



**UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO
FACULDADE DE ENGENHARIA E ARQUITETURA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
Área de Concentração: Infraestrutura e Meio Ambiente**

JULIANA TRICHES BOSCARDIN

**OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS EM
CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO
RESTRIÇÕES DE CARDINALIDADE**

**Passo Fundo, RS
2017**

JULIANA TRICHES BOSCARDIN

OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS EM CONCRETO
ARMADO CONSIDERANDO RESTRIÇÕES DE
CARDINALIDADE

Orientador: Prof. Dr. Moacir Kripka

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Passo Fundo, RS
2017

JULIANA TRICHES BOSCARDIN

OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS EM CONCRETO
ARMADO CONSIDERANDO RESTRIÇÕES DE
CARDINALIDADE

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Data de Aprovação: Passo Fundo, 29 de novembro de 2017.

Doutor Moacir Kripka
Orientador

Doutor Afonso Celso de Castro Lemonge
Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF

Doutor Pedro Domingos Marques Prietto
Universidade de Passo Fundo – UPF

Doutor Zacarias Martin Chamberlain Pravia
Universidade de Passo Fundo – UPF

Passo Fundo, RS
2017

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, por iluminar minha caminhada, e onde posso sempre encontrar a força e coragem de que preciso.

Um especial agradecimento aos meus pais, pelo amor, carinho, apoio incondicional e incentivo em todas as etapas de minha vida. Ao meu orientador, Prof. Moacir Kripka, por todo empenho, sabedoria e acima de tudo, compreensão. Meu muito obrigada, de coração.

Aos membros da banca pela disponibilidade em avaliar meu trabalho e pelas brilhantes sugestões e contribuições.

A todos os meus familiares e amigos que sempre estiveram presentes me aconselhando e incentivando com muito carinho.

Ao meu marido pelo amor, cumplicidade e por sempre acreditar em mim, me dando força nos momentos mais difíceis.

A minha sobrinha e afilhada Ana Livia, que com sua doçura e inocência me faz acreditar em mim mesma e com seu sorriso traz a esperança de um mundo melhor.

A CAPES e a Universidade de Passo Fundo pelo apoio financeiro concedido.

“Não sou obrigado a vencer, mas tenho o dever de ser verdadeiro. Não sou obrigado a ter sucesso, mas tenho o dever de corresponder à luz que tenho.” (Abraham Lincoln)

RESUMO

No pré-dimensionamento de estruturas, o engenheiro usa sua experiência e intuição para escolher os elementos que melhor irão atender aos aspectos de segurança e funcionalidade, ou seja, o cálculo é realizado através de um processo de tentativa e erro. Esse processo nem sempre garante a escolha da opção mais econômica, visto que existem várias soluções para uma mesma situação. As técnicas de otimização possuem basicamente esta função, de comparar e encontrar dentre um campo de soluções possíveis, a solução mais próxima da ótima. O espaço de busca da solução otimizada pode ser reduzido com o uso de restrições de cardinalidade, agrupando-se as variáveis de projeto, o que pode ser extremamente conveniente. O presente estudo objetivou a minimização do custo de pórticos planos de concreto armado, tendo como variáveis as seções transversais de vigas e pilares, através de processo heurístico de otimização, utilizando restrições de cardinalidade. Com este intuito, foi aprimorado um software anteriormente desenvolvido, o qual associa a análise e o dimensionamento de pórticos planos em concreto armado com o método de otimização Busca Harmônica. Além do agrupamento automático dos elementos, foi efetuada a atualização para a nova norma brasileira de dimensionamento de estruturas, NBR 6118:2014. Alguns exemplos de pórticos planos foram analisados e através dos resultados obtidos pode-se constatar o bom desempenho do método adotado, uma vez que as soluções otimizadas obtidas foram melhores ou bem próximas dos resultados obtidos pelo dimensionamento convencional das estruturas ou por outros métodos de otimização.

Palavras-chaves: Busca Harmônica. Concreto Armado. Otimização Estrutural. Pórticos Planos. Restrições de Cardinalidade.

ABSTRACT

In the pre-dimensioning of structures, the engineer uses his experience and intuition to choose the elements that will best meet the aspects of safety and functionality, that is, the calculation made through a process of trial and error. This process does not always guarantee a choice of the most economical option, since there are several solutions to a given situation. The optimization techniques aim the determination of a solution that is closer to the best one. The search space of the optimized solution can be reduced with the use of cardinality constraints, grouping the design variables, which may be extremely convenient. The present study aims to minimize the cost of reinforced concrete frames, using as variables the cross sections of beams and columns, through the heuristic optimization process, and by the usage of cardinality constraints. With this in mind, a previously developed software was improved, which associates the analysis and the dimensioning of reinforced concrete plane frames with the Harmony Search optimization method. In addition to the automatic grouping of the elements, an update was made to a new Brazilian structure sizing standard, NBR 6118: 2014. Some examples of plane frames were analyzed and through the obtained results it was verified the good performance of the adopted method, since the optimized solutions are better or very close to the results obtained by the conventional design of the structures or by other optimization methods.

Keywords: Harmonic Search. Reinforced Concrete. Structural Optimization. Concrete Frames, Cardinality Constraints.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Diagrama tensão-deformação idealizado	21
Figura 02 – Analogia entre improvisação e otimização	29
Figura 03 – Fluxograma básico do Método da Busca Harmônica.....	31
Figura 04 – Fluxograma da resolução do problema de otimização	48
Figura 05 – Variáveis referentes à seção transversal e armadura dos pilares.....	49
Figura 06– Variável referentes à altura das vigas.....	50
Figura 07 – Exemplo de otimização de pórtico plano com agrupamento de pilares.....	58
Figura 08 – Modelo do Pórtico Plano formado por um único pavimento e vão variável.....	62
Figura 09 – Relação Altura da Viga/Vão.....	62
Figura 10 – Custo ótimo do Pórtico Plano para diferentes comprimentos de vãos.....	63
Figura 11 – Valor de f_{ck} obtido para os elementos do pórtico plano.....	64
Figura 12 – Representatividade dos materiais no pórtico plano.....	65
Figura 13 – Representatividade dos materiais na viga.....	65
Figura 14 – Representatividade dos materiais nos pilares.....	66
Figura 15 – Modelo do Pórtico Plano formado por 12 pavimentos.....	67
Figura 16 – Comparativo estrutura otimizada com restrições de cardinalidade.....	67
Figura 17 – Esquema das soluções ótimas para o modelo de 12 pavimentos.....	69
Figura 18 – Variação no custo da estrutura com o aumento do número de iterações.....	70
Figura 19 – Modelo estrutural com 2 vãos e 6 pavimentos.....	70
Figura 20 – Esquema das soluções ótimas para modelo retirado da literatura.....	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal.....	20
Tabela 02 - Concretos até C50.....	20
Tabela 03 - Concretos C55 a C90.....	20
Tabela 04 - Coeficiente adicional γ_n para pilares e pilares-parede ABNT NBR 6118:2007.....	22
Tabela 05 - Coeficiente adicional γ_n para pilares e pilares-parede ABNT NBR 6118:2014.....	22
Tabela 06 - Autores e seus principais objetivos em estudos relacionados ao método Busca Harmônica.....	33
Tabela 07 - Principais objetivos e métodos empregados pelos autores na otimização de estruturas de concreto armado.....	41
Tabela 08 - Principais objetivos e métodos empregados pelos autores na otimização com utilização de restrições de cardinalidade.....	45
Tabela 09 – Custo do concreto usinado bombeável para cada resistência característica de concreto.....	61
Tabela 10 - Resultados ótimos obtidos para o pórtico plano de 12 pavimentos.....	68
Tabela 11 - Resultados ótimos obtidos para o pórtico plano de 2 vãos e 6 pavimentos.....	71
Tabela 12 - Resultados ótimos obtidos para o pórtico plano de 2 vãos e 6 pavimentos, considerando um agrupamento uniforme de seções de pilares.....	71
Tabela 13 - Resultados ótimos obtidos para o pórtico plano de 2 vãos e 6 pavimentos, considerando restrições de cardinalidade.....	72
Tabela 14 - Resultados ótimos obtidos na literatura para o pórtico plano de 2 vãos e 6 pavimentos.....	73

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI – *American Concrete Institute* – Instituto Americano de Concreto
AG – Algoritmos Genéticos
C50 – Classe de Resistência do Concreto de 50 MPa
C90 – Classe de Resistência do Concreto de 90 MPa
HMCR - *Harmony Memory Considering Rate*; Taxa de Escolha de um Valor de Memória
HM - *Harmony Memory*; Memória Harmônica
HMS - *Harmony Memory Size*; Tamanho da Memória Harmônica
HS – *Harmonic Search*; Busca Harmônica
MI - *Maximum Improvisation*; Máximo de Improvisos
MPa – Megapascal
NBR – Norma Brasileira Regulamentadora
PAR - *Pitch Adjusting Rate*; Taxa de Ajuste dos Valores
IHS - *Improved Harmony Search*; Busca Harmônica Melhorado
EHS – *Efficient Harmony Search*; Busca Harmonica Eficiente
SAHS – *Self Adaptative Harmony Search*; Busca Harmonica Auto Adaptativa
DLHS - *Dynamic Local-best Harmony Search*; Busca Dinâmica da Melhor Harmonia Local

LISTA DE SÍMBOLOS

$A_{s\ flexão}$ – área de aço armadura longitudinal
 $A_{s\ w}$ – área de aço armadura transversal
 $A_{s\ pele}$ – área de aço armadura de pele
 $A_{C\ min}$ – área da seção transversal de concreto mínima para pilares
 αE – parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade
 bp – menor dimensão da seção transversal do pilar
 bw – passo máximo de ajuste para o tom
 S – espaçamento de armaduras
 S_{max} – espaçamento máximo de armaduras
 S_{min} – espaçamento mínimo de armaduras
 E_{ci} – módulo de elasticidade inicial do concreto
 E_{cs} – módulo de deformação secante do concreto

\mathcal{E}_{c2} - deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico

\mathcal{E}_{cu} - deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

EI – rigidez

f_{cd} – resistência de cálculo à compressão do concreto

f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto

$f_{ctk, inf}$ – resistência característica inferior à tração do concreto

$f_{ctk, sup}$ – resistência característica superior à tração do concreto

f_{ct} – resistência do concreto à tração direta

$f_{ct,f}$ – resistência do concreto à tração na flexão

$f_{ct,m}$ – resistência média à tração do concreto

$f_{ct,sp}$ – resistência do concreto à tração indireta

f_{ywk} – resistência característica de escoamento de aço da armadura transversal

$f(x_i)$ – função objetivo

$g_j(x_i)$ – restrição de desigualdade

$h_k(x_i)$ – restrição de igualdade

M_{rd} – momento resistente

M_{AS} – momento fletor da armadura comprimida

$M_{AS'}$ – momento fletor da armadura tracionada

M_{sd} – momento solicitante de pilares

M_{sd2} – momento solicitante de vigas

N_{sd} – esforço normal solicitante

ρ – taxa de armadura

ρ_{max} – taxa de armadura máxima

ρ_{min} – taxa de armadura mínima

ρ_{swmin} – taxa de armadura transversal mínima

$rand$ – número aleatório

Rs – custo em Rúpia (moeda indiana)

V_{sd} – esforço Cortante solicitante

V_{Rd2} – esforço cortante resistente de vigas

Υ_n – coeficiente adicional considerado no dimensionamento de pilares com dimensões entre 14 e 19cm.

Υ_s – peso específico do aço

λ - índice de esbeltez de pilares

Φ – diâmetro das barras da armadura

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Considerações Iniciais	14
1.2 Justificativa	15
1.3 Objetivos	16
1.3.1 <i>Objetivo Geral</i>	16
1.3.2 <i>Objetivos Específicos</i>	16
2 REVISÃO DE LITERATURA	17
2.1 Estruturas em Concreto Armado	17
2.1.1 <i>Estados Limites</i>	18
2.1.2 <i>Alterações NBR 6118:2014</i>	18
2.1.2.1 <i>Classes de Resistência</i>	18
2.1.2.2 <i>Resistência à Tração</i>	18
2.1.2.3 <i>Módulo de Elasticidade</i>	19
2.1.2.4 <i>Cobrimento</i>	20
2.1.2.5 <i>Taxa de Armadura Mínima</i>	20
2.1.2.6 <i>Diagrama Tensão x Deformação (Compressão)</i>	21
2.1.2.7 <i>Dimensões Mínimas de Pilares</i>	21
2.2 Otimização Estrutural	22
2.2.1 <i>Etapas do Processo de Otimização</i>	23
2.2.2 <i>Conceito dos Problemas de Otimização</i>	24
2.2.2.1 <i>Função Objetivo</i>	24
2.2.2.2 <i>Variáveis de Projeto</i>	24
2.2.2.3 <i>Restrições de Projeto</i>	25
2.2.2.4 <i>Espaço de Busca ou Região Factível</i>	25
2.2.2.5 <i>Ponto Ótimo</i>	25
2.2.2.6 <i>Valor Ótimo</i>	25
2.2.2.7 <i>Solução Ótima</i>	25
2.2.3 <i>Métodos de Resolução de Problemas de Otimização</i>	26

2.2.4 Método da Busca Harmônica.....	27
2.2.5 Otimização de Estruturas de Pórticos Planos em Concreto Armado	34
2.2.6 Otimização de Estruturas com Restrições de Cardinalidade	43
3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	47
3.1 Parâmetros Fixos	47
3.2 Variáveis de Projeto	49
3.3 Função Objetivo.....	50
3.4 Restrições Impostas	53
4 ANÁLISES NUMÉRICAS	60
4.1 Parâmetros Fixos	60
4.1.1 Dados de Entrada.....	60
4.1.2 Carregamento.....	60
4.1.3 Custos*	60
4.2 Exemplo I	61
4.3 Exemplo II.....	66
4.4 Exemplo III	70
5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	75
REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

O concreto armado é a união do concreto simples e de um material resistente à tração (envolvido pelo concreto) de tal modo que ambos resistam solidariamente aos esforços solicitantes. Esse sistema construtivo vem sendo largamente usado em todos os países do mundo e em vários tipos de construção, porém, em nenhum país a tecnologia do concreto armado é tão utilizada quanto no Brasil, sendo a técnica predominante na execução de estruturas de edifícios no país, tanto por motivos econômicos como culturais.

O concreto armado é um material que apresenta diversas características positivas, como economia, durabilidade, adaptação a qualquer tipo de forma, rapidez de construção, manutenção e conservação praticamente inexistentes, segurança contra o fogo, impermeabilidade, e resistência ao choque e vibrações, justificando sua vasta aplicação em projetos estruturais.

A busca por soluções eficazes e com baixo custo, há muito tempo tornou-se prioridade nos projetos de engenharia. O mercado competitivo criado entre as empresas de engenharia aumentou a preocupação com a redução de custos dos empreendimentos. O mercado de trabalho da construção civil também apresenta-se cada vez mais exigente com relação a prazos. Por isso, construir de maneira rápida, com economia, segurança e qualidade passou a ser um grande desafio para o setor da engenharia.

O dimensionamento de elementos estruturais é um processo iterativo, onde o projetista, baseado em sua experiência e intuição, determina o tamanho inicial de cada elemento, o qual deve satisfazer a resistência e requisitos de funcionalidade estipulados por norma. Com base nisso, o projeto é melhorado para reduzir os custos sem comprometer a segurança. No entanto, sendo muitas as soluções possíveis para um determinado problema, é pouco provável que a melhor de todas as soluções seja encontrada usando esta estratégia. A utilização de um modelo matemático bem definido para descrever o problema pode fornecer uma solução otimizada, com base em um processo sistemático, em que os objetivos, restrições e variáveis de projeto são reduzidos (KRIPKA et al. 2015).

Nesse contexto, a otimização de estruturas tem se mostrado uma ferramenta importante na busca por soluções mais enxutas e econômicas, selecionando assim a melhor solução entre as inúmeras possíveis.

As técnicas de otimização mostram-se como ferramentas extremamente valiosas, e têm por objetivo auxiliar o engenheiro projetista a projetar e dimensionar a estrutura da forma mais

econômica possível, atendendo às condições construtivas e as especificações impostas por normas, obtendo-se uma estrutura resistente, estável, durável, segura e com o menor custo.

No presente estudo foi abordada a otimização dos custos de estruturas de concreto armado, formadas por pórticos planos. As análises foram realizadas a partir de software implementado em linguagem Fortran, sendo considerados, na obtenção da solução, os custos do concreto, armadura e fôrmas de pilares e vigas. Esse software, até o desenvolvimento do presente estudo, era capaz de minimizar os custos de pórticos planos de concreto armado, porém, seu dimensionamento era embasado na norma ABNT NBR 6118:2007, que já não está mais em vigor, sendo substituída pela ABNT NBR 6118:2014. Através deste trabalho, no programa computacional foram implementadas restrições de cardinalidade na otimização de pórticos planos em concreto armado para agrupar elementos da estrutura.

1.2 Justificativa

Apesar da crescente busca por economia no dimensionamento de estruturas, engenheiros ainda desenvolvem seus projetos por métodos convencionais de dimensionamento, baseados na experiência e intuição do projetista através de um processo iterativo, o que pode resultar em estruturas não econômicas, demandando demasiado tempo.

Neste contexto, a otimização pode ser utilizada como uma ferramenta de auxílio ao projetista nas tomadas de decisões, desde a definição do pré-dimensionamento dos elementos estruturais até seu dimensionamento final, eliminando o procedimento de tentativa e erro e, conseqüentemente, diminuindo o tempo de projeto.

Os métodos heurísticos de otimização, dentre os diversos métodos existentes, vêm sendo amplamente empregados, devido principalmente a sua versatilidade. Os métodos heurísticos considerados de maior destaque são: Busca Tabu, Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*), Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Enxame de Partículas e Busca Harmônica. Dentre eles, o método da Busca Harmônica foi escolhido devido a estudos anteriores (Medeiros, 2012; Boito, 2016) e por apresentar resultados promissores, quando comparado a outros métodos (Medeiros e Kripka, 2012).

Atualmente, houve um aumento nos estudos sobre a incorporação de restrições de cardinalidade aos problemas de otimização, onde as dimensões das seções transversais dos elementos são muitas vezes agrupadas para reduzir o número de variáveis de projeto, diminuindo assim o tempo de processamento e facilitando a busca de resultados otimizados.

No desenvolvimento de modelos estruturais, em geral, os projetistas evitam a variação no tamanho dos elementos estruturais, procurando agrupá-los tanto quanto possível. Estes

agrupamentos produzem efeitos estéticos e facilitam a confecção de fôrmas para estruturas de concreto armado. Portanto, os elementos são agrupados em um menor número de diferentes seções transversais para fornecer uma solução interessante e prática. No entanto, o resultado é altamente dependente deste agrupamento, porque a dimensão de cada elemento e, conseqüentemente, o custo total, será determinado pelo elemento mais carregado em cada grupo. Como resultado, seria útil para o projetista deixar ao algoritmo otimizador a tarefa de decidir como agrupar membros e/ou variáveis de projeto. Além disso, se o projetista pudesse limitar o número de diferentes variáveis de projeto, ele poderia alcançar economia na compra de materiais e simplificar a construção da estrutura. Isso pode ser alcançado através da introdução de uma restrição de cardinalidade, na qual o projetista é capaz de impor o número máximo de variáveis de projeto distintas que aparecem em qualquer solução candidata.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Otimizar estruturas de pórticos planos de concreto armado, tendo como variáveis as seções transversais de vigas e pilares, utilizando restrições de cardinalidade.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho foram:

- a) Formular um problema de minimização do custo de estruturas de concreto armado, tratado como pórticos planos, obedecendo às restrições de funcionalidade e segurança da ABNT NBR 6118:2014, considerando-se os custos de concreto, aço e fôrmas;
- b) Implementar a formulação desenvolvida pelo emprego de método heurístico de otimização, utilizando restrições de cardinalidade para o agrupamento de elementos;
- c) Analisar os resultados obtidos propondo parâmetros para o dimensionamento otimizado de pórticos planos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Estruturas em Concreto Armado

O concreto armado foi criado na Europa no século XIX e consiste na combinação do concreto com um material resistente à tração (armadura), envolvido pelo primeiro, com perfeita aderência entre os dois materiais, de tal maneira que ambos resistam solidariamente aos esforços a que forem submetidos. A junção da propriedade de resistência à tração do aço com a resistência à compressão do concreto foi devido à necessidade de obter maior resistência dos elementos estruturais à tração, visto que o concreto resiste somente aos esforços de compressão. A associação destas propriedades também permite vencer vãos maiores e alcançar grandes alturas, além disso, entre muitas as vantagens do concreto, é um material plástico, moldável, ao qual é possível atribuir várias formas.

