

Flávia de Andrade Niemann

**ANÁLISE DE UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA
OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: EM
FOCO A OPERAÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO**

Dissertação apresentada ao curso de pós-graduação em Educação, da Faculdade de Educação, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre em Educação, tendo como orientadora a Prof^a Dr^a Neiva Ignês Grando.

Passo Fundo

2013

Agradeço a minha orientadora professora Dr^a Neiva Ignês Grando, pela confiança, dedicação, compromisso científico e por guiar-me neste trabalho, contribuindo significativamente para sua realização.

Aos professores Dr. Mérciles Thadeu Moretti, Dr^a Adriana Dickel e Dr^a Ocsana Sônia Danyluk, pelas contribuições e sugestões valiosas oferecidas no exame de qualificação, que enriqueceram a minha experiência como pesquisadora.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo, que proporcionaram momentos de muita reflexão e discussão sobre a importância da pesquisa para as mudanças necessárias nos processos educacionais. Saibam que vocês colaboraram muito para o meu crescimento profissional.

Aos funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação, que foram sempre atenciosos ao nos orientarem sobre todos os encaminhamentos que envolvem um trabalho científico.

Aos queridos colegas mestrandos que durante dois anos compartilharam seus sonhos, angústias e ideais sobre a difícil tarefa de atuar no campo educacional.

À Escola St. Patrick que participa da minha vida profissional desde o princípio.

À minha querida mãe, Suzana de Andrade, pelo incentivo e exemplo de vida, pela valorização do estudo e pelos valiosos conselhos para o meu crescimento pessoal e profissional.

À minha querida filha Maria Luiza, que está sempre torcendo por mim e que me motiva a prosseguir em meus estudos.

Ao meu querido esposo Daniel, pelo amor, carinho e por todo apoio e compreensão dedicados nos momentos mais complicados e também nos mais alegres.

Aos queridos Iara e Francisco Niemann, pela torcida, apoio e palavras de carinho que acalentaram as angústias e indecisões em momentos difíceis.

À Capes, que me concedeu a bolsa de estudos, proporcionando maior dedicação à pesquisa.

Agradeço a todos, por fazerem parte dessa caminhada!

“O que vale na vida não é o ponto de partida e sim a caminhada. Caminhando e semeando, no fim terás o que colher.”

(Cora Coralina)

RESUMO

A presente pesquisa buscou investigar os fundamentos teórico-metodológicos para o ensino da multiplicação na proposta pedagógica para os anos iniciais do ensino fundamental de uma escola privada, localizada na cidade de Passo Fundo/RS. A investigação insere-se na abordagem qualitativa e adota como metodologia a pesquisa documental, pois a coleta e análise dos dados foram realizadas a partir de documentos internos de planejamento (projeto político-pedagógico e objetivos de aprendizagem) e nos materiais didáticos do aluno (caderno de atividades) do 1º ao 5º ano, produzidos pela equipe pedagógica da instituição. A coleta dos dados foi realizada por meio da leitura sistemática e da elaboração de fichamentos organizados em quadros contendo a descrição geral da finalidade de cada tipo de documento, a descrição do tratamento dado à multiplicação e a listagem das situações-problema do campo conceitual das estruturas multiplicativas contidas nos cadernos de atividades de cada ano. O estudo analítico das informações coletadas foi desenvolvido à luz dos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais sobre a formação do conceito de multiplicação e das contribuições dos estudos de Duval sobre as possibilidades de uso das transformações de registros de representação semiótica. As análises evidenciam que, embora a resolução de diferentes situações do campo das estruturas multiplicativas seja o alicerce da fundamentação teórico-metodológica da proposta pedagógica da escola para o ensino da multiplicação, o principal significado atribuído conceitualmente à operação é o da adição de parcelas iguais. Os resultados da pesquisa contribuem para a reflexão sobre a importância do conhecimento teórico na elaboração e aplicação de propostas de ensino da Matemática, possibilitando o desenvolvimento de novas práticas que priorizem a apropriação dos conceitos matemáticos em âmbito escolar.

Palavras-chave: Multiplicação. Ensino da Matemática. Anos iniciais do ensino fundamental. Registros de representação semiótica.

ABSTRACT

This research has investigated about theoretical methodological foundations to multiplication teaching in a pedagogical propose for early basic education in a private school, located in Passo Fundo/RS. This investigation involves quantitative approach and uses as methodology document research, because data collect and analisys were done by internal documents of planning (political-pedagogic project and learning goals) and student's educational materials (Activity notebook) from 1st to 5th grade, created by school's pedagogical staff. Data collect was made by reading and annotating organized in tables with the general description of each kind of document aim, the description of the approach for multiplication and the list of multiplicative structures' conceptual problem-situation in activity notebooks of each year. The information analisys was developed according to the Theory of Conceptual Models about formation of multiplication concept and contribution of Duval's studies about possibilities of use of semiotic representation's register transformation. The analisys shows that besides the resolution of different situations in multiplicative structures field is the basis of theoretical methodological foundation of school's educational proposal for multiplication teaching, the concept of what is meant to this operation is the addition of equal tranch. The results of the research contribute for the reflection about the importance of theoretical knowledge during the elaboration of new practises that prioritizes the appropriation of mathematics concepts in school enviroment.

Key-words: Multiplication. Mathematics teaching. Early basic education. Registers of semiotic representation

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cálculo de multiplicação do Egito Antigo	26
Figura 2 – Representação da multiplicação na geometria de Euclides.....	27
Figura 3 – Representação geométrica da multiplicação em Descartes.....	27
Figura 4 – Diferença entre a estrutura da adição de parcelas iguais e a multiplicação.....	28
Figura 5 – Representação do fator escalar.....	29
Figura 6 – Tratamentos: cálculos de multiplicação.....	40
Figura 7 – Registro de representação geométrico.....	40
Figura 8 – Estrutura e registros da situação-problema	50
Figura 9 – Conversões de registros de representação semiótica.....	52
Figura 10 – Estrutura das situações-problema.....	53
Figura 11 – Registro de representação aritmético.....	54
Figura 12 – Situação da categoria produto de medida-configuração retangular.....	64
Figura 13 – Situação envolvendo a análise de tratamentos.....	66
Figura 14 – Explicação sobre a relação entre a divisão e a multiplicação.....	68
Figura 15 – Situações de conversões entre unidades de medida de massa.....	69
Figura 16 – Situações envolvendo o conceito de fração	70

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	METODOLOGIA DA PESQUISA	13
2.1	Procedimentos metodológicos	13
2.1.1	Contexto e abordagem	13
2.1.2	Coleta e análise dos dados	15
3	FUNDAMENTOS DA PESQUISA	19
3.1	Pesquisas em Educação Matemática: contribuições do cenário atual	19
3.1.1	Anos iniciais do ensino fundamental: em foco a operação de multiplicação	20
3.1.2	Propostas curriculares: em foco os fundamentosteórico-metodológicos para o ensino e a aprendizagem da multiplicação	22
3.2	Operação de multiplicação: conceitos e significados	24
3.2.1	Histórico das significações.....	25
3.2.2	Ampliação de conceitos e significados	27
3.3	Teoria dos campos conceituais: estruturas multiplicativas	29
3.4	Teoria dos registros de representação semiótica: transformações e registros	37
3.4	Formação de conceitos: uma abordagem histórico-cultural	40
4	ANÁLISE DA PROPOSTA PEDAGÓGICA DA MULTIPLICAÇÃO	43
4.1	Projeto político pedagógico: implicações na proposta de ensino da multiplicação	44
4.2	Objetivos de aprendizagem e material didático do aluno	46
4.2.1	Proposta de ensino para o 1º ano, 2º ano e 3º ano	48
4.2.2	Proposta de ensino para o 4º ano e 5º ano	61
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS	72
	REFERÊNCIAS	76
	APÊNDICES	80
	ANEXOS	95

1 INTRODUÇÃO

O desejo de ser professora esteve presente na minha vida desde muito cedo. No ano de 1990, com o objetivo de iniciar minha formação como educadora, ingressei no curso de Magistério da Escola Estadual Nicolau de Araújo Vergueiro.

Naquele período, meus laços com a área da Matemática já eram fortes, pois desde os primeiros anos da minha vida escolar já havia demonstrado grande empatia e interesse por essa área do conhecimento. Esse aspecto ficou ainda mais evidente através da minha escolha para ministrar o estágio em uma classe de 4^a série (atual 5^o ano do ensino fundamental) da Escola Estadual Antonino Xavier e Oliveira, na área de Matemática e Ciências.

Após o término do curso em 1994, iniciei a minha vida profissional na Escola St. Patrick, que começava sua trajetória como instituição de ensino na cidade de Passo Fundo. Atuando na escola com classes de Educação Infantil (crianças de 3 a 4 anos), a lógica seria dar continuidade à minha formação na área de Pedagogia. Contudo, novamente o meu interesse pela Matemática prevaleceu e ingressei, no ano de 1996, no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade de Passo Fundo.

Durante a graduação, a Escola St. Patrick introduziu o trabalho com o ensino fundamental. Então, comecei a atuar com classes de anos iniciais. A partir desse momento, descobri a importância dos processos pedagógicos desenvolvidos nas aulas de Matemática nos primeiros anos da escolarização e o quanto a minha formação contribuiria na construção da proposta de ensino da área de Matemática, considerando que o projeto pedagógico da escola, desde o início da sua trajetória, já apresentava uma perspectiva de ensino e aprendizagem diferente da maioria das escolas convencionais.

Após anos de experiência na escola, ministrando aulas em classes de 5^o ano do ensino fundamental, atuando como coordenadora pedagógica e orientando o planejamento das professoras na área de Matemática, muitos foram os momentos de indagações sobre os processos de ensino e aprendizagem desenvolvidos na escola: Como criar situações de aprendizagem que priorizassem a compreensão em Matemática? Como construir uma proposta de ensino da Matemática que propiciasse a ampliação e a apropriação dos conceitos matemáticos?

Em função dessas indagações senti a necessidade de investigar novas possibilidades no campo da Educação Matemática, principalmente em relação aos processos de ensino e de

aprendizagem dos conhecimentos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental. Por isso, lancei-me em uma nova jornada em busca de formação e iniciação na pesquisa em educação. Com o objetivo de conhecer novas perspectivas que me levassem a responder essas e outras perguntas, optei pelo Mestrado em Educação para ampliar e aprofundar meus conhecimentos teóricos e práticos.

Para isso, iniciei no Mestrado como aluna especial na disciplina de Educação Estética e Estratégias Textuais. Essa experiência contribuiu muito para a minha inserção nas leituras científicas e no levantamento de possibilidades de pesquisa. A partir da leitura de alguns textos do livro “La educación estética: arte y literatura”, de Mario Gennari, que aborda, entre outros temas, a semiótica e o número como estratégia textual, surgiu a ideia de pesquisar aspectos da semiótica na aprendizagem matemática.

Foi então que iniciei um estudo e conheci a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, que traz como elemento fundamental da aprendizagem matemática o uso de diferentes registros utilizados para representar os objetos matemáticos. Durante o estudo e a elaboração do projeto para a seleção do Mestrado ocorreu-me investigar como usar nas aulas de Matemática dos anos iniciais os diferentes registros de representação semiótica.

A Teoria dos Campos Conceituais, de Gerárd Vergnaud, também foi tomada como referencial, pois um dos meus interesses era pesquisar sobre como ampliar o significado das operações aritméticas elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão) através da resolução de um conjunto de diferentes situações.

Entretanto, ao delimitar a temática da minha investigação escolhi a operação de multiplicação, devido ao meu trabalho durante anos como professora do 5º ano e atualmente como coordenadora pedagógica da escola. Outros dois aspectos considerados nesta escolha foram os constantes questionamentos dos pais sobre como a escola ensina a multiplicação e as dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos e procedimentos matemáticos relacionados à multiplicação, levantados por pesquisas na área da Educação Matemática.

Durante as orientações, já como aluna regular do Mestrado em Educação, ressignifiquei minhas indagações e aprofundei meus conhecimentos sobre os fundamentos teórico-metodológicos que podem orientar novas possibilidades metodológicas de ensino da operação de multiplicação.

Diante disso, percebi a importância de repensar o papel da fundamentação teórico-metodológica na elaboração de propostas pedagógicas que ampliem a apropriação dos significados de conceitos matemáticos relacionados à multiplicação no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, no decorrer dos anos iniciais do ensino fundamental.

Nessa perspectiva, as contribuições das pesquisas realizadas atualmente, na área da Educação Matemática, ressaltam a importância da utilização de uma variedade de situações para a apropriação dos significados e a formação de conceitos relacionados à operação de multiplicação. De acordo com Vergnaud (1990), os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos são acionados conforme cada situação.

Portanto, diante do pressuposto segundo o qual a Matemática compõe “um conjunto de noções, de relações, de sistemas relacionais que se apoiam uns nos outros” e que “um dos problemas da didática é o de colocar em evidência a ordem pela qual as noções podem ser adquiridas pela criança [...]” (VERGNAUD, 2009, p. 16-17), defini a realização de um estudo sobre a fundamentação teórico-metodológica que embasa a progressão do ensino dos conteúdos matemáticos escolares referentes à operação de multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental.

Para tanto, devido a minha experiência profissional estar ligada desde o início à trajetória educacional da instituição onde atuo há 19 anos, a proposta pedagógica da escola para o ensino da multiplicação foi escolhida como universo de investigação. Além disso, com o intuito de contribuir para a reflexão e estudos futuros no campo da pesquisa em educação sobre a construção de novas práticas pedagógicas para o ensino da Matemática, aliadas a uma fundamentação teórica consciente, defini como objeto de estudo os fundamentos teórico-metodológicos para o ensino da multiplicação dessa proposta.

Nesse sentido, para nortear a construção da problemática da pesquisa, inicialmente foram dirigidos alguns questionamentos à proposta de ensino da multiplicação da escola: Quais são os pressupostos teóricos que embasam a organização do currículo e a escolha da metodologia no projeto político-pedagógico da escola? Quais são os objetivos de aprendizagem referentes à operação de multiplicação e em quais anos iniciais eles são contemplados? Que tipos de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas são priorizadas nos primeiros anos do ensino fundamental? Quais são os registros de representação semiótica utilizados nessas situações? Há uma organização quanto aos conceitos que estão sendo ampliados a cada ano?

A partir dessas indagações, determinou-se a seguinte questão principal: *Quais são os fundamentos teórico-metodológicos para o ensino da multiplicação que embasam a proposta pedagógica para os anos iniciais do ensino fundamental?*

A partir dessa problemática de investigação, pretende-se analisar o tratamento dado à multiplicação para os cinco primeiros anos do ensino fundamental na proposta pedagógica da Escola de Ensino Fundamental St. Patrick.

A pesquisa tem por objetivo principal investigar a proposta pedagógica oficial apresentada nos documentos e materiais didáticos referentes ao ensino da multiplicação, apoiada no pressuposto de que a operação de multiplicação deve ser ensinada independentemente da operação de adição, pois há diferenças conceituais entre o raciocínio multiplicativo e aditivo. Também, pretende-se identificar os tipos de situações contempladas e os objetivos de aprendizagem previstos para cada ano, com vistas a analisar que fundamentos teórico-metodológicos sustentam a proposta.

O processo de investigação está organizado para fins de exposição em cinco partes: introdução, três capítulos de desenvolvimento e considerações finais. No primeiro capítulo, apresentam-se os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa documental, bem como a caracterização do contexto e a justificativa da respectiva abordagem. Além disso, estão descritas a coleta e organização dos dados, características da pesquisa documental desenvolvida.

No segundo capítulo, abordam-se, inicialmente, o processo de ensino e aprendizagem da operação de multiplicação e a fundamentação teórico-metodológica que perpassa as propostas curriculares nos anos iniciais do ensino fundamental, com base nas pesquisas realizadas nas áreas da Educação e Educação Matemática, com o objetivo de localizar, no cenário acadêmico atual, quais são as contribuições para a problemática da pesquisa.

A seguir, apresentam-se definições, conceitos, significados e pressupostos teóricos que justificam a ampliação da abordagem da multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental, independente da operação de adição. Para isso, optou-se pela descrição de um breve histórico das significações dessa operação aritmética, bem como pelo destaque das principais diferenças entre a estrutura do raciocínio aditivo e multiplicativo.

Na sequência, a Teoria dos Campos Conceituais é instituída como aporte teórico da investigação, na medida em que amplia a perspectiva de abordagem da formação do conceito de multiplicação através do conjunto de situações que dão sentido ao conceito, do conjunto de invariantes operatórios usados para dominar as situações e o conjunto de representações

simbólicas que representam essas situações, os invariantes e os procedimentos de resolução. Além disso, a teoria de Gérard Vergnaud contribui na fundamentação de práticas que abordem as operações de multiplicação e divisão pertencentes a um mesmo conjunto de situações, denominado de campo conceitual das estruturas multiplicativas.

A seguir, explicitam-se os principais pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica que embasam a pesquisa, devido à importância do uso de diferentes registros de representação semiótica para a aprendizagem da operação de multiplicação, pois, segundo Duval, é fundamental diferenciar o objeto matemático das suas representações. Além disso, as transformações de registros (tratamento e conversão) apresentam aspectos distintos de um mesmo conceito matemático, ampliando assim as possibilidades de compreensão e apropriação do conceito.

Outro tópico abordado refere-se às contribuições da teoria histórico-cultural, que orientam a realização da análise segundo o pressuposto de que a aprendizagem é fundamental para a formação dos conceitos da criança e, por isso, a escolha da metodologia é um dos aspectos a serem considerados para que a escola promova, a níveis cada vez mais elevados, o desenvolvimento intelectual dos estudantes.

No terceiro capítulo, apresenta-se o processo de análise dos documentos internos de planejamento dos objetivos de aprendizagem e dos materiais didáticos, a fim de analisar os fundamentos teórico-metodológicos do ensino da multiplicação na proposta pedagógica oficial da instituição. Para isso, a análise privilegia o tratamento dos conceitos e significados da multiplicação nos objetivos de aprendizagem e as situações-problema do campo conceitual das estruturas multiplicativas contempladas nos materiais didáticos utilizados em sala de aula como apoio pedagógico em cada ano inicial do ensino fundamental.

Por fim, apresentam-se as considerações finais destacando os fundamentos teórico-metodológicos analisados na proposta para o ensino da multiplicação e projetando perspectivas futuras de estudo, a fim de contribuir para a reflexão sobre os processos de ensino e de aprendizagem de conceitos fundamentais da Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Ressalta-se também que esta pesquisa se configura como um aporte à ampliação dos conhecimentos acerca da fundamentação teórico-metodológica segundo o viés da Educação Matemática, permitindo refletir sobre novas possibilidades metodológicas para o ensino de conteúdos matemáticos na sala de aula.

2 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo são abordados os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento da pesquisa. Para tanto, apresenta-se a descrição do contexto em que a investigação foi realizada, assim como a justificativa da escolha da pesquisa documental com abordagem qualitativa. Destaca-se a classificação da documentação produzida pela escola diante de duas dimensões: planejamento e material didático do aluno. Por fim, descreve-se o método de coleta e análise dos dados.

2.1 Procedimentos metodológicos

A pesquisa analisa os fundamentos teórico-metodológicos que embasam a proposta pedagógica da escola, na definição dos objetivos de aprendizagem e nos materiais didáticos do aluno produzidos pela equipe pedagógica, referente aos conteúdos matemáticos relacionados à operação de multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental.

Para viabilizar a análise, a seguir são descritos os procedimentos metodológicos, considerando o contexto e a pesquisa documental de cunho qualitativo.

2.1.1 Contexto e abordagem

O foco de investigação foi a proposta pedagógica para o ensino da multiplicação nos anos iniciais da Escola de Ensino Fundamental St. Patrick, localizada na cidade de Passo Fundo/RS.

A escola é uma instituição privada que foi fundada em 1994 para atender ao segmento da Educação Infantil; em 1998, iniciou as atividades com os anos iniciais (1º ao 5º ano) e desde 2005 atende a estudantes dos anos finais (6º ao 9º ano) do Ensino Fundamental. Conta,

atualmente¹ com 190 estudantes, 71 na Educação Infantil, 64 nos anos iniciais e 55 nos anos finais do Ensino Fundamental, organizados em uma classe para cada ano de escolaridade.

A escolha da escola deu-se em razão de ser o local de atuação profissional da pesquisadora desde 1994 e também pelo fato de que o foco da pesquisa está relacionado com a sua prática atual como coordenadora pedagógica, responsável pela organização curricular da área de Matemática no ensino fundamental.

Trata-se de uma escola privada que atende a uma clientela privilegiada no aspecto sociocultural e econômico. A proposta pedagógica da instituição, desde o início de sua elaboração e implementação, busca possibilitar a participação ativa dos estudantes, privilegiando o aprofundamento e a compreensão dos conteúdos das diferentes áreas do conhecimento, sendo o professor responsável por planejar, organizar e promover as situações de aprendizagem. Além disso, em virtude de pautar o seu trabalho por uma proposta pedagógica diferenciada, a equipe pedagógica² da escola produz e fornece aos estudantes material didático próprio³.

Diante desse contexto, optou-se pela abordagem qualitativa na medida em que privilegia o aprofundamento dos significados no “universo da produção humana”, resumidos através das relações, representações e intencionalidades dessas produções (MINAYO, 2010, p. 21). Desse modo, uma das características da abordagem qualitativa está presente nesta pesquisa, pois busca entender, interpretar e descrever os fundamentos teórico-metodológicos que embasam a proposta pedagógica da multiplicação para os anos iniciais do ensino fundamental.

Nesse sentido, Flick (2009, p. 8-9) explicita que essa abordagem visa caracterizar de forma aprofundada como os sujeitos constroem o mundo e qual é o sentido diante do que fazem, sendo assim as “interações e os documentos são considerados como formas de constituir, de forma conjunta (ou conflituosa), processos e artefatos sociais.”. Por isso, os pesquisadores qualitativos têm interesse “em ter acesso a experiências, interações e documentos em seu contexto natural, e de uma forma que dê espaço às suas particularidades [...]”.

De acordo com Lüdke e André (1986, p. 39), os documentos “não são apenas uma fonte de informação contextualizada, mas surgem num determinado contexto e fornecem

¹ Dados coletados no segundo semestre de 2012.

² A equipe pedagógica é composta pela direção, coordenação pedagógica, professores titulares e auxiliares.

³ O material didático consiste em cadernos de atividades impressos, cada um deles enfocando uma área de conhecimento: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais e Ciências Sociais. São estruturados com propostas de atividades elaboradas pelos professores, coordenação e direção da escola, desde 1998.

informações sobre esse mesmo contexto.” Por isso, a pesquisa documental foi escolhida como método, pois valeu-se apenas de documentos e materiais que ainda não receberam um tratamento analítico ou que de acordo com os objetos da pesquisa, possam ser reelaborados (GIL, 1996, p. 51).

Nesse estudo, foram utilizadas fontes primárias para verificar de que modo o conjunto de materiais didáticos e documentos tratam os conceitos e procedimentos matemáticos relacionados à operação de multiplicação com números naturais. Desse modo, entende-se que a análise desses materiais e documentos implica no conjunto de transformações, operações e verificações realizadas a fim de atribuir um significado relevante em relação ao problema de pesquisa (CALADO, FERREIRA 2004).

