

Universidade de Passo Fundo  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e  
Ambiental

Tainara Aimi

SUBSÍDIOS PARA PROJETO DE ESTRUTURAS DE  
AÇO PROTENDIDAS

Passo Fundo, RS

2015

Tainara Aimi

SUBSÍDIOS PARA PROJETO DE ESTRUTURAS DE  
AÇO PROTENDIDAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental, sob a orientação do Prof. Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia.

Passo Fundo, RS

2015

Tainara Aimi

## SUBSÍDIOS PARA PROJETO DE ESTRUTURAS DE AÇO PROTENDIDAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental, sob a orientação do Prof. Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia.

Data de aprovação: Passo Fundo, 24 de abril de 2015.

Zacarias Martin Chamberlain Pravia, Dr.

Orientador

Walnório Graça Ferreira, Dr.

Universidade Federal de Espírito Santo - UFES

Gustavo Prates Mezzomo, Dr.

Universidade de Passo Fundo - UPF

Moacir Kripka, Dr.

Universidade de Passo Fundo – UPF

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, pela vida e por ter me iluminado nessa caminhada.

A minha família pela educação, formação e apoio que sempre recebi.

Ao orientador professor Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia, pela amizade, convívio, apoio e conhecimentos repassados durante o desenvolvimento da dissertação.

Agradeço ao corpo de professores que me acompanharam durante esse período e a Universidade de Passo Fundo (UPF) e CAPES pelo financiamento dos estudos.

*“O mundo está nas mãos daqueles que tem coragem  
de sonhar, e correr o risco de viver seus sonhos.”*

Paulo Coelho

## RESUMO

No Brasil, o concreto armado predomina na área da engenharia estrutural, mas em contrapartida, o aço vem conquistando cada vez mais o seu espaço e, com ele, surgindo a protensão de elementos estruturais, sempre pensando em melhoria de aplicações e economia, como exemplo, as vigas, que são uns dos elementos mais importantes para a estabilidade das estruturas. O grande problema da pesquisa tem como foco a análise e dimensionamento dos elementos estruturais em aço protendidos, sendo que não conhecemos nenhuma norma que trate do mesmo, auxiliando na diminuição das deformações e na redução das dimensões da seção transversal. Sabendo que ele ajuda na minimização dos custos ambientais, melhorando a sustentabilidade nas construções em aço utilizando de maneira mais adequada o material, sendo aplicado de maneira rápida para coberturas, colunas, vigas, fechamentos, pontes e passarelas e, com isso, criando contribuições para incluir na norma de estruturas de aço recomendações para estruturas protendidas em aço. Mostrando sua ampla importância de utilização para construções de estruturas com grandes vãos e limitações de alturas de viga, o trabalho se baseou em dimensionar e analisar os elementos estruturais de aço protendidos, criando quatro tipos de aplicativos computacionais em planilhas de cálculo baseados nos referenciais bibliográficos, dos diferentes elementos protendidos: viga Fink interna, externa, terça e treliça. Após, verificou-se a validade com modelagens de análises por elementos finitos com os elementos protendidos e não protendidos no programa SAP, mostrando que é possível usar esse tipo de estruturas em prédios, pontes e coberturas. Verificou-se, também, que há diminuição de deformações e esforços quando se tem a protensão dos elementos, ajudando na diminuição das dimensões da estrutura.

Palavras-chave: Protensão externa e interna. Dimensionamento de estruturas de aço.

## **ABSTRACT**

In Brazil, the concrete is predominant in the field of structural engineering, but on the other hand, the steel is gaining more and more space and, with it, resulting in the prestressing structural elements, always thinking of improving applications and economics, as an example, the beams, which are one of the most important elements for the stability of structures. The big problem of the research focuses on the analysis and design of structural elements in prestressed steel, and we know of no rule that addresses the same, helping to minimize the deformations and reducing the size of the cross section. Knowing that it helps reducing environmental costs, improving sustainability in steel structures using the material in the most appropriate way, it is being applied for roofs, columns, beams, locks, bridges and walkways and, with that, creating contributions to include in standard steel structures recommendations for prestressed steel structures. Showing its wide importance of use for structures of buildings with large spans and limitations beam heights, the work was based on measuring and analyzing the structural elements of prestressed steel, creating four types of computer applications in spreadsheets based on bibliographic references, of different prestressed elements: Fink beam with inner and outer wires, purlins and trusses. After, the validity was verified with modeling of finite element and the analysis with prestressed and not prestressed elements in the SAP program, showing that it is possible to use this type of structures in buildings, bridges and roofs. It was also verified that there is reduced deformation and effort when there are prestressing elements, helping to decrease the size of the structure.

Keywords: External and internal prestressing. Design of steel structures.

## FIGURAS

Figura 1: Viga de aço protendida .....	16
Figura 2: Viga Fink .....	19
Figura 3: Princípio da protensão em estruturas de aço .....	20
Figura 4: Cobertura do pavilhão de Badalona .....	22
Figura 5: Vista externa da Torre de átrio Hesperia .....	23
Figura 6: Ponte Kurilpa .....	24
Figura 7: Desviadores do cabo de protensão a) pino b) enrijecedor .....	25
Figura 8: Desviadores externos .....	26
Figura 9: a) cordoalha de sete fios; b) cabo de protensão com cinco cordoalhas.....	26
Figura 10: Ancoragem através da utilização de cunhas metálicas .....	27
Figura 11: Sistema de ancoragem rosca e porca a) barras roscadas; b) barras lisas.....	28
Figura 12: Modos de flambagem: a) flambagem local b) flambagem distorcional.....	31
Figura 13: Disposições do membro tensor em vigas apoiadas.....	34
Figura 14: Disposição do membro tensor em vigas treliçadas .....	34
Figura 15: Viga de alma cheia com protensão interna poligonal .....	34
Figura 16: Viga treliçada de duas águas.....	35
Figura 17: Viga treliçada com membro tensor externo .....	35
Figura 18: Viga protendida contínua .....	35
Figura 19: Viga com tramos contínuos e protensão poligonal .....	36
Figura 20: Vigas com cabos inferiores protendidos .....	36
Figura 21: Viga mista protendida .....	37
Figura 22: Solução de estabilizadores de edifícios mediante tirantes externos.....	37
Figura 23: Exemplo de Tenso-integradas.....	38
Figura 24: Aproveitamento da capacidade máxima da viga.....	42
Figura 25: Tensão na viga no ato da protensão .....	43
Figura 26: Tensão na viga em serviço .....	44
Figura 27: Fuso limite representado pelos pontos $B_0$ e $B_1$ .....	45
Figura 28: Fluxograma .....	47
Figura 29: Viga I Fink com protensão externa.....	48
Figura 30: Viga I Fink com protensão interna.....	49
Figura 31: Terça com protensão externa .....	50
Figura 32: Terça com protensão externa .....	51
Figura 33: Fluxograma da viga Fink com protensão externa .....	53
Figura 34: Planilha de cálculo da viga Fink com protensão externa.....	60
Figura 35: Fluxograma da viga Fink com protensão interna.....	61
Figura 36: Planilha de cálculo da viga Fink com protensão interna.....	74
Figura 37: Fluxograma da viga Fink formada a frio com protensão externa .....	75
Figura 38: Planilha de cálculo da viga Fink tipo terça com protensão externa.....	81
Figura 39: Fluxograma da viga treliçada com protensão interna .....	82
Figura 40: Planilha de cálculo da treliça com protensão interna.....	86
Figura 41: Viga biapoiada com protensão externa .....	87
Figura 42: Perfil I .....	88
Figura 43: Deformação no centro do vão da modelagem em barras com 1 montante com protensão.....	91
Figura 44: Deformação no centro do vão da MEF com 1 montante .....	91
Figura 45: Deformação no centro do vão da modelagem em barras sem protensão .....	91

Figura 46: Deformação no centro do vão com modelagem em elementos finitos de viga sem protensão.....	92
Figura 47: Força axial em modelagem em barras com a protensão .....	92
Figura 48: Força axial em MEF com a protensão .....	93
Figura 49: Viga biapoiada protendida com 2 montantes.....	94
Figura 50: Deslocamento no centro do vão com MEF em barras com 2 montantes.....	94
Figura 51: Viga biapoiada protendida com 3 montantes.....	94
Figura 52: Deslocamento no centro do vão com MEF em barras com 3 montantes.....	95
Figura 53: Pórtico com o vento a sucção de -4,56 kN/m na cobertura.....	96
Figura 54: Influência do vento na viga de aço protendida .....	96
Figura 55: Viga biapoiada com protensão interna.....	97
Figura 56: Viga I .....	98
Figura 57: Deslocamento no centro do vão em modelagem de elementos finitos .....	100
Figura 58: Deslocamento no centro do vão da MEF com um montante com protensão.....	101
Figura 59: Terça com protensão externa .....	102
Figura 60: Terça.....	103
Figura 61: Deslocamento no centro do vão em modelagem de elementos finitos .....	105
Figura 62: Terça sem protensão com contenção .....	106
Figura 63: Deslocamento no centro do vão da MEF com protensão .....	107
Figura 64: Terça com protensão e contenção .....	107
Figura 65: Terça de 4 metros de vão .....	108
Figura 66: Terça de 5 metros de vão .....	109
Figura 67: Treliça com protensão interna.....	109
Figura 68: Perfil U simples.....	110
Figura 69: Deformação no centro do vão em modelagem de barras.....	112
Figura 70: Forças axiais sem a protensão .....	112
Figura 71: Deformação no centro do vão com protensão.....	112
Figura 72: Força axial com a protensão.....	112
Figura 73: Treliça com vão de 4 metros entre os perfis .....	113
Figura 74: Treliça com vão de 5 metros entre os perfis .....	113

## TABELAS

Tabela 1: Propriedades do perfil I escolhido.....	88
Tabela 2: Propriedades mecânicas.....	88
Tabela 3: Especificações dos Produtos.....	89
Tabela 4: Comparação MODELO ANALÍTICO X PROGRAMA SAP da viga protendida com uma montante .....	93
Tabela 5: Comparação de deformação no programa SAP.....	93
Tabela 6: Comparação de deslocamento em modelagem em elementos em barras com protensão e sem protensão.....	95
Tabela 7: Análise para vigas com vão maiores .....	96
Tabela 8: Propriedades geométricas do perfil I escolhido.....	97
Tabela 9: Propriedades mecânicas.....	98
Tabela 10: Especificações dos Produtos.....	99
Tabela 11: Comparação de deslocamento em MODELO ANALÍTICO <i>versus</i> MEF NO SAP .....	101
Tabela 12: Análise para vigas com vãos maiores.....	102
Tabela 13: Propriedades geométricas do perfil U escolhido .....	103
Tabela 14: Propriedades mecânicas.....	103
Tabela 15: Especificações dos Produtos.....	104
Tabela 16: Comparação de deslocamento em MODELO ANALÍTICO <i>versus</i> MEF EM CASCA NO SAP.....	108
Tabela 17: Análise para vigas com vãos maiores.....	109
Tabela 18: Propriedades geométricas do perfil U simples escolhido .....	110
Tabela 19: Propriedades mecânicas.....	111
Tabela 20: Especificações dos Produtos.....	111
Tabela 21: Comparação de deformação em MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS NO SAP.....	113
Tabela 22: Análise para vigas com distância entre perfis maiores.....	114

## NOMENCLATURA

$\Delta p_1$  = Perda de protensão devido à ancoragem;  
 $\Delta p_2$  = Perda por deformação instantânea dos cabos;  
 $\Delta p_3$  = Perda por relaxação dos cabos;  
 $\mu$  = Fator de amplificação dos momentos fletores;  
 $A$  = Área da seção transversal do perfil;  
 $A_B$  = Área do tendão;  
 $A_c$  = Área total da armadura ativa;  
 $A_{ef}$  = Área efetiva da seção transversal do perfil;  
 $A_g$  = Área bruta da seção transversal da barra;  
 $b = d'$ , largura do elemento;  
 $b/t \text{ lim}$  = Ver ABNT NBR 8800:2008 TABELA F.1 página128;  
 $b_{ef}$  = Largura efetiva do elemento comprimido AA;  
 $bf$  = Largura da mesa de um perfil;  
 $b_w$  = Altura de um perfil;  
 $Ca = 0,38$  para mesas ou almas de seções tubulares retangulares e  $Ca=0,34$  para todas as outras seções transversais;  
 $C_b$  = Fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme encontrado em 5.4.2.3. e 5.4.2.4 da NBR 8800:2008 página 47;  
 $C_w$  = Constante de empenamento da seção;  
 $d$  = Altura total da seção transversal;  
 $D$  = Dimensão nominal do enrijecedor de borda;  
 $e$  = Excentricidade do cabo;  
 $E$  = Módulo de elasticidade;  
 $e_1$  = É o limite do centro de gravidade para cima onde o cabo pode ser posicionado;  
 $E_c$  = Módulo de elasticidade do cabo;  
 $e_o$  = É o limite do centro de gravidade para baixo onde o cabo pode ser posicionado;  
 $F$  = Sobrecarga;  
 $f_d$  = Tensão de cálculo escoamento do aço;  
 $F_{SB}$  = Força axial;  
 $F_t$  = Carga concentrada;  
 $F_v$  = Parte da carga vertical que corresponde a viga por rigidez;  
 $f_y$  = Limite de escoamento;  
 $G$  = Módulo de elasticidade transversal ( $0,385 E = 770 \text{ KN/cm}^2$ )  
 $g_{min,d}$  = Carga permanente X 1,4 (coeficiente de segurança);  
 $h$  = Altura da alma;  
 $I$  = Momento de inércia no eixo a ser calculado;  
 $I_v$  = Inércia em X;  
 $J$  = Constante de torção uniforme da seção;  
 $k_l$  = Coeficiente de flambagem local para a seção completa;  
 $KL$  = Comprimento de flambagem do eixo em questão, e  $K$  é o coeficiente de flambagem, sendo  $K=1$  para vigas bi-rotuladas com apoios fixos sem travamentos no eixo;  
 $k_v = 5$  para almas sem enrijecedores transversais,  $a/h > 3$  ou  $\frac{a}{h} = \left(\frac{260}{h/t_w}\right)^2$ , e  $5 + \frac{5}{(a/h)^2}$  e em todos os outros casos, sendo  $a$  a distância entre as linhas de centro de dois enrijecedores, e  $h$  a altura da alma tomada igual à distância entre as faces internas das mesas nos perfis soldados e igual a esse valor menos os dois raios de concordância entre mesa e alma nos perfis laminados (NBR 8800:2008 - 5.4.3.1) e também para formados a frio conforme a NBR 14762.  
 $L_b$  = Comprimento destravado;

