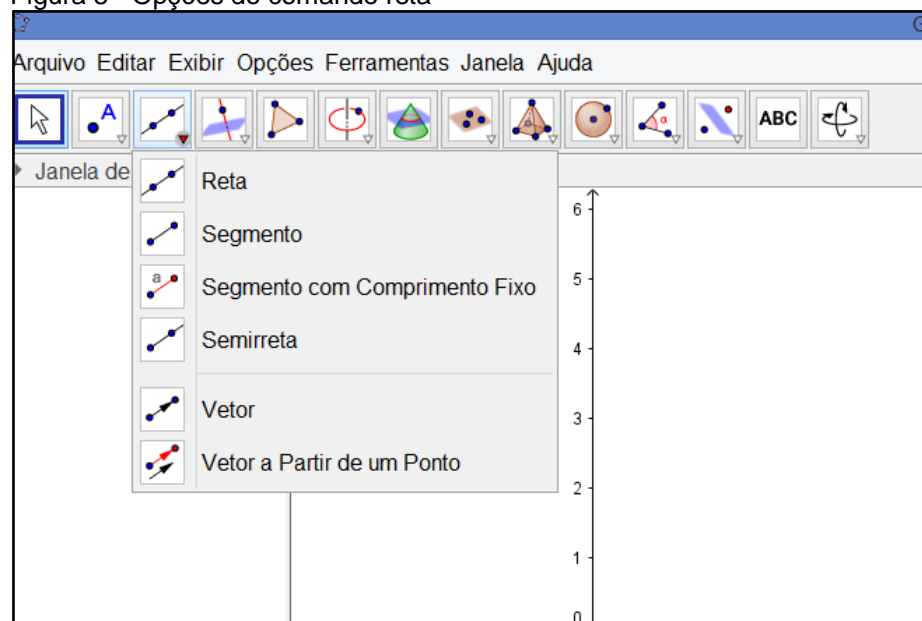
Figura 4 - Opções do comando ponto



Fonte: autores, 2017.

Cada botão seguinte, apresenta novas opções de construção como é o caso da marcação de um reta, conforme mostra a Figura 5:

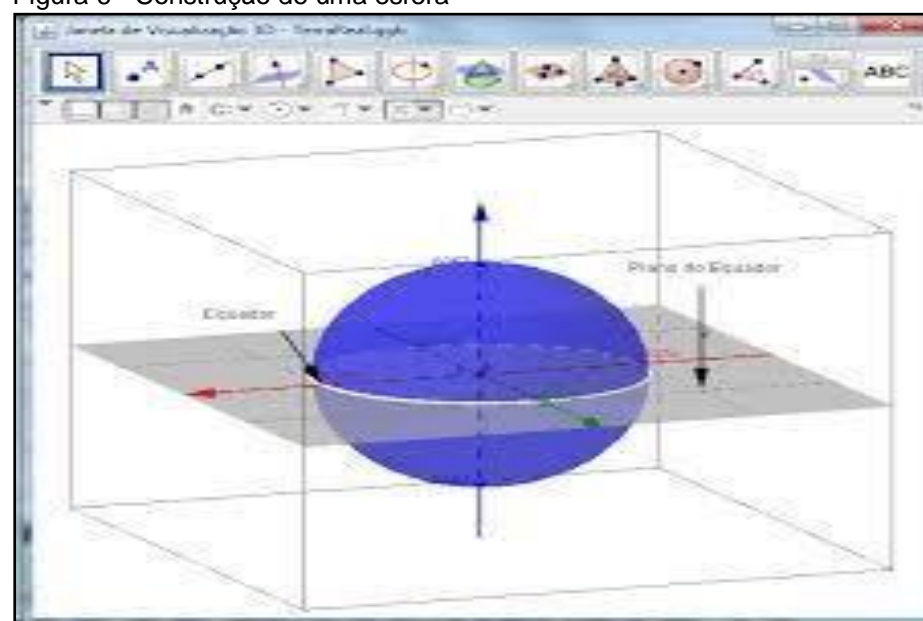
Figura 5 - Opções do comando reta



Fonte: autores, 2017.

É possível observar que as opções dos comandos vão seguindo uma ordem crescente de aprofundamento, iniciando na marcação de um ponto, passando pela construção de polígonos regulares e não regulares, construção de pirâmides, cubos, circunferências, e aumentando de complexidade até chegar na opção de, girar, e mover a construção, a partir do botão de girar a janela 3D, conforme a Figura 6:

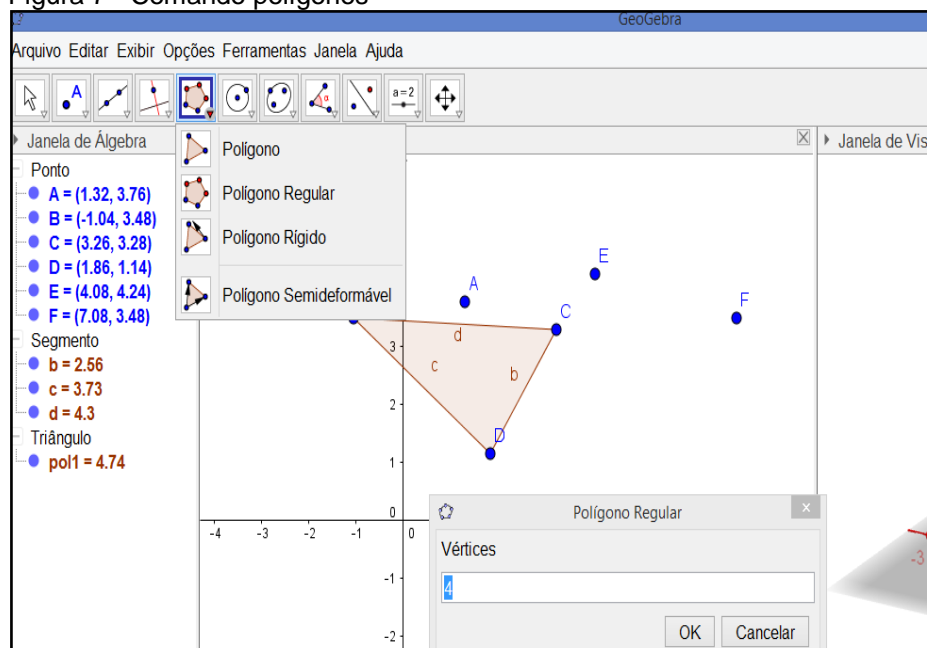
Figura 6 - Construção de uma esfera



Fonte: autores, 2017.