De acordo com o que diz a ABNT NBR 6118:2014: “As estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que, sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizados em projeto, conservem sua segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o prazo correspondente a sua vida útil”.

As estruturas de concreto apresentam algumas vantagens em relação a outros materiais estruturais, entre elas: boa resistência à maioria dos tipos de solicitação; economia na construção (facilidade na obtenção de materiais); baixo custo de mão-de-obra com facilidade e rapidez de execução; gastos com manutenção reduzidos; a estrutura é monolítica, possibilitando que trabalhe integralmente, permitindo a redistribuição dos esforços solicitantes; é moldável, permitindo grande variabilidade de formas e de concepções arquitetônicas; é um material durável, seguro contra fogo, resistente a choques, vibrações, efeitos térmicos, atmosféricos e a desgastes mecânicos.

As desvantagens do concreto armado que precisam ser consideradas na fase de projeto se resumem a: elementos estruturais com maiores dimensões do que os de aço, acarretando em um peso próprio maior quando comparado com outros materiais estruturais; necessitam de fôrmas e escoramentos, os quais não podem ser removidos até que o concreto atinja a resistência adequada; as reformas e adaptações são trabalhosas e de difícil construção, tornando-se, em alguns casos, inviáveis; as estruturas de concreto apresentam fissuras em virtude da pouca resistência do concreto à tração em relação à de compressão, o que pode causar desconforto visual.

2.1.1 Estados Limites

As estruturas de concreto armado são projetadas de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, e devem ser dimensionadas para que apresentem segurança e funcionalidade satisfatórias. Para isso, devem ser verificados os Estados Limites, que correspondem a situações a partir das quais a estrutura apresenta desempenho inadequado sendo, portanto, imprópria para o uso.

Os Estados Limites são classificados em Estados Limites Últimos (ruína) e Estados Limites de Serviço (uso). Estados Limites Últimos correspondem à máxima capacidade portante da estrutura, podendo determinar a paralisação de parte ou de toda a construção. Estados Limites de Serviço correspondem a condições problemáticas em serviço, que podem causar desconforto por parte dos usuários e que podem ser indícios de comprometimento da estrutura.

2.1.2 Alterações NBR 6118:2014

Este item tem por finalidade apresentar algumas das modificações feitas na norma ABNT NBR 6118:2014, que estabelece os requisitos básicos exigíveis para o projeto de estruturas de concreto armado, e substitui a norma ABNT NBR 6118:2007 utilizada até então. As alterações utilizadas neste estudo são listadas a seguir, de acordo com Santos, Bueno e Kimura (2013):

2.1.2.1 Classes de Resistência

A norma anterior aplicava-se a concretos compreendidos nas classes de resistência do grupo I, da ABNT NBR 8953, até C50. Com a alteração, foram incluídos os concretos compreendidos nas classes de resistência dos grupos I e II, da ABNT NBR 8953, até a classe C90.

2.1.2.2 Resistência à Tração

De acordo com a ABNT NBR 6118, a resistência do concreto à tração direta f_{ct} pode ser considerada igual a $0,9 f_{ct,sp}$ (0,9 vezes a resistência do concreto à tração indireta) ou $0,7 f_{ct,f}$ (0,7 vezes a resistência do concreto à tração na flexão), ou, na falta de ensaios para obtenção de

$f_{ct,sp}$ e $f_{ct,f}$, pode ser avaliado o seu valor médio ou característico por meio das seguintes equações:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$$

Onde:

$f_{ctk,inf}$ - resistência característica inferior à tração do concreto;

$f_{ctk,sup}$ - resistência característica superior à tração do concreto;

$f_{ct,m}$ - resistência média à tração do concreto.

Para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$$

Pela nova norma, para concretos de classes C55 até C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck})$$

Onde:

f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto;

$f_{ct,m}$ e f_{ck} são expressos em megapascal (MPa).

2.1.2.3 Módulo de Elasticidade

O módulo de elasticidade (E_{ci}) deve ser obtido segundo ensaio estabelecido por norma. Quando não forem realizados ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial usando as expressões a seguir:

$$E_{ci} = \alpha E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ para concretos C20 a C50;}$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha E \cdot [(f_{ck}/10) + 1,25]^{1/3}, \text{ para concretos C55 a C90.}$$

Sendo:

$$\alpha E = 1,2 \text{ para basalto e diabásio}$$

$$\alpha E = 1,0 \text{ para granito e gnaisse}$$

$$\alpha E = 0,9 \text{ para calcário}$$

$$\alpha E = 0,7 \text{ para arenito.}$$

Onde:

E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal (MPa).

O módulo de deformação secante pode ser obtido segundo método de ensaio estabelecido por norma, ou estimado pela expressão:

$$E_{cs} = \alpha i \cdot E_{ci} \text{ (Mpa)}$$

$$\alpha i = 0,8 + 0,2 \cdot (f_{ck}/80) \leq 1,0$$

Anteriormente, a ABNT NBR 6118:2007 usava a expressão $E_{cs} = 0,85.E_{ci}$ para qualquer concreto até C50.

2.1.2.4 Cobrimento

Na ABNT NBR 6118:2014 foi incluída na tabela de cobrimento nominal, valores de cobrimento para elementos estruturais em contato com o solo, como pode ser observado na Tabela 01.

Tabela 01 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

Fonte: Adaptado ABNT NBR 6118:2014.

2.1.2.5 Taxa de Armadura Mínima

Pode ser considerada atendida se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura da Tabela 02 e da Tabela 03.

Tabela 02 - Concretos até C50.

f_{ck} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
ρ_{min} (%)	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208

Fonte: Adaptado ABNT NBR 6118:2014.

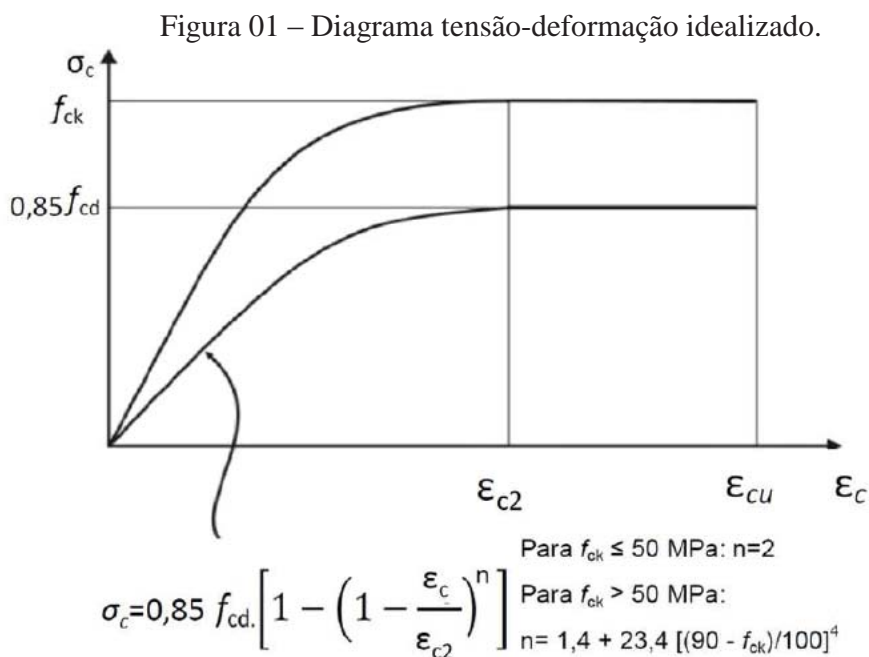
Tabela 03 - Concretos C55 a C90.

f_{ck} (MPa)	55	60	65	70	75	80	85	90
ρ_{min} (%)	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

Fonte: Adaptado ABNT NBR 6118:2014.

2.1.2.6 Diagrama Tensão x Deformação (Compressão)

Para análises no estado-limite último, é empregado o diagrama tensão-deformação idealizado mostrado na Figura 01.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

Os valores a serem adotados para os parâmetros ϵ_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e ϵ_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura) são definidos a seguir:

Para concretos de classes até C50:

$$\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰};$$

$$\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$$

Para concretos de classes C55 até C90:

$$\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53};$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4$$

2.1.2.7 Dimensões Mínimas de Pilares

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, a seção transversal de pilares maciços, qualquer que seja a sua forma, não deve apresentar dimensão menor que 19 cm.

Na versão antiga da norma (ABNT NBR 6118:2007), em casos especiais, permitia-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 12 cm, desde que multiplicadas as ações a serem

consideradas no dimensionamento por um coeficiente adicional γ_n , de acordo com o indicado na Tabela 04.

Tabela 04 – Coeficiente adicional γ_n para pilares e pilares-parede ABNT NBR 6118:2007.

b cm	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35

Onde:
 $\gamma_n = 1,95 - 0,05 b$;
 b é a menor dimensão da seção transversal do pilar.
 NOTA O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nos pilares, quando de seu dimensionamento.

Fonte: ABNT NBR 6118:2007.

Na nova versão da norma (ABNT NBR 6118:2014), em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 14 cm, desde que se multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento por um coeficiente adicional γ_n , de acordo com o indicado na Tabela 05. Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm².

Tabela 05 – Coeficiente adicional γ_n para pilares e pilares-parede ABNT NBR 6118:2014.

b cm	≥ 19	18	17	16	15	14
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

onde
 $\gamma_n = 1,95 - 0,05 b$;
 b é a menor dimensão da seção transversal, expressa em centímetros (cm).
 NOTA O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

2.2 Otimização Estrutural

A otimização pode ser definida como a busca da solução de problemas, onde é necessária a maximização ou minimização de uma função dentro de um domínio que contém valores aceitáveis de variáveis, normalmente sujeita a restrições. Pode haver um conjunto muito grande de variáveis no domínio que maximiza ou minimiza a função, desde que satisfaçam as restrições descritas. Elas são chamadas soluções aceitáveis e a melhor solução entre elas (que satisfaz as restrições) são obtidas como a solução ótima do problema. O objetivo dos métodos

de otimização estrutural é minimizar o tamanho dos elementos estruturais, considerando a sua capacidade de carga, a fim de reduzir o custo total com a redução do material necessário para a construção. (TOGAN, 2012)

De acordo com Lee e Geem (2004), a otimização do projeto estrutural é uma atividade desafiadora que tem ganhado considerável atenção nas duas últimas décadas. Engenheiros são capazes de produzir projetos de melhor qualidade, poupando tempo e dinheiro através da otimização. Tradicionalmente, vários métodos matemáticos têm sido desenvolvidos para resolver problemas de otimização na engenharia.

2.2.1 Etapas do Processo de Otimização

Os problemas de minimização matemática geralmente são da seguinte forma:

Minimizar:

$$f(x_i), \text{ sendo } i = 1, n \quad (3)$$

Sujeito a:

$$g_j(x_i) \leq 0, \text{ sendo } j = 1, m \quad (4)$$

$$h_k(x_i) = 0, \text{ sendo } k = 1, l \quad (5)$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad (6)$$

onde f é a função objetivo, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ consiste no vetor das variáveis de dimensão n e as demais funções são as chamadas restrições do problema (respectivamente, restrições de desigualdade g , de igualdade h e espaço de possíveis valores de x).

Arora (2004) acredita que a definição apropriada e a formulação de um problema levam cerca de cinquenta por cento do esforço total necessário para resolvê-lo. Por isso, é fundamental seguir os procedimentos definidos para a formulação de problemas, uma vez que a melhor solução será tão boa quanto sua formulação.

De forma geral, busca-se na otimização estrutural, minimizar os custos das estruturas obedecendo-se as condições de funcionalidade e segurança estabelecidos normativamente.

2.2.2 Conceito dos Problemas de Otimização

A seguir são apresentados alguns conceitos iniciais de fundamental importância para o entendimento da otimização matemática.

2.2.2.1 Função Objetivo

É a função de uma ou mais variáveis que se quer otimizar, minimizando-a ou maximizando-a. Representa matematicamente o problema a ser otimizado e pode conter uma ou mais variáveis de projeto. O problema de otimização pode ser multiobjetivo, quando leva em consideração vários critérios a serem otimizados; multimodal, quando possui mais de um ponto ótimo; e multidimensional, quando é função de mais de uma variável de projeto.

2.2.2.2 Variáveis de Projeto

As variáveis de projeto são os valores que se alteram durante o processo de otimização, podendo ser contínuas (reais), inteiras, discretas (podem assumir apenas alguns valores específicos de um conjunto) ou mistas. Em problemas de otimização estrutural é comum a utilização de espaços de busca com variáveis discretas.

As variáveis de projeto podem representar informações como, por exemplo, propriedades do material, as dimensões das seções transversais ou comprimento dos elementos.

De acordo com as variáveis consideradas, a otimização pode ser classificada em três tipos: dimensional, geométrica e topológica. A otimização dimensional consiste na determinação das dimensões ótimas da seção transversal dos elementos estruturais, ou seja, busca encontrar as dimensões da estrutura que minimizem seu custo de fabricação ou peso. Por exemplo, no caso de uma viga, buscar as dimensões da seção transversal (altura e base da viga) que minimizem seu volume. A otimização geométrica define a localização ótima dos pontos nodais no espaço de coordenadas. Geralmente é aplicada na engenharia civil no projeto de treliças ou torres de transmissão, onde o algoritmo de otimização busca a posição dos nós de cada barra de forma a minimizar o custo final da estrutura e garantir sua segurança. A otimização topológica consiste na determinação do número de nós e de elementos da estrutura, bem como a relação de conectividade entre os mesmos. Em outras palavras, definido um projeto inicial, o algoritmo tem a capacidade de retirar material de qualquer região, de forma a minimizar seu peso garantindo a segurança da estrutura.

2.2.2.3 Restrições de Projeto

A maioria dos problemas de otimização estrutural estão sujeitos a restrições. Na busca pelo valor ótimo para as variáveis de projeto, estas podem estar sujeitas a algumas limitações que devem, portanto, ser implementadas no algoritmo de otimização e podem ser aplicadas a todas as grandezas envolvidas.

As restrições de projeto são funções de igualdade ou de desigualdade, que apresentam situações de projeto consideradas indesejáveis, delimitando o espaço de busca. Em otimização estrutural podem ser de dois tipos: restrições de comportamento, que representam as condições desejáveis de limite de tensões, deslocamentos, capacidade resistente, etc; e restrições laterais, que atuam diretamente sobre as variáveis de projeto, limitando seus valores. Alguns problemas de otimização podem também não apresentar qualquer tipo de restrição e, nesse caso, são chamados problemas sem restrições.

2.2.2.4 Espaço de Busca ou Região Factível

É o conjunto, espaço ou região que contém as soluções possíveis ou viáveis do problema a ser otimizado. Compreende todos os valores de $f(x)$ para todas as combinações possíveis entre o conjunto de variáveis, respeitando-se às funções de restrição.

2.2.2.5 Ponto Ótimo

É o ponto caracterizado pelo vetor das variáveis de projeto que extremizam (minimiza ou maximiza) a função objetivo e satisfazem as restrições impostas.

2.2.2.6 Valor Ótimo

Valor da função objetivo para um respectivo ponto ótimo.

2.2.2.7 Solução Ótima

É formada pelo ponto ótimo e pelo valor ótimo, podendo ser do tipo local, quando um valor ótimo é localizado, ou global, quando o valor ótimo for global na região factível, ou seja, não existe a possibilidade de outra solução melhor. Ainda, pode ser restrita, quando o valor

ótimo encontrado atende a todas as restrições impostas, ou irrestrita, no caso de a solução ótima não atender às restrições.

Soluções alternativas são soluções ótimas encontradas quando a função apresentar mais de um ponto de máximo ou de mínimo iguais.

2.2.3 Métodos de Resolução de Problemas de Otimização

De forma geral, os algoritmos de otimização são iniciados através de uma estimativa inicial dos valores ótimos, através de um processo iterativo, o que gera uma sequência de estimativas, sendo estas refinadas até o encontro da melhor solução.

Sabe-se que os algoritmos usados para a solução de um problema de otimização podem ser, basicamente, determinísticos ou probabilísticos. Os métodos de otimização baseados em algoritmos determinísticos ou Métodos de Programação Matemática, visam que nenhuma decisão de caráter aleatório seja possível e, em geral, são baseados nos cálculos de derivadas de primeira ordem ou no cálculo de derivadas parciais de segunda ordem. Os métodos de otimização baseados em algoritmos determinísticos geram uma sequência de soluções possíveis, requerendo na maioria das vezes que a função objetivo seja contínua e diferenciável, como é o caso da maioria dos métodos da programação matemática, porém não representa a maioria dos problemas práticos de engenharia, dificultando, assim, a sua aplicação.

Vários métodos matemáticos têm sido desenvolvidos para resolver problemas de otimização na engenharia. No entanto, estes métodos representam uma abordagem limitada, e nenhum método é completamente eficiente para todos os tipos de problemas de otimização. Os métodos de programação matemática apresentam limitações, como dificuldade em identificar soluções ótimas globais, pois são muito dependentes do ponto de partida; dificuldade de trabalhar com variáveis discretas, bem como de operar com funções não diferenciáveis.

Enquanto isso, os métodos baseados nos algoritmos probabilísticos introduzem no processo de otimização dados e parâmetros estocásticos resolvendo o problema do ponto de vista probabilístico. Não aplicam o cálculo de derivadas, atuando diretamente na busca das soluções no espaço viável. Métodos deste tipo exigem um grande número de avaliações do valor da função objetivo e das restrições, tornando-se assim métodos computacionalmente caros (MEDEIROS E KRIPKA, 2012).

Há algumas décadas vem surgindo com intensidade o interesse por algoritmos inspirados no comportamento da natureza, para a resolução de problemas complexos de otimização, uma vez que os métodos tradicionais mostram-se poucos eficientes em algumas situações.

De acordo com Angelo, Bernardino e Barbosa (2015), na prática, as variáveis de projeto são muitas vezes escolhidas a partir de tamanhos e/ou tipos comercialmente disponíveis, o que leva a um problema discreto de otimização, o qual geralmente é mais difícil de resolver quando comparado a problemas de otimização de variáveis contínuas. De fato, técnicas de programação matemática que são usadas no caso contínuo devem ser adaptadas para lidar com as variáveis discretas. Qualquer tentativa de arredondar ou substituir os valores obtidos pelos tamanhos comerciais mais próximos, pode potencialmente tornar o projeto inviável. Assim, o uso de heurísticas inspiradas na natureza, torna-se atraente.

Os métodos de otimização baseados em algoritmos probabilísticos são aqueles em que os elementos aleatórios são introduzidos dentro do próprio algoritmo com o intuito de testar novas direções para a busca de novas soluções, sendo esta busca realizada dentro de toda a região factível disponível e trabalhando-se com ambos os parâmetros, contínuos e discretos, considerados portanto, como algoritmos de otimização global. Alguns dos métodos considerados heurísticos são: Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*), Algoritmos Genéticos, Busca Tabu, Colônia de Abelhas, Colônia de Formigas, Enxame de Partículas e o Busca Harmônica.

O estudo de Gandomi et al. (2013), forneceu uma visão geral dos principais algoritmos metaheurísticos inspirados na natureza e descreveu algumas aplicações recentes desses algoritmos. Dentre as várias metaheurísticas levantadas estão: Algoritmos Genéticos, Busca Harmônica, Colônia de Formigas, Enxame de Partícula, etc. Com o estudo observou-se que os algoritmos metaheurísticos foram bem sucedidos ao resolver uma variedade de problemas reais. No entanto, várias questões relacionadas a esse tipo de algoritmo de otimização devem ser estudadas e analisadas.

2.2.4 Método da Busca Harmônica

O algoritmo de busca harmônica (HS – *Harmonic search*) foi originalmente proposto por Geem, Kim e Loganathan (2001) para a solução de problemas de otimização combinatória. O método consiste na observação do desempenho de músicos em uma orquestra que buscam a melhor harmonia possível (harmonia perfeita). Esta harmonia perfeita é considerada análoga a achar a solução ótima de um problema de otimização e refere-se a um determinado padrão de qualidade de áudio. O HS inspira-se na observação da capacidade de improvisação dos músicos para a obtenção de novas harmonias levando-se em conta a frequência, timbre e amplitude do instrumento de cada um (MEDEIROS, 2012).

Segundo Lee e Geem (2004), na improvisação do Jazz, o músico concentra-se na procura da harmonia musicalmente agradável (estado perfeito) conforme determinado pela estética, do mesmo jeito como o processo de otimização de busca para encontrar uma solução global (estado perfeito) conforme determinado por uma função objetivo. O passo de cada instrumento musical determina a qualidade estética, assim como o valor da função objetivo é determinada pelo conjunto de valores atribuídos a cada variável de decisão.

