

**UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL  
INFRAESTRUTURA E MEIO AMBIENTE**

Felipe Leite Silva

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE  
LIGAÇÕES VIGA-COLUNA PARAFUSADAS COM  
CANTONEIRAS DUPLAS NA ALMA**

Passo Fundo  
2016

Felipe Leite Silva

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE  
LIGAÇÕES VIGA-COLUNA PARAFUSADAS COM  
CANTONEIRAS DUPLAS NA ALMA**

Orientador Prof. Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Passo Fundo  
2016

Felipe Leite Silva

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE  
LIGAÇÕES VIGA-COLUNA PARAFUSADAS COM  
CANTONEIRAS DUPLAS NA ALMA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Data da aprovação: 06 de maio de 2016.

Professor Doutor João Kaminski Júnior  
Universidade Federal de Santa Maria

Professor Doutor Moacir Kripka  
Universidade de Passo Fundo

Professor Doutor Gustavo Prates Mezzomo  
Universidade de Passo Fundo

Professor Doutor Zacarias Martin Chamberlain Pravia  
Universidade de Passo Fundo

Passo Fundo  
2016

## AGRADECIMENTOS

À Universidade de Passo Fundo pelo incentivo financeiro através de bolsa de estudos.

À empresa Metasa pelos materiais concedidos.

Ao professor Zacarias por estar sempre disponível.

Ao Fabio Goedel, ao Gustavo Miguel, Daniel Freitas, Diniane Baruffi e à Samara Brugnarotto, pela ajuda nos ensaios experimentais.

À Cris Bacega pela gentileza e disponibilidade.

À Aline e Janaína pela parceria de sempre.

À minha família pelo apoio constante.

Aos amigos de Ibirubá, pacientes por eu sempre ter algo pra fazer.

Aos demais amigos, que compreendem o valor desse esforço.

Dedico a todos que deram suas vidas pelas causas nobres – não no  
sentido da morte do corpo.

## RESUMO

No projeto de estruturas de aço, as ligações viga-coluna do tipo dupla cantoneira parafusada, ou ligação cantoneira parafusada-parafusada (LCPD), usualmente são consideradas flexíveis. A partir dessa hipótese simplificatória, na prática podem surgir nas colunas esforços de flexão não considerados, assim como na viga menores momentos fletores e deslocamentos que aqueles estimados em projeto. O escopo deste trabalho é determinar os valores de rigidez rotacional de uma LCPD sob a aplicação de cargas no intervalo elástico. Foram realizados: ensaios experimentais, simulações numéricas via método dos elementos finitos (MEF) e estimativas de rigidez inicial segundo equações disponíveis nas referências consultadas, para a LCPD; ensaios experimentais e estimativas analíticas de deslocamentos e momentos fletores para viga simplesmente apoiada; ensaios experimentais e simulações numéricas via MEF para viga ligada com pino. Este trabalho vem complementar os já existentes, ao modelar numérica e experimentalmente a viga com seus dois extremos conectados, e não como a maioria das pesquisas, que avaliam apenas a ligação. Os resultados mostram, para o estudo aqui desenvolvido, uma redução de até 18% do momento fletor no centro do vão da viga em relação à viga simplesmente apoiada, permitindo que essa ligação possa ser classificada como semirrígida de acordo com a ABNT NBR 8800.

Palavras-chave: ligações, elementos finitos, estruturas de aço.

## **ABSTRACT**

When modeling steel structures, some connections are considered flexible. One of them is double angle with bolts in both sides of the elements that are connected. This hypothesis simplifies the whole structural analysis, but in some cases bending moments could be transmitted from beams to columns with that kind of connections. The issue of this work is to estimate rotational stiffness for a double-web angle connection with bolts. For this objective, numerical and experimental simulations were developed, first with a simple-supported beam and a pinned beam has a reference, and after with beam with double-angle connections. This research adds significant results to others in the references, because both modeling, experimental and numerical, were developed with the beam with both ends considered. Results shows an 18 % of bending moment reduction compared to the model of simple-supported beam. Additionally, that kind of connection could be classified as semi-rigid by the Brazilian standard ABNT NBR 8800.

Keywords: connections, finite element modeling, steel structures.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1–1 – LCPP considerada flexível e LMTS considerada rígida. ....	16
Figura 1.1–2 – Comportamento de pórticos com as ligações flexíveis, semirrígidas e rígidas. ....	17
Figura 1.2–1 – Ilustrações de vigas engastada nos dois extremos e simplesmente apoiada.....	18
Figura 1.2–2 – Ilustração de viga com apoios de comportamento intermediário.....	19
Figura 1.3–1 - Apoio e ligações em estudo. ....	20
Figura 2.1–1 – Exemplos de curvas Momento-Rotação relativa. ....	21
Figura 2.1–2 – Rigidez inicial para LT e LCPP. ....	22
Figura 2.1–3 – Fluxograma de classificação das ligações. ....	24
Figura 2.2–1 – Modelo de viga com apoio elástico. ....	25
Figura 2.3–1 – Elemento finito SOLID186 e suas variações. ....	27
Figura 2.3–2 - Elemento finito CONTA174. ....	28
Figura 2.3–3 - Elemento finito TARGE170. ....	28
Figura 2.4–1 – Ligação experimentada por Johnston e Green.....	29
Figura 2.4–2 – Parâmetros de Frye e Morris.....	30
Figura 2.4–3 – Resultados de Lui e Chen para dupla cantoneira de alma. ..	31
Figura 2.4–4 – Parâmetros da equação de Lee e Moon. ....	33
Figura 2.4–5 – Resultados de Medeiros, Kaminski e Alva para a ligação da viga W150. ....	35
Figura 2.4–6 – Resultados de Prabha et al. (2015).....	36
Figura 3.1–1 – Aspecto geral do pórtico utilizado nos ensaios.....	39
Figura 3.3–1 – Aspecto geral do pórtico utilizado nos ensaios.....	42
Figura 3.3–2 – Aferição do relógio comparador. ....	43
Figura 3.3–3 – Detalhamento da viga de referência.....	44
Figura 3.3–4 – Detalhamento da cantoneira para LCPP. ....	44
Figura 3.3–5 – Tipo e posição dos parafusos.....	45
Figura 3.3–6 – Fixação do extensômetro. ....	46
Figura 3.3–7 – Arranjo do ensaio de referência. ....	47
Figura 3.3–8 – Posição dos apoios no ensaio de viga simplesmente apoiada. ....	48
Figura 3.3–9 – Ensaio de viga simplesmente apoiada: detalhes.....	49
Figura 3.3–10 – Arranjo do ensaio de viga simplesmente apoiada. ....	50
Figura 3.3–11 – Detalhamento da viga para ligação com pino.....	51
Figura 3.3–12 – Pino e suporte do pino.....	51
Figura 3.3–13 – Ensaio de viga ligada com pino: detalhes. ....	52
Figura 3.3–14 – Arranjo do ensaio de viga ligada com pino.....	54
Figura 3.3–15 – Aplicação de torque aos conjuntos de parafusamento. ....	55
Figura 3.3–16 – Ensaio de viga com LCPP: detalhes. ....	57
Figura 3.3–17 – Arranjo do ensaio de viga com LCPP.....	58
Figura 3.4–1 – Conjuntos modelados.....	61
Figura 3.4–2 – Simplificação dos conjuntos de parafusos.....	62
Figura 3.4–3 – Restrições ao deslocamento no modelo numérico.....	63
Figura 3.4–4 – Detalhe da modelagem para simulação da viga ligada com pino.....	64
Figura 3.4–5 – Detalhe da malha do suporte do pino.....	64

Figura 3.4–6 – Detalhe da malha do pino e conjuntos de parafusos.....	65
Figura 3.4–7 – Detalhe da malha da coluna.....	65
Figura 3.4–8 – Detalhe da malha da viga.....	66
Figura 3.4–9 – Restrições de rotação no modelo numérico da viga ligada com pino.....	67
Figura 3.4–10 – Localização das interfaces de contato para viga ligada com pino.....	68
Figura 3.4–11 – Viga ligada com pino:protensão nos conjuntos de parafusos e aplicação da força. ....	69
Figura 3.4–12 – Detalhe da modelagem para simulação da viga com LCPP. ....	70
Figura 3.4–13 – Detalhe da malha na cantoneira.....	70
Figura 3.4–14 – Detalhe da malha nos parafusos.....	71
Figura 3.4–15 – Detalhe da malha na coluna.....	71
Figura 3.4–16 – Detalhe da malha na viga.....	72
Figura 3.4–17 – Protensão nos parafusos de montagem da viga com LCPP. ....	73
Figura 3.4–18 – Localização das interfaces de contato para viga com LCPP. ....	74
Figura 3.4–19 – Carga aplicada. ....	75
Figura 3.5–1 – Modelagem no software FTool. ....	76
Figura 4.1–1 - Cotas a utilizar na equação de Frye-Morris.....	78
Figura 4.1–2 – Curva do presente trabalho através da equação de.....	80
Figura 4.1–3 - Dimensões utilizadas na equação de Lee e Moon.....	81
Figura 4.1–4 – Dimensões para cálculo do momento de inércia pelo modelo de Lee e Moon (2002). ....	81
Figura 4.1–5 – $\eta$ versus quantidade de parafusos de Yang e Lee (2007)....	82
Figura 4.1–6 - Dimensões utilizadas na equação de Yang e Lee. ....	83
Figura 4.1–7 – Dados do presente trabalho na equação de Prabha et al. (2015). ....	84
Figura 4.2–1 – Deslocamentos experimentais. ....	91
Figura 4.2–2 – Momentos experimentais. ....	92
Figura 4.2–3 – Rigidezes experimentais. ....	92
Figura 4.2–4 – Curvas momento na ligação-rotação.....	93
Figura 4.3–1 – Simulação da viga ligada com pino: deslocamentos para máxima carga.....	94
Figura 4.3–2–Simulação da viga com LCPP: deslocamentos para máxima carga. ....	95
Figura 5.1–1 – Curvas de resultados de deslocamentos. ....	98
Figura 5.1–2 – Curvas de resultados de momentos fletores. ....	99
Figura 5.1–3 – Curvas de resultados de rigidezes. ....	100

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1.1–1 – Exemplos de ligações parafusadas. ....	15
Quadro 2.4–1 – Referências consultadas e suas principais conclusões. ....	38
Quadro 3.3–1 – Materiais utilizados no experimento. ....	59
Quadro 3.4–1 – Propriedades dos materiais utilizados na simulação. ....	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.3–1 – Codificação de corpos de prova para ensaio de viga simplesmente apoiada.....	48
Tabela 3.3–2 – Codificação de corpos de prova para ensaio de viga com LCPP.....	56
Tabela 3.4–1 – Partes do conjunto e tamanho do elemento finito utilizado..	63
Tabela 3.4–2 – Quantidade de elementos finitos e nós na malha da montagem da viga ligada com pino.....	66
Tabela 3.4–3 – Quantidade de elementos finitos e nós na malha da viga com LCPP.....	72
Tabela 4.1–1 – Resultados analíticos para viga simplesmente apoiada. ....	77
Tabela 4.1–2 – Deslocamentos e momentos fletores no centro do vão para viga em apoios rígidos.....	78
Tabela 4.1–3 – Dados para plotagem da curva de Frye-Morris (1975) do presente trabalho. ....	79
Tabela 4.1–4 – Fatores $\eta$ de Yang e Lee (2007).....	82
Tabela 4.1–5 – Resumo das estimativas analíticas de rigidez para o presente trabalho. ....	85
Tabela 4.2–1 – Deformações para o ensaio de referência.....	85
Tabela 4.2–2 – Deslocamentos experimentais da viga B simplesmente apoiada.....	86
Tabela 4.2–3 – Deslocamentos experimentais da viga C simplesmente apoiada.....	86
Tabela 4.2–4 – Deslocamentos experimentais da viga D simplesmente apoiada.....	87
Tabela 4.2–5 – Deslocamentos médios dos grupos experimentais simplesmente apoiados.....	87
Tabela 4.2–6 – Deslocamentos para viga ligada com pino. ....	87
Tabela 4.2–7 – Viga ligada com pino: momentos, rotações e rigidez. ....	88
Tabela 4.2–8 – Deslocamentos da viga B com LCPP. ....	88
Tabela 4.2–9 – Deslocamentos da viga C ligada com LCPP. ....	89
Tabela 4.2–10 – Deslocamentos da viga D com LCPP.....	89
Tabela 4.2–11 – Viga com LCPP: deslocamentos. ....	89
Tabela 4.2–12 – Viga com LCPP: momentos, rotações e rigidez. ....	90
Tabela 4.2–13 – Resumo dos resultados experimentais.....	90
Tabela 4.3–1 – Resultados da simulação numérica para viga ligada com pino.....	94
Tabela 4.3–2 – Resultados da simulação numérica para viga com LCPP. ..	96
Tabela 4.3–3 – Resumo dos resultados das simulações numéricas. ....	96
Tabela 5.1–1 – Comparativo global de deslocamentos no centro do vão. ...	97
Tabela 5.1–2 – Comparativo global de momentos fletores. ....	98
Tabela 5.1–3 – Comparativo global de rigidezes. ....	100
Tabela 5.1–4 – Comparativo para a carga de 9810,0 N.....	101
Tabela 5.1–5 – Comparativo para a carga de 19620,0 N.....	101
Tabela 5.1–6 – Comparativo para a carga de 29430,0 N.....	102
Tabela 5.1–7 – Comparativo para a carga de 39240,0 N.....	102
Tabela 5.1–8 – Comparativo para a carga de 40711,5 N.....	103
Tabela 5.2–1 – Momentos no apoio engastado e na LCPP. ....	104

Tabela 5.2–2 – Deslocamento e momentos de viga nas condições de apoio rígido, com LCPP e simplesmente apoiada.....	105
Tabela 5.2–3 – Comparação da simulação numérica de Freitas et al. (2014) e do presente trabalho para viga com LCPP.....	107

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AISC = American Institute of Steel Construction

LCPP = Ligação com cantoneiras parafusadas na viga e na coluna

LCSP = Ligação com cantoneiras soldadas na viga e parafusadas na coluna

LCHE = Ligação com chapa de extremidade

LMPA = Ligação com chapa de cabeça parafusada assimétrica

LMTS = Ligação com duplo perfil T e dupla cantoneira de alma

LT = Ligação com duplo perfil T

MEF = Método dos Elementos Finitos

## LISTA DE SÍMBOLOS

$d$  = Distância entre as mesas do perfil

$A$  = Área da mesa inferior do perfil

$E$  = Módulo de elasticidade longitudinal

$I$  = Momento de inércia à flexão

$I_p$  = Momento de inércia da coluna

$I_v$  = Momento de inércia da viga

$K_p$  = Valor médio de  $\frac{I_p}{L_p}$  para todas as colunas do andar

$K_v$  = Valor médio de  $\frac{I_v}{L_v}$  para todas as vigas no topo do andar

$L_p$  = Comprimento da coluna

$L_v$  = Comprimento da viga

$M$  = Momento fletor máximo no centro do vão

$M_{m\acute{a}x}$  = Momento máximo na ligação

$P$  = Carga concentrada

$Q$  = Carga distribuída

$\delta_{\text{peso pr\acute{o}prio}}$  = Deslocamento devido ao peso próprio

$\delta_{ap}$  = Deslocamento máximo na viga simplesmente apoiada

$\delta_{eng}$  = Deslocamento máximo na viga engastada

$\delta_{semi}$  = Deslocamento máximo na viga com apoios semirrígidos

$\mu$  = Coeficiente de atrito

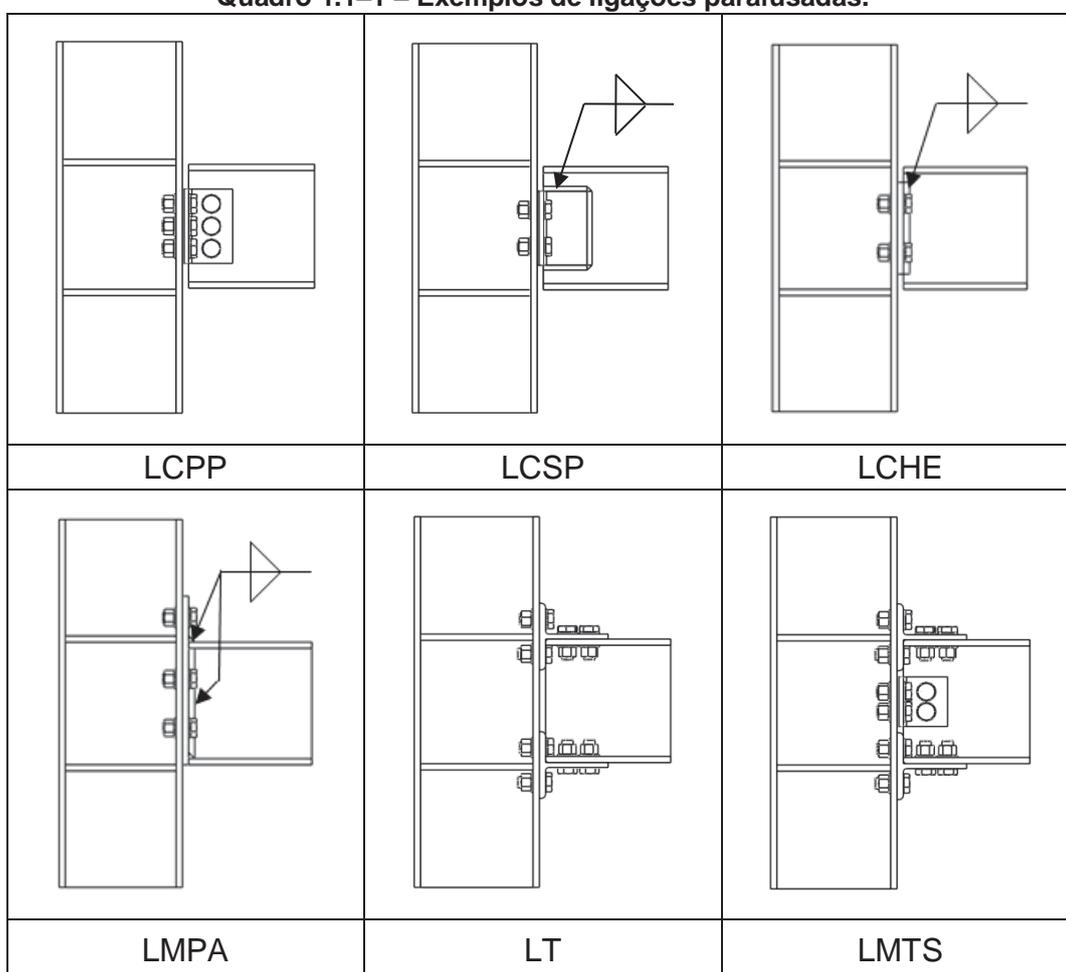
## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
1.1	Problema da pesquisa .....	18
1.2	Justificativa .....	18
1.3	Objetivos.....	20
<b>2</b>	<b>LIGAÇÕES COM DUPLA CANTONEIRA</b> .....	<b>21</b>
2.1	Classificação das ligações segundo a rigidez.....	21
2.2	Equação da curva da viga com ligação semirrígida.....	24
2.3	Método dos elementos finitos .....	26
2.4	Histórico de estudos sobre LCPP e LCSP .....	29
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>39</b>
3.1	Parâmetros gerais.....	39
3.2	Metodologia da estimativa analítica .....	40
3.3	Metodologia dos ensaios experimentais .....	41
3.3.1	Parâmetros gerais .....	41
3.3.2	Ensaio de referência .....	43
3.3.3	Ensaio de viga simplesmente apoiada .....	48
3.3.4	Ensaio de viga ligada com pino.....	51
3.3.5	Ensaio de viga com LCPP .....	55
3.3.6	Resumo de materiais utilizados.....	59
3.4	Metodologia da simulação numérica.....	60
3.4.1	Parâmetros gerais .....	60
3.4.2	Viga ligada com pino .....	64
3.4.3	Viga com LCPP .....	69
3.5	Metodologia da análise dos resultados.....	75
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	<b>77</b>
4.1	Resultados analíticos.....	77
4.1.1	Deslocamentos e momentos .....	77
4.1.2	Estimativa de rigidez inicial pelo modelo de Frye-Morris (1975) .....	78
4.1.3	Estimativa de rigidez inicial pelo modelo de Lee e Moon (2002).....	80
4.1.4	Estimativa de rigidez inicial pelo modelo de Yang e Lee (2007) .....	81
4.1.5	Estimativa de rigidez inicial pelo modelo de Prabha et al. (2015) ..	83
4.1.6	Resumo das estimativas de rigidez inicial .....	84
4.2	Resultados experimentais.....	85
4.2.1	Ensaio de referência .....	85
4.2.2	Vigas simplesmente apoiadas.....	86
4.2.3	Viga ligada com pino .....	87
4.2.4	Vigas com LCPP .....	88
4.2.5	Resumo dos resultados experimentais .....	90
4.3	Resultados numéricos - MEF .....	93
4.3.1	Viga ligada com pino .....	93
4.3.2	Viga com LCPP .....	95
4.3.3	Resumo dos resultados numéricos - MEF .....	96
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	<b>97</b>
5.1	Análise global de resultados .....	97
5.2	Comparação de resultados .....	104
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>108</b>
6.1	Sugestões de continuidade.....	109
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>110</b>

## 1 INTRODUÇÃO

De acordo com o Manual de Ligações da Gerdau (2014), alguns modelos de ligações parafusadas para a utilização em estruturas de aço são: ligação com cantoneiras parafusada na viga e no pilar (LCPP), ligação com cantoneira soldada na viga e parafusada no pilar (LCSP), ligação com chapa de extremidade (LCHE), ligação com chapa de cabeça parafusada assimétrica (LMPA), ligação com duplo perfil T (LT) e ligação com duplo perfil T e dupla cantoneira (LMTS), ilustrados no Quadro 1.1-1.

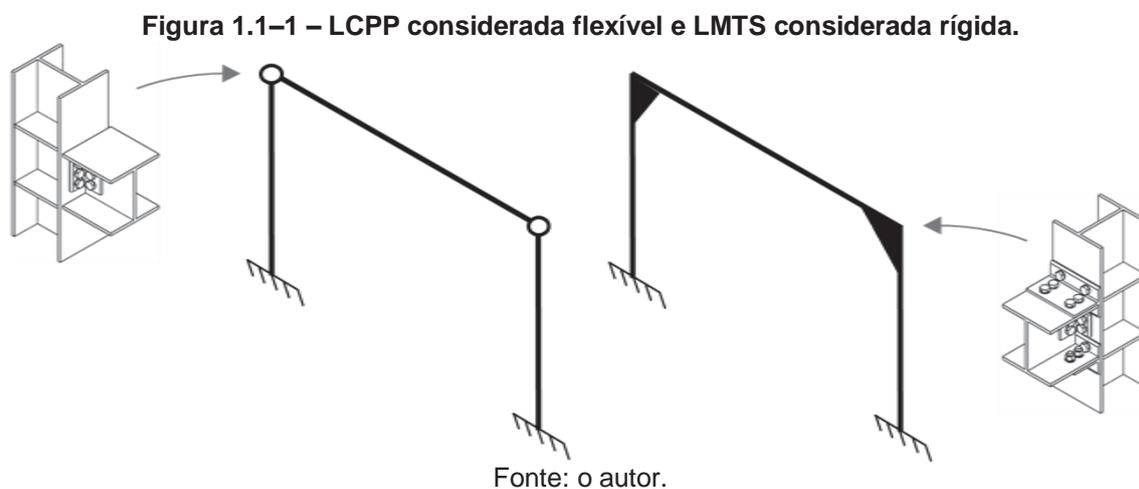
Quadro 1.1-1 – Exemplos de ligações parafusadas.



Fonte: adaptado de Gerdau (2014).

Cada tipo de ligação se comporta de maneira específica. Entretanto, na prática de projeto, são adotadas simplificações; LCPP, LCSP e LCHE são

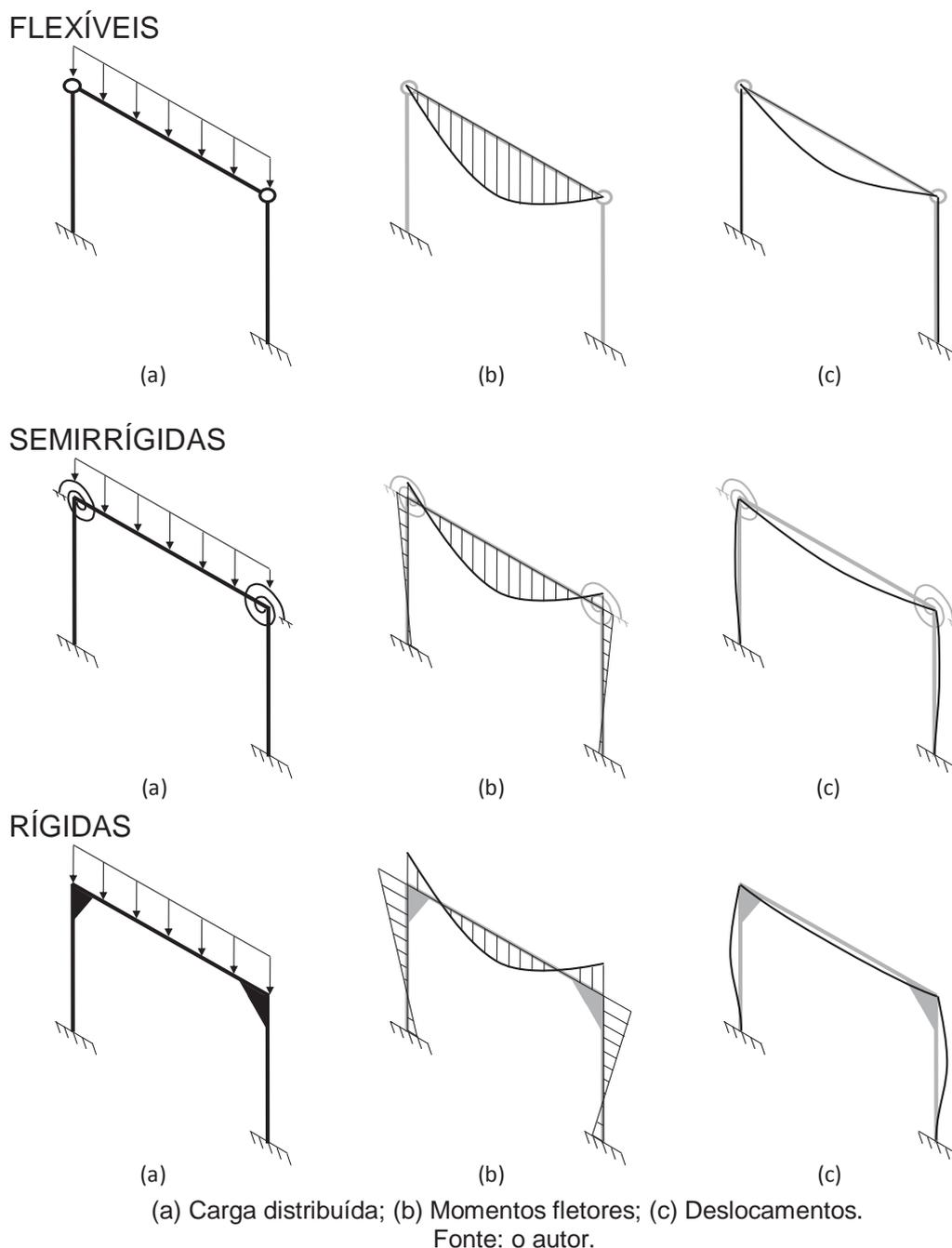
consideradas flexíveis e LMPA, LT e LMTS, rígidas, como pode ser observado na Figura 1.1–1.



Para a ilustração do comportamento das ligações, propõe-se uma distribuição qualitativa de momentos fletores e deslocamentos para pórticos com as ligações flexíveis, semirrígidas e rígidas, sob carga uniformemente distribuída, na Figura 1.1–2, onde se pode observar:

- a representação gráfica de cada tipo de ligação;
- o pórtico com as ligações flexíveis:
  - não transfere momento para as colunas;
  - apresenta os maiores momento fletor e deslocamento da viga entre os pórticos comparados;
- o pórtico com as ligações semirrígidas:
  - transfere um pouco de momento para as colunas;
  - apresenta menores momento fletor e deslocamento na viga, em comparação ao pórtico com ligações flexíveis;
- o pórtico com as ligações rígidas:
  - transfere mais momento para as colunas;
  - apresenta os menores momento fletor e deslocamento da viga entre os pórticos comparados.

**Figura 1.1-2 – Comportamento de pórticos com as ligações flexíveis, semirrígidas e rígidas.**



O foco da pesquisa é que a LCPP, considerada em projetos como sendo flexível, apresenta algum grau de rigidez, como ilustrado na Figura 1.1-2.

Assim, este trabalho propõe-se à busca do valor da rigidez rotacional de uma dada configuração de LCPP, entendendo-se que a consideração do seu

comportamento leva à modelagem de uma distribuição mais realista de esforços na estrutura.

### 1.1 Problema da pesquisa

Na prática da engenharia de estruturas de aço, as LCPP são consideradas flexíveis, presumindo-se que as vigas com esse tipo de ligação apresentam comportamentos idênticos ao de vigas simplesmente apoiadas, sem transmissão de momentos nos extremos.

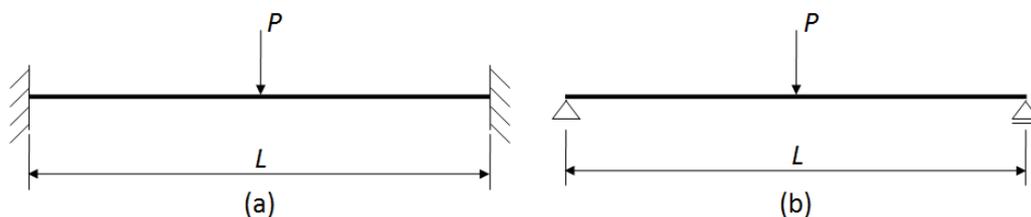
O foco da pesquisa é: quais os valores de rigidez rotacional de uma LCPP entre uma viga W150,0x18,0 e uma coluna W200,0x46,1, montada com duas cantoneiras 3"x3/8"x120 mm na alma da viga e mesa da coluna, com dois conjuntos de parafusos A325-F Ø5/16", instalados com protensão de 220 Nm?

Para o estudo foram considerados modelos completos de vigas, com ligações nas duas extremidades, visto que maioria das referências é modelado apenas um extremo da viga.

### 1.2 Justificativa

Diante do exemplo de uma viga engastada em seus dois extremos e de uma viga simplesmente apoiada, as mesmas são ilustradas na Figura 1.2-1.

**Figura 1.2-1 – Ilustrações de vigas engastada nos dois extremos e simplesmente apoiada.**



(a) engastada nos dois extremos; (b) simplesmente apoiada

Fonte: o autor.

A relação para cálculo do deslocamento máximo da viga engastada em seus dois extremos é:

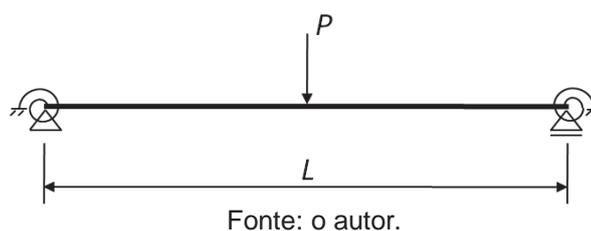
$$\delta_{eng} = \frac{P \times L_v^3}{192 \times E \times I} \quad (\text{Eq. 01})$$

E para a viga simplesmente apoiada é:

$$\delta_{ap} = \frac{P \times L_v^3}{48 \times E \times I} \quad (\text{Eq. 02})$$

Uma condição intermediária – ou ‘semirrígida’, em que os apoios apresentam certa rigidez rotacional, é apresentada na Figura 1.2–2.

**Figura 1.2–2 – Ilustração de viga com apoios de comportamento intermediário.**



A relação de cálculo do deslocamento para a viga com apoios semirrígidos seria:

$$\delta_{semi} = \frac{P \times L_v^3}{\alpha \times E \times I} \quad (\text{Eq. 03})$$

sendo  $\alpha$  uma constante que assume valores entre 48 e 192.

Diante de Equação 01, Equação 02 e Equação 03 com os mesmos valores de deslocamento, vão, carga e material, e compreende-se que:

- a condição simplesmente apoiada requer o maior momento de inércia, devido a seu fator de divisão ser 48;
- a condição engastada nos dois extremos requer o menor momento de inércia, sendo um quarto do anterior, devido a seu fator de divisão ser 192;
- a condição intermediária corresponde um momento de inércia intermediário.

O valor do momento de inércia para a condição intermediária vai depender da caracterização da ligação e do conhecimento do fator  $\alpha$  da Equação 03.