Ao selecionar o comando *Polígono*, há opções de construção de polígonos regulares e de polígonos não regulares, bastando para isso digitar o número de vértices desejado conforme a Figura 7:

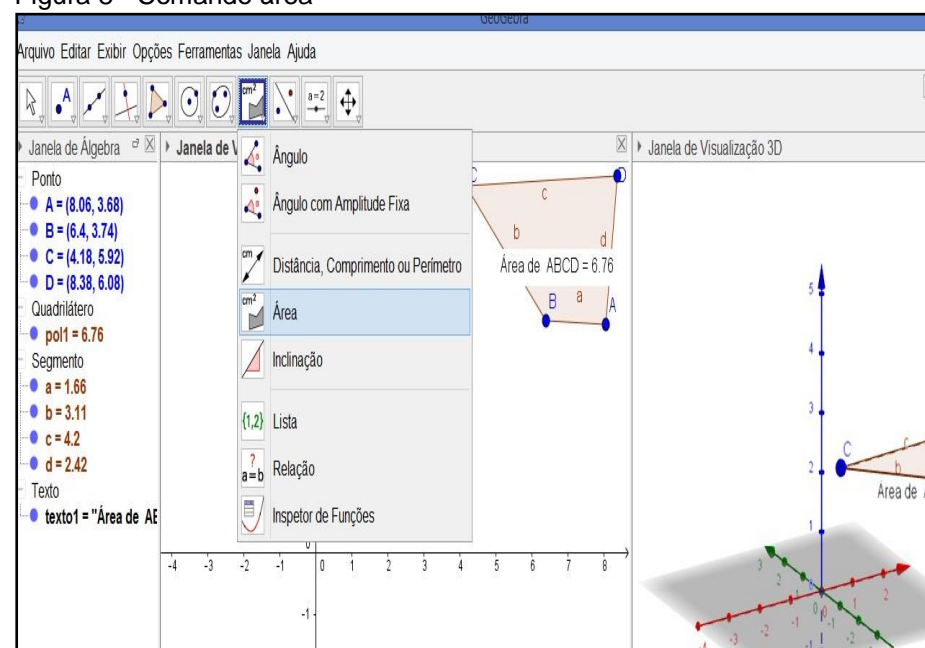
Figura 7 - Comando polígonos



Fonte: autores, 2017.

Um dos comandos do software GeoGebra possibilita encontrar o valor da superfície de área na construção de um polígono, como se vê na Figura 8:

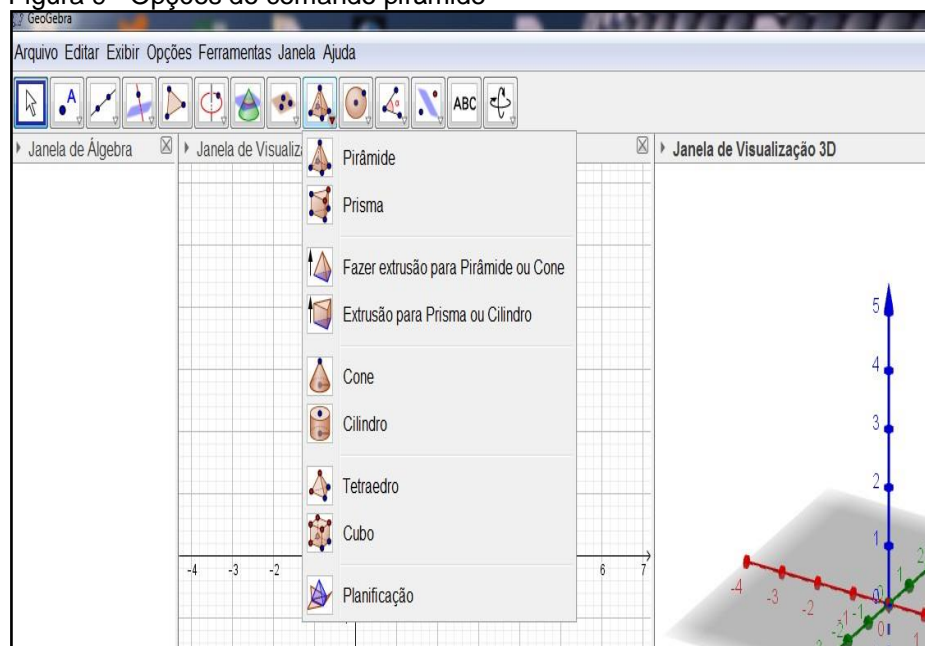
Figura 8 - Comando área



Fonte: autores, 2017.

Para a construção e exploração de poliedros novos comandos são ativados na barra de ferramentas, como a pirâmide, prisma, cubo, esfera e outros, de acordo com a Figura 9:

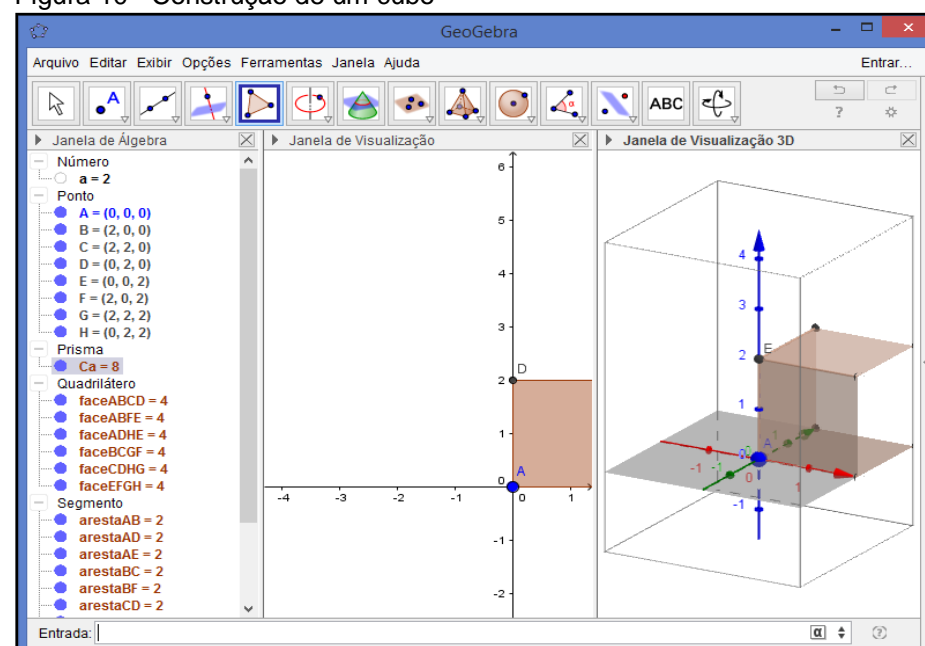
Figura 9 - Opções do comando pirâmide



Fonte: autores, 2017.

Outro recurso que é importante para o estudo da matemática é o fato do aluno poder acompanhar simultaneamente, na janela algébrica, as coordenadas de cada ponto, o comprimento da cada aresta, o número de faces e nas janelas de visualização a construção do objeto em estudo, como mostra a Figura 10 sobre a construção de um cubo:

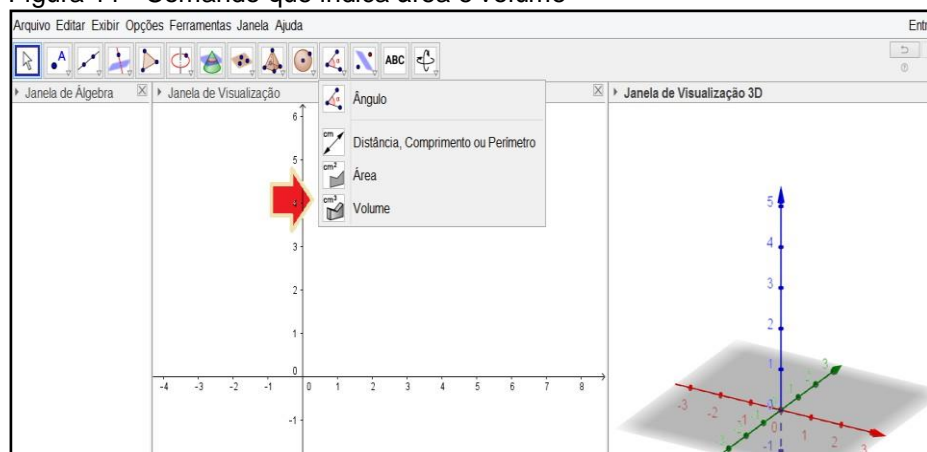
Figura 10 - Construção de um cubo



Fonte: autores, 2017.