$L_t$  = Comprimento do cabo;  
 $L_v = L$  = Comprimento da viga;  
 $M_a$  = Valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no 1º quarto do trecho analisado;  
 $M_b$  = Valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no centro do trecho analisado;  
 $M_c$  = Valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no 3º quarto do trecho analisado;  
 $M_{cr}$  = Momento crítico de flambagem;  
 $M_e$  = Momento crítico de flambagem elástica lateral com torção;  
 $M_l$  = Momento fletor de Flambagem local elástica;  
 $M_{máx}$  = Momento máximo da viga;  
 $M_{min}$  = Momento fletor devido à carga mínima permanente (peso próprio da viga metálica);  
 $M_{pl}$  = Momento fletor;  
 $M_r$  = Momento fletor;  
 $M_{rd}$  = Momento fletor resistente de cálculo;  
 $M_{Rd}^{FLT}$  = Momento resistente no estado limite de Flambagem lateral com torção;  
 $M_{Rd}^{I.esc}$  = Momento resistente no início de escoamento da seção efetiva;  
 $M_{Sd}$  = Momento fletor solicitante de cálculo da seção transversal;  
 $M_t$  = Momento fletor devido a todos os carregamentos;  
 $M_{x,Rd}$  e  $M_{y,Rd}$  = Momentos fletores resistentes de cálculo, respectivamente em relação aos eixos x e y da seção transversal;  
 $M_{x,Sd}$  e  $M_{y,Sd}$  = Momentos fletores solicitantes de cálculo, respectivamente em relação aos eixos x e y da seção transversal;  
 $n = b_f/b_w$  para o cálculo da terça no dimensionamento a flexão no método da seção efetiva;  
 $n$  = Número de cabos para a determinação dos cabos no cálculo da viga Fink interna;  
 $N_{c,Rd}$  = Resistência de cálculo a compressão;  
 $N_{c,Sd}$  = Solicitação de cálculo a compressão;  
 $N_{ex}$  = Força normal de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo x;  
 $N_{ey}$  = Força normal de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo y;  
 $N_{ez}$  = Força normal de flambagem elástica por torção;  
 $N_{t,Rd}$  = Resistência de cálculo a tração;  
 $N_{t,Sd}$  = Solicitação de cálculo a tração;  
 $P = N = V$  = Carga de protensão;  
 $P_{máx}$  = É retirado do catálogo das especificações da cordoalha para carga mínima de 1% de deformação em KN;  
 $Q$  = Coeficiente redutor que considera o efeito da instabilidade localizada da sua seção transversal;  
 $Q_a$  = Coeficiente redutor da alma da seção;  
 $q_k = q_d$  = Carregamento permanente X 1,4 ( $\gamma_G$ ) + sobrecarga X 1,5 ( $\gamma_Q$ );  
 $q_{min}$  = Carga permanente;  
 $Q_s$  = Coeficiente redutor da mesa da seção;  
 $q_t = q$  = Carga total (peso próprio e sobrecarga);  
 $r_o$  = Raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção;  
 $r_x$  ;  $r_y$  = Raios de giração da seção bruta em relação aos eixos principais de inércia;  
 $t_w = t$  = Espessura da alma;  
 $u = D/b_w$  ;  
 $v$  = Acréscimo de flecha devido a força normal, 0,3;  
 $V_{pl}$  = Força cortante correspondente a plastificação da alma;  
 $V_{Rd}$  = Cortante resistente de cálculo;

$V_{sd}$  = Cortante solicitante de cálculo;  
 $W$  = Módulo de resistência elástico mínimo da seção com relação ao eixo de flexão;  
 $W_{ef}$  = Módulo resistente elástico da seção efetiva relativa ao início do escoamento da seção;  
 $W_i$  = Módulo de resistência da fibra inferior ( $W_i = \frac{I_x}{Y_i}$ );  
 $W_s$  = Módulo de resistência da fibra superior ( $W_s = \frac{I_x}{Y_s}$ );  
 $W_x$  = Módulo elástico resistente;  
 $y_{al} = y = 1,10$  em situações normais – coeficiente de ponderação de resistências (NBR 8800:2008, tabela 3 p.23);  
 $y_{prot}$  = Coeficiente ponderador da força de protensão = 1,2 no ato da protensão;  
 $y_{prot}$  = coeficiente de segurança de protensão em serviço = 0,9;  
 $Y_s = Y_i = d/2$ ;  
 $Z_x$  = Eixo x-x do perfil;  
 $\alpha$  = Relação entre o módulo de elasticidade da viga e da armadura ativa;  
 $\alpha_f$  = Valor limite conforme ABNT NBR 8800:2008 página 117;  
 $\alpha_p$  = Relação do módulo de elasticidade do aço e do cabo;  
 $\beta$  = Ângulo da montante com o cabo para calculo de viga com protensão externa;  
 $\beta$  = Coeficiente de perdas de protensão = 1,1;  
 $\delta$  = Deslocamento sem a protensão para carga pontual e carga distribuída;  
 $\delta$  = Encurtamento da cordoalha devido ao sistema de ancoragem que varia em média de 4 a 6 mm segundo Flor e Amaral (2013) apud Rezende (2004) para o calculo da perda de protensão por acomodação das ancoragens para viga com protensão interna;  
 $\delta_1$  = É o valor do deslocamento do limite superior e1;  
 $\delta_{m\acute{a}x}$  = Flecha máxima permitida por norma;  
 $\delta_0$  = É o valor do deslocamento do limite inferior;  
 $\delta_q$  = Deslocamento total com a protensão;  
 $\delta_{vSB}$  = Deslocamento no meio do vão;  
 $\lambda$  = Índice de esbeltez;  
 $\lambda_o$  = Índice de esbeltez reduzido;  
 $\lambda_p$  = Parâmetro de esbeltez limites para seções compactas;  
 $\lambda_r$  = Parâmetro de esbeltez limites para seções semicompactas;  
 $\sigma = f_y$  para cálculo do dimensionamento a compressão da viga interna protendida laminada;  
 $\sigma$  = Tensão inicial na viga ao nível do baricentro da armadura de protensão devida à protensão simultânea dos “n” cabos;  
 $\sigma_m$  = Tensão de compressão na peça;  
 $\nu$  = Coeficiente de Poisson do aço, adotado igual a 0,3;  
 $\chi$  = Coeficiente redutor que considera o efeito da instabilidade global;  
 $\chi_{FLT}$  = Fator de redução da resistência, associado a Flambagem distorcional na compressão centrada;  
 $\psi(t-t_0)$  = Coeficiente determinado pela NBR 6118:2007 que estabelece valores médios medidos após 1000 horas a temperatura de 20°C;  
 $\psi^\infty$  = Pode-se considerar que para o tempo infinito o valor de  $\psi(t, t_0)$  é dado por  $\psi(t^\infty, t_0) \cong 2,5 \psi_{1000}$  sendo  $\psi_{1000} = 2,5\%$ ;  
 $\sigma_p$  = Tensão com a protensão;  
 $\sigma_s, \sigma_i$ . Tensão na fibra superior ou inferior da seção.

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	15
1.1. Problema da pesquisa.....	16
1.2. Justificativas.....	17
1.3. Objetivo .....	18
1.3.1. Objetivo geral.....	18
1.3.2. Objetivos específicos.....	18
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
2.1. Breve histórico da protensão em estruturas de aço.....	19
2.2. Definições .....	20
2.3. Alguns exemplos de estruturas em aço protendidas .....	22
2.4. Técnicas construtivas.....	24
2.5. Perdas de protensão .....	28
2.6. Estudos relacionados à protensão .....	29
2.7. Alguns tipos de protensão em elementos em aço .....	33
2.8. Modelos de cálculo .....	38
2.9. Análise das vigas de aço protendidas .....	41
3. METODOLOGIA.....	47
3.1. Procedimentos metodológicos .....	47
3.1.1. Modelo de dimensionamento .....	48
3.1.2. Modelagem no programa SAP em elementos finitos.....	51
4. PROCESSOS DE DIMENSIONAMENTO .....	53
4.1 Vigas Fink externa e interna .....	53
4.2 Terças.....	75
4.3 Trelças.....	81
5. RESULTADOS.....	87
5.1. Aplicação 01 .....	87
5.2. Aplicação 02 .....	97
5.3. Aplicação 03 .....	102
5.4. Aplicação 04 .....	109
6. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÃO PARA TRABALHOS FUTUROS .....	115
6.1 Conclusão.....	115
6.1 Recomendações para trabalhos futuros.....	117
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	118
ANEXOS.....	122

## 1. INTRODUÇÃO

A protensão é uma técnica construtiva bastante utilizada para soluções estruturais envolvendo grandes vãos, resistindo a carregamentos elevados com peso reduzido, menores dimensões de seções transversais, com facilidade construtiva e economia. Entre as vantagens da protensão externa está à facilidade de inspeção e manutenção durante e após a protensão. O conceito de protensão vem sendo utilizado desde 1837, mas só em meados da década de 1930 que iniciaram estudos teóricos e experimentais e, a partir de 1950 que se verificaram algumas publicações de artigos técnico-científicos sobre o tema (NELSEN E SOUZA, 2012).

Entre as pesquisas mais recentes sobre o comportamento de vigas metálicas e mistas protendidas destacam-se os seguintes autores: Nunziata (1999); Nunziata (2003 e 2004) e Belletti e Gasperi (2010). No Brasil, têm-se registros nos trabalhos de Sampaio Júnior (1976) e de Gonçalves (1992) que desenvolveram procedimentos analíticos para dimensionamento e aplicações em reforço de pontes, Ferreira (2007) e Rezende (2007) analisaram numericamente o comportamento estrutural de vigas em aço protendidas externamente com seção transversal I, e ainda Flôr e Amaral (2013) dimensionaram e verificaram viga biapoiada, contínua e treliça de aço protendidos.

O emprego da protensão em aço não é muito habitual em construção e muito menos em edificação. Uma estrutura em aço pode reduzir a possibilidade de fratura dos elementos quando estes estão tracionados, controlar e recuperar deformações, fazer trabalhar a própria estrutura de maneira diferente a passiva, modificando a resposta de seus elementos, conseguindo assim alterar as distribuições dos esforços, conseguindo sistemas de união entre as peças de um pórtico, melhorando a estabilidade e aumentando a resistência à fadiga (CALVO, 2012).

Então, trabalhando para a protensão de todas as fibras, é possível reduzir a altura da seção entre 10 e 20% (e até 30 % em alguns casos). Esta redução afeta diretamente o peso do material, que afeta também a seção dos pilares e o tamanho da fundação (CALVO, 2012).

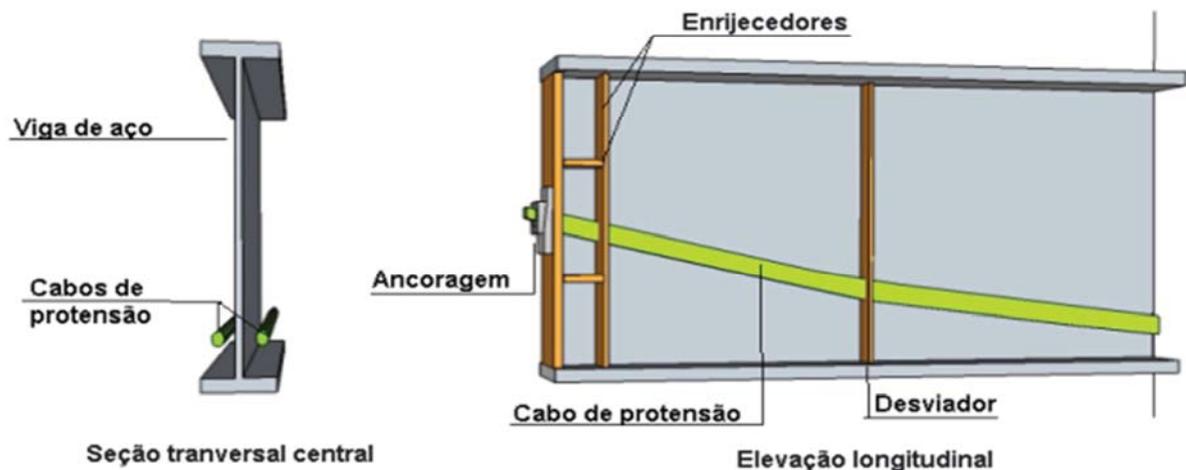
Outro fator importante relacionado à utilização do aço é o fato de ser um material 100% reciclável, e, portanto, as construções em aço ajudam a diminuir a agressão ao meio ambiente, contribuindo para um tema muito importante nos dias atuais, o “desenvolvimento sustentável”. Assim, o uso do aço favorece a mudança no modelo de produção, passando para o modelo da reutilização e reciclagem (FERREIRA, 2007).

Em vista disso verificou-se a importância do consumo do aço na construção civil e as vantagens do seu emprego, introduzindo o estudo da protensão em vigas de aço, apresentando e discutindo o uso de protensão em vigas de aço, bem como as possibilidades de aplicação, as principais hipóteses de projeto e aspectos construtivos. Ainda, modelos de dimensionamentos de cálculo estão sendo apresentados neste trabalho.

### 1.1. Problema da pesquisa

A flexão nas vigas é um dos maiores problemas que acontecem nas estruturas, sendo que a viga auxilia na transferência dos esforços recebidos das lajes para o pilar e, por isso, que introduziram-se os cabos de protensão nas vigas, Figura 1, para a confirmação da diminuição dessa deformação.

Figura 1: Viga de aço protendida



Fonte: Adaptado de Nelsen e Sousa (2012).