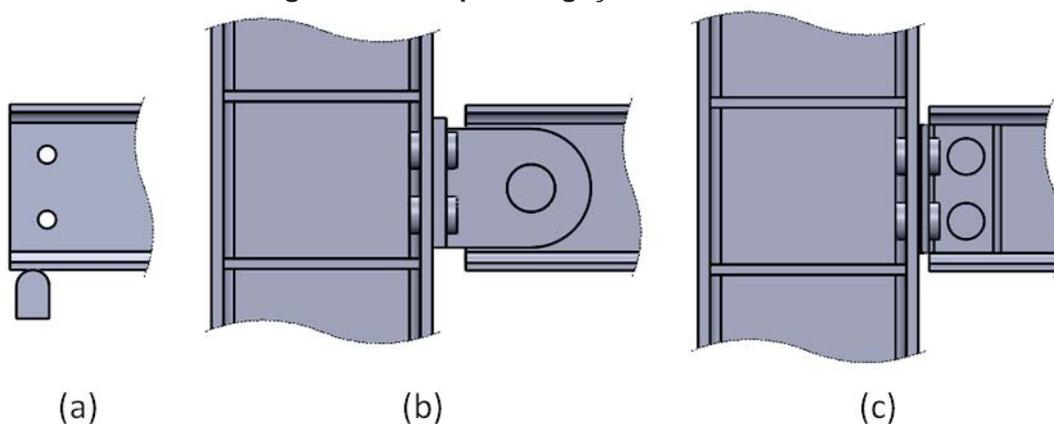
### 1.3 Objetivos

O objetivo geral do trabalho é determinar os valores de rigidez rotacional de uma configuração de ligação com pino e de uma LCPP. Como resultado do trabalho, espera-se disponibilizar informações para um dimensionamento mais real de ligações e de vigas, podendo levar à redução de custos.

Os objetivos específicos são:

- a) executar ensaio de flexão em viga simplesmente apoiada, viga ligada com pino e viga com LCPP, conforme Figura 1.3–1, a fim de obter valores de cargas aplicadas e os respectivos deslocamentos.
- b) simular numericamente via método dos elementos finitos a aplicação de carga de flexão nas vigas ligadas com pino e LCPP, a fim de obter valores de cargas aplicadas e os respectivos deslocamentos.

**Figura 1.3–1 - Apoio e ligações em estudo.**



(a) Viga simplesmente apoiada; (b) Viga ligada com pino; (c) Viga com LCPP.

## 2 LIGAÇÕES COM DUPLA CANTONEIRA

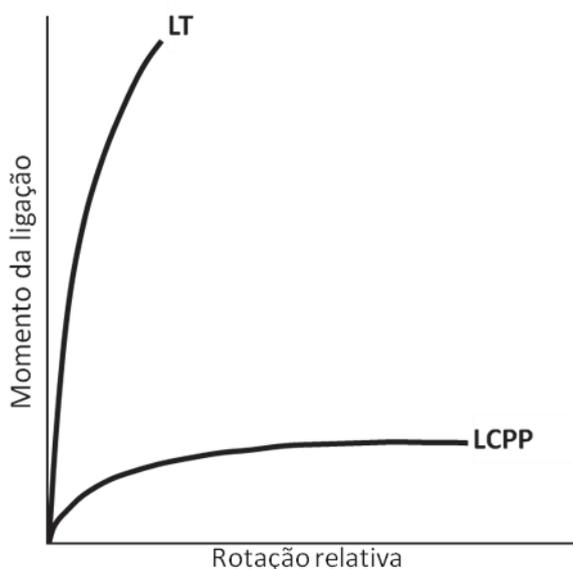
Neste capítulo é apresentada a classificação de ligações segundo a rigidez, de acordo com a ABNT NBR 8800 (2008), e a dedução matemática da equação da elástica da viga com ligações semirrígidas. Na sequência, faz-se uma breve revisão sobre o método dos elementos finitos. Por fim, apresenta-se uma compilação das publicações sobre ligações semirrígidas, com foco em LCPP e LCSP.

### 2.1 Classificação das ligações segundo a rigidez

A bibliografia apresenta o comportamento das ligações segundo a rigidez e segundo a resistência, sendo que no presente trabalho é considerada apenas a classificação das ligações segundo a rigidez.

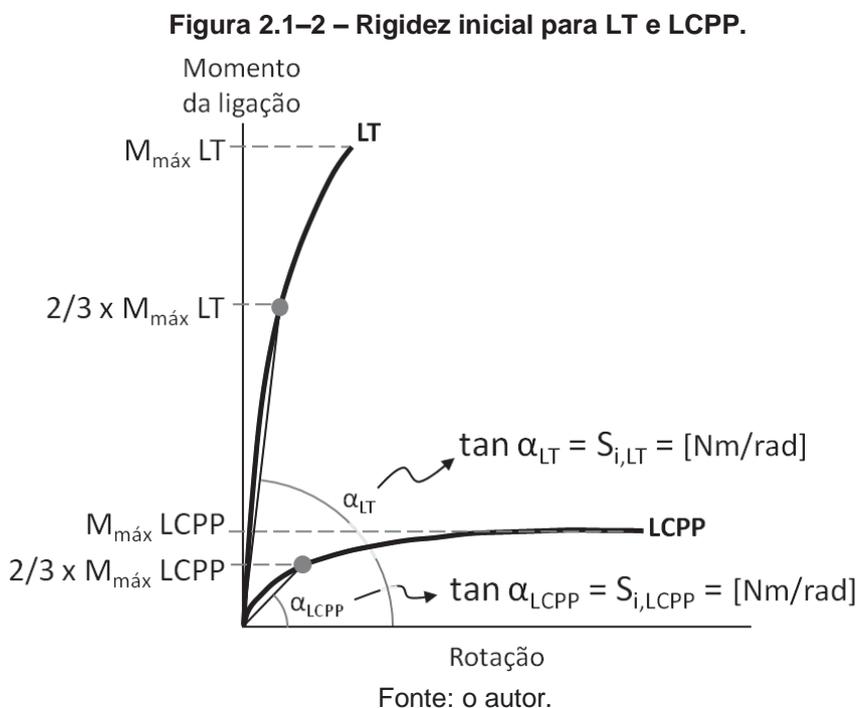
O comportamento de uma ligação pode ser representado em uma curva “Momento-Rotação relativa” obtida experimentalmente, como na Figura 2.1–1, onde são mostradas curvas das ligações LT e LCPP, em publicação de Kulak, Fisher e Struit (2001) para a AISC.

Figura 2.1–1 – Exemplos de curvas Momento-Rotação relativa.



Fonte: Adaptado de Kulak, Fisher e Struit (2001).

A partir da curva momento-rotação pode ser obtida a rigidez inicial da ligação, correspondente a 2/3 do momento resistente da ligação (ABNT NBR 8800, 2008, p. 63), ilustrada na Figura 2.1–2 para as curvas de LT e LCPP.



Sendo:

- $M_{máx} LT$  o momento máximo da ligação do tipo LT;
- $M_{máx} LCPP$  o momento máximo da ligação do tipo LCPP;
- $S_{i,LT}$  a rigidez inicial da ligação do tipo LT;
- $S_{i,LCPP}$  a rigidez inicial da ligação do tipo LCPP.

Sendo na viga  $I_v$  o momento de inércia,  $L_v$  o comprimento, e  $E$  o módulo de elasticidade, caso a rigidez inicial da ligação seja menor que  $\frac{0,5EI_v}{L_v}$ , a ligação é classificada como flexível, podendo ser considerada como tal, desprezando-se os efeitos de sua rigidez na estrutura (ABNT NBR 8800, 2008, p. 63).

Considerando  $K_v$  como sendo a média da relação entre momentos de inércia e comprimentos das vigas no topo do andar e  $K_p$  como a média da relação entre momentos de inércia e comprimentos dos pilares do andar, caso a rigidez inicial da ligação for igual ou maior que  $\frac{0,5EI_v}{L_v}$ , a ligação poderá ser classificada

como semirrígida quando atender a todos os itens de qualquer uma das três hipóteses, com base em ABNT NBR 8800 (2008) e o Eurocode 3:

- Hipótese 1:
  - a estrutura for contraventada e o contraventamento reduzir o deslocamento lateral em mais de 80 %;
  - a rigidez inicial da ligação for menor que  $\frac{8EI_v}{L_v}$ .
- Hipótese 2:
  - a estrutura não for contraventada ou, se for contraventada, o contraventamento reduzir o deslocamento lateral em menos de 80 %;
  - a relação entre  $K_v$  e  $K_p$  for menor que 0,1.
- Hipótese 3:
  - a estrutura não for contraventada ou, se for contraventada, o contraventamento reduzir o deslocamento lateral em menos de 80 %;
  - a relação entre  $K_v$  e  $K_p$  for maior ou igual que 0,1;
  - a rigidez inicial da ligação for menor que  $\frac{25EI_v}{L_v}$ .

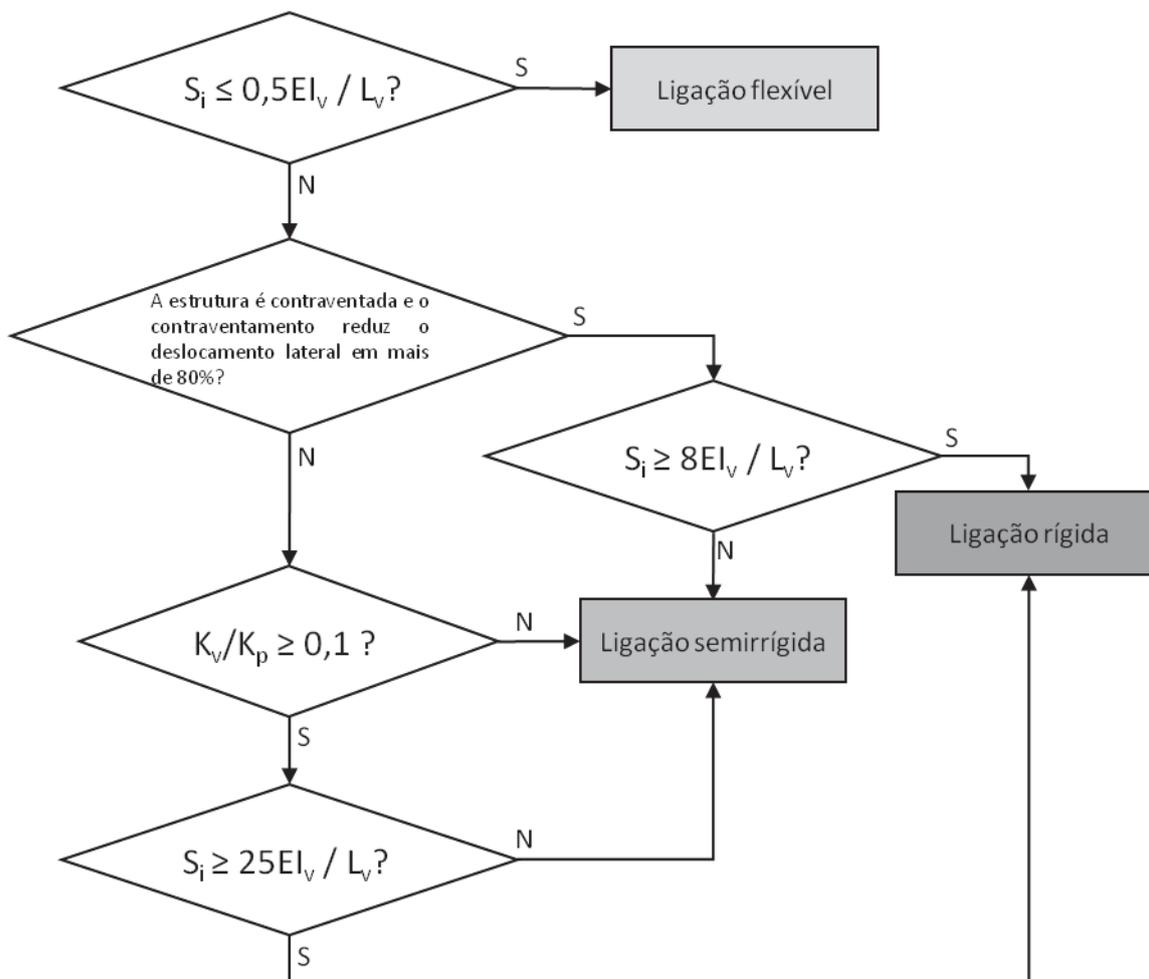
A ligação será classificada como rígida quando atender a todos os itens de qualquer uma das duas hipóteses:

- Hipótese 1:
  - a rigidez inicial da ligação for igual ou maior que  $\frac{8EI_v}{L_v}$ ;
  - a estrutura for contraventada;
  - o contraventamento reduzir o deslocamento lateral em mais de 80 %.
- Hipótese 2:
  - a rigidez inicial da ligação for maior que  $\frac{25EI_v}{L_v}$ ;
  - a estrutura não for contraventada ou, se for contraventada, o contraventamento reduzir o deslocamento lateral em menos de 80 %;

- o a relação entre  $K_v$  e  $K_p$  for maior ou igual que 0,1.

O esquema de classificação das ligações é ilustrado na Figura 2.1–3.

Figura 2.1–3 – Fluxograma de classificação das ligações.

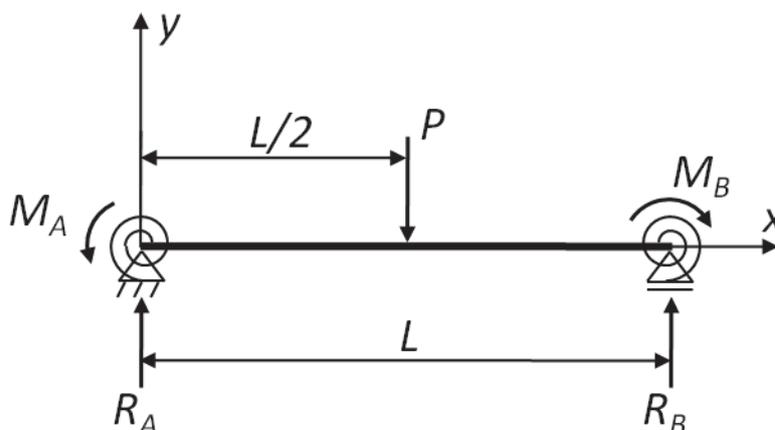


Fonte: o autor.

## 2.2 Equação da curva da viga com ligação semirrígida

Configurando-se uma viga com apoios elásticos, análogos aos semirrígidos, conforme exibido na Figura 2.2–1, apresenta-se a dedução da equação da viga, utilizando-se o método da dupla integração.

Figura 2.2-1 – Modelo de viga com apoio elástico.



Fonte: o autor.

A partir do referencial da Figura 2.2-1, convencionando o sentido antihorário como positivo para a rotação, a condição de equilíbrio de momentos,  $\sum M_A = 0$ , é:

$$M_A - \frac{PL}{2} + R_B L - M_B = 0 \quad (\text{Eq. 04})$$

E  $R_B$  é:

$$R_B = \frac{P}{2} + \frac{M_B - M_A}{L} \quad (\text{Eq. 05})$$

Para  $0 \leq x < L/2$ :

$$M = R_A x - M_A \quad (\text{Eq. 06})$$

Inserindo a Equação 06 na Equação de viga de Euler-Bernoulli:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M = R_A x - M_A \quad (\text{Eq. 07})$$

Integrando a Equação 07 em relação a  $x$ :

$$EI \frac{dy}{dx} = \frac{R_A x^2}{2} - M_A x + C_1 \quad (\text{Eq. 08})$$

Na Equação 08,  $\frac{dy}{dx} = \theta$ , que é a rotação em relação a  $x$ . Integrando a Equação 08 em relação a  $x$ :

$$EIy = \frac{R_A x^3}{6} - \frac{M_A x^2}{2} + C_1 x + C_2 \quad (\text{Eq. 09})$$

Dadas as condições de contorno:

$$(x = 0; y = 0) \quad (\text{Eq. 10})$$

$$(x = 0; \theta = \theta_A) \quad (\text{Eq. 11})$$

Tem-se que  $C_2 = 0$  e  $C_1 = \theta_A$ , então:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{R_A x^2}{2EI} - \frac{M_A x}{EI} + \theta_A \quad (\text{Eq. 12})$$

$$y = \frac{R_A x^3}{6EI} - \frac{M_A x^2}{2EI} + \theta_A x \quad (\text{Eq. 13})$$

No caso em estudo:

$$R_A = \frac{P}{2} \quad (\text{Eq. 14})$$

$$M_A = k_A \theta_A \quad (\text{Eq. 15})$$

Sendo, na Equação 15:

- $M_A$  o momento desenvolvido na ligação;
- $k_A$  a rigidez rotacional da ligação;
- $\theta_A$  a rotação desenvolvida na ligação.

Inserindo a Equação 14 e a Equação 15 na Equação 12 e na Equação 13:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Px^2}{4EI} - \frac{k_A \theta_A x}{EI} + \theta_A \quad (\text{Eq. 16})$$

$$y = \frac{Px^3}{12EI} - \frac{k_A \theta_A x^2}{2EI} + \theta_A x \quad (\text{Eq. 17})$$

Assim, através da Equação 17, expõe-se de que maneira a rigidez rotacional da ligação irá influenciar nos deslocamentos.

### 2.3 Método dos elementos finitos

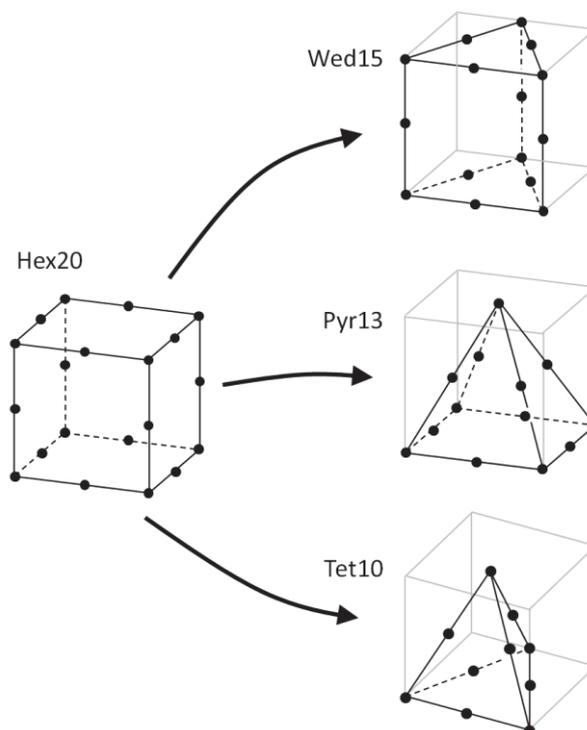
Na prática da engenharia é comum que se iniciem os estudos de estruturas por vigas, pórticos, treliças e grelhas, que são as chamadas estruturas reticuladas: isto é, as seções das barras possuem dimensões muito inferiores aos comprimentos. Nessas estruturas é simples explicar o método das forças e deslocamentos, o que pode vir a ser difícil de se explicar em relação às estruturas não reticuladas, devido à modelagem das equações de derivadas parciais. Em

meios contínuos não homogêneos e com geometrias complexas, as derivadas exatas podem ser substituídas por derivadas aproximadas, calculadas com base em grelhas de pontos. A partir daí – da discretização dos modelos contínuos – teve desenvolvimento o método das diferenças finitas e, a partir deste, o método dos elementos finitos (AZEVEDO, 2003).

Cada elemento finito possui relações constitutivas que irão reger seu comportamento através de sistemas de equações. A reunião dos sistemas de equações de todos elementos irá constituir um sistema de equações de todo modelo; daí, então, procede-se com a busca da solução matemática. O arranjo desses elementos finitos para a composição do modelo se denomina malha. Na geração da malha, todos nós internos (não periféricos) devem estar solidários a um nó contíguo, não podendo restar nós desconectados.

Segundo Ansys (2009), o elemento SOLID186 é um elemento de alta ordem, tridimensional, que exhibe comportamento quadrático para o deslocamento. Contando com 20 nós, esse elemento possui 3 graus de liberdade em cada nó: translação na direção dos eixos X, Y e Z.

**Figura 2.3-1 – Elemento finito SOLID186 e suas variações.**

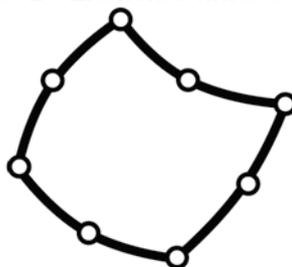


Fonte: adaptado de ANSYS (2009).

O elemento modela diversos tipos de tensões e deslocamentos e é exibido na Figura 2.3–1 com suas variações para 15, 13 e 10 nós. ‘Hex’ refere-se à forma de um hexágono; ‘Wed’ refere-se à forma de cunha; ‘Pyr’ refere-se à forma de uma pirâmide de base quadrada; ‘Tet’ refere-se à forma de um tetrágono.

O elemento CONTA174 é utilizado para representar contato entre superfícies tridimensionais, com possibilidade de deformação. É utilizado em elementos com nós intermediários e possui as mesmas características geométricas do elemento ao qual está vinculado. Esse elemento, exibido na Figura 2.3–2, permite fricção de Coulomb e o estabelecimento de tensões relativas ao atrito.

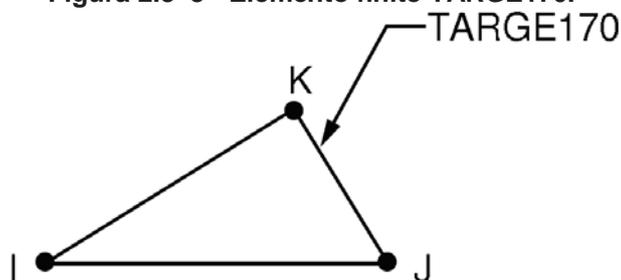
**Figura 2.3–2 - Elemento finito CONTA174.**



Fonte: adaptado de ANSYS (2009).

O TARGE170 é um elemento de linha que, utilizado em arranjos, representa superfícies tridimensionais de contato, juntamente com outros elementos de contato, como o CONTA174. O próprio elemento – TARGE170 –, exibido na Figura 2.3–3, sobrepõe as arestas do elemento sólido, descrevendo o contorno da superfície de contato.

**Figura 2.3–3 - Elemento finito TARGE170.**



Fonte: adaptado de ANSYS (2009).

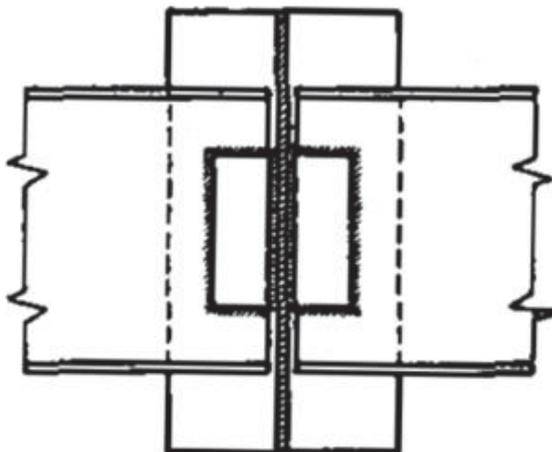
O método dos elementos finitos é uma ferramenta consagrada, tendo sido usado, por exemplo, pelos autores Yang e Lee (2007), Medeiros, Kaminski e Alva (2012), Freitas et al. (2015) e Prabha et al. (2015).

Mais informações sobre os fundamentos do método podem ser consultadas nas obras de Alves Filho (2013), Azevedo (2003) e Soriano (2009).

## 2.4 Histórico de estudos sobre LCPP e LCSP

Johnston e Green (1940) realizaram ensaios experimentais com a ligação do tipo cantoneiras de alma soldadas na viga e na coluna, exibida na Figura 2.4–1. Os autores utilizaram cantoneiras 3.½" x 2.½" x ¼" em três comprimentos: 9", 10" e 11", ligando colunas 12 WF 65 a vigas 21 WF 59, 18 WF 55 e 16 WF 36; os corpos de prova apresentaram deslocamentos inferiores ao de uma viga simplesmente apoiada. Esses autores afirmam que o momento para esse tipo de ligação pode ser menor que dez por cento do momento desenvolvido na ligação totalmente rígida, para as condições do estudo.

Figura 2.4–1 – Ligação experimentada por Johnston e Green.



Cantoneiras soldadas nas almas da viga e da coluna.  
Fonte: adaptado de Johnston e Green (1940).

Frye e Morris (1975) apresentaram um modelo polinomial de grau ímpar para estimativa do comportamento da ligação semirrígida:

$$\phi = C_1(kM) + C_2(kM)^3 + C_3(kM)^5 \quad (\text{Eq. 18})$$

em que  $\phi$  representa a rotação relativa desenvolvida pela ligação para dado momento  $M$ .

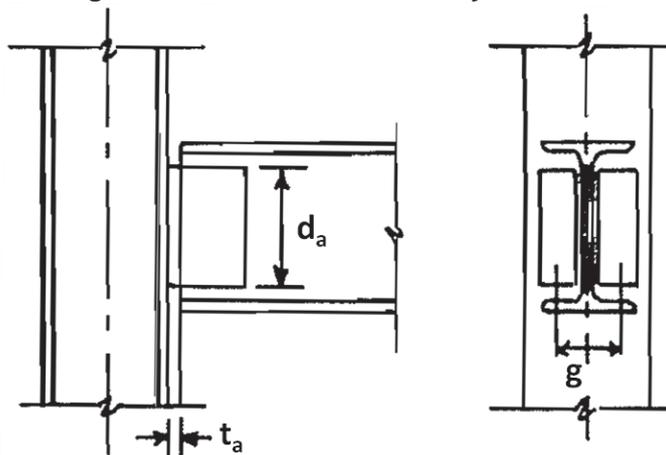
Essa formulação é válida para unidades inglesas e para a ligação com dupla cantoneira de alma os coeficientes são:

$$\begin{aligned} C_1 &= 3,66 \times 10^{-4} & C_3 &= 4,57 \times 10^{-8} \\ C_2 &= 1,15 \times 10^{-6} & k &= d_a^{-2,4} \times t_a^{-1,84} \times g^{0,15} \end{aligned}$$

Conforme a Figura 2.4–2:

$d_a$  = altura da cantoneira       $t_a$  = espessura da cantoneira  
 $g$  = distância entre centros das abas das cantoneiras

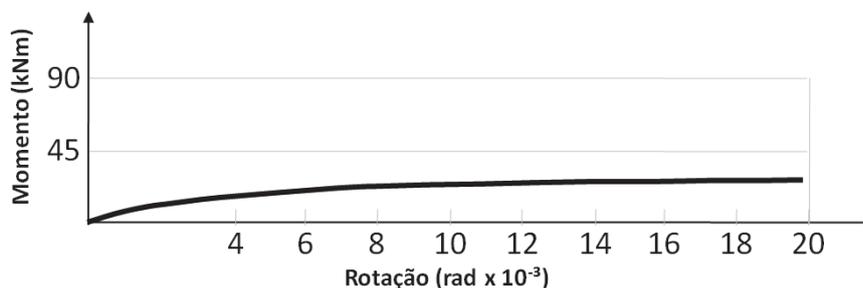
Figura 2.4–2 – Parâmetros de Frye e Morris.



Ligação com cantoneiras de alma.  
 Fonte: adaptado de Frye e Morris (1975).

Lui e Chen (1985) estudaram o efeito de diferentes tipos de ligações no comportamento de um pórtico teórico de duas colunas e uma viga, através da abordagem de Lagrange, para o efeito de uma carga aplicada lateralmente. O resultado obtido para a ligação dupla cantoneira de alma é apresentado na Figura 2.4–3.

Figura 2.4–3 – Resultados de Lui e Chen para dupla cantoneira de alma.



Fonte: adaptado de Lui e Chen (1985).

Em suas conclusões, Lui e Chen (1985) afirmam que as ligações idealmente rígidas ou totalmente flexíveis não existem, sendo que todas as ligações exibem um comportamento intermediário, e que a consideração de uma ligação como rígida ou como flexível é uma simplificação de projeto. Os autores também afirmam que:

- a consideração das ligações como **rígidas** subestima os deslocamentos e superestima a resistência da estrutura;
- a consideração das ligações como **flexíveis** superdimensiona as vigas e subdimensiona as colunas.

Astaneh, Nader e Malik (1989) estudaram o comportamento de pórticos teóricos ligados com LCSP sob vibrações sísmicas. Os autores afirmam que as ligações do tipo dupla cantoneira de alma são usualmente consideradas como rotuladas mas que, segundo os resultados de sua pesquisa, um considerável nível de momentos pode ser desenvolvido nessas ligações. Os autores afirmam também que esse desenvolvimento de momentos na ligação tem consequências positivas e negativas:

- positiva: contribui com a resistência lateral e rigidez da estrutura;
- negativa: sujeita as colunas a momentos que não foram considerados no projeto.

Kishi et al. (1997) apresentam uma distinção entre as normas da AISC (KULAK, FISHER e STRUIT, 2001) e o Eurocode 3 (2005): a primeira não define claramente os limites das classificações das ligações, ao contrário do Eurocode.

No estudo da classificação das ligações em relação à norma Europeia, os autores afirmam que a curva da ligação com dupla cantoneira de alma de maior resistência apresenta uma capacidade de momento de 20% do momento de

plastificação da viga ( $M_p$ ), mas que a maioria das curvas semirrígidas apresenta capacidade de momento menor que 10% de  $M_p$ . Diante disso, os autores propõem que essas ligações sejam classificadas como flexíveis.

Sekulovic, Salatic e Nefovska (2002) estudaram a influência da rigidez da ligação no comportamento dinâmico da estrutura, analisando a histerese sob carregamento oscilante e a colaboração do amortecimento viscoso nesse efeito, a partir dos parâmetros utilizados por Chen, Goto e Liew (1996), incluindo a ligação do tipo dupla cantoneira de alma. A modelagem numérica foi embasada na equação proposta por Richard e Abott (1975) e Kishi et al. (1993):

$$M = \frac{k_0 \theta}{[1 + (\theta/\theta_0)^n]^{1/n}} \quad (\text{Eq. 19})$$

onde:

- $M$  = Momento da ligação;
- $k_0$  = Rigidez inicial da ligação;
- $\theta$  = Rotação da ligação;
- $\theta_0 = M_u/k_0$ ;
- $M_u$  = Momento último;
- $n$  = Fator de forma da ligação.

Os autores concluem que a flexibilidade da ligação pode alterar a resposta vibracional da estrutura, de modo que incrementar a flexibilidade da ligação reduz a rigidez da estrutura e altera principalmente os modos de vibração mais baixos, os quais são os mais importantes na resposta da estrutura. Observaram também que as estruturas com ligações de comportamento não linear possuem respostas consideravelmente diferentes das com ligações rígidas ou lineares, e que o modelo constitutivo linear não representa a histerese da ligação sob cargas cíclicas.

Lee e Moon (2002) propuseram uma equação para estimar a rigidez inicial da LCPP:

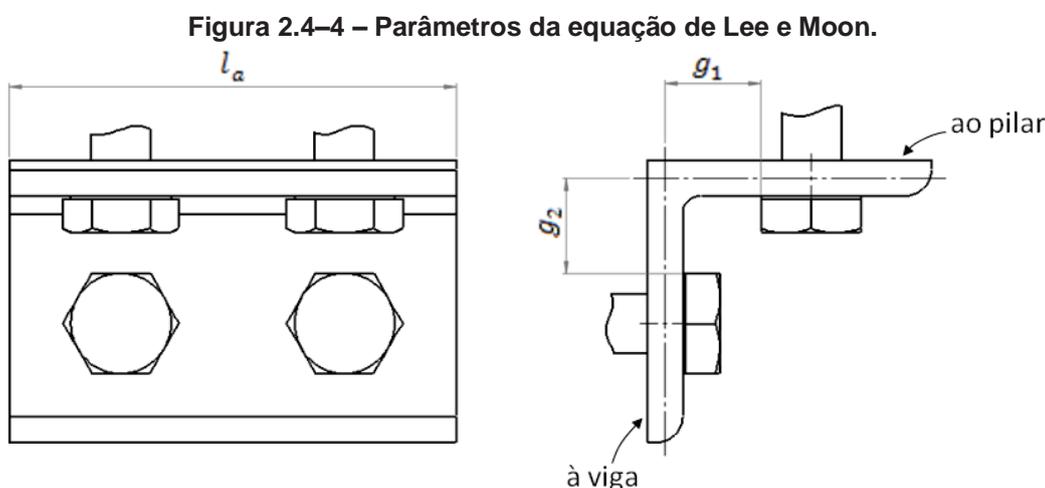
$$k_i = \frac{2EI}{g_1^3} \left( \frac{g_1 + g_2}{g_1 + 4g_2} \right) \times l_a^3 \quad (\text{Eq. 20})$$

onde:

- $k_i$  = rigidez inicial =  $[\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1}]$

- $EI$  = rigidez flexional das abas ligadas às colunas, por unidade de comprimento =  $[\text{Nm}^{-2}\text{m}^4\text{m}^{-1}] = [\text{Nm}]$
- $g_1$  = distância da linha média da aba ligada à viga até a aresta do parafuso que liga à coluna =  $[\text{m}]$
- $g_2$  = distância da linha média da aba ligada à coluna até a aresta do parafuso que liga à viga =  $[\text{m}]$
- $l_a$  = comprimento da cantoneira =  $[\text{m}]$

Os parâmetros da Equação 20 são ilustrados na Figura 2.4–4.