Assim, diante desses pressupostos e com o objetivo de obter informações sobre a proposta de ensino da multiplicação, definiram-se como objetos de análise os materiais didáticos e a documentação interna produzida pela equipe pedagógica nos últimos dez anos (2002-2012), por ser uma prática adotada pela escola a utilização de materiais didáticos próprios, produzidos de acordo com o projeto político-pedagógico e com os planejamentos de conteúdos e objetivos de aprendizagem elaborados com a participação dos professores.

No entanto, na medida em que a trajetória profissional da pesquisadora está relacionada desde o início com a história dos processos educativos desenvolvidos na escola, sua própria memória será utilizada como fonte de informação da pesquisa (Apêndice A).

2.1.2 Coleta e análise dos dados

Considerando que “a escolha dos documentos não é aleatória” e que “há geralmente alguns propósitos, idéias [sic] ou hipóteses guiando a sua seleção” (LÜDKE, ANDRÉ, 1986, p. 40), o material documental foi selecionado com o propósito de analisar o tratamento dado à operação de multiplicação na proposta pedagógica oficial, registrada nos diferentes tipos de materiais produzidos pela instituição. Cabe ressaltar que antes de iniciar a seleção foi solicitada a autorização institucional junto à escola (Apêndice B) para viabilizar o início do estudo.

Dessa forma, foram incorporados ao *corpus* de materiais os seguintes documentos e materiais didáticos: projeto político-pedagógico, planejamento geral de conteúdos (números e

operações) da área de Matemática (1º ao 5º ano), avaliações formais, boletins trimestrais individuais, cadernos de atividades, planos de aula e caderno de Matemática dos estudantes.

Entretanto, devido à necessidade de atender às condições objetivas para que o estudo se concretizasse em 2 anos, sem perder a qualidade científica, foi necessário definir os documentos e materiais didáticos mais relevantes para atingir o objetivo principal da pesquisa. Para tal, a opção foi pelo projeto político pedagógico da instituição, os documentos referentes aos objetivos de aprendizagem de cada ano, mais especificamente relacionados aos blocos de conteúdos “resolução de problemas” e “cálculos e operações”, e, por fim, os cadernos de atividades utilizados como principal recurso didático nas aulas de Matemática da escola.

Segundo Minayo (2010, p. 26), o tratamento do material documental está relacionado aos procedimentos para interpretar e compreender os dados, articulando-os com a teoria que fundamenta a pesquisa. Nesse sentido, a autora divide esse tratamento em três tipos de procedimento: ordenação, classificação e análise dos dados.

De acordo com esses procedimentos metodológicos, na primeira fase do estudo, os documentos e materiais escolhidos foram ordenados e classificados em dois grupos, conforme a finalidade da organização do trabalho pedagógico desenvolvido na instituição: planejamento e material didático do aluno.

Documentos e materiais do grupo planejamento - projeto político-pedagógico, planejamento geral de conteúdos (números e operações), planejamento dos objetivos de aprendizagem do ciclo 2 e ciclo 3⁴ e planejamento dos objetivos trimestrais referentes aos blocos de conteúdos “resolução de problemas” e “cálculos e operações”.

Documentos e materiais do grupo material didático do aluno - trata-se de materiais que são utilizados pelo aluno como apoio pedagógico em sala de aula: cadernos de atividades de Matemática, caderno de Matemática do estudante do 4º ano e orientações de estudos para as provas trimestrais (4º e 5º ano).

Após essa primeira organização, realizou-se a leitura dos materiais. Durante essa ação, primeiramente, optou-se pela realização de fichamentos organizados em três quadros (Apêndice C). O primeiro quadro apresenta a descrição geral de cada tipo de documento e material; o segundo apresenta a descrição do tratamento da multiplicação nos documentos de planejamento e o terceiro apresenta as situações-problema contidas nos cadernos de atividades

⁴ Até o ano de 2009 a escola organizava-se em ciclos, sendo que o ciclo 2 compreendia as classes de Grupo 4, 1ª série e 2ª série e o ciclo 3 as classes de 3ª e 4ª série.

do 1º, 2º e 3º ano, classificadas conforme a teoria de Vergnaud (1990) sobre a formação do conceito de multiplicação.

As ordenações dos dados contidos nos materiais didáticos do aluno, do 4º e 5º ano⁵, foram organizadas em listas de acordo com o conjunto inicial de categorias que orientam a pesquisa, a fim de identificar os tipos de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas e em que medida acontece o avanço dos conceitos matemáticos referentes à operação de multiplicação.

Para a realização do procedimento de análise, na sequência apresentam-se as perguntas que foram dirigidas aos dados coletados, com o objetivo de guiar esta etapa do processo de investigação:

- 1) Quais são os pressupostos teóricos que embasam a organização do currículo e a escolha da metodologia no projeto político-pedagógico da escola?
- 2) Quais são os objetivos de aprendizagem referentes à operação de multiplicação e em quais anos do ensino fundamental I⁶ eles são contemplados?
- 3) Que tipos de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas são propostas nos cadernos de atividades?
- 4) Quais são os invariantes operatórios que podem ser acionados pelos estudantes ao resolverem esses tipos de situações?
- 5) Que registros de representação semiótica podem ser utilizados para significar esses invariantes?
- 6) Há uma organização quanto aos conceitos que estão sendo ampliados a cada ano?
- 7) E finalmente, qual é a abordagem teórico-metodológica que subsidia o ensino para o desenvolvimento do conceito de multiplicação?

A partir das perguntas dirigidas aos dados coletados nos documentos e materiais, a trajetória percorrida a seguir foi marcada pela identificação, exploração e interpretação dos principais fundamentos teórico-metodológicos que orientam o projeto político-pedagógico, a escolha dos objetivos de aprendizagem e as situações propostas aos estudantes dos anos iniciais nos cadernos de atividades.

Nessa etapa, inicia-se o estudo analítico, estabelecendo-se um diálogo de teor comparativo com a fundamentação teórico-metodológica definida para embasar a análise. Ou

⁵ Optou-se pela listagem devido ao número maior de situações apresentadas nos materiais, pois é nestes dois anos que são abordados de forma mais sistemática os conceitos e significados das operações de multiplicação e divisão.

⁶ O ensino fundamental I corresponde aos anos iniciais - 1º ao 5º ano.

seja, entre as categorias expressas na Teoria dos Campos Conceituais, referente à formação do conceito de multiplicação (conjunto de situações, de invariantes operatórios e de representações simbólicas) e aos tipos de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas (isomorfismo de medidas e produto de medidas), e os conceitos relacionados à multiplicação com números naturais contemplados na proposta pedagógica da escola. Além disso, foi identificado o principal significado atribuído conceitualmente à operação de multiplicação e as possibilidades de transformações de registros de representação semiótica com base na análise das situações dos cadernos de atividades.

Diante dos procedimentos metodológicos e concepções apresentadas, a presente investigação configura-se como abordagem qualitativa, aliada ao método de pesquisa documental, buscando analisar no projeto político-pedagógico, nos documentos referentes ao planejamento dos objetivos de aprendizagem e materiais didáticos mencionados os fundamentos teórico-metodológicos para o ensino da multiplicação na proposta oficial da escola.

O capítulo a seguir apresentará os fundamentos utilizados para embasar a análise realizada.

3 FUNDAMENTOS DA PESQUISA

Neste capítulo são contempladas algumas definições e alguns pressupostos teóricos considerados fundamentais para embasar o processo de análise realizado durante a pesquisa. O texto está organizado em quatro tópicos: Contribuições das pesquisas em educação no cenário atual; Conceitos e significados da operação de multiplicação; Teoria dos Campos Conceituais; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Formação de conceitos na escola em uma abordagem histórico-cultural.

No primeiro tópico apresentam-se algumas contribuições das pesquisas em educação e educação matemática diante do processo de ensino e aprendizagem da operação de multiplicação em âmbito escolar e da fundamentação teórico-metodológica de propostas curriculares para o ensino deste conteúdo matemático.

O segundo explicita definições, conceitos e significados da operação de multiplicação com números naturais por meio de um breve histórico de suas significações, dos aspectos envolvidos na ampliação do raciocínio multiplicativo.

No terceiro são abordados alguns pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais diante do processo de aprendizagem de conceitos referentes às estruturas multiplicativas. Destacam-se também a formação do conceito de multiplicação na perspectiva dos campos conceituais e a tipologia das situações relacionadas ao campo multiplicativo.

O quarto apresenta as principais contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica sobre a potencialização da aprendizagem matemática por meio das diferentes representações semióticas dos objetos matemáticos.

Por fim, no quinto tópico, são apresentadas algumas contribuições dos estudos de Vigotski sobre a importância da escola na formação dos conceitos científicos.

3.1 Pesquisas em Educação Matemática: contribuições do cenário atual

Com o objetivo de localizar a problemática da investigação no cenário atual da pesquisa em educação, apresenta-se um panorama das pesquisas relacionadas à área de

Educação Matemática e os processos de ensino e aprendizagem no âmbito escolar de conceitos e procedimentos ligados à operação de multiplicação.

Para tanto, foram definidos dois critérios para a busca de resultados e análises referentes à temática na produção científica: a abordagem do processo de ensino e aprendizagem da operação de multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental e o tratamento de aspectos teórico-metodológicos em propostas curriculares para o ensino da multiplicação.

3.1.1 Anos iniciais do ensino fundamental: em foco a operação de multiplicação

A intenção da busca por investigações sobre o processo de ensino e aprendizagem da operação de multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental objetivou levantar algumas contribuições para nortear discussões sobre novos caminhos para as práticas desenvolvidas nas aulas de matemática.

Nessa perspectiva, ao investigar o processo de compreensão de situações multiplicativas elementares dos alunos da 4ª série de uma escola pública municipal, Franchi (1995) constatou que o ensino dessas situações centrava-se na resolução de problemas verbais sobre áreas de experiência cotidiana como “agrupamentos de objetos, custos, salários, prestações” (p. 169) e que os procedimentos construídos pelos próprios alunos eram excluídos do processo de ensino e aprendizagem em sala de aula. A autora constata que é “fundamental que o aluno expresse seus procedimentos de resolução, reflita sobre eles, vendo-os valorizados e integrados no repertório de respostas socialmente aceitas na classe.” (p. 172). Além disso, ressalta que a operação de multiplicação, em um dado momento, seja tratada como um conteúdo específico, independente da adição e que a apropriação do significado dos conceitos se dê de múltiplas formas, contemplando “os processos de transformação de fórmulas aditivas em multiplicativas, de constituição de sequências numéricas e de configuração de uma situação em termos de unidades de referência e unidades compostas.” (p. 172).

Diante desse contexto, os estudos realizados por Nehring (1996) apresentam a reflexão diante da construção do conceito matemático da operação de multiplicação dos números naturais a partir dos registros de representação semiótica. A pesquisa que envolveu duas

escolas e quatro turmas de 2ª série do ensino fundamental foi desenvolvida em três grandes momentos: primeiro, a aplicação de um pré-teste para os alunos de 2ª e 3ª série das duas escolas; segundo, a realização de uma sequência didática elaborada juntamente com as professoras, nas turmas de 2ª série, baseada nos Registros de Representação do Sentido da Operação e o Significado Operatório dos Algoritmos da operação de multiplicação; e, terceiro, a aplicação de um pós-teste com os alunos que participaram de toda a sequência didática. Os resultados apontados na pesquisa em relação ao sentido da operação mostram que a construção da tabuada, através do registro de representação da adição sucessiva, “não garante a aprendizagem da operação da multiplicação. Segundo Nehring (1996, p. 12) “os alunos não utilizam imediatamente o procedimento de contagem dos grupos, mas sim a contagem um-a-um de cada elemento do grupo, mostrando a não utilização do princípio multiplicativo”. Além disso, se torna evidente a importância do professor dominar os conteúdos específicos para organizar e intervir durante as atividades desenvolvidas em sala de aula, pois através da sequência didática aplicada, cujos vários registros de representação foram considerados, assim como a conversão entre estes registros, fez com que os alunos conseguissem compreender o sentido da operação e o significado operatório dos algoritmos.

Ao ressaltar o papel do professor no processo de compreensão dos alunos em relação à operação de multiplicação, ao contrário do estudo realizado por Nehring (1996), Nürnberg (2008) constatou que, para os doze professores do 1º ao 5º ano que foram sujeitos da pesquisa, conhecer a tabuada é a primeira etapa para a aprendizagem da multiplicação. Diante disso, demonstra-se uma tendência no ensino dessa operação aritmética em que ponto de partida são as multiplicações apresentadas na tabuada, depois o algoritmo canônico e, finalmente, as situações-problema.

Nessa perspectiva, a tese de Ewbank (2002) apresenta uma análise dos processos desenvolvidos por professores do Ensino Fundamental e da Educação de Jovens e Adultos no ensino da noção de multiplicação em dez escolas públicas municipais da cidade de Ribeirão Preto/SP. A pesquisa contou com a participação de cinco professores do Ensino Fundamental e cinco professores da Educação de Jovens e Adultos. Através da metodologia de análise de conteúdo, a pesquisadora traz importantes contribuições sobre o conhecimento teórico-metodológico dos professores, ao verificar que a forma como o professor aprendeu a multiplicação demonstrou ser a referência para ensinar e que os procedimentos didáticos organizados pelos professores dos dois grupos não estão fundamentados nos conhecimentos sobre a gênese do pensamento multiplicativo.

Diante dessas constatações, a pesquisa qualitativa realizada por Starepravo (2010), possibilita a projeção de outros procedimentos didáticos na organização do planejamento para o ensino da multiplicação. A partir de uma proposta metodológica, fundamentada no construtivismo *piagetiano*, a pesquisadora planejou e desenvolveu uma intervenção em uma turma de terceira série de uma escola da rede municipal de Curitiba, na qual a multiplicação foi explorada em problemas de proporcionalidade simples (correspondência um-para-muitos e de arranjo retangular). Os resultados apontaram que as crianças substituíram progressivamente as estratégias de contagem pelas estratégias de cálculo, adquiriram competências aritméticas e interagiram demonstrando uma relação de cooperação. Por conseguinte, esses resultados estão relacionados à utilização de alguns procedimentos didáticos: o uso do erro como estratégia didática, o papel interventivo da avaliação no processo de ensino e a importância do registro escrito para a reflexão do professor diante da sua prática.

Os estudos realizados contribuem para a reflexão sobre como ensinar a operação de multiplicação nas classes dos anos iniciais do ensino fundamental. Identifica-se o enfoque da multiplicação independente da operação de adição e o conhecimento do professor acerca dos fundamentos matemáticos como essencial para organizar as situações de aprendizagem em sala de aula.

3.1.2 Propostas curriculares: em foco os fundamentos teórico-metodológicos para o ensino e a aprendizagem da multiplicação

A fundamentação teórico-metodológica que embasa as propostas curriculares para o ensino da Matemática, seja em documentos oficiais, programas educacionais em âmbito federal, estadual e municipal ou em livros didáticos, tem sido objeto de estudo de várias pesquisas em educação desenvolvidas atualmente.

Nesse sentido, Coral (2010) realizou um estudo sobre as proposições dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o processo de ensino e aprendizagem do campo conceitual multiplicativo na unidade definida de “campo numérico dos naturais para o segundo ciclo (3ª e 4ª séries) do ensino fundamental.” Para analisar o documento, o autor adotou como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais e verificou que os PCNs reforçam a necessidade da utilização de um conjunto de situações para ampliar a construção do conceito

de multiplicação, priorizando as significações e ideias que caracterizam este conceito. Diante disso, o autor conclui que as compreensões trazidas pelos PCNs se diferem daquelas adotadas tradicionalmente na escola, pois epistemologicamente ampliam as significações da multiplicação para as ideias de comparação, combinação, proporcionalidade e configuração retangular, e, didaticamente prioriza a resolução de situações problemas que traduzem os diferentes significados conceituais da operação.

Com o objetivo de analisar as orientações prescritas em um programa educacional, Silva (2010) investigou o impacto do ensino das estruturas multiplicativas por meio da aplicação de problemas previstos no Programa Ler e Escrever da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo para a terceira série do ensino fundamental. A partir de uma sondagem inicial para verificar os tipos de dificuldades dos alunos ao resolverem problemas relativos à estrutura multiplicativa, foi planejada e realizada uma intervenção com o auxílio do *software* livre ClicMat. Após a intervenção, com a aplicação de uma sondagem final, verificou-se um significativo avanço no desempenho das crianças ao resolverem problemas envolvendo o raciocínio multiplicativo, embora nem todas tivessem escolhido a operação necessária para a solução do problema, nem mesmo disponibilizado os esquemas próprios da estrutura multiplicativa. Dos tipos de problemas resolvidos e analisados na sondagem final, 56,7% das crianças obtiveram acertos nos problemas de combinatória; 50% de acertos nos de configuração retangular; 40% nos de comparação e 26,7% nos de proporcionalidade. Segundo a autora, as orientações propostas no Programa Ler e Escrever juntamente com os resultados da pesquisa vão ao encontro de um dos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais segundo o qual os conceitos são formados ao longo do tempo com base nas diferentes situações que são propostas ao sujeito.

Na revista *Educação Matemática em Revista-RS*, número 9, Vizolli et al. (2008) apresentam os resultados de uma análise da abordagem da operação de multiplicação em seis livros didáticos de 5ª série, atual 6º ano do ensino fundamental, recomendados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), editados entre 2000 e 2006. Dentre os livros analisados identificaram-se a presença de dois sentidos operatórios da multiplicação: adições sucessivas e produto cartesiano. Ademais, as distinções entre as formas de abordagem do conteúdo demonstram as concepções de ensino, de aprendizagem e de Matemática adotadas pelos autores.

Nesse contexto, Martins (2011) apresentou na *XIII Conferência Iberoamericana de Educação Matemática* uma análise do conteúdo das estruturas multiplicativas e a abordagem

dos problemas matemáticos em 19 livros didáticos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), aprovados no Plano Nacional do Livro de Alfabetização 2008. Apoiada em estudos de Vergnaud (1999) e Nunes e Bryant (1997), a pesquisadora verificou que há nos livros maior destaque para os problemas de multiplicação e divisão (quociente, partição e produto cartesiano), sendo que os de raciocínio combinatório são verificados em apenas 9% dos problemas analisados. Além disso, foi constatado que apenas 3% dos problemas de estrutura multiplicativa abordam o trabalho com os números racionais. Diante disso, a autora conclui que, em relação aos problemas de estrutura multiplicativa contidos nos livros didáticos de EJA, “ainda há necessidade de uma maior variedade de significados abordados, de formas de representação utilizadas, bem como de contextos nos quais as situações-problema se encontram inseridas.” (p. 11).

A partir dos critérios de seleção dos estudos, constatou-se que as pesquisas apoiadas nos estudos de Gérard Vergnaud têm apontado a diversidade de situações propostas em sala de aula como uma das possibilidades para ampliar a aprendizagem de conceitos e significados da operação de multiplicação.

3.2 Operação de multiplicação: conceitos e significados

A operação de multiplicação e os conceitos que envolvem a sua aprendizagem, assim como as demais operações aritméticas elementares, estão presentes nas propostas de ensino da Matemática para os anos iniciais do ensino fundamental.

Com o objetivo de refletir e levantar questões acerca dos conceitos e significados implicados no processo de ensino e aprendizagem da multiplicação na escola apresenta-se, a seguir, um breve histórico das significações dessa operação aritmética, utilizando como recurso alguns aspectos da história da Matemática e a discussão diante da perspectiva de ampliação dos conceitos e significados abordados em sala de aula, envolvendo a operação de multiplicação.

3.2.1 Histórico das significações

Com base no resgate das fontes de informação sobre a Matemática antiga é possível identificar a construção do sistema conceitual da operação de multiplicação relacionado aos conceitos de numeração, adição, medida e proporção.

O princípio multiplicativo está presente na elaboração de alguns sistemas de numeração de civilizações antigas e no sistema de numeração hindu-arábico, atualmente o mais utilizado no mundo.

No sistema de numeração egípcio era usado o princípio aditivo simples e os símbolos não precisavam ser escritos em uma determinada ordem. Contudo, posteriormente, a multiplicação foi aplicada na escrita de números maiores, a exemplo do número 120.000, representado pelos símbolos correspondentes ao número 120 colocado antes do símbolo da flor de lótus, equivalente a 10.000. Assim: $\varphi \cap \cap \text{☉}$ $(100+10+10) \cdot (10.000) = 120.000$. (GUNDLACH, 1992, p. 23).

Boyer (1974, p. 11) apresenta nos registros do Papiro Ahmes, também no Egito Antigo, a operação de multiplicação utilizada na resolução de cálculos através de adições sucessivas chamadas “duplações”. Nessa resolução o multiplicando é adicionado duplamente de forma sucessiva, e o multiplicador é controlado através dessas duplicações. Por exemplo, ao efetuar 48×16 , pode-se aplicar a resolução feita pelos egípcios conforme demonstrado na figura 1.

Multiplicando	Multiplicador
48	1
(48+48) 96	2
(96+96) 192	4
(192+192) 384	8
(384+384) 768	16

Figura 1 - Cálculo de multiplicação do Egito Antigo.
Fonte: Elaboração da autora

Já no sistema de numeração hindu-arábico a multiplicação está imbricada em um dos princípios que organizam a formação da escrita dos números. Dessa forma, utilizando como exemplo a composição do número 278, verifica-se o princípio multiplicativo na medida em

que o número compõe-se de 2 centenas, 7 dezenas e 8 unidades, ou seja, $2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$.

Nos estudos da Geometria, por volta de 300 a.C, mais especificamente no livro VII dos Elementos, Euclides associa ao produto uma unidade plana bidimensional, em virtude da qual o número é um múltiplo da medida. Portanto, os números são apresentados como unidades (ARAÚJO, GARAPA, RAFAEL, 2005).

Na representação abaixo, o u é a unidade; então, o número 2 é representado por AB; logo CF é o produto da unidade u multiplicado por 3, ao mesmo tempo que AB mede CF três vezes (CD, DE e EF).

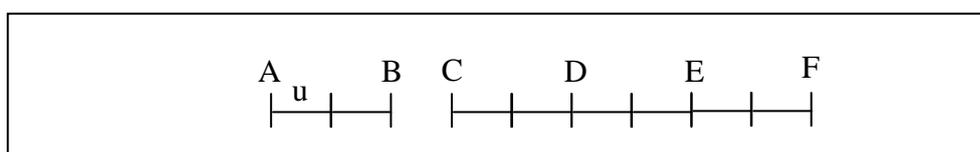


Figura 2 – Representação da multiplicação na geometria de Euclides
Fonte: Araújo, Garapa, Rafael (2005, p. 6).

Em 1637, René Descartes publica a obra considerada um marco na história da Matemática, A Geometria (La Geometrie), como um apêndice de O Discurso do Método (Discours de La Méthod). No livro I, “Dos problemas que podem ser construídos sem usar mais do que círculos e linhas retas”, Descartes demonstra a relação das operações aritméticas com as operações geométricas, ilustrando como realizar a multiplicação geometricamente, ao traçar um segmento unitário, utilizando régua e compasso (VAZ, [s.d.], p. 1).