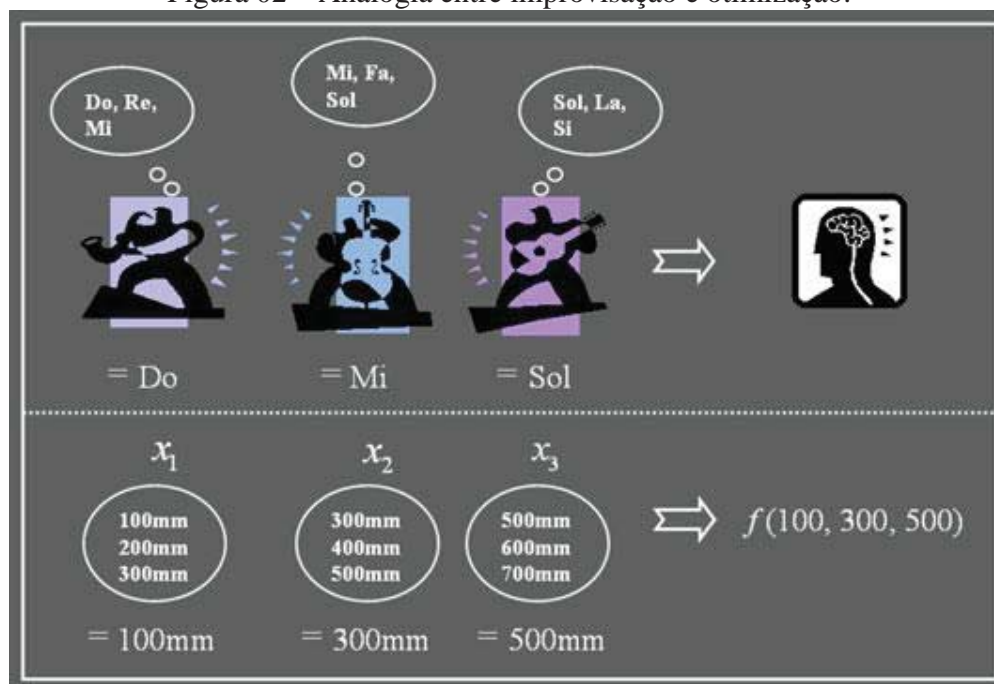
Inicialmente, os músicos já possuem em mente um conjunto de acordes e notas que serão executados no decorrer da música. Contudo, na busca por uma melhor harmonia, eles começam a improvisar novos acordes e notas. Essa improvisação pode considerar a experiência e conhecimento musical dos instrumentistas ou pode ser uma improvisação nova. Em seguida, os músicos avaliam se a nota ou acorde improvisado é melhor que aquele que era usado anteriormente. Caso a avaliação seja positiva, ela passa a incorporar o conjunto de novas notas e acordes na execução da melodia. Portanto, a possibilidade de se encontrar uma melhor harmonia cresce na medida em que um número de tentativas de improvisação vai sendo feito, pois a memória dos músicos ficará repleta de combinações de acordes cada vez melhores.

A busca harmonica, como mencionado, imita o processo de improvisação dos músicos de maneira inteligente, como pode ser visto na Figura 02. Geem (2010) sugere a seguinte analogia entre improvisação e otimização:

- Cada músico corresponde a cada variável de decisão;
- O alcance do campo do instrumento musical corresponde ao intervalo de valores da variável de decisão;
- A harmonia musical em um certo tempo corresponde ao vetor da solução em uma certa iteração;
- A estética da melodia corresponde à função objetivo.

O algoritmo HS, em comparação com algoritmos matemáticos de otimização, impõe menos requisitos matemáticos e não exige valores iniciais para as variáveis de decisão. Além disso, o HS utiliza uma pesquisa aleatória, que é baseado na taxa de memória harmonica considerando o passo e a taxa de ajuste, em vez de um gradiente de pesquisa, tornando a informação das derivadas desnecessária. Embora o algoritmo HS tratar-se de um método comparativamente simples, tem sido aplicado com sucesso a vários problemas incluindo a otimização do problema do caixeiro viajante, o layout de redes de tubulação, calibrações dos parâmetros de modelos hidrológicos e rotas ideias de ônibus escolar (LEE e GEEM, 2004).

Figura 02 – Analogia entre improvisação e otimização.



Fonte: Geem (2010).

O método é resumido em cinco passos, descritos por Lee e Geem (2004):

I) Inicializar os parâmetros do problema e do algoritmo: consiste na definição da função objetivo e do conjunto de restrições. Os parâmetros do algoritmo que são necessários para resolver o problema de otimização também são definidos nessa etapa. Os quatro principais parâmetros são o tamanho da memória harmônica (*Harmony Memory Size* – HMS), a taxa de escolha de um valor da memória (*Harmony Memory Considering Rate* – HMCR), a taxa de ajuste dos valores (*Pitch Adjusting Rate* – PAR) e número máximo iterações (*Maximum Improvisation* – MI). Aqui, HMCR e PAR são parâmetros utilizados para melhorar o vetor solução.

II) Inicializar a memória harmônica: consiste na definição do conjunto inicial de soluções. Essa memória harmônica (*Harmony Memory* – HM) é representada através de uma matriz, onde cada linha corresponde a um vetor solução. A representação matemática da memória harmônica, HM, é dada pela Equação 7.

$$HM = \begin{bmatrix} X_1^1 & \dots & X_N^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1^{HMS} & \dots & X_N^{HMS} \end{bmatrix} \quad (7)$$

sendo que: o número da coluna é representado pelo índice inferior de cada elemento da matriz; o total de colunas é igual ao número de variáveis, N ; o número da linha está representado pelo

índice superior de cada elemento e o total de linhas é igual ao tamanho da memória harmônica, HMS (*Harmony Memory Size*).

Essas harmonias podem ser geradas aleatoriamente, dentre um determinado intervalo inferior e superior, ou serem inicialmente sugeridas.

III) Improvisar uma nova harmonia: a partir da solução inicial, é gerada uma nova harmonia. Isso pode ser realizado de três maneiras: com base na consideração da memória, por meio de ajustes finos na memória existente e através de seleção aleatória dentro do intervalo possível de soluções. Essa etapa é desenvolvida utilizando os parâmetros HMCR e PAR definidos na etapa I. Para cada variável da nova solução, deve ser gerado um número aleatório entre 0 e 1 (considerando uma distribuição uniforme). Esse número é comparado ao valor do HMCR (taxa de escolha de um valor da memória). Se o número aleatório for menor (probabilidade igual a HMCR), o valor da respectiva variável no novo vetor solução é retirado da memória harmônica já existente. Se for maior (probabilidade igual a 1-HMCR), é criado um novo valor para a respectiva variável do vetor solução:

$$x'_i \leftarrow \begin{cases} x'_i \in \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^{HMS}\} \text{ com probabilidade HMCR} \\ x'_i \in X_i \text{ com probabilidade } (1 - HMCR) \end{cases} \quad (8)$$

A escolha desse novo valor pode ser feita de duas maneiras distintas, conforme a Equação 8. Para isso, gera-se, um novo número aleatório entre 0 e 1, o qual é comparado ao PAR (taxa de ajuste dos valores). Se o número for menor que a taxa (probabilidade igual a PAR), é considerada a memória harmônica, porém com pequeno ajuste, segundo a Equação 9, cujo valor de variação, tanto para menos como para mais, é definido por bw (passo máximo de ajuste para o tom) e um número aleatório sorteado $rand$. Se for maior que PAR (probabilidade igual a 1-PAR), o novo valor para a variável é gerado aleatoriamente dentro de todo o intervalo possível de soluções.

$$\text{ajuste da nota } x'_i \leftarrow \begin{cases} SIM, \text{ com probabilidade PAR} \\ NÃO, \text{ com probabilidade } (1 - PAR) \end{cases} \quad (9)$$

$$x'_i \leftarrow x'_i \pm rand * bw$$

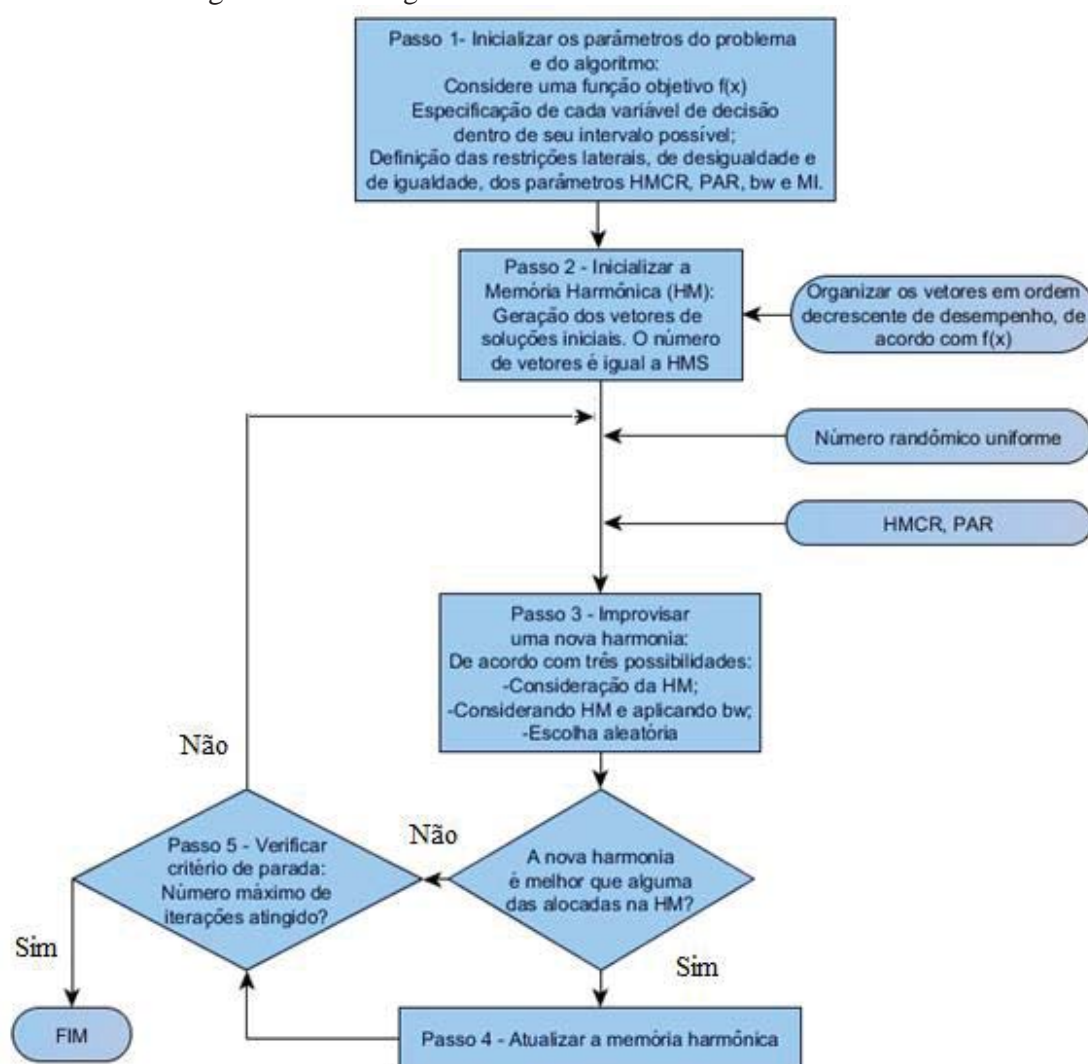
IV) Atualizar a memória harmônica: nesta etapa, se a nova harmonia improvisada é melhor do que a pior harmonia da memória harmônica (HM), no que diz respeito à função

objetivo estabelecida, a nova harmonia é incluída na HM substituindo a pior harmonia da memória harmônica.

V) Verificar critério de parada: Repetem-se os passos III e IV e, ao término de cada iteração, é verificado se a melhor harmonia satisfaz o critério de parada, normalmente o número máximo de improvisos MI. Em caso positivo, a execução é encerrada. Caso contrário, os passos III e IV são repetidos.

O fluxograma básico do algoritmo é representado na Figura 03, onde são apresentados os principais parâmetros e ações do método de Busca Harmônica.

Figura 03 – Fluxograma básico do Método da Busca Harmônica



Fonte: Adaptado Lee e Geem (2004).

Uma vez que os parâmetros são selecionados dependendo do problema, a eficiência do algoritmo HS é diretamente afetada pelos valores de parâmetros de ajuste. Nos últimos anos, melhorias no algoritmo HS têm sido desenvolvidas a fim de aumentar a eficiência do método

(DEGERTEKIN, 2012). Após breve síntese de cada estudo, os mesmos foram relacionados na Tabela 06.

Mahdavi et al. (2007), desenvolveu um algoritmo de Busca Harmônica Melhorado, ou *Improved Harmony Search* (IHS), o qual emprega um novo método que melhora a característica de ajuste fino e a convergência da busca harmônica. A principal diferença entre o Busca Harmônica Melhorada e o método da Busca Harmônica tradicional está na forma de ajustar PAR e bw. O parâmetro PAR é aumentado e bw é diminuído dinamicamente com número de gerações no algoritmo IHS. Os resultados numéricos mostram que o algoritmo proposto pode encontrar as melhores soluções quando comparado com HS e outros métodos heurísticos ou determinísticos, e é um poderoso algoritmo de busca para vários problemas de otimização de engenharia.

Alia e Mandava (2011) fizeram uma revisão bibliográfica sobre o método de otimização da busca harmônica (HS) e a maioria das modificações propostas na literatura. Cada um dos estudos levantados na revisão, estão relacionados a melhorias em termos de configuração de parâmetros do algoritmo, bem como a combinação com outros algoritmos meta heurísticos (hibridação de componentes).

Degertekin (2012), desenvolveu duas formulações avançadas do algoritmo de otimização de busca harmônica, o algoritmo de busca harmônica eficiente (EHS) e o algoritmo de busca harmônica auto-adaptativo (SAHS) para dimensionamento otimizado de estruturas treliçadas, no intuito de melhorar o comportamento de convergência e robustez com relação à HS clássica. O algoritmos EHS inclui exatamente os mesmos passos que o HS clássico, exceto na etapa III, onde o EHS atualiza dinamicamente os valores da taxa de ajuste durante o processo de busca. Semelhante ao algoritmo EHS, o algoritmo SAHOS atualiza dinamicamente o parâmetro PAR durante o processo de pesquisa. Quatro problemas de minimização de peso clássicos de estruturas treliçadas foram apresentados. Os resultados foram comparados com aqueles do algoritmo SH e outras meta-heurísticas. Os resultados da otimização consideraram que melhores projetos podem ser obtidos através da redução adaptativa do campo de ajuste de parâmetros com o progresso do processo de otimização. Além disso, EHS e SAHOS foram sempre superiores ao longo HS clássicos em todos os casos de teste. O custo computacional de EHS e SAHOS foi significativamente menor do que a observada para o algoritmo HS clássica.

Medeiros (2012), propôs o melhoramento do algoritmo do método da Busca Harmônica através da inclusão dos parâmetros PAR e bw variáveis, da mesma forma como em Mahadavi et al. (2007). Propôs também a reinicialização da memória harmônica, quando todos os valores convergem para uma única solução durante a busca, bem como inclui um critério de parada diferente do número máximo de iterações, onde se após repetidas reinicializações

efetuadas, a melhor solução encontrada continuar a mesma, a busca pela solução ótima é encerrada, mesmo sem ter atingido o número máximo de iterações. Com as alterações propostas, houve uma melhora na taxa de sucesso de convergência, assim como se reduziu o número de iterações necessárias para se atingir o melhor resultado.

O estudo de Fourie, Green e Geem (2013), comparou o desempenho de três variantes recentes do busca harmônica: busca exploratória de harmonia, busca auto adaptativa de harmonia (SAHS) e busca dinâmica da melhor harmonia local (DLHS). A precisão desses algoritmos foram comparados usando problemas de otimização bem conhecidos. Como resultados, a qualidade global destes algoritmos foi semelhante, sendo que todos os três melhoraram o desempenho do HS original. Um dos problemas enfrentados é que apesar da utilização de um conjunto de parâmetros otimizados, alguns problemas ainda exigiam que os parâmetros fossem ajustados a um problema específico para obtenção de bons resultados. Sendo assim, os experimentos indicaram claramente que existem categorias de problemas de otimização e que um conjunto de parâmetros que funciona bem para um pode falhar completamente para outro.

Manjarres et al. (2013) analisaram as principais características e aplicações do algoritmo Busca Harmônica, apresentando uma revisão bibliográfica dos estudos mais recentes sobre a aplicação do método, evidenciando as diversas áreas em que o algoritmo pode ser utilizado. As principais áreas abordadas pelo estudo foram construção, engenharia, energia, saúde, robótica, logística, telecomunicações, etc. O objetivo do trabalho foi enfatizar o bom comportamento do algoritmo, com base no aumento das contribuições relacionadas e relatadas, bem como definir uma bibliografia base para futuros estudos sobre o método.

Tabela 06 – Autores e seus principais objetivos em estudos relacionados ao método Busca Harmônica.

Autor(es)	Objetivo	Método
Mahdavi et al. (2007)	Desenvolver um algoritmo de busca harmônica melhorada e comparar com outros métodos de otimização.	Busca Harmônica Melhorado (IHS)
Alia e Mandava (2011)	Revisão de literatura sobre o método Busca Harmônica e suas modificações propostas.	Busca Harmônica

Continua

Autor(es)	Objetivo	Método
Degertekin (2012)	Desenvolver duas formulações avançadas do algoritmo de otimização de busca harmônica, o algoritmo de busca harmônica eficiente (EHS) e o algoritmo de busca harmônica auto-adaptativo (SAHOS) para dimensionamento otimizado de estruturas treliçadas.	Busca Harmônica
Medeiros (2012)	Melhoramento do algoritmo BH através da inclusão dos parâmetros PAR e bw variáveis; Reinicialização da memória harmônica, quando todos os valores convergem para uma única solução durante a busca; Inclusão de critério de parada diferente do número máximo de iterações.	Busca Harmônica Melhorado Modificado (MIHS)
Fourie, Green e Geem (2013)	Comparou o desempenho de três variantes do busca harmônica: busca exploratória de harmonia (EHS), busca auto adaptativa de harmonia (SAHS) e busca dinâmica da melhor harmonia local (DLHS).	Busca Exploratória de Harmonia (EHS), Busca Auto Adaptativa de Harmonia (SAHS) e Busca Dinâmica da Melhor Harmonia Local (DLHS)
Manjarres et al. (2013)	Revisão de literatura sobre o método Busca Harmônica e suas principais aplicações.	Busca Harmônica

Fonte: Autor.

2.2.5 Otimização de Estruturas de Pórticos Planos em Concreto Armado

Neste item será apresentado um levantamento bibliográfico sobre o tema otimização de estruturas em concreto armado, reunindo referenciais teóricos dos últimos anos, importantes para a compreensão e desenvolvimento do trabalho.

A otimização do projeto de estruturas de pórticos de concreto armado usando metodologia baseada em algoritmos genéticos é apresentada por Rajeev e Krishnamoorthy (1998). Partindo da premissa que a área de aço após detalhamento é diferente da obtida teoricamente, aspectos como detalhamento e colocação das barras de aço em vigas e pilares e outras questões relacionadas à construção foram abordadas no modelo de otimização. A

metodologia empregada chegou a soluções racionais e realistas, que podem ser facilmente empregadas na construção.

O estudo de Coello (2000) propôs uma nova abordagem de tratamento de restrições que orienta a busca de algoritmos genéticos usando o conceito de não dominância (utilizado em otimização multiobjetivo). A técnica proposta não requer ajuste fino de fatores como a função de penalidade tradicional e usa um mecanismo de auto adaptação que permite que o algoritmo genético encontre suas próprias taxas de cruzamento e mutação sem a necessidade de qualquer intervenção do usuário. Isso visa reduzir o peso que normalmente está associado ao uso desta heurística, uma vez que tradicionalmente é necessário realizar várias análises para afinar seus parâmetros. A abordagem proposta funcionou bem em vários problemas analisados, em termos do número de iterações e em termos de qualidade das soluções encontradas. Os resultados produzidos foram comparados aos gerados com outros estudos relatados na literatura.