Fonte: adaptado de Lee e Moon (2002).

Os autores compararam os resultados de seu modelo com sete resultados experimentais de ligação tipo dupla cantoneira de alma do *The Steel Connection Data Bank* (SCDB), chegando a coeficientes  $\frac{\text{Rigidez analítica}}{\text{Rigidez experimental}}$  de 0,78 a 1,04. Dos modelos de cantoneiras trabalhados pelos autores, há um modelo com a mesma espessura das cantoneiras do presente estudo: 9,53 mm; entretanto, as medidas das abas e comprimento da cantoneira são diferentes. Os demais modelos diferem também nas dimensões de largura das abas e comprimento das cantoneiras, não sendo possível, então, um comparativo com seus resultados a partir da configuração de ligação do presente estudo.

Yang e Lee (2007) propuseram uma equação para a estimativa da rigidez da LCSP, em função de:

- $b$  = largura da aba da cantoneira vinculada à coluna =  $[\text{m}]$

- $E$  = módulo de elasticidade longitudinal do material da cantoneira [Nm<sup>-2</sup>],
- $t$  = espessura da cantoneira = [m],
- $\nu$  = coeficiente de poisson = [adimensional],
- $a$  = comprimento da cantoneira = [m],
- $\eta$  = variável adimensional na direção do comprimento da cantoneira = [adimensional],

sendo a equação proposta:

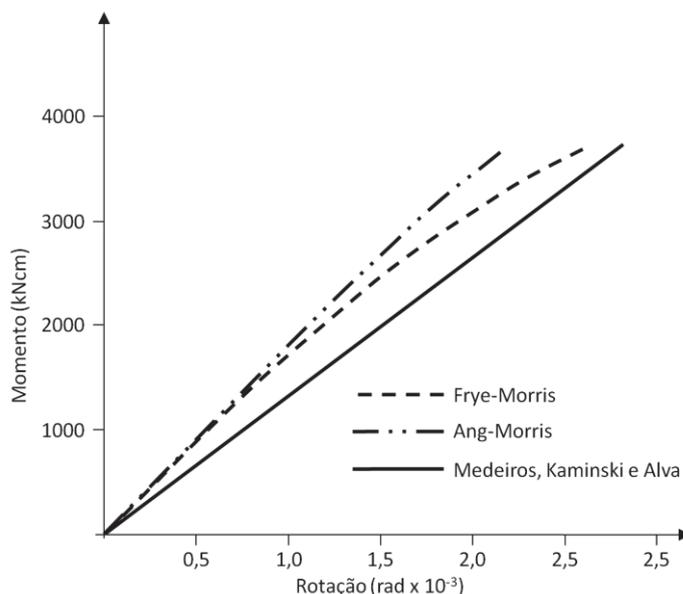
$$K_{Yang, Lee} = 2 \times \left\{ \frac{bEt^3 [b^2 + 2(1-\nu)a^2]^{\frac{1}{\eta}}}{9(1-\nu^2)a^3} \right\} \quad (\text{Eq. 21})$$

Em suas conclusões, os autores apresentam que sua equação para estimar a rigidez inicial fornece resultados com mais acurácia que a equação de Kishi-Chen (1990).

Peixoto (2008) apresenta um estudo sobre o dimensionamento de ligações segundo o Eurocode 3 (2005), incluindo também as ligações com concreto. O autor desenvolve o roteiro de cálculo para a LCPP considerando-a como rotulada e afirma que é uma ligação de baixo custo, fácil de fabricar, que não necessita de solda e permite ajustes na montagem.

Medeiros, Kaminski e Alva (2012) simularam via método dos elementos finitos duas configurações de LCSP: viga W150x18,0, cantoneiras L76x76x6,4x110 mm, com quatro parafusos 5/8" A325N ligando-as à coluna; viga W610x113, cantoneiras L102x102x8,0x455 mm, com doze parafusos 7/8" A325N. Os resultados da simulação foram comparados com os dos modelos matemáticos de Frye-Morris (1975) e de Ang-Morris (1984). Seus resultados apontaram que o comportamento das ligações simuladas numericamente é menos rígido que o estimado pelos modelos matemáticos considerados, como exhibe a Figura 2.4–5.

**Figura 2.4-5 – Resultados de Medeiros, Kaminski e Alva para a ligação da viga W150.**



Resultados para a viga W150x18 com cantoneiras L76x76x6,4x110 mm.  
Fonte: adaptado de Medeiros, Kaminski e Alva (2012).

Freitas et al. (2014) simularam via método dos elementos finitos uma LCPP e uma ligação com pino, para um vão de 3 m. A viga foi modelada com o perfil W150x18,0 e a coluna com W200x46,1, ambas em material ASTM A572 GR50. As cantoneiras são do tipo abas iguais, 3"x3/8"x120 mm, em material ASTM A36. Para a ligação com pino, as chapas de suporte do pino são de espessura 12,5 mm, em material ASTM A572 GR50, e o pino tem diâmetro 1.3/4", em material ASTM A36. Os parafusos são do tipo A325-F. A carga aplicada foi de 41,12 kN, distribuída em um comprimento de 200 mm no centro do vão. No modelo de LCPP o deslocamento obtido foi de 8,52 mm e no modelo ligado com pino, 9,13 mm, obtendo-se valores de rigidez de 1250 kNm/rad e 320 kNm/rad, respectivamente. Os autores concluem que essa rigidez pode diminuir em até 25 % o momento no centro da viga e que considerá-la pode ser importante em relação ao consumo de materiais.

Prabha et al. (2015) propuseram um modelo matemático para estimativa do comportamento momento-rotação da LCPP, com base no modelo de Frye e Morris (1975), incluindo a consideração do espaço entre a viga e a coluna:

$$\theta = 75,043 \times (KM) - 1583 \times (KM)^3 + 98160 \times (KM)^5 \quad (\text{Eq. 22})$$

onde  $\theta$  é em graus,  $M$  em kNm e  $K$  é:

$$K = d_a^{-1,55} t_a^{-1,14} g^{0,81} a_g^{0,39} \quad (\text{Eq. 23})$$

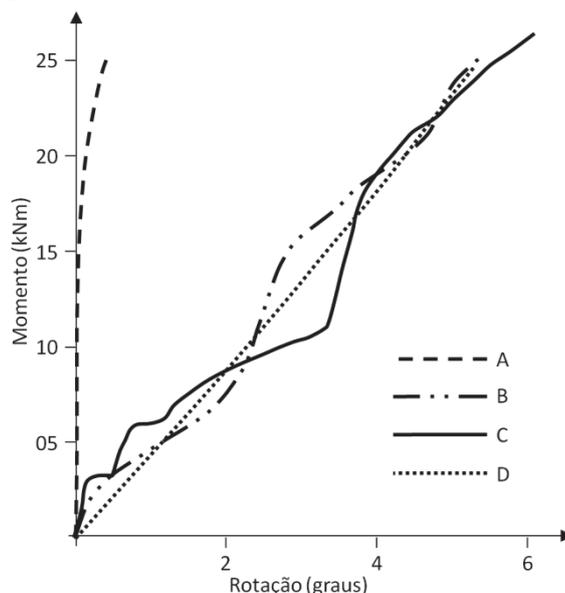
sendo as dimensões expressas em milímetros:

- $d_a$  = altura da cantoneira;
- $t_a$  = espessura da cantoneira;
- $g$  = metade da distância entre linhas de parafusos;
- $a_g$  = distância entre viga e coluna.

Os autores supracitados estudaram três configurações de LCPP: espessura 6 mm e comprimento 180 mm (DWA-6-180), espessura 6 mm e comprimento 205 mm (DWA-6-205) e espessura 8 mm e comprimento 180 mm (DWA-8-180), todas com 10 mm de distância entre viga e coluna.

Os resultados para o corpo de prova DWA-6-205 são apresentados na Figura 2.4–6, na qual visualizam-se os resultados segundo o modelo de Frye-Morris (1975), o software Abaqus, o programa experimental e o modelo matemático proposto. No gráfico, é plotada a rotação relativa total, isto é, o dobro do ângulo obtido pela Equação 22. Percebe-se a subestimação do ângulo pelo modelo de Frye-Morris; segundo os autores, deve-se à não consideração do espaço viga-coluna por esse modelo. Percebe-se, também, que o modelo proposto apresenta um comportamento intermediário ao experimental e ao do software Abaqus.

Figura 2.4–6 – Resultados de Prabha et al. (2015)



Resultados para LCPP de espessura 6 mm, altura 205 mm, com 10 mm entre a viga e a coluna: (A) Modelo de Frye-Morris (1975); (B) Resultado experimental; (C) Resultado do software Abaqus; (D) Modelo proposto por Prabha et al. (2015).

Fonte: adaptado de Prabha et al. (2015).

No Quadro 2.4–1 é exibido um resumo das referências bibliográficas consultadas.

**Quadro 2.4-1 – Referências consultadas e suas principais conclusões.**

Autor (es)	Ano	Principais conclusões
Johnston e Green	1940	Para a LCSS, o momento na ligação pode ser menor que dez por cento do momento em uma ligação totalmente rígida.
Frye e Morris	1975	Apresenta um modelo polinomial para estimativa da rotação relativa entre viga e coluna.
Lui e Chen	1985	Considerar ligações como rígidas subestima os deslocamentos e superestima a resistência da estrutura; considerar como flexíveis superdimensiona as vigas e subdimensiona as colunas.
Astaneh, Nader e Malik	1989	Considerável nível de momentos pode ser desenvolvido nas LCSP, com consequências:positiva: contribui com a resistência lateral e rigidez da estrutura; negativa: sujeita as colunas a momentos que não foram considerados no projeto.
Kishi et al.	1997	A ligação com dupla cantoneira de alma de maior resistência apresenta uma capacidade de momento de 20% do momento de plastificação da viga.
Sekulovic, Salatic e Nefovska	2002	Diminuir a rigidez da ligação altera os modos de vibração mais baixos, que possuem influência próxima na resposta da estrutura. O modelo constitutivo linear da ligação não representa a histerese sob cargas cíclicas.
Lee e Moon	2002	Seu modelo para ligação tipo dupla cantoneira de alma atingiu coeficientes (Rigidez analítica)/(Rigidez experimental) de 0,78 a 1,04.
Yang e Lee	2007	Sua equação para estimar a rigidez inicial fornece resultados com mais acurácia que a equação de Kishi-Chen (1990).
Peixoto	2008	Apresenta um roteiro de cálculo para LCPP, considerando-a rotulada. Afirma que é uma ligação de baixo custo, fácil de fabricar, que não necessita de solda e permite ajustes na montagem.
Medeiros, Kaminski e Alva	2012	Via simulação numérica, a LCSP estudada é mais flexível que a estimativa dada pelos modelos de Frye-Morris e de Ang-Morris.
Freitas et al.	2014	Para configuração semelhante à do presente estudo, através de simulação numérica, obteve a rigidez de 1250 kNm/rad.
Prabha et al.	2015	Para a configuração DWA-6-205, o modelo proposto apresenta um comportamento intermediário ao experimental e ao do software Abaqus.

Fonte: o autor.

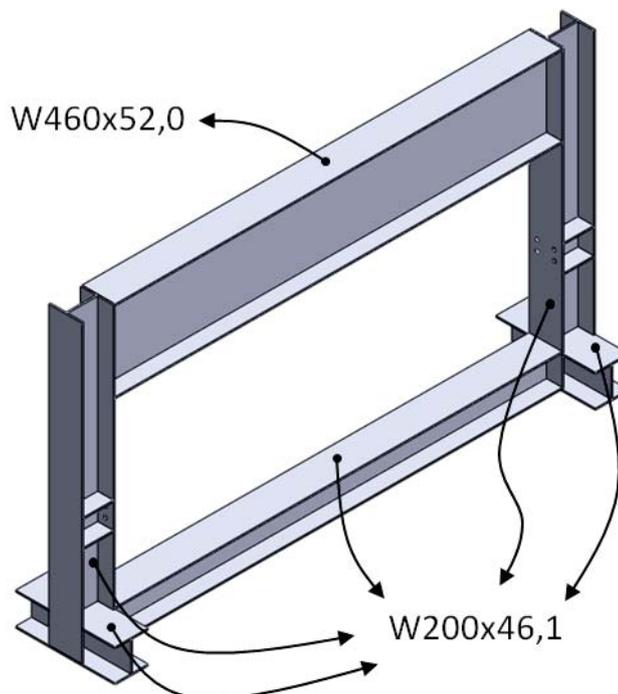
### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Parâmetros gerais

A execução do trabalho consistiu em: calcular deslocamentos máximos e momentos fletores máximos para vigas nas condições simplesmente apoiada e engastada; ensaiar experimentalmente uma viga em apoios simples, uma viga ligada com pino e uma viga ligada com cantoneiras, como mostra a Figura 1.3–1; simular numericamente via método dos elementos finitos uma viga ligada com pino e uma viga ligada com cantoneiras; calcular os valores de rigidez das ligações.

O objeto do estudo é a ligação de uma viga W 150x18,0, em ASTM A572 GR50 e de 3 metros de vão, a duas colunas W 200x46,1 em ASTM A572 GR50. O pórtico utilizado nos ensaios é montado com perfis W 200x46,1 e W 460x52,0, como mostra a Figura 3.1–1.

Figura 3.1–1 – Aspecto geral do pórtico utilizado nos ensaios.



Fonte: o autor.

O estudo foi conduzido com a aplicação de carregamentos dentro do campo de comportamento elástico da viga. A partir dos deslocamentos originados

por essas cargas, foram calculados os momentos fletores e rigidezes. Também foram feitas estimativas analíticas de rigidez inicial segundo equações existentes nas referências consultadas.

Sendo  $P$  a variável para as cargas aplicadas,  $Q$  a variável referente ao peso próprio da viga,  $L$  a variável para indicar comprimento das vigas,  $E$  o módulo de elasticidade das vigas e  $I$  o momento de inércia à flexão da viga, os valores utilizados são:

- $P = 9810,0 \text{ N}, 19620,0 \text{ N}, 29430,0 \text{ N}, 39240,0 \text{ N}$  e  $40711,5 \text{ N}$ ;
- $Q = 176,58 \text{ Nm}^{-1}$ ;
- $L_{\text{viga para cantoneiras}} = 2,777 \text{ m}$ ;
- $L_{\text{viga para pino}} = 2,737 \text{ m}$ ;
- $E = 200 \text{ GPa}$ ;
- $I = 939 \text{ cm}^4$ .

Nas próximas seções serão apresentadas as metodologias da estimativa analítica, do experimento e da modelagem numérica.

Para as situações de viga simplesmente apoiada e duplamente engastada, foram calculados os deslocamentos e momentos fletores, a fim de comparar com os resultados experimentais e numéricos. O objetivo do experimento foi obter dados de cargas, deslocamentos e deformações; a partir das deformações, foram calculadas as tensões, para conferência do trabalho em regime elástico. O objetivo da simulação numérica foi a obtenção de deslocamentos, para conseguinte validação a partir do ensaio experimental.

### 3.2 Metodologia da estimativa analítica

Os deslocamentos no centro do vão para carga concentrada na viga simplesmente apoiada foram calculados através da Equação 02. Já o deslocamento devido ao peso próprio da viga simplesmente apoiada foi calculado através da Equação 24:

$$\delta_{\text{peso próprio simples apoio}} = \frac{5 \times Q \times L_v^4}{384 \times E \times I} \quad (\text{Eq. 24})$$

Os momentos fletores no centro do vão para viga simplesmente apoiada foram calculados através da Equação 25:

$$\text{Momento no vão}_{\text{simples apoio}} = \frac{PL_v}{4} \quad (\text{Eq. 25})$$

Os deslocamentos no centro do vão para carga concentrada em viga duplamente engastada foram calculados pela Equação 01. O deslocamento no centro do vão para carga distribuída em viga duplamente engastada foi calculado através da Equação 26:

$$\delta_{\text{peso próprio engastada}} = \frac{Q \times L_v^4}{384 \times E \times I} \quad (\text{Eq. 26})$$

Os momentos fletores no centro do vão para viga duplamente engastada foram calculados através da Equação 27:

$$\text{Momento no vão}_{\text{engastada}} = \frac{PL_v}{8} \quad (\text{Eq. 27})$$

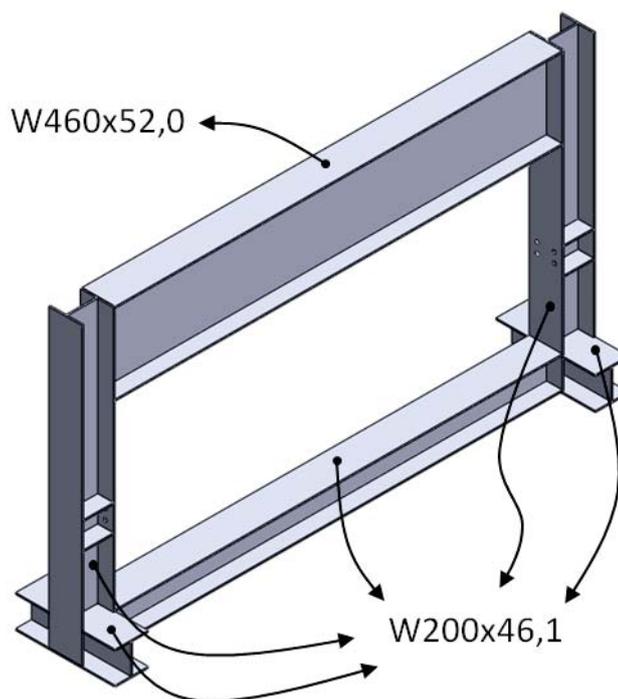
### 3.3 Metodologia dos ensaios experimentais

Nesta seção são apresentados os parâmetros experimentais gerais, os detalhes do ensaio de referência no regime elástico, as particularidades das três configurações: viga simplesmente apoiada, viga ligada com pino e viga com LCPP, bem como um resumo dos materiais utilizados.

#### 3.3.1 Parâmetros gerais

Os ensaios foram executados em um pórtico autoportante de 3 metros de vão, montado com perfis estruturais de seções W460x52,0 e W200x46,1, conforme ilustrado na Figura 3.3-1.

Figura 3.3-1 – Aspecto geral do pórtico utilizado nos ensaios.



Fonte: o autor.

A aplicação das cargas foi feita de duas maneiras:

- utilizando um macaco hidráulico da marca Enerpac, modelo RC 308, com capacidade de 30 toneladas e massa de 18 kg;
- Utilizando um macaco hidráulico da marca Bovenau, de capacidade 10 toneladas e massa 9 kg.

Na utilização dos dois macacos hidráulicos, ambos foram posicionados sobre uma placa de aço de 200 mm x 200 mm x 12 mm, posicionada no centro do vão da viga, a fim de distribuir uniformemente a carga.

A leitura das cargas aplicadas foi feita de duas maneiras:

- utilizando uma célula de carga da marca Precision Transducers, modelo LPC, de capacidade 10 toneladas, posicionada entre o macaco hidráulico e a placa para distribuição da carga, com apresentação dos dados no software Catman, através da utilização de uma central de aquisição de dados da marca HBM, modelo MGCPlus;
- utilizando uma célula de carga da marca Kratos Equipamentos, modelo CCI, de capacidade 10 toneladas, com mostrador digital do valor da carga.

Para medição dos deslocamentos originados pela aplicação da carga, foi posicionado na parte inferior do centro do vão um relógio comparador da marca Mitutoyo, de curso 11 mm e resolução 0,01 mm. O relógio comparador foi aferido em um dispositivo de resolução 0,001 mm da marca Mitutoyo, como mostrado na Figura 3.3–2.

**Figura 3.3–2 – Aferição do relógio comparador.**



Fonte: o autor.

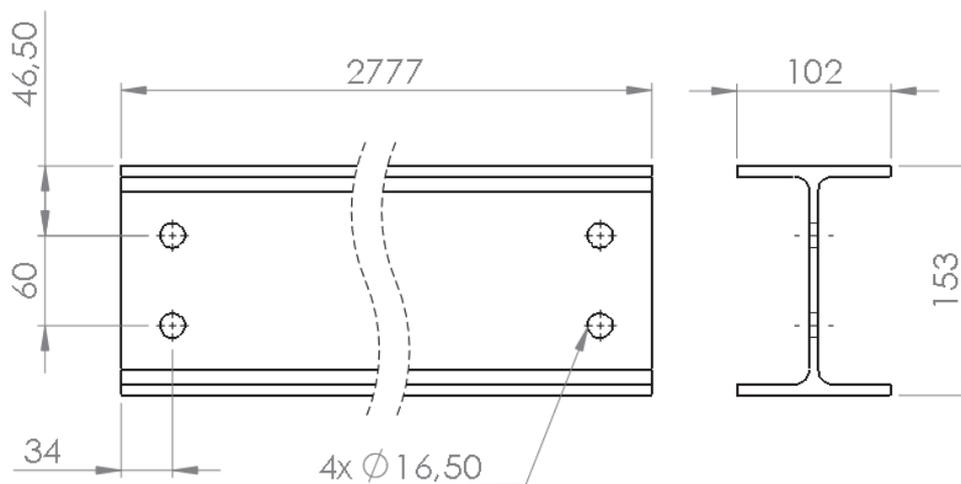
### 3.3.2 Ensaio de referência

Foi executado um ensaio para certificação da ocorrência do trabalho em regime elástico. O ensaio contou com:

- utilização da viga de referência;
- viga ligada às colunas com LCPP;
- aplicação da carga com o macaco hidráulico marca Enerpac;
- medição da carga aplicada com a célula de carga marca Precision Transducers;
- medição das deformações via extensômetro;
- captação dos dados através da central de aquisição de dados MGCPlus;
- leitura dos dados no software Catman;
- duas amostragens executadas na mesma montagem.

A viga utilizada foi projetada para um vão de 3000 mm, possuindo comprimento efetivo de 2777 mm, conforme detalhamento na Figura 3.3–3.

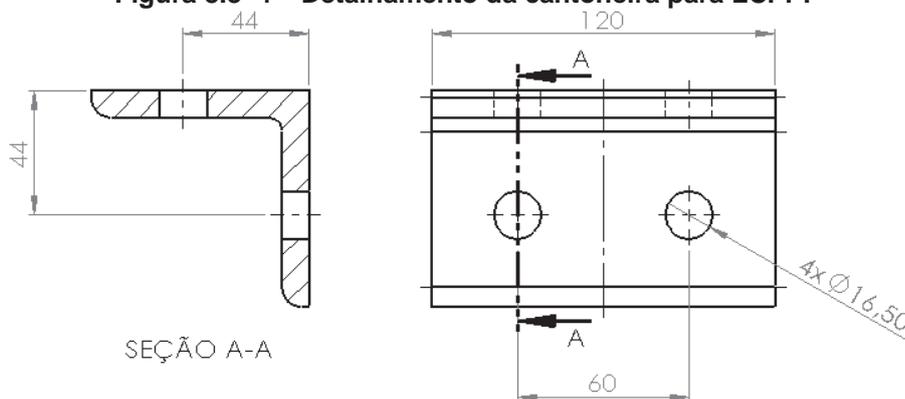
**Figura 3.3–3 – Detalhamento da viga de referência.**



Dimensões em milímetros.  
Fonte: o autor.

O detalhamento das cantoneiras está na Figura 3.3–4.

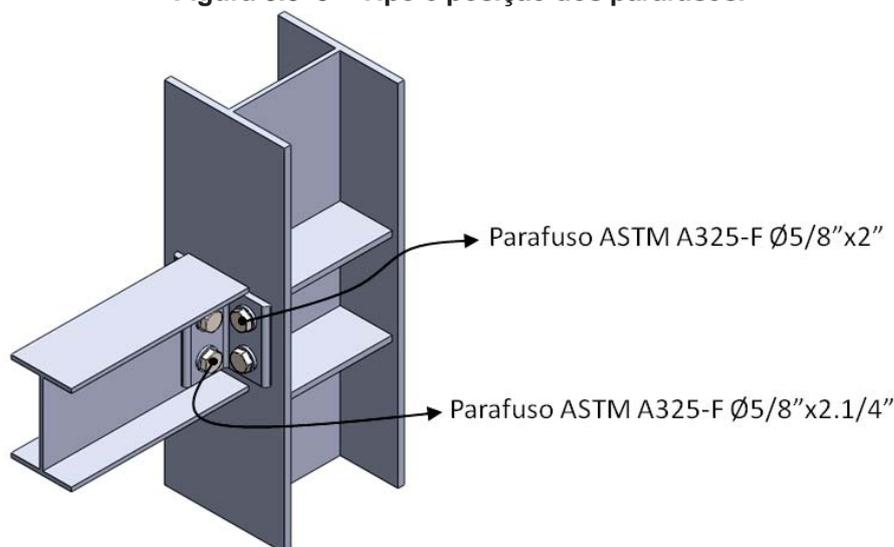
**Figura 3.3–4 – Detalhamento da cantoneira para LCPP.**



Fonte: o autor.

A montagem foi efetuada com parafusos A325-F de diâmetro nominal 5/8", nos comprimentos: 2" para a ligação das cantoneiras às colunas e 2.1/4" na ligação das cantoneiras à alma da viga, conforme Figura 3.3–5.

Figura 3.3-5 – Tipo e posição dos parafusos.



Fonte: o autor.

A instalação dos conjuntos de parafusos obedeceu as orientações da norma ABNT NBR 8800 (2008), tendo sido utilizado torque de 220 Nm. Para instalação utilizou-se torquímetro ajustável de estalo da marca Raven, modelo 100400, com faixa nominal de 50 a 225 Nm e resolução de 5 Nm; o certificado de calibração possui incerteza de medição de 2,55 N.m e foi emitido pela empresa Raven sob número 31954.

Considerando coeficiente de atrito de 0,20 para as interfaces aço-aço, pois os outros coeficientes citados pela ABNT NBR 8800 (2008, p. 80) são para superfícies sem pintura, e protensão de 85 kN, dado também pela ABNT NBR 8800 (2008), e o diâmetro de 5/8" dos parafusos, o torque a ser aplicado deveria ser de 270 Nm, calculado por:

$$T = k \times D \times W \quad (\text{Eq. 28})$$

sendo:

- $T$  = Torque = [Nm];
- $k$  = Coeficiente de atrito = [adimensional];
- $D$  = Diâmetro nominal do parafuso = [m];
- $W$  = Protensão = [N].

A adoção de 220 Nm deu-se por restrições de ferramental. Simulações no modelo numérico validado permitem concluir que, para o presente caso, a

variação do coeficiente de atrito de deslizamento entre as peças de aço de 0,15 a 0,20 influencia cerca de 1,3 % no deslocamento no centro do vão, sendo uma diferença pouco relevante<sup>1</sup>. Ressalta-se que com a requerida protensão de 85 kN e torque de 220 Nm, o coeficiente de atrito para o diâmetro de 5/8" equivale a 0,16, estando dentro da faixa verificada numericamente.

Foi instalado na viga um extensômetro de 120 ohms  $\pm 0,35$  %, com gage factor de 1,99  $\pm 1,0$  %, da marca HBM, posicionado no centro da viga, no flange inferior, conforme Figura 3.3–6, na mesma posição do relógio comparador. Com os dados adquiridos através do equipamento MGCPlus, foi possível acompanhar as tensões desenvolvidas no centro da viga, durante o ensaio de referência, a fim de comparar com as tensões dos demais ensaios.

**Figura 3.3–6 – Fixação do extensômetro.**



(a)

(b)

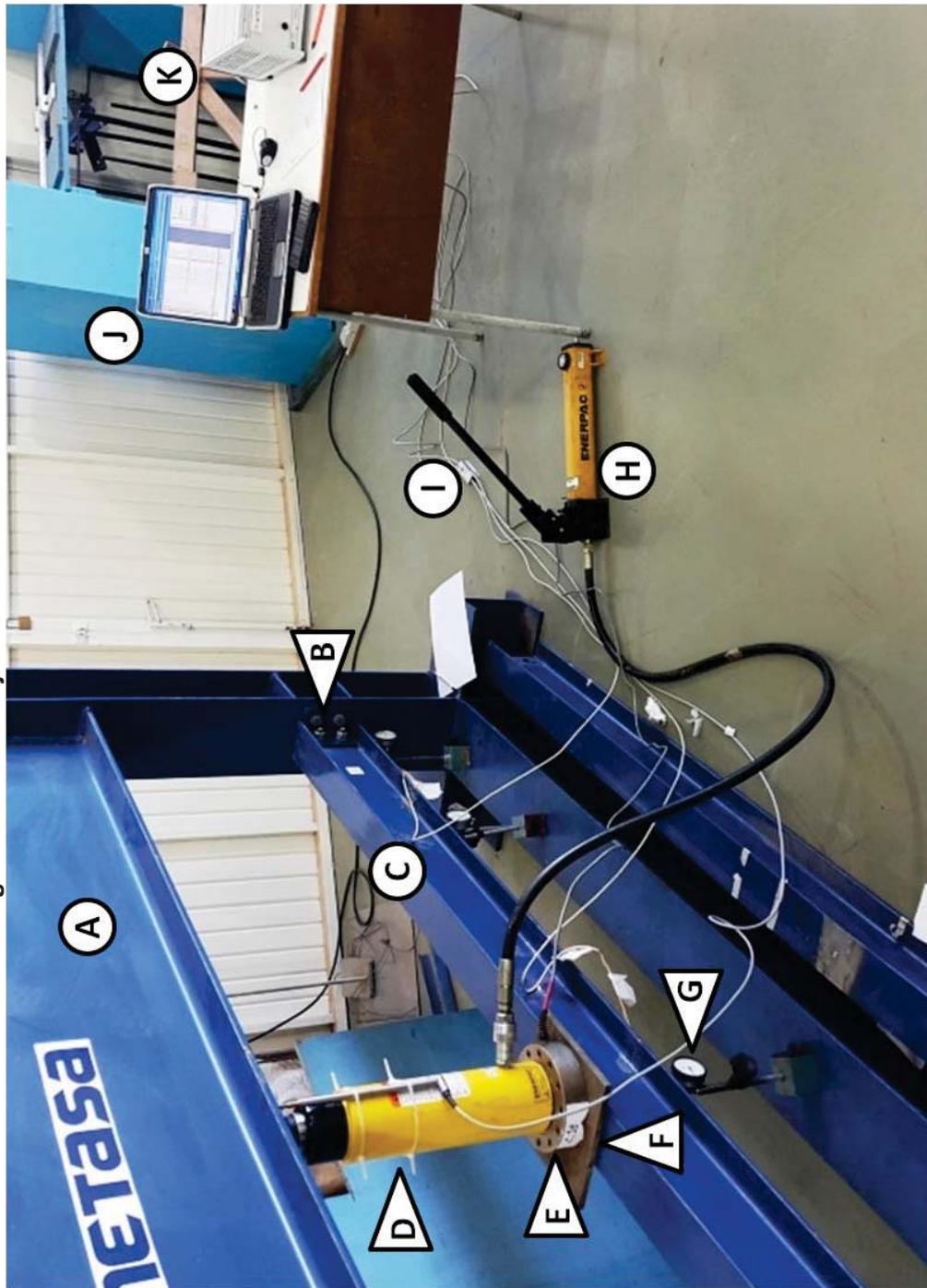
(a) Solda dos condutores elétricos do extensômetro; (b) Fixação dos fios na viga.

Fonte: o autor.

Na Figura 3.3–7 é exibido o arranjo do ensaio de referência, onde podem ser observados: o pórtico utilizado no ensaio, a ligação instalada, a viga, o atuador do macaco hidráulico, a célula de carga, a placa para distribuição de carga, o relógio comparador na posição central, a bomba do atuador hidráulico, computador portátil, central de aquisição de dados e cabos elétricos dos sensores. Na respectiva figura também podem ser observados sensores que originaram dados não utilizados na presente pesquisa.

<sup>1</sup> Deslocamento de 8,08 mm para coeficiente de atrito 0,15; deslocamento de 7,98 mm para coeficiente de atrito 0,20.

Figura 3.3-7 – Arranjo do ensaio de referência.



(A) Pórtico; (B) Ligação; (C) Viga; (D) Atuador hidráulico; (E) Célula de carga; (F) Placa para distribui o da carga; (G) Relógio comparador; (H) Bomba do macaco hidráulico; (I) Cabos elétricos; (J) Computador portátil; (K) Central de aquisi o de dados.  
Fonte: o autor.

### 3.3.3 Ensaio de viga simplesmente apoiada

Para o ensaio de viga simplesmente apoiada, utilizaram-se três vigas W150x18,0 de comprimento 2777 mm, como já detalhado na Figura 3.3–3. Foram utilizadas as vigas B, C e D, com a execução de quatro ensaios em cada viga. As amostras foram identificadas como  $S \propto i$ , sendo  $\propto = B, C$  ou  $D$  e  $i = 1, 2, 3$  ou  $4$ , e a letra S como referência à condição simplesmente apoiada. Na Tabela 3.3–1 exemplifica-se a codificação para a viga B.