Com isso, a questão neste trabalho é como analisar e dimensionar os elementos estruturais em aço protendidos, sendo que não conhecemos nenhuma norma que trate da mesma, auxiliando na diminuição das deformações e na redução das dimensões da seção transversal.

## 1.2. Justificativas

A protensão em elementos em aço ajuda na minimização de custos ambientais, além de melhorar a sustentabilidade nas construções em aço utilizando de maneira mais adequada o material, auxiliando em um carregamento maior na estrutura com menor deformação.

Como a técnica é pouco difundida, é de suma importância resgatar esse tipo de sistema estrutural, afirmando que gera mais economia e, com isso, criar contribuições para um maior conhecimento sobre o tema de estruturas protendidas em aço, já que é um tema pouco abordado.

A protensão pode ser utilizada em muitos tipos de estruturas de aço de construção civil, naval, aviação, mecânica e engenharia elétrica, tanto em novas estruturas como no reforço de antigas. Na engenharia civil, o protendido pode ser usado principalmente em estruturas suspensas, tetos, especialmente em grandes superfícies, estruturas de plataformas industriais, painéis de chapa e painéis de parede, vigas guindaste, pontes rolantes, estradas, pontes ferroviárias ou em elementos mistos (aço e concreto), chaminés, torres, postes e molas de aço de grande comprimento, mangas, tubos, diferentes estruturas para diversos fins especiais (CALVO, 2012). Segundo Reis (2003), a protensão externa pode ser aplicada também em pontes em balanços sucessivos formados por segmentos pré-moldados.

### **1.3. Objetivo**

#### **1.3.1. Objetivo geral**

Este estudo tem como objetivo geral analisar o comportamento estrutural de elementos de aço protendidos, apontando as diretrizes para utilização dessa técnica.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

Para cumprir as metas deste trabalho, os seguintes objetivos específicos devem ser tratados:

- a) Desenvolver um roteiro de modelo de dimensionamento dos elementos protendidos em aço em planilha excel baseados em referenciais bibliográficos;
- b) Desenvolver modelagens de análise no programa SAP em elementos finitos dos elementos protendidos e não protendidos em aço para comparação dos resultados e, com isso, compreender o comportamento estrutural das vigas de aço protendidas.

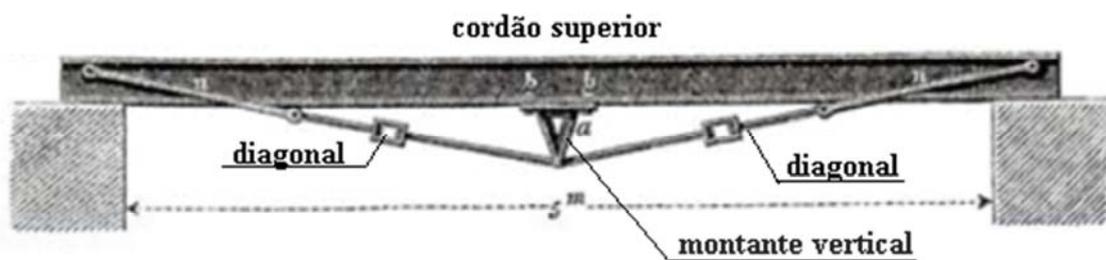
## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Breve histórico da protensão em estruturas de aço

A Revolução Industrial iniciada por volta de 1760 na Inglaterra auxiliou na construção da primeira ponte de metal conhecida como Coalbrookdale, uma ponte de ferro fundido no rio Severn, vencendo um vão de 30,5 metros, sendo uma das poucas pontes restantes em pé desde esta data (ELLER, 2011).

Na Pensilvânia começaram a surgir soluções de protensões para as pontes porque havia necessidade de conectar os diferentes estados por ferrovias. Em 1861, pesquisadores, chegaram a uma redução estimada de 40% na quantidade de aço em certos tipos de estruturas. Em 1868, Albert Fink concluiu a viga Fink ( Figura 2), esta formada por quatro elementos: o primeiro é um cordão superior, geralmente contínuo e horizontal, em seu ponto médio, com uma montante vertical com menor dimensão que o primeiro, que trabalham a compressão ou a flexão, e mais o sistema com duas diagonais, que trabalham à tração, que unem o extremo inferior da montante com cada um dos extremos do cordão superior (CALVO, 2012).

Figura 2: Viga Fink



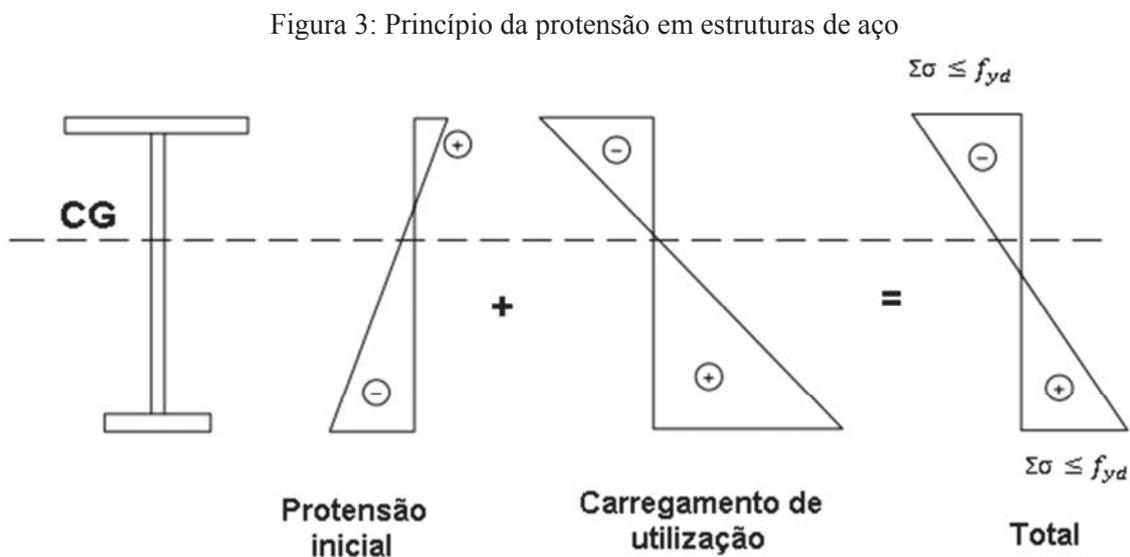
Fonte: SCHULITZ et al. (2000).

Em 1906, quando se deu o início do concreto e após, em 1928, Eugène Freyssinet, pai mais reconhecido do protendido, registra alguns métodos que descrevem perfeitamente o sistema de protensão do concreto armado. Um dos primeiros trabalhos de Eugène Freyssinet desenvolvido como profissional são alguns postes elétricos de até 16 m de altura, com parede de 18 mm de espessura e 5 mm de revestimentos, onde foram colocados em 1928 e, ainda hoje, estão em funcionamento (CALVO, 2012).

## 2.2. Definições

A protensão em uma peça metálica consiste em introduzir nela, geralmente mediante um membro tensor, tensões de sinal contrário às provocadas pelas cargas de serviço, de maneira que as tensões resultantes ( $\Sigma\sigma$ ) permaneçam sempre inferiores aos valores limites admissíveis ( $f_{yd}$ ), como na Figura 3 (ALVAREZ, 1987).

No caso de protensão em elementos de aço há possibilidade de instabilidades que podem limitar a força de protensão e conseqüentemente reduzir a eficiência do sistema, essa é uma das variáveis de projeto que devem ser analisadas (NELSEN E SOUZA, 2012).



Fonte: Adaptado de Nelsen e Souza (2012).

Segundo, Hashimoto et al. (2011), a protensão pode ser definida como o artifício de introduzir, em uma estrutura, um estado prévio de tensões, de modo a melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob ação de diversas solicitações.

Segundo Ferreira (2007), os aços de protensão podem ser encontrados das seguintes formas:

- Fios treilados de aço carbono, com diâmetro de 3 a 8 mm, fornecidos em rolos ou bobinas;
- Cordoalhas: fios treilados, enrolados em forma de hélice, com dois, três ou sete fios, e o diâmetro pode variar de 6,5 a 15,7mm;
- Barras de aço-liga, de alta resistência, laminadas a quente, com diâmetros superiores a 12mm e comprimento limitado.

Já o conjunto de fios forma o cabo, que é uma barra flexível de baixa rigidez que resiste a esforços de tração. A utilização dos cabos se dá principalmente em teleféricos, em linhas de transmissão e em pontes que podem ser do tipo suspensa ou estaiada. Entretanto, devido ao baixo peso próprio dos cabos em função do seu vão, deve levar em consideração os cálculos de oscilações e efeitos de cargas de ventos. Quando submetidos apenas ao peso próprio podem vencer vãos de até 30 km, mas apresenta como desvantagens a dificuldade de absorção do empuxo horizontal e a sua instabilidade de forma quando submetido a variações de carregamento, que pode ser desde uma única carga centrada, duas cargas e uma carga distribuída (SANTOS; PIOVESAM; CURTIUS, 2012).

As armaduras de protensão, segundo Ichitani, Leopoldo e França (2002) são submetidas a tensões elevadas de tração, em geral acima de 50% da sua resistência de ruptura ( $f_{ptk}$ ). Nessas condições, costumam apresentar uma perda de tensão ( $\Delta\sigma_{pr}$ ) sob deformação constante, denominada relaxação do aço, que se deve aos componentes e a montagem. Deste ponto de vista, os aços de protensão são classificados em aços de relaxação normal (RN) quando  $\Delta\sigma_{pr}$  pode atingir cerca de 12% da tensão inicial ( $\sigma_{pi}$ ) e aços de relaxação baixa (RB) onde  $\Delta\sigma_{pr} \leq 3,5\% \sigma_{pi}$ .

Segundo a ABNT NBR 6118/2007 os aços de protensão têm suas tensões iniciais de tração, no momento de aplicação da força de protensão limitadas pelos seguintes valores, sendo  $f_{pyk}$  limite de escoamento:

- a) Para aços de relaxação normal (RN):  $\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,87f_{pyk} \end{cases}$
- b) Para aços de relaxação baixa (RB):  $\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,82f_{pyk} \end{cases}$
- c) Aços CP-85/105, fornecidos em barra:  $\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,72f_{ptk} \\ 0,88f_{pyk} \end{cases}$

Essas tensões limites são para o caso de pós-tração, o que ocorre nas vigas em aço protendidas. Esses limites são necessários para evitar a ruptura do cabo durante a protensão, para que a perda por relaxação do aço não seja muito elevada e porque tensões excessivas deixam o aço de protensão com maior sensibilidade à corrosão.

Os fios para protensão, segundo o Belgo, Aliviados (RN) e Estabilizados (RB), fornecidos de acordo com as normas ABNT NBR 7482/2008, ASTM a 421 e BS 2691 apresentam características como:

- a) Perda máxima por relaxação após 1.000 horas a 20°C para carga inicial de 80% da carga de ruptura;

- b) Relaxação normal (RN) = 8,5 %;
- c) Relaxação baixa (RB) = 3,0%.

As principais propriedades mecânicas do aço de protensão são:

a)  $f_{ptk}$  Resistência característica à ruptura a tração do aço:  $\sigma_R > 85 \text{ kg/mm}^2$ , segundo Alvarez (1987), as resistências à tração dos cabos variam entre 140 e 180  $\text{kg/mm}^2$  aproximadamente;

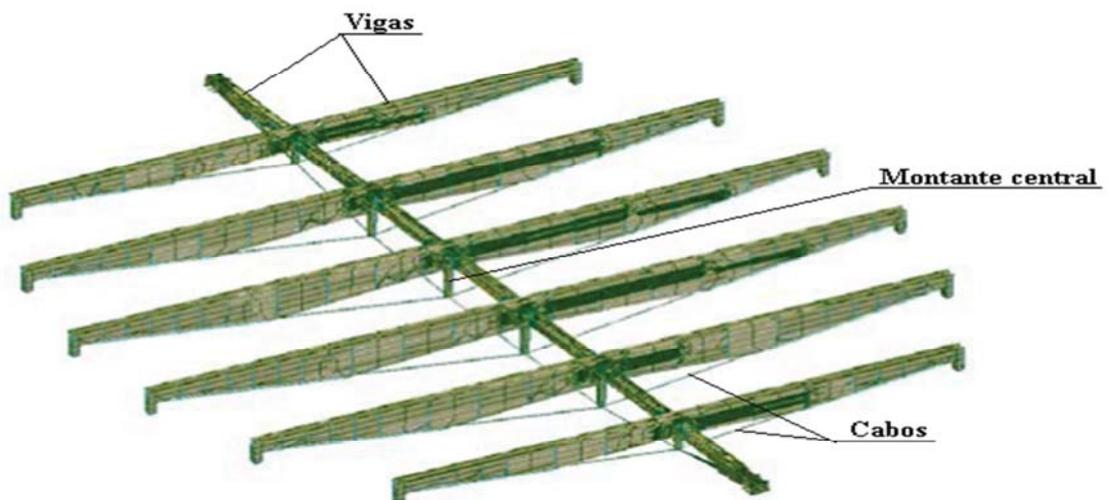
b)  $E_p$  Módulo de elasticidade: de acordo com a ABNT NBR 6118/2007, na falta de dados específicos, pode-se considerar o valor de 210 GPa para o módulo de elasticidade de fios e cordoalhas;

c)  $\varepsilon_{uk}$  : Alongamento após ruptura:  $\delta_{10} > 2$  por 100;

### 2.3. Alguns exemplos de estruturas em aço protendidas

Em 1991, foi construída uma estrutura em aço protendida, o pavilhão da Badalona, um clube de basquete, tendo um tamanho total de 150 m x 120 m. O arranjo dos assentos está organizado em torno do oval que permite os espectadores a desfrutar de um excelente show que é oferecido. Uma das virtudes do pavilhão está nas seis vigas com protensão externa em uma direção que juntaram outro cruzamento. Os vãos das duas vigas mais curtas são de 64 metros e as centrais podendo chegar a 87 metros. Com a protensão da viga principal, ela alcança a recuperação da deformação de 250 mm, e das outras vigas de 170 mm, mostrada na Figura 4 (CALVO, 2012).