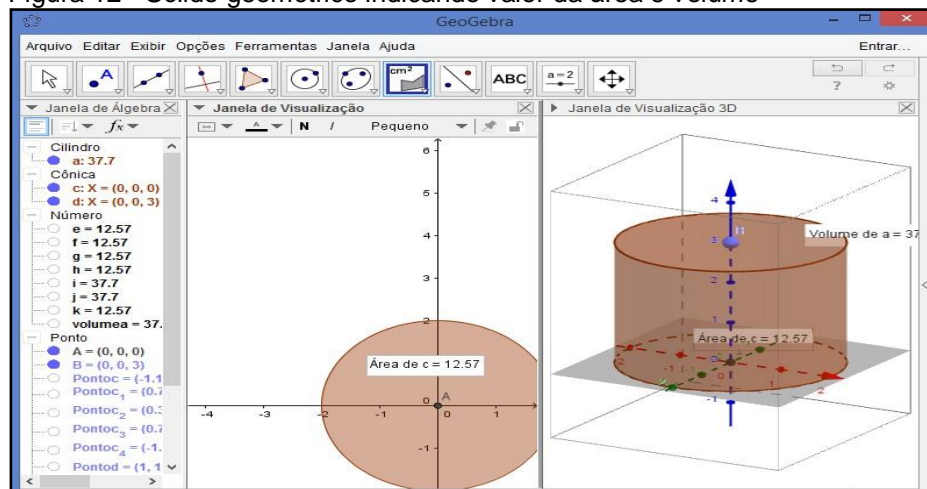
Ao construir um poliedro, além da opção do valor de área, também é possível obter o valor do volume desse sólido geométrico, como mostram as Figuras 11 e 12:

Figura 11 - Comando que indica área e volume



Fonte: autores, 2017.

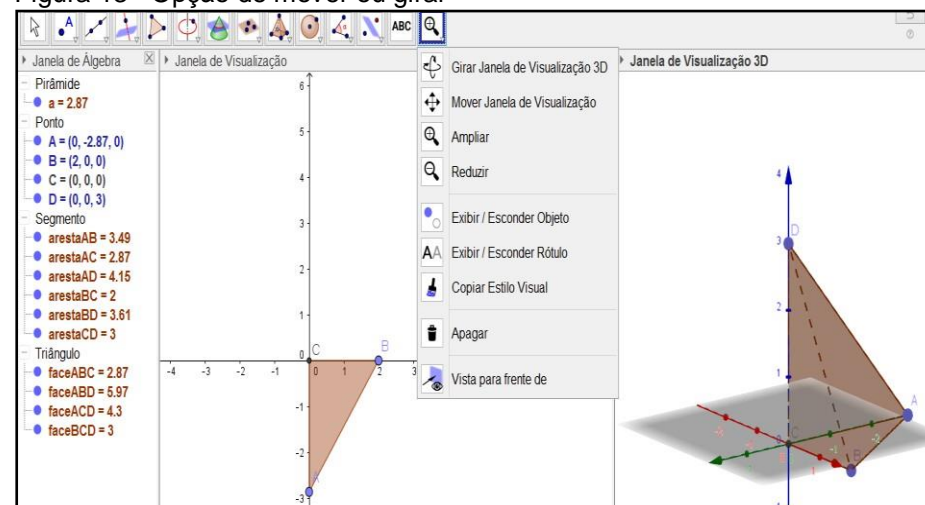
Figura 12 - Sólido geométrico indicando valor da área e volume



Fonte: autores, 2017.

Após feita as construções desejadas, é possível ainda selecionar a opção *girar* ou *mover*, para uma melhor visualização e verificar as propriedades do objeto construído, como mostra na Figura 13:

Figura 13 - Opção de mover ou girar



Fonte: autores, 2017.

Esses são alguns dos muitos recursos e opções que o software GeoGebra disponibiliza. Os botões mostrados nesse roteiro foram selecionados e direcionados para a proposta apresentada aqui, porém há várias outras opções de comandos

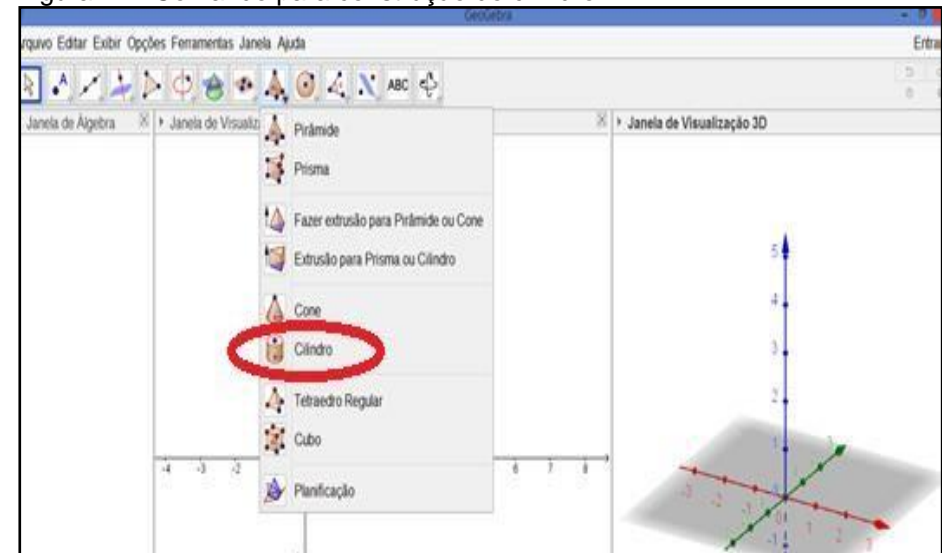
que podem ser exploradas, dependendo da intencionalidade e dos objetivos almejados pelo professor.

A seguir apresenta-se o passo a passo da construção de alguns sólidos geométricos que foram utilizados nessa proposta didática. Considera-se importante fazer uma familiarização entre os alunos e os comandos do software antes de apresentar-lhes as atividades, pois assim poderão sentir-se mais seguros no momento de interagir com o GeoGebra e desenvolver as atividades propostas na sequência didática.

2.1 Construção do cilindro

Na barra de ferramentas, ao clicar no ícone *pirâmide*, irão aparecer algumas opções (pirâmide, prisma, fazer extrusão para pirâmide ou cone, extrusão para prisma ou cilindro, cone, cilindro, tetraedro regular, cubo, planificação). Ative a opção *cilindro*, conforme a Figura 14, clicando no comando.