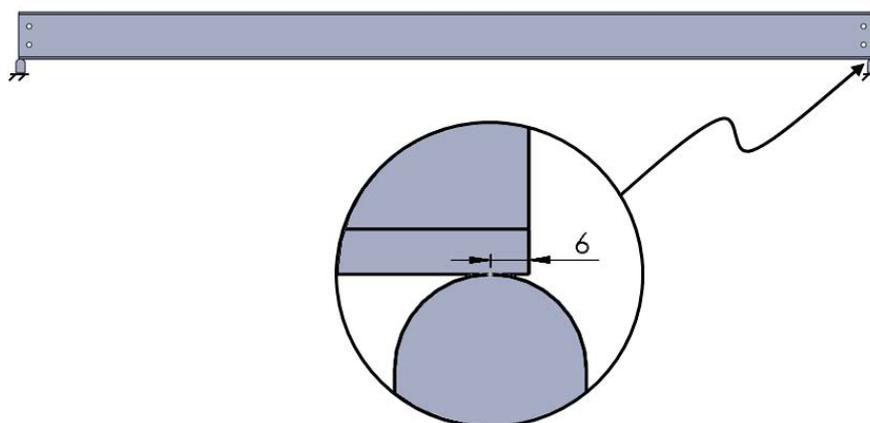
**Tabela 3.3–1 – Codificação de corpos de prova para ensaio de viga simplesmente apoiada.**

Corpo de prova	Viga	Amostra
SB1	Viga B	Amostra 1
SB2	Viga B	Amostra 2
SB3	Viga B	Amostra 3
SB4	Viga B	Amostra 4

Fonte: o autor.

Os apoios são de aço e foram posicionados a 6 mm das extremidades das vigas, conforme ilustrado na Figura 3.3–8.

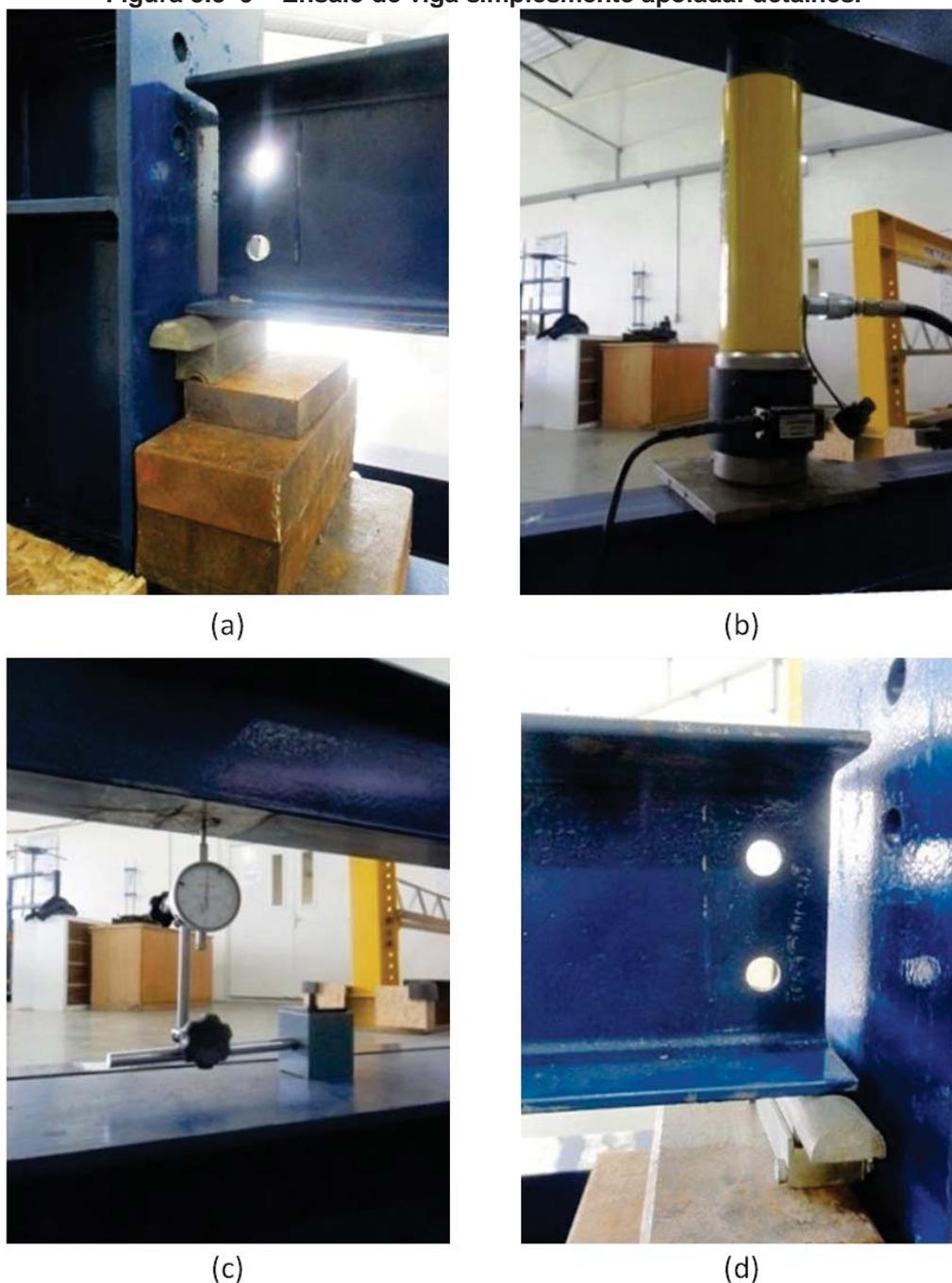
**Figura 3.3–8 – Posição dos apoios no ensaio de viga simplesmente apoiada.**



Fonte: o autor.

Nesse ensaio, a carga foi aplicada com o macaco hidráulico marca Enerpac, o monitoramento da carga foi feito com a célula de carga marca Kratos, e a leitura dos deslocamentos foi feita através de relógio comparador, conforme Figura 3.3–9.

**Figura 3.3–9 – Ensaio de viga simplesmente apoiada: detalhes.**

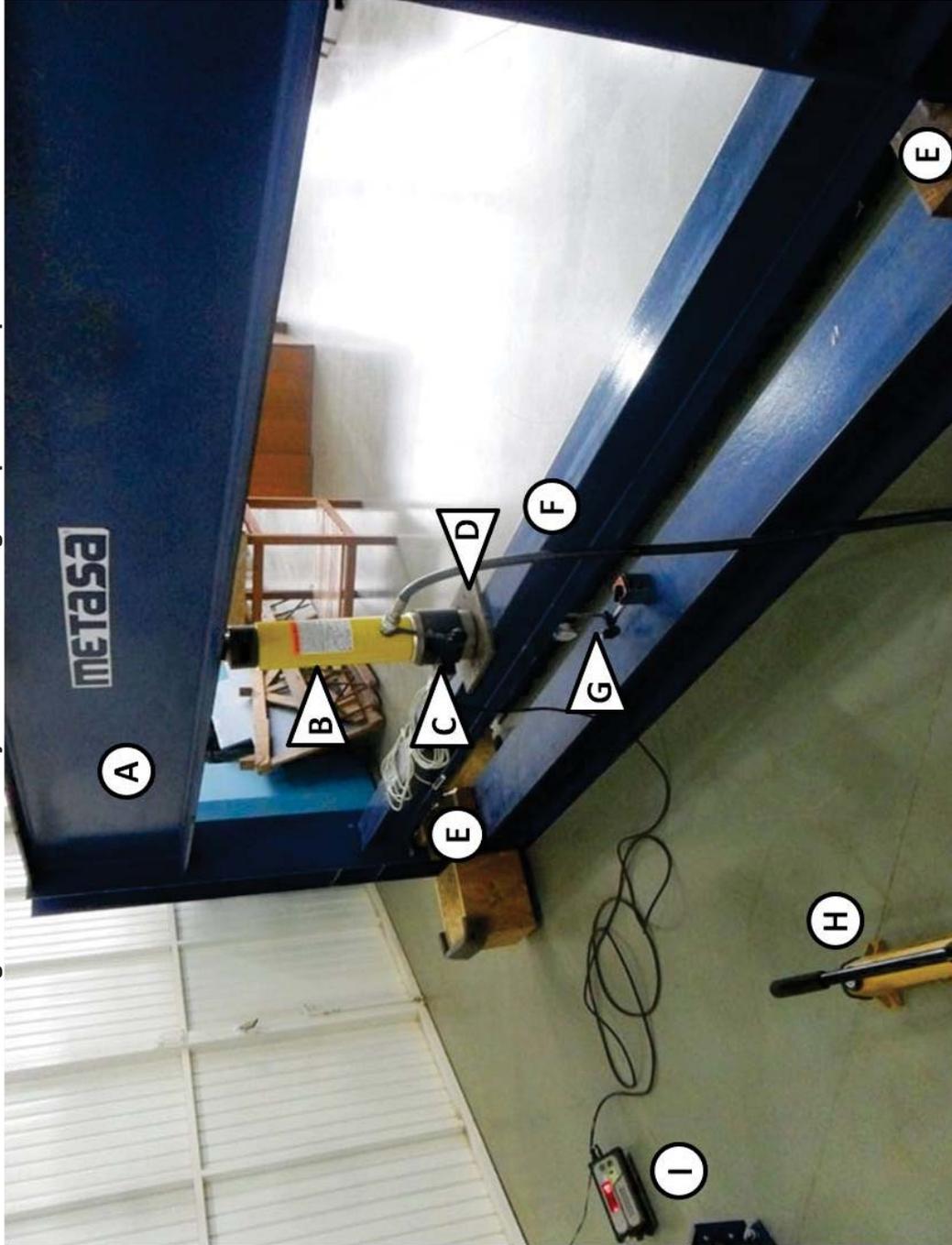


(a) apoio em uma extremidade; (b) macaco hidráulico, célula de carga e placa de distribuição de carga; (c) relógio comparador; (d) apoio em outra extremidade.

Fonte: o autor.

Na Figura 3.3–10 exibe-se o arranjo do ensaio de viga simplesmente apoiada, na qual podem ser observados o pórtico, o atuador hidráulico, a célula de carga, a placa para distribuição da carga, os apoios, a viga, o relógio comparador, a bomba do atuador hidráulico e o mostrador do valor da carga.

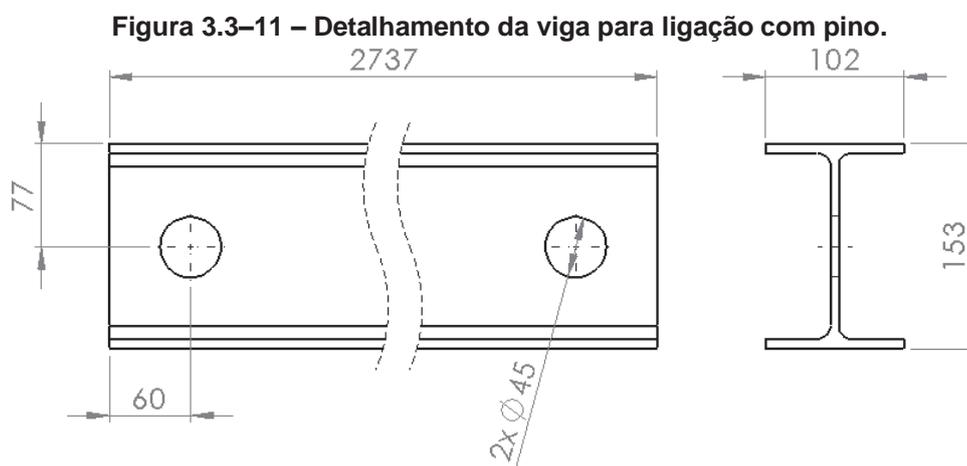
Figura 3.3-10 – Arranjo do ensaio de viga simplesmente apoiada.



(A) Pórtico; (B) Atuador hidráulico; (C) Célula de carga; (D) Placa para distribuição da carga; (E) Apoios; (F) Viga; (G) Relógio comparador; (H) Bomba do atuador hidráulico; (I) Mostrador do valor da carga.  
Fonte: o autor.

### 3.3.4 Ensaio de viga ligada com pino

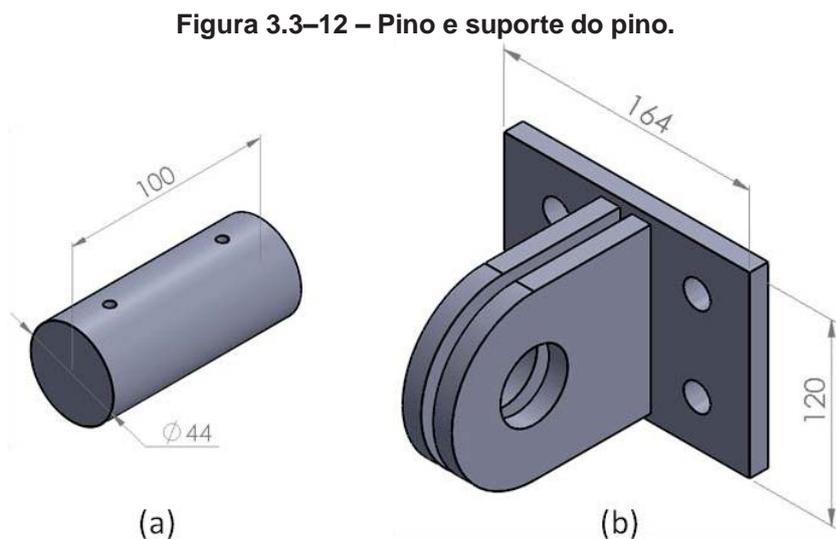
Para o ensaio de viga ligada com pino utilizou-se uma viga W150x18,0 de comprimento 2737 mm, detalhada na Figura 3.3–11.



Fonte: o autor.

Foram executados três ensaios na viga ligada com pino, configurando-se as amostras P1, P2 e P3.

O pino e o suporte do pino, em material ASTM A36, são ilustrados na Figura 3.3–12.

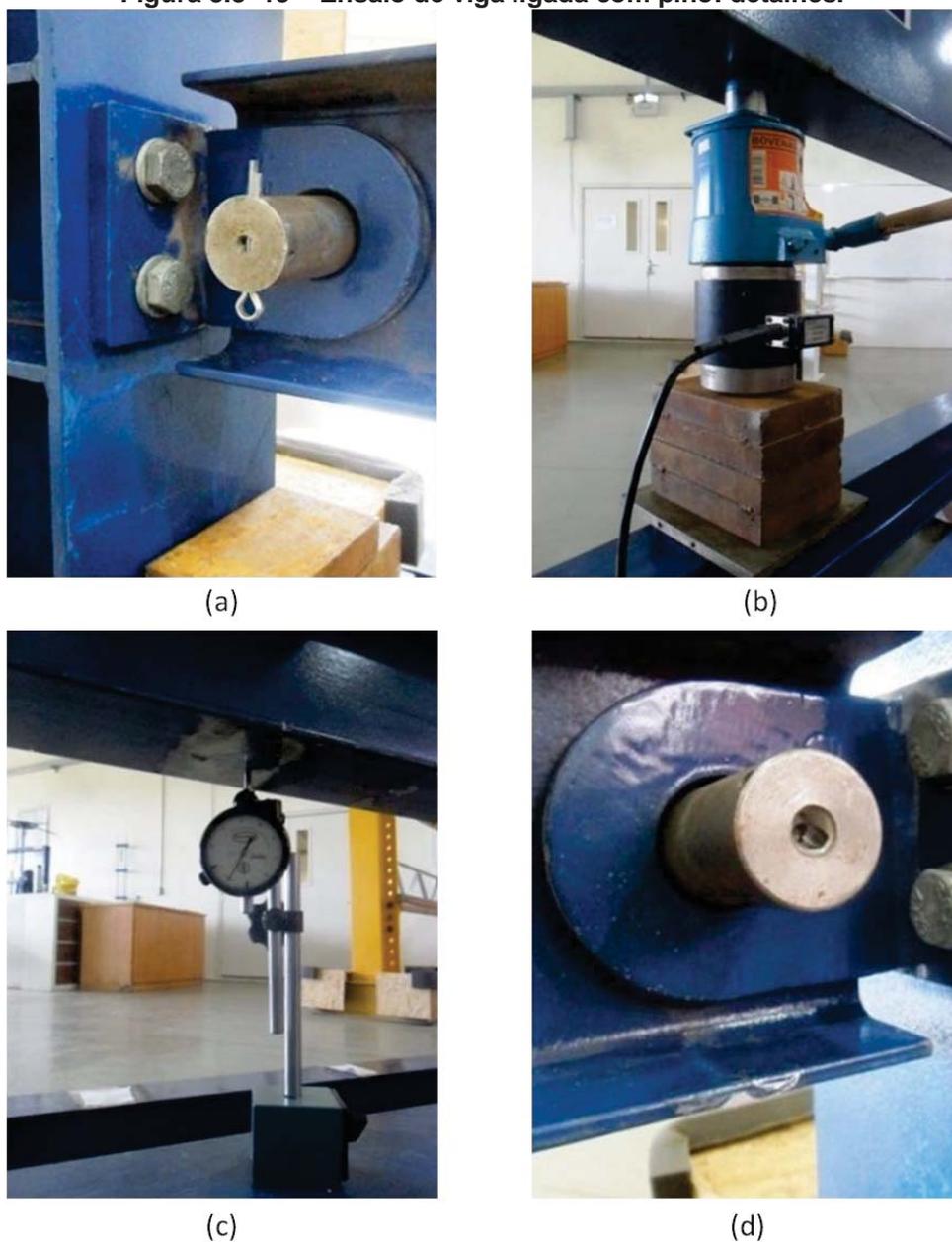


(a) Pino; (b) Suporte do pino.

Fonte: o autor.

Nesse ensaio, a carga foi aplicada com o macaco hidráulico marca Bovenau, o acompanhamento da carga foi feito com a célula de carga marca Kratos e a leitura dos deslocamentos foi feita através de relógio comparador, conforme exhibe-se na Figura 3.3–13. Foram utilizadas placas para compensação de altura do conjunto célula de carga e macaco hidráulico; a massa dessas placas foi considerada no valor da carga total aplicada.

Figura 3.3–13 – Ensaio de viga ligada com pino: detalhes.



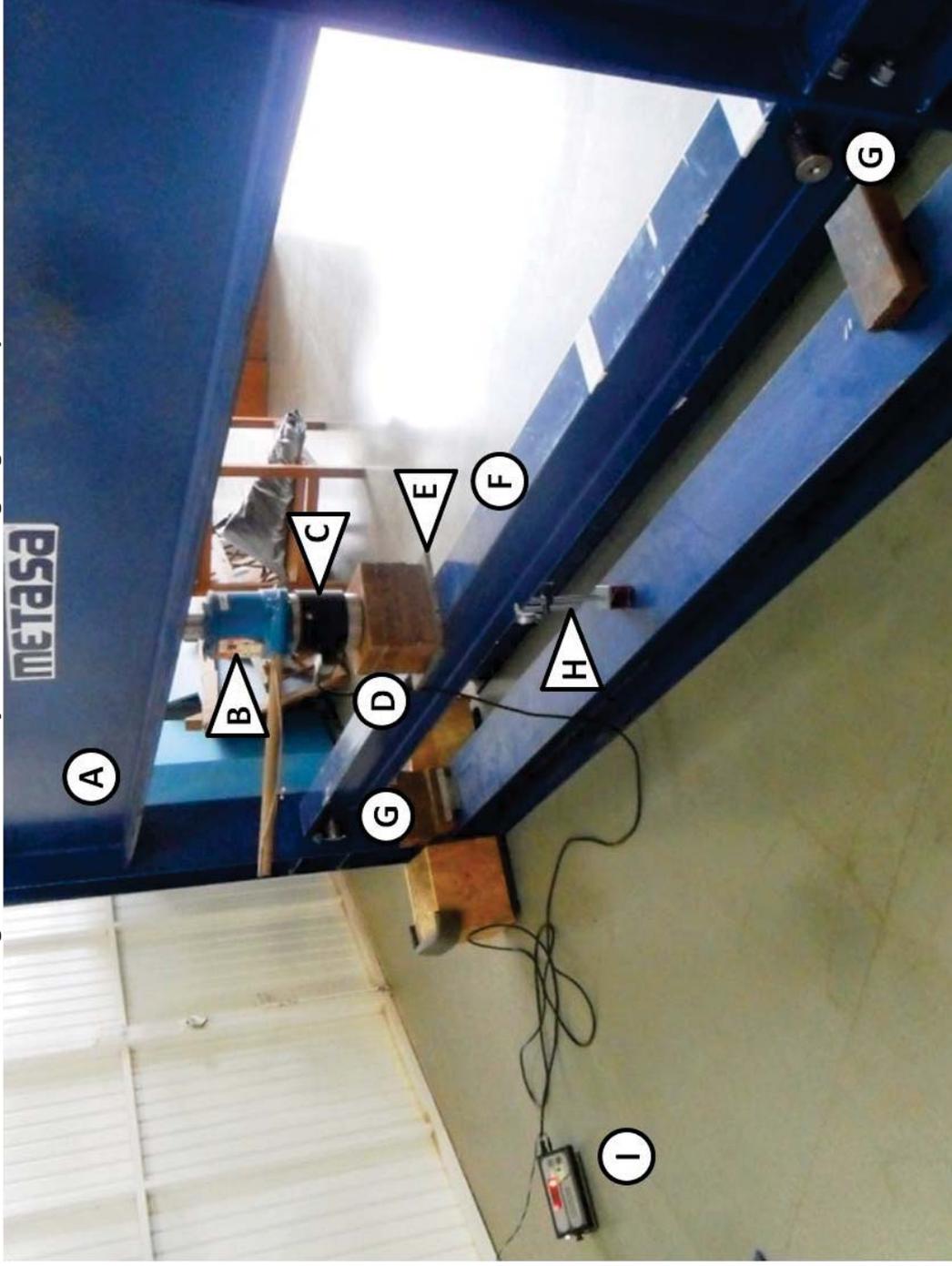
(a) Pino em uma extremidade; (b) Macaco hidráulico, célula de carga, placas de compensação de altura e placa de distribuição de carga; (c) Relógio comparador; (d) Pino em outra extremidade.

Fonte: o autor.

Os suportes dos pinos foram montados nas colunas com parafusos A325-F de diâmetro 5/8" e comprimento 2", arruelas F436 e porcas ASTM-A563-DH, com torque de 220 Nm, conforme já descrito na seção 3.3.2.

Na Figura 3.3–14, é exibido o arranjo do ensaio de viga ligada com pino, em que podem ser observados: o pórtico, o macaco hidráulico, a célula de carga, as placas para compensação da altura, a placa para distribuição da carga, a viga, as ligações com pino, o relógio comparador e o mostrador do valor da carga.

Figura 3.3-14 – Arranjo do ensaio de viga ligada com pino.



(A) Pórtico; (B) Macaco hidráulico; (C) Célula de carga; (D) Placas para compensação da altura; (E) Placa para distribuição da carga; (F) Viga; (G) Ligações com pino; (H) Relógio comparador; (I) Mostrador do valor da carga.  
Fonte: o autor.

### 3.3.5 Ensaio de viga com LCPP

Para o ensaio de viga com LCPP, foram utilizadas as vigas codificadas como B, C e D, detalhadas na Figura 3.3–3. As cantoneiras são do perfil L 3”x3/8” em ASTM A36, detalhadas na Figura 3.3–4.

Para montagem das cantoneiras foram utilizadas arruelas do tipo F436 e porcas ASTM-A563-DH, ambas em diâmetro nominal de 5/8”. Foram utilizados parafusos A325-F de diâmetro nominal 5/8” e comprimentos: 2” para ligação das cantoneiras às colunas e 2.1/4” para ligação das cantoneiras à alma da viga. Os conjuntos de parafusos foram protendidos com torque de 220 Nm, conforme descrito na seção 3.3.2 e ilustrado na Figura 3.3–15.

**Figura 3.3–15 – Aplicação de torque aos conjuntos de parafusamento.**



Fonte: o autor.

Foram realizados três ensaios na viga B, quatro na C e três ensaios na viga D, todos com alteração das cantoneiras e conjuntos de parafusos. As amostras foram identificadas como  $L\beta i$ , sendo  $\beta = B, C$  ou  $D$  e  $i = 1, 2, 3$  ou  $4$ , e a letra L como referência à condição de viga ligada com cantoneiras. Na Tabela 3.3–2 é exemplificada a codificação para a viga B.

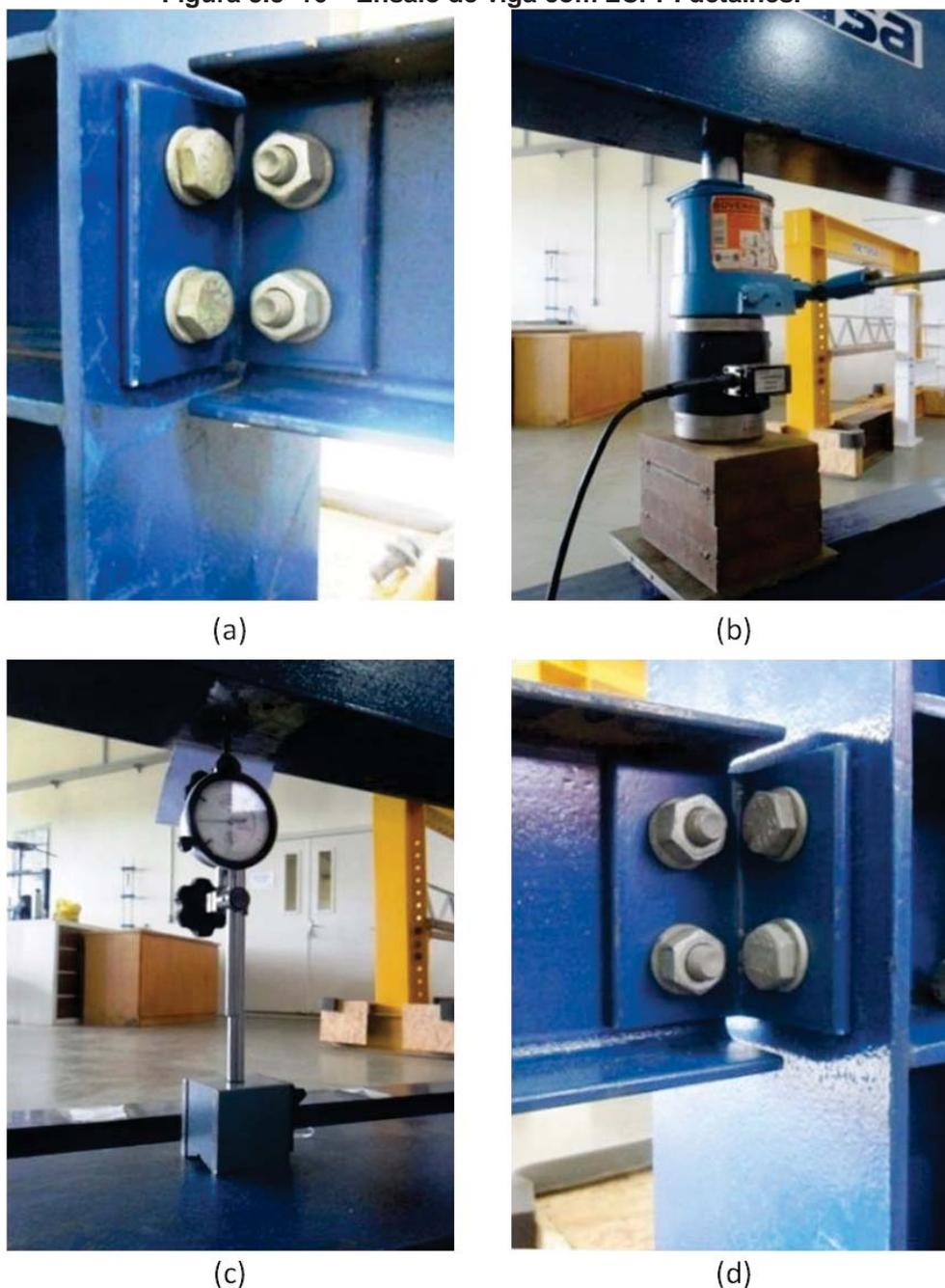
**Tabela 3.3–2 – Codificação de corpos de prova para ensaio de viga com LCPP.**

<b>Corpo de prova</b>	<b>Viga</b>	<b>Amostra</b>
LB1	Viga B	Amostra 1
LB2	Viga B	Amostra 2
LB3	Viga B	Amostra 3
LB4	Viga B	Amostra 4

Fonte: o autor.

A carga foi aplicada com o macaco hidráulico marca Bovenau, o acompanhamento da carga foi feito com a célula de carga marca Kratos e a leitura dos deslocamentos foi feita através de relógio comparador, conforme exibe-se na Figura 3.3–16. Foram utilizadas placas para compensação de altura do conjunto célula de carga e macaco hidráulico; a massa dessas placas foi considerada no valor da carga total aplicada.

Figura 3.3–16 – Ensaio de viga com LCPP: detalhes.

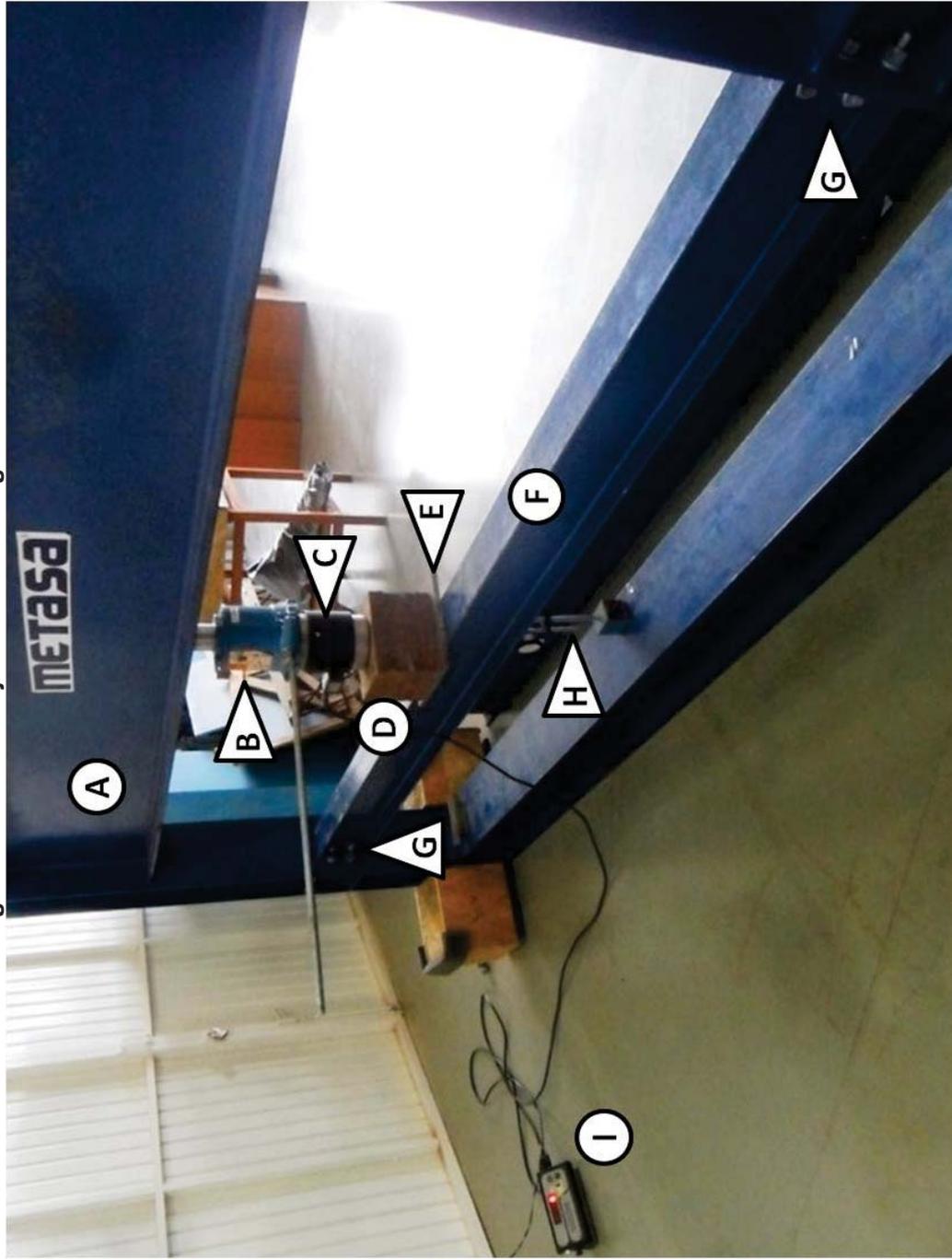


(a) Ligação em uma extremidade; (b) Macaco hidráulico, célula de carga, placas de compensação de altura e placa de distribuição de carga; (c) Relógio comparador; (d) Ligação em outra extremidade.

Fonte: o autor.

Na Figura 3.3–17 é exibido o arranjo do ensaio de viga com LCPP, em que podem ser observados: o pórtico, o macaco hidráulico, a célula de carga, as placas para compensação da altura, a placa para distribuição da carga, a viga, as ligações, o relógio comparador e o mostrador do valor da carga.

Figura 3.3-17 – Arranjo do ensaio de viga com LCPP.