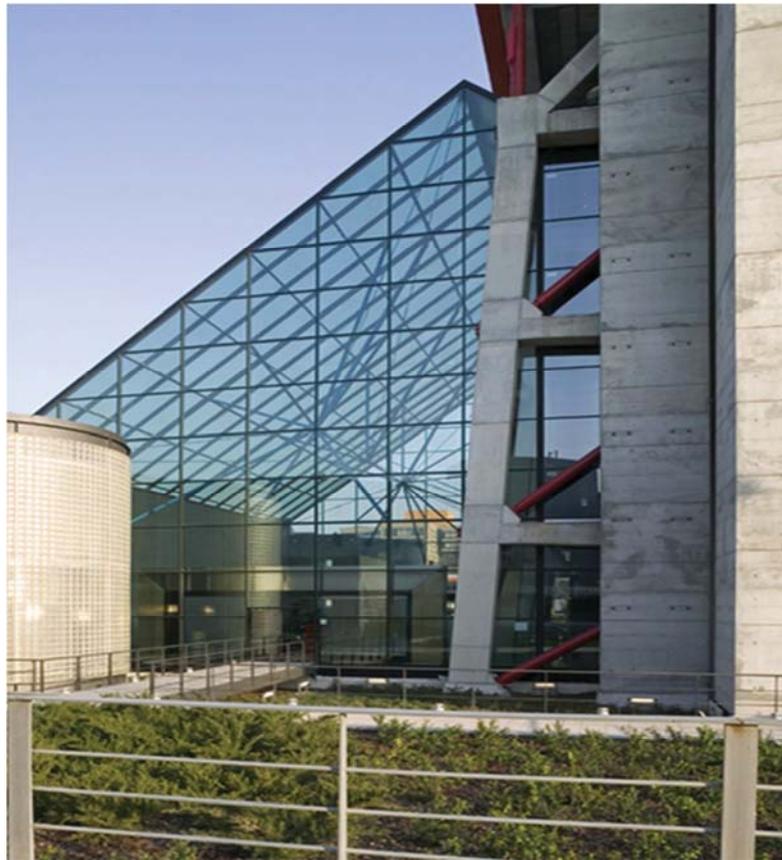
Figura 4: Cobertura do pavilhão de Badalona



Fonte: Calvo (2012).

Em 1999, em Barcelona, foi criada a Torre de átrio Hesperia, com dimensões de 30 por 20 m, com uma altura de 24 m (Figura 5). É modulada por uma trama de retângulos que, nas paredes verticais têm medidas de 2 x 2,5 m<sup>2</sup>. A estrutura está submetida a uma carga de intensidade de 0,75 kN/m<sup>2</sup>, que corresponde ao próprio peso do vidro, e a 0,40 kN/m<sup>2</sup>, com previsão da neve. Ela tem o envolvimento da pressão e sucção do vento, de acordo com o ângulo do revestimento e as normas NB-AE-88 e o peso próprio dos perfis de aço. Para entender a estrutura, podem-se distinguir as fachadas externas, que são quatro planos: dois verticais e dois inclinados, e as hastes internas que são elementos de tensão que suportam comprimindo a casca (CALVO, 2012).

Figura 5: Vista externa da Torre de átrio Hesperia



Fonte: Atrio del Hotel Hesperia Tower (2005).

Mais um exemplo de estrutura é a construção da ponte Kurilpa, em 2009, que atravessa o estuário Queenslane Brisbane, na Austrália (Figura 6). A ponte já foi originalmente construída para ser uma ponte solar, em que os raios do sol refletidos nos cabos de suspensão na parte da manhã se armazenam nas luzes de energia LED, permitindo que a ponte ilumine à noite. É uma ponte para pedestres e bicicletas. O sistema de cabo tem 80

bobinas de arame galvanizado e 252 cabos tensionados, que são feitos de aço inoxidável (KEINDAHAN JEMBATAN ELIPS, 2013).

Figura 6: Ponte Kurilpa



Fonte: KEINDAHAN JEMBATAN ELIPS (2013).

#### 2.4. Técnicas construtivas

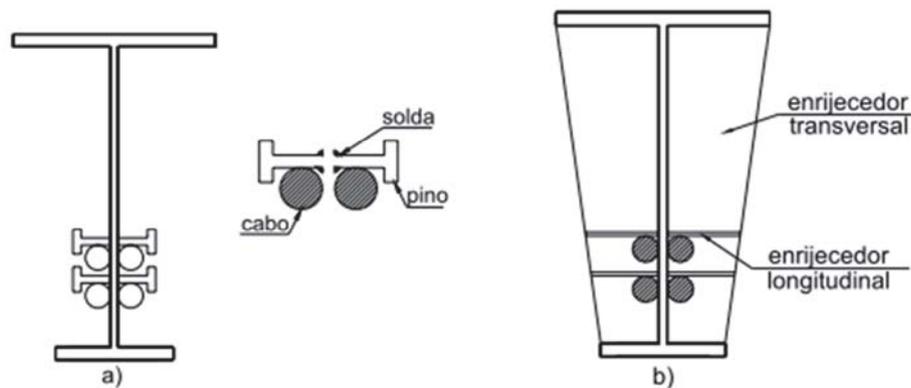
A aplicação da protensão em vigas em aço é uma técnica que deve ser realizada por profissionais especializados, de forma a evitar erros que podem levar a graves consequências. Muitos pesquisadores ainda hoje estão conhecendo o método de protensão, que se torna um elemento importante na área estrutural (FERREIRA, 2007).

Sendo assim, a protensão externa é caracterizada por possuir os cabos de protensão colocados fora da área física ocupada pela seção transversal da estrutura. Também, as forças exercidas pelos cabos de protensão são transferidas para a estrutura apenas nos pontos de ancoragem e nos desviadores e não existe aderência entre a armadura de protensão e a estrutura. Sendo que a protensão externa não está limitada as estruturas de concreto, estes têm influências ambientais, e o trabalho de inspeção e manutenção é facilitado e, devido à ausência de aderência entre os cabos e a estrutura, é possível fazer a reprotensão, aliviar a protensão e até mesmo substituir os cabos de protensão, desde que os detalhes do projeto estrutural permitam essas ações (REIS, 2003).

Ferreira (2007) listou as operações indispensáveis para a realização da protensão nas vigas em aço:

a) Preparação da viga, através da colocação dos desviadores, que podem ser pinos soldados à alma ou ainda chapas metálicas soldadas à alma da viga, que ajudarão a desviar o cabo e servirão como enrijecedores para a alma, colocados ao longo do seu comprimento, definindo assim, o traçado do cabo e o sistema de ancoragens (Figura 7).

Figura 7: Desviadores do cabo de protensão a) pino b) enrijecedor

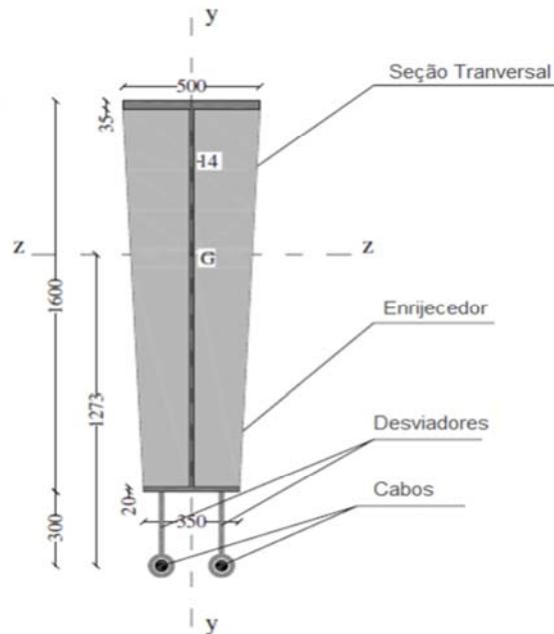


Fonte: Ferreira (2007).

Belleti e Gasperi (2010) afirmam que o uso de vários desviadores ajuda na capacidade para aplicar altos valores de protensão, mas, em contrapartida, é caro e difícil de construir, também ajuda no ajustamento do diagrama de momento de flexão da viga das cargas verticais, mas entre colocar dois e onze desviadores, sempre melhor colocar cinco desviadores pelo bom desempenho e a capacidade de suportar a carga, para vigas de 35 a 40 metros.

Ainda os mesmos autores mostram que existem desviadores externos à seção, compreendidos de um pino com uma seção circular tubular na extremidade para a passagem do cabo de protensão, conforme Figura 8.

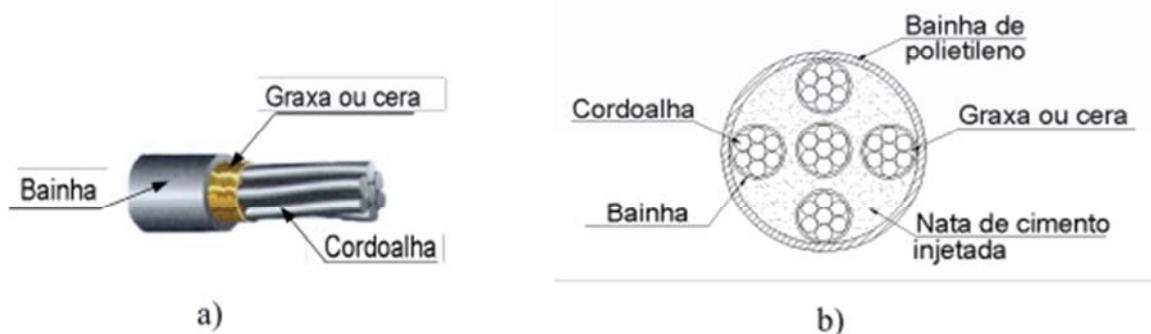
Figura 8: Desviadores externos



Fonte: Belletti e Gasperi (2010).

b) Formação dos cabos: as cordoalhas são agrupadas em número adequado, em função das solicitações na peça para formar o cabo externo a serem colocadas na viga de aço para posterior aplicação da força de protensão. As cordoalhas ficam paralelas, espaçadas ou não, e estão dispostas dentro de uma bainha de polietileno de alta densidade e preenchidas com graxa inibidora de corrosão ou por meio de zinco, que garantem a necessária proteção contra a corrosão das armaduras de protensão sendo utilizadas para formar o cabo. Para preencher o vazio do cabo de protensão, é executada uma injeção final de nata de cimento ou de graxa especial, isenta de produtos agressivos. Na Figura 9, pode ser observada uma cordoalha de sete fios, e, assim, um cabo de protensão constituído por cinco cordoalhas.

Figura 9: a) cordoalha de sete fios; b) cabo de protensão com cinco cordoalhas



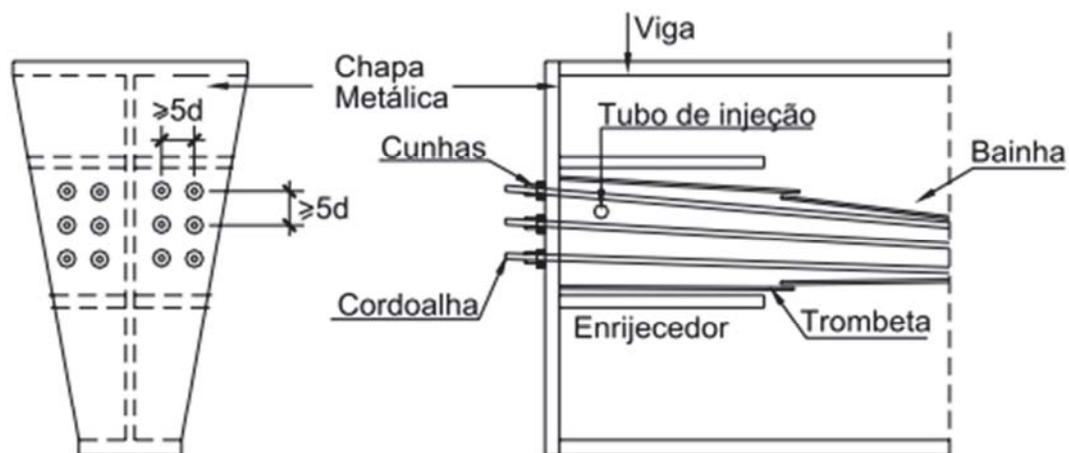
Fonte: Ferreira (2007).

c) Ancoragens: para garantir que os cabos não voltem as suas posições originais são colocadas as ancoragens que são dispositivos usados para fixar os cabos de protensão, de modo que a força de protensão aplicada pelo macaco hidráulico seja mantida.

Os tipos de cunhas mais utilizadas são feitas por meio de cunhas metálicas e as do tipo rosca e porca, quando são utilizados cabos constituídos de barras laminadas com rosca.

A Figura 10 representa o sistema de ancoragem através de cunhas para uma viga em aço protendida, formada por uma chapa metálica colocada na seção transversal da viga (placa de ancoragem), enrijecedores longitudinais metálicos soldados à alma, cunhas metálicas que irão ancorar cada cordoalha individualmente, trombeta de plástico ou metálico (peça cônica de transição entre a bainha e a placa de ancoragem) e um tubo para injeção final da nata de cimento.

Figura 10: Ancoragem através da utilização de cunhas metálicas



Fonte: Nunziata (1999b).

Para a ancoragem por rosca e porca, podem ser utilizadas barras com rosca em todo o seu comprimento (Figura 11a), que podem ser cortadas em qualquer dimensão dependendo da necessidade, ou barras lisas com rosca somente nas extremidades (Figura 11b). Ambas são constituídas por aço de alta resistência e baixa relaxação.

**Figura 11: Sistema de ancoragem rosca e porca a) barras roscadas; b) barras lisas**



Fonte: Ferreira (2007).

Hendrick e Clotey (1983) estudaram as características e rigidez das vigas protendidas de aço e concreto para pontes, com aproximadamente um ano de observação sob cargas contínuas, no entanto, salientam, que o comportamento material elástico a partir de medições de tensão, sobre a viga de aço chegou a valores reais. Do mesmo modo, a tensão em aço de reforço longitudinal na laje de concreto aproximou os valores. A deflexão vertical da ponte para baixo aumentou 0,77 cm entre o tempo de aplicação da carga sustentada adicional para o final do período de observação. Além disso, os deslocamentos de deslizamento para as espécies de conectores de tubos são maiores do que os deslocamentos de deslizamento para as espécies de conectores com rosca.

d) E aplicação da protensão através da utilização de macacos hidráulicos, que são ligados a bombas especiais, capazes de produzir altas tensões no cabo, até que seja atingida uma tensão elevada no aço de protensão, o que resulta em forças de protensão muito grandes.