Camp, Pezeshk e Hansson (2003), utilizaram algoritmos genéticos para implementar uma rotina de otimização de pórticos de concreto armado, segundo a norma americana. O objetivo foi a minimização do custo dos materiais de construção destas estruturas. Para a validação da formulação empregada, foi utilizado um exemplo retirado de Rajeev e Krishnamoorthy (1998). Os elementos de vigas foram avaliados com base na sua resposta à flexão considerando os fatores de majoração do momento devido à estabilidade do pórtico. Embora a redução dos custos estruturais não tenha sido tão significativa no custo total da estrutura, a verificação sistêmica e automática das limitações e restrições da norma norte americana ACI 318-99, pode proporcionar um aumento do nível de confiança na integridade da estrutura.

Em sua pesquisa, Nogueira (2005) estudou procedimentos para a obtenção de estruturas de concreto armado a partir de um modelo de otimização acoplado à confiabilidade e para a análise de estruturas de barras de concreto armado, sendo a confiabilidade inserida no processo de otimização como uma restrição. A metodologia de otimização empregada foi a minimização da função de custo da estrutura pelo método Multiplicadores de Lagrange. Vigas de concreto armado isostática e hiperestática foram analisadas aplicando-se o modelo de otimização. Como conclusões do trabalho, verificou-se que a viga de concreto armado isostática apresentava uma probabilidade de falha próxima da probabilidade requerida, porém o mesmo comportamento não foi observado nas estruturas hiperestáticas. O autor então concluiu que a tendência das novas pesquisas deve ser a busca cada vez maior do acoplamento entre confiabilidade e otimização na análise de estruturas de engenharia.

Rodrigues Júnior (2005) apresentou uma formulação cujo objetivo foi a minimização do custo de pilares de edifícios altos de concreto armado. Como variáveis de projeto adotaram-

se as dimensões da seção transversal e a armadura longitudinal dos pilares e a resistência característica do concreto. Uma estratégia de solução em multinível é aplicada, onde o problema é subdividido em um problema global de otimização conectado a uma série de subproblemas individuais de otimização. No problema global eram determinadas as dimensões da seção transversal de todos os pilares e a resistência característica do concreto, enquanto que nos subproblemas individuais eram determinadas apenas as armaduras longitudinais dos pilares. O modelo proposto e implementado foi aplicado a dois edifícios com mais de vinte pavimentos. Os edifícios foram modelados como pórticos espaciais e na análise estrutural considerou-se a não-linearidade geométrica. O autor, entre outras considerações, verificou que ao alcançar a solução ótima os pilares retangulares apresentaram, quando havia liberdade, uma tendência a valores elevados de espessura assumindo, em alguns casos, as dimensões base e altura muito próximas. Com relação ao elevado custo do aço em relação ao concreto, os pilares, tenderam a apresentar baixas taxas de armadura. A solução ótima mostrou-se pouco sensível não acarretando alterações nas dimensões das seções transversais dos pilares.

Uma rotina computacional foi criada por Nina (2006), para otimizar o pré-dimensionamento de edifícios em concreto armado, tratados como pórticos planos. Para isso, foi utilizado um processo matemático de otimização (método de Programação Quadrática Sucessiva). Foi otimizado o custo das seções transversais de vigas e pilares. Como variáveis de otimização considerou-se, para os pilares, a altura da seção de concreto e a área de armadura longitudinal. A função de minimização do custo implementada levou em conta os custos com material e mão de obra para a fabricação das vigas e pilares, incluindo nestes custos o concreto, a armadura longitudinal e a fôrma utilizada. Inicialmente, otimizaram-se separadamente vigas e pilares. Posteriormente, partiu-se para a análise de quatro exemplos de pórticos, utilizando um processo de busca com aproximação combinada, ou seja, analisaram-se os elementos de maneira independente entre si (aproximação local), para posteriormente unir-se os resultados obtidos e, finalmente, verificar e otimizar a estrutura como um todo (aproximação global). Com relação à otimização dos pilares, observou-se que independente do domínio de deformação onde a seção está, as funções de custo podem ser divididas em dois trechos. No primeiro trecho o valor mais econômico é determinado com o aumento da altura, mantendo-se a armadura próxima à mínima. No segundo, a altura passa a ser limitada pelo seu valor máximo e aumenta-se apenas a armadura para resistir ao incremento dos esforços.

Kwak e Kim (2007) apresentaram um algoritmo simples e eficaz para otimização estrutural de pórticos planos em concreto armado. O algoritmo usa um procedimento de dois passos envolvendo a determinação de uma solução contínua através das relações entre variáveis de projeto de seções predeterminadas em um banco de dados e pela determinação de uma

solução discreta por uma busca direta no banco de dados. A base de dados de seção predeterminadas de colunas e vigas de concreto armado foi construída com dados em ordem de sua capacidade resistente. No algoritmo proposto, as variáveis de projeto em uma seção, como as dimensões da seção transversal e a quantidade de aço, são ligadas por uma única variável de projeto (o número de identificação da seção) que remove praticamente todas as limitações dos métodos de programação matemática aplicados em grandes estruturas complexas.

González-Vidosa et al. (2008) usou o *Simulated Annealing* para otimizar o custo de estruturas de concreto armado, levando-se em consideração o concreto, o aço e as fôrmas. Foram analisados uma barreira de contenção de solo, pórticos utilizados na construção rodoviária e um pórtico plano de dois vãos e 5 pavimentos correspondente à estrutura de uma edificação. Foram consideradas como variáveis de projeto as dimensões das seções de concreto, as áreas de aço, e diferentes classes de resistência do concreto. Segundo os autores, o *Simulated Annealing* se mostrou eficiente para os problemas propostos. Além disso, é dado destaque a necessidade da inclusão de alguns Estados Limites na composição das restrições para os problemas de otimização, como limitação nos valores de flecha e análise de fadiga.

Payá-Zaforteza et al. (2010) minimizaram os custos de um pórtico plano de concreto armado típico composto por 2 vãos e 4 pavimentos. As variáveis se referiam às propriedades geométricas da seção de concreto, áreas de aço, bem como características do concreto empregado. O artigo objetivou melhorar os parâmetros do método de otimização empregado (*Simulated Annealing*), sendo eficiente nesse processo. Os autores propuseram uma metodologia geral para determinar o número de testes numéricos necessários para a obtenção de uma solução ótima no nível de precisão desejado para um dado problema, no que se refere à solução ótima global.

Em seu estudo, Bordignon (2010) minimizou o custo de pilares retangulares de concreto armado submetidos à flexocompressão reta através do método de otimização *Simulated Annealing*, utilizando como variáveis as seções transversais dos elementos, bem como a quantidade e diâmetros das armaduras para diferentes camadas da seção. Quanto às restrições, adotaram-se os critérios de resistência e as restrições construtivas atendendo-se aos preceitos estabelecidos pela norma brasileira ABNT NBR 6118:2007. Para comprovar a validade da implementação empregada foram desenvolvidos seis exemplos numéricos comparando-se o custo final do projeto de um pilar otimizado com projetos elaborados por técnicas convencionais de dimensionamento. Com os resultados obtidos, evidenciou-se a eficiência do método empregado na busca por seções de menor custo, quando comparado aos resultados obtidos pelos demais autores. Foi constatada também a influência da classe de resistência do concreto nos resultados, ficando evidente que o algoritmo de otimização tende a

reduzir o consumo do concreto à medida que a sua resistência e respectivo custo aumentam, sendo muito mais econômicas as seções com concreto de maior resistência. A variação nos diâmetros de armadura também contribuiu para a redução no custo final e as seções ótimas tenderam a apresentar baixas taxas de armadura ficando muito próximas aos valores mínimos estabelecidos pela norma ABNT NBR 6118 (2007), fato observado em seções com classe de resistência C20 e C25.

Medeiros e Kripka (2012) abordaram os principais métodos heurísticos de otimização existentes, e com base em estudos recentes, verificaram quais são os métodos mais utilizados, bem como os que apresentam melhor desempenho na resolução de problemas de otimização estrutural. Os métodos heurísticos estudados foram: Busca Tabu, Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*), Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Enxame de Partículas e Busca Harmônica. Os autores concluíram que os Algoritmos Genéticos e o *Simulated Annealing* são os dois métodos mais consolidados, sendo aplicados em diversos estudos na área; os demais métodos mostram-se bastante eficientes, apresentando resultados satisfatórios.

A minimização dos custos monetários e ambientais das seções de pilares retangulares de concreto armado submetidos à flexocompressão reta foi o objeto de estudo de Medeiros (2012). Para a resolução do problema de otimização utilizou-se o método heurístico Busca Harmônica. Os custos levantados foram de concreto, aço e fôrmas. As variáveis adotadas foram as dimensões da seção transversal, a quantidade e os diâmetros das barras das armaduras e as classes de resistência do concreto. O algoritmo de otimização foi implementado em linguagem *Fortran*. Os resultados obtidos foram comparados aos obtidos por outros processos de otimização. Com isto, o autor pode concluir que, com relação aos custos monetários o método da Busca Harmônica obteve soluções ótimas melhores aos resultados alcançados pelo dimensionamento convencional e por outros métodos de otimização, as taxas de armadura tenderam à mínima, e quanto maior o fck maior foi a economia; com relação aos custos ambientais as melhores soluções foram aquelas que utilizaram menores quantidades de concreto, maiores quantidades de aço e permitiram maior uso de fôrmas e assim como na otimização de custos monetários, a utilização de concreto de maior fck também levaram a soluções melhores em termo de custos ambientais.

Akin e Saka (2012), aplicaram o método da Busca Harmônica na busca pelo projeto ideal de pórticos em concreto armado submetidos a cargas sísmicas. A função objetivo foi minimizar o custo total da estrutura, que inclui o custo do concreto, fôrmas e aço para membros individuais do pórtico. Para a resolução do problema foram observados alguns requisitos, tais como: as dimensões das seções transversais dos elementos da estrutura, diâmetro das barras de

aço, espaçamento entre barras, requisitos arquitetônicos, etc. Com as análises realizadas, pode-se notar que os três principais parâmetros do algoritmo de busca harmônica, isto é, o tamanho da memória harmônica (HMS), taxa de escolha de um valor da memória (HMCR) e taxa de ajuste dos valores (PAR) desempenham um papel importante na obtenção de projetos ideais. Observou-se também que no exemplo considerado, os valores de HMCR foram altos (0,70-0,95), o valor de PAR baixo (0,15-0,20) e HMS de 40 a 60, proporcionaram bom desempenho na otimização do projeto. Além disso, o custo unitário do concreto, aço e fôrmas desempenham um papel importante na determinação das dimensões dos pilares e vigas. Os resultados obtidos após a análise dos exemplos mostraram como o método da Busca Harmônica é uma técnica confiável, que pode ser eficazmente utilizada para encontrar a melhor solução de pórtico planos em concreto armado.

Uma revisão bibliográfica foi elaborada por Aleksandar, Goran e Dejan (2013), com a finalidade de apresentar aspectos estruturais, matemáticos e práticos de estruturas ótimas de concreto armado como ponto de partida para pesquisadores, bem como fornecer informações concisas e uma visão geral clara das soluções existentes e suas características básicas. Após a pesquisa de literatura, percebeu-se que a grande maioria dos métodos de otimização encontrados consideram apenas o ponto de vista matemático do problema, independentemente da aplicabilidade das soluções obtidas na prática, ou seja, no projeto das estruturas reais. Outra dificuldade é o fato de que os métodos propostos são baseados em diferentes pressupostos e códigos de prática, portanto, não há critérios universais, como no caso de um design ótimo das estruturas de aço. Por isso, os pesquisadores precisam encontrar e analisar inúmeras referências e fontes para encontrar critérios adequados para comparação e avaliação dos resultados e de seus métodos.

Rahmanian (2014), apresenta uma revisão da literatura disponível sobre a otimização de vigas de concreto armado. A revisão, sugere que as abordagens determinísticas não-lineares podem ser eficientemente utilizadas para fornecer o projeto ideal de vigas de concreto armado, dado o pequeno número de variáveis. O estudo apresenta também a aplicação de planilha de otimização de custos de vigas de concreto armado em MS Excel, cujos resultados ilustram a eficiência do método de enumeração exaustiva para esse pequeno espaço de busca, podendo ser facilmente utilizado por engenheiros e pesquisadores. Além disso, uma análise de sensibilidade foi realizada sobre a contribuição de vários parâmetros de concepção para a variabilidade do custo global de vigas de concreto armado.

Rosa Filho (2015) apresentou em seu estudo um procedimento numérico com a finalidade otimizar as estruturas formadas por pórticos planos de concreto armado. A função objetivo da otimização foi o custo total da estrutura. A otimização é efetuada por duas maneiras:

inicialmente é utilizado um processo iterativo, onde todas as combinações possíveis de seções transversais de vigas e pilares pré-estabelecidas são testadas e então armazenadas em um banco de dados. Em seguida, a técnica de Algoritmos Genéticos é utilizada com o intuito de estabelecer as melhores combinações entre seções transversais das vigas e seções transversais dos pilares. Todas as etapas, desde a análise estrutural do pórtico plano até o dimensionamento otimizado dos elementos estruturais, foram sistematizadas por meio de dois programas computacionais. Após feitas várias análises, observou-se que os valores tanto de esforços quanto de armaduras são bastante próximos com os valores obtidos por softwares comerciais, isto permite concluir que os programas estão aptos a calcular estruturas constituídas por pórticos planos, bem como conseguem encontrar a solução mais econômica sem que para isto seja necessário testar todos os pórticos possíveis, reduzindo assim o tempo de processamento.

O objetivo do estudo de Kripka et. al. (2015) foi minimizar o custo das estruturas de concreto armado formadas por pórticos planos. As variáveis de projeto foram as dimensões das seções transversais, a área do aço e a resistência do concreto de vigas e pilares. As restrições relacionadas com dimensões e resistência foram baseados na norma brasileira ABNT NBR 6118 (2007). O custo total, composto pelos custos de concreto, aço e fôrmas, foi minimizado pelo uso do algoritmo de otimização Busca Harmônica. Algumas estruturas foram analisadas, e os resultados foram comparados com aqueles obtidos a partir de processo convencional de dimensionamento, na tentativa de identificar a influência de fatores como a classe de resistência, os custos de material de vigas/pilares no projeto ótimo de pórtico planos em concreto armado. Analisando o comprimento do vão em relação ao custo ótimo da estrutura, chegou-se ao comprimento de vão ideal de 4 metros, o que coincide com a prática de engenharia. Para os exemplos analisados, o método de otimização foi bastante eficiente na redução dos custos da estrutura. Como observado em estudos anteriores desenvolvidos pelos autores, os custos de aço representaram a maior parcela no custo total dos elementos, seguido pelo concreto e fôrmas.

A Tabela 07 apresenta um resumo dos principais trabalhos de otimização de estruturas de concreto armado citados, quanto aos objetivos e aos métodos de otimização empregados, respectivamente.

Tabela 07 – Principais objetivos e métodos empregados pelos autores na otimização de estruturas de concreto armado.

Autor(es)	Objetivo	Método
Rajeev e Krishnamoorthy (1998)	Minimizar o custo de materiais de elementos de pórticos planos, considerando aspectos de detalhamento e colocação das barras de aço na estrutura.	Algoritmos Genéticos
Coello (2000)	Minimizar o custo de estruturas de pórticos planos propondo uma nova abordagem de tratamento de restrições que orienta a busca de algoritmos genéticos usando o conceito de não dominância.	Algoritmos Genéticos
Camp, Pezeshk e Hansson (2003)	Minimizar o custo de materiais de elementos de pórticos planos, considerando esbeltez dos pilares.	Algoritmos Genéticos
Nogueira (2005)	Minimizar o custo de vigas de um pórtico simples.	Multiplicadores de Lagrange
Rodrigues Júnior (2005)	Minimizar o custo de pilares de edifícios altos de concreto armado (2 edifícios com mais de 20 pavimentos).	Método dos Pontos Interiores
Nina (2006)	Minimizar o custo de vigas e pilares de 4 pórticos planos com até 15 pavimentos.	Programação Quadrática Sucessiva
Kwak e Kim (2007)	Minimizar o custo de pórticos planos em concreto armado através da escolha da melhor solução contínua e discreta, dentro de um banco de dados.	Algoritmos Genéticos
González-Vidosa et al. (2008)	Minimizar o custo de uma barreira de contenção de solo, pórticos utilizados em pontes rodoviárias e um pórtico plano 2 vãos e 5 pavimentos.	<i>Simulated Annealing</i>

Continua

Autor(es)	Objetivo	Método
Payá-Zaforteza et al. (2010)	Minimizar os custos de um pórtico plano composto por 2 vãos e 4 pavimentos.	<i>Simulated Annealing</i>
Bordignon (2010)	Minimizar o custo de pilares retangulares submetidos à flexocompressão reta.	<i>Simulated Annealing</i>
Medeiros e Kripka (2012)	Verificar quais os métodos heurísticos de otimização mais utilizados e de melhor desempenho, com base em estudos realizados.	Busca Tabu, <i>Simulated Annealing</i> , Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Enxame de Partículas e Busca Harmônica.
Medeiros (2012)	Minimizar os custos monetários e ambientais das seções de pilares retangulares submetidos à flexocompressão reta.	Busca Harmônica
Akin e Saka (2012)	A função objetivo foi minimizar o custo total de pórticos planos em concreto armado submetidos a cargas sísmicas.	Busca Harmônica
Aleksandar, Goran e Dejan (2013)	Revisão bibliográfica para apresentar aspectos estruturais, matemáticos e práticos de estruturas otimizadas de concreto armado, fornecendo assim informações para pesquisadores.	Multiplicadores de Lagrange, Algoritmos Genéticos.
Rahmanian (2014)	Apresentar uma revisão da literatura disponível sobre a otimização de vigas de concreto armado, bem como a aplicação de planilha de otimização de custos de vigas de concreto armado em MS Excel.	Método Evolucionário, Enumeração Exaustiva, GRG não linear.

Continua

Autor(es)	Objetivo	Método
Rosa Filho (2015)	Minimizar o custo de pórticos planos de concreto armado utilizando base de dados para escolha da seção transversal de elementos	Algoritmos Genéticos
Kripka et. al. (2015)	Minimizar o custo de pórticos planos em concreto armado, otimizando as seções transversais de vigas e pilares.	Busca Harmônica

Fonte: Autor.

2.2.6 Otimização de Estruturas com Restrições de Cardinalidade

Em problemas de otimização em engenharia é comum o agrupamento inicial das variáveis de projeto. No desenvolvimento de modelos estruturais, em geral, os projetistas evitam a variação de tamanho de todos os elementos estruturais individualmente, procurando agrupá-los, tanto quanto possível. Este procedimento é usado quando as condições de simetria devem ser impostas no projeto final e também reduzir o número total de variáveis de projeto levando a um espaço de busca " menor ". Portanto, o espaço de busca da solução otimizada pode ser reduzido com o agrupamento de variáveis de projeto.

Membros com funções ou características similares são pré-agrupados em um menor número de diferentes seções transversais para fornecer uma solução prática, como por exemplo, pilares pertencentes a um mesmo nível de um pórtico ou vigas com um mesmo vão e carregamento. No entanto, a eficácia deste procedimento e o resultado final são altamente dependentes deste agrupamento porque a dimensão de cada elemento e, conseqüentemente, o custo total, será determinado pelo elemento de maior solicitação em cada grupo. Por isso, a experiência e habilidade do projetista são valiosas na etapa de alocar membros ou variáveis a um determinado grupo.

Como resultado, seria útil para o projetista deixar ao algoritmo de otimização a tarefa de decidir como agrupar membros e variáveis de projeto. Além disso, se o projetista pudesse limitar o número de diferentes variáveis de projeto, ele poderia alcançar economia na compra de materiais e simplificar a construção da estrutura. Isso tudo pode ser alcançado através da

introdução de uma restrição de cardinalidade, na qual o projetista é capaz de impor o número máximo de variáveis de projeto distintas que aparecem em qualquer solução candidata.

Algumas vantagens podem ser citadas ao se procurar um agrupamento ótimo, como limitar o número de variáveis de projeto, tais como as seções transversais das barras, facilitando os aspectos ligados à confecção, transporte e armazenagem dos elementos estruturais, facilitar a execução da estrutura, bem como melhorar a estética da estrutura.

Algoritmos Genéticos com introdução de restrições de cardinalidade foram utilizados por Barbosa, Lemonge e Borges (2008) para a otimização de estruturas metálicas difundidas na literatura. Vários exemplos foram analisados com intuito de comparar os valores obtidos com e sem restrições de cardinalidade (com um menor ou um maior número de grupos possíveis). Observou-se com o estudo que a utilização de restrições de cardinalidade é útil em ferramentas de otimização, uma vez que permite economias por limitar o número de elementos distintos utilizados em projeto.