(A) Pórtico; (B) Macaco hidráulico; (C) Célula de carga; (D) Régua para compensação da altura; (E) Placa para distribuição da carga; (F) Viga; (G) Ligações; (H) Relógio comparador; (I) Mostrador do valor da carga.  
Fonte: o autor.

### 3.3.6 Resumo de materiais utilizados

Os materiais utilizados nos ensaios experimentais são apresentados no Quadro 3.3–1.

**Quadro 3.3–1 – Materiais utilizados no experimento.**

Qtde	Material	Marca / modelo	Especificação
1	Pórtico para ensaio de flexão de vigas	Metasa	Vão de 3 m e capacidade de carga superior a 42 kN
5	Viga	Gerdau / W150x18,0 para vão 3 m	ASTM A572
52	Cantoneira	Gerdau / L 3"x3/8" x 120 mm	ASTM A36
136	Parafuso	Ciser / Ø 5/8"x2"	ASTM A325-F
52	Parafuso	Ciser / Ø 5/8"x2.1/4"	ASTM A325-F
372	Arruela	Rex / Ø 5/8"	ASTM F436
188	Porca	Ø 5/8"	ASTM A563-DH
1	Extensômetro	HBM	1,5 mm grid, 120 ohm
1	Relógio comparador com base magnética	Mitutoyo	Escala 0 – 10 mm e resolução 0,01 mm
1	Célula de carga para compressão	Precision Transducers / LPC	Capacidade 98 kN
1	Célula de carga para compressão	Kratos / CCI	Capacidade 98 kN
1	Macaco hidráulico	Enerpac / RC 308	Capacidade 294 kN
1	Macaco hidráulico	Bovenau	Capacidade 98 kN
1	Central de coleta de sinais	HBM / MGCPlus	
1	Software para leitura dos sinais dos sensores	HBM / Catman	

Fonte: o autor.

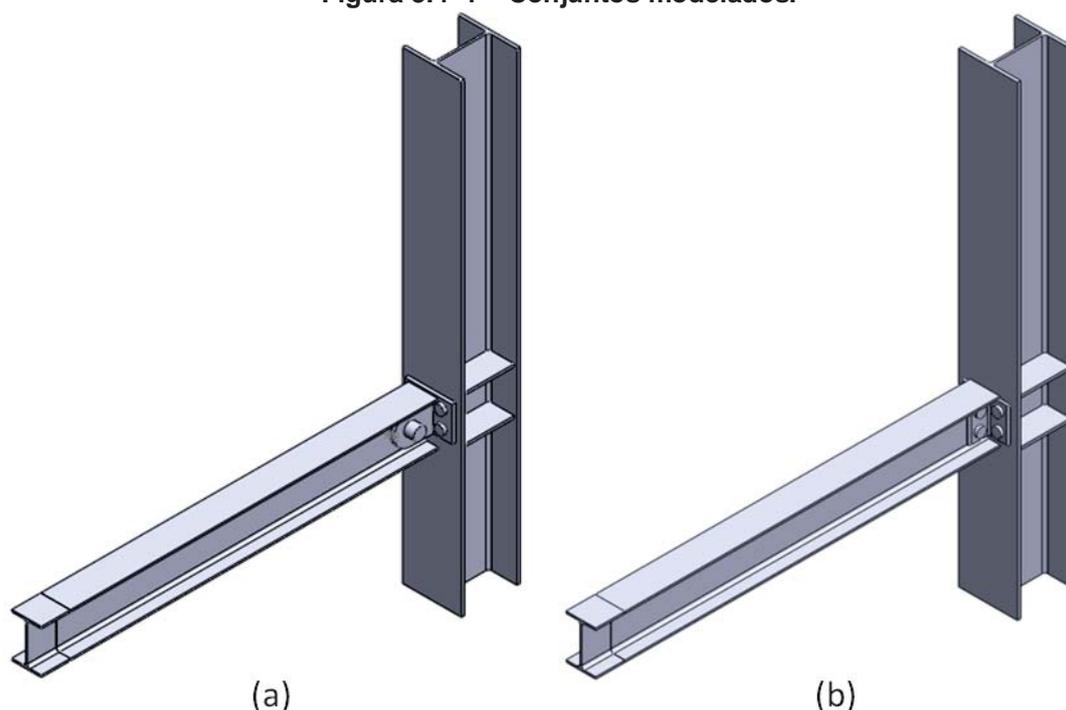
### **3.4 Metodologia da simulação numérica**

Nesta seção são abordados os detalhes da modelagem numérica, softwares e hardware utilizados, as definições geométricas adotadas, as propriedades dos materiais, o tipo de elemento finito utilizado, o tamanho dos elementos em cada corpo, os apoios e restrições ao deslocamento, os elementos de contato, os passos de simulação, a aplicação da carga e a protensão nos parafusos.

#### **3.4.1 Parâmetros gerais**

Foi modelada apenas a metade do conjunto, aproveitando a simetria, e reduzindo o número de graus de liberdade, como mostrado na Figura 3.4–1. Um seccionamento na extremidade da viga foi feito para a aplicação da carga na porção menor da viga, representando a utilização da placa para distribuição da carga.

A modelagem foi feita no software SolidWorks versão 2013, da empresa DassaultSystème. Do software de modelagem, o conjunto foi exportado para o software SpaceClaim, da empresa ANSYS Inc., que é uma plataforma de modelagem e edição de montagens. Essa plataforma foi utilizada para corrigir um efeito observado, no qual os corpos cilíndricos eram exibidos como duas metades.

**Figura 3.4–1 – Conjuntos modelados.**

(a) Viga ligada com pino; (b) viga com LCPP.

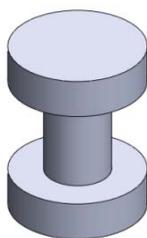
Fonte: o autor.

Para a simulação numérica foi utilizado o software ANSYS Workbench 15.0, da empresa ANSYS Inc. Utilizando a análise estrutural estática, o software permite configuração do modelo, com a consideração de parâmetros como cargas, apoios, restrições de deslocamento, uniões friccionais e protensão em parafusos. Como exemplos de resultados que podem ser obtidos, tem-se deslocamentos, deformações e tensões.

A simulação foi efetuada em um computador notebook com processador Intel Core i7 CPU Q 720 @ 1,60 GHz, 6 GB de memória RAM e placa de vídeo NVIDIA GeForce GT 230M.

Os conjuntos de parafusos foram modelados de maneira simplificada, como fizeram Lee e Moon (2002), com arruelas e porcas representadas como corpos cilíndricos, como ilustrado na Figura 3.4–2.

**Figura 3.4–2 – Simplificação dos conjuntos de parafusos.**



Fonte: o autor.

Outra simplificação adotada foi tornar coincidentes as faces próximas, como os furos e os fustes dos parafusos, ajustando diâmetros, e as faces de cantoneiras e suporte do pino com a alma da viga, ajustando posicionamentos.

No Quadro 3.4–1 estão os valores para as propriedades dos materiais.

**Quadro 3.4–1 – Propriedades dos materiais utilizados na simulação.**

Material	Utilizado em	Tensão de escoamento (MPa)	Tensão-última (MPa)	Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)
ASTM A36	Pino, suporte do pino e cantoneiras	250	400	200
ASTM A325	Conjuntos de parafusos	635	825	200
ASTM A 572 GR50	Vigas, colunas, reforços das colunas	345	450	200

Fonte: o autor.

Para geração da malha, foi utilizado no software ANSYS o método HexDominant, que prioriza a geração da malha com o elemento SOLID186. Foram utilizados nós intermediários (*Mid-side nodes*).

Na Tabela 3.4–1 exibem-se os tamanhos de elementos utilizados em cada peça do conjunto.

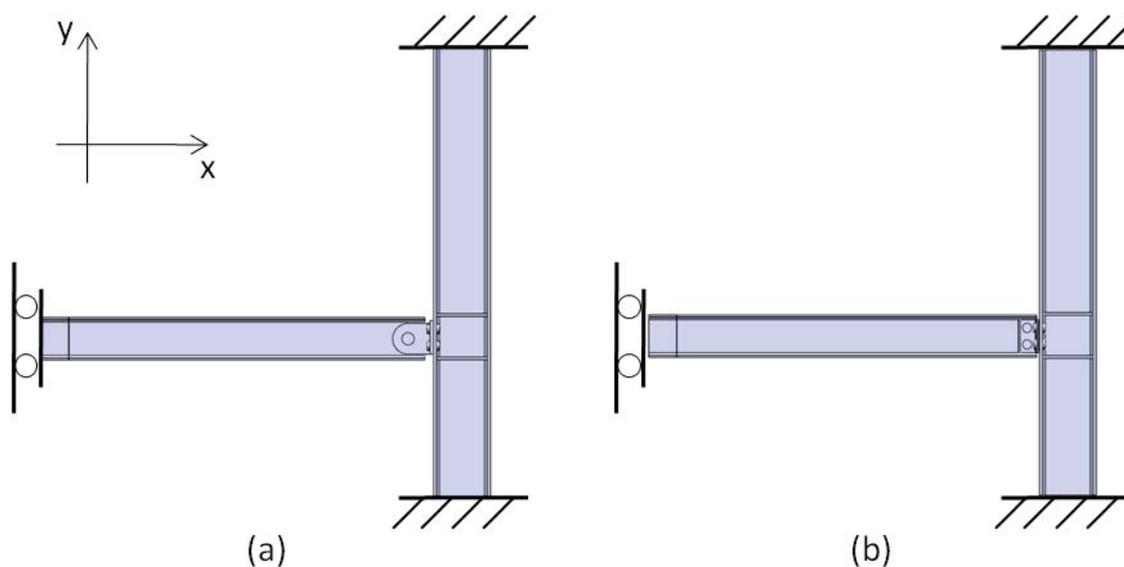
Tabela 3.4-1 – Partes do conjunto e tamanho do elemento finito utilizado.

Peça	Tamanho do elemento finito
Pino e conjuntos de parafusos	2 mm
Suporte do pino e cantoneiras	3 mm
Coluna	4 mm
Viga	6 mm

Fonte: o autor.

As seções do topo e da base das colunas foram configuradas como apoios fixos, ou seja, os nós da região foram restritos à translação em  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Na seção do plano de simetria do modelo o deslocamento é livre em  $y$  e restrito nos eixos  $x$  e  $z$ , como exemplificado na Figura 3.4-3.

Figura 3.4-3 – Restrições ao deslocamento no modelo numérico.



(a) Viga ligada com pino; (b) viga com LCPP.

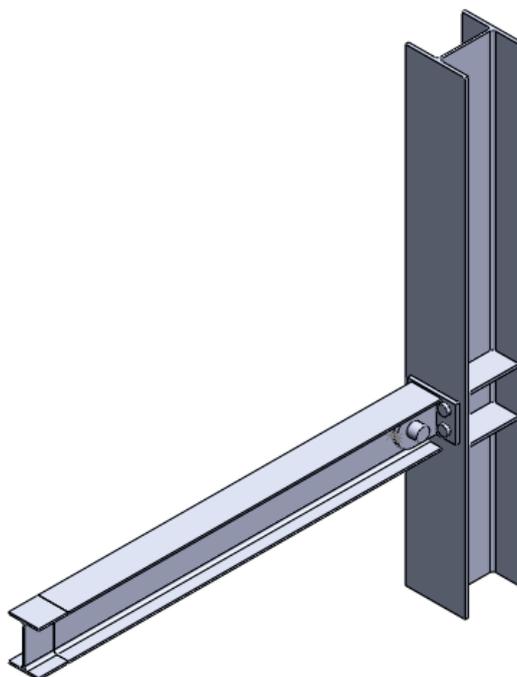
Fonte: o autor.

A simulação foi configurada para ocorrer em dois passos: primeiro o estabelecimento da protensão nos parafusos e depois a aplicação da carga, mantendo-se a protensão.

### 3.4.2 Viga ligada com pino

Na Figura 3.4–4 exibe-se a modelagem para simulação da viga ligada com pino.

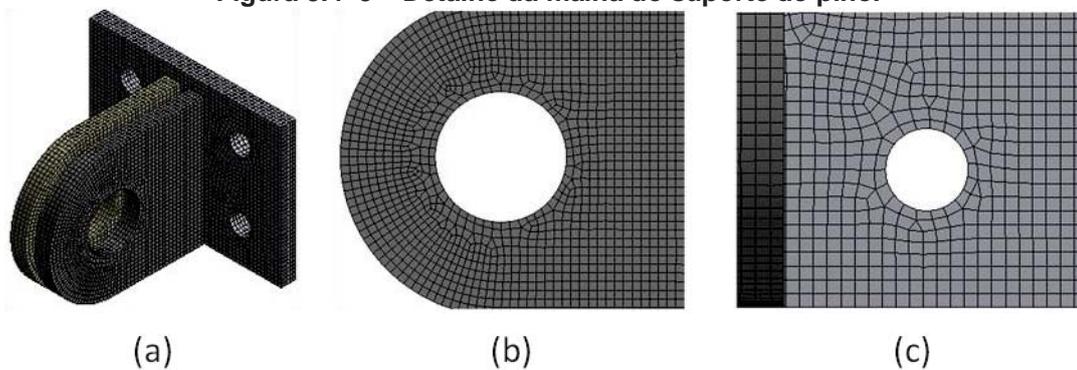
**Figura 3.4–4 – Detalhe da modelagem para simulação da viga ligada com pino.**



Fonte: o autor.

Na Figura 3.4–5 pode-se visualizar a malha formada no suporte do pino.

**Figura 3.4–5 – Detalhe da malha do suporte do pino.**



(a)

(b)

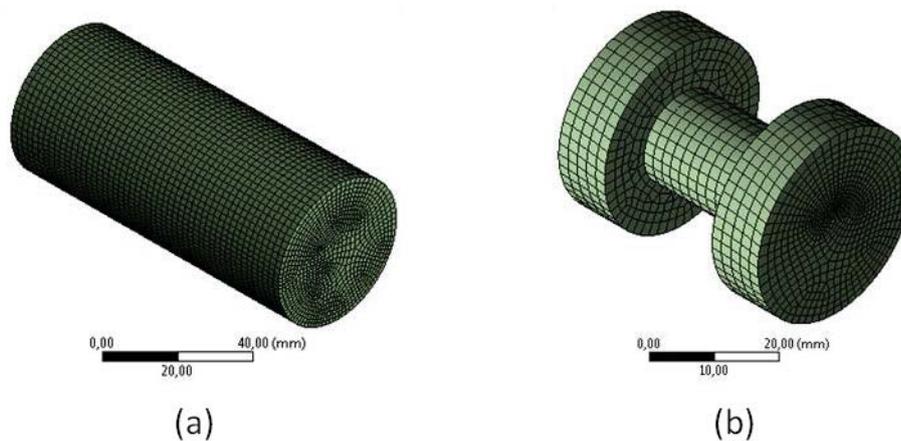
(c)

(a) Suporte do pino; (b) furo para o pino; (c) furo para parafuso.

Fonte: o autor.

Na Figura 3.4–6 é exibida a malha formada no pino e conjuntos de parafusos.

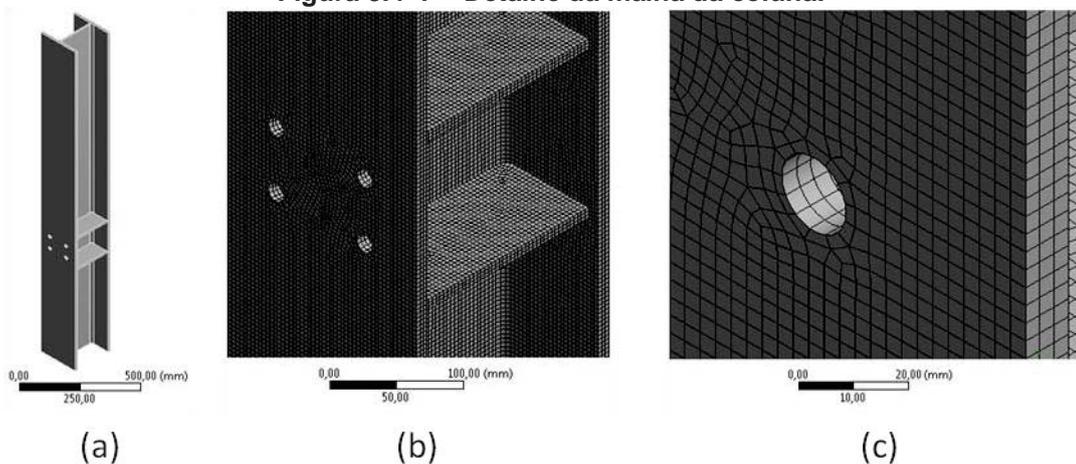
**Figura 3.4–6 – Detalhe da malha do pino e conjuntos de parafusos.**



(a) Pino; (b) conjunto de parafuso.  
Fonte: o autor.

A malha formada na coluna é exibida na Figura 3.4–7.

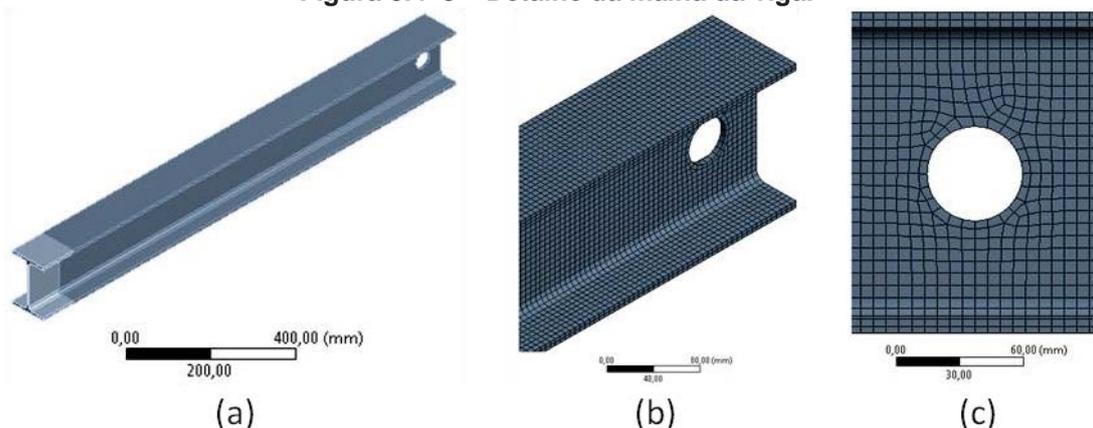
**Figura 3.4–7 – Detalhe da malha da coluna.**



(a) Vista geral da coluna; (b) Região da ligação; (c) Furo para parafuso.  
Fonte: o autor.

Na Figura 3.4–8 é exibida a malha formada na viga.

**Figura 3.4–8 – Detalhe da malha da viga.**



(a) Vista geral da viga; (b) região da ligação; (c) furo para pino.  
 Fonte: o autor.

As malhas foram geradas com a quantidade de elementos e nós descrita na Tabela 3.4–2.

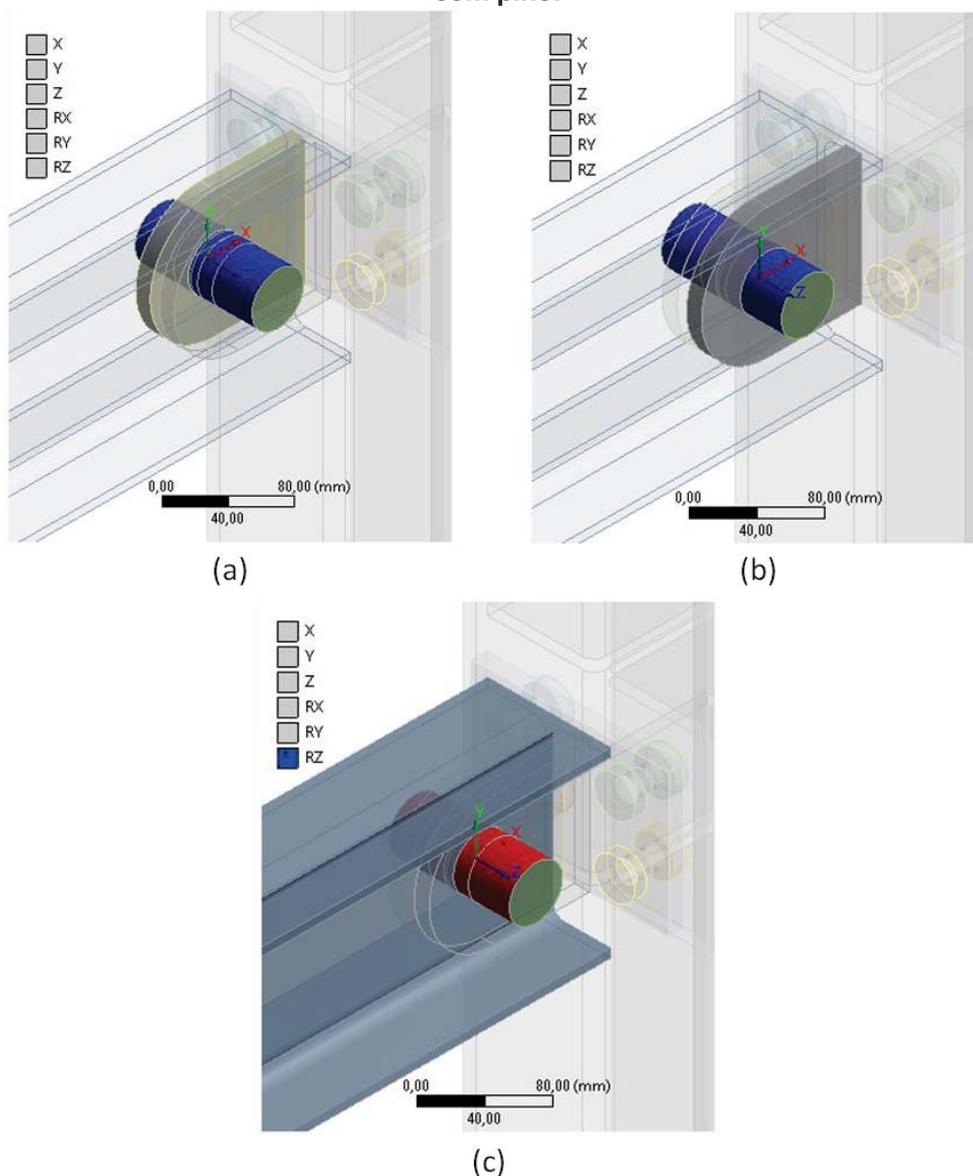
**Tabela 3.4–2 – Quantidade de elementos finitos e nós na malha da montagem da viga ligada com pino.**

Peça	Quantidade de elementos	Quantidade de nós
Parafusos	10.217	37.268
	10.134	37.021
	10.215	37.433
	11.020	40.581
Coluna	179.222	897.182
Pino	51.409	182.069
Suporte do pino	11.636	50.655
	7.874	34.829
	7.766	34.512
Viga (porção maior)	17.417	103.168
Viga (porção menor)	1.842	9.476
<b>TOTAL</b>	<b>318.752</b>	<b>1.464.194</b>

Fonte: o autor.

Foram aplicadas restrições de rotação entre o pino e o suporte do pino, mostradas na Figura 3.4–9 (a) e (b). Entre o pino e a viga permitiu-se a rotação em relação ao eixo do pino, conforme Figura 3.4–9 (c).

**Figura 3.4–9 – Restrições de rotação no modelo numérico da viga ligada com pino.**

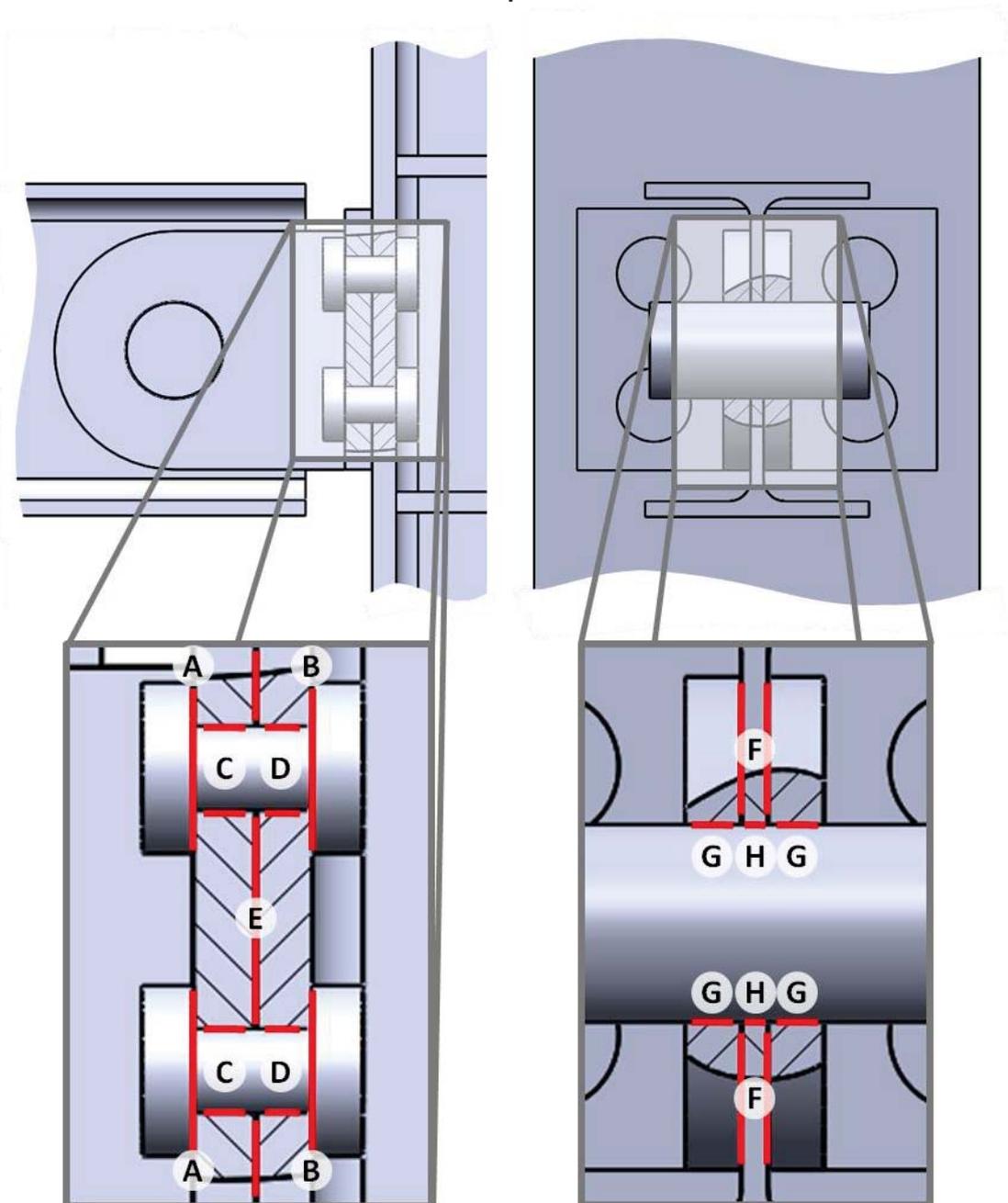


(a) Fixação entre as superfícies do pino e do furo do suporte do pino; (b) idem;  
 (c) liberdade de rotação da viga em relação ao pino.

Fonte: o autor.

Os elementos de contato foram configurados com coeficiente de atrito 0,20 nas interfaces destacadas na Figura 3.4–10: face do parafuso e face do suporte do pino, face do parafuso e face do flange da coluna, fuste do parafuso e furo do suporte do pino, fuste do parafuso e furo da coluna, face do suporte do pino e face do flange da coluna, face do suporte do pino e alma da viga, face do pino e furo do suporte do pino, face do pino e furo da viga.

Figura 3.4–10 – Localização das interfaces de contato para viga ligada com pino.

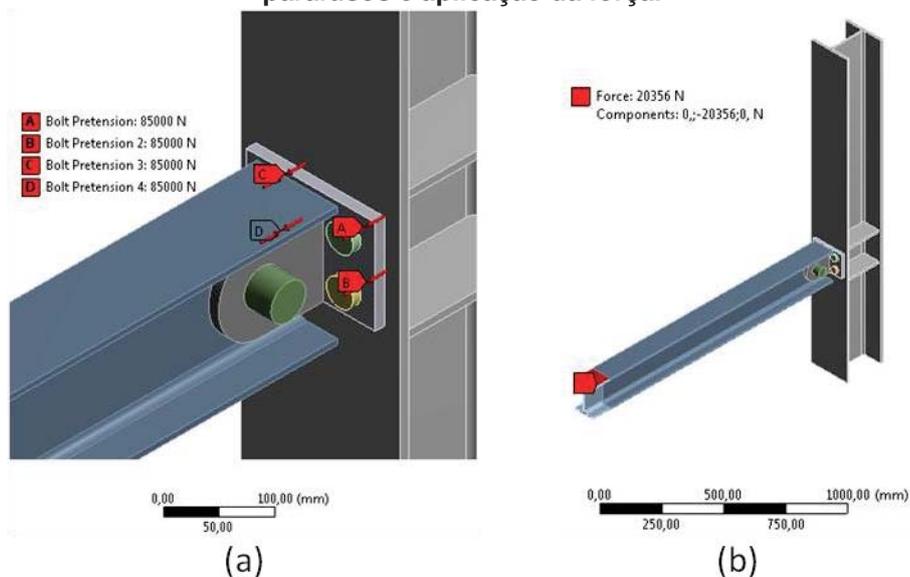


A: face do parafuso e face do suporte do pino; B: face do parafuso e face do flange da coluna; C: fuste do parafuso e furo do suporte do pino; D: fuste do parafuso e furo da coluna; E: face do suporte do pino e face do flange da coluna; F: face do suporte do pino e alma da viga; G: face do pino e furo do suporte do pino; H: face do pino e furo da viga.

Fonte: o autor.

Segundo a ABNT NBR 8800 (2008, pág. 94), aplicou-se protensão de 85 kN nos conjuntos de parafusos do suporte do pino, como ilustrado na Figura 3.4–11 (a).

**Figura 3.4–11 – Viga ligada com pino: protensão nos conjuntos de parafusos e aplicação da força.**



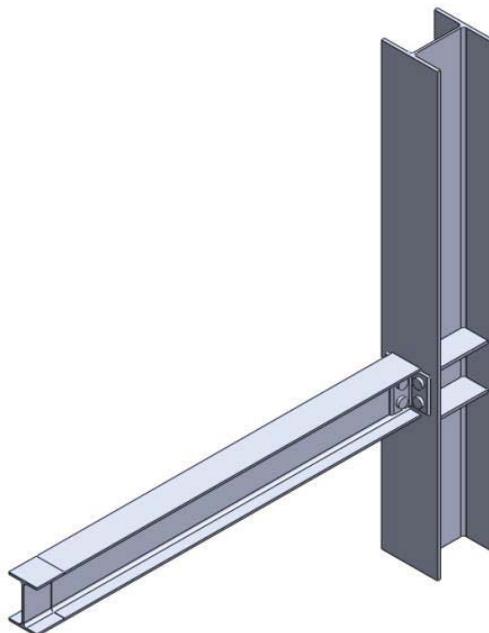
(a) Protensão dos conjuntos de parafusos; (b) aplicação da carga.  
 Fonte: o autor.

A aplicação da carga foi feita na porção da viga que representa a placa de distribuição de carga, sendo ilustrada na Figura 3.4–11 (b).

### 3.4.3 Viga com LCPP

Na Figura 3.4–12 é mostrado o modelo para simulação da viga com LCPP.

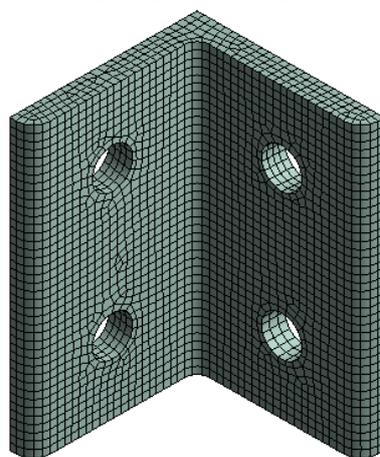
**Figura 3.4-12 – Detalhe da modelagem para simulação da viga com LCPP.**



Fonte: o autor.

Na Figura 3.4-13 é exibida a malha na cantoneira.

**Figura 3.4-13 – Detalhe da malha na cantoneira.**

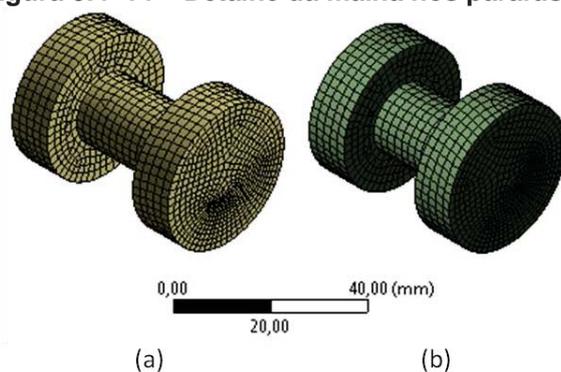


0,00 25,00 50,00 (mm)

Fonte: o autor.