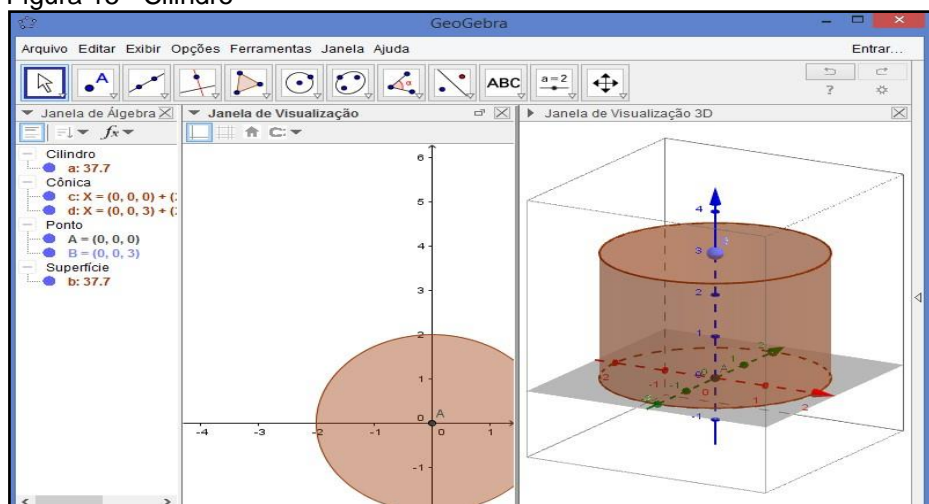
Figura 14 - Comando para construção do cilindro



Fonte: autores, 2017.

Agora na janela de visualização 3D marque dois pontos $A=(0,0,0)$ e $B=(0,0,3)$ ao clicar com o mouse em cima dos pontos na janela 3D, irá surgir uma janela solicitando a medida do raio da base desse cilindro. Digite a medida desejada. Para a construção desse cilindro foi usado raio = 2 u. m. (unidade de medida), teclou *Enter* ou clique na opção *OK* e, com isso, a construção do cilindro será concluída, conforme Figura 15.

Figura 15 - Cilindro



Fonte: autores, 2017.

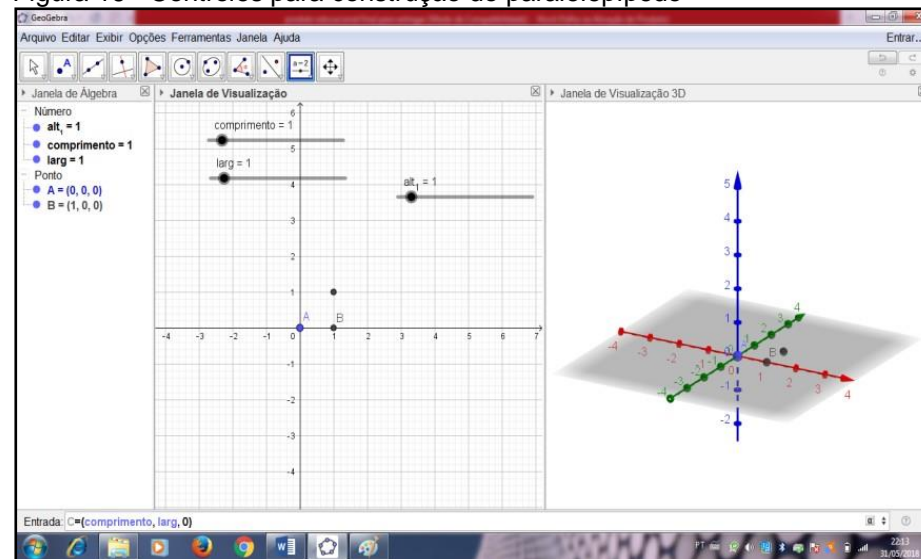
Outro sólido geométrico utilizado na proposta foi o paralelepípedo. A seguir apresenta-se um passo a passo da construção, que facilitará aos alunos no momento que estiverem construindo o sólido.

2.2 Construção do paralelepípedo

Na janela de visualização 3D, clicar na opção *ocultar eixos*, em seguida clicar na janela de visualização 2, selecionar a ferramenta *controle deslizante*, completar em *nome*:

comprimento, *intervalo mínimo* 0, *máximo* 10, *incremento* 1 e clicar em *ok*. Repetir o procedimento do *controle deslizante* nomeando largura e altura com os mesmos valores. Na barra de entrada determinar os vértices: $A=(0,0,0)$, $B=(\text{comprimento},0,0)$, $C=(\text{comprimento}, \text{largura}, 0)$, $D=(0, \text{largura}, 0)$, nesse momento já é possível visualizar nas janelas a formação do prisma. Conforme a Figura 16.

Figura 16 - Controles para construção do paralelepípedo

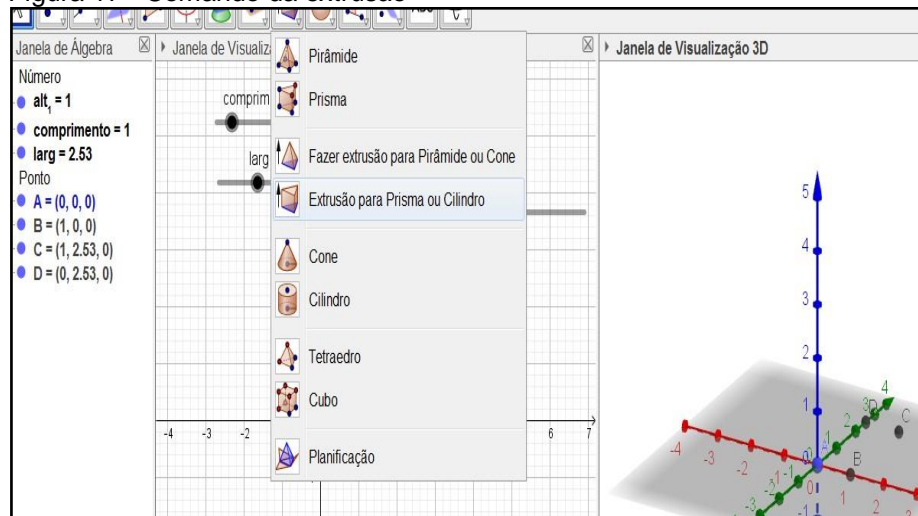


Fonte: autores, 2017.

O próximo passo é ajustar, arrastar com o mouse os *controles deslizantes* para as medidas que se quer o prisma, este será de: comprimento 3, largura 6 e altura 2. Para finalizar na barra *entrada*: poli [A, B, C, D] clicar *enter*.

Em seguida selecionar a ferramenta extrusão, opção *extrusão para prisma ou cilindro*, conforme Figura 17.