## 2.5. Perdas de protensão

As perdas de protensão segundo Ferreira (2007) são as perdas verificadas nos esforços aplicados aos cabos de protensão que podem ser:

a) Perdas imediatas: verificadas durante a operação de estiramento e ancoragem dos cabos se dividindo em:

a.1) Perdas no macaco que variam de 3 a 8%, podendo ser regulada no momento da protensão;

a.2) Perdas por atrito, produzidas por atrito do cabo com peças adjacentes, no caso de protensão de cabos externos onde localizam-se os desviadores;

a.3) Perdas por protensão sucessiva, em casos em que existam vários cabos a serem protendidos sucessivamente. Ocorre perda da força de protensão devida à deformação do cabo já protendido, em razão da deformação elástica da viga;

a.4) Perdas nas ancoragens, que após a aplicação da protensão, os cabos são ancorados e em decorrência desse processo, acontecem perdas de protensão, causadas pela transferência da força nos macacos para as ancoragens e pela penetração das cunhas no momento da cravação;

b) Perdas retardadas ou progressivas, que ocorrem durante vários anos, que são causadas pela relaxação e deformação do aço de protensão decorrentes da montagem.

## **2.6. Estudos relacionados à protensão**

Estudiosos como Russell e Snyder (1995) compararam viga de concreto protendido com viga de aço sem a protensão, e concluíram que colocando a protensão nas vigas, elas poderiam atuar em vãos maiores, economizando material e fornecendo um impacto econômico imediato do menor custo do aço, além de resultar em uma viga mais leve.

Russell e Snyder (1996) mostraram que a protensão resulta em uma redução significativa na quantidade de aço requerida para um dado comprimento do vão e carregamento. O custo da protensão vai compensar parcialmente a redução dos custos de aço.

Nunziata (1999b) demonstrou um ensaio de uma viga de aço protendida de 21,40 m de comprimento, colocando em cima dela blocos de concreto de 25 KN cada um, descrevendo técnicas e verificações para o uso da protensão em aço. Com a experimentação, pôde-se confirmar que há superioridade em termos de resistência e de estabilidade das estruturas em relação às estruturas semelhantes dessas vigas sem a protensão, e que é de simples execução essa tecnologia.

Além da alta resistência proporcionada pelo emprego do aço protendido, ele ajuda na eliminação das tensões de tração, auxilia na redução das dimensões da seção transversal, também a diminuição da flecha e permite na inovação de sistemas construtivos diversos (ISHITANI; LEOPOLDO; FRANÇA, 2002).

Schnerch et al. (2005) mostraram o potencial de polímeros reforçados com fibras de carbono que possuem módulo de elasticidade três vezes maior que o aço para o fortalecimento de pontes de aço e estruturas. Esse polímero pode ser utilizado para aumentar a rigidez à flexão e resistência à flexão de estruturas mistas de aço e concreto. Também indicam que o

uso de alto módulo desses polímeros pode reduzir os danos devidos à sobrecarga, em comparação com vigas reforçadas com condições de tensão.

Lorenc e Kubica (2006) trataram dos mecanismos de falha e comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas com cabos externos submetidos à flexão positiva. Os ensaios experimentais foram realizados em vigas com cabos lineares e enrolados, bem como uma viga sem protensão. Seis vigas foram testadas até a ruína, chegando à conclusão que, a partir de ensaios, comprova-se que com a protensão externa resulta-se em um aumento de carga final de 25% em comparação com a viga não protendida e que na mesma excentricidade do cabo não houve nenhuma diferença significativa entre o comportamento das vigas protendidas com cabos enrolados e os protendidos com cabos retos sem pontos de inflexão intermediários.

Segundo Ferreira (2007), os cabos externos facilitam os trabalhos de inspeção, manutenção e até substituição quando necessário. Já Reis (2003) afirma que auxilia na redução das perdas de protensão por atrito como resultado da eliminação praticamente total das ondulações parasitas dos cabos. Adicionalmente, o emprego de bainhas de tubos de polietileno rígido proporciona drástica redução no coeficiente de atrito se comparado com o produzido com o emprego das bainhas tradicionais de aço corrugado. Também os traçados mais simples dos cabos externos são vantajosos se comparados com os traçados convencionais dos cabos internos, os quais, em geral, trazem dificuldades para os detalhes construtivos, e os cabos dos sistemas de protensão externa podem ser projetados de forma a prever eventuais futuras substituições e operações de reprotensão, sem implicar acréscimos significativos de custo.

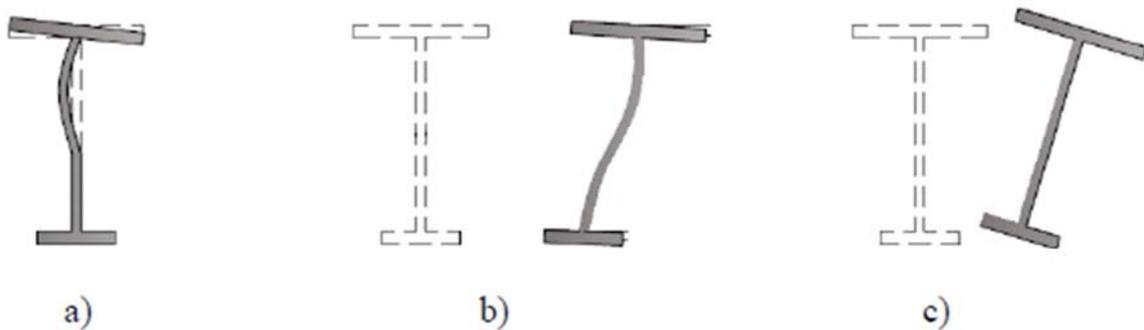
Ferreira (2007) e Reis (2003) relataram algumas desvantagens relacionadas ao aço protendido, que são:

- a) Corrosão do aço de protensão: as armaduras sofrem com a corrosão sob tensão, fragilizando a seção da armadura e, por esse motivo, que se deve ter uma proteção maior com o aço protendido;
- b) Os cabos de protensão podem sofrer vibração e, portanto, devem ter o comprimento livre limitado;
- c) Forças altas nas ancoragens;
- d) Controle de execução mais rigoroso;
- e) Cuidados especiais em estruturas hiperestáticas;
- f) Os desviadores e as ancoragens devem ser colocados com alto grau de precisão, o que em muitas circunstâncias se torna difícil de conseguir;

g) Normalmente a altura ótima para a seção transversal não pode ser totalmente utilizada, resultando em uma menor excentricidade para os cabos de protensão externos, conduzindo à necessidade de uma maior altura de seção ou acréscimo do aço de protensão para atingir a mesma resistência no estado limite último, se comparado com elemento com protensão interna;

h) Instabilidades da estrutura em aço: os elementos estruturais devem ser verificados quanto às tensões limites e analisados quando há flambagem local, distorcional ou lateral (Figura 12). A flambagem local pode acontecer na alma ou na mesa do perfil, tendo como consequências a perda da estabilidade das chapas comprimidas que compõem o perfil, antes que a tensão global seja atingida. A flambagem distorcional, caracteriza-se pela rotação e possível translação do conjunto formado pela mesa comprimida e seu enrijecedor de borda, alterando a forma inicial da seção. A flambagem lateral é a perda do equilíbrio no plano principal de flexão, levando a deslocamentos laterais e rotações de torção. Para evitar a ocorrência da flambagem lateral de uma viga I é necessário providenciar contenção lateral de forma a garantir uma maior rigidez à torção da peça. O momento resistente da seção será o menor dos valores encontrados para a mesa e a alma e este valor será comparado com o momento solicitante de cálculo para checar se a seção está apta a resistir aos carregamentos previstos.

Figura 12: Modos de flambagem: a) flambagem local b) flambagem distorcional c) flambagem lateral com torção



Fonte: Ferreira (2007).

Também deve-se verificar a flexocompressão, onde a viga de aço protendida é submetida à combinação da solicitação de momento fletor causado pelo peso próprio e pelas cargas externas e ao esforço axial de compressão gerado pela força de protensão aplicada (FERREIRA, 2007). Existem duas maneiras de analisá-las seguindo a norma NBR 8800/2008 que utiliza equações empíricas de interação que levam em consideração o efeito de 2ª ordem e

segundo a “*American Institute of Steel Construction*” (AISC/2010) que traz fórmulas de interação dos elementos.

Park et al. (2010) estudaram o comportamento à flexão e efeito de reforço de uma ponte utilizando um aço de viga I protendida externamente com armaduras não aderentes. Onze vigas de aço foram fabricadas e testadas em termos de tipo de cabos, a quantidade de força de protensão, a instalação de um desviador, e o embutimento de um cabo. Os resultados mostram que o método de protensão externa cria uma viga de aço mais resistente quando a quantidade adequada de força é aplicada. Os experimentos foram comparados com uma solução teórica, a fim de verificar se o método de protensão externa é útil para o fortalecimento de uma ponte de aço e se é aplicável no domínio da construção. As deformações e tensões dos aços testados de vigas em I que foram protendidos externamente com armaduras não aderentes foram medidas a fim de investigar se existe melhoria da capacidade de flexão e os resultados mostraram que o rendimento dessas vigas I aumentaram significativamente. A instalação de um desviador tem grande influência no efeito de reforçar vigas de aço. Em particular, o desviador afetou a zona de tração no centro do vão, e aumentou a capacidade de flexão da viga de aço de 30% a 40%. O cabo que foi aplicado, como fios, proporciona melhor rigidez à flexão, mesmo quando comparados com vigas que foram protendidas com cabos sob mesma força de protensão. Em conclusão, o método de força de protensão não aderente externamente é útil para reforçar vigas I de aço, pois fornece uma facilidade de aplicação e viabilidade econômica. Além disso, a quantidade da força aplicada, a instalação de um desviador, e o embutimento de um cabo podem ser fatores importantes que influenciam o reforço das vigas I em aço.

Segundo Miged (2010), a vantagem da protensão de viga de aço compósita com tensão ilimitada é aumentada devido às cargas externas, o aumento da força do cabo neutraliza a carga externa e reduz a deflexão da viga. Também mostram equações de análise para o estudo elástico e o estado totalmente plástico que são desenvolvidos com base no equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações. A comparação entre os cabos limitados e ilimitados mostra que a ligação dos cabos em vigas de aço protendidas tem pequeno efeito na melhoria do seu comportamento, sendo que as resistências finais são as mesmas e observam que enrolar os cabos reduz as tensões de cisalhamento na viga.

Boatman (2010) estudou a vida útil esperada em vigas de aço e protendidas, onde relatou que a vida de serviço de uma viga de aço é estimada em 47 anos, a vida útil de uma viga protendida em serviço é estimada em 45 anos e a vida de uma viga I protendida em serviço é estimada em 52 anos, deteriorando-as de forma quase idênticas.

DeWit (2012) estudou um sistema estrutural de aço composto e viga de concreto protendida para edifícios residenciais e comerciais. Este sistema proporciona melhorias significativas sobre sistemas estruturais típicos, tais como aço, concreto pré-moldado, trazendo várias vantagens como: o sistema proposto é capaz de atingir taxas de extensão de mais de 24 m, que é uma melhoria em relação aos sistemas pré-moldados de concreto padrão; também requer escoramento mínimo ou temporário durante a construção; é capaz de reduzir a quantidade de aço utilizada em vigas estruturais de quase 30%, o que resulta em significativa redução de custos; obtém reduções significativas no peso da viga quando em comparação com pré-moldados de concreto e é capaz de resistir eficazmente às cargas típicas vividas por um prédio comercial de seis andares.

Ibrahim, Mohaisen e Ahmed (2012) analisaram vigas de aço-concreto com protensão em modelagens em elementos finitos não-lineares para investigar o comportamento até a ruptura simplesmente apoiadas, com o programa ANSYS (versão 12.0). Três modelos foram analisados para verificar sua capacidade e eficiência, onde os resultados de carga última e deflexão obtidos por soluções de elementos finitos mostraram boa concordância com os resultados experimentais.

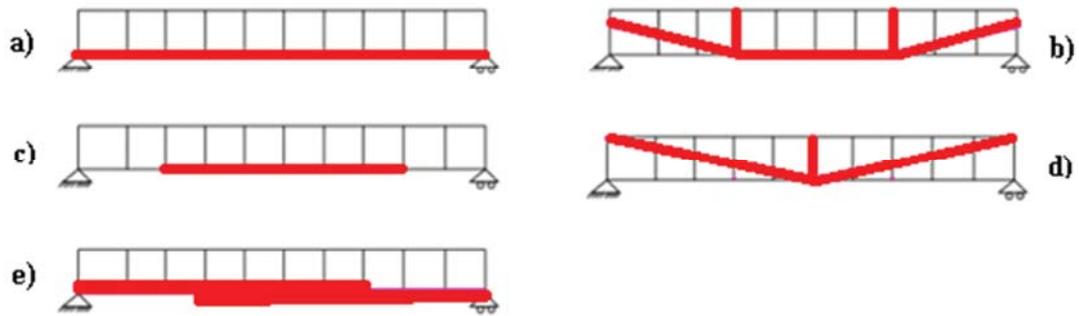
A norma europeia Eurocodigo 3, Projeto de estruturas de aço, parte 1.11, apresenta projeto de estruturas com componentes em tensão, trabalha com grupos de diferentes componentes de tensão, divididos em grupo A, B e C, oferece referências normativas para o aço protendido, requisitos gerais, cabos, tendões e barras, e proteção de corrosão individual de cada cabo. Também apresenta fórmulas dos estados limites último para cordões e barras protendidas, para os estados limites de serviço mostra alguns critérios de capacidade de serviço que devem ser consideradas que são as vibrações ou deformações na estrutura, e o comportamento próprio dos elementos de alta resistência da tensão que estão relacionados com seu comportamento elástico e com a durabilidade.