Na Figura 3.4-14 é exibida a malha nos parafusos.

**Figura 3.4-14 – Detalhe da malha nos parafusos.**

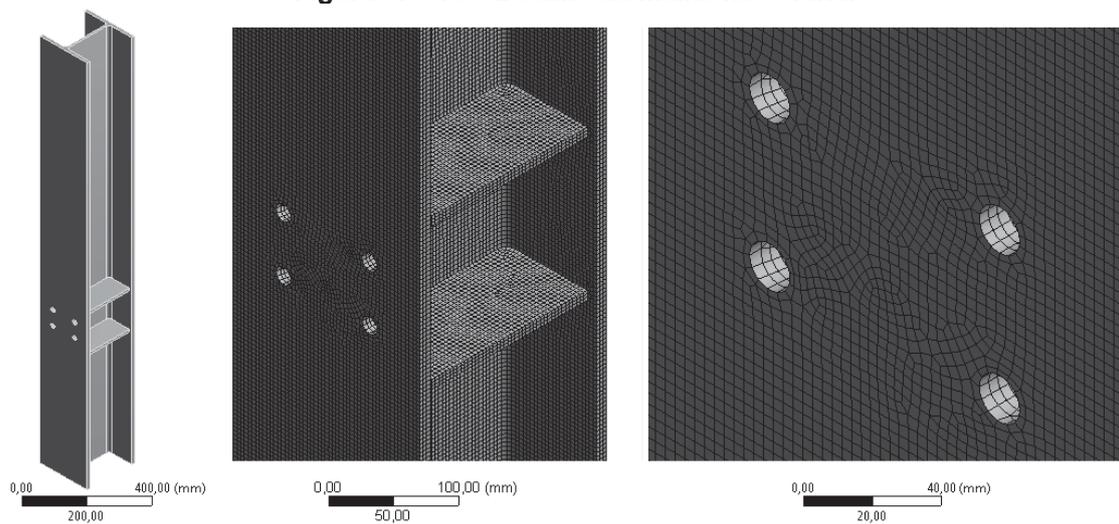


Parafusos de comprimento: (a) 2.1/4"; (b) 2".

Fonte: o autor.

Na Figura 3.4-15 é exibida a malha da coluna.

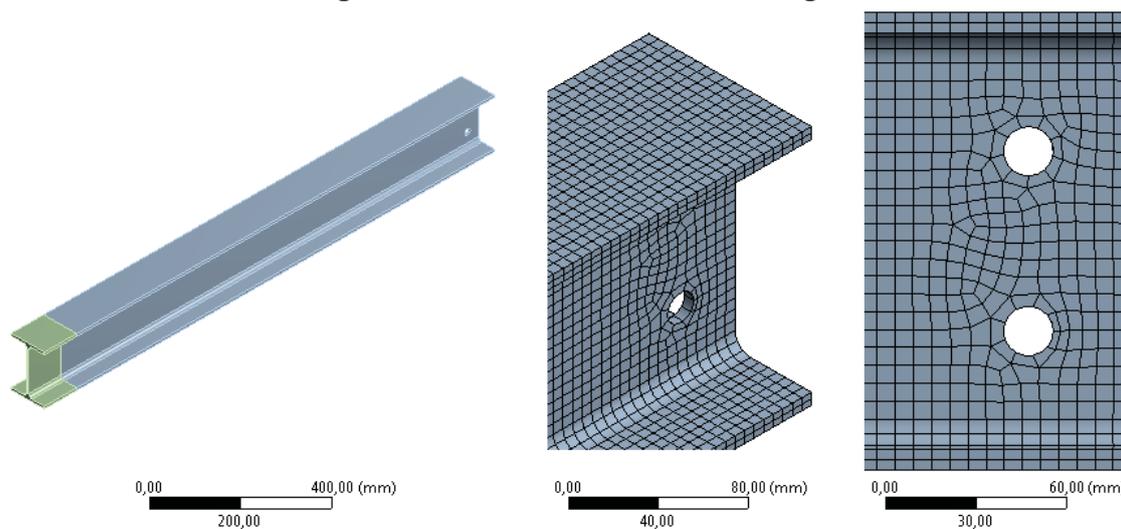
**Figura 3.4-15 – Detalhe da malha na coluna.**



Fonte: o autor.

Na Figura 3.4-16 é exibida a malha na viga.

**Figura 3.4–16 – Detalhe da malha na viga.**



Fonte: o autor.

As malhas foram geradas com a quantidade de elementos e nós descrita na Tabela 3.4–3.

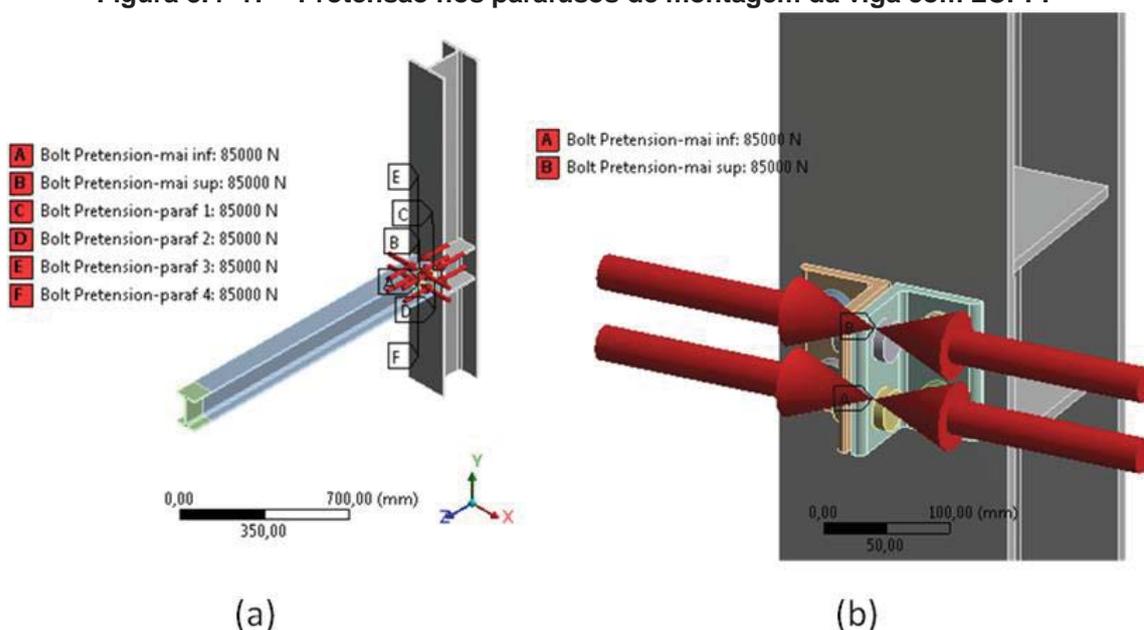
**Tabela 3.4–3 – Quantidade de elementos finitos e nós na malha da viga com LCPP.**

Peça	Quantidade de elementos	Quantidade de nós
Cantoneiras	(2x) 7.426	(2x) 33.897
Coluna	177.824	895.762
Parafusos maiores	(2x) 13.209	(2x) 47.156
Parafusos menores	(4x) 12.828	(4x) 46.203
Viga (porção maior)	17.653	105.824
Viga (porção menor)	1.848	9.471
<b>TOTAL</b>	<b>289.907</b>	<b>1.357.975</b>

Fonte: o autor.

Segundo a ABNT NBR 8800 (2008, pág. 94), aplicou-se protensão de 85 kN nos seis parafusos, como mostra a Figura 3.4–17.

Figura 3.4–17 – Protensão nos parafusos de montagem da viga com LCPP.

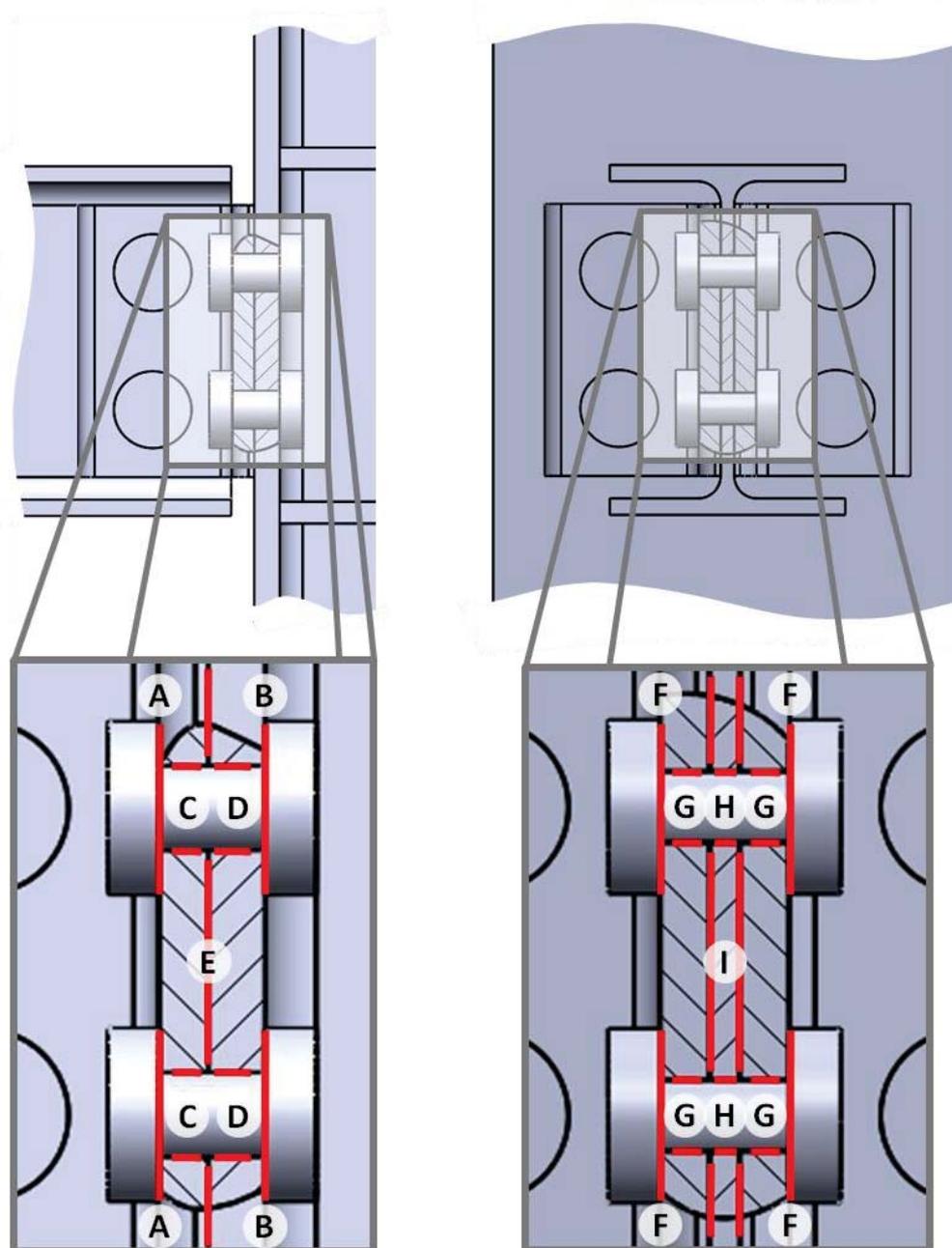


(a) Vista geral da aplicação das protensões; (b) Vista aproximada, com supressão da viga e exibição da protensão em dois parafusos.

Fonte: o autor.

Os elementos de contato foram configurados com coeficiente de atrito 0,20 nas interfaces destacadas na Figura 3.4–18: face do parafuso menor e face da cantoneira, face do parafuso menor e face do flange da coluna, fuste do parafuso menor e furo da cantoneira, fuste do parafuso menor e furo da coluna, face da cantoneira e face do flange da coluna, face do parafuso maior e face da cantoneira, fuste do parafuso maior e furo da cantoneira, fuste do parafuso maior e furo da viga, face da cantoneira e face da alma da viga.

Figura 3.4–18 – Localização das interfaces de contato para viga com LCPP.

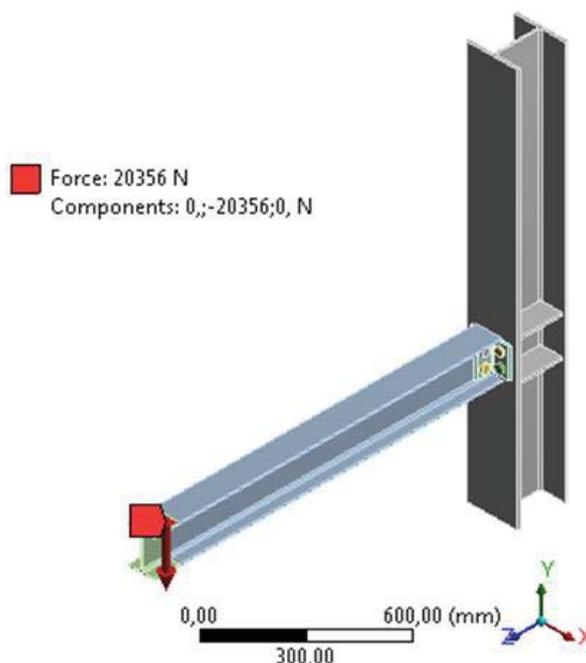


A: face do parafuso menor-face da cantoneira; B: face do parafuso menor-face do flange da coluna; C: fuste do parafuso menor-furo da cantoneira; D: fuste do parafuso menor-furo da coluna; E: face da cantoneira-face do flange da coluna; F: face do parafuso maior-face da cantoneira; G: fuste do parafuso maior-furo da cantoneira; H: fuste do parafuso maior-furo da viga; I: face da cantoneira-face da alma da viga.

Fonte: o autor.

A carga máxima aplicada experimentalmente foi de 40712 N; devido à modelagem por simetria, a carga virtualmente aplicada foi a metade: 20356 N na porção da viga que representa metade da placa de distribuição da carga, conforme exibido na Figura 3.4–19.

Figura 3.4–19 – Carga aplicada.



Fonte: o autor.

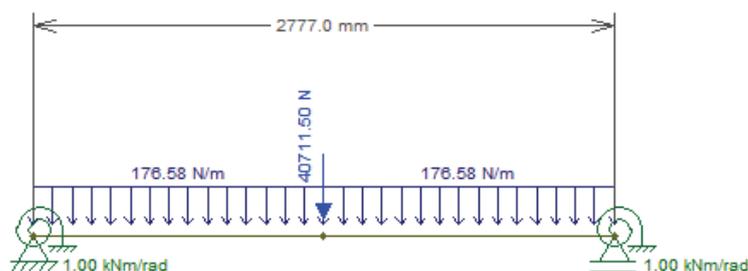
### 3.5 Metodologia da análise dos resultados

Sendo o fator de controle a aplicação da carga, as variáveis de resposta do experimento foram o deslocamento e a deformação da mesa inferior da viga, na seção de momento máximo. Na simulação numérica, a variável de resposta sob interesse é o deslocamento, que possibilita a validação do modelo numérico, através da comparação com os valores experimentais.

A partir dos deslocamentos, foram calculados os valores de rigidez rotacional das ligações através do software FTool versão 3.00, de agosto de 2012.

O procedimento foi efetuado com a modelagem mostrada na Figura 3.5–1. Após as definições de seção, material e comprimento da viga, foram configurados os apoios com restrição horizontal e vertical e apresentando rigidez rotacional. Aplicou-se a carga concentrada no centro do vão, relativo a cada passo de carga, e a carga distribuída do peso próprio da viga. Para a situação viga com LCPP, o comprimento modelado foi de 2777 mm; para viga ligada com pino, 2737 mm.

**Figura 3.5–1 – Modelagem no software FTool.**



Fonte: o autor.

Caso o deslocamento resultante fosse maior que o deslocamento experimental ou numérico, para aquela carga, a rigidez era aumentada. Caso o deslocamento fosse menor, a rigidez era diminuída. Repetia-se o processo até que o deslocamento resultante fosse igual ao deslocamento já obtido experimental ou numericamente, definindo-se a rigidez rotacional da ligação.

Estando definida a rigidez rotacional pelo procedimento referido, eram coletados os valores dessa rigidez, do momento fletor no centro do vão, do momento na ligação e da rotação na ligação.

No ensaio de referência foram coletados valores de deformações para conferência do trabalho em regime elástico. Sendo no regime elástico a tensão linearmente proporcional à deformação, segundo um coeficiente angular denominado módulo de elasticidade longitudinal, a tensão experimental foi calculada por:

$$\sigma = E \times \varepsilon \quad (\text{Eq. 29})$$

onde  $\sigma$  é a tensão de tração,  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal e  $\varepsilon$  é a deformação, admitindo-se estado uniaxial de tensões na direção de medição da deformação.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Resultados analíticos

#### 4.1.1 Deslocamentos e momentos

Na Tabela 4.1–1 são exibidos os resultados de deslocamento e momento fletor no centro do vão para viga simplesmente apoiada, para os cinco passos de carga, incluindo o deslocamento em função do peso próprio da viga, que é 0,07 mm.

**Tabela 4.1–1 – Resultados analíticos para viga simplesmente apoiada.**

<b>Carga</b>	<b>Desloc.</b>	<b>Momento fletor</b>
9810,0 N	2,40 mm	7,0 kNm
19620,0 N	4,73 mm	13,8 kNm
29430,0 N	7,06 mm	20,6 kNm
39240,0 N	9,40 mm	27,4 kNm
40711,5 N	9,74 mm	28,4 kNm

Fonte: o autor.

A contribuição de deslocamento em função do peso próprio da viga na condição duplamente engastada é 0,015 mm, valor que será desprezado por representar menos de 3 % do deslocamento. Na Tabela 4.1–2 são apresentados os resultados de deslocamento e momento fletor no centro do vão para os cinco passos de carga para a condição de viga duplamente engastada (apoios rígidos).

**Tabela 4.1–2 – Deslocamentos e momentos fletores no centro do vão para viga em apoios rígidos.**

Carga	Desloc.	Momento fletor
9810,0 N	0,60 mm	3,5 kNm
19620,0 N	1,18 mm	6,9 kNm
29430,0 N	1,76 mm	10,3 kNm
39240,0 N	2,35 mm	13,7 kNm
40711,5 N	2,43 mm	14,2 kNm

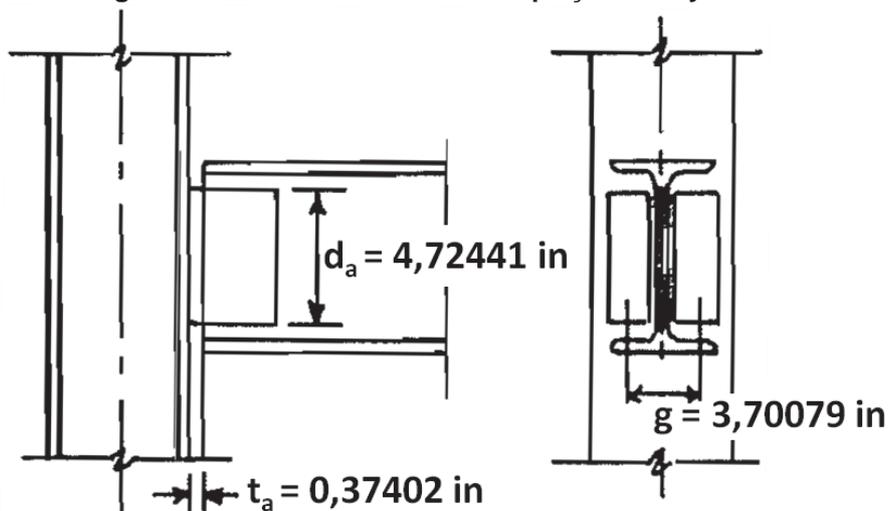
Fonte: o autor.

#### 4.1.2 Estimativa de rigidez inicial pelo modelo de Frye-Morris (1975)

Frye e Morris (1975) apresentaram uma equação para estimativa do comportamento momento-rotação de ligações: a Equação 18. Para o presente trabalho, os valores são, de acordo com a Figura 4.1–1:

- $d_a = 120 \text{ mm} = 4,72441 \text{ in}$ ;
- $t_a = 9,5 \text{ mm} = 0,37402 \text{ in}$ ;
- $g = 94 \text{ mm} = 3,70079 \text{ in}$ ;
- $k = 0,17372820770556$ .

**Figura 4.1–1 - Cotas a utilizar na equação de Frye-Morris.**



Fonte: o autor, adaptado de Frye e Morris (1975).

Na Tabela 4.1–3 são apresentados os valores para a plotagem da curva, convertidos para a unidade de momento utilizada no trabalho. O valor do primeiro ponto não nulo foi escolhido por ser um valor máximo em que, para valores abaixo do mesmo, o valor da rigidez altera-se em centésimos, não correspondendo a alterações relevantes para o estudo.

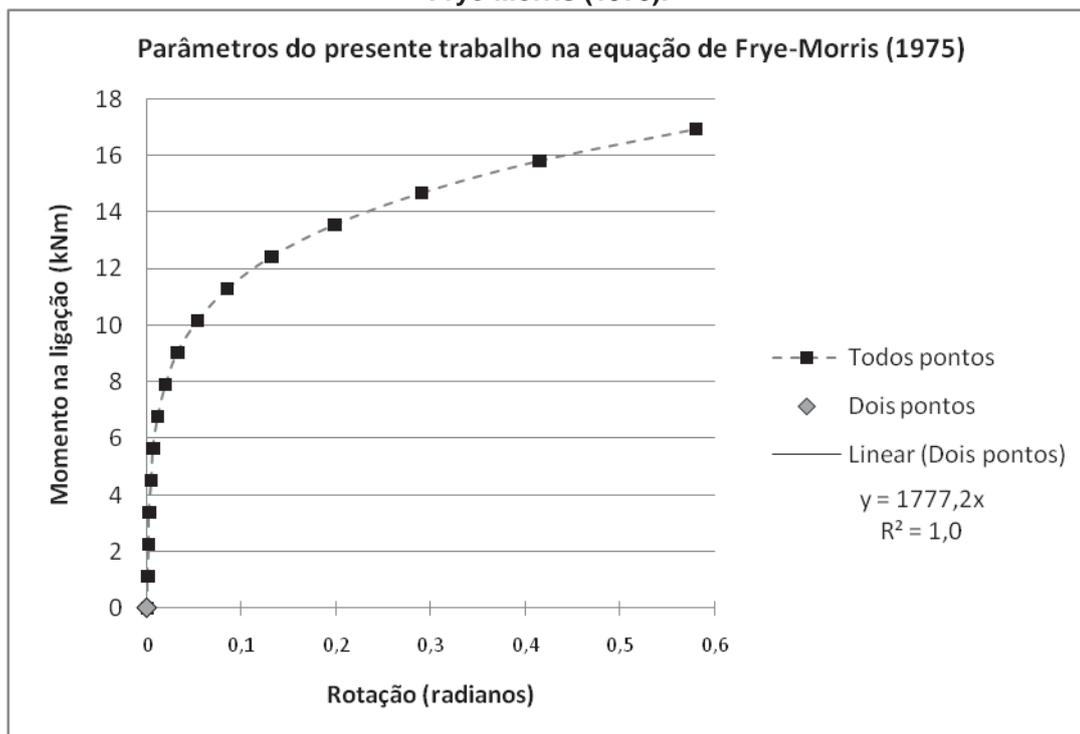
**Tabela 4.1–3 – Dados para plotagem da curva de Frye-Morris (1975) do presente trabalho.**

Momento na ligação (kNm)	Rotação (rad)	Momento na ligação (kNm)	Rotação (rad)
0	0	9,04	$3,19 \times 10^{-2}$
0,0113	$6,36 \times 10^{-6}$	10,17	$5,28 \times 10^{-2}$
1,13	$6,43 \times 10^{-4}$	11,30	$8,47 \times 10^{-2}$
2,26	$1,34 \times 10^{-3}$	12,43	$1,31 \times 10^{-1}$
3,39	$2,25 \times 10^{-3}$	13,56	$1,98 \times 10^{-1}$
4,52	$3,67 \times 10^{-3}$	14,69	$2,90 \times 10^{-1}$
5,65	$6,19 \times 10^{-3}$	15,82	$4,14 \times 10^{-1}$
6,78	$1,07 \times 10^{-2}$	16,95	$5,79 \times 10^{-1}$
7,91	$1,87 \times 10^{-2}$		

Fonte: o autor.

Na Figura 4.1–2 é exibida a plotagem dos pontos da Tabela 4.1–3. Na curva plotada foram tomados os dois primeiros pontos para estimativa da rigidez inicial da ligação, através de regressão linear. Com os pontos relacionados, obtém-se rigidez inicial igual a  $1777,2 \text{ kNm/rad}$ .

Figura 4.1–2 – Curva do presente trabalho através da equação de Frye-Morris (1975).



Fonte: o autor.

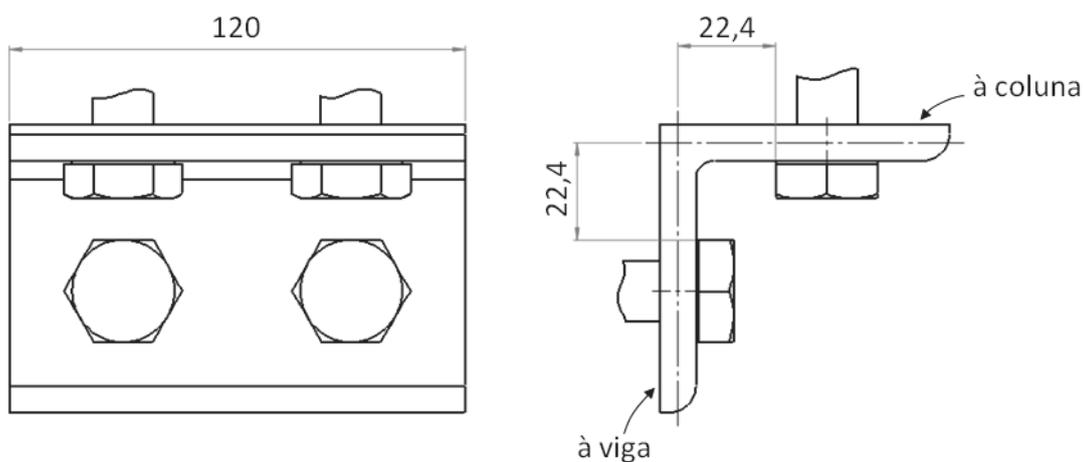
#### 4.1.3 Estimativa de rigidez inicial pelo modelo de Lee e Moon (2002)

Na Equação 20, de Lee e Moon (2002), com as dimensões exibidas na Figura 4.1–3, foram utilizados os parâmetros:

- $EI \rightarrow \frac{EI}{L} = \frac{200 \text{ GPa} \times 1,0785 \text{ cm}^4}{120 \text{ mm}} = 1,7975 \times 10^4 \text{ Nm},$
- $g_1 = 22,4 \text{ mm} = 0,0224 \text{ m},$
- $g_2 = 22,4 \text{ mm} = 0,0224 \text{ m},$
- $l_a = 120 \text{ mm} = 0,120 \text{ m},$

resultando em uma rigidez inicial ( $k_i$ ) de 2211,85  $kNm/rad$ .

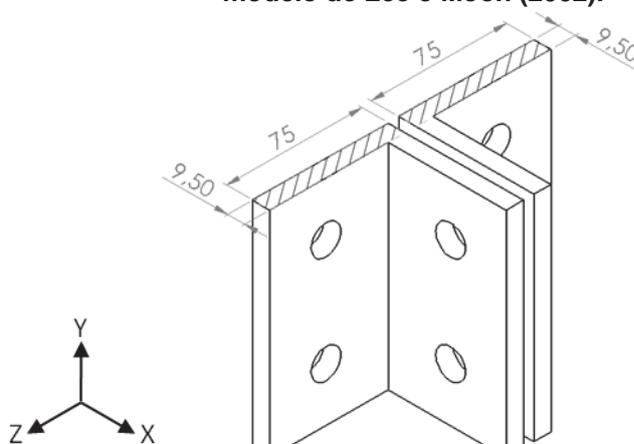
**Figura 4.1-3 - Dimensões utilizadas na equação de Lee e Moon.**



Dimensões em milímetros.  
Fonte: o autor.

Para o cálculo do momento de inércia em relação ao eixo Z, as dimensões são relativas às áreas hachuradas na Figura 4.1-4.

**Figura 4.1-4 – Dimensões para cálculo do momento de inércia pelo modelo de Lee e Moon (2002).**



Dimensões em milímetros.  
Fonte: o autor.

#### 4.1.4 Estimativa de rigidez inicial pelo modelo de Yang e Lee (2007)

Yang e Lee (2007) utilizam em sua equação um fator  $\eta$ , entendido como fator adimensional na direção do comprimento da cantoneira; entretanto, os autores não expõem como obtém-se tal fator. Diante dos resultados exibidos pelos autores, é possível calcular os valores de  $\eta$  para as condições apresentadas por eles, sendo exibidos na Tabela 4.1-4.

Tabela 4.1-4 – Fatores  $\eta$  de Yang e Lee (2007).

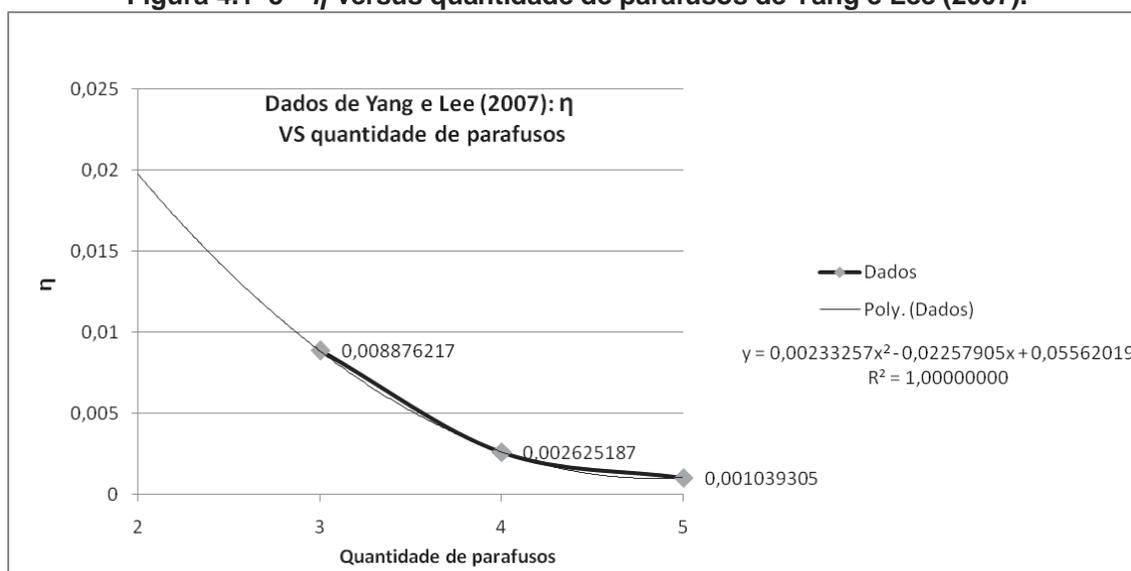
Corpo de prova	Quantidade parafusos	Comprimento cantoneira	Rigidez inicial	$\eta$
3B-L-7-65	3	210 mm	1998 kNm/rad	0,00887621700
4B-L-7-65	4	280 mm	4619 kNm/rad	0,00262518740
5B-L-7-65	5	350 mm	8915 kNm/rad	0,00103930526

Fonte: adaptado de Yang e Lee (2007).

Plotando os três pares ordenados de  $\eta$  e quantidade de parafusos, pode-se obter uma equação de regressão polinomial de segundo grau com coeficiente de correlação unitário:

$$\eta = 0,00233257Q^2 - 0,02257905Q + 0,05562019 \quad (\text{Eq. 30})$$

como exibido na Figura 4.1-5, sendo  $Q$  a quantidade de parafusos.

Figura 4.1-5 –  $\eta$  versus quantidade de parafusos de Yang e Lee (2007).

Fonte: o autor.