Walls e Elvin (2010) propuseram um método para automatização do agrupamento de membros de uma estrutura, utilizando variáveis discretas. O número de grupos foi especificado pelo usuário e os membros agrupados de acordo com sua massa por unidade de comprimento. Uma pesquisa exaustiva de todas as permutações de agrupamento possíveis foi realizada. A permutação que resulta na estrutura mais leve foi então selecionada e verificada se satisfaz todos os critérios de resistência. Quatro estudos de caso de pórticos em estrutura metálica foram apresentados para demonstrar a eficácia do algoritmo de agrupamento.

Como sequencia de estudos anteriores, Lemonge et. al. (2011) propõe um algoritmo genético com uma codificação especial, que utiliza várias restrições de cardinalidade, a fim de melhorar a pesquisa para o agrupamento ideal de elementos em problemas de otimização estrutural. Restrições de cardinalidade independentes foram aplicadas para diferentes conjuntos de variáveis de projeto no mesmo problema de otimização estrutural. Os resultados obtidos mostraram as vantagens da utilização de várias restrições de cardinalidade em um dado problema de otimização estrutural.

Silva (2011) estudou problemas de otimização estrutural usando os Algoritmos Genéticos (AGs), para buscar soluções ótimas para estruturas com comportamento geometricamente não-linear. Para isso, o autor fez uso de codificações especiais dos cromossomos no AG, através de restrições de cardinalidade simples e múltiplas, para a busca dos melhores agrupamentos das barras das estruturas. As otimizações referem-se às minimizações de pesos onde as variáveis de projeto dizem respeito às características das seções transversais das barras. Os estudos comparativos foram feitos considerando-se a otimização através das avaliações das estruturas usando se a análise linear e a análise não-linear

destacando-se as importantes diferenças encontradas quando se usa um ou outro tipo análise na busca das soluções ótimas.

Kripka, Medeiros e Lemonge (2015), estudaram a aplicação de estratégias de otimização para o custo de vigas em edifícios de concreto armado, utilizando o modelo de grelha. Além de determinar a altura da viga que leva ao mínimo custo global, uma determinação automática do agrupamento de elementos foi realizada, levando em conta o número máximo de grupos necessários. Várias análises numéricas foram efetuadas utilizando a aplicação da formulação computacional desenvolvida. Os resultados apresentados foram obtidos a partir de uma análise de um edifício de dois andares. Com base nos resultados obtidos, os autores concluíram que o procedimento escolhido pode fornecer uma redução significativa no custo de uma estrutura, mesmo para um pequeno número de diferentes grupos. Assim, a determinação das dimensões ótimas dos elementos é menos dependente na experiência do projetista, uma vez que a não consideração das restrições de cardinalidade geram resultados altamente dependentes do agrupamento realizado pelo projetista, e, portanto, na sua experiência e intuição.

Na Tabela 08 estão listados alguns estudos relacionados ao emprego de restrições de cardinalidade na otimização de estruturas.

Tabela 08 – Principais objetivos e métodos empregados pelos autores na otimização com utilização de restrições de cardinalidade.

Autor(es)	Objetivo	Método
Barbosa, Lemonge e Borges (2008)	Minimizar o custo de estruturas de barra utilizando restrições de cardinalidade.	Algoritmos Genéticos
Walls e Elvin (2010)	Minimizar o peso estrutural utilizando algoritmo de agrupamento de elementos de pórticos em estrutura metálica com o uso de variáveis discretas.	<i>Virtual Work Optimization Method</i>
Lemonge et. al. (2011)	Minimizar o peso de estruturas de barra utilizando várias restrições de cardinalidade para um mesmo problema.	Algoritmos Genéticos
Silva (2011)	Minimizar o peso de estruturas de barra utilizando restrições de cardinalidade.	Algoritmos Genéticos

Continua

Autor(es)	Objetivo	Método
Kripka, Medeiros e Lemonge (2015)	Minimizar o custo de vigas em edifícios de concreto armado, utilizando o modelo de grelha e restrições de cardinalidade.	<i>Simulated Annealing</i>

Fonte: Autor.

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

A formulação matemática do problema contempla a otimização de pórticos planos de concreto armado através da minimização das seções transversais de vigas e pilares, com a utilização de restrições de cardinalidade.

Para a implementação da formulação desenvolvida foi empregado o método de otimização da Busca Harmônica, através de um programa para determinação dos esforços e deslocamentos para pórticos planos (BOITO, 2016). No dimensionamento da estrutura, o programa em questão estava embasado na norma NBR 6118:2007, o qual foi atualizado para a revisão da norma feita em 2014.

A formulação foi composta por parâmetros fixos, variáveis, função objetivo e restrições de projeto desenvolvendo-se, portanto, uma rotina de otimização (Figura 04).

Para a otimização de pórticos planos é pesquisado o maior valor do esforço de flexão (M_{sd}) para cada elemento do tipo pilar, bem como o correspondente esforço axial (N_{sd}), ambos obtidos nos extremos da barra, e posteriormente feita uma pesquisa do maior momento, entre o momento de topo e de base. Já para vigas utilizou-se o maior valor do esforço cortante (V_{sd}) o qual foi obtido nos extremos da viga, e o maior valor do esforço de flexão (M_{sd2}) obtido através de uma análise feita pelo programa entre o momento máximo da viga no meio do vão e o momento máximo da viga em seus extremos. Não foram levados em consideração os estados limites de utilização.

3.1 Parâmetros Fixos

Os parâmetros fixos foram definidos anteriormente à determinação da função objetivo, pois compreendem as características de projeto consideradas inalteradas durante todo o procedimento de otimização, e são elas:

b_v – Largura da viga;

b_p – Largura do pilar;

c – Cobrimento da armadura;

C_c – Custo referente ao volume de concreto;

C_f – Custo referente à área de forma;

C_s – Custo referente à massa de aço;

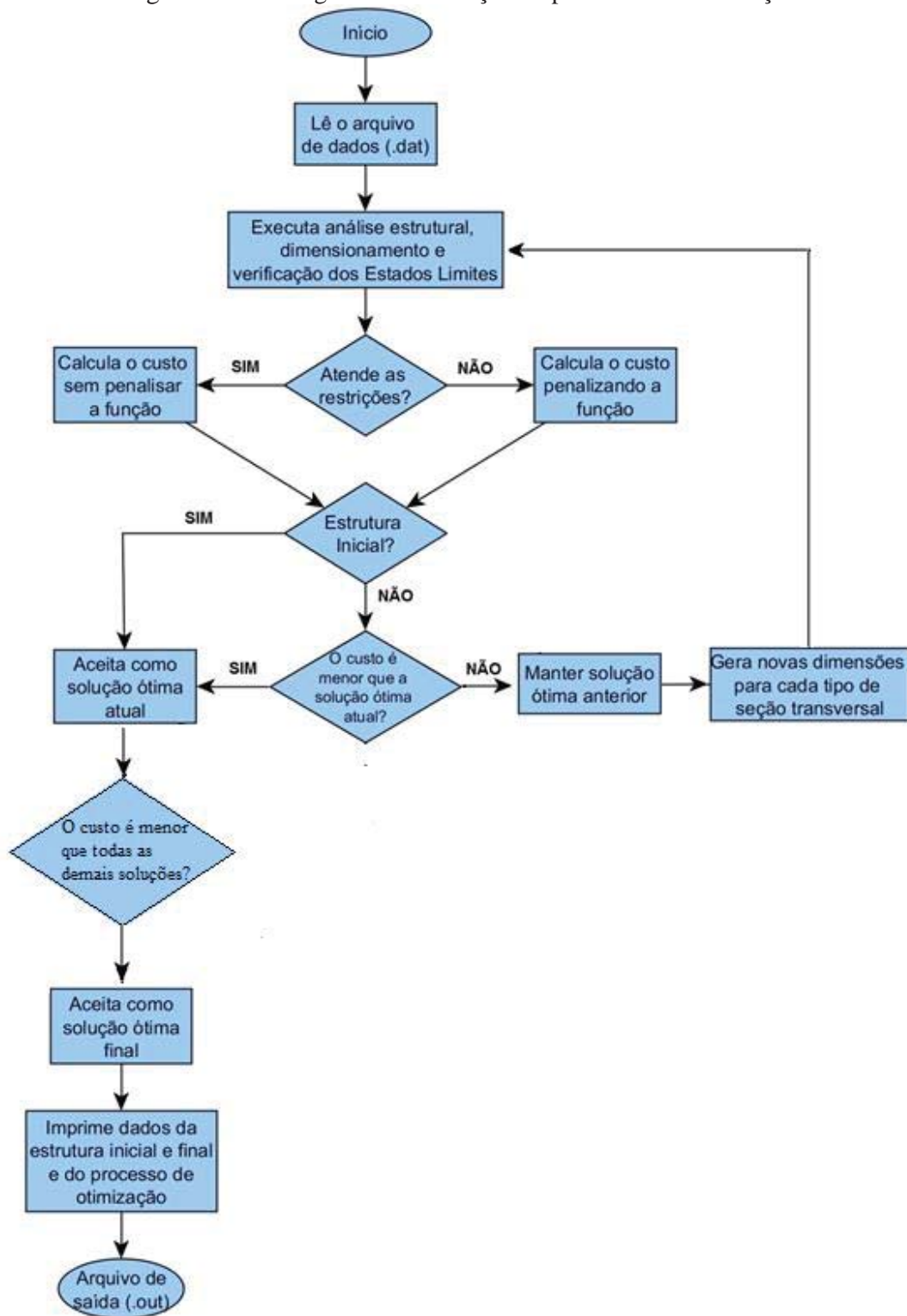
d_a - Diâmetro máximo do agregado;

E_s – Módulo de elasticidade do aço;

f_{yk} – Tensão característica de escoamento do aço;

Q – Carga distribuída.

Figura 04 – Fluxograma da resolução do problema de otimização

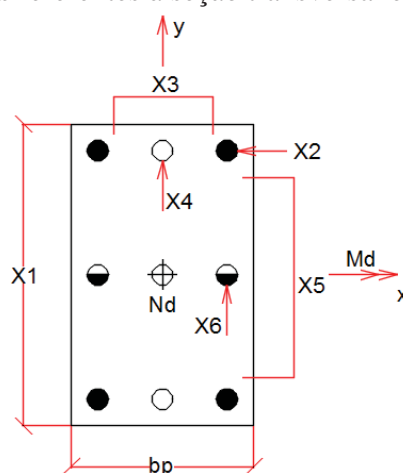


Fonte: Adaptado Medeiros (2012).

3.2 Variáveis de Projeto

As variáveis do problema são representadas pelas dimensões da seção transversal dos pilares, bem como da bitola e do número de barras de aço que os compõe (Figura 05), altura das vigas (Figura 06), e a classe de resistência do concreto utilizado totalizando oito variáveis de projeto para a formulação matemática. Também é variável de projeto a armadura de vigas, porém a mesma é calculada como área de aço, em função das dimensões das seções transversais consideradas, e somadas ao peso de aço total da estrutura.

Figura 05 – Variáveis referentes à seção transversal e armadura dos pilares

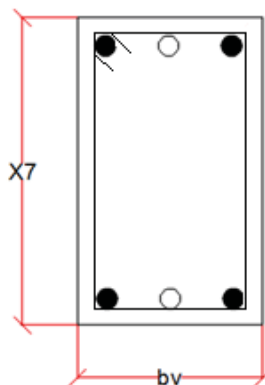


Fonte: Autor.

Onde:

- X1: Representa a altura da seção transversal (h);
- X2: Representa o diâmetro das quatro barras dos cantos;
- X3: Representa o número de barras nas duas camadas paralelas a bp ;
- X4: Representa o diâmetro nas duas camadas paralelas a bp ;
- X5: Representa o número de camadas com duas barras paralelas a X1;
- X6: Representa o diâmetro das barras nas camadas paralelas a X1.

Figura 06 – Variável referente à altura das vigas



Fonte: Autor.

Onde:

X7: Representa a altura da seção transversal

A variável X8 refere-se à classe de resistência adotada para o concreto de pilares e vigas. De maneira simplificada, adotou-se um mesmo valor de f_{ck} para toda a estrutura.

Todas as variáveis do problema foram consideradas como discretas, onde as dimensões das seções transversais puderam variar a cada 5 cm, e os diâmetros das armaduras foram limitados aos valores comerciais existentes.

Para a largura das vigas e pilares, manteve-se o proposto por Boito (2016), partindo-se de um valor inicial pré-estabelecido (20 cm), levando-se em consideração as práticas dos projetistas de concreto armado, os quais adotam como largura inicial o equivalente as espessuras das paredes (alvenarias de vedação) especificadas nos projetos arquitetônicos. Como forma de simplificação para resolução do problema, considera-se uma única seção de viga para toda a estrutura, enquanto os pilares podem variar suas seções.

3.3 Função Objetivo

A função objetivo corresponde à minimização do custo estrutural considerando-se os custos de concreto, aço e fôrma da estrutura, e que, ao mesmo tempo, seja uma estrutura resistente. Essa função é resultante da incorporação da função objetivo de pilares e da função objetivo de vigas.

A função objetivo de pilares é dada pela Equação 10.

$$f_{\text{ pilar }}(x) = (V_{\text{concreto pilar}} * C_c) + (P_s \text{ pilar} * C_s) + (A_{\text{forma pilar}} * C_f) \quad (10)$$

Onde:

$V_{concreto\ pilar}$: Volume de Concreto dos Pilares

C_c : Custo do Concreto

$P_s\ pilar$: Peso de Aço dos Pilares

C_s : Custo do Aço

$A_{forma\ pilar}$: Área de formas dos pilares

C_f : Custo das formas

Os custos unitários (C_c , C_s e C_f) são parâmetros fixos estabelecidos antes da resolução do problema, enquanto os quantitativos de materiais ($V_{concreto\ pilar}$, $P_s\ pilar$ e $A_{forma\ pilar}$) precisam ser calculados, conforme as equações a seguir.

$$V_{concreto\ pilar} = bp \cdot x1 \cdot 1m \quad (11)$$

$$P_s\ pilar = \gamma_s \cdot \pi \cdot ((x2^2 + 0,5 \cdot x3 \cdot x4^2 + 0,5 \cdot x5 \cdot x6^2) + (0,875 \cdot bp + 0,875 \cdot x1)) \quad (12)$$

$$A_{forma\ pilar} = 2 \cdot (bp + x1) \quad (13)$$

A função objetivo das vigas é apresentada na Equação 14.

$$f_{viga}(x) = (V_{concreto\ viga} * C_c) + (P_s\ viga * C_s) + (A_{forma\ viga} * C_f) \quad (14)$$

Onde:

$V_{concreto\ viga}$: Volume de Concreto das Vigas

C_c : Custo do Concreto

$P_s\ viga$: Peso de Aço das Vigas

C_s : Custo do Aço

$A_{forma\ viga}$: Área de formas das vigas

C_f : Custo das formas

A Equação 15 refere-se ao cálculo do volume das vigas por metro linear de viga.

$$V_{concreto\ viga} = bv \cdot x8 \cdot 1m \quad (15)$$

Para obtenção da área total de aço nas vigas, foram somadas as parcelas correspondentes a armaduras longitudinais, armaduras transversais e armaduras de pele, conforme Equação 16.

$$A_{s \text{ viga}} = A_{Sflexão} + A_{Sws} + A_{Spele} \quad (16)$$

As armaduras longitudinais das vigas foram calculadas de modo a resistir aos momentos fletores solicitados, sendo que as seções foram calculadas, conforme a necessidade, com armadura simples composta por uma armadura inferior tracionada, ou com armadura dupla, composta por uma armadura inferior tracionada e uma armadura superior comprimida. Na armadura simples considerou-se além da armadura de tração, uma armadura construtiva na área de concreto comprimido, composta por duas barras longitudinais de diâmetro 6,3 mm.

Para o cálculo das armaduras transversais das vigas fez-se primeiramente a verificação ao cisalhamento, ou seja, a verificação das bielas de concreto comprimidas e tracionadas, de modo que para as bielas comprimidas o esforço resistido pelas mesmas fosse maior do que o esforço resistente do concreto e, a verificação das bielas tracionadas de modo que a soma da parcela do esforço cortante absorvido pelo concreto com a parcela do esforço cortante resistido pela armadura transversal fossem maiores do que o esforço solicitante. Em seguida, calculou-se a armadura transversal mínima, obtendo-se então a área de aço transversal, considerando-se estribos simples fechados com 90° de angulação dispostos em toda a extensão das vigas.

A área de aço da armadura de pele foi calculada para vigas com altura igual ou superior a 60 cm, obedecendo-se aos critérios da norma ABNT NBR 6118 (2014), considerando-se a armadura mínima lateral igual a 0,10% da área da seção transversal da alma, para cada face da alma da viga.

Para a obtenção da quantidade total de aço das vigas por unidade de massa, multiplicou-se a Equação 16 pelo peso específico do aço, resultando na Equação 17.

$$P_{s \text{ viga}} = (A_{Sflexão} + A_{Sws} + A_{Spele}) \cdot \gamma_S \quad (17)$$

A Equação 18 representa a área de fôrmas das vigas, considerando-se a dimensão da base e duas vezes a dimensão da altura da viga

$$A_{forma \text{ viga}} = bv + 2 \cdot x8 \quad (18)$$

A Equação 19 representa a função objetivo de minimização de pórticos planos, onde se tem o somatório das Equações 10 e 14 descritas anteriormente. A primeira parcela está relacionada à função objetivo dos pilares, enquanto a segunda parcela refere-se a função objetivo para as vigas, sendo que ambas são multiplicadas pelo comprimento total dos pilares ($COMPRTOTP$) e das vigas que compõem a estrutura ($COMPRTOTV$).

$$F(x) = \left[\left[(V_{concreto\ pilar} * C_c) + (P_s\ pilar * C_s) + (A_{forma\ pilar} * C_f) \right] * COMPRTOTP + \left[(V_{concreto\ viga} * C_c) + (P_s\ viga * C_s) + (A_{forma\ viga} * C_f) \right] * COMPRTOTV \right] \quad (19)$$

Onde:

$V_{concreto\ pilar}$: Volume de Concreto dos Pilares

$V_{concreto\ viga}$: Volume de Concreto das Vigas

C_c : Custo do Concreto

$P_s\ pilar$: Peso de Aço dos Pilares

$P_s\ viga$: Peso de Aço das Vigas

C_s : Custo do Aço

$A_{forma\ pilar}$: Área de formas dos pilares

$A_{forma\ viga}$: Área de formas das vigas

C_f : Custo das formas

$COMPRTOTP$: Comprimento Total de Pilares

$COMPRTOTV$: Comprimento Total de Vigas

3.4 Restrições Impostas

As restrições do problema foram definidas tomando-se como referência as condições de funcionalidade e segurança, atendendo-se aos preceitos da norma ABNT NBR 6118 (2014).

As restrições de desigualdade do problema para os elementos do tipo pilares, são apresentadas pelas equações a seguir.

$$Restr0 = 1 - \frac{x1(i)}{x1(s)} \leq 0 \quad (20)$$

$$Restr1 = 1 - \frac{x1}{bp} \leq 0 \quad (21)$$

A Equação 20 considera que a dimensão da seção transversal dos pilares deve reduzir dos pilares inferiores para os superiores, enquanto que a Equação 21 garante que a dimensão da altura da seção transversal dos pilares seja maior que a dimensão de base.

$$Restr2 = 1 - \frac{M_{rd}}{M_{sd}} \leq 0 \quad (22)$$

A Equação 22 é restrição que visa garantir que os momentos solicitantes de cada pilar sejam inferiores aos momento resistentes dos tipos de seções.

$$Restr3 = 1 - \frac{5 \cdot b_p}{x_1} \leq 0 \quad (23)$$

A dimensão da altura da seção é limitada em no máximo cinco vezes a dimensão da base, conforme a Equação 23.