Figura 17 - Comando da extrusão

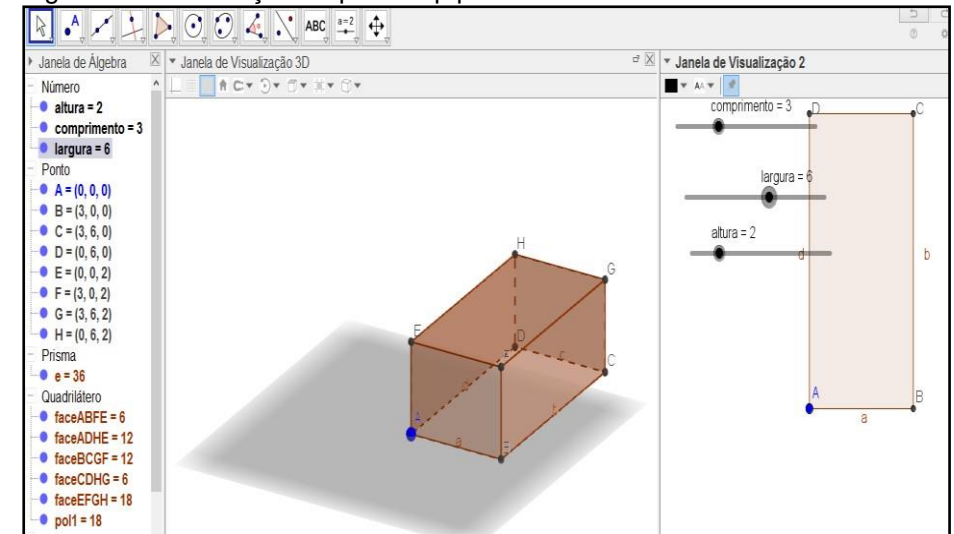


Fonte: autores, 2017.

Então, clicar em cima da figura na janela 3D, aparecerá uma nova janela para determinar a altura, escrever *altura* e está

formado o bloco, que pode ser ajustado novamente para as medidas desejadas, como mostra a Figura 18.

Figura 18 - Construção do paralelepípedo



Fonte: autores, 2017.

Essas são as figuras mais utilizadas para o desenvolvimento desse roteiro das atividades, mas há outras construções e explorações que podem ser feitas de acordo com a necessidade do professor.

3 PROPOSTA DIDÁTICA

A seguir está descrito um exemplo de roteiro de atividades sugeridas para trabalhar essa abordagem da geometria a partir do software GeoGebra. Essas atividades podem ser adaptadas a diferentes realidades. Em cada aula da proposta didática estão destacados os objetivos para aquele momento, o material necessário para execução da aula, a duração aproximada e o sequenciamento das atividades desenvolvidas.

3.1 Aula 1 - Apresentação da Proposta

Objetivos: Apresentar a proposta didática aos alunos, inteirando-os de como deverão proceder nas etapas seguintes do trabalho.

Organizar os grupos de trabalho.

Material necessário: quadro negro egiz.

Duração: 45 minutos



Orientações para o professor sobre o desenvolvimento da atividade

Nesta primeira atividade propõe-se apenas uma conversa inicial e explicativa onde o professor expõe aos alunos como acontece a proposta. A proposta é bastante simples e exige dos alunos interatividade, cooperação e desenvolvimento do raciocínio. Após receber uma situação-problema os alunos devem refletir sobre possíveis formas de resolvê-la. Na busca por essa resolução é necessário aplicar alguns conhecimentos matemáticos, principalmente sobre geometria e a construção de sólidos geométricos. Além de resolver o problema, o professor sugere ainda que a representação da figura geométrica referente ao problema explorado, seja construída no software GeoGebra.

Para esse desenvolvimento, sugere-se que os alunos interajam em grupos de três ou quatro componentes, para facilitar o trabalho. A organização dos grupos pode ser feita nessa primeira aula.

Nesta atividade, considera-se como ponto forte a exploração de situações cotidianas, como medidas de lugares ou objetos dos quais os alunos estão vendo e que estão situados num contexto, fazem parte da escola, e se assemelham a lugares que alguns alunos tem em suas casas ou demais locais de convívio. Conforme aponta Weiss (1998), para a aprendizagem matemática, é importante que se trabalhe com situações concretas, partindo da manipulação de dados concretos, para que assim o aluno se torne capaz de estabelecer relações e desenvolver o pensamento lógico.

3.2 Aula 2 - Problema 1: A quadra de futebol

Objetivos: Apresentar e desenvolver uma situação-problema contextualizada com a quadra de esportes da escola;

Promover um questionamento sobre possíveis soluções apresentadas pelos alunos;

Aplicar conteúdos de geometria plana para resolver a situação problema proposta.

Material: lápis, caderno, calculadora, fita métrica e software GeoGebra.

Duração: 90 minutos.



Orientações para o professor sobre o desenvolvimento da atividade

Na sala de aula, o professor apresenta a seguinte situação aos alunos:

A quadra de futebol da escola passará por uma reforma, sendo que o tablado será revestido e as marcações pintadas novamente. Pensando nisso, quanto de material será necessário?

A partir desse problema, o professor pode levantar alguns questionamentos:

- 1) Quanto de superfície de área tem a quadra de futebol?***
- 2) O formato da quadra associa-se a alguma forma geométrica? Qual?***
- 3) Qual modelo matemático está associado à superfície de área da quadra de futebol?***
- 4) Qual o melhor material para se revestir um tablado?***
- 5) Qual o custo desse revestimento?***

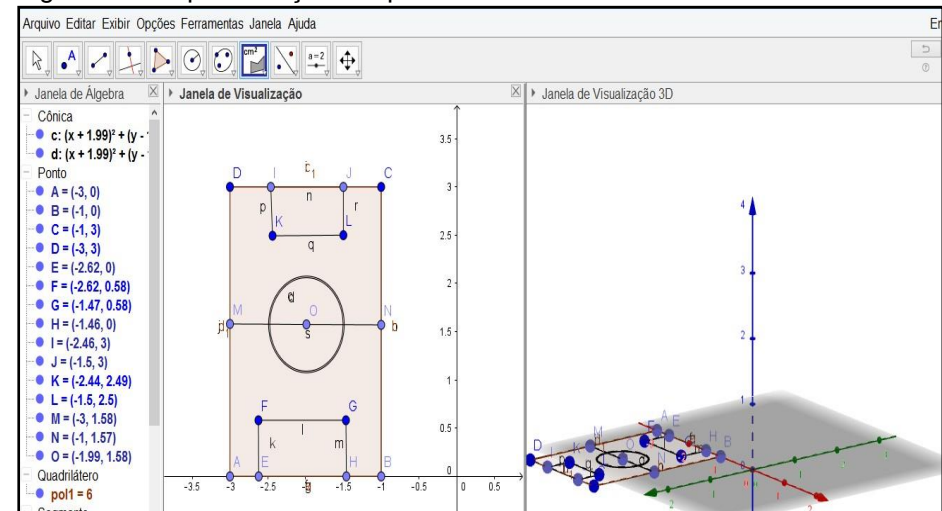
Espera-se primeiramente que os alunos associem que é necessário saber qual a área da quadra de futebol. Para calcular esse valor é preciso conhecer as medidas de comprimento e largura desse espaço. Nesse momento o professor conduz os alunos ao ginásio de esportes e cada grupo com material de anotações e uma fita métrica, mede e calcula a superfície de área da quadra de futebol. Também é possível, interdisciplinar o problema com a disciplina de Educação Física, investigando qual seria o melhor revestimento para a quadra, qual as vantagens e desvantagens, juntamente com o valor de custo do revestimento.