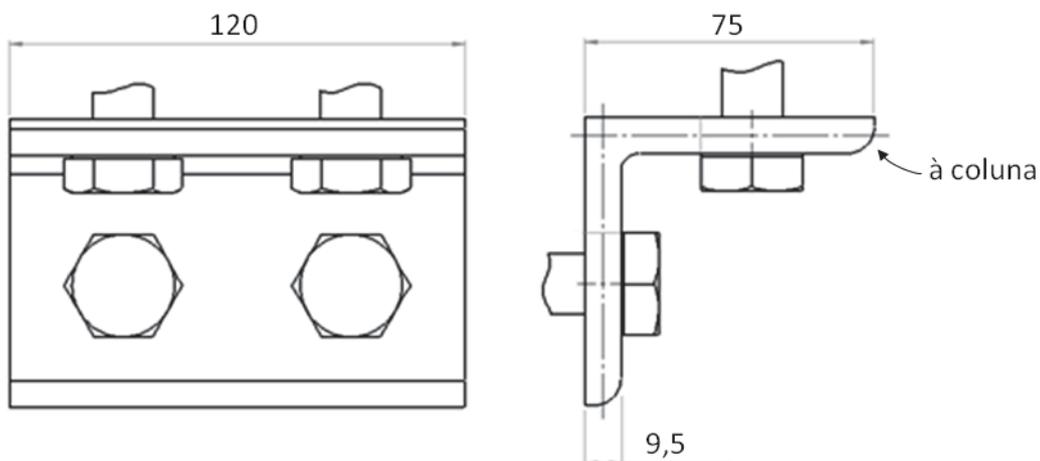
Assim, através da Equação 30, para  $Q = 2$  obtém-se  $\eta = 0,01979237$ . Com base na Figura 4.1-6, na Equação 21 foram utilizados os valores:

- $b = 75 \text{ mm}$ ,
- $E = 200 \text{ GPa}$ ,
- $t = 9,58 \text{ mm}$ ,
- $\nu = 0,3$ ,

- $a = 120 \text{ mm}$ ,
- $\eta = 0,01979237$ ,

obtém-se a rigidez inicial de  $K = 2428 \text{ kNm/rad}$ .

**Figura 4.1-6 - Dimensões utilizadas na equação de Yang e Lee.**



Dimensões em milímetros.

Fonte: o autor.

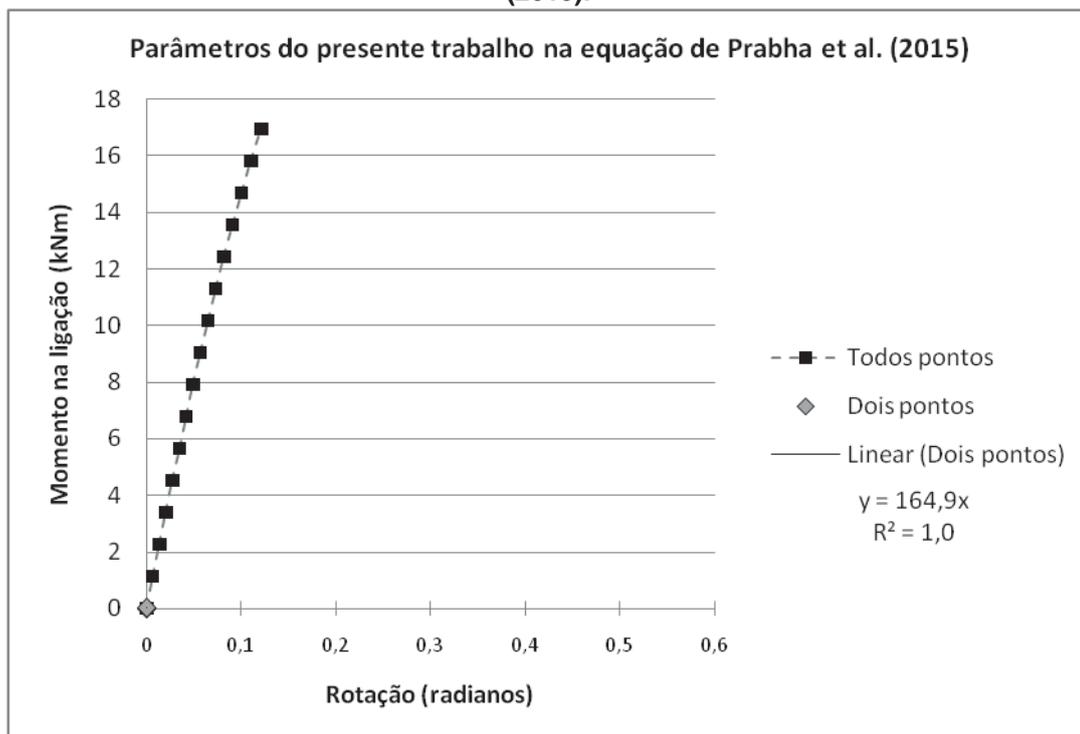
#### 4.1.5 Estimativa de rigidez inicial pelo modelo de Prabha et al. (2015)

Para estimativa do comportamento da ligação através da Equação 22 e da Equação 23, propostas por Prabha et al. (2015), foram utilizados os seguintes parâmetros:

- $d_a = 120 \text{ mm}$ ;
- $t_a = 9,5 \text{ mm}$ ;
- $g = 48 \text{ mm}$ ;
- $a_g = 10 \text{ mm}$ .

Na Figura 4.1-7 é exibida a plotagem dos resultados da Equação 22, com a mesma amplitude dos eixos da Figura 4.1-2, para os resultados pela equação de Frye-Morris.

Figura 4.1-7 – Dados do presente trabalho na equação de Prabha et al. (2015).



Fonte: o autor.

Para cálculo da tangente do início da curva foram escolhidos dois pontos dentre os quais a tangente altera-se em valores centesimais, não sendo relevante para o presente estudo. Para tais pontos, através de regressão linear com coeficiente de correlação unitário, obtém-se o valor de rigidez inicial igual a  $164,9 \text{ kNm/rad}$ .

#### 4.1.6 Resumo das estimativas de rigidez inicial

As estimativas de rigidez inicial calculadas através das referências citadas são exibidas na Tabela 4.1-5.

**Tabela 4.1–5 – Resumo das estimativas analíticas de rigidez para o presente trabalho.**

<b>Autor</b>	<b>Ano</b>	<b>Rigidez calculada</b>
Frye-Morris	1975	1777,2 kNm/rad
Lee e Moon	2002	2211,9 kNm/rad
Yang e Lee	2007	2428,0 kNm/rad
Prabha et al.	2015	164,9 kNm/rad

Fonte: o autor.

Com base na Tabela 4.1–5, pode-se observar a divergência entre os valores calculados, sendo a estimativa calculada pela Equação 21, de Yang e Lee (2007), 14,7 vezes a calculada pela Equação 22, de Prabha et al. (2015).

## 4.2 Resultados experimentais

### 4.2.1 Ensaio de referência

No ensaio para conferência do trabalho em regime elástico, obtiveram-se os resultados apresentados na Tabela 4.2–1, tendo sido as deformações obtidas no centro da viga, na mesa inferior, local onde tem-se a maior tensão e a maior deformação.

**Tabela 4.2–1 – Deformações para o ensaio de referência.**

<b>Viga B</b>	<b>Deformação</b>	<b>Tensão</b>	<b>Relação com o escoamento da viga</b>
Amostra 1	$1109 \times 10^{-6} \text{ mm.mm}^{-1}$	221,8 MPa	63 %
Amostra 2	$1087 \times 10^{-6} \text{ mm.mm}^{-1}$	217,4 MPa	64 %

Tensão calculada utilizando-se Módulo de Elasticidade Longitudinal igual a 200 GPa.

Fonte: o autor.

Tendo em vista que a tensão de escoamento do aço ASTM A572 GR50 é 345 MPa, os resultados exibidos na Tabela 4.2–1 confirmam que a aplicação da carga de 40712 N encontra-se no regime elástico.

#### 4.2.2 Vigas simplesmente apoiadas

Os resultados dos ensaios para a viga B simplesmente apoiada são exibidos na Tabela 4.2–2.

**Tabela 4.2–2 – Deslocamentos experimentais da viga B simplesmente apoiada.**

<b>Carga</b>	<b>SB1</b>	<b>SB2</b>	<b>SB3</b>	<b>SB4</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>1 - CV</b>
9810,0 N	2,66	2,66	2,66	2,68	2,67	0,01	99,6%
19620,0 N	5,21	5,17	5,19	5,18	5,19	0,02	99,7%
29430,0 N	7,52	7,41	7,40	7,40	7,43	0,06	99,2%
39240,0 N	9,84	9,73	9,72	9,74	9,76	0,06	99,4%
40711,5 N	10,18	10,08	10,07	10,07	10,10	0,05	99,5%

Deslocamentos em milímetros. CV = Coeficiente de Variação.

Fonte: o autor.

Os resultados dos ensaios para a viga C simplesmente apoiada são exibidos na Tabela 4.2–3.

**Tabela 4.2–3 – Deslocamentos experimentais da viga C simplesmente apoiada.**

<b>Carga</b>	<b>SC1</b>	<b>SC2</b>	<b>SC3</b>	<b>SC4</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>1 - CV</b>
9810,0 N	2,63	2,64	2,63	2,63	2,63	0,01	99,8%
19620,0 N	5,11	5,15	5,11	5,17	5,14	0,03	99,4%
29430,0 N	7,50	7,52	7,49	7,49	7,50	0,01	99,8%
39240,0 N	9,89	9,89	9,87	9,87	9,88	0,01	99,9%
40711,5 N	10,26	10,24	10,23	10,22	10,24	0,02	99,8%

Deslocamentos em milímetros. CV = Coeficiente de Variação.

Fonte: o autor.

Os resultados dos ensaios para a viga D simplesmente apoiada são exibidos na Tabela 4.2–4.

**Tabela 4.2-4 – Deslocamentos experimentais da viga D simplesmente apoiada.**

Carga	SD1	SD2	SD3	SD4	Média	Desvio padrão	1 - CV
9810,0 N	2,73	2,73	2,75	2,75	2,74	0,01	99,6%
19620,0 N	5,28	5,28	5,29	5,30	5,29	0,01	99,8%
29430,0 N	7,73	7,75	7,76	7,77	7,75	0,02	99,8%
39240,0 N	10,18	10,18	10,19	10,19	10,19	0,01	99,9%
40711,5 N	10,54	10,54	10,54	10,54	10,54	0,00	100,0%

Deslocamentos em milímetros. CV = Coeficiente de Variação.

Fonte: o autor.

Os deslocamentos médios, considerando todas as amostras dos grupos amostrais, são exibidos na Tabela 4.2-5.

**Tabela 4.2-5 – Deslocamentos médios dos grupos experimentais simplesmente apoiados.**

Carga	Média	Desvio padrão	1 - CV
9810,0 N	2,68	0,05	98,2%
19620,0 N	5,20	0,07	98,7%
29430,0 N	7,56	0,15	98,0%
39240,0 N	9,94	0,19	98,1%
40711,5 N	10,29	0,19	98,1%

Deslocamentos em milímetros. CV = Coeficiente de Variação.

Fonte: o autor.

#### 4.2.3 Viga ligada com pino

Os deslocamentos para a viga ligada com pino são exibidos na Tabela 4.2-

6.

**Tabela 4.2-6 – Deslocamentos para viga ligada com pino.**

Carga	P1	P2	P3	Média	Desvio padrão	1 - CV
9810,0 N	2,16	2,15	2,20	2,17	0,03	98,8%
19620,0 N	4,28	4,28	4,27	4,28	0,01	99,9%
29430,0 N	6,50	6,39	6,39	6,43	0,06	99,0%
39240,0 N	8,57	8,53	8,56	8,55	0,02	99,8%
40711,5 N	8,90	8,84	8,85	8,86	0,03	99,6%

Deslocamentos em milímetros. CV = Coeficiente de Variação.

Fonte: o autor.

Na Tabela 4.2–7 são exibidos os valores de momento fletor no centro do vão, momento na ligação, rotação na ligação e rigidez da ligação para cada passo de carga, em função dos deslocamentos médios.

**Tabela 4.2–7 – Viga ligada com pino: momentos, rotações e rigidez.**

<b>Carga</b>	<b>Momento fletor (kNm)</b>	<b>Momento na ligação (Nm)</b>	<b>Rotação na ligação (rad)</b>	<b>Rigidez da ligação (kNm/rad)</b>
9810,0 N	6,6	260,49	2,336E-03	111,5
19620,0 N	13,1	504,17	4,604E-03	109,5
29430,0 N	19,6	665,52	6,932E-03	96,0
39240,0 N	26,1	889,26	9,215E-03	96,5
40711,5 N	27,1	940,17	9,545E-03	98,5

Fonte: o autor.

#### 4.2.4 Vigas com LCPP

Na Tabela 4.2–8 são exibidos os resultados dos ensaios da viga B.

**Tabela 4.2–8 – Deslocamentos da viga B com LCPP.**

<b>Carga</b>	<b>LB1</b>	<b>LB2</b>	<b>LB3</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>1 - CV</b>
9810,0 N	1,68	1,75	1,79	1,74	0,06	96,8%
19620,0 N	3,82	3,85	3,86	3,84	0,02	99,5%
29430,0 N	6,06	6,00	6,00	6,02	0,03	99,4%
39240,0 N	8,32	8,21	8,28	8,27	0,06	99,3%
40711,5 N	8,75	8,61	8,63	8,66	0,08	99,1%

Deslocamentos em milímetros. CV = Coeficiente de Variação.

Fonte: o autor.

Na Tabela 4.2–9 são exibidos os resultados dos ensaios da viga C.

**Tabela 4.2-9 – Deslocamentos da viga C ligada com LCPP.**

<b>Carga</b>	<b>LC1</b>	<b>LC2</b>	<b>LC3</b>	<b>LC4</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>1 - CV</b>
9810,0 N	1,71	1,69	1,63	1,66	1,67	0,04	97,9%
19620,0 N	3,75	3,74	3,73	3,69	3,73	0,03	99,3%
29430,0 N	5,88	5,85	5,83	5,85	5,85	0,02	99,6%
39240,0 N	7,99	7,97	7,93	7,93	7,96	0,03	99,6%
40711,5 N	8,30	8,36	8,26	8,31	8,31	0,04	99,5%

Deslocamentos em milímetros. CV = Coeficiente de Variação.  
Fonte: o autor.

Na Tabela 4.2-10 são exibidos os resultados dos ensaios da viga D.

**Tabela 4.2-10 – Deslocamentos da viga D com LCPP.**

<b>Carga</b>	<b>LD1</b>	<b>LD2</b>	<b>LD3</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>1 - CV</b>
9810,0 N	1,78	1,78	1,83	1,80	0,03	98,4%
19620,0 N	3,93	3,89	3,97	3,93	0,04	99,0%
29430,0 N	6,12	6,04	6,10	6,09	0,04	99,3%
39240,0 N	8,27	8,20	8,24	8,24	0,04	99,6%
40711,5 N	8,75	8,66	8,69	8,70	0,05	99,5%

Deslocamentos em milímetros. CV = Coeficiente de Variação.  
Fonte: o autor.

As médias de deslocamentos, considerando as onze amostras, são exibidas na Tabela 4.2-11.

**Tabela 4.2-11 – Viga com LCPP: deslocamentos.**

<b>Carga</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>1 - CV</b>
9810,0 N	1,73	0,07	96,2%
19620,0 N	3,82	0,09	97,6%
29430,0 N	5,97	0,11	98,1%
39240,0 N	8,13	0,16	98,0%
40711,5 N	8,53	0,20	97,7%

Deslocamentos em milímetros. Médias e desvios-padrão calculados com todas as amostras dos grupos experimentais. CV = Coeficiente de Variação.  
Fonte: o autor.

Na Tabela 4.2–12 são exibidos os valores de momento fletor no centro do vão, momento na ligação, rotação na ligação e rigidez da ligação para cada passo de carga, em função dos deslocamentos médios das dez amostras.

**Tabela 4.2–12 – Viga com LCPP: momentos, rotações e rigidez.**

<b>Carga</b>	<b>Momento fletor (kNm)</b>	<b>Momento na ligação (Nm)</b>	<b>Rotação na ligação (rad)</b>	<b>Rigidez da ligação (kNm/rad)</b>
9810,0 N	5,7	1311,87	1,632E-03	804,0
19620,0 N	12,0	1779,95	3,803E-03	468,0
29430,0 N	18,5	2130,69	6,062E-03	351,5
39240,0 N	24,9	2466,10	8,331E-03	296,0
40711,5 N	26,1	2366,87	8,782E-03	269,5

Fonte: o autor.

#### 4.2.5 Resumo dos resultados experimentais

Na Tabela 4.2–13 é apresentado o resumo dos resultados experimentais, com os dados médios de deslocamentos e rigidez de cada tipo de ensaio: viga simplesmente apoiada, viga ligada com pino e viga com LCPP.

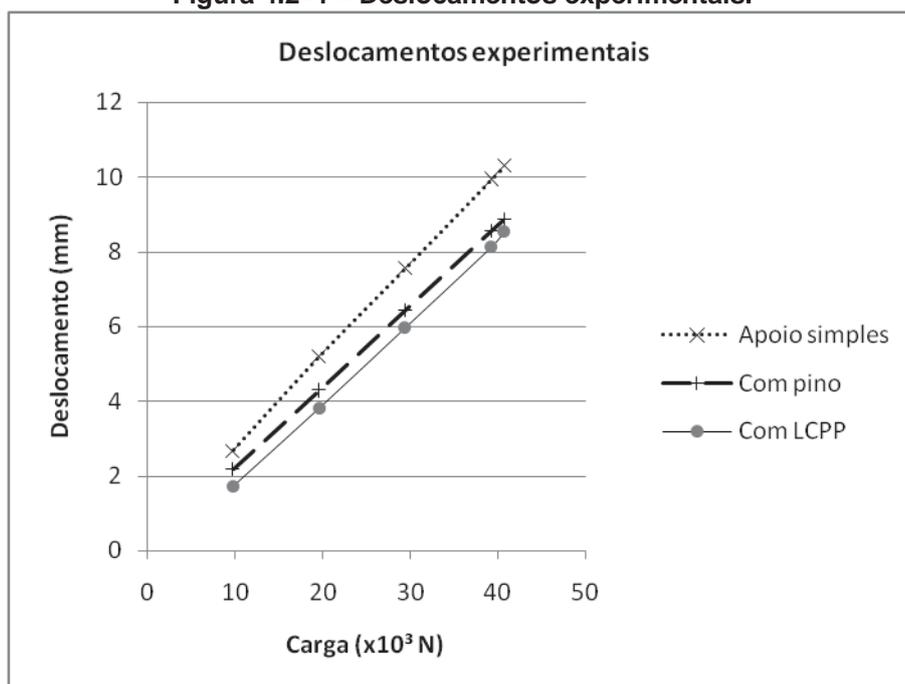
**Tabela 4.2–13 – Resumo dos resultados experimentais.**

<b>Carga</b>	<b>Simples apoio</b>	<b>Pino</b>			<b>LCPP</b>		
	<b>Desloc (mm)</b>	<b>Desloc (mm)</b>	<b>Momento fletor (kNm)</b>	<b>Rigidez (kNm/rad)</b>	<b>Desloc (mm)</b>	<b>Momento fletor (kNm)</b>	<b>Rigidez (kNm/rad)</b>
9810,0 N	2,68	2,17	6,6	111,5	1,73	5,7	804,0
19620,0 N	5,20	4,28	13,1	109,5	3,82	12,0	468,0
29430,0 N	7,56	6,43	19,6	96,0	5,97	18,5	351,5
39240,0 N	9,94	8,55	26,1	96,5	8,13	24,9	296,0
40711,5 N	10,29	8,86	27,1	98,5	8,53	26,1	269,5

Fonte: o autor.

Na Figura 4.2–1 é exibido o comparativo de deslocamentos, entre as condições de viga simplesmente apoiada, viga ligada com pino e viga com LCPP, com base nos dados da Tabela 4.2–13. Nessa figura observam-se, para os últimos pontos, comportamentos ascendente dos pontos da viga com LCPP e descendente dos pontos da viga com pino.

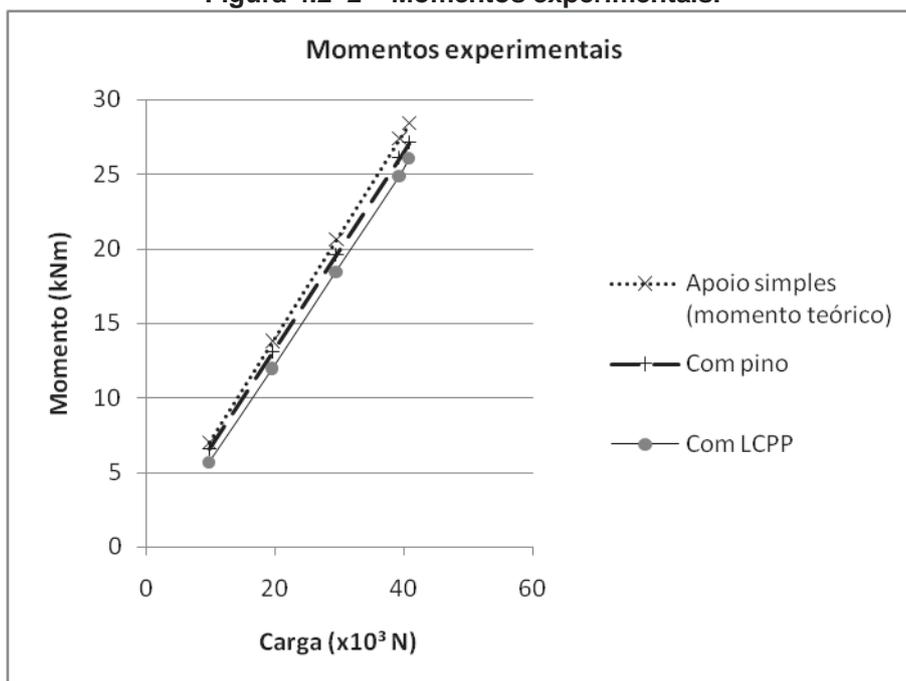
**Figura 4.2–1 – Deslocamentos experimentais.**



Fonte: o autor.

Na Figura 4.2–2 é exibido o comparativo de momentos no centro do vão, entre as condições de viga ligada com pino e viga com LCPP e a condição teórica de apoio simples.

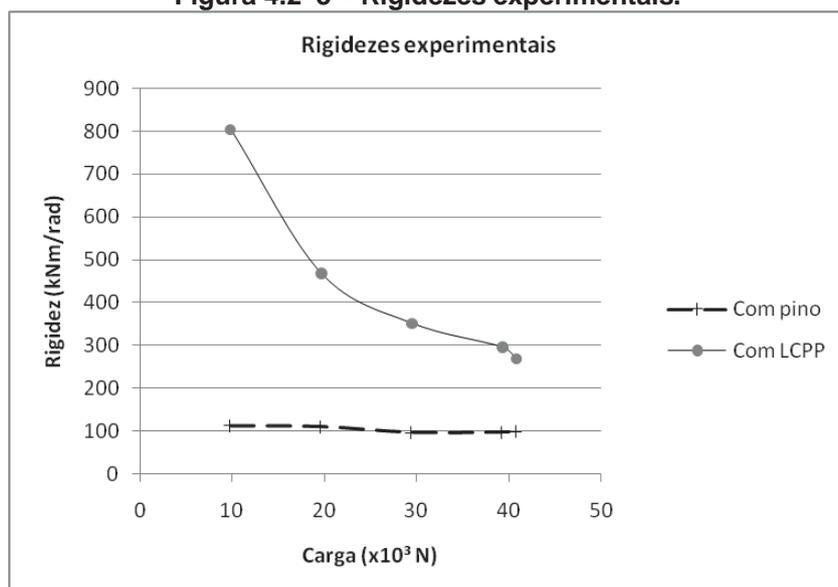
**Figura 4.2-2 – Momentos experimentais.**



Fonte: o autor.

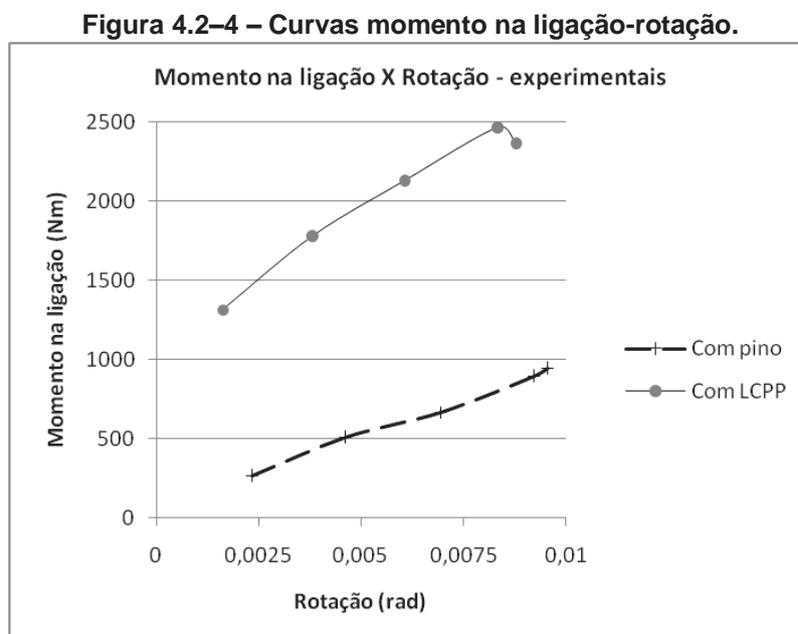
Na Figura 4.2-3 é exibido o comparativo de rigidezes nas ligações, entre as condições de viga ligada com pino e viga com LCPP, com base nos dados da Tabela 4.2-13. Percebe-se que a rigidez de ambas situações decai com a progressão da aplicação da carga.

**Figura 4.2-3 – Rigidezes experimentais.**



Fonte: o autor.

Na Figura 4.2–4 é exibido o comparativo momento na ligação-rotação na ligação, entre as condições de viga ligada com pino e viga com LCPP, com base nos dados da Tabela 4.2–13.



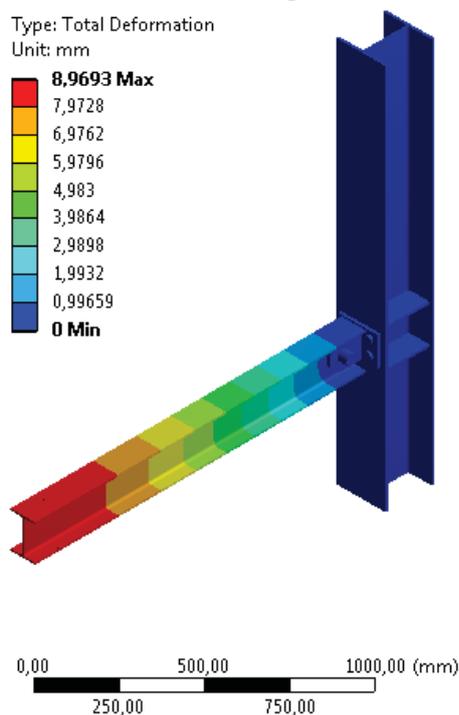
Fonte: o autor.

### 4.3 Resultados numéricos - MEF

#### 4.3.1 Viga ligada com pino

As simulações da viga ligada com pino duraram cerca de 100 horas. Na Figura 4.3–1 é possível visualizar a ilustração de deslocamentos para a condição de máxima carga.

**Figura 4.3–1 – Simulação da viga ligada com pino: deslocamentos para máxima carga.**



Fonte: o autor.

Na Tabela 4.3–1 são exibidos os resultados da simulação numérica da viga ligada com pino, sendo consideradas as cargas completas, como se a modelagem não fosse por simetria, para comparativo com os resultados experimentais.

**Tabela 4.3–1 – Resultados da simulação numérica para viga ligada com pino.**

Carga	Desloc. (mm)	Momento fletor (kNm)	Momento na ligação (Nm)	Rotação na ligação (rad)	Rigidez (kNm/rad)
9810,0 N	2,1627	6,6	275,37	2,325E-3	118,42
19620,0 N	4,3252	13,2	413,34	4,671E-3	88,50
29430,0 N	6,4797	19,8	557,68	7,02E-03	85,43
39240,0 N	8,6379	26,3	700,90	9,37E-03	72,64
40711,5 N	8,9693	27,3	720,59	9,705E-3	74,25

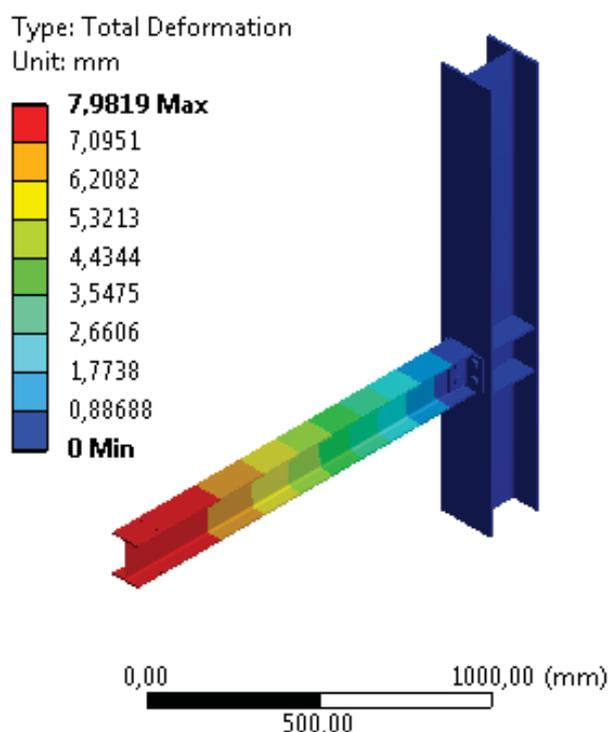
Considerado o dobro da carga virtual.

Fonte: o autor.

### 4.3.2 Viga com LCPP

As simulações da viga com LCPP duraram cerca de 3 horas. Na Figura 4.3–2 é possível visualizar a ilustração de deslocamentos para a condição de máxima carga.

**Figura 4.3–2–Simulação da viga com LCPP: deslocamentos para máxima carga.**



Fonte: o autor.

Na Tabela 4.3–2 são exibidos os resultados de deslocamento, momento fletor no centro do vão, momento na ligação, rotação na ligação e rigidez da ligação. Foram consideradas as cargas completas, como se a modelagem não fosse por simetria, para comparativo com os resultados experimentais.

**Tabela 4.3–2 – Resultados da simulação numérica para viga com LCPP.**

<b>Carga</b>	<b>Desloc. (mm)</b>	<b>Momento fletor (kNm)</b>	<b>Momento na ligação (Nm)</b>	<b>Rotação na ligação (rad)</b>	<b>Rigidez (kNm/rad)</b>
9810,0 N	1,8061	5,8	1163,60	1,741E-03	668,24
19620,0 N	3,6788	11,7	2055,60	3,600E-03	571,08
29430,0 N	5,6680	17,9	2720,62	5,625E-03	483,62
39240,0 N	7,6859	24,1	3329,78	7,693E-03	432,84
40711,5 N	7,9819	25,0	3434,17	7,993E-03	429,63

Considerado o dobro da carga virtual.

Fonte: o autor.

#### 4.3.3 Resumo dos resultados numéricos - MEF

O resumo dos resultados das simulações numéricas é exibido na Tabela 4.3–3.

**Tabela 4.3–3 – Resumo dos resultados das simulações numéricas.**

<b>Carga</b>	<b>Pino</b>			<b>LCPP</b>		
	<b>Desloc (mm)</b>	<b>Momento fletor (kNm)</b>	<b>Rigidez (kNm/rad)</b>	<b>Desloc (mm)</b>	<b>Momento fletor (kNm)</b>	<b>Rigidez (kNm/rad)</b>
9810,0 N	2,1627	6,6	118,42	1,8061	5,8	668,24
19620,0 N	4,3252	13,2	88,50	3,6788	11,7	571,08
29430,0 N	6,4797	19,8	85,43	5,6680	17,9	483,62
39240,0 N	8,6379	26,3	72,64	7,6859	24,1	432,84
40711,5 N	8,9693	27,3	74,25	7,9819	25,0	429,63

Fonte: o autor.

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados de deslocamentos, momentos fletores e rigidezes, sendo comparados todos resultados obtidos para cada passo de carga, incluindo as variações em relação às ligações sem rigidez e rígida.

### 5.1 Análise global de resultados

Na Tabela 5.1–1 é exibido o comparativo global de deslocamentos.

**Tabela 5.1–1 – Comparativo global de deslocamentos no centro do vão.**

Ligação	Simples apoio		Pino		LCPP		Engaste
	Analít.	Exp.	Exp.	MEF	Exp.	MEF	
9810,0 N	2,40	2,68	2,17	2,1627	1,73	1,8061	0,60
19620,0 N	4,73	5,20	4,28	4,3252	3,82	3,6788	1,18
29430,0 N	7,06	7,56	6,43	6,4797	5,97	5,6680	1,76
39240,0 N	9,40	9,94	8,55	8,6379	8,13	7,6859	2,35
40711,5 N	9,74	10,29	8,86	8,9693	8,53	7,9819	2,43

Valores em milímetros.