As Equações 24 e 25 definem taxas de armadura mínima e máxima, respectivamente.

$$Restr4 = 1 - \frac{\rho}{\rho_{min}} \leq 0 \quad (24)$$

$$Restr5 = 1 - \frac{\rho_{max}}{\rho} \leq 0 \quad (25)$$

Os espaçamentos mínimos e máximos para as armaduras são restringidos pelas Equações 26 e 27.

$$Restr6 = 1 - \frac{s}{s_{min}} \leq 0 \quad (26)$$

$$Restr7 = 1 - \frac{s_{max}}{s} \leq 0 \quad (27)$$

A restrição da Equação 28 garante que as seções não possuam área menor que 360cm².

$$Restr8 = 1 - \frac{b_p \cdot x_1}{A_{cmin}} \leq 0 \quad (28)$$

As Equações 29, 30 e 31 impedem que os diâmetros das barras de aço sejam maiores que 1/8 da dimensão da base das seções.

$$Restr9 = 1 - \frac{bp}{8.x2} \leq 0 \quad (29)$$

$$Restr10 = 1 - \frac{bp}{8.x4} \leq 0 \quad (30)$$

$$Restr11 = 1 - \frac{bp}{8.x6} \leq 0 \quad (31)$$

$$Restr12 = 1 - \frac{90}{\lambda} \leq 0 \quad (32)$$

A Equação 32 classifica os pilares quanto ao índice de esbeltez. Limitou-se neste estudo a análise com pilares curtos ou medianamente esbeltos.

No que diz respeito as restrições do problema de otimização impostas às vigas, levou-se em consideração somente os momentos fletores, taxas de armadura e dimensões das seções transversais. Não foram consideradas restrições relativas aos estados limites de utilização, ou seja, restrições referentes aos deslocamentos e aberturas de fissuras.

A equação 33 restringe a ocorrência de aglomerações de armadura, de modo a impossibilitar a perfeita concretagem dos elementos, limitando a razão entre o momento fletor da armadura comprimida e da armadura tracionada em até no máximo 30%.

$$Restr13 = 1 - \frac{0,30MAS}{MAS'} \leq 0 \quad (33)$$

A taxa de armadura mínima de flexão para vigas é obtida a partir da classe de resistência do concreto (fck), conforme norma ABNT NBR 6118/2014, e representada pela Equação 34.

$$Restr14 = 1 - \frac{\rho}{\rho_{min}} \leq 0 \quad (34)$$

A Equação 35 restringe a taxa de armadura máxima longitudinal, a qual não permite que a soma das armaduras de tração e de compressão sejam superiores a 4% da área de concreto.

$$Restr15 = 1 - \frac{\rho^{max}}{\rho} \leq 0 \quad (35)$$

A equação 36 impede que os esforços resistidos pelas bielas comprimidas de concreto sejam menores que os esforços de solicitação de cálculo nas seções. Já a equação 37 impede que a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal, esforço resistente absorvido pelo concreto mais a parcela resistida pela armadura transversal, seja inferior ao esforço solicitante.

$$Restr16 = 1 - \frac{VRd2}{Vsd} \leq 0 \quad (36)$$

$$Restr17 = 1 - \frac{VRd3}{Vsd} \leq 0 \quad (37)$$

A taxa de armadura transversal mínima também foi restringida estabelecendo-se a última restrição imposta às vigas (Equação 38).

$$Restr18 = \rho_{swmin} = \frac{A_{sw}}{b \cdot v \cdot s} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{yw,k}} \quad (38)$$

Em caso de violação de alguma das restrições, a função objetivo é penalizada. Isso é realizado acrescentando-se à função objetivo $f(x)$ uma função de penalidade $P(x)$ (Equação 39).

$$F(x) = f(x) + P(x) \quad (39)$$

Sendo:

$F(x)$ - função objetivo penalizada;

$f(x)$ - função objetivo não penalizada;

$P(x)$ - função de penalização;

A função de penalidade $P(x)$ é calculada pela Equação 40, onde $g_i(x)$ corresponde ao valor de cada uma das m restrições não atendidas e r diz respeito ao fator de penalização adotado. O valor adotado para r é de 10^6 .

$$P(x) = \sum_{i=1}^m r \cdot g_i(x) \quad (40)$$

As restrições laterais do problema (intervalo que algumas das variáveis obrigatoriamente devem estar contidas) também devem ser respeitadas. As variáveis $X1$ e $X7$

referem-se a altura da seção transversal dos pilares e altura da viga, respectivamente, e pertencem aos intervalos contidos nas Equações 41 e 42, sendo discretizadas a cada 5cm. Como limite superior para esses intervalos, foi considerado um valor alto, visto que utilizando-se intervalos maiores, uma diversidade maior de soluções são obtidas, desse modo, ficando mais próxima da solução ótima.

$$X1 \in [20; \dots; 300], \text{ em cm} \quad (41)$$

$$X7 \in [10; \dots; 300], \text{ em cm} \quad (42)$$

Para as variáveis $X3$ e $X5$ (número de barras nas duas camadas paralelas a bp e número de camadas com duas barras paralelas a $X1$, respectivamente), tomou-se o intervalo entre 0 e 18.

$$X3, X5 \in [0; \dots; 18] \quad (43)$$

As variáveis $X2$, $X4$ e $X6$, referentes aos diâmetros das barras de aço dos pilares, podem assumir valores do conjunto exposto abaixo, referente a diâmetros comerciais.

$$X2, X4, X6 \in [10; 12,5; 16; 20; 22; 25], \text{ em mm} \quad (44)$$

A variável $X8$, referente à classe de resistência adotada para o concreto (fck) pode assumir valores especificados na norma brasileira de concreto armado ABNT NBR 6118 (2014).

$$X8 \in [20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80; 85; 90], \text{ em MPa} \quad (45)$$

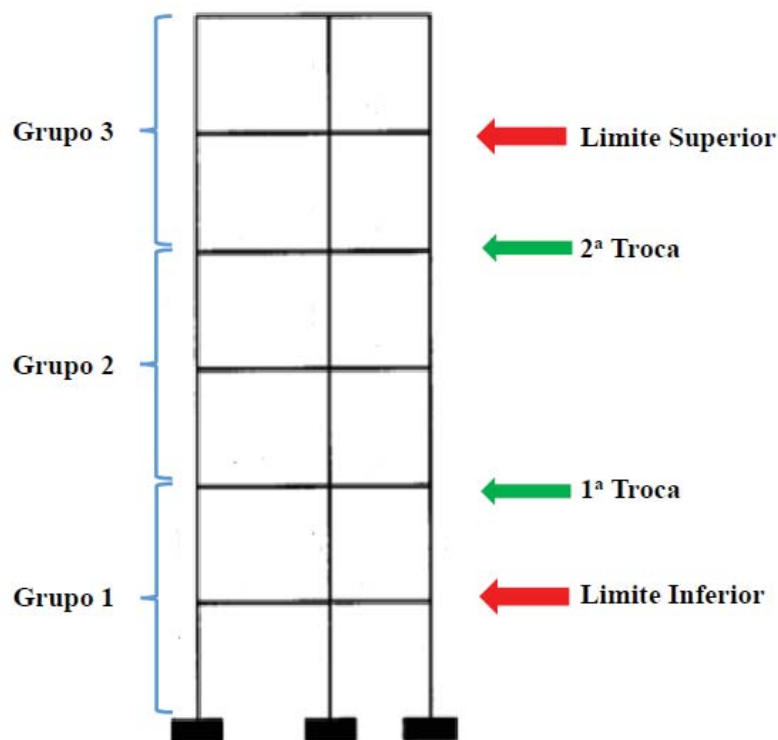
Para a implementação de restrições de cardinalidade quanto ao agrupamento de pilares de mesma seção em diferentes pavimentos, criou-se uma sub rotina dentro do programa de otimização de pórticos planos. Nesta sub rotina estão inseridos limites superiores e inferiores para a escolha dos andares em que a seção dos pilares serão alteradas. Esses limites levam em consideração o número máximo de grupos que as seções transversais dos pilares podem assumir e o número de andares da edificação (dados de entrada).

O número máximo de seções transversais diferentes é limitado pelo número de grupos. Em problemas onde o projetista estipula um número igual ou superior a dois grupos de seções

para pilares, o algoritmo faz a escolha aleatória dos andares onde há trocas de grupos, levando em consideração as dimensões e esforços solicitantes dos elementos. Depois disso, cada pilar de um mesmo andar é atribuído a um grupo, de acordo com a sua localização na estrutura. Várias soluções candidatas são verificadas, e a solução que gera um menor custo estrutural é escolhida.

Um exemplo de como foram consideradas as restrições de cardinalidade na otimização estrutural é demonstrado na Figura 07.

Figura 07 – Exemplo de otimização de pórtico plano com agrupamento de pilares.



Fonte: Autor.

Dessa forma, a solução adotada neste estudo fornece ao projetista a possibilidade de determinar o número máximo de tamanhos diferentes de seções de pilares a serem usados em um determinado problema, e transferir para a técnica de busca a tarefa de encontrar um bom agrupamento para as variáveis de projeto. Essa restrição, chamada de restrição de cardinalidade, permite economias e simplificação na aquisição e transporte de materiais e montagem das formas das estruturas, que são mais difíceis de quantificar e, portanto, geralmente não incluídos no procedimento de otimização. Também alivia a tarefa do projetista de escolher as variáveis para ligar em um grupo.

Com o objetivo de comprovar a eficiência da formulação matemática proposta, bem como do algoritmo do método da Busca Harmônica, foram efetuadas várias análises numéricas,

cujos resultados são comparados com técnicas convencionais de dimensionamento e com exemplos da literatura onde utilizou-se outros métodos de otimização.

4 ANÁLISES NUMÉRICAS

Neste capítulo são apresentadas as análises numéricas efetuadas com o intuito de validar a formulação matemática empregada, bem como verificar a importância da utilização de restrições de cardinalidade em problemas de otimização de estruturas formadas por pórticos planos.

4.1 Parâmetros Fixos

Como já definido anteriormente, os parâmetros fixos compreendem as características de projeto consideradas inalteradas durante todo o procedimento de otimização.

4.1.1 Dados de Entrada

Os dados de entrada utilizados nos exemplos são:

- Diâmetro do Agregado [da] = 19 mm
- Cobrimento da armadura [c] = 4 cm
- Pé- direito = 3 m
- Dimensões iniciais arbitradas para pilares: $b_p = 20$ cm e $h = 40$ cm
- Dimensões iniciais arbitradas para vigas: $b_v = 20$ cm e $h = 40$ cm

4.1.2 Carregamento

O carregamento distribuído atuante na estrutura (Q) foi fixado em 23 kN/m, valor retirado de Medeiros e Kripka (2010), onde foram consideradas uma carga permanente de 16 kN/m e uma carga acidental de 7 kN/m, carregamento comum ao qual são submetidas vigas de obras residenciais.

4.1.3 Custos*

Os custos de materiais utilizados para as análises numéricas são apresentados à seguir.

*Fonte: Site Informativo: www.caixa.gov.br – Sinapi - Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil - Custos de Composição Sintético Não-Desonerado, junho de 2017, localidade: Porto Alegre/RS, com dados atualizados e publicados em 17 de Julho de 2017.

Na Tabela 09 estão descritos os custos para cada resistência característica do concreto (fck), usinado e bombeável.

Tabela 09 – Custo do concreto usinado bombeável para cada resistência característica de concreto.

Resistência Característica do Concreto	20MPa	25MPa	30MPa	35MPa	40MPa	45MPa	50MPa	55MPa
Custo (R\$/m³)	315,00	328,26	339,31	351,47	364,73	410,05	486,31	560,00
Resistência Característica do Concreto	60MPa	65MPa	70MPa	75MPa	80MPa	85MPa	90MPa	-
Custo (R\$/m³)	624,47	690,00	750,00	800,00	862,10	900,00	950,00	-

Fonte: Autor.

O custo médio do aço CA-50 incluindo corte, dobra e armação de pilares ou vigas de estrutura convencional de concreto armado (médias obtida dos custos das bitolas utilizadas no trabalho): 5,33 R\$/kg.

As fôrmas em chapa de madeira compensada resinada para concreto estrutural, incluso montagem e desmontagem, têm um custo de 90,21 R\$/m².

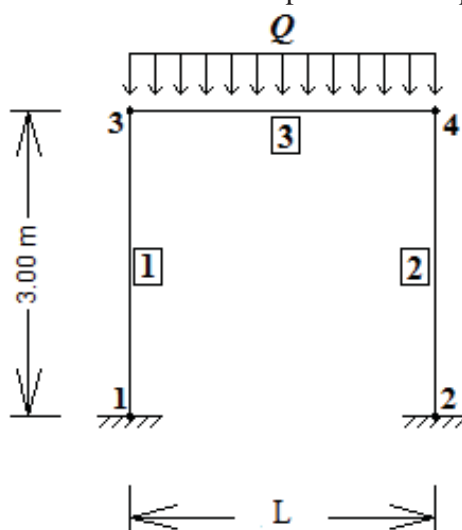
4.2 Exemplo I

O primeiro exemplo a ser utilizado apresenta a otimização de um pórtico plano, constituído de um único pavimento de pé-direito de 3,0 metros, com variação do comprimento do vão (L) de 3,0 a 12,0 metros.

Este exemplo permite analisar os efeitos do comprimento do vão no custo ótimo da estrutura.

O modelo estrutural deste exemplo encontra-se na Figura 08, onde a numeração externa refere-se aos nós da estrutura, enquanto a numeração interna corresponde aos elementos que compõem o pórtico plano.

Figura 08 – Modelo do Pórtico Plano formado por um único pavimento e vão variável.



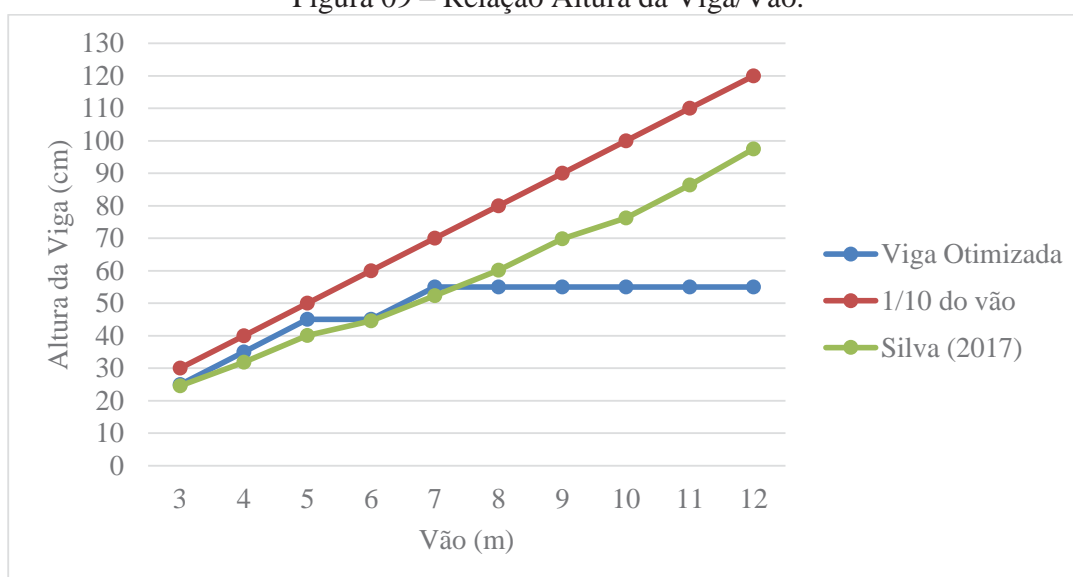
Fonte: Boito (2016)

Inicialmente foram feitas algumas análises relativas à altura ótima da viga com relação à variação no comprimento do vão.

Usualmente, para o pré-dimensionamento de vigas, é utilizada a relação de 1/10 do vão para obtenção da altura da viga. Outra fórmula encontrada na literatura para determinação da altura mínima de vigas leva em consideração a base da viga, vão da viga, f_{ck} do concreto e carga distribuída nas vigas (SILVA, 2017).

Com o intuito de analisar este dado, fez-se um comparativo das alturas das vigas utilizando tal parâmetro, com os valores otimizados de altura de viga (Figura 09).

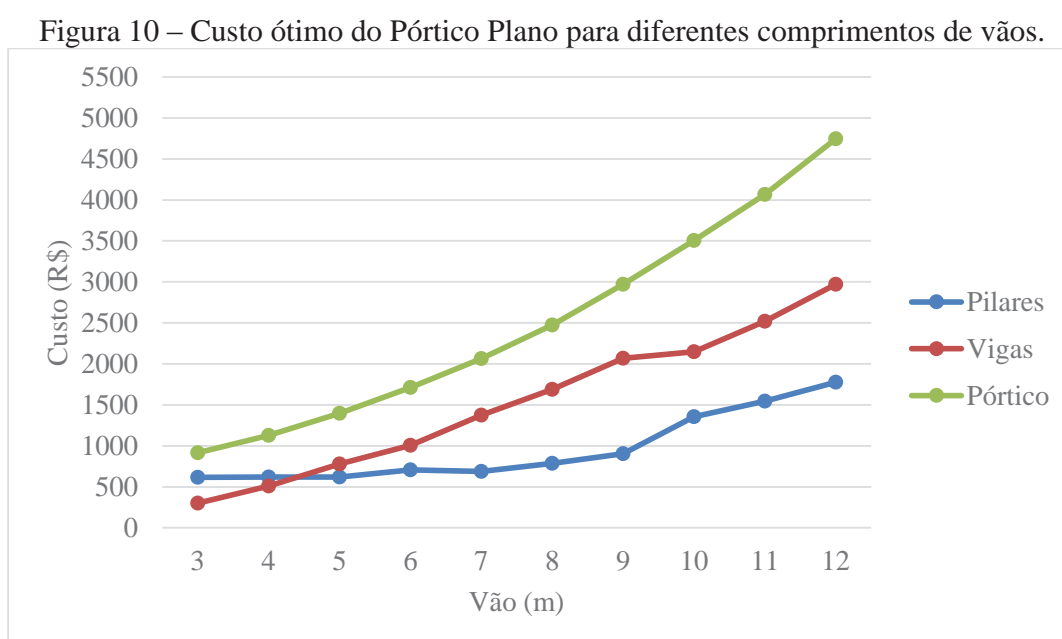
Figura 09 – Relação Altura da Viga/Vão.



Fonte: Autor.

A partir do gráfico, observa-se que os valores das alturas ótimas das vigas obtidas no processo de otimização encontram-se, de modo geral, abaixo dos valores normalmente utilizados em pré-dimensionamentos de projetos estruturais. Observou-se ainda que as alturas das vigas correspondentes aos vãos de 7 a 12 metros mantiveram-se constantes, fato já esperado uma vez que a solução ótima tenta manter a altura da viga abaixo de 60 cm, evitando-se assim a utilização de armadura de pele, o que acarretaria em um incremento na armadura e consequentemente no aumento da função custo.

Passando-se à análise do custo total do pórtico plano, a Figura 10 apresenta o custo total da estrutura obtido para cada comprimento de vão analisado.

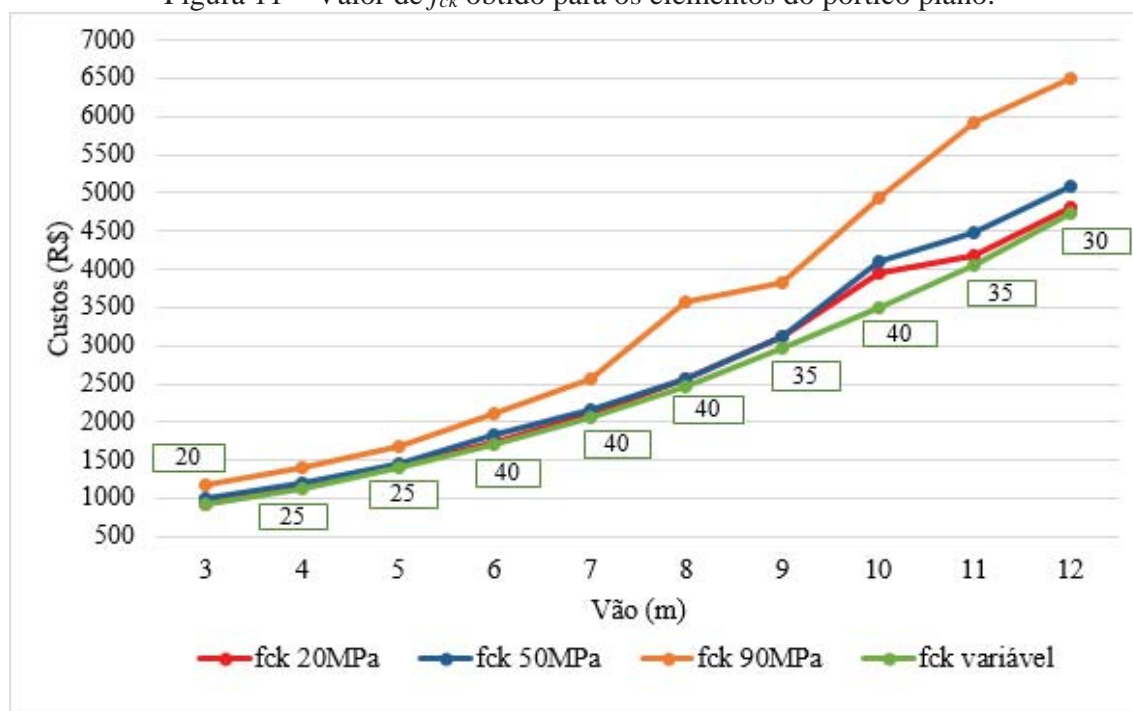


Fonte: Autor.