## **2.7. Alguns tipos de protensão em elementos em aço**

Para a protensão interna das vigas é colocada um traçado reto interno em vigas que podem ser treliçadas ou de alma cheia.

Na Figura 13, encontram-se as disposições do membro tensor em vigas apoiadas de alma cheia, com traçados inferiores (a), centrais (c), cruzados (e) e poligonais (b;d) do membro tensor.

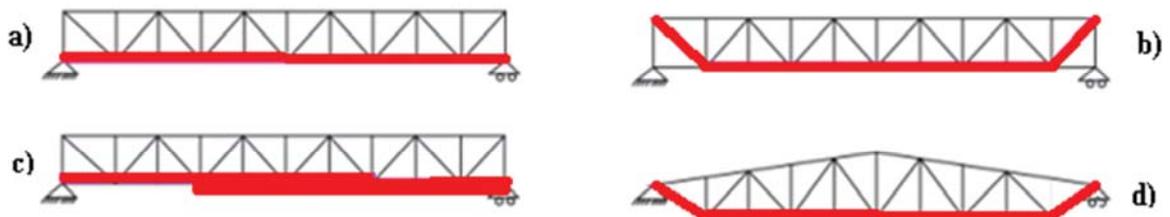
Figura 13: Disposições do membro tensor em vigas apoiadas



Fonte: Adaptado de Alvarez (1987).

Já a disposição do membro tensor em vigas treliçadas pode ser dos seguintes tipos, conforme Figura 14, onde se observa o traçado inferior (a), cruzado (c) e poligonal (b;d), onde atinge a protensão com maior número de barras, adaptando melhor as forças de protensão de momentos fletores.

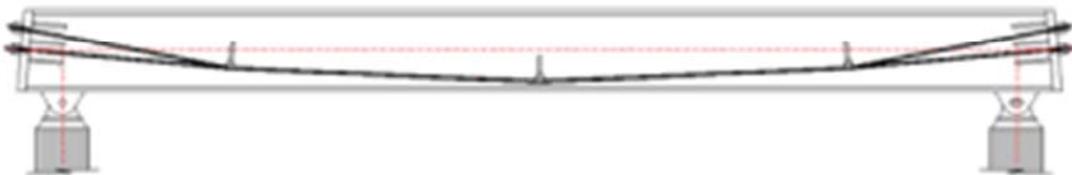
Figura 14: Disposição do membro tensor em vigas treliçadas



Fonte: Adaptado de Alvarez (1987).

Protensão interna poligonal de vigas, onde as ancoragens situam-se no extremo entre a fibra neutra e a cabeça da viga, como mostrada na Figura 15. Como desvantagem indica-se o aumento das perdas de tensão por atrito e maior complexidade do traçado. (CALVO, 2012).

Figura 15: Viga de alma cheia com protensão interna poligonal

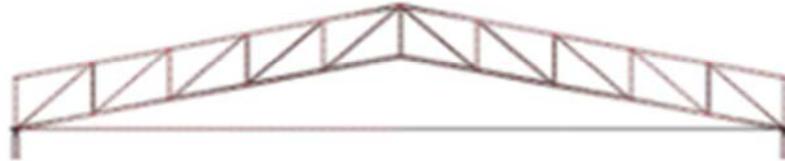


Fonte: Calvo (2012).

Na protensão externa de vigas, o traçado do cabo excede o perímetro, geralmente por debaixo, melhorando o rendimento da viga.

Na Figura 16 reproduz-se a elevação de uma viga treliçada de duas águas. A dobra superior, a que os momentos da cumeeira invertem-se, enquanto que o tensor impede quase por completo o deslocamento horizontal, aproveitando a capacidade de compressão do sistema (CALVO, 2012).

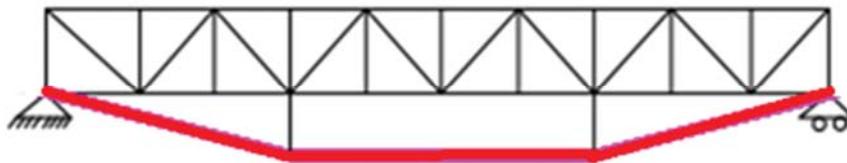
Figura 16: Viga treliçada de duas águas



Fonte: Calvo (2012).

Na Figura 17 a disposição externa do membro tensor é eficaz, mas aumenta a flambagem (ALVAREZ, 1987).

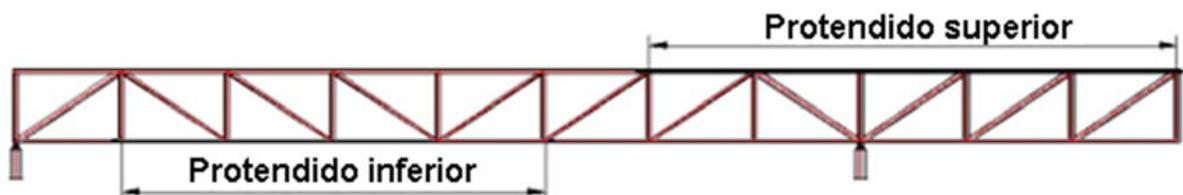
Figura 17: Viga treliçada com membro tensor externo



Fonte: Adaptado de Alvarez (1987).

Na protensão para vigas contínuas, pode-se dispor de traçados apenas horizontais, poligonais ou combinados, embora segue sendo mais econômico utilizar traçados poligonais. Geralmente, os traçados que arqueiam são mais práticos. Na Figura 18, detalha-se um exemplo de viga protendida contínua (CALVO, 2012).

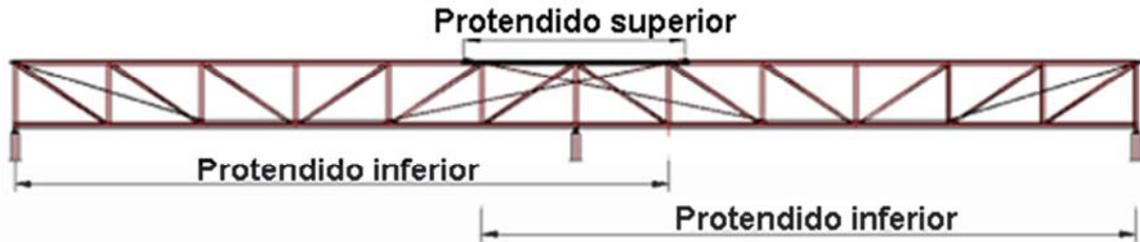
Figura 18: Viga protendida contínua



Fonte: Calvo (2012).

Na Figura 19 dispõe-se de três traçados: dos simétricos, que não apoiam-se sobre a montante central para facilitar o detalhe e para ajustar aos esforços, e terceiro traçado, que consiste em um reforço superior horizontal, que melhora o negativo (CALVO, 2012).

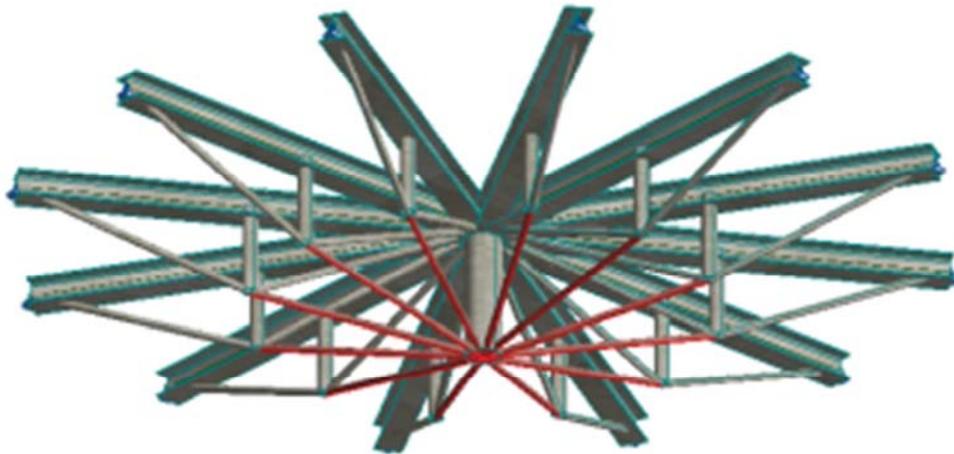
Figura 19: Viga com tramos contínuos e protensão poligonal



Fonte: Calvo (2012).

A protensão para estruturas espaciais de barras é realizada por treliçados planos, que geram uma matriz polar, em forma de círculo (Figura 20) (CALVO, 2012).

Figura 20: Vigas com cabos inferiores protendidos

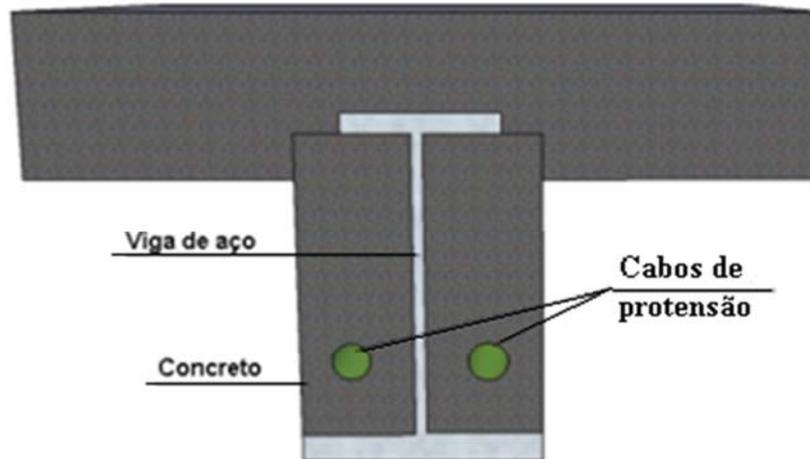


Fonte: Calvo (2012).

Também no reforço de estruturas existentes e recuperação da forma, quando uma estrutura metálica falha por deformação pode-se conseguir, mediante o adição de perfis e de armadura ativa, que esta deformação se reduza, soldando um ou vários montantes (CALVO, 2012).

A protensão mista é a união de aço com concreto e cabos de protensão, a então chamada estrutura mista (Figura 21) (CALVO, 2012).

Figura 21: Viga mista protendida



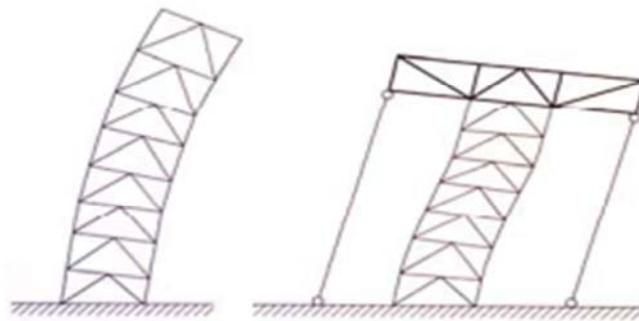
Fonte: Autor (2014).

Nie et al. (2007) afirmam que incluindo o efeito do deslizamento entre a interface de concreto e aço no momento de deflexão pode-se melhorar a precisão das previsões analíticas das vigas mistas aço concreto protendidas simplesmente apoiadas. Já Hu e Chen (2012) fizeram análises e experimentos de vigas mistas protendidas submetidas à torção e flexão e torção combinadas, onde observou-se que a protensão tem um significativo impacto sobre a torção, mas pouco sobre a combinação flexão e torção. Estudos dessas vigas ainda estão limitados, além disso, não há trabalhos que lidam com essa mecânica de teoria.

Estabilizadores estruturais também são usados para grandes arranha-céus em edifícios de habitação, obtendo a redução da deformação transversal, por efeito do vento, mediante tirantes na fachada que comprimem consequentemente o próprio núcleo (CALVO, 2012).

Na Figura 22 pode-se observar que a deformação no suporte, que o edifício experimenta sem tirantes, é bem corrigida na sua parte superior, alterando a direção da tangente da deformada (CALVO, 2012).

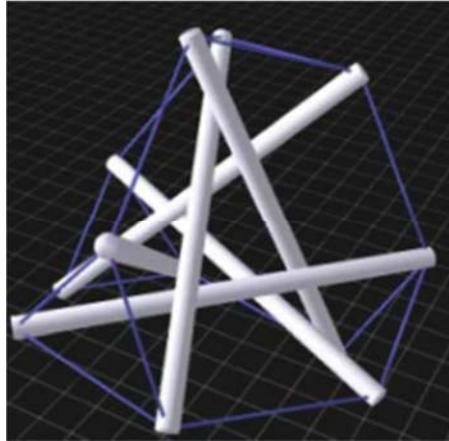
Figura 22: Solução de estabilizadores de edifícios mediante tirantes externos



Fonte: Calvo (2012).

Já a protensão de tenso-integradas é um princípio estrutural baseado no emprego de componentes isolados comprimidos dentro de uma rede tensionada contínua, de tal modo que os membros comprimidos não tocam-se entre si e estão unidos basicamente por meio de componentes tracionados que são os que delimitam este sistema (Figura 23) (CALVO, 2012).

Figura 23: Exemplo de Tenso-integradas



Fonte: Calvo (2012).

## 2.8. Modelos de cálculo

Sampaio Júnior (1976) fez um estudo sobre o dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço, que ocorre quando em uma ou mais seções é atingida a tensão limite do material. As equações deduzidas das condições de resistência são as mínimas necessárias para um dimensionamento que esgote a capacidade do material. Resolvendo as equações, chega-se a apenas uma equação que é função de apenas duas variáveis independentes. Essa equação chama-se equação governante e resolvida com uma equação de otimização. Devido ao caráter não linear e a complexidade das equações, são empregados dois métodos numéricos: o Método da Seção Áurea que minimiza a condição de otimização e um método de iteração para resolver a equação governante. As propriedades da seção transversal da viga podem ser deduzidas através de relações geométricas, da condição da localização do centro de gravidade e das fórmulas para a determinação do momento de inércia e do módulo de resistência da seção em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade da seção transversal da viga. As propriedades da viga dizem respeito à seção I idealizada e podem ser expressas em função da assimetria da seção, do parâmetro da aba e da esbeltez da alma, diante disso, encontram-se as

fórmulas das áreas da viga, da altura da mesma, das excentricidades, do momento de inércia e dos módulos de resistência.