Após esse debate, os alunos devem representar o desenho da quadra de futebol, utilizando os recursos do software GeoGebra. Para essa construção utilizam-se os recursos mais simples da barra de ferramentas, já vistos lá no início da proposta didática.

Problema: Como podemos representar a superfície da área da quadra de futebol no software GeoGebra?

Para ilustrar essa situação-problema, pode-se fazer a seguinte representação conforme a Figura 19:

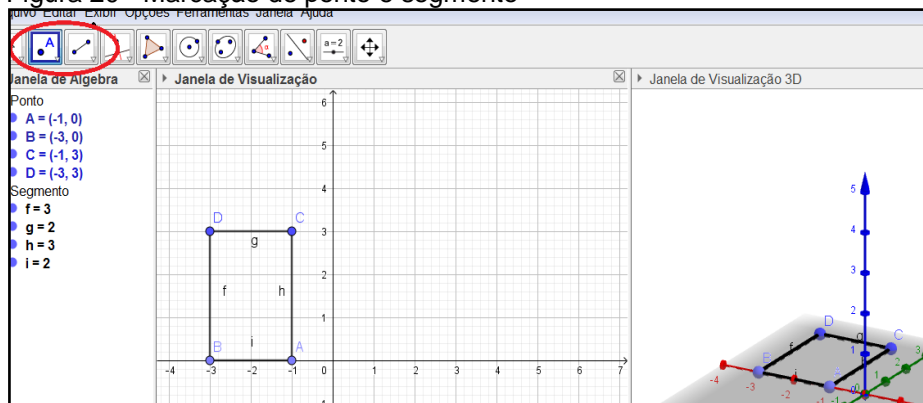
Figura 19 - Representação da quadra de futebol



Fonte: autores, 2017.

Nessa representação, utilizam-se basicamente os comandos de *pontos* e *reta* encontrados na barra de ferramentas, como mostra a Figura 20:

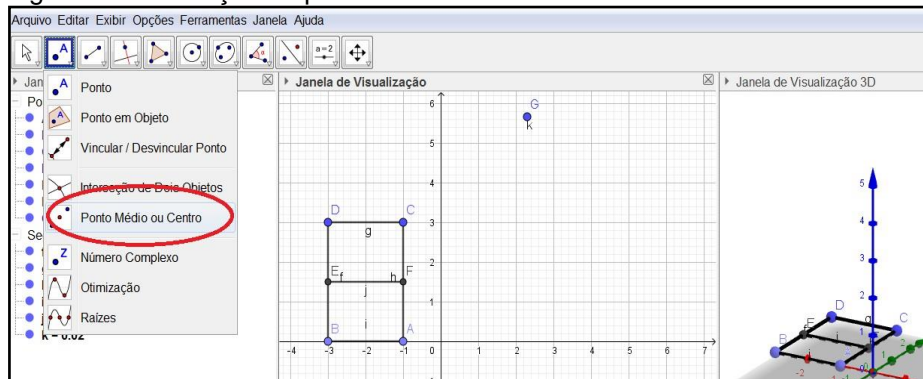
Figura 20 - Marcação de ponto e segmento



Fonte: autores, 2017.

Em seguida, marca-se o ponto médio das laterais e o meio de campo, como mostra a Figura 21:

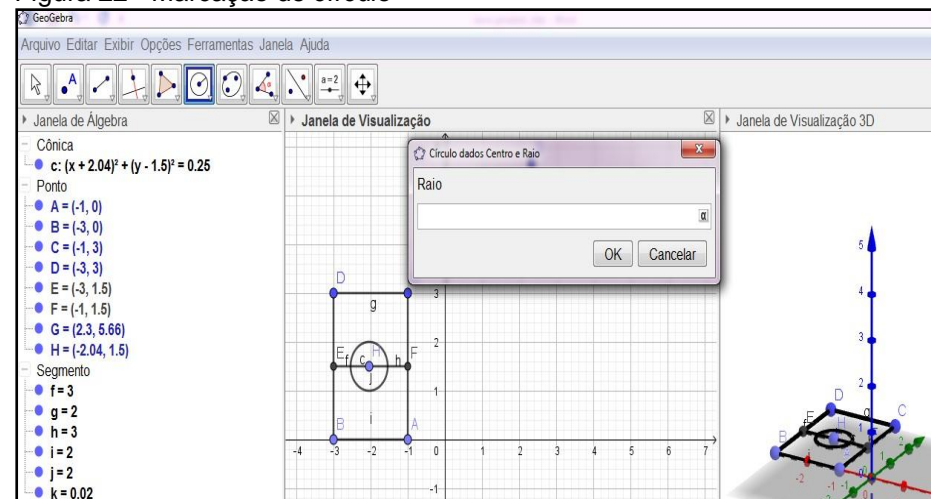
Figura 21 - Marcação do ponto médio



Fonte: autores, 2017.

Utilizando o comando, *círculo dado um ponto e o raio*, dá para fazer a marcação do meio de campo, conforme a Figura 22:

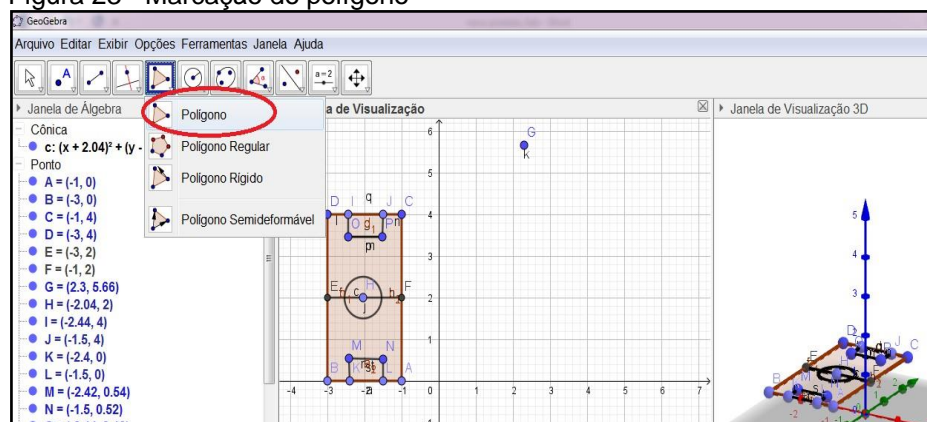
Figura 22 - Marcação de círculo



Fonte: autores, 2017.

Para finalizar o desenho, ainda com as opções de ponto e segmento faz-se as marcações das pequenas e grandes área, selecionando a opção polígono e clicando em cima dos pontos iniciais A, B, D, C, tem-se a demarcação a região desse polígono, como mostra a Figura 23:

Figura 23 - Marcação do polígono



Fonte: autores, 2017.