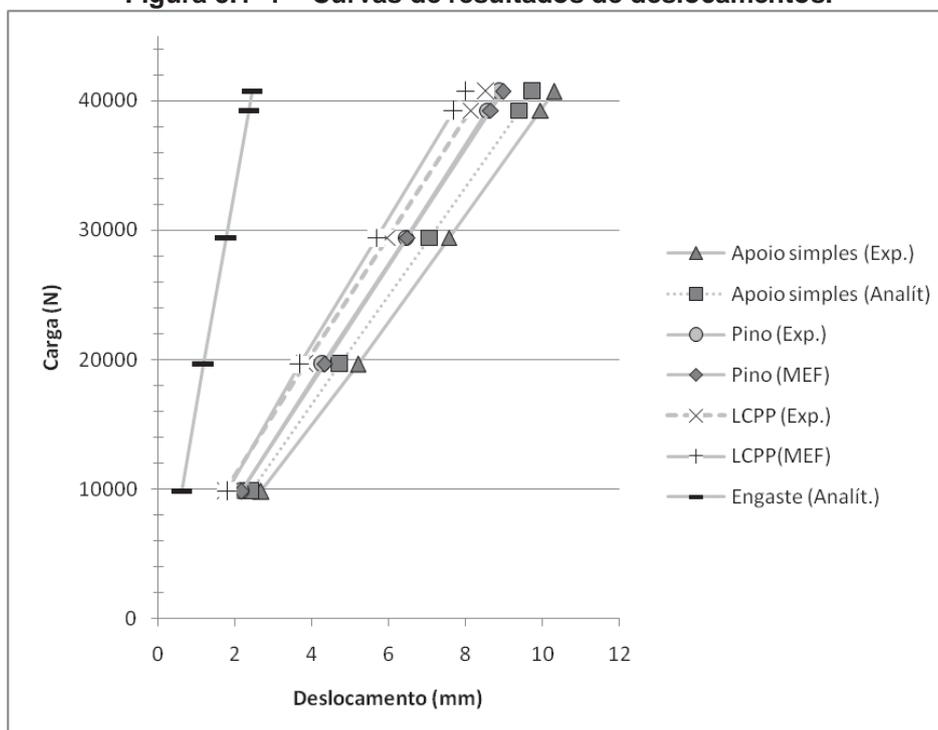
Fonte: o autor.

Na Figura 5.1–1 são exibidos os dados da Tabela 5.1–1. Nessa figura, observa-se que em geral:

- o conjunto de dados Simples Apoio – Experimental possui os maiores deslocamentos;
- na sequência, com contíguos menores deslocamentos, Simples apoio – Analítico;
- as curvas para Pino (Experimental e MEF) são praticamente coincidentes;
- a curva LCPP – Experimental possui menores deslocamentos que as supracitadas;

- a curva LCPP – MEF possui deslocamentos menores que a LCPP – Experimental;
- a curva Engaste – Analítico exhibe os menores deslocamentos.

**Figura 5.1-1 – Curvas de resultados de deslocamentos.**



Fonte: o autor.

Na Tabela 5.1-2 é exibido o comparativo global de momentos fletores.

**Tabela 5.1-2 – Comparativo global de momentos fletores.**

Ligação	Simples apoio		Pino		LCPP		Engaste
	Analít.	Exp.	MEF	Exp.	MEF	Analít.	
9810,0 N	7,0	6,6	6,6	5,7	5,8	3,5	
19620,0 N	13,8	13,1	13,2	12,0	11,7	6,9	
29430,0 N	20,6	19,6	19,8	18,5	17,9	10,3	
39240,0 N	27,4	26,1	26,3	24,9	24,1	13,7	
40711,5 N	28,4	27,1	27,3	26,1	25,0	14,2	

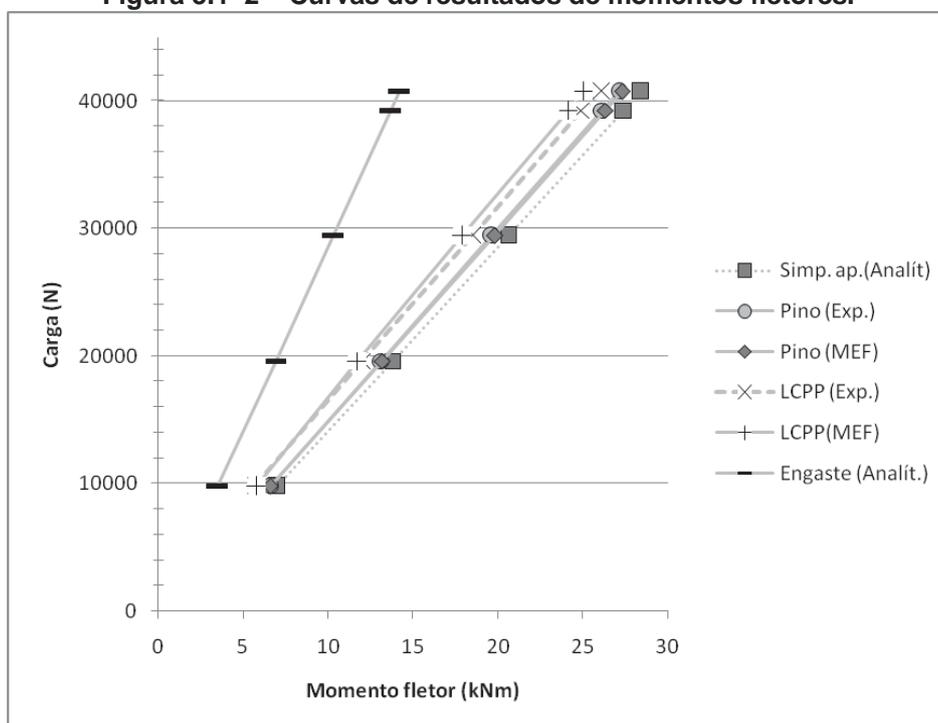
Valores em quilonewton-metro.

Fonte: o autor.

Na Figura 5.1–2 são exibidos os dados da Tabela 5.1–2. Nessa figura observa-se distribuição semelhante à da Figura 5.1–1:

- os momentos fletores para Simples Apoio – Experimental são os maiores;
- os pontos relativos a Pino – Experimental e Pino – MEF são praticamente coincidentes;
- apresentam menores momentos fletores que as curvas supracitadas as relativas a LCPP – Experimental e, na sequência, LCPP – MEF.

**Figura 5.1–2 – Curvas de resultados de momentos fletores.**



Na Tabela 5.1–3 é exibido o comparativo global de rigidezes.

Tabela 5.1-3 – Comparativo global de rigidezes.

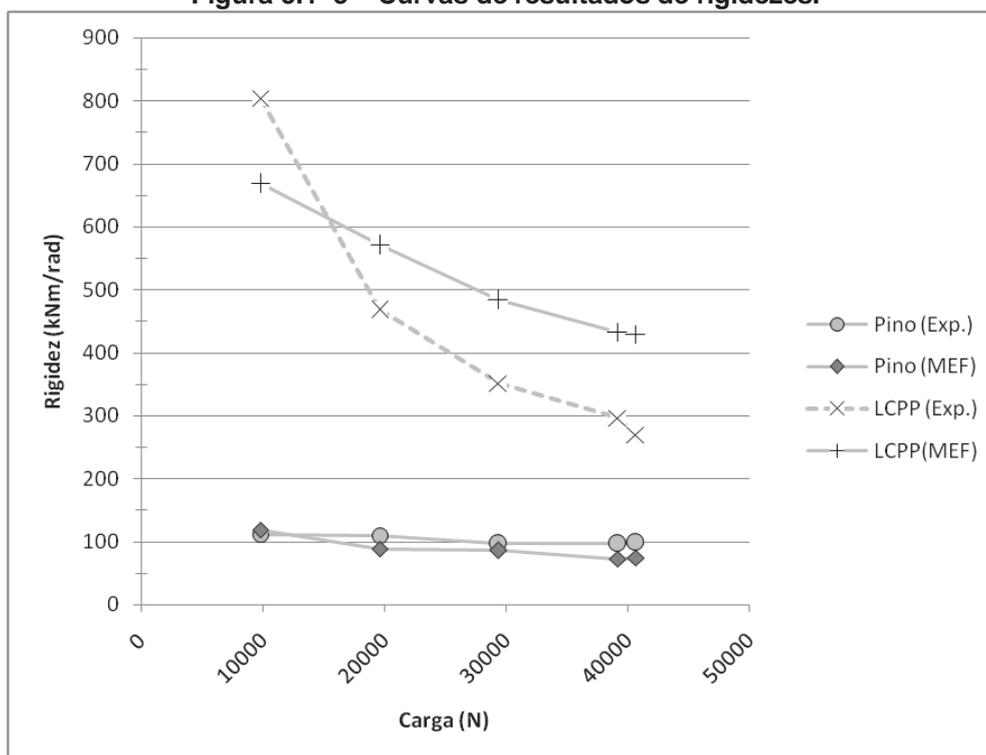
Ligação	Pino		LCPP	
	Exp.	MEF	Exp.	MEF
9810,0 N	111,5	118,42	804,0	668,24
19620,0 N	109,5	88,50	468,0	571,08
29430,0 N	96,0	85,43	351,5	483,62
39240,0 N	96,5	72,64	296,0	432,84
40711,5 N	98,5	74,25	269,5	429,63

Valores em quilonewton-metro por radiano.

Fonte: o autor.

Na Figura 5.1-3 são exibidos os dados da Tabela 5.1-3.

Figura 5.1-3 – Curvas de resultados de rigidezes.



Fonte: o autor.

Na Figura 5.1-3 observa-se que as curvas de rigidez para Pino – Experimental e Pino – MEF encontram-se em torno de 100 kNm/rad. A curva para LCPP – MEF apresenta menor variação e a curva para LCPP – Experimental apresenta maior variação.

Na Tabela 5.1–4 é exibido o comparativo global de dados referentes à carga de 9810,0 N, com os dados de deslocamento, momento fletor no centro do vão e rigidez da ligação.

**Tabela 5.1–4 – Comparativo para a carga de 9810,0 N.**

Análise	Ligação	Desloc. (mm)	Variação desloc. (%)	Momento fletor (kNm)	Variação momento (%)	Rigidez da ligação (kNm/rad)
NUM-AN	Simp. ap.	2,40	0,0	7,0	0,0	0,0
EXP	Simp. ap.	2,68	11,7	-	-	0,0
EXP	Pino	2,17	-9,6	6,6	-5,7	111,5
NUM-MEF	Pino	2,16	-10,0	6,6	-5,7	118,42
EXP	LCPP	1,73	-27,9	5,7	-18,6	804,0
NUM-MEF	LCPP	1,81	-24,6	5,8	-17,1	668,24
NUM-AN	Engaste	0,60	-75,0	3,5	-50,0	-

Cálculo das variações: (comparado - simples apoio)/(simples apoio)

Fonte: o autor.

Na Tabela 5.1–5 é exibido o comparativo global de dados referentes à carga de 19620,0 N, com os dados de deslocamento, momento fletor no centro do vão e rigidez da ligação.

**Tabela 5.1–5 – Comparativo para a carga de 19620,0 N.**

Análise	Ligação	Desloc. (mm)	Variação desloc. (%)	Momento fletor (kNm)	Variação momento (%)	Rigidez da ligação (kNm/rad)
NUM-AN	Simp. ap.	4,73	0,0	13,8	0,0	0,0
EXP	Simp. ap.	5,20	9,9	-	-	0,0
EXP	Pino	4,28	-9,5	13,1	-5,1	109,5
NUM-MEF	Pino	4,33	-8,6	13,2	-4,3	88,50
EXP	LCPP	3,82	-19,2	12,0	-13,0	468,0
NUM-MEF	LCPP	3,68	-22,2	11,7	-15,2	571,08
NUM-AN	Engaste	1,18	-75,1	6,9	-50,0	-

Cálculo das variações: (comparado - simples apoio)/(simples apoio)

Fonte: o autor.

Na Tabela 5.1–6 é exibido o comparativo global de dados referentes à carga de 29430,0 N, com os dados de deslocamento, momento fletor no centro do vão e rigidez da ligação.

**Tabela 5.1–6 – Comparativo para a carga de 29430,0 N.**

Análise	Ligação	Desloc. (mm)	Variação desloc. (%)	Momento fletor (kNm)	Variação momento (%)	Rigidez da ligação (kNm/rad)
NUM-AN	Simp. ap.	7,06	0,0	20,6	0,0	0,0
EXP	Simp. ap.	7,56	7,1	-	-	0,0
EXP	Pino	6,43	-8,9	19,6	-4,9	96,0
NUM-MEF	Pino	6,48	-8,2	19,8	-3,9	85,43
EXP	LCPP	5,97	-15,4	18,5	-10,2	351,5
NUM-MEF	LCPP	5,67	-19,7	17,9	-13,1	483,62
NUM-AN	Engaste	1,76	-75,1	10,3	-50,0	-

Cálculo das variações: (comparado - simples apoio)/(simples apoio)

Fonte: o autor.

Na Tabela 5.1–7 é exibido o comparativo global de dados referentes à carga de 39240,0 N, com os dados de deslocamento, momento fletor no centro do vão e rigidez da ligação.

**Tabela 5.1–7 – Comparativo para a carga de 39240,0 N.**

Análise	Ligação	Desloc. (mm)	Variação desloc. (%)	Momento fletor (kNm)	Variação momento (%)	Rigidez da ligação (kNm/rad)
NUM-AN	Simp. ap.	9,40	0,0	27,4	0,0	0,0
EXP	Simp. ap.	9,94	5,7	-	-	0,0
EXP	Pino	8,55	-9,0	26,1	-4,7	96,5
NUM-MEF	Pino	8,64	-8,1	26,3	-4,0	72,64
EXP	LCPP	8,13	-13,5	24,9	-9,1	296,0
NUM-MEF	LCPP	7,69	-18,2	24,1	-12,0	432,84
NUM-AN	Engaste	2,35	-75,0	13,7	-50,0	-

Cálculo das variações: (comparado - simples apoio)/(simples apoio)

Fonte: o autor.

Na Tabela 5.1–8 é exibido o comparativo global de dados referentes à carga de 40711,5 N, com os dados de deslocamento, momento fletor no centro do vão e rigidez da ligação.

**Tabela 5.1–8 – Comparativo para a carga de 40711,5 N.**

Análise	Ligação	Desloc. (mm)	Variação desloc. (%)	Momento fletor (kNm)	Variação momento (%)	Rigidez da ligação (kNm/rad)
NUM-AN	Simp. ap.	9,74	0,0	28,4	0,0	0,0
EXP	Simp. ap.	10,29	5,6	-	-	0,0
EXP	Pino	8,86	-9,0	27,1	-4,6	98,5
NUM-MEF	Pino	8,97	-7,9	27,3	-3,9	74,25
EXP	LCPP	8,53	-12,4	26,1	-8,1	269,5
NUM-MEF	LCPP	7,98	-18,1	25,0	-12,0	429,63
NUM-AN	Engaste	2,43	-75,1	14,2	-50,0	-

Cálculo das variações: (comparado - simples apoio)/(simples apoio)

Fonte: o autor.

Segundo a ABNT NBR 8800 (2008), uma ligação é classificada como rotulada se  $Rigidez\ inicial < 0,5 \frac{EI}{L}$ , como detalhado na seção 2.1.

A ligação com pino apresenta  $118,42\ kNm/rad$  e  $74,25\ kNm/rad$  como valores extremos de rigidez, correspondendo a  $0,189 \frac{EI}{L}$  e  $0,119 \frac{EI}{L}$  como relações de rigidez, permitindo sua classificação como ligação flexível segundo a ABNT NBR 8800 (2008).

Para a LCPP, com base nos resultados numéricos, a relação é  $1,067 \frac{EI}{L}$  para a rigidez de  $668,24\ kNm/rad$  e  $0,686 \frac{EI}{L}$  para  $429,63\ kNm/rad$ , sendo nesse intervalo todos valores maiores que  $0,5 \frac{EI}{L}$ . Com base nos resultados experimentais, a relação é  $1,284 \frac{EI}{L}$  para  $804,0\ kNm/rad$  e  $0,562 \frac{EI}{L}$  para  $351,5\ kNm/rad$ . Na aplicação de  $39240\ N$ , a rigidez é  $296,0\ kNm/rad$ , configurando a relação  $0,473 \frac{EI}{L}$ , valor que permitiria a classificação da ligação

como flexível. Entretanto, a carga de 39240 N não corresponde ao comportamento inicial da ligação.

Diante do exposto, conclui-se como sendo mais conservadora a classificação da LCPP em estudo como semirrígida, de acordo com a ABNT NBR 8800 (2008), considerando-se seus efeitos no comportamento global da estrutura.

## 5.2 Comparação de resultados

Em suas conclusões, Johnston e Green (1940) afirmaram que, ao utilizar a LCSS, o momento na ligação pode ser menor que dez por cento do momento em uma ligação totalmente rígida. No presente trabalho, utilizando LCPP, para a condição de carga máxima aplicada (equivalente a cerca de 55 % do regime elástico da viga), registrou-se momento na ligação em torno de 16 % do momento no apoio totalmente rígido, conforme exibido na Tabela 5.2–1, com base nos dados da Tabela 4.1–2 e da Tabela 4.2–12.

**Tabela 5.2–1 – Momentos no apoio engastado e na LCPP.**

<b>Apoio</b>	<b>Momento no apoio</b>	<b>Em relação ao engaste</b>
Engaste	14300 Nm	100 %
LCPP experimental	2367 Nm	16,7 %

Fonte: o autor.

A equação proposta por Frye e Morris (1975) para estimativa da rigidez inicial, Equação 18, concede para o presente trabalho um valor de rigidez inicial igual a 1777,2  $kNm/rad$ , obtido a partir dos pontos da curva plotada na Figura 4.1–2.

Lui e Chen (1985) afirmam que uma ligação semirrígida se considerada como rígida irá subestimar os deslocamentos, isto é, os deslocamentos reais serão maiores que os estimados; já os esforços transmitidos às colunas serão inferiores aos estimados. Os dados do presente trabalho que exemplificam as afirmações de Lui e Chen (1985), para a condição de carga máxima, são exibidos

na Tabela 5.2–2, a partir dos dados de Tabela 4.1–1, Tabela 4.1–2, Tabela 4.2–11 e Tabela 4.2–12.

**Tabela 5.2–2 – Deslocamento e momentos de viga nas condições de apoio rígido, com LCPP e simplesmente apoiada.**

<b>Parâmetro</b>	<b>Deslocamento no centro do vão (mm)</b>	<b>Momento no centro do vão (kNm)</b>	<b>Momento na ligação (kNm)</b>
Rígida analítico	2,43	14,2	14,2
LCPP experimental	8,53	26,1	2,4
Simplesmente apoiada analítico	9,74	28,4	0,0

Considerando aplicação da carga de 40711,5 N.

Fonte: o autor.

Astaneh, Nader e Malik (1989) afirmam que uma LCSP (ligação semirrígida) sendo considerada flexível tem como consequência negativa a sujeição das colunas a momentos que não foram considerados no projeto, como pode ser observado nos dados da Tabela 5.2–2. Como consequência positiva, apresentam a contribuição para a resistência lateral e rigidez da estrutura, visto que a ligação apresenta-se mais rígida que a consideração de projeto.

Kishi et al. (1997) afirmaram que a ligação com dupla cantoneira de alma de maior resistência apresenta uma capacidade de momento na ligação de 20 % do momento de plastificação da viga. No presente estudo, o momento de plastificação da viga é 38,2 kNm. Para a LCPP em estudo experimental, foi obtido um momento na ligação máximo de 2,5 kNm, para os ensaios experimentais, correspondente a 6,5 % do momento de plastificação da viga, conforme dados da Tabela 4.2–12. Observa-se que o valor de momento para a carga de 40711,5 N é 2,4 kNm, com a curva sendo plotada na Figura 4.2–4; essa curva apresenta um decaimento no último ponto, evidenciando que o momento relativo à carga de 39240,0 N representa o momento máximo da ligação para os valores de cargas estudados. Entretanto, ressalta-se que não foi efetuada análise da resistência plástica da ligação, tendo o estudo o intuito de obter a rigidez inicial da LCPP estudada. Diante de tal decaimento, sugere-se que em trabalhos futuros sejam feitos estudos mais completos do comportamento da ligação.

Sekulovic, Salatic e Nefovska (2002) afirmam que diminuir a rigidez da ligação altera os modos de vibração mais baixos, o que corrobora a importância de se conhecer o comportamento estrutural das ligações semirrígidas, fornecendo informações para estudos e simulações de estruturas sujeitas a vibrações.

Lee e Moon (2002) sinalizam que seu modelo matemático, para as dimensões de ligações de seu estudo, apresentam a relação *Rigidez analítica/Rigidez experimental* entre 0,78 e 1,04, sendo *Rigidez analítica* os valores de rigidez calculados através dos modelos matemáticos referenciados. Para a ligação LCPP do presente trabalho, essa relação vale  $(2211,85 \text{ kNm/rad})/(804 \text{ kNm/rad}) = 2,75$ , em relação à estimativa de rigidez pelo modelo de Lee e Moon (2002). Em relação a essa estimativa, é possível que a rigidez do presente trabalho seja considerada baixa; entretanto, ressalta-se que a primeira medição de rigidez foi efetuada na carga de 9810,0 N, desconhecendo-se os valores de rigidez para cargas inferiores a essa.

O modelo de Yang e Lee (2007) forneceu para o presente trabalho uma estimativa de rigidez inicial de  $2428 \text{ kNm/rad}$ , valor superior à estimativa feita pelo modelo de Lee e Moon (2002).

Peixoto (2008) apresentou um roteiro de cálculo para LCPP, considerando-a rotulada e afirmando ser uma ligação de baixo custo, fácil de fabricar, que não necessita de solda e permite ajustes na montagem. O presente trabalho não avaliou os custos da ligação nem os procedimentos de fabricação e montagem. Entretanto, ressalta-se a validade de se considerar a rigidez da ligação nos estudos de comportamento global da estrutura.

A LCSP estudada, via simulação numérica, por Medeiros, Kaminski e Alva (2012) apresenta-se mais flexível que a estimativa dada pelos modelos de Frye e Morris (1975) e Ang e Morris (1984). No presente trabalho, a rigidez obtida através da simulação numérica, assim como a experimental, foi menor que as estimativas analíticas dos modelos de Frye e Morris (1975), de Lee e Moon (2002) e de Yang e Lee (2007); entretanto, foi maior que a rigidez dada pelo modelo de Prabha et al. (2015), conforme dados de Tabela 4.1–5 e Tabela 5.1–3.

A seguir, na Tabela 5.2–3, compara-se o presente trabalho com outro de mesma configuração de ligação: a publicação de Freitas et al. (2014).

**Tabela 5.2–3 – Comparação da simulação numérica de Freitas et al. (2014) e do presente trabalho para viga com LCPP.**

Parâmetro	Freitas et al. (2014)	Presente trabalho MEF	Presente trabalho Experimental
<b>Viga ligada com pino</b>			
Rigidez	320 kNm/rad	118,42 kNm/rad	111,5 kNm/rad
Carga	41100 N	40711,5 N	40711,5 N
Deslocamento	9,13 mm	8,9693 mm	8,86 mm
<b>Viga com LCPP</b>			
Rigidez	1250 kNm/rad	429,63 kNm/rad	269,5 kNm/rad
Carga	41100 N	40711,5 N	40711,5 N
Deslocamento	8,52 mm	7,9819 mm	8,53 mm

Fonte: o autor.

Freitas et al. (2014) afirmam que a rigidez da LCPP estudada é de  $1250 \text{ kNm/rad}$ . Entretanto, com base nos dados do presente trabalho, entende-se que a rigidez da LCPP varia conforme a carga aplicada. Diante disso, os dados expostos na Tabela 5.2–3 são apenas para traçar um comparativo com os dados de Freitas et al. (2014) para a condição de carga máxima aplicada, não refletindo os valores considerados como rigidez inicial para o presente trabalho.

No estudo de Prabha et al. (2015), para a ligação com cantoneiras de espessura 6 mm e altura 205 mm, o comportamento dado por seu modelo matemático é intermediário aos comportamentos experimentais e o dado pelo software Abaqus, sendo esse comportamento notavelmente mais flexível que o dado pela equação de Frye e Morris (1975), conforme apresentado na Figura 2.4–6. Para o presente trabalho, o modelo de Prabha et al. (2015) fornece  $164,9 \text{ kNm/rad}$  como valor de rigidez inicial, sendo inferior aos valores de rigidez obtidos através dos métodos numéricos e experimentais.

Como no presente estudo os deslocamentos tiveram sua menor mensuração na aplicação da carga de  $9810 \text{ N}$ , acredita-se ser possível calcular valores de rigidez inicial ainda maiores. Assim, toma-se como estimativa de rigidez inicial mais aproximada a dada pela equação de Frye e Morris (1975).

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do trabalho foi obter valores de rigidez rotacional para LCPP com dupla cantoneira 3"x3/8"x120 mm, ligando com três pares de parafusos ASTM A325-F Ø5/8" a viga W150,0x18,0 com 3 m de vão a duas colunas W200,0x46,1. Foram feitas estimativas analíticas através de modelos matemáticos, ensaios experimentais e simulações numéricas via método dos elementos finitos (MEF).

Entende-se que o comportamento da ligação estudada seria completamente caracterizado se a mesma fosse levada experimentalmente à ruptura. Entretanto, a pesquisa buscou caracterizar o comportamento estrutural da LCPP com foco na definição da rigidez inicial.

A LCPP com as dimensões utilizadas:

- pode ter sua rigidez inicial assumida como  $804 \text{ kNm/rad}$ , com base nos resultados experimentais, e  $668 \text{ kNm/rad}$ , com base nos resultados numéricos;
- apresenta em média 12 % de redução de momento fletor no centro do vão em comparação com a ligação sem rigidez, com base nos resultados experimentais, calculando-se a média para a gama de cargas aplicadas;
- apresenta em média 14 % de redução de momento fletor no centro do vão em comparação com a ligação sem rigidez, com base nos resultados numéricos via MEF, calculando-se a média para a gama de cargas aplicadas.

Como conclusão sumária, guardando as devidas proporções, é possível afirmar que existe uma parcela de rigidez rotacional nas ligações por cantoneiras. Considerar ou não essa rigidez nos modelos de análise das edificações cabe ao senso crítico do engenheiro estrutural.

## 6.1 Sugestões de continuidade

Descrevem-se aqui as sugestões para continuação da pesquisa:

- Simular numericamente com elementos de barra e casca, a fim de reduzir o tempo computacional;
- Experimentar uma viga curta, em balanço, ligada com LCPP, para comparar com outros trabalhos. No mesmo estudo, levar a ligação ao colapso;
- Avaliar numericamente a influência da rigidez encontrada no comportamento global de uma estrutura;
- Dar continuidade nos estudos de outras ligações no PPGEng.

## REFERÊNCIAS

- ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- AZEVEDO, A. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. 1. Ed. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 258 f.
- ANSYS Inc. **Element Reference**. Release 12.1. Canonsburg, 2009. 1698 pág.
- ASTANEH, A.; NADER, M. N.; MALIK, L. Cyclic Behavior of Double Angle Connections. **Journal of Structural Engineering**. n. 115, p. 1101-1118, 1989.
- European Committee for Standardization. **EUROCODE 3 – Design of steel structures** – Part 1.8: Design of joints. Bruxelas, 2005.
- FREITAS, D. B.; GOEDEL, F.; PRAVIA, Z. M. C.; BARUFFI, D. Avaliação da rigidez de vigas com conexões flexíveis. In: XXXVI JORNADAS SUL AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL. 2014, Montevideu. **Anais...**Montevideu, Associação Sul Americana de Engenharia Estrutural, 2014.
- FRYE, M. J.; MORRIS, G. A. Analysis of flexibly connected steel frames. **Canadian Journal of Civil Engineering**. Manitoba, n. 2, p. 280-291, 1975.
- GERDAU. **Ligações para estruturas de aço**: guia prático para estruturas com perfis laminados. BAIÃO FILHO, O. T.; SILVA, A. C. V. (Org). 6a ed. 2014.
- JOHNSTON, B.; GREEN, L. F. Flexible welded angle connections. **The Welding Journal**. Oct, 1940.
- KISHI, N.; HASAN, R.; CHEN, W. F.; GOTO, Y. Study of Eurocode 3 steel connection classification. **Engineering Structures**. v. 19, n. 9, p. 772-779, 1997.
- KULAK, G. L.; FISHER, J. W.; STRUIK, J. H. A. **Guide to design criteria for bolted and riveted joints**. 2a Ed. Chicago, AISC: 2001.
- LEE, S.S.; MOON, T.S. Moment-rotation model of semi-rigid connections with angles. **Engineering Structures**. n. 24, p. 227-237, 2002.
- LUI, E. M.; CHEN, W-F. Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames. **Engineering structures**. N. 8, p. 107-118, 1985.
- MEDEIROS, J. S.; KAMINSKI Jr., J.; ALVA, G. M. S. Determinação da rigidez rotacional de ligações com dupla cantoneira em estruturas de aço. In: Construmetal 2012. 2012, São Paulo. **Anais...**São Paulo, Associação Brasileira da Construção Metálica, 2012.

PEIXOTO, N. A. T. A. **Ligações metálicas de acordo com o Eurocódigo 3**. 2008. 197 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade de Aveiro, Aveiro, 2008.

PRABHA, P.; REKHA, S.; MARIMUTHU, V.; SARAVANAN, M.; PALANI, G. S.; SURENDRAN, M. Modified Frye-Morris polynomial model for double web-angle connections. **Advances in Structural Engineering**. n. 7, p. 295-306, 2015.

SEKULOVIC, M.; SALATIC, R.; NEFOVSKA, M. Dynamic analysis of steel frames with flexible connections. **Computers & Structures**. n. 80, p. 935-955, 2002.

YANG, J. G.; LEE, G. Y. Analytical models for the initial stiffness and ultimate moment of a double angle connection. **Engineering Structures**. n. 29, p. 542-551. 2007.

## OUTRAS REFERÊNCIAS CONSULTADAS

ALVARENGA, A. R. **As ligações semirrígidas na análise avançada com zona plástica de portais planos de aço**. 2010. 534 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil)-Universidade de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**. São Paulo: Érica, 2013. 300 p.

ANG, V. M.; MORRIS, G. A. Analysis of three dimensional frames with flexible beam-to-column connections. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v. 11, p. 245-254, 1984.

AUGUSTO, H. R. G. S.; CASTRO, J. M. F.; REBELO, C. A. S.; SILVA, L. A. P. S. Calibração de um modelo de elementos finitos de ligação metálica viga-pilar para validação dos modelos de cálculo do Eurocode 3. **Revista da Estrutura de Aço**. Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 20-39, 2014.

AZIZINAMINI, A.; BRADBURN, J. H.; RADZIMINSKI, J.B. Initial stiffness of semi-rigid steel beam-to-column connections. **Journal of Constructional Steel Research**. n. 8, p. 71-90, 1987.

CASTRO, R. A. **Modelagem Computacional de Ligações Semi-Rígidas e sua Influência na Resposta Dinâmica Não-Linear de Pórticos de Aço**. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)-Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

CHEN, WF; GOTO, Y; LIEW. JYR. **Stability design of semirigid frames**. New York: John Willey & Sons; 1996.

DÍAZ, C., et al. Review on the modelling of joint behavior in steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**.n. 67, p. 741-758, 2011.

FERAREZ, C. S.; GOEDEL, F.; PRAVIA, Z. M. C. Estudo de uma ligação rígida viga-coluna em estrutura de aço. In: XXXVI JORNADAS SUL AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL. 2014, Montevideu. **Anais...** Montevideu, Associação Sul Americana de Engenharia Estrutural, 2014.

FIGUEIREDO, L. M. B. **Ligações mistas viga-pilar** – análise teórica e experimental. 2004. 215 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas)-Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

GERSTLE, K. H. Effect of Connections on Frames. **Journal of Constructional Steel Research**.n. 10, p. 241-267, 1988.

INSTITUTO AÇO BRASIL. **Ligações em estruturas metálicas**. 4. ed. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil, v. 1. 2011a. 59 p.

\_\_\_\_\_. **Ligações em estruturas metálicas**. 4. ed. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil, v. 2. 2011b. 84 p.

KISHI, N.; CHEN, W.F. Moment–rotation relationship of semirigid connections with angles. **Journal of Structural Engineering**. n. 116, p. 1813-1834, 1990.

KISHI, N.; CHEN, W. F.; GOTO, Y.; MATSUOKA, K. G. Design aid of semi-rigid connections for frame analysis. **Engineering Journal**. AISC, n. 30, v. 3, p. 90-107, 1993.

LIMA, S. L., SORIANO, H. L. **Análise de Estruturas: Método das Forças e Método dos Deslocamentos**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2006. 308 p.

LOUREIRO, A.; REINOSA, J. M; GUTIÉRREZ, R.; MORENO, A. New proposal on the calculation of the flexural resistance in angle connections. **Journal of Constructional Steel Research**.n. 67, p. 613-622, 2011.

MAGGI, Y. I. **Análise numérica, via M.E.F., do comportamento de ligações parafusadas viga-coluna com chapa de topo**. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)-Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

MAGGI, Y. I. **Análise do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de topo estendida**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas)-Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

RIBEIRO, L. F. L. **Estudo do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-coluna com chapa de topo:** análise teórico-experimental. 1998. 560 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas)-Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

RICHARD, R. M.; ABBOTT, B. J. Versatile elastic-plastic stress-strain formula. **Journal of Engineering**. AISC, n. 101, p. 511-5\_\_, 1975.

SANTOS, L. B. dos. **Influência da rigidez das ligações em estruturas de aço.** 1998. 193 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)-Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

SORIANO, H. L. **Elementos Finitos:** Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009. 411 p.

SWANSON, J. A. **Characterization of the strength, stiffness and ductility of T-stub connections.** 1999. 804 f. V. 1. Tese (Pós Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental)-Georgia Institute of Technology, 1999.