Dessa forma, para fazer o produto de a por b tomamos duas semirretas com uma mesma origem B e marca-se em uma delas o segmento unitário AB, como apresentado na figura 3.

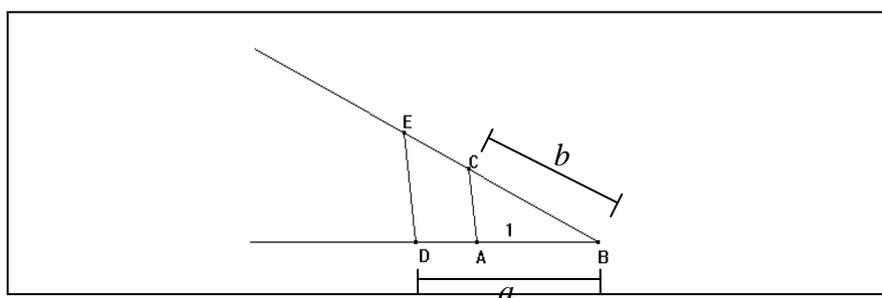


Figura 3 – Representação geométrica da multiplicação em Descartes.
Fonte: Vaz ([s.d.], p. 4).

Em seguida, marca-se nessa mesma semirreta um segmento BD de medida a e na outra o segmento BC de medida b . Traça-se um segmento de A até C e, em seguida, partindo

de D, traça-se outro segmento paralelo a AC que encontra outra semirreta em E, determinando o segmento DE. Aplicando a semelhança ou o Teorema de Tales conclui-se que BE vale ab (axb), ou seja, o produto de BD por CB é igual a BC. Assim, utilizando como unidade a medida de um traço qualquer, Descartes amplia o conceito de multiplicação ao âmbito da proporcionalidade (VAZ, [s.d.], p. 4).

Assim, o aprofundamento sobre a evolução dos conceitos que fundamentam a operação de multiplicação pode proporcionar o levantamento de novas perspectivas diante da abordagem de ensino dos conceitos e significados dessa operação aritmética.

3.2.2 Ampliação de conceitos e significados

As pesquisas realizadas por Nunes e Bryant (1997) destacam que embora um dos principais conceitos atribuídos à operação de multiplicação seja “uma soma de parcelas iguais” (CARAÇA, 1984, p.18), outros conceitos ampliam essa perspectiva sobre o raciocínio multiplicativo.

Kamii e Joseph (2005) ressaltam que a adição de parcelas iguais é diferente da multiplicação, pois envolve apenas unidades em um nível de abstração, enquanto a multiplicação envolve um pensamento hierárquico. A seguir, são apresentadas as diferenças entre a estrutura de “ $4+4+4$ ” e “ 3×4 ”.

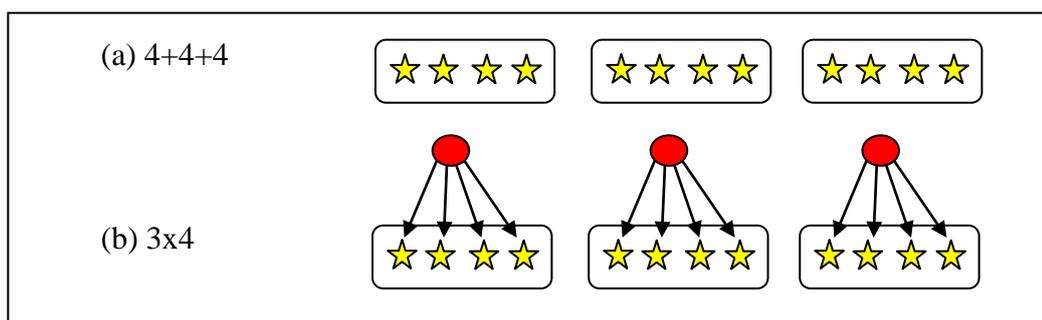


Figura 4 – Diferença entre a estrutura da adição de parcelas iguais e a multiplicação.

Fonte: Kamii, Joseph (2005, p. 66).

Nesse sentido, as situações multiplicativas envolvem uma relação fixa entre duas variáveis (grandezas ou quantidades) denominada proporção, diferente das situações aditivas que trazem o conceito de parte-todo (o todo é igual à soma das partes). Além disso, as ações

efetuadas para manter uma proporção invariável são de replicação, ou seja, adicionar a cada conjunto a unidade correspondente de modo que a correspondência invariável de um-para-muitos seja mantida. A unidade utilizada para fazer a replicação em cada conjunto denomina-se fator escalar (NUNES, BRYANT, 1997, p. 143-144).

Na situação “Em uma caixa tem 3 chocolates, quantos chocolates há em 4 caixas?”, representada na figura 5, o fator escalar é 4, empregado para fazer as replicações no conjunto das duas variáveis (caixas e chocolates), sendo que a relação fixa entre elas é o número de chocolates por caixa (3).

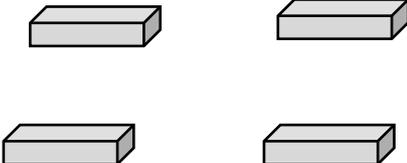
Caixas	Chocolates
	
Fator escalar: 4	
$1 \text{ caixa} \times 4 = 4 \text{ caixas}$ 	$3 \text{ chocolates} \times 4 = 12 \text{ chocolates}$ 

Figura 5 – Representação do fator escalar.

Fonte: Elaboração da autora.

Outro aspecto relevante na construção do sistema conceitual da multiplicação é o significado atribuído a cada termo. Segundo Caraça (1984, p. 18), os termos da multiplicação são chamados de fatores, em que o multiplicando é a parcela que se repete, o multiplicador, o número de vezes que o multiplicando aparece como parcela e o produto como sendo o resultado.

Desse modo, ao desconsiderar o significado do multiplicando e do multiplicador nas situações propostas aos estudantes podem ocorrer alguns equívocos quanto ao uso de expressões como “vezes” e “multiplicado por”, atribuídas ao significado do símbolo “x”, utilizado para representar a operação.

De acordo com a situação representada na figura 4, é possível identificar o multiplicando como o número de chocolates em cada caixa (3), o multiplicador como o número de caixas (4) e o produto como o número de chocolates em 4 caixas (12). Assim, a

sentença “ $3 \times 4 = 12$ ”, lê-se “3 multiplicado por 4 é igual a 12”; porém, se a expressão utilizada for “vezes”, o multiplicador deve ser escrito antes do multiplicando, “ $4 \times 3 = 12$ ”, lê-se “4 vezes 3 é igual a 12”. Por isso, independente da expressão “vezes” ou “multiplicado por”, preserva-se o significado conceitual do multiplicando e do multiplicador. Ademais, é importante destacar que a grandeza do multiplicando (3 chocolates) é a mesma do produto (12 chocolates).

Nessa perspectiva, a diversidade de situações propostas em sala de aula pode enfatizar o significado do multiplicando e do multiplicador, independente da opção de expressão utilizada, de maneira que a significação da operação de multiplicação seja mantida (CRUSIUS, GOMES, DANYLUK, [s.d.], p. 65).

Com base nessas definições e na perspectiva de que são as situações-problema que dão sentido à operação de multiplicação, a seguir são apresentados alguns pressupostos da teoria de Gérard Vergnaud sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas.

3.3 Teoria dos Campos Conceituais: estruturas multiplicativas

A Teoria dos Campos Conceituais elaborada por Gérard Vergnaud⁷ é uma teoria proveniente da área da Psicologia, considerada uma “teoria cognitivista neopiagetiana” (MOREIRA, 2002, p. 8), que amplia e redireciona o foco de estudos de Piaget sobre as estruturas gerais de pensamento e as operações lógicas para o estudo do funcionamento cognitivo do “sujeito-em-situação”.

Diferentemente de Piaget, que não abordava em seus estudos as contribuições da prática escolar, Vergnaud demonstrou em suas pesquisas um interesse significativo pelo processo de ensino e de aprendizagem da Matemática na escola, tomando como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise do seu domínio (VERGNAUD, 2012).

Os estudos realizados por Vergnaud (1990) colocaram em evidência questões relacionadas às dificuldades dos alunos ao resolverem situações envolvendo as estruturas aditivas (adição e subtração) e as estruturas multiplicativas (multiplicação e divisão),

⁷ Discípulo de Jean Piaget, matemático, filósofo e psicólogo francês, diretor emérito de estudos do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS), em Paris.

verificando que as dificuldades encontradas não eram as mesmas para cada conjunto de situações, pois cada conjunto pertencia a um campo conceitual diferente.

Nesse sentido, a Teoria dos Campos Conceituais traz contribuições importantes para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática em âmbito escolar, porque ressalta a importância da utilização de uma variedade de situações para a apropriação dos significados e a formação de conceitos relacionados às operações aritméticas básicas, pois é “através das situações e dos problemas que se pretendem resolver é como um conceito adquire sentido para a criança.” (VERGNAUD, 1990, p. 1, tradução nossa).

De acordo com Vergnaud (1990), os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos são acionados conforme cada situação. Em razão disso, o trabalho com um conjunto de situações, denominado campo conceitual requer o domínio de uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas. Além disso, as proposições que sustentam o conceito de campo conceitual são: a) um conceito não pode ser formado em um só tipo de situação; b) uma situação não pode ser analisada a partir de apenas um conceito; c) o processo de construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação prolonga-se por muitos anos.

Nessa perspectiva, um conceito é formado por três conjuntos, $C(S, I, \Gamma)$, em que:

S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência)

I: conjunto de invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas (o significado)

Γ : conjunto das formas linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante). (VERGNAUD, 1990, p. 7, tradução nossa).

O **conjunto S** refere-se às situações reais apresentadas ao sujeito que possibilitam a mobilização dos processos cognitivos e as respostas a cada situação. Para Vergnaud (1990), dois aspectos são considerados fundamentais:

- a) a variedade de situações e as possíveis variáveis que podem ser geradas em um determinado campo conceitual;
- b) a história da progressão dos conhecimentos dos alunos que são moldados pelas situações que enfrentam e que dominam progressivamente, especialmente para as primeiras situações capazes de dar sentido aos conceitos e procedimentos que serão ensinados.

O **conjunto I** refere-se ao conjunto de invariantes operatórios (objetos, propriedade, relações) associados aos conceitos que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para dominar as situações. Esses invariantes operatórios, denominados por Vergnaud de conceitos-em-ação e teoremas-em-ação são conhecimentos matemáticos subjacentes ao tratamento da situação pelo sujeito, ou seja, “é a base conceitual implícita ou explícita que está por trás das ações dos alunos ao lidar com as situações propostas.” (VERGNAUD, 2012, p. 16).

O **conjunto Γ** refere-se às representações simbólicas (pictóricas, aritméticas, algébricas, geométricas) usadas pelo sujeito para representar as situações, os invariantes operatórios e os procedimentos de tratamento.

Diante dessas proposições, a orientação explicitada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de que o trabalho com a multiplicação e a divisão deve ser realizado através de um conjunto de problemas, devido às estreitas conexões entre as situações que os envolvem (BRASIL, 1997, p. 109), vai ao encontro do ensino dos conceitos da operação de multiplicação relacionados a um campo conceitual. Segundo Coral (2010, p. 80), “existe uma forte aproximação entre as categorias de Vergnaud e o que os PCNs denominam de ideias e significações da operação”.

Nesse sentido, os conceitos relacionados à multiplicação estão contidos em um conjunto de situações denominado campo conceitual das estruturas multiplicativas,

cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões e o conjunto de teoremas que permite analisar estas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e não-linear, razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplo e divisor, etc. (VERGNAUD, 1990, p. 8-9, tradução nossa).

As situações pertencentes ao campo conceitual das estruturas multiplicativas, ou seja, problemas cuja solução é encontrada por meio de uma multiplicação ou divisão, segundo Vergnaud (2009, p. 239), são classificadas em duas grandes categorias de relações: isomorfismo de medidas e produto de medidas. Essas categorias são subdivididas em classes conforme a posição da incógnita na situação, os tipos de grandezas (contínuas⁸ e descontínuas⁹) e o conjunto a que os números pertencem.

⁸ As unidades que compõem esta grandeza não são percebidas separadamente; são grandezas que tem relação direta com as medidas. Ex.: metro, litro.

⁹ As unidades são objetos distintos, que têm relação direta com a contagem. Ex: reais, objetos.

Isomorfismo de medidas

Trata-se de um conjunto de situações/problemas que apresenta uma relação multiplicativa quaternária, ou seja, relação entre quatro quantidades, na qual duas são um tipo de medida diferente das outras duas.

As relações de base mais simples de multiplicação e divisão são as relações quaternárias que implicam a proporcionalidade simples de duas variáveis uma em relação à outra (VERGNAUD, 1990, p. 12).

Nas situações mais simples uma das quantidades é igual a um. Por isso, de acordo com a incógnita definida na situação, têm-se três grandes classes de problemas¹⁰. (VERGNAUD, 2009, p. 260-261).

A seguir são apresentadas como exemplos, algumas situações de cada classe.

a) Multiplicação

Exemplo (1): Luiza tem 4 pacotes de figurinhas. Em cada pacote há 4 figurinhas. Quantas figurinhas a Luiza tem?

Pacotes		Figurinhas
1		4
4		?

1	→	a
b	→	x

b) Divisão (partição): o valor unitário como incógnita

Exemplo (2): Luiza comprou 4 pacotes de figurinhas. No total ela conseguiu 16 figurinhas. Sabendo que em cada pacote há a mesma quantidade de figurinhas, quantas figurinhas há em cada pacote?

Pacotes		Figurinhas
1		?
4		16

1	→	x
b	→	c

¹⁰ Todas as situações utilizadas como exemplos foram elaboradas pela autora.

c) Divisão (quota): a quantidade de uma determinada unidade como incógnita

Exemplo (3): Luiza comprou alguns pacotes de figurinhas. No total ela conseguiu 16 figurinhas. Sabendo que em cada pacote há 4 figurinhas, quantos pacotes Luiza comprou?

Pacotes		Figurinhas
1		4
?		16

1	→	a
x	→	c

Outro caso de situações mais complexas, envolvendo a mesma relação quaternária, são aquelas em que nenhuma das quatro quantidades é igual a um.

d) Quarta proporcional

Exemplo (4): Luiza comprou 4 pacotes de figurinhas e conseguiu no total 16 figurinhas. Fernanda comprou 6 pacotes. Sabendo que em cada pacote há a mesma quantidade de figurinhas, quantas figurinhas Fernanda conseguiu no total?

Pacotes		Figurinhas
4		16
6		?

a	→	b
c	→	x

Vergnaud (2009, p. 262) apresenta também uma classe de problemas cuja forma de relação multiplicativa se difere de um isomorfismo de medida, pois a correspondência é estabelecida entre duas quantidades e um determinado número representa um operador escalar¹¹, indicado pela palavra “vezes”. Essa classe é chamada pelo autor de “caso único de medida.”

Diante disso, é possível exemplificar outras subclasses de situações:

¹¹ Unidade constante que indica o número de replicações relacionado a determinada quantidade.

a) Multiplicação

Exemplo (5): Luiza tem uma coleção com 24 selos. Vinícius tem quatro vezes mais selos que Luiza. Quantos selos tem Vinícius?

Selos de Luiza	24	
Selos de Vinícius	?	

b) Divisão: uma das medidas como incógnita

Exemplo (6): Vinícius tem quatro vezes mais selos que Luiza. Sabendo que Vinícius tem 96 selos, quantos selos tem Luiza?

Selos de Luiza	?	
Selos de Vinícius	96	

c) Divisão: o operador escalar como incógnita

Exemplo (7): Luiza tem 24 selos e Vinícius tem 96. Quantas vezes mais selos tem Vinícius?

Selos de Luiza	24	
Selos de Vinícius	96	

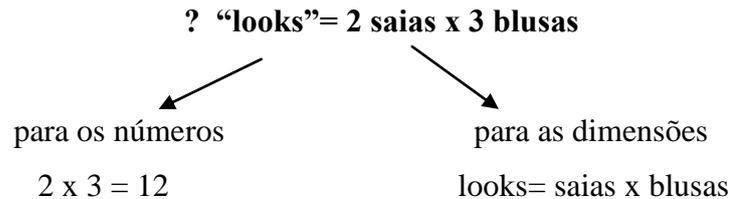
Produto de medidas

O produto de medidas é o conjunto de situações/problemas que apresenta uma relação multiplicativa ternária, ou seja, a relação entre três quantidades, em que, respectivamente, uma é o produto das outras duas, no plano numérico e dimensional.

Nesse sentido, o produto de medidas, como uma categoria de relação multiplicativa, divide-se em duas classes de problemas: multiplicação e divisão.

a) Multiplicação: a medida-produto como incógnita, sabendo-se as medidas elementares

Exemplo (8): Bianca comprou duas saias – uma preta e uma branca – e três blusas – uma rosa, uma azul e uma verde. De quantas maneiras ela pode compor seu “look” com as roupas novas que comprou?



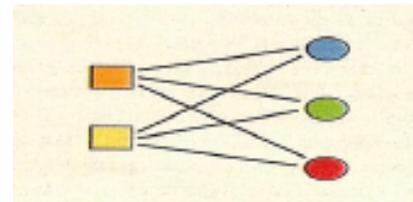
Outras representações¹²:

Conjuntos

$S = \{b, p\}$ e $B = \{a, r, v\}$

Tabela Cartesiana

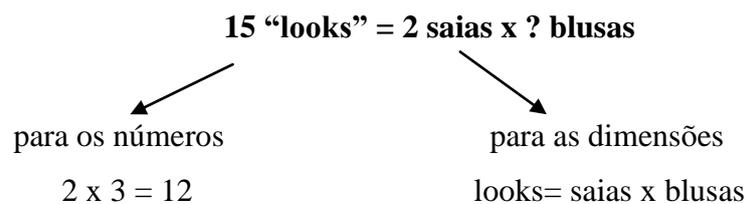
Árvore de possibilidades



S x B		B		
		a	r	v
S	b	(b, a)	(b, r)	(b, v)
	p	(p, a)	(p, r)	(p, v)

b) Divisão: uma das medidas elementares como incógnita, sabendo-se a outra e a medida produto

Exemplo (9): Bianca tem duas saias e algumas blusas. Se ela consegue compor 15 “looks” diferentes com as saias e as blusas, quantas blusas a Bianca tem?



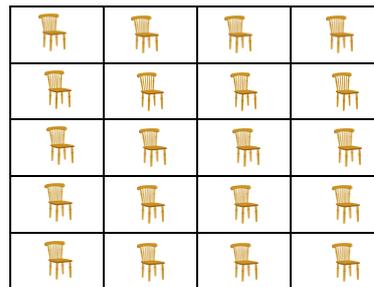
¹² Outro aspecto relevante na resolução de situações de produto de medida é a diversidade de registros de representação semiótica que podem ser utilizados.

Outras possibilidades de abordagem são possíveis conforme os conceitos contemplados em cada situação. Nos exemplos 8 e 9, identificam-se os conceitos de possibilidades e a análise combinatória.

Logo a seguir, são apresentados dois exemplos de situações de produto de medida com enfoque na aproximação do conceito de área, por meio da configuração retangular como procedimento de resolução.

a) Multiplicação: a medida-produto como incógnita, sabendo-se as medidas elementares

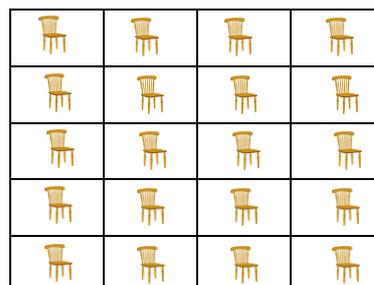
Exemplo (10): Numa sala estão dispostas 5 fileiras com 4 cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras há na sala?



5 fileiras x 4 cadeiras = ? cadeiras

b) Divisão: uma das medidas elementares como incógnita, sabendo-se a outra e a medida produto

Exemplo (11): Numa sala estão dispostas 20 cadeiras em 5 fileiras. Quantas cadeiras há em cada fileira?



5 fileiras x ? cadeiras = 20 cadeiras

Assim, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, as relações multiplicativas podem ser abordadas por meio de uma diversidade de classes de problemas. Com relação a isso, Vergnaud (2009, p. 265) defende que

a distinção dessas diferentes classes e sua análise devem ser cuidadosamente abordadas a fim de ajudar a criança a reconhecer a estrutura dos problemas e a encontrar o procedimento que levará a sua solução. Não se deve subestimar a dificuldade de certas noções como as de relação, de proporção, de fração e de função que exigem precauções didáticas importantes bem depois do ensino elementar¹³. Apesar disso, essas noções devem ser tratadas desde o ensino elementar.

De acordo com os pressupostos dessa teoria, o conjunto de representações simbólicas é uma das bases para a formação de um conceito. Por isso, no próximo item são apresentadas as contribuições dos estudos de Raymond Duval sobre o uso de diferentes registros de representação semióticos para representar a multiplicação.

3.4 Teoria dos Registros de Representação Semiótica: transformações e registros

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval¹⁴ busca evidenciar a importância da diferenciação entre o objeto matemático e suas representações, além de contextualizar a atividade matemática, do ponto de vista cognitivo, através da variedade de representações semióticas utilizadas em matemática.

Essa teoria surgiu no contexto dos estudos relativos à Psicologia Cognitiva, principalmente relacionados ao funcionamento cognitivo implicado na atividade matemática e nas dificuldades de tal aprendizagem. Duval desenvolveu um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento a partir da mudança de registros de representações semióticas e aprofundou estudos sobre as diversas representações mobilizadas pela visualização matemática.

¹³ O ensino elementar da escola francesa atende crianças de 6 a 11 anos.

¹⁴ Filósofo e psicólogo francês, atualmente é professor emérito na Universidade Du Littoral Côte d'Opale da França.

Para Duval (2009), as atividades cognitivas relacionadas à aprendizagem da Matemática estão ligadas ao uso de registros de representação, isto é, de sistemas semióticos como língua natural, sistemas de escrita de números, escritas algébricas, notações simbólicas formais, figuras geométricas planas ou em perspectiva, gráficos cartesianos, diagramas. De acordo com o autor, as representações mentais não podem ser consideradas independentes das representações semióticas, pois não há *noésis* sem *semiósis*, ou seja, a apreensão conceitual de um objeto matemático depende da produção e coordenação de diferentes representações semióticas.

Nesse sentido, “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 14). Além disso, a capacidade de mudar de registro está implicada na compreensão da Matemática; portanto, o professor deve conduzir os alunos a diferenciar o objeto matemático de suas representações.

A análise da utilização de diferentes registros de representações semióticas durante a realização de uma atividade matemática implica em identificar dois tipos de transformações de representações: os tratamentos e as conversões.

O tratamento é a transformação de uma representação semiótica em outra, em que esta se refere às operações dentro de um mesmo sistema semiótico. Na figura 6, a transformação de representação pode ser reconhecida na resolução de um mesmo cálculo de multiplicação, “12x8”.

Tratamento 1	Tratamento 2	Tratamento 3
10 x 8 = 80	1 2	1
2 x 8 = 16	<u>x 8</u>	1 2
80 + 16 = 96	1 6	<u>x 8</u>
	<u>+8 0</u>	9 6
	9 6	

Figura 6 – Tratamentos: cálculos de multiplicação.