3.3 Aula 3 - Novos problemas

Objetivos: Estimular nos alunos a criatividade para construir uma situação-problema, abrangendo figuras geométricas associadas há regiões e espaços da escola, ou outras regiões;

Promover o trabalho e o debate em grupo a fim de socializar novas ideias;

Aplicar conhecimentos matemáticos, relacionados a geometria plana e espacial;

Representar construções geométricas explorando as principais ferramentas e recursos do software GeoGebra.

Material: lápis, caderno e fita métrica, computador, software GeoGebra.

Duração: 90 minutos



Orientações para o professor sobre o desenvolvimento da atividade

A partir desse momento, o professor sugere aos alunos que inventem ou procurem situações-problema, relacionadas a espaços da escola, ou da casa onde moram, mas na condição que esses problemas estejam relacionados às formas geométricas, onde se possa explorar superfícies de área ou volume, e construção de sólidos geométricos.

Os alunos poderão utilizar-se de diversos materiais, inclusive pesquisas na internet, desde que busque formular um problema, encontrar uma possível solução, e façam uma representação desse espaço no software GeoGebra.

Para motivá-los o professor poderá conduzi-los à uma visita por alguns espaços existentes disponíveis na escola, como por exemplo, o pátio da escola, quadra de esportes, parque de recreação, ou tantos outros espaços físicos que a escola

disponibiliza, propícios ao estudo de geometria. É importante que essas situações-problema, estejam vinculadas às situações próximas da realidade dos alunos, para que busquem dessa forma enxergar a matemática contida em situações concretas.

Será destinado duas aulas para que os alunos trabalhem nos grupos e desenvolvam a proposta. Sugere-se que esses encontros sejam no laboratório de informática, no horário das aulas de matemática para que o professor possa orientá-los no trabalho.

Considera-se importante nessa fase o debate em grupo, a capacidade de organização e liderança que um trabalho dessa natureza pode propiciar, mas será fundamental que o professor acompanhe e oriente tanto na elaboração do problema como na construção do modelo no software GeoGebra.

É de responsabilidade de cada grupo registrar os passos do trabalho, o comprometimento e participação dos integrantes e a assiduidade. Esse relatório será entregue para o professor no dia da apresentação como forma de realizar uma avaliação das atividades.

3.4 Aula 4 - Desenvolvimento

Objetivo: Promover o trabalho em grupo na busca por resoluções de problemas.

Material: lápis, caderno e fita métrica, computador, software GeoGebra.

Duração: 90 minutos



Orientações para o professor sobre o desenvolvimento da atividade

Nessa etapa o professor trabalhará individualmente com cada grupo, a fim de orientá-los na escolha dos problemas e implicações que cada situação poderá provocar, na contextualização das mesmas, na viabilidade de solução e outros aspectos que poderão surgir promovendo sempre o debate e a reflexão que um trabalho com situações problema provocam.

A seguir sugere-se algumas situações-problema elaboradas pelos alunos que podem ser propostas para o trabalho:

Problema 1: Os alunos decidiram instalar tubos de concreto pelo pátio da escola para servir de depósito de lixo. Os tubos são no formato cilíndrico e tem 0,38 metros de diâmetro e 0,55 metros de altura. Qual o valor do volume desses tubos cilíndricos?

Problema 2: Pretende-se reformar o telhado da garagem da escola. Este telhado é em forma de meia água e tem 16 metros de comprimento e 8 metros de largura. Qual a superfície desse telhado?

Problema 3: A escola dispõe de uma estufa destinada ao cultivo de mudas de hortaliças. Como fazer a representação dessa estufa e calcular a superfície de área destinada a ela?

Problema 4: Considerando o espaço da sala de aula, com medidas de largura, altura e comprimento, de quantos BTUs deve ser um aparelho de ar condicionado para ser instalado nesse espaço da sala de aula?

3.5 Aula 5 - Desenvolvimento

Objetivo: Promover o trabalho em grupo na busca por resoluções de situações-problema.

Material: lápis, caderno e fita métrica, computador, software GeoGebra.

Duração: 90 minutos



Orientações para o professor sobre o desenvolvimento da atividade

Continuação do trabalho desenvolvido na última aula, com orientação do professor nos grupos de trabalho dos alunos.

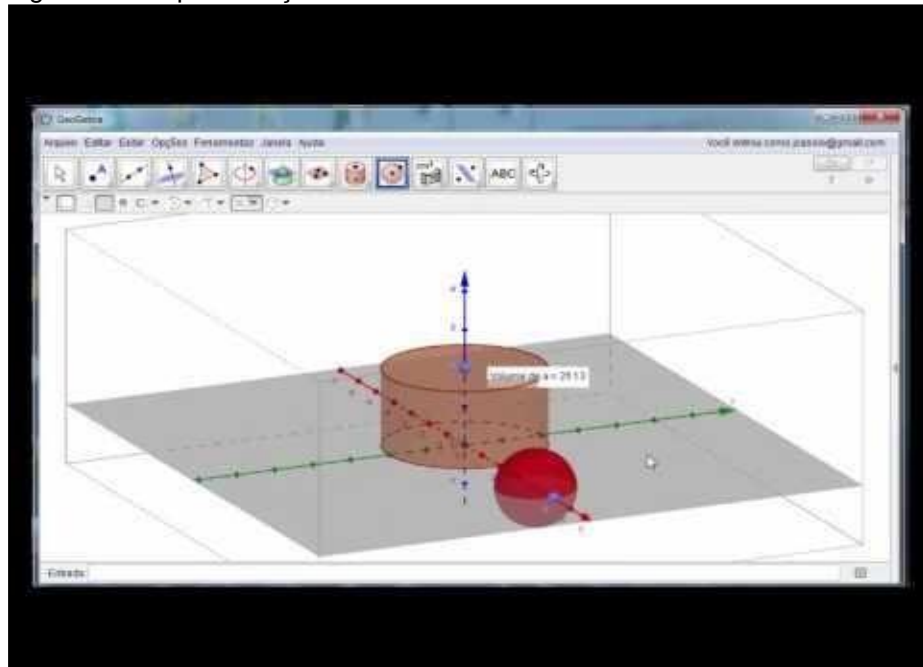
Esse momento é destinado aos alunos representarem a solução proposta para o problema, na tela do software.

Todas as soluções propostas envolvem a construção de uma forma geométrica, as mais evidenciadas são o paralelepípedo e o cilindro. Por meio dessas construções é possível explorar as medidas de comprimento, largura e altura, também o diâmetro e raio, as superfícies de áreas, tanto das

bases como a área lateral, e superfície de volume desses sólidos.