A Figura 10 apresenta o aumento gradativo dos custos da estrutura, com o aumento do vão livre. Também é possível visualizar que para vãos de até 4,5 metros, os pilares são responsáveis pela maior parcela do custo total da estrutura, enquanto que para vão maiores, a viga passou a ter maior representatividade no custo total do pórtico.

A Figura 11 mostra os valores de f_{ck} correspondentes às soluções otimizadas, obtidos para a estrutura de pórtico plano nos diferentes vãos analisados, considerando algumas resistências características previamente estipuladas bem como a solução obtida para o f_{ck} como variável de projeto.

Figura 11 – Valor de f_{ck} obtido para os elementos do pórtico plano.

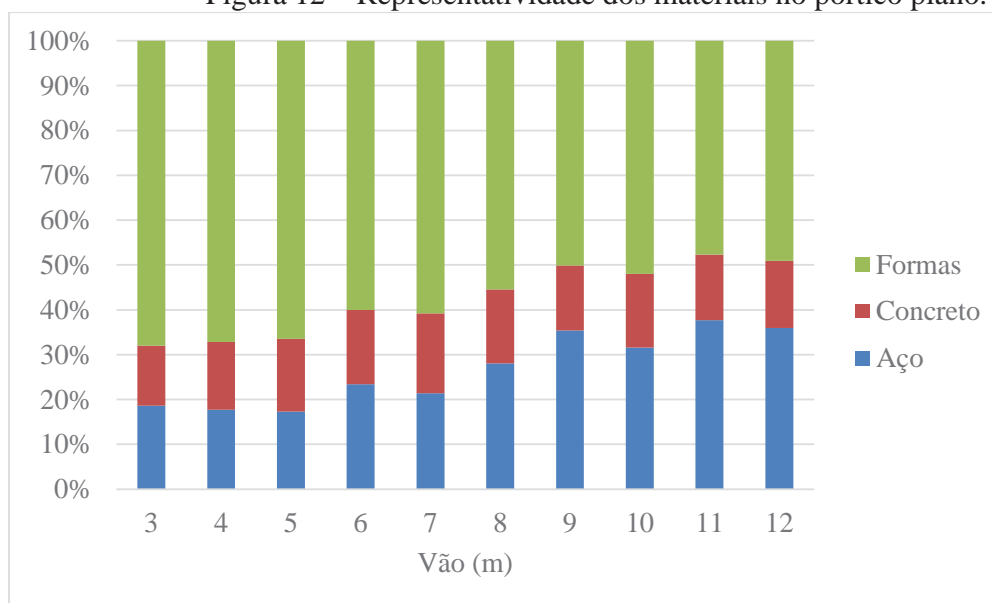


Fonte: Autor.

Fazendo a análise da Figura 11, nota-se que os valores de f_{ck} da estrutura de pórtico plano, obtidos pelo processo de otimização, não ultrapassam o valor de 50 MPa, uma das principais alterações sofridas pela NBR6118:2014. Isso sugere que o custo de aquisição dos concretos de resistências superiores ainda não é competitivo quando se pensa unicamente no custo final da estrutura.

Com relação à representatividade de cada material sobre o custo ótimo total do pórtico plano para os diferentes comprimentos de vãos (Figura 12) pode-se observar que as fôrmas representaram a maior parcela no custo total da estrutura, seguidas do aço e do concreto, principalmente para vãos maiores.

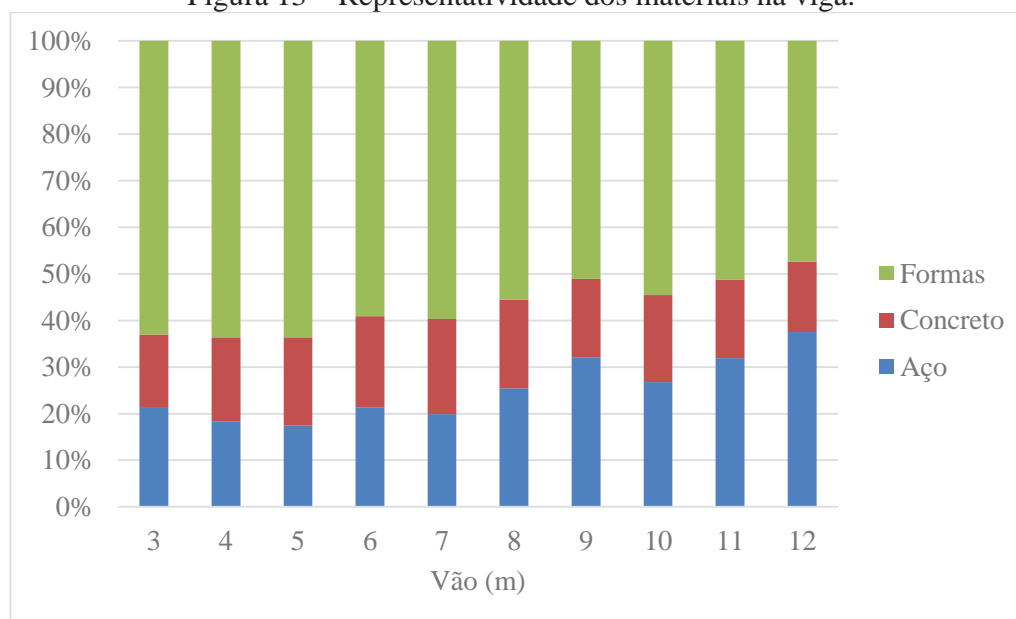
Figura 12 – Representatividade dos materiais no pórtico plano.



Fonte: Autor.

Quanto à representatividade de cada material sobre o custo ótimo das vigas (Figura 13), pode-se notar que as formas tem um maior percentual no custo total das vigas, enquanto que para vãos de até 7 metros, aço e concreto têm praticamente a mesma representatividade, sendo que para vãos maiores, o aço passa a ser mais representativo quando comparado ao concreto.

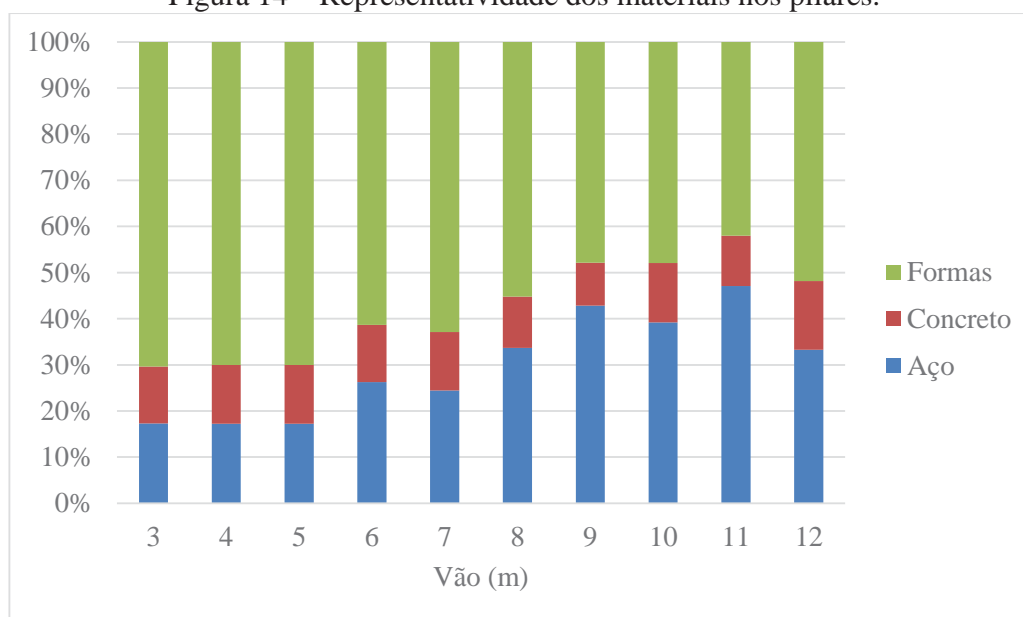
Figura 13 – Representatividade dos materiais na viga.



Fonte: Autor.

Já no caso dos pilares (Figura 14), as formas continuam tendo a maior representatividade no custo total, seguido pelo aço, onde ambos aproximam-se nos custos quando chegam ao vão de 10 metros. O concreto é o material de menor representatividade no custo total dos pilares.

Figura 14 – Representatividade dos materiais nos pilares.



Fonte: Autor.

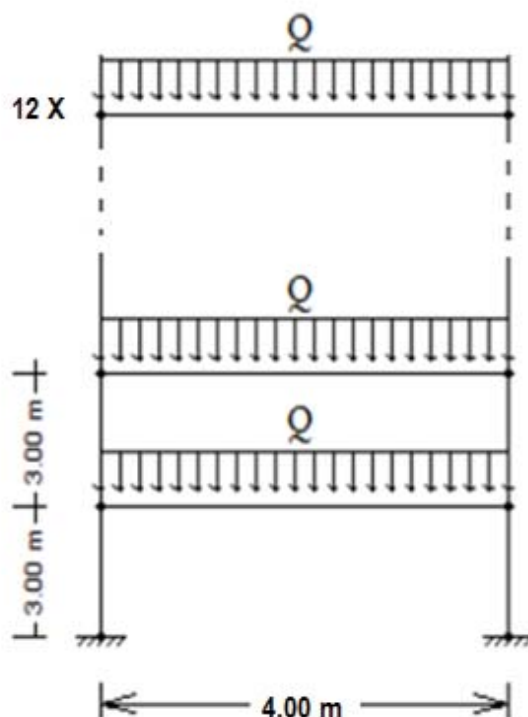
4.3 Exemplo II

Para este exemplo considerou-se o pórtico plano de um edifício de 12 pavimentos, pé-direito de 3,0 metros, f_{ck} de 30 MPa e comprimento do vão (L) de 4,0 metros. Nele, pode-se verificar a influência do número de tipos de seção que os pilares podem assumir, no custo ótimo da estrutura, considerando um pré-agrupamento uniforme dos elementos (um grupo a cada 6 andares, a cada 4 andares e a cada 2 andares) e um agrupamento automático feito pelo software.

O modelo estrutural deste exemplo encontra-se na Figura 15.

Primeiramente, o pórtico plano foi otimizado, levando-se em consideração que a estrutura pudesse assumir 1 tipo de seção para todos os pilares.

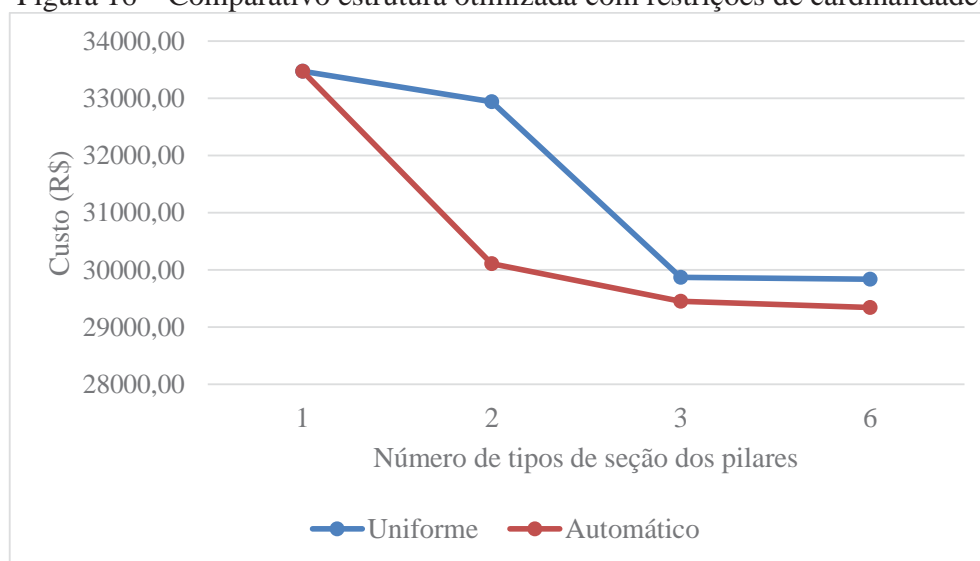
Figura 15 – Modelo do Pórtico Plano formado 12 pavimentos.



Fonte: Adaptado Boito (2016).

Os resultados obtidos foram comparados com os custos ótimos desta mesma estrutura, porém considerando-se 2, 3 e 6 tipos de seção para os pilares. Uma segunda análise da estrutura foi realizada utilizando-se a formulação criada para a escolha do agrupamento ótimo. Os resultados obtidos são comparados na Figura 16.

Figura 16 – Comparativo estrutura otimizada com restrições de cardinalidade.



Fonte: Autor.

Observando a Figura 16, nota-se que em ambos os casos os custos reduzem a medida que aumentou-se o número de tipos de seções para pilares. Porém, quando automatizada a escolha do andar em que cada tipo de seção é alterada, obtiveram-se resultados melhores do que quando considerado um agrupamento uniforme de membros. Pode-se notar também que a variação no custo da estrutura é maior quando se altera de 1 para 2 tipos de seções, sendo que essa variação se torna cada vez menor com o aumento do número de tipos de seções.

A Tabela 10 apresenta os resultados obtidos na análise da estrutura com restrições de cardinalidade.

Tabela 10 – Resultados ótimos obtidos para o pórtico plano de 12 pavimentos.

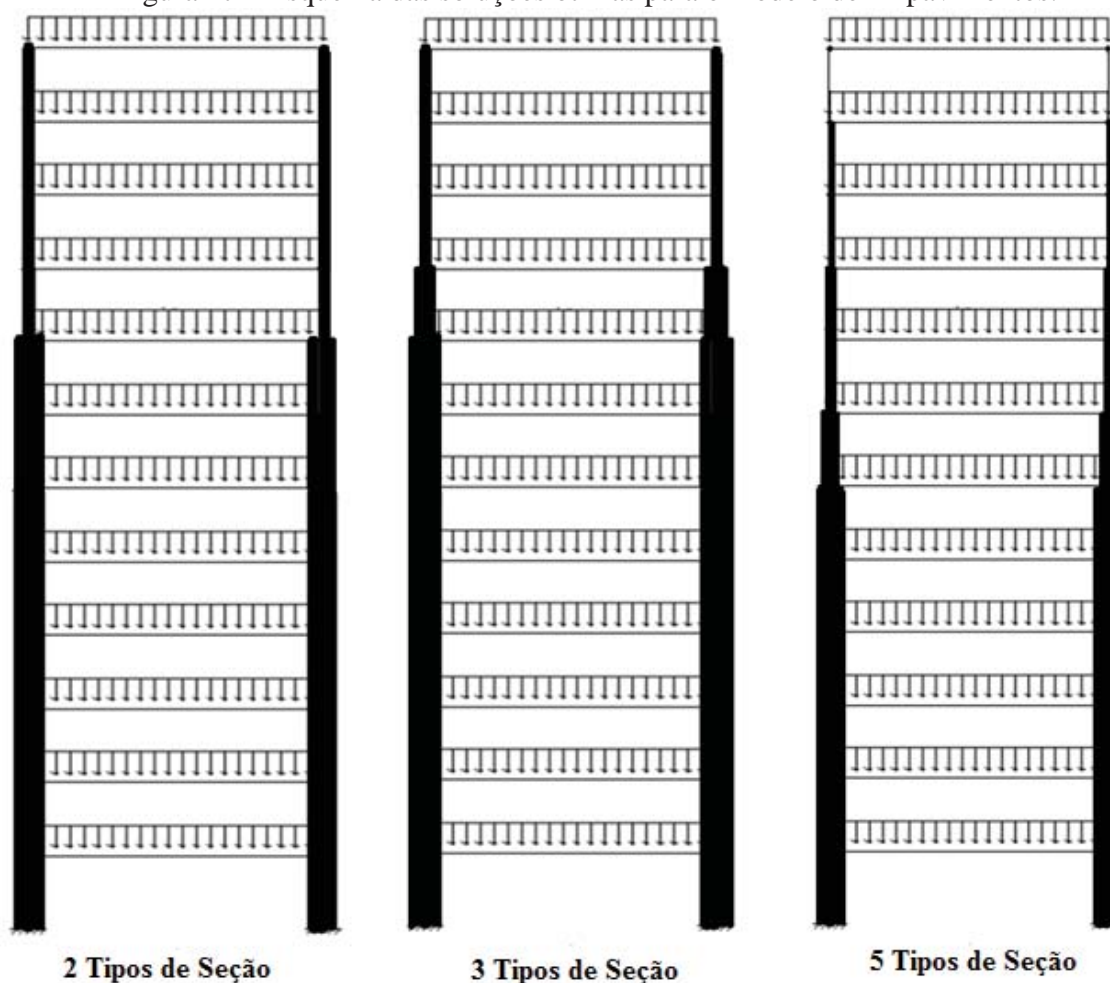
Nº tipos de seção	Alt. Vigas (cm)	Seção pilares (cm)	Custo pilares (R\$)	Custo vigas (R\$)	Custo pórticos (R\$)	Arm. 4 cantos	Arm. camadas horiz.	Arm. camadas vert.
1	50	70x20	18222,78	15249,44	33472,22	4 ϕ 10	2 ϕ 10	4 ϕ 10
2	55	65x20	15077,00	15033,45	30110,45	4 ϕ 10	-	6 ϕ 10
		45x20				4 ϕ 10	2 ϕ 12,5	-
3	50	65x20	14654,83	14794,91	29449,74	4 ϕ 10	-	6 ϕ 10
		50x20				4 ϕ 10	-	2 ϕ 10
		40x20				4 ϕ 16	2 ϕ 10	-
6	50	65x20	14509,61	14831,10	29340,71	4 ϕ 12,5	-	4 ϕ 10
		50x20				4 ϕ 10	-	2 ϕ 12,5
		50x20				4 ϕ10	-	2 ϕ10
		50x20				4 ϕ10	-	2 ϕ10
		50x20				4 ϕ 12,5	-	2 ϕ 10
		40x20				4 ϕ 20	2 ϕ 12,5	-

Fonte: Autor.

Pode-se observar pela tabela que o custo total da estrutura reduziu a medida que aumentou-se a gama de tipos de seções que os pilares da estrutura podem assumir. Observa-se ainda que considerando 6 tipos de seções para os pilares da estrutura, dois deles resultaram em valores idênticos, tanto nas dimensões das seções transversais como na armadura. Conclui-se desta forma, que o resultado ótimo obtido para esta estrutura foi de 5 grupos de pilares.

A Figura 17 apresenta as configurações otimizadas obtidas para a estrutura, com o uso de restrições de cardinalidade.

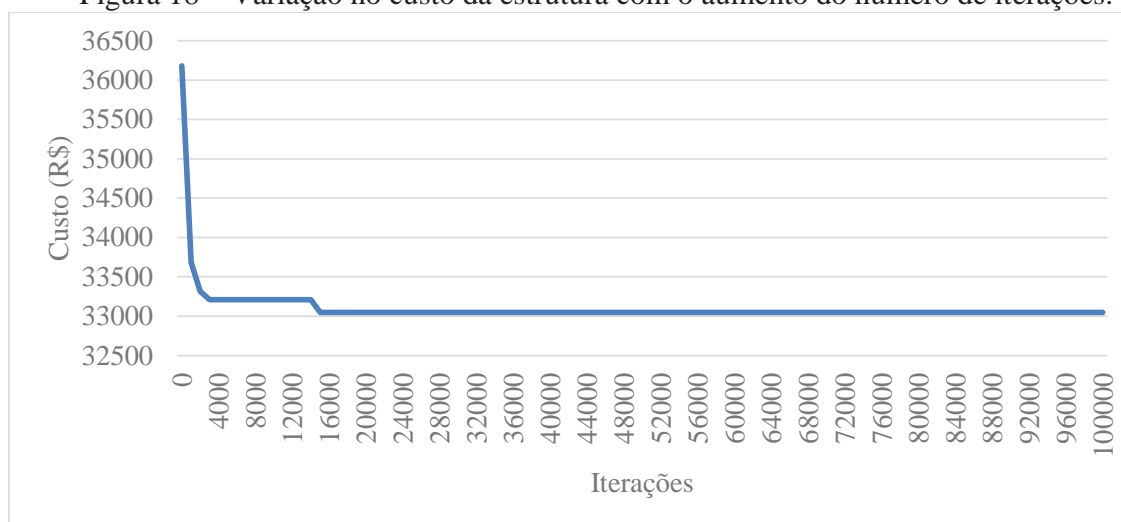
Figura 17 – Esquema das soluções ótimas para o modelo de 12 pavimentos.