Fonte: Elaboração da autora.

A conversão de uma representação refere-se às operações em que o registro inicial é transformado em outro registro, quando se opera com sistemas semióticos diferentes. Por exemplo, ao utilizar “5x8” para representar a situação-problema “as cadeiras de uma sala estão dispostas em 5 fileiras com 8 cadeiras em cada uma, quantas cadeiras há na sala?”, foi realizada uma conversão do registro dado na língua natural para o registro dado na linguagem

aritmética. A conversão também pode ser realizada através da representação geométrica, apresentada na figura 7.

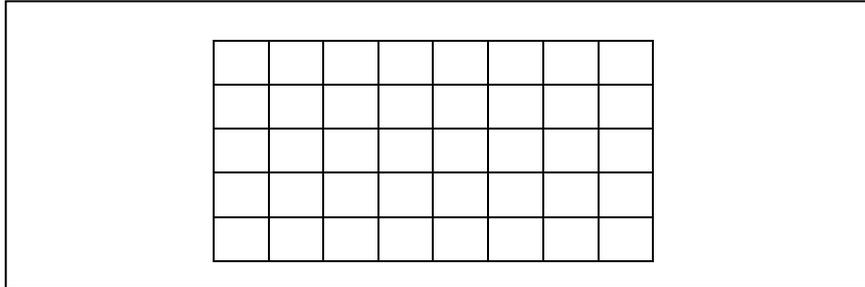


Figura 7 – Registro de representação geométrico.
Fonte: Elaboração da autora.

Nessa perspectiva, Duval (2009) destaca que a atividade cognitiva de conversão apresenta maiores dificuldades devido aos problemas de congruência semântica e não-congruência na mudança de registros. Para verificar a congruência entre duas representações é preciso segmentá-las em unidades significantes respectivas, de tal maneira que elas possam ser colocadas em correspondência. No exemplo a seguir, (DUVAL, 2009, p. 64) observa-se que a correspondência termo a termo é suficiente para efetuar a conversão, o que caracteriza a congruência semântica dos elementos significantes.

“o conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abcissa.”

$$y > x$$

Assim, as transformações de registros de representações semióticas, sejam em caráter de tratamento ou de conversão, demonstram aspectos diferentes de um mesmo conceito matemático. Segundo Duval, em relação a isso, “*não se deve jamais confundir um objeto e sua representação. [...] O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas*” (2003, p. 21, grifos do autor).

Dessa forma, em relação à aprendizagem matemática em sala de aula, as possibilidades de compreensão integral de um determinado conceito se ampliam e os alunos se tornam “mais sofisticados matematicamente, desenvolvendo um repertório cada vez maior de representações matemáticas e melhorando o conhecimento de como usá-las produtivamente” (COLOMBO, MORETTI, 2010, p. 107).

Diante desses pressupostos, é possível considerar as transformações e o uso de diferentes registros de representação semiótica como fundamentos teórico-metodológicos na busca pela qualificação dos processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos referentes à operação de multiplicação.

Além disso, com o intuito de enriquecer a fundamentação teórica da pesquisa ao considerar a escola como espaço de interação social fundamental na aprendizagem dos conceitos científicos e no desenvolvimento intelectual do sujeito, no próximo item, são explicitadas algumas contribuições da teoria histórico-cultural.

3.5 A formação de conceitos na escola: uma abordagem histórico-cultural

As contribuições da teoria histórico-cultural para o campo educacional impulsionam a elaboração de novas propostas de ensino da Matemática, orientadas pelo pressuposto de que a aprendizagem proporciona o desenvolvimento mental do sujeito.

Segundo Vigotski, a aprendizagem “desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros” (2007, p. 103). Dessa forma, os processos de ensino e aprendizagem realizados na escola são fundamentais na formação dos conceitos científicos¹⁵, pois mobilizam os processos de desenvolvimento.

Para vislumbrar a construção de práticas pedagógicas que visem à aprendizagem como geradora de desenvolvimento, é importante a compreensão de um dos conceitos fundamentais da teoria histórico-cultural, o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) ou zona de desenvolvimento imediato. A ZDP está entre outros dois níveis de desenvolvimento: real ou atual e potencial. A capacidade de realizar atividades de forma autônoma é denominada de desenvolvimento real, e o desenvolvimento potencial é reconhecido quando o sujeito ainda precisa contar com a ajuda de um adulto ou de companheiros mais capacitados para realizar determinada atividade.

Diante disso, a intervenção do professor e a intencionalidade de suas ações diante da aprendizagem tornam-se fundamentais para movimentar os processos de desenvolvimento, partindo do desenvolvimento real e agindo na zona de desenvolvimento proximal. Assim, “a

¹⁵ Sistema de relações abstratas estabelecidas e reconhecidas socialmente, baseado em leis, princípios e teorias.

pedagogia deve orientar-se não no ontem, mas no amanhã do desenvolvimento da criança”, para que, dessa forma, a aprendizagem possa mobilizar e promover os processos de desenvolvimento que se encontram na zona de desenvolvimento proximal (VIGOTSKI, 2000, p. 333).

Nessa perspectiva, os processos de aprendizagem desencadeados na escola são fontes de uma diversidade de conceitos para as crianças. No entanto, de acordo com Vygotsky (1998, p. 104), “[...] um conceito é mais do que a soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento”.

Diante desse pressuposto, o processo de formação de conceitos aciona o desenvolvimento de várias funções psicológicas superiores, como a atenção arbitrária, a memória lógica, a abstração, a comparação e a discriminação; por isso, devido à complexidade dos processos psicológicos envolvidos, torna-se impossível ensinar os conceitos através da memorização. O autor considera que

[...] o professor que envereda por esse caminho costuma não conseguir senão uma assimilação vazia de palavras, um verbalismo puro e simples que estimula e imita a existência dos respectivos conceitos na criança, mas na prática, esconde o vazio. Em tais casos, a criança não assimila o conceito, mas a palavra capta mais de memória que de pensamento e sente-se impotente diante de qualquer tentativa de emprego consciente do conhecimento assimilado. No fundo, esse método de ensino de conceitos é a falha principal do rejeitado método puramente escolástico de ensino, que substitui a apreensão do conhecimento vivo pela apreensão de esquemas verbais mortos e vazios. (VIGOTSKI, 2000, p. 247).

Ao encontro da concepção de Vigotski segundo a qual a simples memorização de conceitos não garante a sua assimilação, Brousseau (1996, p. 71) considera que mediante os papéis que os alunos desempenham diante das situações propostas pelo professor, a aprendizagem faz com que os conhecimentos mudem, progressivamente, de nível e *status*. Portanto, a escolha da metodologia e as relações estabelecidas em sala de aula entre o professor, os estudantes e o saber matemático são fundamentais para que a aprendizagem da Matemática possa promover o desenvolvimento das funções psicológicas superiores e a formação dos conceitos científicos.

Nesse sentido, cabe enfatizar que, pela generalização, o aprendizado escolar possibilita a transformação gradual da estrutura dos conceitos cotidianos¹⁶, fazendo com que o sujeito, através do uso da linguagem e de um processo sistemático de análise e síntese, organize-os em um sistema, o que caracteriza o princípio geral dos conceitos científicos. Por conseguinte, nesse processo as atividades envolvidas são extremamente complexas e além de envolverem as funções intelectuais básicas, os signos ou palavras precisam ser usados como meio para conduzir as nossas operações mentais à solução de determinados problemas (VYGOTSKY, 1998, p. 73).

Em suma, o grande salto qualitativo no desenvolvimento do intelecto humano acontece diante das relações de generalização que mobilizam o processo de internalização, ou seja, quando operações que representam uma atividade externa começam a ocorrer internamente e acontece a transformação de um processo interpessoal (nível social) em processo intrapessoal (nível psicológico subjetivo). Entretanto, é importante destacar que a transformação desses processos na reconstrução da atividade psicológica ocorre ao longo de todo o processo de desenvolvimento e tem como base as operações com signos.

Por isso, as situações promovidas e vivenciadas pelos sujeitos na escola tornam-se fundamentais para desencadear os processos de desenvolvimento a níveis cada vez mais elevados.

¹⁶ Estão vinculados a uma situação concreta. São desenvolvidos através da experiência prática e se referem a um determinado objeto.

4 ANÁLISE DA PROPOSTA DE ENSINO DA OPERAÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO

Neste capítulo é apresentado o processo da pesquisa documental desenvolvida, a fim de analisar os fundamentos teórico-metodológicos do ensino da operação de multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental, na proposta pedagógica oficial da escola investigada. O material que apoia a análise constitui dois grupos de documentos: planejamento e materiais didáticos do aluno.

Para atingir o propósito da pesquisa, inicialmente traçou-se um panorama geral do contexto de elaboração da proposta pedagógica da Escola de Ensino Fundamental St. Patrick e dos principais pressupostos teóricos que sustentam o seu projeto político-pedagógico (PPP). Tal procedimento objetiva compreender os pressupostos de ordem conceitual que orientam, de forma geral, a organização do currículo escolar e a definição da metodologia.

Em seguida, apresenta-se o processo de análise dos objetivos de aprendizagem referentes ao conceito de multiplicação, previstos para cada ano do ensino fundamental I, bem como dos tipos de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas que embasam a formação desse conceito nos cadernos de atividades.

Para isso, o conceito de multiplicação é concebido a partir do tripé que envolve o conjunto de situações que dão sentido ao conceito (isomorfismo de medida e produto de medidas), o conjunto de invariantes operatórios que podem ser usados pelos estudantes para dominar e resolver essas situações e o conjunto de representações simbólicas que significam esses invariantes nos procedimentos de resolução (VERGNAUD, 1990).

Assim, primeiramente é apresentada a análise dos objetivos de aprendizagem referentes à multiplicação, previstos para o 1º, 2º e 3º ano, e os tipos de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas contemplados nos cadernos de atividades.

Por fim, com vistas a verificar como o conceito de multiplicação é ampliado no 4º e 5º ano, explicita-se os principais aspectos que evidenciam tal ampliação, analisados nos objetivos e materiais didáticos do aluno.

4.1 Projeto político pedagógico: implicações na proposta de ensino da multiplicação

Para analisar os fundamentos teórico-metodológicos subjacentes à proposta de ensino da operação de multiplicação para os anos iniciais do ensino fundamental, inicialmente, buscou-se compreender a relação entre o contexto de construção da proposta pedagógica da Escola e os pressupostos teóricos que embasam a organização do currículo e a escolha da metodologia presentes no PPP.

Nesse sentido, a história da construção da proposta pedagógica para os anos iniciais do ensino fundamental esteve sempre embasada na ideia de proporcionar aos estudantes um processo de ensino e aprendizagem diferente das escolas convencionais. Desde o início das atividades, em 1998, os documentos produzidos para orientar o planejamento docente sofreram influência dos cursos realizados pela direção e professoras na Escola da Vila¹⁷. Nesse período, a equipe pedagógica da Escola da Vila participava indiretamente da elaboração e divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o ensino fundamental. Por isso, a fundamentação teórica da proposta da escola, no que diz respeito à organização do currículo, está embasada nos estudos de César Coll¹⁸ sobre a tipologia de conteúdos os quais também sustentam as orientações contidas nos PCNs.

No item currículo e metodologia do PPP, ficam evidentes, nas proposições de ordem conceitual para a abordagem dos conteúdos escolares, as influências teóricas vividas pela escola no início da sua história. No documento encontra-se o seguinte enunciado, “em educação forma é conteúdo. [...] os conteúdos aprendidos não são apenas os conceitos ou os fatos, mas são também os procedimentos, as estratégias, os princípios e as atitudes.” (ESCOLA..., 2009).

Observa-se nele a presença das três categorias de conteúdos: conteúdos conceituais (fatos e princípios), conteúdos procedimentais e conteúdos atitudinais (valores, normas e atitudes). Portanto, percebe-se, de forma implícita, no PPP da escola a concepção adotada nos PCNs de que “ao tomar como objeto de aprendizagem escolar conteúdos de diferentes

¹⁷ Escola privada localizada na cidade de São Paulo que iniciou sua trajetória em 1980, guiada pela concepção construtivista de aprendizagem. A escola promove através do seu Centro de Formação cursos para professores de todo o país. (REVAH, 2008).

¹⁸ Professor de Psicologia Evolutiva e Educação da Universidade de Barcelona. Foi um dos principais coordenadores da reforma educacional espanhola e consultor do Ministério da Educação na elaboração dos PCNs, no Brasil. (Brasil, 1997).

naturezas, reafirma-se a responsabilidade da escola com a formação ampla do aluno e a necessidade de intervenções conscientes e planejadas nessa direção” (BRASIL, 1997, p. 51).

Nesse sentido, caberia nas diferentes situações pedagógicas abordar essas diferentes ordens de conhecimento. A título de exemplo, no caso de uma situação envolvendo a área de Matemática, espera-se que durante as atividades os alunos aprendam, além da adição, o trabalho em equipe, a compreensão das diferentes formas de resolver um problema e ter perseverança. Dessa forma, há uma consonância entre o exposto no PPP e a abordagem de Coll, ao tratar de conteúdo escolar.

O conceito de conteúdo escolar se amplia e se diversifica de forma considerável para permitir a entrada, ao lado de fatos, de conceitos e de princípios – conhecimentos relativos a “saber” coisas -, de procedimentos, de habilidades e de estratégias – conhecimentos relativos a “saber fazer” coisas -, assim como de valores, de atitudes e de normas – conhecimentos relativos a “saber ser”, “saber estar” e “saber comportar-se” perante si e os outros. (COLL, MARTÍN, 2004, p. 20-21).

Por outro lado, de acordo com o PPP, além dos diferentes tipos de conteúdos é necessário que as situações de aprendizagem sejam desafiadoras, pois “sem esforço intelectual, as aprendizagens são mecânicas e temporárias.” (ESCOLA..., 2009). Diante disso, observa-se o destaque dado, no documento, às situações propostas pelos professores em sala de aula para que a aprendizagem dos estudantes aconteça.

Desse modo, embora a metodologia de ensino não esteja explicitada de forma clara no PPP, percebe-se que uma das proposições que embasam a proposta pedagógica é a de que as situações de aprendizagem desenvolvidas devem proporcionar aos estudantes a compreensão e o aprofundamento dos conteúdos abordados.

A partir dos fundamentos teórico-metodológicos que embasam o PPP da escola, também foram analisadas, na proposta de ensino da multiplicação do 1º ao 5º ano, as situações utilizadas no material didático do aluno e de que forma o conceito de multiplicação é aprofundado.

4.2 Objetivos de aprendizagem e material didático do aluno

A partir da proposição explicitada no PPP de que as situações realizadas em sala de aula devem promover o “esforço mental”, evitando “aprendizagens mecânicas e temporárias”, a seguir, apresenta-se a análise dos documentos internos de planejamento, referentes aos objetivos de aprendizagem previstos para cada ano do ensino fundamental I e os cadernos de atividades utilizados pelos estudantes nas aulas de matemática.

o documento que apresenta os objetivos de cada trimestre do ano letivo, foi reelaborado em 2010, após a organização do currículo do ensino fundamental com duração de 9 anos. Nele constam objetivos referentes a dois blocos de conteúdos: resolução de problemas e cálculos e operações¹⁹.

Verifica-se que a resolução de problemas, como estratégia didática privilegiada para a construção do significado das quatro operações aritméticas elementares, consta como objetivo em todos os anos iniciais, evidenciando assim a orientação contida nos PCNs que consideram a resolução de problemas como recurso fundamental no ensino da Matemática nos anos iniciais. No referencial curricular, considera-se que “o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas” (BRASIL, 1997, p. 43).

Os cadernos de atividades foram elaborados e organizados pelas professoras do 1º ao 5º ano, com supervisão e revisão das coordenadoras pedagógicas e diretora. Esses cadernos são utilizados como principal recurso didático nas aulas de Matemática, além de apresentar a organização das situações propostas relacionadas aos conteúdos matemáticos previstos para cada ano.

O caderno de atividades do 1º ano está organizado em duas partes, uma com as atividades referentes à área de Língua Portuguesa e outra com as atividades de Matemática. Essas atividades não estão subdivididas conforme os conteúdos matemáticos referidos nos objetivos. Apenas há a listagem de várias situações sobre a escrita e leitura de números, situações-problema referentes às quatro operações aritméticas, e exercícios com cálculos de adição.

¹⁹ Corresponde ao bloco de conteúdos Números e Operações dos PCNs.

A partir do 2º até o 5º ano há um caderno para cada área, sendo que o de Matemática apresenta subdivisões correspondentes aos blocos de conteúdos contidos no documento: “Sistema de Numeração”; “Problemas para resolver utilizando diferentes cálculos”; “Estratégias de cálculo mental, cálculo escrito e aproximado”; “Unidades de Medida”; “Geometria” e “Tratamento da Informação”. Além disso, há uma seção final reservada para as lições de casa e atividades de passagem²⁰.

Na presente pesquisa foram analisados os conjuntos de problemas com enunciados referentes ao campo conceitual das estruturas multiplicativas, denominados nos cadernos como “sequência”, contidos nas seções “Problemas para resolver utilizando diferentes cálculos” e “Estratégias de cálculo mental, cálculo escrito e aproximado”. Além deles foram considerados os problemas isolados, contidos na seção “Unidades de Medida” e na seção final dos cadernos “atividades de passagem e lições de casa”.

De acordo com o aporte teórico que orienta esta pesquisa, o conceito de multiplicação é formado pelo conjunto de situações (referência), de invariantes operatórios (significado) e de representações simbólicas (significante) (VERGNAUD, 1990). Em razão disso, foram analisados nos cadernos de atividades, os tipos de situações contempladas em cada ano, que dão sentido ao conceito de multiplicação, os invariantes operatórios (conceito-em-ação e teorema-em-ação) que podem ser mobilizados a partir dessas situações e as possibilidades de uso de diferentes registros de representação semiótica para representar as situações e os procedimentos de resolução.

Assim, para analisar os fundamentos teórico-metodológicos da proposta de ensino da operação de multiplicação, optou-se em relacionar os dados obtidos na listagem dos objetivos de aprendizagem no documento reelaborado em 2010, bem como nos cadernos de atividades elaborados e utilizados pelos estudantes no ano letivo de 2011. Inicialmente, foram analisados os objetivos e as atividades referentes ao 1º, 2º e 3º ano e, na sequência, ao 4º e 5º ano do ensino fundamental I.

²⁰ São chamadas de atividades de passagem as situações indicadas aos estudantes que finalizam, antes dos demais, as tarefas propostas para toda turma.

4.2.1 Proposta de ensino da multiplicação para o 1º ano, 2º ano e 3º ano

Os documentos referentes ao planejamento da área de Matemática, do 1º ao 3º ano, destacam, nos blocos de conteúdo “resolução de problemas” e “cálculos e operações”, a abordagem principal diante dos significados e conceitos das operações de adição e subtração. Os objetivos para o 1º e 2º ano estão organizados semestralmente, enquanto que para o 3º ano, trimestralmente.

Observa-se que os objetivos de aprendizagem relacionados à operação de multiplicação estão especificados apenas no planejamento do terceiro trimestre do 3º ano. Ao analisar o objetivo “utilizar estratégias pessoais e do grupo, em relação ao significado das quatro operações ao interpretar e resolver situações-problema”, percebe-se que um dos fundamentos teórico-metodológicos que embasam a proposta de ensino da área de Matemática é a aprendizagem das quatro operações aritméticas por meio da resolução de problemas. Identifica-se a abordagem da operação de multiplicação como conteúdo específico somente na definição do seguinte objetivo: “resolver cálculos de multiplicação por meio de estratégias pessoais”.

Embora no planejamento para o 1º e 2º ano as situações-problema do campo das estruturas aditivas²¹ sejam priorizadas, nos materiais didáticos utilizados pelos alunos são apresentadas situações-problema que se referem ao sentido operatório da multiplicação.

No final do caderno do 1º ano consta uma situação-problema da categoria isomorfismo de medida (VERGNAUD, 2009), para a qual o sentido da operação de multiplicação se dá na relação entre quatro quantidades, duas relacionadas ao número de crianças e as outras duas relacionadas ao número de olhos. Isso não significa que ao resolvê-la, os estudantes percebam ou tomem consciência desta relação quaternária, pois é provável que mobilizem um conceito-em-ação para a resolução do produto “8 x 2”, ou seja, a ideia de adição de parcelas iguais. Além disso, podem apoiar-se, também, na ilustração apresentada junto à situação ou realizando a conversão para o registro aritmético. A seguir, apresenta-se a situação e as possibilidades de registro que podem ser utilizadas pelos estudantes para significar o conceito-em-ação.

²¹ Conjunto de situações que requerem para a sua resolução uma adição, uma subtração ou uma combinação dessas operações (VERGNAUD, 1990).

QUANTOS OLHOS ESTÃO ESCONDIDOS ATRÁS DOS LIVROS?



Possibilidades de registros



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$$

$$2 + 2 = 4 + 2 = 8 + 2 = 10 + 2 = 12 + 2 = 14 + 2 = 16$$

Figura 1 – Estrutura e registros da situação-problema.

Fonte: Caderno de atividades do 1º ano (ESCOLA..., 2012, p. 112).

No caderno de atividades do 2º ano, há dois conjuntos de problemas e quatro problemas isolados que se referem ao conceito de multiplicação, diferentemente do previsto no planejamento dos objetivos de aprendizagem para este ano.

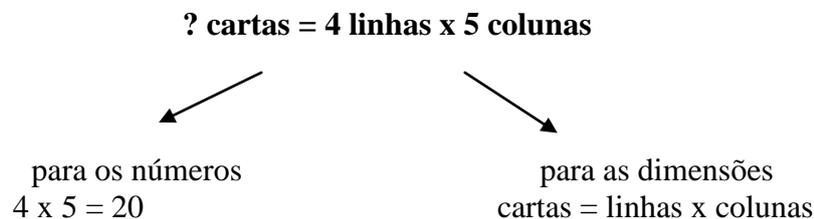
No primeiro conjunto de problemas, são propostas situações da categoria produto de medidas (VERGNAUD, 2009), pois expressam a relação multiplicativa ternária, quando há a relação entre três quantidades, em que, ao mesmo tempo, uma é o produto das outras duas. Também, é possível verificar que as situações deste conjunto podem promover meios para que os estudantes acionem a configuração retangular como um conceito-em-ação e a propriedade comutativa, ou seja, $a \times b = b \times a$ como um teorema-em-ação.

A seguir são apresentadas as cinco situações que têm como contexto um jogo de memória conhecido pelos estudantes, com destaque para as possibilidades de organização das cartas do jogo em linhas e colunas:

- 1) Uma criança tem um Jogo de Memória com 45 peças. Ajude-a organizar o jogo em linhas e colunas, de modo que não sobrem espaços vazios.
 - a) Quantas linhas você fez? Quantas peças colocou em cada linha?
 - b) Quantas colunas você fez? Quantas peças colocou em cada coluna?
- 2) Um menino organizou seu Jogo de Memória em 4 linhas e 5 colunas. Quantas peças têm esse jogo?
- 3) Outra criança arrumou suas figurinhas em 7 linhas e 3 colunas. Quantas figurinhas tem essa criança?
- 4)
 - a) Um Jogo de memória tem 36 peças. Como você organizaria esse jogo, em linhas e colunas, sem deixar espaços vazios?