Para o cálculo da força no cabo de protensão, foi levado em questão se a viga tinha ou não capacidade de suportar parte do carregamento sem a ajuda da protensão, podendo esta ser protendida com um cabo menor que o seu comprimento, sendo mais econômica do que se estivesse um cabo em toda a sua extensão (SAMPAIO JÚNIOR, 1976).

O número de equações envolvidas foram 6, das quais 5 são resultantes das condições de resistência e uma de compatibilidade de deslocamentos, a técnica utilizada para reduzir as equações envolvidas, através da eliminação de algumas variáveis a uma única chama-se Equação Governante. Também foram consideradas quatro tipos de funções objetivo: mínimo peso, mínimo preço, máxima capacidade de carga e função objetiva última (SAMPAIO JÚNIOR, 1976).

A conclusão do estudo é que as vigas protendidas de aço possibilitam uma economia em peso que varia de 15% a 30% em comparação as vigas convencionais, esta economia está relacionada com a esbeltez da alma e com a excentricidade do cabo adotado. O autor acredita ainda que a economia em custo será menor, e praticável apenas para vigas sujeitas a grande momento fletor, nas quais os custos com os sistemas de ancoragens e protensão possam ser diluídos no custo total da obra, e que o processo racional de industrialização deste tipo de estrutura contribuirá para a redução dos custos (SAMPAIO JÚNIOR, 1976).

Já segundo Alvarez (1987), a relação fundamental se deduz na compatibilidade de deformação entre o membro tensor e a viga. É dizer, que o alongamento ou encurtamento do membro tensor tem de ser igual ao alongamento ou encurtamento que sofre a fibra da viga correspondente a posição do dito membro tensor.

Também deve-se verificar a tensão máxima da fibra superior e inferior da viga, verificando a flambagem. Caso exista flambagem deve-se levar em consideração expostas as fórmulas de flambagem e prevenir-se dos possíveis fenômenos de instabilidade. O cálculo da deformação é efetuado com ajuda do princípio da energia de deformação mediante o teorema de Mohr. Os resultados experimentais realizados na escala natural coincidem plenamente com as deduções teóricas. A deformação total é obtida pela soma das deformações provocadas pelas cargas de serviço, considerando a viga sem protensão, e as deformações devidas a protensão (ALVAREZ, 1987).

Investigação realizada na União Soviética resultou que para conseguir o dimensionamento econômico das seções protendidas devem-se cumprir as condições da relação  $W_t/W_e$ , ou seja, o momento resistente correspondente à fibra extrema estendida

dividida pelo momento resistente correspondente a fibra extrema comprimida, deve estar compreendida entre 1,7 e 1,5, e a relação entre a superfície da alma da viga e da superfície total tem de adotar valores compreendidos entre 0,5 e 0,6 (ALVAREZ, 1987).

Já para o cálculo de vigas treliçadas, Alvarez (1987) observou que é necessário determinar o aumento da força no membro tensor devido à atuação das cargas externas. A evolução desta força efetua-se aplicando o método das forças. No caso particular de uma viga apoiada, em que o membro funciona em toda a longitude do eixo do cordão inferior deduz-se a expressão aplicando a equação da compatibilidade de deformações.

Também segundo Alvarez (1987), a protensão das vigas treliçadas é efetuada antes da aplicação das cargas. Unicamente cabe dar importância na defasagem obtida entre os resultados teóricos e os experimentais devido ao comportamento quase rígido dos nós, o que está em contradição com a hipótese do cálculo geralmente admitida, que considera-os como articulações perfeitas. Para avaliar as deformações devidas a força de protensão deve-se considerar que essas sejam como as vigas de alma cheia, sendo deformação total correspondente à soma das deformações devidas a força e as cargas externas.

Ferreira (2007) analisou o comportamento estrutural de vigas de aço protendidas, em perfil tipo I, indicando diretrizes para a utilização dessa técnica, e desenvolveu um aplicativo para projetos e verificações de tais elementos. Este aplicativo, além de avaliar o perfil metálico de acordo com a NBR8800/1986, calcula a força e as perdas de protensão, o número de cabos e as possíveis instabilidades, também, realizou a análise das frequências naturais e dos modos de vibração da viga metálica protendida e, ainda, a análise do comportamento dinâmico, via método dos elementos finitos e formulações analíticas, com transformadas de Laplace, numa simulação de rompimento súbito dos cabos de protensão.

Rezende (2007) abordou a utilização dos métodos existentes de dimensionamento em estruturas metálicas e o comportamento da estrutura frente à introdução de uma força externa, no caso, a protensão. Para o dimensionamento adequado da viga metálica protendida é necessário escolher o melhor traçado do cabo e o intervalo que a força de protensão pode assumir dentro da análise dos estados limites de utilização e último. A proposta da utilização da viga metálica protendida justifica-se para o controle de deslocamentos, ou seja, quando a estrutura apresentar problemas no estado limite de utilização. O uso de contenção lateral se fez necessária, uma vez que a estrutura estará submetida a um esforço normal de compressão. O estudo também comparou o traçado retilíneo com o bi-retilíneo e mostrou que o melhor traçado para aplicar a protensão em estruturas metálicas foi o retilíneo.

Calvo (2012) realizou o cálculo das vigas Fink, mostrando as fórmulas necessárias para efetuar uma protensão nos casos de uma carga linear uniformemente distribuída e de uma carga central concentrada.

Flôr e Amaral (2013) dimensionaram e verificaram as estruturas em aço protendidas de uma viga biapoiada, uma viga contínua e uma treliça, em uma primeira situação, a flecha justificou o uso da protensão, em suma porque combate uma possível flecha final maior do que os limites impostos pela norma. Em outra linha de análise, a deformação ocasionada pela protensão pôde também corresponder a um limitante, tendo em vista a contra flecha gerada na situação em vazio, a qual pode ultrapassar os limites previstos normativamente. Além disso, a racionalização da seção justifica a opção pelo método, caso seja tamanha a ponto de compensar os custos despendidos com a protensão.

## 2.9. Análise das vigas de aço protendidas

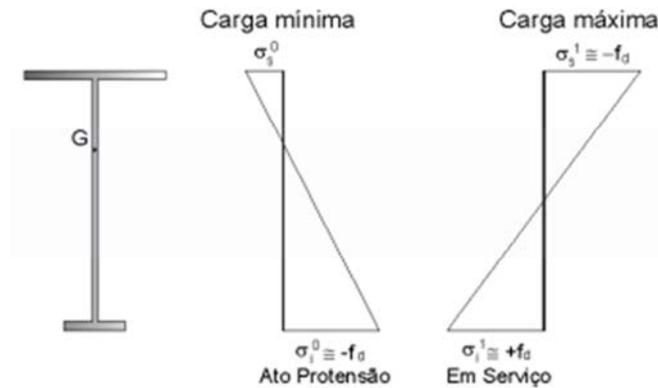
Quando uma ou mais seções solicitadas pelas cargas externas e pela protensão atingem a tensão limite de projeto do material, de forma que este possa ser aproveitado na sua capacidade máxima, pode-se dizer que a viga protendida chegou-se ao seu dimensionamento ótimo (FERREIRA, 2007).

As seções da viga devem ser analisadas em duas condições de carga: na condição inicial, ou seja, no ato da protensão, que corresponde ao momento em que é aplicada a força de protensão na estrutura e, portanto, as cargas atuantes são somente o peso próprio da viga e a protensão, e na condição final, aquela em que a viga está em uso, em serviço, que atuam os carregamentos externos, demais cargas permanentes e sobrecargas e a força de protensão. Nessas duas situações de carregamento, a tensão máxima no aço da viga terá que ser inferior aos limites permitidos pelas normas ( $\pm f_d$ ). As perdas de protensão devem ser calculadas e a força de protensão a ser aplicada na estrutura deverá compensar essas perdas (FERREIRA, 2007).

A seção é aproveitada na sua capacidade máxima, mostrada na Figura 24, nas tensões da viga,  $\sigma_i^0$  e  $\sigma_s^0$ , respectivamente, nos bordos inferior e superior da seção.. No momento em que é aplicada a força de protensão (condição inicial), o flange inferior fica comprimido até o limite máximo,  $-f_d$ , e quando a viga está em serviço a tensão no bordo inferior é máxima de tração,  $+f_d$ , e no flange superior é máxima de compressão,  $-f_d$ . O perfil I, com apenas um eixo de simetria, é a seção mais apropriada para utilizar a seção da viga na sua capacidade máxima

aproveitando todo o efeito da protensão e o aumento da capacidade de carga, sendo que o mesmo com flange inferior de largura menor que a do superior permite atingir as tensões máximas limites nos dois flanges quando a viga está em serviço (NUNZIATA, 1999a).

Figura 24: Aproveitamento da capacidade máxima da viga

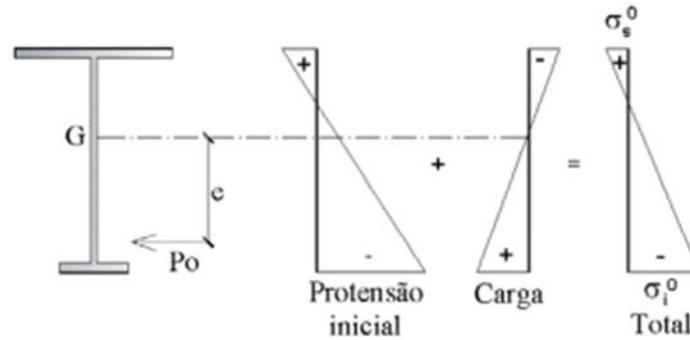


Fonte: Nunziata (1999a).

A protensão atua de forma contrária à flexão da viga devida às cargas externas atuantes, reduzindo o efeito dessa solicitação. No ato da protensão, é gerado um diagrama de momento fletor de sinal oposto ao diagrama da viga em serviço, pelo posicionamento dos cabos. Assim, pelo princípio da superposição dos efeitos, a soma desses dois diagramas resulta em um estado de tensões menos crítico para a viga, em comparação ao estado de tensões provocado apenas pelas cargas externas, onde incluem-se as cargas acidentais na estrutura. No entanto, a viga fica solicitada também por uma força axial de compressão (NUNZIATA, 1999a).

A Figura 25 mostra as tensões na viga no ato da protensão, que corresponde à soma das tensões geradas pela força de protensão com as tensões devidas à carga inicial (peso próprio), onde  $P_0$  é a força de protensão inicial, antes da ocorrência das perdas de protensão,  $\sigma_i^0$  e  $\sigma_s^0$  são as tensões, respectivamente, nos bordos inferior e superior da seção, para a condição inicial, no momento de aplicação da protensão (NUNZIATA, 1999a).

Figura 25: Tensão na viga no ato da protensão



Fonte: Nunziata (1999a).

No ato da protensão, a tensão máxima de compressão no bordo inferior da seção,  $\sigma_i^0$ , não pode ultrapassar a tensão limite do aço,  $f_d$ , como mostra a Equação 1:

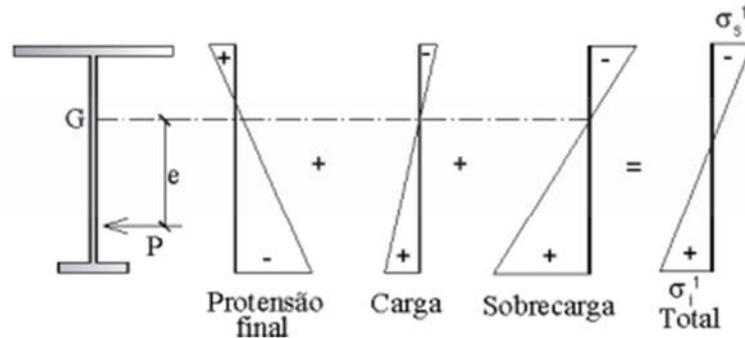
$$\sigma_i^0 = -\frac{y_p \beta P}{A} - \frac{y_p \beta P e}{W_i} + \frac{M_{min}}{W_i} \leq f_d \quad (1)$$

Onde  $P$  é a força de protensão final (após as perdas de protensão),  $A$  é a área da seção transversal da viga metálica,  $W_i$  é o módulo de resistência elástico em relação à fibra inferior (módulo resistente inferior),  $y_p$  é um coeficiente de segurança aplicado à força de protensão,  $M_{min}$  é o momento mínimo que atua na estrutura no ato da protensão, calculado levando-se em consideração os coeficientes de segurança para a carga em questão,  $e$  é a excentricidade, ou seja, a distância do cabo resultante ao centro de gravidade da seção e  $\beta$  é o coeficiente de majoração da força de protensão para compensar as perdas de protensão, ou seja, no ato da protensão, deve ser aplicada uma força de protensão corrigida pelo coeficiente  $\beta$  para garantir que após a ocorrência das perdas de protensão, atue na estrutura a força de protensão realmente desejada (NUNZIATA, 1999a).

Nota-se, na Equação 1, que o primeiro termo do lado direito da equação representa a tensão gerada pela força normal de protensão  $P$ , o segundo termo é a tensão provocada pelo momento fletor resultante da atuação da carga excêntrica  $P$  e o terceiro termo representa a tensão causada pelo momento mínimo (NUNZIATA, 1999a).

A Figura 26 mostra as tensões na viga quando ela se encontra em uso, com todas as cargas externas atuando na estrutura.

Figura 26: Tensão na viga em serviço



Fonte: Nunziata (1999a).

As tensões no bordo inferior e superior da seção transversal da viga de aço quando em condição de serviço não podem superar a tensão limite do aço,  $f_d$ :

$$\sigma_s^1 = -\frac{y_p P}{A} + \frac{y_p P e}{W_s} - \frac{M_{max}}{W_s} \leq f_d \quad (2)$$

$$\sigma_i^1 = -\frac{y_p P}{A} - \frac{y_p P e}{W_i} + \frac{M_{max}}{W_i} \leq f_d \quad (3)$$

Onde  $W_s$  é o módulo resistente superior da viga metálica,  $M_{max}$  é o momento máximo que atua na estrutura em serviço (com as cargas externas presentes), calculado levando-se em consideração os coeficientes de segurança das cargas. As demais grandezas são as mesmas descritas anteriormente. Neste caso, o coeficiente  $\beta$  é igual a 1.