Fonte: Autor.

O gráfico da Figura 18 apresenta a variação do custo estrutural com o aumento do número de iterações realizadas pelo algoritmo. Observando-se o gráfico, é possível identificar uma maior variação no custo da estrutura nas primeiras 4.000 (quatro mil) iterações, sendo que essa variação se torna cada vez menor com o aumento do número de iterações. Assim, observa-se que, em termos práticos, um excelente resultado pode ser obtido para um número reduzido de iterações, o que propiciaria inclusive a adoção de um critério de parada menos restritivo.

Figura 18 – Variação no custo da estrutura com o aumento do número de iterações.

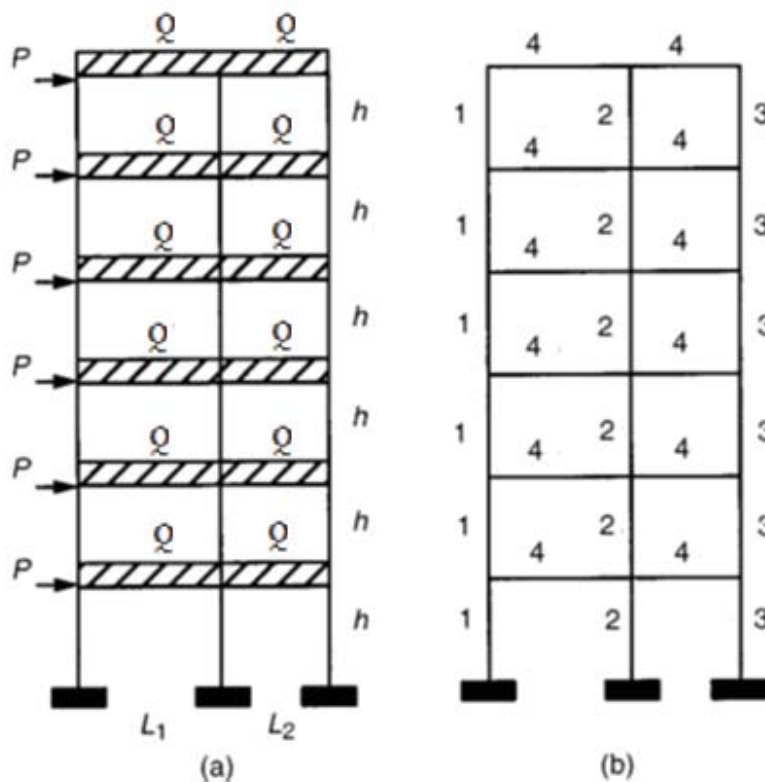


Fonte: Autor.

4.4 Exemplo III

Um modelo estrutural adaptado do estudo de Akin e Saka (2012), foi utilizado de modo a comparar o método de otimização em uso neste trabalho com outros métodos usados na literatura para este mesmo exemplo. A Figura 19 nos mostra o modelo proposto.

Figura 19 – Modelo estrutural com 2 vãos e 6 pavimentos.



Fonte: Adaptado Akin e Saka (2012).

O modelo de pórtico é formado por um vão (L1) de 6,0 metros e outro vão (L2) igual a 4,0 metros. O pé direito dos andares (h) foi considerado 4,0 metros. O carregamento atuante na estrutura é formado por um carregamento distribuído (Q) de 30 kN/m sobre todas as vigas e força lateral (P) de 10kN aplicada em cada andar da estrutura, conforme Figura 19(a).

Esta estrutura é formada por 12 vigas e 18 pilares, sendo que as vigas ficaram restringidas a um único tipo de seção, enquanto os pilares puderam assumir 3 grupos de seções transversais, como mostra a Figura 19(b). A resistência a compressão do concreto foi fixada em 20 MPa e o módulo de escoamento do aço em 415 MPa.

Os custos unitários de concreto, aço e formas são 735 Rs./m³, 7,1 Rs./kg e 54 Rs./m², respectivamente. O peso específico do concreto utilizado foi de 25 kN/m³ e do aço 78,5kN/m³.

O custo obtido com a otimização da estrutura, considerando sua configuração inicial, foi de 25.386,27 Rs. Os resultados obtidos podem ser visualizadas na Tabela 11.

Tabela 11 – Resultados ótimos obtidos para o pórtico plano de 2 vãos e 6 pavimentos.

Altura viga (cm)	Seção pilares (cm)	Custo pilares (Rs.)	Custo vigas (Rs.)	Custo pórtico (Rs.)	Arm. nos 4 cantos	Arm. camada horiz.	Arm. camada vertical
40	60x20	15.256,73	10.129,50	25.386,27	4 φ10	-	2 φ12,5
	60x20				4 φ12,5	-	2 φ10
	55x20				4 φ10	-	2 φ10

Fonte: Autor.

Após a análise otimizada do problema utilizando-se do agrupamento de pilares pré-estabelecido inicialmente pelos estudos anteriores, optou-se por utilizar uma distribuição uniforme de seções de pilares por andar (Tabela 12), e em um terceiro momento, utilizou-se a formulação criada para a escolha do agrupamento ótimo (Tabela 13).

Tabela 12 – Resultados ótimos obtidos para o pórtico plano de 2 vãos e 6 pavimentos, considerando um agrupamento uniforme de seções de pilares.

Altura viga (cm)	Seção pilares (cm)	Custo pilares (Rs.)	Custo vigas (Rs.)	Custo pórtico (Rs.)	Arm. nos 4 cantos	Arm. camada horiz.	Arm. camada vertical
35	55x20	14.969,31	7.806,36	22.775,67	4 φ16	-	2 φ12,5
	55x20				4 φ10	-	2 φ12,5
	45x20				4 φ12,5	2 φ12,5	-

Fonte: Autor.

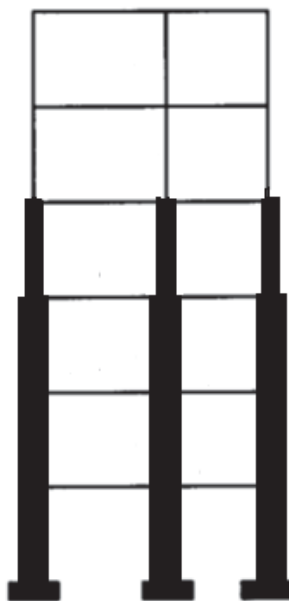
Tabela 13 – Resultados ótimos obtidos para o pórtico plano de 2 vãos e 6 pavimentos, considerando restrições de cardinalidade.

Altura viga (cm)	Seção pilares (cm)	Custo pilares (Rs.)	Custo vigas (Rs.)	Custo pórtico (Rs.)	Arm. nos 4 cantos	Arm. camada horiz.	Arm. camada vertical
40	50x20	14.386,20	8.271,87	22.658,07	4 ϕ 12,5	2 ϕ 16	4 ϕ 10
	50x20				4 ϕ 10	-	2 ϕ 10
	45x20				4 ϕ 10	2 ϕ 16	-

Fonte: Autor.

Observando as tabelas 11, 12 e 13, verifica-se uma redução de 10,28% no custo total da estrutura, com a utilização do agrupamento uniforme de elementos e uma redução de 10,75% com a utilização do agrupamento automático de elementos. A Figura 20 mostra o agrupamento de pilares considerado ótimo para este exemplo, onde verifica-se que sua distribuição é diferente da pré-estabelecida, que resultou em uma melhora no custo ótimo da estrutura com a nova configuração.

Figura 20 – Esquema das soluções ótimas para modelo retirado da literatura.



Fonte: Autor.

Na Tabela 14, estão apresentados os resultados obtidos por outros estudos encontrados na literatura para o mesmo exemplo analisado, bem como seus autores e o método de otimização utilizado. Ainda na tabela constam os resultados obtidos pelo presente estudo. Todos os autores descritos não consideraram as restrições de projeto quanto ao cisalhamento de vigas, nem foram considerados momentos gerados por fatores sísmicos, com exceção do trabalho de Akin e Saka

(2012). Além disso, os comprimentos de ganchos das armaduras e outros detalhes não foram considerados no cálculo do custo ótimo da estrutura. Observa-se no entanto que as distintas considerações de projeto não foram responsáveis pelas discrepâncias significativas nos resultados apresentados, exceto para os obtidos por Akin e Saka (2012).

Tabela 14 – Resultados ótimos obtidos na literatura para o pórtico plano de 2 vãos e 6 pavimentos.

Autor	Método de Otimização	Considerações do estudo	Custo (Rs.)
Rajeev; Krishnamoorthy (1998)	Algoritmos Genéticos	- 4 grupos de vigas; - 3 grupos de pilares; - Considerou comprimento de corte.	26.052,00
Camp; Pezeshk; Hansson (2003)	Algoritmos Genéticos	- 4 grupos de vigas; - 3 grupos de pilares; - Não considerou comprimento de corte.	24.959,00
Akin; Saka (2012)	Busca Harmônica	- 2 grupos de vigas; - 3 grupos de pilares; - Considerou comprimento de corte; - Considerou o cisalhamento de vigas e momentos gerados por fatores sísmicos.	43.586,19
Triches B. (2017)	Busca Harmônica	- 1 grupo de viga; - 3 grupos de pilares. - Não considerou comprimento de corte. - Considerou a distribuição de seções dos pilares conforme a literatura.	25.386,27

Continua

Autor	Método de Otimização	Considerações do estudo	Custo (Rs.)
Triches B. (2017)	Busca Harmônica	<ul style="list-style-type: none"> - 1 grupo de viga; - 3 grupos de pilares. - Não considerou comprimento de corte. - Considerou a distribuição de seções dos pilares de forma uniforme. 	22.775,67
Triches B. (2017)	Busca Harmônica com restrições de cardinalidade	<ul style="list-style-type: none"> - 1 grupo de viga; - 3 grupos de pilares; - Não considerou comprimento de corte; - Considerou agrupamento automático de pilares 	22.658,07

Fonte: Autor.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo propôs a minimização do custo de pórticos planos de concreto armado, tendo como variáveis as seções transversais de vigas e pilares, através de processo heurístico de otimização, utilizando restrições de cardinalidade.

Inicialmente, foi feita a atualização de um software anteriormente desenvolvido em linguagem *Fortran 90*, o qual associa a análise e o dimensionamento de pórticos planos em concreto armado com o método de otimização Busca Harmônica. Além do agrupamento automático dos elementos, foi efetuada a atualização para a nova norma brasileira de dimensionamento de estruturas, NBR 6118:2014. As alterações efetuadas demandaram diversas modificações na formulação original, bem como o acréscimo de novas restrições.

Com o objetivo de comprovar a eficiência da formulação matemática proposta, bem como do algoritmo do método da Busca Harmônica, foram efetuadas várias análises numéricas, cujos resultados são comparados com técnicas convencionais de dimensionamento e com exemplos da literatura onde utilizou-se outros métodos de otimização.

Através da análise dos resultados, de forma geral, pode-se constatar o bom desempenho do método adotado, uma vez que obteve resultados melhores ou bem próximos dos resultados obtidos pelo dimensionamento convencional das estruturas ou por outros métodos de otimização.

No primeiro exemplo analisado pode-se observar que o custo da estrutura aumentou com o aumento do vão livre do pórtico, sendo que inicialmente os pilares têm maior representatividade nesse custo e que, após determinado vão, as vigas é que passam a ter a maior parcela no custo total da estrutura.

Quanto aos valores de f_{ck} , notou-se que os valores ótimos ficaram dentro da faixa de 20 MPa a 50 MPa, sendo que não mostrou-se vantajosa a utilização de resistências característica de concreto maiores do que 50 MPa para esse tipo de estrutura.

Nos demais exemplos pode-se verificar a influência do número de tipos de seção que os pilares de uma estrutura podem assumir, no custo ótimo da estrutura. Primeiramente foram analisados considerando um agrupamento baseado na intuição e experiência do engenheiro, para posteriormente comparar com os resultados obtidos com o agrupamento automatizado destes elementos, ou seja, com o uso de restrições de cardinalidade.

Observou-se nesses exemplos que em ambos os casos, os custos reduzem a medida que aumentou-se o número de tipos de seções para pilares. Porém, os resultados foram melhores quando automatizamos a escolha do andar em que cada tipo de seção é alterada, sempre comparado aos valores obtidos após agrupamento baseado na intuição e experiência do

engenheiro. Pode-se notar também que a variação no custo da estrutura foi maior quando passou-se de 1 para 2 tipos de seções, sendo que essa variação tornou-se cada vez menor com o aumento do número de tipos de seções.

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se citar: a implementação dos estados limites de utilização no dimensionamento da estrutura; a consideração de mais de um tipo de seção transversal para elementos de vigas; a análise não linear geométrica; a implementação da formulação para análise de pórticos espaciais; a utilização de restrições de cardinalidade de vigas e pilares conjuntamente e expandir os estudos para análise de pórticos formados por estruturas metálicas.

REFERÊNCIAS

AKIN, A.; SAKA, M. P. **Optimum detailing design of reinforced concrete plane frames to ACI 318-05 using the Harmony Search Algorithm.** In B.H.V. Topping (Editor), Proceedings of the Eleventh International Conference on Computational Structures Technology, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 72, 2012.

ALEKSANDAR, M.; GORAN, P.; DEJAN, B. **Optimal structural design of reinforced concrete structures – Review of existing solutions considering applicability aspect.** Archives for Technical Sciences, v. 9, p. 53-60, 2013.

ALIA, O. M.; MANDAVA, R. **The variants of the harmony search algorithm: an overview.** Artificial Intelligence Review, v. 36, n. 1, p. 49-68, 2011.

ANGELO, J. S.; BERNARDINO, H. S.; BARBOSA, H. J. C. **Ant colony approaches for multiobjective structural optimization problems with a cardinality constraint.** Advances in Engineering Software, v. 80, p. 101-115, 2015.

ARORA, J. S. **Introduction to optimum design.** Elsevier Academic Press, 2nd ed. 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8953. **Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência.** Rio de Janeiro, 2015.

BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C.; BORGES, C. C. H. **A genetic algorithm encoding for cardinality constraints and automatic variable linking in structural optimization.** Engineering Structures, v. 30, p. 3708-3723, 2008.

BOITO, D. **Otimização de pórticos planos em concreto armado pelo método da Busca Harmônica.** 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia / Infra Estrutura e Meio Ambiente) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2016.

BORDIGNON, R. **Otimização de pilares retangulares em concreto armado submetidos à flexocompressão reta.** 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia / Infra Estrutura e Meio

Ambiente) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2010.

CAMP, C. V.; PEZESHK, S.; HANSSON, H. **Flexural design of reinforced concrete frames using a genetic algorithm**. The Journal of Structural Engineering ASCE, Vol. 129(1), 105–115, 2003.

COELLO, C. A. C. **Constraint-Handling using an evolutionary multiobjective optimization technique**. Civil Engineering and Environmental Systems, v. 17, p. 319-346, 2000.

DEGERTEKIN, S. O. **Improved Harmony Search Algorithms for sizing optimization of truss structures**. Computers and Structures, v. 92, p. 229-241, 2012.

FOURIE, J.; GREEN, R.; GEEM, Z. W. **Generalised adaptative Harmony Search: A comparative analysis of modern Harmony Search**. Journal of Applied Mathematics, v. 2013, p. 1-13, 2013.

GANDOMI, A. H.; YANG, X. E.; TALATAHARI, S.; ALAVI, A. H. **Metaheuristic applications in structures and infrastructures**. Newnes, 2013.

GEEM, Z. **State-of-the-art in the structure of harmony search algorithm**. Recent advances in Harmony search algorithm. Springer, Berlin, p. 1–10, 2010

GEEM, Z. W.; KIM J. H.; LOGANATHAN G. V. **A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search**. Simulation, v. 76, n. 2, p. 60-68, fev. 2001.

GONZÁLEZ-VIDOSA F.; YEPES V.; ALCALÁ J.; CARRERA, M.; PEREA, C.; PAYÁ-ZAFORTEZA, I.; **Optimization of reinforced concrete structures by Simulated Annealing**. In: TAN, C. M. *Simulated Annealing*. Áustria: I-Tech Education and Publishing, 2008.

KWAK, H. G.; KIM, J. **Optimum design of reinforced concrete plane frames based on predetermined section database**. Computer Aided Design, v. 40, p. 396-408, 2008.

KRIPKA, M; BOITO, D; TRICHES, J; MEDEIROS, G. F. de. **Optimization of reinforced concrete frames by Harmony Search method**. In: 11th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization. Sydney, Austrália, 2015.

KRIPKA, M; MEDEIROS, G. F. de; LEMONGE, A. C. C. **Use of optimization for automatic grouping of beam cross-section dimensions in reinforced concrete building structures**. Engineering Structures, v. 99, p. 311-318, 2015.

LEE, K. S; GEEM, Z. W. **A new structural optimization method based on the harmony search algorithm.** Computers and Structures, v. 82, n. 9, p. 781-798, 2004.

LEMONGE, A. C. C; BARBOSA, H. J. C; COUTINHO, A. L. G. A; BORGES, C. C. H. **Multiple cardinality constraints and automatic member grouping in the optimal design of steel framed structures.** Engineering Structures, v. 33, p. 433-444, 2011.

MAHDAVI, M; FESANGHARY, M; DAMANGIR, E. **An improved harmony search algorithm for solving optimization problems.** Applied Mathematics and Computation, v.188, p.1567-1579, 2007.

MANJARRES, D.; TORRES, I. L.; LOPEZ, S. G.; DEL SER, J.; BILBAO, M. N.; SANZ, S. S.; GEEM, Z. W. **A survey on applications of the harmony search algorithm.** Engineering Applications of Artificial Intelligence, v. 26, p. 1818-1831, 2013.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. **Minimização dos custos de vigas de pavimentos de edifícios em concreto armado.** Mecânica Computacional, Volume XXIX, Número 100, Buenos Aires, 2010.

MEDEIROS, G. F de. **Método da busca harmônica aplicado na otimização de seções de pilares retangulares em concreto armado considerando custos econômicos e ambientais.** 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia / Infra Estrutura e Meio Ambiente) – Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2012.

MEDEIROS, G. F. de; KRIPKA, M. **Algumas Aplicações de Métodos Heurísticos na Otimização de Estruturas.** Revista CIATEC, UPF, vol. 4, n. 1, p.19-32, 2012.

NINA, T. C. **Otimização de seções transversais de concreto armado: aplicação a pórticos planos.** 2006. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

NOGUEIRA, C. G. **Um modelo de confiabilidade e otimização aplicado às estruturas de barras.** 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

PAYÁ-ZAFORTEZA, I., YEPES V.; GONZÁLEZ-VIDOSA F.; HOSPITALER. A.. **On the Weibull cost estimation of building frames designed by simulated annealing.** *Meccanica*, v. 45, p. 693-704, 2010.

RAHMANIAN, I; LUCET, Y; TEFAMARIAM, S. **Optimal design of reinforced concrete beams: A review.** Computers and Concrete, v. 13, n. 4, p. 457-482, 2014.

RAJEEV, S.; KRISHNAMOORTHY, C. S. **Genetic algorithm-based methodology for design optimization of reinforced concrete frames**. Computer-Aided Civil Infrastructural Engineering, Vol. 13(1), 63–74, Malden, 1998.

RODRIGUES JÚNIOR, S. J. **Otimização de pilares de edifícios altos de concreto armado**. 2005. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

ROSA FILHO, W. T. **Otimização de pórtico plano de concreto armado utilizando algoritmo genético e processo iterativo**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

SANTOS, S. H. C; BUENO, S. B.; KIMURA, A. E. **ABNT NBR 6118: Evolução, Tendências e Desafios**. 2013. Apresentação. In: 55º Congresso Brasileiro do Concreto, Gramado, 2013.

SILVA, F. T. **Concepção interativa e parametrizada de edifícios de múltiplos pavimentos em concreto armado**. Gestão & Tecnologia de Projetos, São Carlos, v. 12, n.1, p. 9-27, 2017.

SILVA, M. M. da. **Otimização de estruturas reticuladas incluindo não-linearidade geométrica**. 2011. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

TOGAN, V. **Design of planar steel frames using teaching-learning based optimization**. Engineering Structures, v. 34, p. 225-232, 2012.

WALLS, R.; ELVIN, A. **An algorithm for grouping members in a structure**. Engineering Structures, v. 32, p. 1760-1768, 2010.