- b) Você consegue organizar as peças de outras maneiras? Tente fazer o maior número possível de arrumações
- 5) Duda arrumou as peças do jogo da memória em 9 colunas com 4 linhas cada. Descubra quantas peças tem o jogo, sem contar de 1 em 1. (ESCOLA...2012, p. 44-45).

As situações 2, 3 e 5 apresentam em sua estrutura a relação ternária e como incógnita a medida-produto, sabendo-se as medidas elementares (número de linhas e colunas), como na situação 2: “Um menino organizou seu Jogo de Memória em 4 linhas e 5 colunas. Quantas peças têm esse jogo?”



A partir dos enunciados das situações 1 e 4, percebe-se a ênfase dada em outro conjunto que forma o conceito de multiplicação, as representações simbólicas dos invariantes operatórios e dos procedimentos de resolução. Por conseguinte, revelam-se possibilidades concretas de abordagem relacionadas à transformação do registro de representação apresentado na língua natural para o registro de representação aritmético e geométrico, denominado conversão. Para Duval (2011, p. 100), trata-se do “primeiro limiar da compreensão matemática. [...] lugar em que se opera a tomada de consciência do funcionamento representacional próprio de cada registro.”

Na figura 9, demonstram-se alguns registros de representação semiótica que podem ser utilizados na resolução da situação: “Um Jogo de memória tem 36 peças. Como você organizaria esse jogo, em linhas e colunas, sem deixar espaços vazios?”.

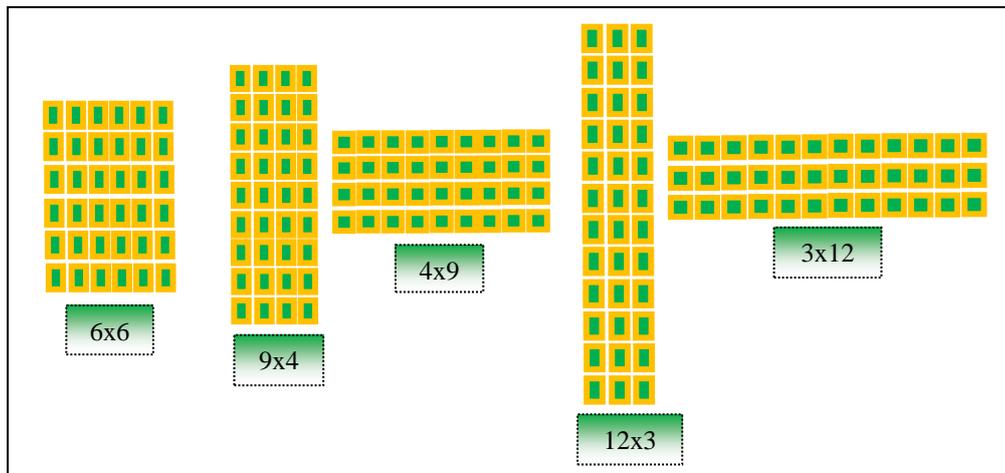


Figura 2 – Conversões de registros de representação semiótica.
Fonte: Elaborado pela autora.

No segundo conjunto de problemas, do caderno de atividades do 2º ano, são propostas três situações simples da categoria expressa por Vergnaud (2009) para classificar os tipos de problemas do campo conceitual das estruturas multiplicativas: isomorfismo de medida. As situações apresentam uma relação multiplicativa quaternária, envolvendo quatro quantidades (duas de um tipo e duas de outro). As situações são as seguintes:

- a) Um cachorro tem 4 patas, quantas patas terão 4 cachorros?
- b) Um gato tem 2 orelhas, quantas orelhas terão 5 gatos?
- c) Uma aranha tem 8 olhos, quantos olhos terão 2 aranhas? (ESCOLA..., 2012, p. 48).

As três situações apresentam a mesma estrutura, pois podem ser resolvidas por meio de uma multiplicação (proporcionalidade simples); a incógnita está na mesma posição e uma das quantidades é igual a um. Além disso, para resolver os produtos, os estudantes podem utilizar a adição sucessiva de parcelas iguais (conceito-em-ação) e a função linear, $F(x) = a \cdot x$, na qual a = número de patas de cada animal (teorema-em-ação). Na sequência estão os esquemas da estrutura de cada situação:

cachorro	patas	gato	orelhas	aranha	olhos
1	4	1	2	1	8
4	?	5	?	4	?

Figura 3 – Estrutura das situações-problema – caderno de atividades do 2º ano (p. 48).
Fonte: Elaborado pela autora.

Nos quatro problemas isolados, contidos no caderno de atividades do 2º ano, percebe-se o destaque dado ao contexto de uso social da matemática em transações comerciais e situações cotidianas: compra e venda de ingressos para o cinema, organização de preços de livros em uma livraria, número de filmes comprados em uma locadora e o número de brinquedos trazidos pelas crianças para brincar na escola.

A seguir são apresentados dois desses problemas com a descrição dos invariantes operatórios que podem ser acionados pelos estudantes ao resolver cada situação e as possibilidades de representação simbólica destes invariantes por meio do registro de representação aritmético.

Situação 1:

O ingresso para o cinema no Bella Cittá custa:

→ *Quarta-feira: R\$ 6,00*

→ *Nos demais dias da semana: R\$ 12,00*

1) Se, na primeira sessão do filme de quarta-feira, 20 pessoas foram ao cinema, quanto a caixa da bilheteria recebeu?

Para solucionar o problema há que se estabelecer relação entre o dia da compra do ingresso para o cinema, o número de ingressos e o valor em dinheiro de cada um. Assim para comprar 20 ingressos na quarta-feira é necessário identificar o valor unitário do ingresso, no caso R\$ 6,00. Para estabelecer esta relação o estudante poderá utilizar pelo menos dois modos distintos:

(1º) Levar em consideração o valor unitário do ingresso (R\$ 6,00) e por meio de adições sucessivas ou somas reiteradas ($6 + 6 = 12 + 6 = 18 + 6 = 24 + 6 = 30 + 6 = 36 + 6 = 42 + 6 = 48 + 6 = 54 + 6 = 60 + 6 = 66 + 6 = 72 + 6 = 78 + 6 = 84 + 6 = 90 + 6 = 96 + 6 = 102 + 6 = 108 + 6 = 114 + 6 = 120$) ou pela ideia de adição de parcelas iguais ($6 + 6 = 120$), encontrar o valor de 20 ingressos.

(2º) Manter constantes as quantidades (número de ingressos e valor unitário do ingresso) e por meio da multiplicação entre o número de ingressos e o valor unitário (20×6) obtém-se o produto. A proporcionalidade dá sentido à solução. Assim 1 está para 6, assim como 2 está para 12 e 20 está para 120. Neste caso o fator escalar (20), que faz passar 1 para 20, é o mesmo que faz passar 6 para 120 (NUNES, BRYANT, 1997), ou ainda, o fator (6) que faz passar 1 para 6 é o mesmo que faz passar 20 para 120.

Situação 2:

Numa vídeo-locadora, que acaba de abrir, há 13 filmes. A cada semana, os donos compram 10 novos filmes. Quantos filmes terão, ao final de 3 semanas? E em 5 e em 10?

Ao analisar os dados contidos no enunciado do problema, observa-se a relação entre o número de semanas (1, 3, 5, 10) e a quantidade de filmes comprados por semana (10). Contudo, a quantidade de filmes que já havia na locadora (13) deve ser adicionada após a multiplicação. Podemos expressar o número de filmes comprados por semana por meio do teorema-em-ação: $f(nx) = nf(x)$ para n inteiro e simples, pois, ao multiplicar o número de filmes por 3, 5 e 10, a quantidade de filmes obtida será 3, 5 e 10 vezes maior. Além disso, deve-se adicionar, a cada multiplicação a quantidade de filmes que já havia na locadora (13), obtendo-se a quantidade de filmes a cada semana.

A representação simbólica desses invariantes pode ser realizada através do registro de representação aritmético, como demonstra o quadro a seguir.

Semanas ----- Filmes por semana	
1 ----- 10,00 + 13	$3 \times 10 = 30 + 13$ $10 + 10 + 10 = 30 + 13 = 43$
3 ----- 30,00 + 13	$5 \times 10 = 50 + 13$ $10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50 + 13 = 63$
5 ----- 50,00 + 13	$10 \times 10 = 100 + 13$ $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100 + 13 = 113$
10 ----- 100,00 + 13	

Figura 4 – Registro de representação aritmético.
Fonte: Elaborado pela autora.

Nos objetivos de aprendizagem para o 3º ano estão previstos conteúdos relacionados às estratégias pessoais de cálculo utilizadas para resolver as situações-problema que

apresentam ideias do campo das estruturas multiplicativas, mais especificamente cálculos da operação de multiplicação.

No caderno de atividades do aluno há um conjunto de problemas com quatorze situações que abordam conceitos e significados implicados na aprendizagem da multiplicação e outros oito problemas isolados, distribuídos de forma aleatória, na seção final do caderno. Nessa etapa, apenas o conjunto de problemas foi tomado como objeto de análise.

Nesse conjunto são apresentados seis problemas da categoria isomorfismo de medida, cinco da categoria produto de medida - configuração retangular e três da categoria produto de medida - combinatória. Além das situações-problema, alguns enunciados apresentam tarefas que se referem especificamente ao significado do símbolo “x” (vezes) e outros ao reconhecimento de diferentes registros de representação semiótica utilizados como significantes do conceito de multiplicação.

A seguir é apresentada a análise, em três partes distintas, conforme as três categorias citadas anteriormente.

1ª parte: isomorfismo de medida

A primeira parte do conjunto de problemas caracteriza-se por trazer a proposta de resolução de problemas em que a multiplicação é apresentada como uma simplificação da adição de parcelas iguais, inclusive reforça essa ideia através das representações simbólicas e perguntas contidas nas situações 3 e 4 e no item “para lembrar”.

- 1) Uma fábrica embala em uma caixa 6 pacotes de biscoito. Se Zé Guloseima comprar 5 caixas, quantos pacotes de biscoito ele levará no total?
- 2) Um pacote tem 3 chicletes. Quantos chicletes têm em 6 pacotes?
- 3) Em uma livraria vendem estojos com 3 lapiseiras. Maria Luiza e João Pedro compraram 8 estojos cada um. Depois calcularam quantas lapiseiras cada um recebeu. Estes são os cálculos que Maria Luiza e João Pedro fizeram para resolver:

Maria Luiza	João Pedro
<p>3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ 6 + 6 + 6 + 6 ↓ ↓ ↓ ↓ 12 + 12 ↓ ↓ 24</p>	<p>8 vezes 3 → $8 \times 3 = 24$</p>

Por que no cálculo da Maria Luiza não aparece o número 8?

- 4) No pacote de figurinhas do álbum “Avatar” vem 4 figurinhas. Thomaz comprou 7 pacotes. Quais dos cálculos abaixo servem para saber quantas figurinhas Thomaz comprou?

4×7	$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$
$7 + 7 + 7 + 7$	7×4

Para lembrar: Um mesmo problema pode ser resolvido de diferentes maneiras. Por exemplo, para calcular quantos dedos uma pessoa tem, podemos pensar $5+5+5+5$ fazendo cada mão e cada pé, ou pensar 4×5 . Também pode pensar

$4+4+4+4+4$ considerando os 4 dedos pequenos, os 4 polegares, etc. Ou pode fazer 5×4 . Estes quatro cálculos são corretos para o mesmo problema.

5) Em uma loja os copos são organizados em prateleiras. Nesta loja há 6 prateleiras com 8 copos em cada uma. Quantos copos têm na loja? Escreva **TODOS** os cálculos possíveis para resolver esta situação:

6) Em outra loja organiza-se as canecas em 10 prateleiras. Cada prateleira tem 5 canecas. Quais são os cálculos que permitem saber quantas canecas há no total? (ESCOLA..., 2012, p. 38-45).

As situações propostas, nessa primeira parte, associam a relação entre quatro grandezas descontínuas, sendo duas de uma grandeza e as outras duas de outra (proporcionalidade simples), o que caracteriza a categoria denominada por Vergnaud de isomorfismo de medida. As cinco situações trazem uma das quantidades igual a um e para sua resolução requerem uma multiplicação, pois a incógnita (?) aparece na mesma posição. Estruturas apresentadas nessa condição são consideradas as relações de base mais simples da multiplicação e da divisão e podem ser demonstradas através dos seguintes esquemas:

<p>Caixas Pacotes de biscoito</p> <p>1 \longrightarrow 6</p> <p>5 \longrightarrow ?</p>	<p>Pacotes Chicletes</p> <p>1 \longrightarrow 3</p> <p>6 \longrightarrow ?</p>
<p>Estojos Lapiseiras</p> <p>1 \longrightarrow 3</p> <p>8 \longrightarrow ?</p>	<p>Pacotes Figurinhas</p> <p>1 \longrightarrow 4</p> <p>7 \longrightarrow ?</p>
<p>Prateleiras Copos</p> <p>1 \longrightarrow 3</p> <p>6 \longrightarrow ?</p>	<p>Prateleiras Canecas</p> <p>1 \longrightarrow 3</p> <p>6 \longrightarrow ?</p>

Embora a estrutura das situações apresentem a relação quaternária e a noção de proporcionalidade e razão, a operação de multiplicação é “apresentada como um caso especial da adição porque as parcelas envolvidas são todas iguais.” (BRASIL, 1997, p. 108). Esse aspecto fica evidente na tarefa solicitada na *situação 3*, pois a proposta é que o estudante

estabeleça uma relação entre o número de parcelas iguais adicionadas na estratégia da “Maria Luiza” e o número 8 escrito na sentença do “João Pedro” “8 vezes 3 (8 x 3)”.

A partir dessa interpretação, assim como a orientação prevista nos PCNs, o multiplicador e o multiplicando assumem papéis diferentes, sendo que o primeiro determina o número de repetições e o segundo o número que se repete. No contexto dessa situação, o número de estojos comprados (8) é o multiplicador e o número de lapiseiras em cada estojo (3) é o multiplicando.

De acordo com Vygotsky (1998, p. 101), “o emprego da palavra é parte integrante dos processos de desenvolvimento, e a palavra conserva a sua função diretiva na formação dos conceitos verdadeiros”. Diante disso, constata-se que a resolução das cinco primeiras situações da sequência é importante para que os estudantes possam ter consciência sobre o que os números representam em termos de conceito, no caso, os termos da operação de multiplicação (multiplicando e multiplicador). Contudo, cabe destacar que nessas situações, não é possível inverter a ordem dos fatores e por isso não se aplica a comutatividade.

Em contrapartida, no texto “Para lembrar” é apresentada a ideia de que “um mesmo problema pode ser resolvido de diferentes maneiras” através de um exemplo da aplicação da propriedade comutativa da multiplicação - número total de dedos que temos nos pés e nas mãos. Primeiramente, o multiplicador é o número de mãos e pés que temos (4) e o multiplicando o número de dedos que temos em cada mão e em cada pé (5), assim $5+5+5+5$ é o mesmo que 4×5 . Depois, se o multiplicador for considerado como o número de dedos que temos em cada mão e em cada pé (5) e o multiplicando como número de dedos mínimos, polegares, médios e anulares, então $4+4+4+4+4$ é igual a 5×4 .

Como a propriedade comutativa não pode ser aplicada nas situações da primeira parte, o texto sobre as diferentes maneiras de se resolver um problema pode causar um equívoco quanto à propriedade comutativa da multiplicação, pois embora matematicamente $a \times b = b \times a$, nestas situações as grandezas tem papéis distintos como multiplicador e multiplicando. Como exemplo, *na situação 4*, em que o estudante deve identificar os cálculos que servem para saber quantas figurinhas foram compradas, o número de figurinhas em cada pacote assume o papel de multiplicando e o número de pacotes o papel de multiplicador, já o contrário não pode ser considerado. Então os cálculos que servem para resolver a situação são $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ e 7×4 .

Nessa perspectiva, é importante ressaltar que a relação entre a adição e a multiplicação não é conceitual, pois a relação que fundamenta o raciocínio aditivo é a relação parte-todo,

enquanto que o raciocínio multiplicativo é sustentado pela relação fixa entre duas variáveis, grandezas ou quantidades. Dessa forma, “a relação que existe entre multiplicação e adição está centrada no processo de cálculo da multiplicação.” (NUNES et al., 2005).

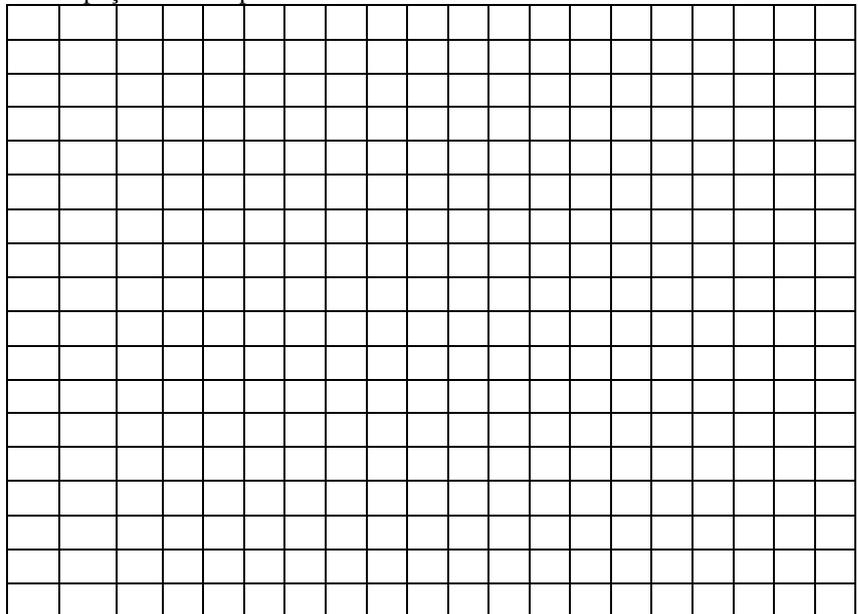
2ª parte: produto de medida – configuração retangular

Em consonância com os PCNs de Matemática para os anos iniciais do ensino fundamental, a segunda parte do conjunto de problemas apresenta cinco situações associadas à noção de configuração retangular, classificadas por Vergnaud na categoria produto de medida, cuja classe pertence à multiplicação (sendo que as medidas elementares são conhecidas e a medida-produto é incógnita), exceto na situação 10, em que as duas medidas elementares são incógnitas.

As situações da 2ª parte são as seguintes:

7) Os pisos de uma casa são feitos de lajotas. Uma das salas tem 8 fileiras com 7 lajotas cada uma. Outra sala tem 6 fileiras com 9 lajotas cada uma. Qual das salas tem mais cerâmica?

Desenhe no espaço abaixo o piso das salas:



8) a) Para calcular a quantidade de lajotas da primeira sala do **problema 7**, Betina fez $8+7$ e Jean fez 8×7 , qual destes procedimentos está certo? Explique sua resposta:

b) Escreva os cálculos que permitem saber a quantidade de lajotas da segunda sala do **problema 7**.

9) Escreva que cálculos podem ser utilizados para verificar quantos chocolates há em cada caixa?

a) Caixa de 6 fileiras com 4 chocolates cada uma.

b) Caixa de 5 colunas com 6 chocolates cada uma.

c) Se a Ananda organizou numa caixa 10 fileiras com 12 chocolates em cada uma, que cálculos ela pode fazer para saber quantos chocolates há na caixa?

10) a) Desenhe diferentes formas de organizar 36 poltronas em fileiras de igual quantidade.

b) Compare as diferentes formas que você encontrou com teus colegas. Depois complete a seguinte tabela:

Números de filas	1	2	4					
Números de lugares por fila				6	3			

11) Em um cinema há 20 fileiras de 9 lugares cada uma. Quantos lugares há no cinema? Escreva os cálculos que realizou para resolver este problema. Depois compare com seu colega e observe se as estratégias são iguais.

Os enunciados das situações envolvem três variáveis: fileiras, colunas²² e lajotas (situação 7); fileiras, colunas e chocolates (situação 9); poltronas, fileiras e colunas (10); fileiras, colunas e lugares no cinema (situação 11). Todos os enunciados remetem à noção geometria de área, inclusive na situação 7 é dado como tarefa a representação do “piso da sala” na malha quadriculada. Assim, um conceito-em-ação que pode ser acionado pelos estudantes ao resolver este grupo de situações é que o produto obtido está associado à multiplicação da medida da base pela medida da altura do retângulo, estabelecendo relação com o produto entre o número de fileiras (horizontal) e o número de colunas (vertical).

A situação 10, em especial, retoma a ideia de encontrar diferentes formas de dispor 36 poltronas, em fileiras e colunas, através desenho, já apresentada no caderno de atividades do 2º ano (problemas sobre a organização das cartas do jogo de memória). Entretanto, amplia as estratégias de registro ao propor, no item b, o preenchimento de uma tabela de dupla entrada para comunicar as possibilidades de organização das poltronas em filas, possibilitando que os estudantes percebam a noção de comutatividade da operação de multiplicação ao trocar o número de filas pelo número de lugares por filas. Por exemplo, pode-se organizar 4 filas com 9 lugares em cada uma ou 9 filas com 4 lugares em cada uma.

Entende-se que as situações que abordam a noção de configuração retangular estão vinculadas a este conjunto de problemas com o objetivo de diversificar os tipos de problemas que podem ser resolvidos com a operação de multiplicação.

²² Embora a palavra “colunas” não esteja presente em nenhum dos enunciados deste conjunto de situações, a configuração obtida na resolução é uma organização em linhas e colunas.

3ª parte: produto de medida – combinatória

Na última parte, ainda na categoria produto de medida, agregam-se os conceitos de combinatória e produto cartesiano implicados na resolução de problemas com estrutura multiplicativa.

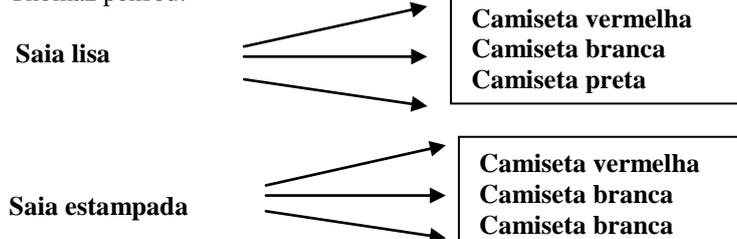
12) Em um negócio se vendem camisas e saias. Há camisas brancas, pretas e verdes. As saias são lisas e estampadas. Manuela quer comprar uma camisa e uma saia. Quantas combinações podem ser feitas com estas roupas?

13) Para resolver o **problema 12** Heitor pensou assim: “ Se são 3 camisas para combinar com cada uma das 2 calças, haverá $3+3=6$ combinações possíveis.”

Rafael usou um quadro como esse:

	Camiseta vermelha	Camiseta preta	Camiseta branca
Saia lisa	X	X	X
Saia estampada	X	X	X

Thomaz pensou:



a) Discutam com os colegas estas maneiras de resolver.

b) Ana, aluna do 4º ano, disse que se pode fazer 2×3 . Ela tem razão?