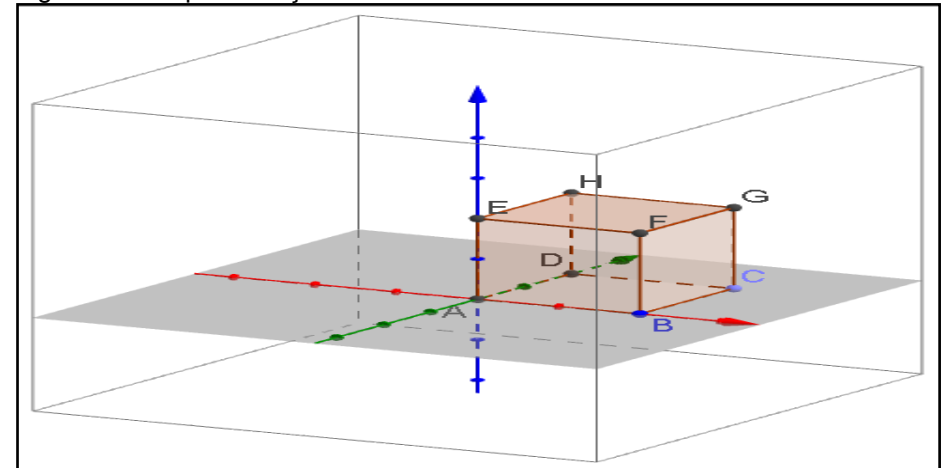
A seguir, nas Figuras 24, 25, 26 e 27, apresentam-se algumas construções de sólidos geométricos feitas com os recursos do GeoGebra.

Figura 24 - Representação do cilindro



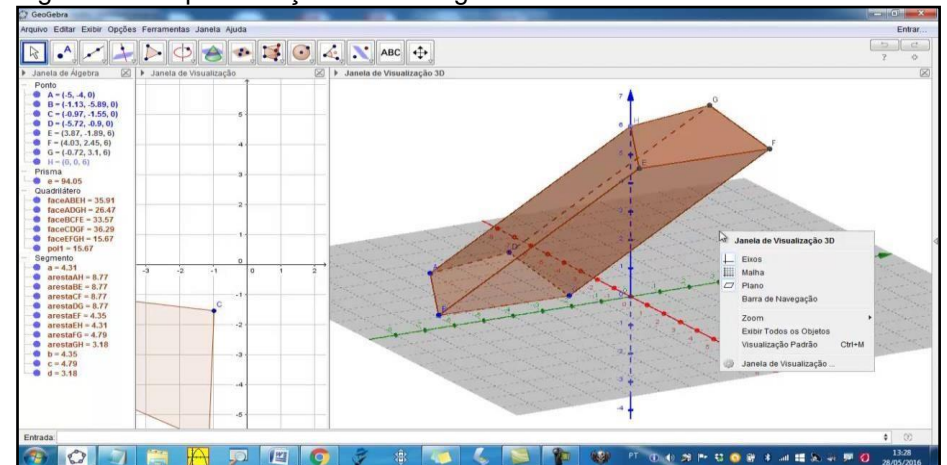
Fonte: autores, 2017.

Figura 25 - Representação do cubo



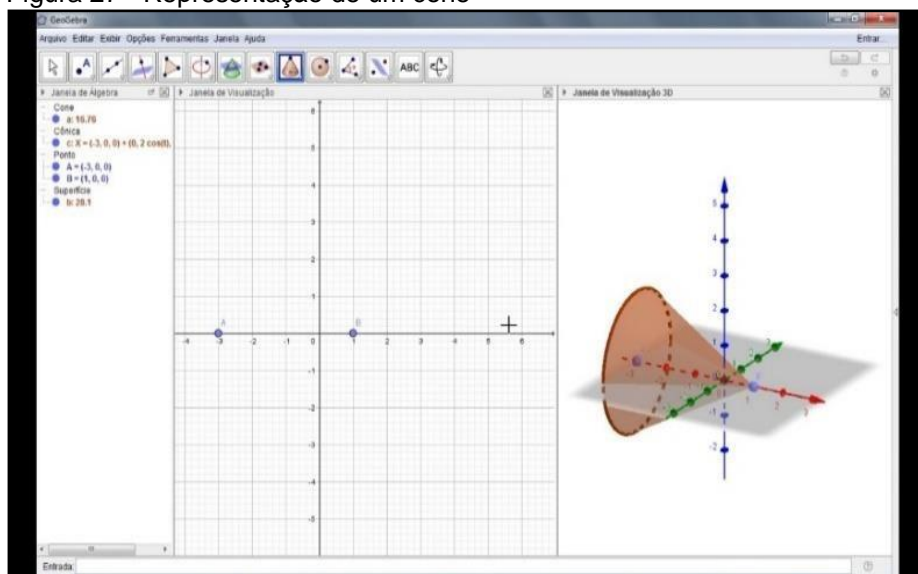
Fonte: autores, 2017.

Figura 26 - Representação do sólido geométrico



Fonte: autores, 2017.

Figura 27 - Representação de um cone



Fonte: autores, 2017.

3.6 Aula 6 - Apresentações dos trabalhos

Objetivo: socializar os trabalhos desenvolvidos pelos grupos, explorando com toda a classe, os temas estudados, os conteúdos matemáticos envolvidos, as representações construídas no software Geogebra.

Material: computador e data show

Duração: 90 minutos

Orientações para o professor sobre o desenvolvimento da atividade

Nesse momento cada grupo terá a oportunidade de expor seu trabalho desenvolvido nessa proposta, expondo a situação-problema, explicando como buscou uma solução para a mesma, e como fez a representação a partir dos recursos disponibilizados pelo software GeoGebra e também dar oportunidade aos grupos de apresentarem as peculiaridades encontradas para a sua solução.

Novamente cabe ao professor mediar a discussão, interferindo quando necessário a fim de destacar a aplicação dos conhecimentos matemáticos para encontrar possíveis e viáveis soluções para cada situação-problema, bem como destacar as funcionalidades e recursos oferecidos pelo software GeoGebra como a visualização, movimentação, rotação, entre outros comandos utilizados para a exploração das figuras geométricas.

4 SUGESTÕES PARA INTERDISCIPLINARIDADE DA PROPOSTA DIDÁTICA

Essa proposta didática permite o envolvimento de outros conteúdos matemáticos como, por exemplo, a matemática financeira, na abordagem dos materiais necessários para as construções apontadas aqui, como a reforma da quadra de futebol. Também permite a interdisciplinaridade com outras disciplinas como, Educação Física, no estudo das regras do futebol de salão, ou de Geografia, no conteúdo de escalas, para transformar as medidas reais da quadra de futebol, em menores para a construção no software GeoGebra.

Esse material contém apenas alguns exemplos de situações-problemas que podem ser criadas pelos alunos. Nada impede que outras situações-problemas sejam elaboradas ou ajustadas de acordo com a realidade e necessidade de cada professor ou escola, bem como a organização dos grupos quanto ao número de alunos, ou material e tempo necessário e para cada atividade.

Espera-se que esse roteiro sirva de motivação para professores e conseqüentemente também para alunos,

despertarem a atenção pelo estudo de matemática, visualizando seus conceitos em contextos reais e aproximando cada vez mais o uso de novas tecnologias na sala de aula.

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática Contexto e Aplicações*. Volume Único. São Paulo: Ática, 2012.

GEOGEBRA, *Instituto*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <www.pucsp.br/geogebra>. Acesso em: 10 ago. 2016.

MARTINS, Fabio Leonardo *Conexões com a Matemática*. Volumes 2 e 3. São Paulo: Moderna, 2013.

WEISS, Alba Maria Lemme; CRUZ, Mara Lúcia R. M. Da. *A informática e os problemas escolares de aprendizagem*. Rio de Janeiro: PD&A, 1998.