14) Em uma sorveteria se vendem sorvetes de frutas, abacaxi, limão, chocolate, doce de leite e baunilha. Quantas combinações se podem fazer para montar 2 sabores de sorvetes, um de fruta e outro que não seja de fruta?

São apresentadas duas situações (12 e 14), a primeira envolve a combinação de camisas e saias e a segunda, a combinação de sabores de sorvete. O enfoque principal das tarefas que correspondem à primeira situação é dado em relação aos tipos de registros de representação (tabela de dupla entrada e árvore de possibilidades), usados como procedimentos de resolução desse tipo de problema. Além disso, é solicitado no enunciado das tarefas 13a e 13b, a discussão sobre essas representações e o reconhecimento da possibilidade de resolver a situação por meio da operação de multiplicação, representada pela sentença (2×3) .

Com base na análise desse conjunto de problemas, no caderno de atividades do 3º ano, percebe-se que um dos fundamentos teórico-metodológicos implicados na proposta da escola

para o ensino da multiplicação é o uso de diferentes situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas, uma vez que é possível identificar seis situações da categoria isomorfismo de medida e nove da categoria produto de medida, sendo que a operação de multiplicação resolve todas as situações.

Também é proposto como tarefa que os estudantes resolvam as situações e comparem as suas estratégias pessoais de cálculo com os colegas da turma (tarefas 10b e 11). Dessa forma, pode-se constatar que as estratégias pessoais utilizadas pelas crianças ao resolverem as situações propostas são consideradas como parte do processo de aprendizagem do conceito da multiplicação.

Segundo Vergnaud, “os meios utilizados pela criança, os caminhos que ela toma para resolver um problema ou atingir um dado objetivo numa determinada tarefa escolar, são profundamente enraizados na representação que ela faz da situação.” (2009, p. 18). Portanto, tomar essas estratégias como objeto de análise possibilitará ao professor identificar, nas representações, quais são as percepções dos estudantes diante das relações, noções e propriedades da operação de multiplicação.

Ainda em relação ao caderno de atividades do 3º ano, percebe-se que não há atividades referentes às regularidades da tabuada e ao funcionamento do algoritmo²³ convencional da multiplicação, demonstrando coerência em relação aos objetivos de aprendizagem previstos no documento que orientam o planejamento do professor.

Embora não haja objetivos de aprendizagem relacionados à operação de multiplicação para o 1º e 2º ano, os cadernos de atividades, principalmente do 2º ano, apresentam situações-problema que abordam conceitos relacionados à multiplicação. As situações da categoria isomorfismo de medida aparecem em maior número, mas há um conjunto de problemas da categoria produto de medida que explora o raciocínio multiplicativo relacionado ao conceito de configuração retangular. Este aspecto pode levar o professor a não reconhecer, nas atividades propostas no material didático, importantes conceitos matemáticos relacionados à operação de multiplicação e que podem servir como base para a ampliação e aprofundamento desses conceitos nos anos subsequentes.

Outro aspecto levantado durante a análise, referente à diversidade de situações contidas nos cadernos de atividades do 1º, 2º e 3º ano, foram os tipos de grandezas usados nos

²³ O termo **algoritmo** foi originalmente derivado do nome do grande matemático árabe Mohammed ibu-Musa al-Kowarizmi, responsável pela divulgação do uso de numerais hindus no sistema de numeração, utilizado até os dias de hoje. O termo significa um conjunto de regras específicas de um processo ou operação (BOYER, 1974, p. 166).

problemas. A grande maioria das situações apresenta a relação entre grandezas descontínuas (quantidade de objetos, valores em reais), apenas em dois problemas isolados, no caderno do 3º ano, foi identificada a relação entre grandezas contínuas (litros e quilômetros).

A seguir, com base nos objetivos de aprendizagem e nos cadernos de atividades, apresenta-se a análise sobre como o conceito de multiplicação é ampliado no 4º e 5º ano do ensino fundamental.

4.2.2 Proposta de ensino da multiplicação para o 4º ano e 5º ano

Os objetivos de aprendizagem e os cadernos de atividades do 4º ano apontam uma ampliação na abordagem dos conteúdos matemáticos referentes a operação de multiplicação. Além das situações-problema do campo conceitual das estruturas multiplicativas, classificadas no documento de planejamento como problemas com “ideias da operação de multiplicação (soma sucessiva, configuração retangular e combinatória)”, estão contempladas as regularidades da tabuada e a utilização de estratégias pessoais e convencionais de cálculo de multiplicação.

A seguir, são elencados os objetivos da área de Matemática para o 4º ano:

- Interpretar situações problemas compreendendo termos como: metade, dobro e triplo.
- Interpretar e resolver situações problemas que envolvam diferentes ideias de multiplicação.
- Resolver multiplicações e divisões através de estratégias pessoais.
- Reconhecer as ideias da operação de multiplicação (soma sucessiva, configuração retangular e combinações) através dos problemas propostos.
- Revisar o enunciado das situações problemas para verificar se a solução encontrada está adequada a pergunta.
- Reconhecer as regularidades da multiplicação através da tabela pitagórica.
- Utilizar a conta enredada para resolver cálculos de multiplicação.
- Conhecer o funcionamento da conta armada da multiplicação.
- Revisar os cálculos escritos (conta armada e enredada), utilizando as regularidades estudadas como apoio para as multiplicações que ainda não memorizou.
- Reconhecer as ideias das operações de multiplicação, divisão, adição e subtração através dos problemas propostos.
- Conhecer as regularidades da tabela pitagórica.
- Realizar cálculos de multiplicação utilizando técnicas alternativas e cálculo mental.
- Utilizar corretamente a conta armada para resolver cálculos de multiplicação. (ESCOLA..., 2010, p. 1-2).

Novamente, a resolução de problemas aparece como estratégia didática central na organização do planejamento da proposta de ensino da operação de multiplicação para o 4º ano. Este aspecto está presente tanto nos objetivos de aprendizagem estabelecidos quanto nas situações propostas no caderno de atividades.

Referente ao objetivo de aprendizagem “reconhecer as ideias da operação de multiplicação (soma sucessiva, configuração retangular e combinações) através dos problemas propostos”, foram identificados no caderno de atividades 88 problemas do campo conceitual das estruturas multiplicativas, a maioria deles diz respeito a situações do contexto social típico da criança; outras, de transações comerciais e, também, situações relacionadas ao “mundo dos adultos”. Como pode ser visto nas transcrições os contextos apresentados nas situações são bastante variados:

- Para a Festa Junina da Escola, foram feitas muitas bandeirinhas. Se cada turma do 1º, 2º, 3º, 4º e 5º anos fizeram 50 bandeirinhas, quantas bandeirinhas nós temos para enfeitar o "Arraiá"?
- A turma do 4º ano foi a um passeio no Zoológico. Cada criança pagou 14 reais pelo passeio. Quanto as crianças gastaram?
- Para assistir o jogo Palmeiras X São Paulo, que aconteceu no Parque Antártica, saíram do Morumbi 19 ônibus, com 42 torcedores em cada um. Quantos torcedores estes ônibus levaram? (ESCOLA..., 2012).

Segundo Vergnaud (2009) há várias classes de situações do campo conceitual multiplicativo, cuja resolução requer uma multiplicação ou uma divisão. A distinção de cada classe pode auxiliar o estudante a reconhecer a estrutura do problema e a descobrir o procedimento para resolvê-lo.

Encontram-se nos conjuntos de situações distribuídos nas seções “Problemas para resolver usando diferentes cálculos” e “Estratégias de cálculo mental, cálculo escrito e aproximado” do caderno de atividades 67 situações da categoria isomorfismo de medida, as quais de acordo com a posição da incógnita, 55 pertencem à classe “multiplicação”, 2, à classe de “divisão (quota)” e 7, à classe “divisão (partição)”. São contempladas ainda, nessa categoria, 3 situações da classe caso único de medida, na qual a relação entre as duas quantidades é estabelecida pelo operador escalar, representado pela palavra “vezes”. Por fim, 21 situações pertencem à categoria produto de medida, dessas 14 contemplam o conceito de configuração retangular e 7 o conceito de combinatória.

Percebe-se nas situações propostas no caderno de atividades do 4º ano, a ênfase dada ao ensino da operação de multiplicação, pois se amplia a quantidade de problemas propostos que podem ser resolvidos por meio de uma multiplicação, além de serem utilizados, nos enunciados, números de diferentes magnitudes, o que leva os estudantes a empregarem novos procedimentos de resolução. Demonstra-se, assim, que a proposta de ensino da escola está fundamentada no pressuposto de que os estudantes atribuem sentido ao conceito de multiplicação por meio da resolução de uma diversidade de situações (VERGNAUD, 1990).

A partir das representações simbólicas demonstradas em algumas situações propostas no material didático, verifica-se que primeiramente a multiplicação é abordada como adição de parcelas iguais, assim como no caderno de atividades do 3º ano. Identifica-se essa proposição em uma situação em que é solicitado que as crianças analisem duas estratégias de cálculos diferentes utilizadas para encontrar o número de cadeiras dispostas em uma sala. Na sequência, apresenta-se a ilustração e os procedimentos apresentados no caderno de atividades.

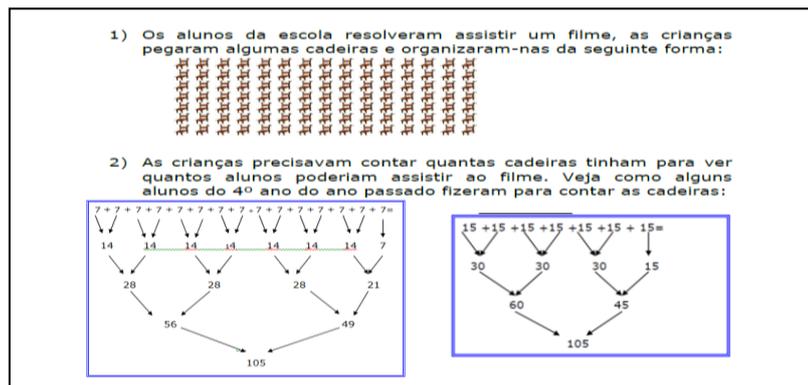


Figura 5 – Situação da categoria produto de medida-configuração retangular.
Fonte: Caderno de atividades do 4º ano (ESCOLA..., 2012, p. 23).

Além disso, ao analisarem as duas estratégias os estudantes também podem acionar o teorema-em-ação, $a \times b = b \times a$, referente à propriedade comutativa da multiplicação, ou seja, $15 \times 7 = 7 \times 15$.

Embora não esteja explicitado nos objetivos de aprendizagem para o 4º ano como “ideia da multiplicação”, em algumas situações representadas em tabelas simples, o conceito de multiplicação está associado ao conceito de proporção e fator escalar, como nas situações citadas a seguir:

1. Ana tem no seu quarto uma estante com 8 prateleiras. Se ela colocou 6 livros em cada prateleira, quantos livros têm na estante?

Números de prateleiras	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de livros	6							

3. O vendedor de uma loja atende a muitos clientes que querem comprar diferentes quantidades de um dos produtos à venda. O preço de cada unidade é de nove reais. Para saber quanto ele tem de cobrar cada vez que uma quantidade é pedida, como ele poderá completar a tabela?

Quantidade de produtos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Preço	9								

(ESCOLA..., 2012, p. 78).

Percebe-se que nessas situações o conceito de proporção pode ser abordado diferentemente da adição de parcelas iguais, que envolve a relação parte-todo, essência do raciocínio aditivo, pois as relações “1-prateleira-para-6-livros” e “1-produto-para-9 reais” expressam constantes invariáveis em cada situação e as ações efetuadas para que essas proporções permaneçam constantes são de replicação, indicadas pelo mesmo fator escalar aplicado a cada grandeza. (NUNES, BRYANT, 1997).

Outro aspecto observado na análise das situações propostas é a restrição quanto ao uso de quantidades contínuas. Apenas em duas situações da categoria isomorfismo de medida são utilizadas as grandezas quilômetros e minutos. Segundo Nunes et al (2005), as quantidades contínuas apresentam um nível de dificuldade maior para as crianças, pois as unidades que compõem essas quantidades não são percebidas separadamente, assim como por exemplo, o número de objetos de uma coleção. Por isso, a utilização dessas quantidades pode ser mais explorada em situações-problemas do campo das estruturas multiplicativas propostas aos estudantes.

Também está prevista, na proposta de ensino do 4º ano, a abordagem de conceitos referentes às regularidades da multiplicação (tabuada) por meio da tabela pitagórica (anexo 1) e o algoritmo convencional, denominado nos objetivos de aprendizagem como conta armada da multiplicação. Em relação às regularidades da multiplicação, não há nenhuma atividade no caderno que mencione a abordagem diante do significado dos termos da multiplicação (multiplicando, multiplicador e produto), portanto não é possível saber que expressão é usada para mencionar uma multiplicação, “vezes” ou “multiplicado por” e, se realmente há uma preocupação com a identificação de cada termo ao resolver uma situação-problema.

Para que os estudantes ampliem o repertório de registros de representação semiótica, as situações também são utilizadas como referência para a abordagem do conceito de

matemáticos, mesmo que essa coordenação não seja espontânea deve ser considerada na apropriação dos diferentes sistemas semióticos. Por isso, a abordagem das transformações de registros de representação semiótica constitui-se em uma possibilidade de potencializar a aprendizagem do conceito de multiplicação.

Nos objetivos de aprendizagem para o 5º ano, com relação à operação de multiplicação, estão explicitados os conteúdos matemáticos referentes à “interpretação e resolução de situações-problema com ideias de divisão e multiplicação” e “o uso eficiente da tabuada e do algoritmo convencional para resolver cálculos de multiplicação”.

No caderno de atividades, verifica-se um destaque maior para as situações da categoria isomorfismo de medida, pertencentes às classes de divisão-quota e divisão-partição, diferentemente do 4º ano que apresentam maior ênfase na classe de situações que requerem, para a sua resolução, uma multiplicação. Diante disso, demonstra-se a influência da orientação dos PCNs que trazem a “importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão” (BRASIL, 1997, p. 109).

Nessa perspectiva, observa-se no segundo conjunto de problemas, contido na seção “Problemas para resolver utilizando diferentes cálculos”, 18 situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas que retomam alguns invariantes operatórios e procedimentos de resolução abordados nos anos anteriores, porém com um grau de complexidade maior no que diz respeito a estrutura do problema (lugar da incógnita) e grandezas utilizadas (contínuas e descontínuas), como é possível verificar nas situações transcritas a seguir:

- 1) Em uma loja que vende doces, estão guardadas numa prateleira, 150 caixas de bombons. Em cada caixa têm 38 bombons.
Quantos bombons têm nessa prateleira?
Quantas caixas de bombons têm em três prateleiras?
- 2) Um caminhoneiro percorre 320 km em 4 horas de viagem. Quantos quilômetros ele irá percorrer em 8 horas?
- 3) Em uma viagem de trem, em seis horas foram percorridos 480 Km. Quantos quilômetros serão percorridos em dez horas?
- 11) Tenho um acordo com uma banca de revistas usadas. Compro revistas, leio sem amassar e depois troco 3 delas, por outra que ainda não li.
Quantas revistas devo levar para receber outras 7?
Se eu levar 27 revistas, quantas outras revistas recebo?
- 13) Laura está caminhando numa pista que tem 1.278 metros. Ela vai dar 6 voltas, mas já caminhou 2.648 metros.
a) Quantos metros ela vai caminhar no total?
b) Quantos metros ainda faltam para ela completar a caminhada?
c) Ela já fez mais da metade da caminhada?
- 14) Eduardo leu um livro em 5 dias. Se ele lê 28 páginas por dia e pretende ler o mesmo livro em 4 dias. Em média, quantas páginas ele deve ler por dia?

- 15) Um comerciante comprou 15 bicicletas iguais e gastou R\$2.130,00. Ele conseguiu vender todas e arrecadou R\$2.550,00.
- Nessa venda ele teve lucro ou prejuízo? De quanto?
 - Por quanto ele comprou cada bicicleta?
 - Por quanto ele vendeu cada bicicleta?
- 16) De quantas maneiras diferentes, em relação à ordem, 3 pessoas podem sentar num sofá de 3 lugares?
- 17) Usando somente as cores vermelho, amarelo e verde, de quantas maneiras diferentes pode-se pintar o mapa da região Sul, se os estados devem ter cores diferentes?
- 18) Um teatro possui 23 filas de 25 assentos e 1 fila de 20 assentos. Para um espetáculo já foram vendidos 420 ingressos. Quantos ingressos ainda estão á venda? (ESCOLA..., 2012, p. 11-17).

Outro aspecto relevante identificado na proposta de ensino para o 5º ano é a utilização da multiplicação para introduzir as estratégias de cálculo mental de divisão. Nos exercícios propostos para a abordagem do cálculo mental, verifica-se o destaque dado à estreita conexão entre as operações de multiplicação, assim como a afirmação e exemplo ilustrados na Figura 14.

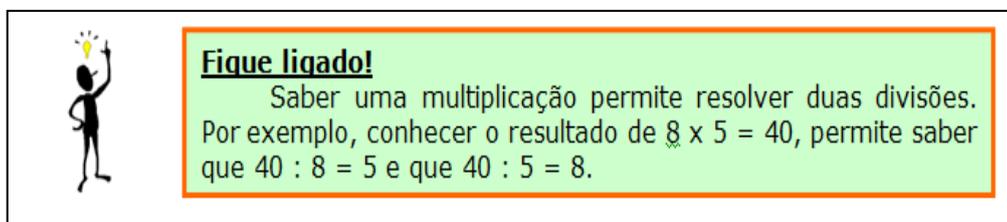


Figura 7 – Explicação sobre a relação entre a divisão e a multiplicação.
Fonte: Caderno de atividades do 5º ano (ESCOLA..., 2012, p. 51).

Por meio das situações de cálculo mental contidas no caderno do 5º ano, percebe-se que há, na proposta de ensino, a intenção de que os estudantes utilizem os produtos da tabuada para efetuarem os cálculos de divisão de maneira mais rápida e econômica.

Ao contrário do que aparece no 4º ano, na seção do caderno intitulada como “Unidades de Medidas”, a operação de multiplicação é utilizada na conversão de unidades de comprimento, massa e de tempo, priorizando situações onde os enunciados contêm grandezas contínuas, como na seguinte situação:

Observe a tabela e responda:

ANIMAL	PESO
Beija-flor	10 g
Gato	6 kg
Vaca	800 kg
Hipopótamo	3 t
Cavalo	450 kg
Frango	3 kg
Chimpanzé	70 kg
Foca	80 kg

✖ Quantos quilos pesa o hipopótamo? _____
 ✖ Qual é o animal mais leve e o animal mais pesado? _____
 ✖ Quantas gramas pesa o frango? _____
 ✖ Quantos quilos o chimpanzé tem a menos que a foca? _____
 ✖ Se o cavalo e a vaca fossem pesados em uma balança, quantas toneladas eles pesariam juntos? _____

Figura 8 – Situações de conversões entre unidades de medida de massa.
 Fonte: Caderno de atividades do 5º ano (ESCOLA..., 2012, p. 91).

Ao resolver essas situações, os estudantes podem acionar conceitos relacionados à equivalência entre as unidades de medida de massa. Dessa forma, ao transformar 3 toneladas em quilos, por exemplo, o estudante terá que saber que 1 tonelada é igual a 1.000 quilos e, portanto, o produto de “ 3×1.000 ” resulta no número de quilos do hipopótamo.

Um elemento novo apresentado no documento de planejamento analisado é a abordagem de situações que contemplam o conceito de fração. Percebe-se, no material didático do aluno, que a introdução desse conceito é feita por meio da resolução de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas, com destaque para o estabelecimento de uma relação estreita entre a operação de divisão, que resulta sempre em partes iguais e o conceito de fração. Conforme exemplo apresentado na Figura 15, o raciocínio multiplicativo pode ser utilizado no preenchimento dos dados nas tabelas, pois estabelecem a relação fixa entre duas variáveis: selos e fração da coleção (3, 8 e 12); balas e fração do total (2, 6 e 9).

Se eu tenho	Quantos selos são $\frac{1}{3}$ da coleção?	Quantos selos são $\frac{2}{3}$ da coleção?	Quantos selos são $\frac{3}{3}$ da coleção?	Quantos selos são $\frac{4}{3}$ da coleção?
9 selos				
24 selos				
36 selos				

Se eu tenho	Quantas balas são $\frac{1}{4}$ do total?	Quantas balas são $\frac{2}{4}$ do total?	Quantas balas são $\frac{3}{4}$ do total?	Quantas balas são $\frac{4}{4}$ do total?
8 balas				
12 balas				
36 balas				

Figura 9 – Situações envolvendo o conceito de fração.

Fonte: Caderno de atividades do 5º ano (ESCOLA..., 2012, p. 83).

Analisando a proposta para os três primeiros anos do ensino fundamental, constata-se uma preocupação com as situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas que dão sentido à operação de multiplicação, visto que nos cadernos de atividades estão presentes situações-problema pertencentes às categorias isomorfismo de medida e produto de medida (VERGNAUD, 2009). Contudo, percebe-se que os objetivos de aprendizagem não expressam de forma clara essa intenção, pois, não há uma definição sobre quais são os significados atribuídos à multiplicação (proporcionalidade, configuração retangular, combinatória) que são contemplados nas situações-problema propostas para cada ano. Diante disso, o professor poderá desconsiderar esses significados em seu planejamento, tendo dificuldades de organizar situações de aprendizagem que tenham como objetivo aprofundar o conceito de multiplicação, assim como a orientação prescrita no PPP da escola.

No material didático do 4º e 5º ano, observa-se que há mudanças quanto à abordagem da operação de multiplicação, pois além das propostas de resolução de situações-problema do campo conceitual das estruturas multiplicativas, destaca-se a relação de conceitos matemáticos imbricados nas técnicas de cálculos de multiplicação (estratégias pessoais de cálculo e algoritmo convencional), na sistematização das regularidades da tabuada em tarefas sobre a Tabela Pitagórica e na aplicação da multiplicação em conversões de unidades de medida e em situações que envolvem números fracionários.

Por outro lado, embora haja uma ampliação dos conceitos matemáticos relacionados à operação de multiplicação abordados no 4º e 5º ano, não é possível verificar na relação entre os objetivos de aprendizagem e as atividades propostas nos cadernos, como é organizada a sistematização dos conceitos matemáticos que estão sendo ampliados. Esse aspecto pode impossibilitar que o professor planeje situações que privilegiem a sistematização, dificultando assim o processo de construção do conceito formal da multiplicação.

Durante o processo de análise, foi possível identificar no material didático que a resolução de diferentes situações do campo das estruturas multiplicativas é o alicerce da fundamentação teórico-metodológica da proposta da escola para o ensino da multiplicação nos anos iniciais. Percebe-se também, pelo conteúdo e organização das atividades dos cadernos, que, antes da explicitação formal do conceito de multiplicação e do ensino das técnicas convencionais de cálculo, é proposto aos estudantes que resolvam as situações utilizando estratégias pessoais.

Diante disso, observa-se tanto na elaboração dos objetivos como nas tarefas propostas nos cadernos de atividades a influência das orientações presentes nos PCNs da área de Matemática. Porém, faltam nos objetivos de aprendizagem as “ideias de multiplicação” referentes à “ideia de proporcionalidade” e a de “multiplicação comparativa” (BRASIL, 1997, p. 109-110).

Além disso, constata-se que o principal significado atribuído conceitualmente à operação de multiplicação é a adição de parcelas iguais ($a \times b = b + b + b... + b$, lê-se a vezes b) e que nenhuma tarefa dos cadernos de atividades trata dos conceitos de multiplicando e de multiplicador, o que certamente dificultará a percepção dos estudantes sobre a diferença entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo.

Também foram identificadas algumas atividades propostas que podem proporcionar aos estudantes a possibilidade de representar o objeto matemático (multiplicação) por meio de diferentes registros de representação semiótica (pictórico, aritmético, geométrico). É importante ressaltar que as transformações desses registros, quais sejam tratamentos e conversões (DUVAL, 2011), podem potencializar a compreensão do conceito de multiplicação.

Dessa forma, entende-se que o conhecimento do professor, diante dos fundamentos teórico-metodológicos analisados nesta investigação, tem papel fundamental para que as situações de aprendizagem propostas possam promover a formação do conceito de multiplicação por meio de diferentes situações do campo conceitual das estruturas

multiplicativas. Para isso, é preciso que o professor identifique os invariantes operatórios (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação) acionados pelos estudantes diante de cada situação e como os registros de representação semiótica são usados para representar esses invariantes.

Em resumo, com base nos estudos de Nunes (1997, 2005), Duval (2003, 2011), Vergnaud (1990, 2009) e Vigotski (1998, 2000, 2007), constatou-se na análise dos objetivos de aprendizagem e dos cadernos de atividades de Matemática do 1º ao 5º ano, que fazem parte da proposta oficial para o ensino da operação de multiplicação da escola investigada, o destaque para a aprendizagem do conceito de multiplicação por meio de diferentes situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas e o uso de diferentes tratamentos nos procedimentos de resolução. Verifica-se, também, que há uma incoerência entre os objetivos de aprendizagem e as tarefas propostas nos cadernos de atividades quanto à abordagem dos conteúdos matemáticos relacionados à multiplicação e o que o principal significado atribuído à multiplicação é a adição de parcelas iguais.

Assim, com a finalidade de questionar, avaliar e evidenciar relevâncias acerca dos fundamentos teórico-metodológicos implicados nas propostas de ensino de conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental, a seguir, apresentam-se as ideias conclusivas desta investigação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

Diante da temática escolhida para a realização dessa pesquisa e com base nos estudos realizados, apresenta-se nesta última parte da dissertação as principais conclusões e algumas contribuições que podem fomentar futuras investigações no campo educacional, mais especificamente na área da Educação Matemática.

As inquietações que motivaram a realização desse estudo foram orientadas pela trajetória profissional e o desejo da pesquisadora em conhecer mais sobre a complexidade dos processos de ensino e aprendizagem dos conceitos fundamentais da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Conseqüentemente, definiu-se a proposta pedagógica para o ensino de Matemática da escola como universo da investigação, devido à experiência da pesquisadora como professora dos anos iniciais do ensino fundamental e atualmente como coordenadora pedagógica da referida escola.

A partir disso, optou-se pela realização da pesquisa documental segundo uma abordagem qualitativa para analisar nos documentos referentes ao planejamento de objetivos e nos materiais didáticos do aluno, quais são os fundamentos teórico-metodológicos que embasam a proposta pedagógica para o ensino da multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental.

A escolha da operação de multiplicação justifica-se, devido ao fato de se tratar de um dos conceitos fundamentais para a aprendizagem matemática e às dificuldades encontradas nos processos de ensino e aprendizagem desenvolvidos no contexto escolar. Além disso, conforme pesquisas realizadas por Ewbank (2002) e Nürnberg (2008), ainda é prática em muitas escolas no Brasil introduzir o conceito da multiplicação por meio da “tabuada” e do algoritmo convencional.

Os resultados da análise dos fundamentos teórico-metodológicos que embasam a proposta de ensino da multiplicação indicam que a escola investigada tem buscado novas alternativas pedagógicas para organizar o ensino dos conteúdos matemáticos relacionados à operação de multiplicação. Nesse sentido, verifica-se que embora haja nos cadernos de atividades do 2º ao 5º ano uma diversidade de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas, o principal sentido operatório da multiplicação está associado à adição de parcelas iguais.

De acordo com vários estudos realizados na área da Educação Matemática, entre os quais os de Crusius, Gomes, Danyluk ([s.d.]), Franchi (1995) e Nunes e Bryant (1997), considera-se fundamental a abordagem da operação de multiplicação nas propostas de ensino, dissociada da operação de adição, pois as relações contidas no raciocínio multiplicativo são diferentes do raciocínio aditivo. Enquanto as situações aditivas se referem às ações de unir ou separar um determinado conjunto de objetos, os processos de multiplicação contidos nas situações multiplicativas apresentam a relação entre o número de elementos de cada conjunto (multiplicando) e o número de transformações que são efetuadas (multiplicador).

Dessa forma, para contemplar na proposta de ensino da multiplicação a diferença entre os princípios do raciocínio multiplicativo e aditivo, outro aspecto a ser considerado é a interpretação e compreensão do professor diante das atividades contidas no material didático utilizado nas aulas de Matemática. Por exemplo, os livros didáticos, apostilas e outros materiais impressos são recursos didáticos que geralmente fazem parte do universo dos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos e procedimentos matemáticos na sala de aula.

Diante disso, o conhecimento do professor em relação aos fundamentos da Matemática (noções, propriedades, relações) torna-se primordial para que o mesmo possa reconhecer os conceitos fundamentais implicados na aprendizagem das operações aritméticas elementares. Segundo, Grando, Marasini e Mühl (1999) um dos princípios pedagógicos que devem sustentar as práticas em sala de aula é o domínio do professor sobre as ideias fundamentais da Matemática, pois dessa forma ampliam-se as possibilidades de identificar em um determinado recurso didático todas as suas potencialidades para impulsionar a formação dos conceitos matemáticos.

Pela proposta da escola, constatou-se que planejar as aulas de Matemática baseando-se apenas nos objetivos de aprendizagem prescritos nos documentos e nas atividades propostas nos cadernos de atividades pode não ser suficiente para que o professor promova efetivamente a aprendizagem dos estudantes. Por isso, o conhecimento e compreensão por parte do professor sobre a fundamentação teórico-metodológica que orienta a proposta de ensino da multiplicação torna-se imprescindível.

Assim, para que os professores dos anos iniciais do ensino fundamental possam organizar as situações de aprendizagem de acordo com a fundamentação teórico-metodológica da proposta, é necessário que os mesmos reconheçam nos objetivos e tarefas do

caderno de atividades a resolução de problemas como estratégia didática priorizada para o ensino da Matemática.

Além disso, o conhecimento sobre as principais premissas da Teoria dos Campos Conceituais poderia trazer importantes contribuições para o planejamento didático. Com a ajuda das categorias de problemas (VERGNAUD, 2009), é possível analisar os procedimentos matemáticos utilizados pelos estudantes para compreender a estrutura de cada situação, bem como proporcionar atividades para que o conceito de multiplicação possa ser formado sob três dimensões: o conjunto de situações pertencentes ao campo conceitual das estruturas multiplicativas (multiplicação e divisão), o conjunto de invariantes operatórios que serão mobilizados pelos estudantes diante de cada situação e o conjunto de representações simbólicas que podem ser usados para representar esses invariantes nos procedimentos de resolução.

Em relação ao conjunto de representações simbólicas, os estudos de Duval (2003, 2009) destacam a importância da variedade de registros (sistemas semióticos) utilizados na aprendizagem matemática, pois o acesso aos objetos matemáticos só é possível por meio de suas representações. Diante disso, verificou-se no material didático do aluno que há uma diversidade de registros de representação semiótica (língua natural, sistema aritmético, representação geométrica) usados para representar o objeto “multiplicação”. Contudo, não há nas tarefas propostas, a intencionalidade para que os alunos coordenem simultaneamente ao menos dois registros de representação.

Nesse sentido, a análise dos fundamentos teórico-metodológicos da proposta de ensino da multiplicação contribui para reflexões sobre a importância do estreito laço entre a teoria e a prática no trabalho pedagógico desenvolvido no contexto escolar. É importante questionar-se: Como as teorias educacionais podem nortear a construção de novas propostas de ensino que proporcionem a apropriação dos significados dos conceitos que compõem o campo multiplicativo?

A partir dessa questão, considera-se que a fundamentação teórica consciente dos educadores (professores, coordenadores, diretores) tem papel decisivo na busca por processos de ensino e de aprendizagem de qualidade, que proporcionem aos estudantes níveis de desenvolvimento intelectuais cada vez mais elevados. Para isso, ressalta-se a formação inicial e continuada dos professores como possibilidade de desenvolvimento profissional e avanços nas práticas de sala de aula.

Um aspecto relacionado à escolha dos conteúdos matemáticos e da metodologia de ensino, que pode constituir-se em perspectivas futuras de pesquisa, está no fato de como ampliar os conceitos matemáticos ensinados a cada ano do ensino fundamental, levando-se em conta o nível de desenvolvimento real e potencial dos estudantes (VIGOTSKY, 2007). Portanto, além de dominar os conhecimentos específicos da área de Matemática, que devem ser ensinados, o professor precisa estar atento à aprendizagem dos alunos. Para isso, o embasamento teórico poderá nortear o professor sobre quais estratégias utilizar para conhecer o nível intelectual de cada estudante e como organizar diferentes situações em sala de aula, para que estudantes com mais dificuldade possam avançar, bem como aqueles que já estão em um nível mais avançado possam continuar realizando novas aprendizagens.

Com essa pesquisa produziu-se o desejo de investir em estudos futuros sobre o papel dos fundamentos teórico-metodológicos na elaboração de propostas de ensino para a área de Matemática. Um dos desafios inerentes a essa temática é pensar na formação dos professores polivalentes que atuam ou atuarão nos anos iniciais do ensino fundamental, a fim de desacomodar práticas pedagógicas tradicionais ainda vistas nas aulas de Matemática de muitas escolas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Helena; GARAPA, Marco; RAFAEL, Luís. Elementos de Euclides: livros VII e IX. Funchal: Universidade da Madeira, 2005. Disponível em: <<http://members.netmadeira.com/rafaelluis /documentos/euclides7e9.pdf>>. Acesso em: 16 jun. 2012.

BOYER, Carl B. *História da matemática*. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C. (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.

CALADO, Silvia S.; FERREIRA, Sílvia C.R. Análise de documentos: métodos de recolha de dados. In: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ichagas/mi1/analisedocumentos.pdf>>. Acesso em 14 jun. 2013.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Sá da Costa, 1984.

COLL, César; MARTÍN, Elena (Org.). *Aprender conteúdos e desenvolver capacidades*. Porto Alegre: Artmed, 2004.

COLOMBO, Janecler A. A.; MORETTI, Mércles T. Contribuições das representações semióticas para refletir sobre a elaboração curricular: um exemplo de prática significativa no campo aditivo dos naturais. In: DICKEL, Adriana; GRANDO, Neiva I.; ORMEZZANO, Graciela; TEIXEIRA, Adriano C. (org.). *Processos educativos e linguagem: teorias e práticas*. Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo; Ijuí: Unijuí, 2010. p.105-128.

CORAL, Eduardo A. *Campo Conceitual Multiplicativo: uma análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais para as séries iniciais do Ensino Fundamental*. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2010.

CRUSIUS, Maria Fialho (Org.); GOMES, Carmem H. P.; DANYLUK, Ocsana. *Sistema de numeração e operações em diversas bases*. Passo Fundo: Gráfica e Editora da UPF, [s.d.].

DUVAL, Raymond. Registro de representação semiótica e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p.11-34.

_____. *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais* (fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

ESCOLA DE ENSINO FUNDAMENTAL ST. PATRICK. *Caderno de atividades de matemática: 1º ano*. Passo Fundo, 2012.

ESCOLA DE ENSINO FUNDAMENTAL ST. PATRICK. *Caderno de atividades de matemática: 2º ano*. Passo Fundo, 2012.

ESCOLA DE ENSINO FUNDAMENTAL ST. PATRICK. *Caderno de atividades de matemática: 3º ano*. Passo Fundo, 2012.

ESCOLA DE ENSINO FUNDAMENTAL ST. PATRICK. *Caderno de atividades de matemática: 4º ano*. Passo Fundo, 2012.

ESCOLA DE ENSINO FUNDAMENTAL ST. PATRICK. *Caderno de atividades de matemática: 5º ano*. Passo Fundo, 2012.

ESCOLA DE ENSINO FUNDAMENTAL ST. PATRICK. *Planejamento de objetivos*. Passo Fundo, 2010.

ESCOLA DE ENSINO FUNDAMENTAL ST. PATRICK. *Projeto político pedagógico*. Passo Fundo, 2008.

EWBANK, Mara Sílvia A. *O ensino da multiplicação para crianças e adultos: conceitos, princípios e metodologia*. 2002. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

FRANCHI, Anna. *Compreensão das situações multiplicativas elementares*. 1995. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1995.

_____. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008.

FLICK, Uwe. *Qualidade na pesquisa qualitativa*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

_____. *Desenho da pesquisa qualitativa*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GRANDO, Neiva I.; MARASINI, Sandra M.; MÜHL, Vera J. L. Definição de princípios pedagógicos para o ensino de medidas espaciais. *Espaço Pedagógico*. Passo Fundo, v. 6, n.2, p. 73-78, 1999.

GUNDLACH, Bernard H. *História dos números e numerais*. São Paulo: Atual, 1992.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda L. *Crianças pequenas reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Porto Alegre: Artmed, 2005.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS, Glauce V. Estruturas multiplicativas em livros didáticos de alfabetização da EJA. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 13, 2011, Recife. Anais... Recife: 2011. Disponível em: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/paper/viewFile/1261/945>. Acesso em: 4 set. 2012.

MINAYO, Maria C. S. (Org.). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 29. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

MOREIRA, Marco A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências*. Porto Alegre, v. 7, n.1, p. 7-29, 2002.

NEHRING, Cátia M. *A multiplicação e seus registros de representação nas séries iniciais*. 1996. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

_____, et al. *Educação Matemática 1: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez, 2005.

NÜRNBERG, Joyce. *Tabuada: significados e sentidos produzidos pelos professores das séries iniciais do ensino fundamental*. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2008.

PIRES, Célia M. C. *Números naturais e operações*. São Paulo: Melhoramentos, 2013.

REVAH, Daniel. A (re) configuração do passado no discurso construtivista. *Revista Estilos da Clínica*, 2008, vol.13, n. 24, p.190-209. Disponível em <<http://pepsic.bvsalud.org/pdf/estic/v13n24/a14v1324.pdf>>. Acesso em: 01 de jun. 2013.

SILVA, Sandra R. F. *Um estudo das estruturas multiplicativas nos guias de planejamento e orientações didáticas do programa ler e escrever*. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

STAREPRAVO, Ana R. *A multiplicação na escola fundamental I: análise de uma proposta de ensino*. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

VAZ, Duelci A. F. *A matemática e a filosofia de René Descartes*. Universidade Católica de Goiânia, [s.d.]. Disponível em: <http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/FILOSOFIA/Artigos/Duelci.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2012.

VERGNAUD, Gérard. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

_____. A matemática além dos números. *Pátio ensino médio, profissional e tecnológico*. Porto Alegre: Artmed, ano IV, n. 13, p. 14-17, 2012.

_____. La Teoría de Los Campos Conceptuales. Tradução de Juan D. Godino. In: _____. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 10, n. 2, p. 133-170, 1990. Disponível em: <http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso_dir_07/modulo2/materiales/didactica/campos.pdf>. Acesso em: 15 de mar. 2012.

VIGOTSKY, Lev S. *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VIGOTSKI, Lev S. *A formação social da mente*. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VIGOTSKY, Lev S. *Pensamento e linguagem*. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VIZOLLI, Idemar et al. Operação de multiplicação: abordagens presentes em livros de 5ª série. *Educação Matemática em Revista-RS*. Canoas, ano 9, n. 9, p. 27-37, set. 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Memorial

MEMORIAL Minha trajetória na Escola St. Patrick

[...] estruturamos os relatos de nossas origens culturais e nossas crenças mais estimadas em formas de histórias [...]. Nossa experiência imediata, o que aconteceu ontem ou anteontem, é estruturada no mesmo formato de história. Mais notável ainda é que representamos nossas vidas (para nós mesmos e para os outros) na forma de narrativa. (BRUNER, 2001, p. 44)

A minha trajetória profissional está ligada profundamente com a história da construção da proposta pedagógica da Escola de Ensino Fundamental St. Patrick.

Em 1994, quando concluí o curso de magistério na Escola Estadual Nicolau de Araújo Vergueiro fui convidada a trabalhar na Escola de Educação²⁴, que começaria suas atividades com turmas de educação infantil em fevereiro deste mesmo ano. As proprietárias²⁵ voltavam a Passo Fundo depois de um período em que moraram fora do Brasil, para concretizar o projeto de construção de uma escola que proporcionasse uma proposta diferente das escolas privadas da cidade.

Antes de iniciar as atividades com as crianças, participei com a equipe de professoras de algumas reuniões coordenadas pela diretora e vice-diretora. Nestas reuniões conheci alguns pressupostos da teoria de Lev Vigotski que considera a aprendizagem à frente do desenvolvimento e o que uma criança não sabe hoje é o que ela saberá amanhã com ajuda dos colegas ou de um adulto. Conheci também a proposta da Escola da Vila²⁶, principal referência da Escola de Educação através do estudo que fizemos sobre o livro *A Paixão de Conhecer o Mundo*, de Madalena Freire, o qual nos orientou para a construção da rotina diária das turmas da educação infantil.

Desde o início das atividades desenvolvidas na escola, ficava bastante evidente a importância dada ao planejamento e às intervenções das professoras em sala de aula para o processo de aprendizagem das crianças e a construção da sua identidade e autonomia.

²⁴ Primeiro nome da atual Escola St. Patrick.

²⁵ Já haviam sido proprietárias na cidade de Passo Fundo, na década de 80, da escola de educação infantil CDI (Centro de Desenvolvimento Infantil).

²⁶ Escola localizada na cidade de São Paulo, fundada no ano de 1980. A trajetória da escola foi guiada desde o início pela visão construtivista, principalmente pela orientação da Epistemologia Genética de Jean Piaget, que na década de 80 era difundida no campo educacional brasileiro.

Em 1996, como a escola proporcionava a formação continuada, o que me possibilitava um bom embasamento para o trabalho com as crianças da educação infantil, dei continuidade aos meus estudos, alimentando o desejo que me acompanhava desde os tempos de estudante, ser professora de Matemática. A minha escolha também foi influenciada pela forma como a proposta para o ensino da Matemática estava sendo construída na escola, embasada na compreensão dos conceitos matemáticos através da resolução de problemas e na importância dada à participação ativa do estudante no processo de ensino e aprendizagem. Portanto, para contribuir precisava aprofundar meus conhecimentos nesta área.

Nos dois primeiros anos de funcionamento da escola, já havia um desejo muito grande dos pais para que as crianças permanecessem na instituição no ensino fundamental, mas para isso era necessário ampliar o projeto pedagógico. Dessa forma, o processo de ampliação aconteceu gradativamente a partir de 1998, com a turma de 1ª série, até o ano de 2001, com as quatro primeiras séries do ensino fundamental.

A partir desse fato, meu crescimento profissional aconteceu junto com o crescimento da escola, pois tive a oportunidade e o privilégio de ter sido a primeira professora da primeira turma de 1ª série, de 3ª série e de 4ª série da escola. Neste período, sempre fui desafiada a estudar e a participar ativamente do processo de construção da proposta pedagógica da escola. Para isso, tive o apoio das proprietárias que investiram na minha formação, possibilitando que eu realizasse vários cursos de férias promovidos pelo Centro de Estudos da Escola da Vila.

Nesta etapa, elaboramos o projeto pedagógico e definimos a grade curricular, utilizando como referência os Parâmetros Curriculares Nacionais para as séries iniciais do ensino fundamental, publicados em 1997 e os quatro pilares da educação, contidos no relatório de Jaques Dellors (1999): aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a ser e aprender a aprender. Além disso, a Escola da Vila continuava sendo nossa principal referência para a realização do trabalho pedagógico, o que nos incentivou a produzir os cadernos de atividades²⁷ utilizados nas aulas pelas crianças.

Embora a minha experiência com as classes de educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental tenha me proporcionado uma visão ampliada das áreas de conhecimento, Língua Portuguesa, Ciências Naturais e Sociais, a Matemática continuava sendo minha grande paixão, e as situações que promoviam a aprendizagem meu foco de maior interesse.

²⁷ Os cadernos de atividades são elaborados pela equipe de professoras dos anos iniciais da escola desde 1998 e contemplam atividades relacionadas com os projetos e sequências didáticas trabalhadas nas áreas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais e Ciências Sociais.

No ano 2000, já como professora da 3ª série, comecei a desempenhar na escola uma nova função, agora como coordenadora do ensino fundamental. Por isso, fiquei mais próxima das professoras e da elaboração das atividades e sequências didáticas que estavam sendo realizadas em sala de aula diante da proposta que contemplava três tipos de conteúdos: conceituais, procedimentais e atitudinais.

Desde esta época, investi em um aprofundamento maior na área de Matemática através da realização de cursos no Centro de Formação da Escola da Vila. Assim, comecei a conhecer os estudos realizados pela Didática da Matemática, principalmente a teoria das situações didáticas de Brousseau e a pesquisa sobre o sistema de numeração realizada por Delia Lerner e Patrícia Sadovsky, que embasavam o currículo e a metodologia da Escola da Vila.

Em 2005, a partir da ampliação da escola com o ensino fundamental II (6º ao 9º ano), comecei a ter uma preocupação maior com o ensino da Matemática, pois como fui a professora de Matemática da primeira turma de 5ª série consegui avaliar alguns aspectos que precisavam ser melhorados nas aulas dos anos iniciais, principalmente quanto à sistematização dos conteúdos relacionados às quatro operações aritméticas elementares.

Desde então, tenho orientado a organização curricular da escola na área de Matemática e me dedicado à formação dos professores dos anos iniciais nesta área.

Durante esses 18 anos, enfrentamos muitos desafios para que a proposta pedagógica da escola fosse reconhecida no cenário educacional da cidade. A Instituição tem como propósito educativo formar sujeitos autônomos que sejam capazes de regular a sua própria aprendizagem e compartilhar conhecimentos com seus pares. Porém, para que isso aconteça, investe na formação da equipe de professores e busca avaliar e ressignificar constantemente os processos de ensino e aprendizagem desenvolvidos no âmbito escolar.

APÊNDICE B – Autorização Institucional

À Direção da Escola St. Patrick

Para fins de estudo de pesquisa em Educação Matemática e para coletar dados para dissertação de mestrado em Educação pela Universidade de Passo Fundo, orientada pela professora Dra. Neiva Ignês Grando, eu, Flávia de Andrade Niemann, gostaria de realizar uma pesquisa referente à *Proposta de ensino da multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental*, através da análise de documentos oficiais da escola referentes ao planejamento, materiais didáticos e avaliação.

Para isso, necessito do consentimento formal da direção da escola, para que a coleta de dados nos documentos e materiais da escola possa ser realizada.

É importante salientar que a coleta de dados da pesquisa não implicará gastos, riscos ou desconfortos para a escola.

Os resultados serão utilizados para fins de estudos científicos, pesquisa e apresentação de artigos em congressos das áreas de Educação e Educação Matemática, para aprimoramento, aperfeiçoamento e reflexão docente do processo de ensino e aprendizagem.

Desde já agradeço.

Atenciosamente

Flávia de Andrade Niemann

Coordenadora do Ensino Fundamental, mestranda pela Universidade de Passo Fundo.

Assinatura da Direção da Escola St. Patrick

Passo Fundo, ____ de _____ de 2012.

APÊNDICE C – Quadros

QUADRO I

Título do documento	Descrição do documento
PLANEJAMENTO (Documentos internos)	
Projeto Político Pedagógico	Trata de forma sintetizada e geral as concepções e tendências que apoiam a proposta pedagógica da escola em relação ao currículo e metodologia, aprendizagem, ensino, avaliação e as características de cada segmento da escola: Educação Infantil, Ensino Fundamental I e II.
Planejamento Geral dos Anos Iniciais do Ensino do Ensino Fundamental conteúdos do bloco: Números e Operações	Documento elaborado em 2002 quando a escola completou todos os anos do ensino fundamental I (1 ^a à 4 ^a série). O grupo 4 (último ano da educação infantil) já fazia parte da grade de conteúdos e objetivos de aprendizagem do ensino fundamental. O documento foi elaborado a partir dos conteúdos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais (1997).
Planejamento Geral dos Anos Iniciais do Ensino do Ensino Fundamental Ciclo 2 e Ciclo 3– 2005 Objetivos de aprendizagem da área de Matemática	Documento elaborado em 2005, ano em que a escola iniciou a 5 ^a série do ensino fundamental II. Quando iniciou o ensino fundamental I, em 1998, as classes da educação infantil e do ensino fundamental eram organizadas em ciclos. Sendo assim, o ciclo 1 correspondia às classes da Educação Infantil: grupo 1, grupo 2 e grupo 3. O ciclo 2 às classes de grupo 4, 1 ^a série e 2 ^a série e o ciclo 3 às de 3 ^a e 4 ^a série. Os objetivos de aprendizagem da área de matemática estão divididos em cinco blocos: Resolução de Problemas, Cálculos e Operações, Grandezas e Medidas, Gráficos e Tabelas e Espaço e Forma.
Objetivos trimestrais de Matemática Anos Iniciais	A partir de 2009 a escola revisa o projeto político pedagógico e define em sua proposta o ensino fundamental de 9 anos, organizando o currículo não mais por ciclos, mas por ano. Assim, o ensino fundamental I corresponde aos anos iniciais, 1 ^o , 2 ^o , 3 ^o , 4 ^o e 5 ^o ano e o ensino fundamental II aos anos finais, 6 ^o , 7 ^o , 8 ^o e 9 ^o ano. Portanto, este documento é reelaborado em 2010 a partir do planejamento geral do ciclo 2 e 3 de 2005, com o objetivo de reorganizar a grade curricular do ensino fundamental I. Os blocos de conteúdos permanecem os mesmos de 2005.
MATERIAL DIDÁTICO DO ALUNO	
Cadernos de Atividades	Material elaborado pela equipe pedagógica da escola

(1º ao 5º ano)	<p>(professoras, coordenadoras e direção). Desde o início da sua trajetória a equipe de professores é incentivada a produzir as atividades desenvolvidas com os estudantes em sala de aula. Para isso, a direção da escola proporciona às professoras e coordenadoras, desde 1998, cursos na Escola da Vila em São Paulo.</p> <p>A proposta pedagógica desenvolvida na Escola da Vila é uma referência para o trabalho realizado na escola St. Patrick. Por isso, na elaboração dos cadernos de atividades são utilizadas como modelo, sequências didáticas apresentadas em cursos de formação de professores realizados nos períodos de férias na cidade de SP.</p>
----------------	--

QUADRO II

Pergunta orientadora para a análise: Como os documentos e materiais didáticos tratam do conceito de multiplicação?

Título do documento	Descrição do tratamento da multiplicação
PLANEJAMENTO (Documentos internos)	
Projeto Político Pedagógico	<p>Não trata especificamente dos conteúdos desenvolvidos em cada ano da escolaridade, porém explicita a concepção de conteúdo de aprendizagem adotado pela proposta pedagógica da escola. Assim, concebe que “em educação forma é conteúdo. Para compreender isso é preciso saber que os conteúdos aprendidos não são apenas os conceitos ou os fatos, mas são também os procedimentos, as estratégias, os princípios e as atitudes.” (PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO, 2009, p. 1).</p>
Planejamento Geral dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental conteúdos do bloco: Números e Operações	<p>O conceito de multiplicação não está explicitado nos conteúdos do Grupo 4 e da 1ª série. Apenas trazem de forma geral o trabalho com a resolução de situações-problema, que também é citado em todas as classes do Ensino Fundamental I:</p> <p>(1) Interpretação e resolução de situações-problema com ideias das quatro operações. Na 2ª série o conceito de multiplicação está associado às estratégias pessoais de cálculo. Na 3ª série há uma concentração dos conteúdos desenvolvidos sobre a operação de multiplicação:</p> <p>(2) Estratégias pessoais de cálculo de multiplicação. (3) Algoritmos alternativos e conta armada de multiplicação. (4) Cálculo mental – memorização da tabuada. Na 4ª série a multiplicação está relacionada ao desenvolvimento dos conteúdos sobre a divisão:</p> <p>(5) Cálculo mental – memorização da tabuada e cálculos simples de divisão.</p>
Planejamento Geral dos	<p><u>CICLO 2</u> No bloco resolução de problemas os objetivos do Grupo 4 e 1ª série,</p>

<p>Anos Iniciais do Ensino do Ensino Fundamental Ciclo 2 e Ciclo 3– 2005 Objetivos de aprendizagem da área de Matemática</p>	<p>também apresentam de forma geral a abordagem diante da aprendizagem das quatro operações aritméticas elementares, porém não explicita os significados e conceitos das operações que são priorizados em cada ano:</p> <p>Grupo 4</p> <p>(1) Ler e interpretar as situações-problema, com a ajuda da professora.</p> <p>(2) Resolver as situações-problema, utilizando estratégias pessoais de cálculo.</p> <p>1ª série:</p> <p>(3) Interpretar e formular situações-problema, compreendendo o significado de algumas operações.</p> <p>(4) Apresentar e comunicar resultados com o uso de diferentes estratégias.</p> <p>(5) Construir fatos básicos das operações a partir de situações-problema e utilizar em diferentes cálculos.</p> <p>(6) Utilizar diferentes estratégias para resolver as situações-problema.</p> <p>(7) Analisar e interpretar com maior autonomia situações-problema propostas.</p> <p>(8) Elaborar situações-problema, comunicando os dados necessários para a sua resolução.</p> <p>Em relação ao bloco de resolução de problemas, para a 2ª série estão previstos os seguintes objetivos:</p> <p>(9) Interpretar situações-problema.</p> <p>(10) Utilizar diferentes estratégias na resolução dos problemas.</p> <p>(11) Trocar informações com os colegas sobre as estratégias que utilizou para resolver os problemas.</p> <p>(12) Ler e interpretar uma situação-problema, preocupando-se em utilizar todos os dados necessários para a sua resolução.</p> <p>(13) Comunicar de maneira organizada suas estratégias de resolução de situações-problema.</p> <p>(14) Analisar com maior autonomia as situações-problema propostas.</p> <p>No bloco de conteúdos cálculos e operações a multiplicação é citada especificamente apenas em um objetivo:</p> <p>(15) Resolver cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais.</p> <p><u>CICLO 3</u></p> <p>No planejamento para a 3ª série os conceitos da multiplicação estão implicados nos seguintes objetivos:</p> <p><u>Resolução de Problemas:</u></p> <p>(16) Interpretar situações-problema, compreendendo termos como: metade, dobro, preço à vista, à prazo, parcelas, prestações e pagamentos com entrada.</p> <p>(17) Registrar as estratégias utilizadas e a resposta dos problemas de forma clara e organizada.</p> <p>(18) Utilizar estratégias eficientes na resolução de problemas.</p> <p>(19) Interpretar e resolver com autonomia as situações-problema propostas.</p> <p>(20) Reconhecer as ideias da operação de multiplicação através dos problemas propostos.</p> <p>(21) Utilizar a troca de informações com os colegas, para interpretar e compreender as situações-problema propostas.</p>
---	--

	<p>(22) Elaborar situações-problema, preocupando-se com a coerência dos dados apresentados.</p> <p>Cálculos e Operações:</p> <p>(23) Resolver multiplicações e divisões através de estratégias pessoais.</p> <p>(24) Conhecer algumas regularidades da tabuada.</p> <p>(25) Realizar cálculos de multiplicação utilizando técnicas alternativas e convencionais.</p> <p>(26) Conhecer o funcionamento do algoritmo convencional da multiplicação.</p> <p>(27) Utilizar corretamente a conta armada para resolver cálculos de multiplicação.</p> <p>No planejamento da 4ª série estão previstos os seguintes objetivos:</p> <p>Resolução de Problemas:</p> <p>(28) Interpretar um problema e selecionar os dados relevantes para a sua resolução.</p> <p>(29) Registrar as estratégias utilizadas e a resposta dos problemas de forma clara e organizada.</p> <p>(30) Utilizar estratégias eficientes na resolução de problemas.</p> <p>(31) Elaborar situações-problema apresentando os dados necessários para a resolução.</p> <p>(32) Utilizar desenhos e esquemas para compreender e resolver um problema matemático proposto.</p> <p>Cálculos e Operações:</p> <p>(33) Utilizar com eficiência o algoritmo convencional nas operações de adição, subtração e multiplicação.</p> <p>(34) Saber verificar os resultados de uma divisão através da prova real – Quociente x Divisor + Resto = Dividendo ($Q \times D + R = Div.$).</p> <p>(35) Utilizar a tabuada memorizada para resolver os cálculos de multiplicação e divisão.</p>
<p>Objetivos trimestrais de Matemática Anos Iniciais</p>	<p>Os objetivos do 1º ano e do 2º ano não estão organizados trimestralmente. No bloco resolução de problemas são apresentados os objetivos de forma mais específica envolvendo os significados das operações de adição e subtração.</p> <p>No 3º ano, para o 3º trimestre, estão previstos os seguintes objetivos relacionados a multiplicação:</p> <p>(1) Utilizar estratégias pessoais e do grupo, em relação ao significado das quatro operações ao interpretar e resolver situações-problema.</p> <p>(2) Analisar com maior autonomia as situações-problema propostas.</p> <p>(3) Resolver cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais.</p> <p>No 4º ano são encontrados de forma mais específica o tratamento dos conceitos da multiplicação:</p> <p>1º trimestre:</p> <p>(4) Interpretar situações problemas compreendendo termos como: metade, dobro e triplo.</p> <p>(5) Interpretar e resolver situações problemas que envolvam diferentes ideias de multiplicação.</p> <p>(6) Resolver multiplicações e divisões através de estratégias pessoais.</p> <p>2º trimestre:</p>

	<p>(7) Reconhecer as ideias da operação de multiplicação (soma sucessiva, configuração retangular e combinações) através dos problemas propostos.</p> <p>(8) Interpretar situações problemas compreendendo termos como: metade, dobro, preço unitário, preço total e prestações.</p> <p>(9) Revisar o enunciado das situações problemas para verificar se a solução encontrada está adequada a pergunta.</p> <p>(10) Reconhecer as regularidades da multiplicação através da tabela pitagórica.</p> <p>(11) Utilizar a conta enredada para resolver cálculos de multiplicação.</p> <p>(12) Conhecer o funcionamento da conta armada da multiplicação.</p> <p>(13) Revisar os cálculos escritos (conta armada e enredada), utilizando as regularidades estudadas como apoio para as multiplicações que ainda não memorizou.</p> <p>3º trimestre:</p> <p>(14) Reconhecer as ideias das operações de multiplicação, divisão, adição e subtração através dos problemas propostos.</p> <p>(15) Conhecer as regularidades da tabela pitagórica.</p> <p>(16) Realizar cálculos de multiplicação utilizando técnicas alternativas e cálculo mental.</p> <p>(17) Utilizar corretamente a conta armada para resolver cálculos de multiplicação.</p>
--	--

QUADRO III

ANÁLISE DAS SITUAÇÕES-PROBLEMA 1º ANO

Problema: crianças e número de olhos

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura
	Teorema-em-ação	Conceito-em-ação	Possibilidades de registros de representação semiótica	Isomorfismo de medida
Contexto: crianças e olhos	Função linear $F(x) = 2 \cdot x$ (número de olhos varia em função do número pessoas)	<p>Soma reiterada</p> $2 + 2 = 4 + 2 = 6$ $+ 2 = 8 + 2 = 10$ $+ 2 = 12 + 2 =$ $14 + 2 = 16$	<p>Registro de representação pictórico (desenho dos olhos)</p> <p>Registro na linguagem aritmética: $8 \times 2 = 16$</p> <p>Tratamento $2 + 2 = 4 + 2 = 6$ $+ 2 = 8 + 2 = 10$</p>	<p>Multiplicação</p> <p>Relação quaternária</p> $1 \text{ ----- } a$ $b \text{ ----- } ?$ $8 \times 2 = ?$

			$+ 2 = 12 + 2 =$ $14 + 2 = 16$ $2 + 2 + 2 + 2 +$ $2 + 2 + 2 + 2 =$ 16	
--	--	--	---	--

2º ANO

Conjunto de problemas: jogo de memória

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura																																																		
	Teorema-em-ação	Conceito-em-ação																																																				
Contexto real: organização de cartas de um jogo de memória	Se $a \times b = c$, logo $b \times a = c$.	<p>Na multiplicação a ordem dos fatores não altera o produto.</p> <p>- Configuração retangular Situações 2, 3 e 5</p> <p>- Soma reiterada $5 + 5 = 10$ $+5 = 15$ $+ 5 = 20$ ou $4 + 4 = 8$ $+ 4 = 12$ $+ 4 = 16$ $+ 4 = 20$</p> <p>- Soma de parcelas iguais $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 20$</p> <p>$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$</p> <p>- linha/fileira : disposição horizontal.</p> <p>- colunas: disposição vertical.</p>	<p>Situação 1ª</p> <p>Registro na língua natural: Organizei 5 linhas e coloquei 9 cartas em cada uma. Organizei 9 linhas e coloquei 5 cartas em cada uma. Organizei 3 linhas com 15 cartas em cada uma.</p> <p>Registro de representação geométrico:</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Registro na linguagem aritmética: $5 \times 9 = 45$</p>																																																			<p>Produto de medidas</p> <p>Multiplicação e Divisão Relação ternária duas variáveis linhas e colunas 1a 1) $? \times ? = 45$</p>

Conjunto de problemas: animais e patas

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura
	Teorema-em-	Conceito-em-	Possibilidades de	Isomorfismo de

	ação	ação	registros de representação semiótica	medida
Contexto: animais – cachorro e patas, gato e orelhas, aranha e olhos.	<p>Função linear $F(x) = 4.x$ (número de patas em função do número de cachorros) $F(x) = 2.x$ $F(x) = 8.x$</p> <p>O que são as propriedades isomórficas da função linear?</p>	<p>Soma reiterada $4 + 4 = 8 + 4 = 12 + 4 = 16$</p> <p>Soma de parcelas iguais $4 + 4 + 4 + 4 = 16$</p>	<p>Registro de representação pictórico (desenho dos animais e das patas) Registro na linguagem aritmética: $4 \times 4 = 16$ $5 \times 2 = 10$ $2 \times 8 = 16$ Tratamento $4 + 4 = 8 + 4 = 12 + 4 = 16$ $4 + 4 + 4 + 4 = 16$</p>	<p>Multiplicação Relação quaternária $1 \text{ ----- } a$ $b \text{ ----- } ?$ $4 \times 4 = ?$ $5 \times 2 = ?$ $2 \times 8 = ?$</p>

Problema: cinema e ingressos

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura
	Teorema-em-ação	Conceito-em-ação		
Contexto: cinema e compra de ingressos	<p>Função linear $F(x) = 6.x$ $F(x) = 12.x$</p> <p>O que são as propriedades isomórficas da função linear?</p>	<p>Soma reiterada</p> <p>Soma de parcelas iguais</p>	<p>Possibilidades de registros de representação semiótica</p> <p>Registro de representação pictórico (desenho) Registro na linguagem aritmética: $20 \times 6 = 120$ $3 \times 12 = 36$</p>	<p>Isomorfismo de medida</p> <p>Multiplicação Relação quaternária $1 \text{ ----- } a$ $b \text{ ----- } ?$ $20 \times 6 = ?$ $3 \times 12 = ?$</p>

Problema: tabela e preços de livros

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura
	Teorema-em-ação	Conceito-em-ação		
Contexto:	Função linear	- Soma	Registro de	Multiplicação e

organização de preços em tabelas – valor unitário e das quantidades indicadas.	$f(x) = 15.x$ $f(4) = 15.4$ $f(4) = 60$ $f(x) = 25.x$ $75 = 25.x$ $x = 75/25$ $x = 3$ $f(x) = y.x$ $f(2) = y.2$ $40 = y. 2$ $y = 40/2$ $y = 20$	reiterada - Soma de parcelas iguais - Operação inversa	representação pictórico (desenho) Registro na linguagem aritmética	Divisão (partição e quota) Relação quaternária 1 ----- a b ----- ? $15 \times 4 = ?$ $25 \times ? = 75$ $? \times 2 = 40$ $30 \times ? = 60$ $12 \times ? = 36$ $? \times 2 = 32$ $14 \times ? = 28$
--	--	--	--	--

Problema: vídeo-locadora e filmes.

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura
	Teorema-em-ação	Conceito-em-ação	Possibilidades de registros de representação semiótica	Isomorfismo de medida Adição – transformação do estado inicial
Contexto: filmes, compras e vídeo-locadora	Se um número de itens comprados é multiplicado por 3, 5, 10, este número é 3, 5, 10 vezes maior. Podemos expressar este conhecimento por um teorema-em-ação, $f(nx) = nf(x)$ para n inteiro e simples. Função afim $F(x) = 10x + 13$	Soma reiterada Soma de parcelas iguais	Registro de representação pictórico (desenho) Registro na linguagem aritmética: $3 \times 10 = 30 + 13$ $5 \times 10 = 50 + 13$ $10 \times 10 = 100 + 13$	Multiplicação Relação quaternária 1 ----- a b ----- ? $3 \times 10 = ? + 13 = ?$ $5 \times 10 = ? + 13 = ?$ $10 \times 10 = ? + 13 = ?$

3º ANO

Conjunto de problemas - 1ª parte: isomorfismo de medida

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura
	Teorema-em-ação	Conceito-em-ação	Possibilidades de registros de representação semiótica	Isomorfismo de medida
Contexto real: situações do cotidiano – 1) pacotes e biscoito; chicletes e pacote; estojos e lapiseiras; figurinhas e pacotes; copos e prateleiras; canecas e prateleiras.	b $b \cdot a = a + a + a$ $\dots + a$ lê-se b vezes a . b $a \cdot b = a + a + a$ $\dots + a$ lê-se b multiplicado por a . $a \cdot b = c$ e $b \cdot a = c$ $F(n \cdot x) = n \cdot x$	- Adição de parcelas iguais - Adição reiterada - Multiplicação como adição de parcelas iguais. - Fatores: Multiplicador: indica quantas vezes o multiplicando aparece como parcela. Multiplicando: parcela que se repete. - A ordem dos fatores não altera o produto.	Registro de representação pictórico (desenho) Registro na linguagem aritmética:	Multiplicação Relação quaternária $1 \cdot \dots = a$ $b \cdot \dots = ?$ $5 \times 6 = ?$ $6 \times 3 = ?$ $8 \times 3 = ?$ $7 \times 4 = ?$ $6 \times 8 = ?$ $10 \times 5 = ?$

Conjunto de problemas - 2ª parte: produto de medidas – configuração retangular

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura
	Teorema-em-ação	Conceito-em-ação	Possibilidades de registros de representação semiótica	Produto de medidas
Contexto real: 7) disposição de lajotas em um piso. 9) disposição de chocolates em fileiras e	$\text{Se } a \times b = c,$ $\text{logo } b \times a = c.$ $A = b \times h$	- Na multiplicação a ordem dos fatores não altera o produto. - Geometria: configuração retangular	Situação 1ª Registro na língua natural Registro de representação geométrico	Relação ternária – uma é o produto das outras duas. $8 \text{ fileiras } \times 7 \text{ lajotas } = 45$

colunas em uma caixa. 10) organização de poltronas em fileiras. 11) organização dos lugares em um cinema – fileiras.		- linhas: disposição horizontal. - colunas: disposição vertical. - fileiras = linhas.	Registro na linguagem aritmética	lajotas $6 \times 9 = ?$ $6 \times 4 = ?$ $5 \times 6 = ?$ $10 \times 12 = ?$ $? \times ? = 36$
--	--	---	---	--

Conjunto de problemas - 3ª parte: produto de medidas – combinatória

Situação	Invariante operatório		Representação Simbólica	Estrutura
	Teorema-em-ação	Conceito-em-ação	Possibilidades de registros de representação semiótica	Produto de medidas
Contexto real: combinação de saias e blusas; combinação de sabores de sorvete.	O produto cartesiano de dois conjuntos A e B são todos os pares ordenados (x, y) , sendo que x pertence ao conjunto A e y pertence ao conjunto B .	- Combinação. - Produto cartesiano: é a multiplicação entre pares ordenados envolvendo conjuntos distintos. -Tabela de dupla entrada: disposição em linhas e colunas. Distribui dados de acordo com o cruzamento de linhas e de colunas, separando-os visualmente.	Registro na língua natural Registro de representação pictórica Registro na linguagem aritmética $3 \times 2 = 6$ $2 \times 3 = 6$ Tratamentos: árvore de possibilidades, tabela cartesiana, conjuntos.	Relação ternária – uma é o produto das outras duas. $3 \text{ camisas} \times 2 \text{ saias} = 6 \text{ combinações}$ $3 \times 2 = ?$ $2 \text{ sabores de frutas} \times 3 \text{ sabores não frutas} = ?$

ANEXOS

ANEXO 1 – Tabela Pitagórica

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

N671a Niemann, Flávia de Andrade

Análise de uma proposta pedagógica para os anos iniciais do ensino fundamental : em foco a operação de multiplicação / Flávia de Andrade Niemann. – 2013.

96 f. : il., color. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, 2013.

Orientação: Prof^a. Dr^a. Neiva Ignês Grandó.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino fundamental.
3. Prática de ensino. 4. Multiplicação. I. Grandó, Neiva Ignês, orientadora. II. Título.