Admitindo-se que são introduzidos desviadores na estrutura de forma a evitar a variação da excentricidade, com a atuação das cargas externas a viga vai se deformar arrastando consigo o cabo de protensão. Então o aço de protensão sofre um alongamento  $\Delta L$ , e em decorrência disso, há um aumento da força de protensão  $P$  para a viga na condição de serviço. O acréscimo de tensão se dá pela expressão:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\Delta L}{L} E_p \quad (4)$$

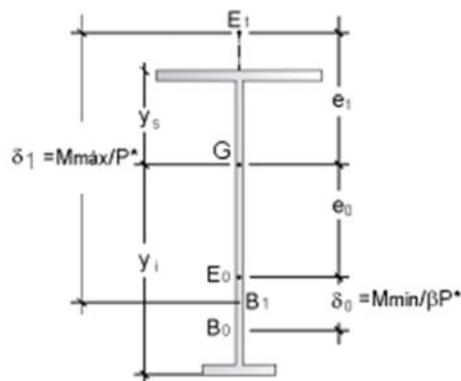
Sendo  $E_p$  o módulo de elasticidade.  $\Delta L$  pode ser encontrado através de tentativas, admitindo um valor de flecha  $f^*$  para a estrutura quando submetida aos carregamentos externos. Este valor deverá ser menor que a flecha calculada, pois o acréscimo da tensão no

cabo aumenta a força de protensão, que atua na estrutura contrabalanceando os efeitos das cargas externas. A partir do valor  $f'$ , encontra-se o aumento de tensão  $\Delta\sigma_p$  e em seguida a nova força de protensão. Com a força de protensão corrigida, calcula-se a flecha  $f$ , que deve ser igual àquela inicialmente fixada, caso contrário, adota-se outro valor para  $f'$ .

A atuação, na estrutura, dos momentos devidos às cargas externas faz também com que a força de protensão atuante no cabo resultante sofra deslocamentos, conforme fórmulas descritas em Nunziata (1999a). Sabendo-se que ocorrem esses deslocamentos na força de protensão com a atuação dos momentos fletores externos, faz-se necessário conhecer as máximas excentricidades que pode assumir no ato da protensão e em serviço, para garantir que os estados limites da viga metálica não sejam superados.

As excentricidades limites,  $e_0$  e  $e_1$ , definem a faixa em que deve ser aplicada a força de protensão, de forma que não seja ultrapassada a tensão limite do material. Os pontos que representam as excentricidades limites são o  $E_0$  e o  $E_1$ , e dependem da seção transversal da viga, da força de protensão e da tensão limite do aço. A Figura 27 mostra tais pontos (NUNZIATA, 1999a).

Figura 27: Fuso limite representado pelos pontos  $B_0$  e  $B_1$



Fonte: Nunziata (1999a).

O cabo de protensão deve estar obrigatoriamente contido entre os pontos  $B_0$  e  $B_1$  para que as tensões limites sejam satisfeitas. O momento a que a viga estará submetida nas diversas fases de carregamentos não deve ser menor do que o momento  $M_{min}$  (devido ao peso próprio) e nem maior que o  $M_{máx}$  (devido às demais cargas permanentes e sobrecargas). Caso contrário, a força de protensão não estará entre os limites  $E_0$  e  $E_1$ , e assim, as tensões na viga estarão acima das tensões limites (NUNZIATA, 1999a).

Nas vigas em aço protendidas, deve-se considerar a força cortante que atua na peça em razão dos carregamentos externos, e também, aquela proveniente da força de protensão aplicada à estrutura. (NUNZIATA, 1999a).

De acordo com Nunziata (1999a), a força cortante é calculada para a viga no ato da protensão e em serviço. Segundo Ferreira (2007), a força cortante de protensão é transmitida para a viga somente nos pontos onde existem os desviadores do cabo, pois a protensão é aplicada por cabos externos.

Para a protensão externa de vigas Fink, segundo Calvo (2012) foi calculada considerando apenas a sobrecarga, sem o peso próprio, calculado através da fórmula a parte da carga vertical que corresponde a viga  $F_v$  (Equação 5) e o cálculo da força axial  $F_{SB}$ , (Equação 6) e o deslocamento no centro do vão (Equação 7).

$$F_v = \frac{F_t L_B}{\frac{L_v^3 \cos^2 \beta A_B}{24I_v} + L_B} \quad (5)$$

$$\frac{F_{SB} L_B}{2 \cos^2 \beta A_B} = \frac{F_v L_v^3}{48 I_v} \quad (6)$$

$$\delta_{vSB} = \frac{F_{SB} L_B}{2 \cos^2 \beta E A_B} \quad (7)$$

Sendo:  $F_v$  parte da carga vertical que corresponde a viga por rigidez;  $F_t$  carga concentrada;  $L_B$  comprimento destravado;  $L_v$  comprimento da viga;  $\beta$  ângulo a montante com o cabo;  $A_B$  área do cabo;  $I_v$  inércia em x;  $F_{SB}$  força axial;  $\delta_{vSB}$  deslocamento no meio do vão;  $E$  módulo de elasticidade.

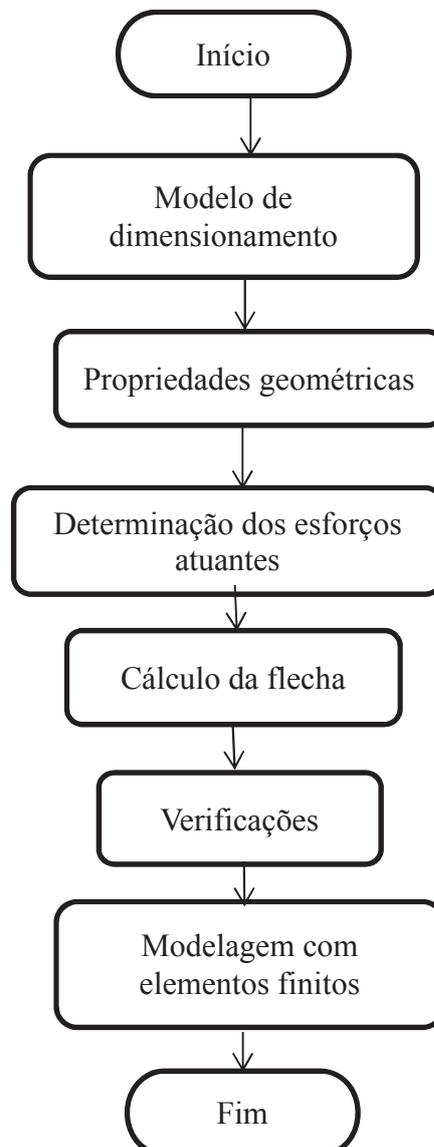
### 3. METODOLOGIA

O estudo tem foco na apresentação da análise e dimensionamento de elementos estruturais em aço protendidos.

#### 3.1. Procedimentos metodológicos

Na Figura 28 é apresentado um fluxograma com as etapas que foram seguidas pelo estudo em questão.

Figura 28: Fluxograma



Fonte: autor (2014).

### 3.1.1. Modelo de dimensionamento

Nesta etapa pretende-se gerar um aplicativo computacional no Excel para o dimensionamento e análise de quatro configurações de vigas em aço protendidas:

- Aplicação 01

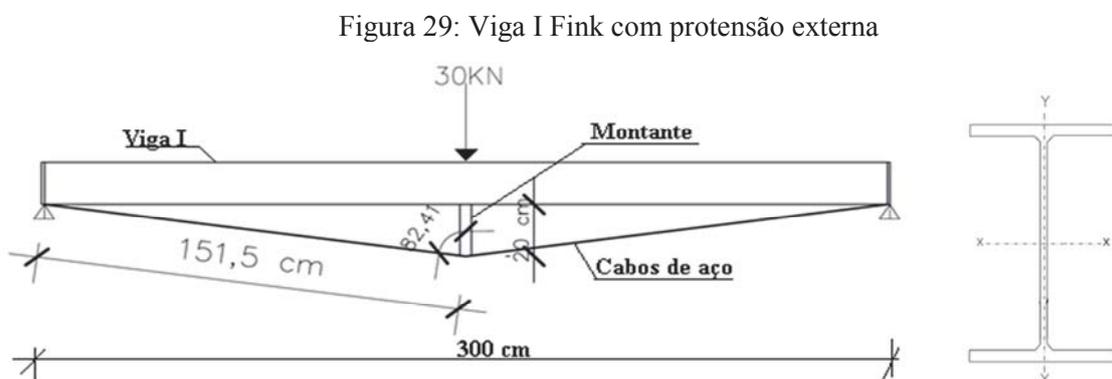
Viga I laminada W150mmx18kg/m Fink com protensão externa com um cabo de 9,5mm, com força de protensão de 12,77 kN, carregamento de 30 kN concentrado no centro do vão, sem considerar o peso próprio da viga, conforme a referência bibliográfica para comparação, e uma montante central de 100mm por 51 mm e 200mm de altura (Figura 29).

Foi analisado as vigas para utilização em pisos.

Modelos utilizados: analítico segundo Calvo (2012) e ABNT 8800 (2008) com vãos de 3, 4, 5 e 6 metros, MEF em barras e cascas com vão de 3 metros pelo programa Sap.

Foram analisados com maior número de montantes: uma, duas e três montantes.

E também foi analisado considerando o vento a sucção, obtido de acordo a NBR 6123 (1988) com velocidade do vento de 45 m/s.



Fonte: autor (2014).

As etapas de dimensionamento para as vigas externas laminadas seguirão com os dados iniciais de cada viga, carregamentos, propriedades geométricas de cada perfil e cabo utilizado, cálculo para a determinação da parte da carga vertical que corresponde a viga, cálculo para determinação da força axial, cálculo do deslocamento no centro do vão sem a protensão, cálculo do deslocamento máximo no centro do vão permitido pela ABNT NBR 8800 (2008), cálculo do deslocamento no centro do vão com a protensão, determinação dos

esforços, e verificação da peça no Estado Limite Último, dimensionamento a flexão para os perfis laminados, flambagem Local da Alma, Flambagem Local da Mesa, Flambagem Lateral por Torção, e dimensionamento ao cisalhamento.

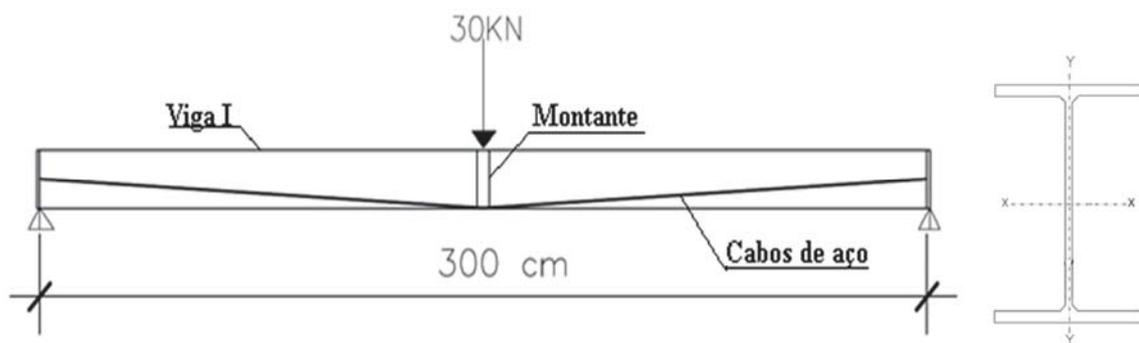
- Aplicação 02

Viga I laminada W150mmx24kg/m Fink com protensão interna com dois cabos um cada lado de 15,2mm, com força de protensão de 180 kN, carregamento de 30 kN concentrado no centro do vão, considerando o peso próprio da viga, e uma montante central de 102mm por 100 mm e 160mm de altura (Figura 30).

Foi analisado para utilização dessas vigas para pisos.

Modelos utilizados: analítico segundo Ferreira (2007), Flôr e Amaral (2013), Rezende (2007) e ABNT NBR 8800 (2008) analisados com 3, 4, 5 e 6 metros de vãos, MEF em cascas pelo programa Sap para o vão de 3 metros.

Figura 30: Viga I Fink com protensão interna



Fonte: autor (2014).

As etapas de dimensionamento para vigas com protensão interna laminadas seguirão com os dados iniciais de cada viga, carregamentos, coeficientes de segurança, propriedades geométricas de cada perfil, determinação dos esforços, dimensionamento no Estado Limite de Serviço em Situação em Vazio e em todos os carregamentos, determinação dos cabos e cordoalhas, cálculo das perdas na força de protensão, verificação da flecha máxima permitida pela norma NBR 8800(2008), cálculo do deslocamento sem a protensão e com a protensão, verificação da posição do traçado do cabo no fuso limite, verificação da peça no Estado Limite Último, dimensionamento a compressão centrada, a flexão para os perfis laminados, flambagem Local da Alma, Flambagem Local da Mesa, Flambagem Lateral por Torção, e dimensionamento ao cisalhamento e flexocompressão.

- Aplicação 03

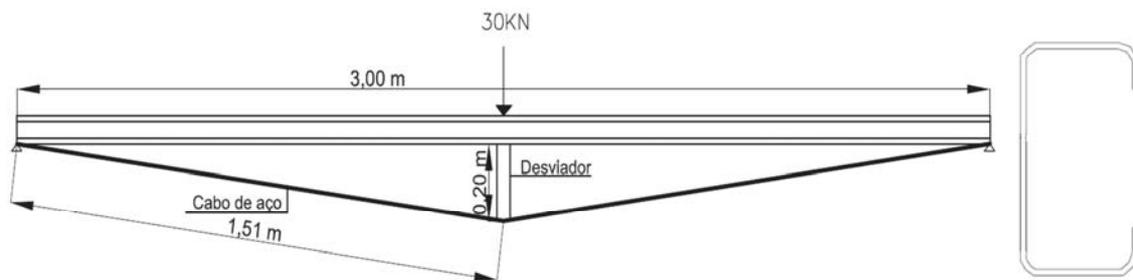
Terça U enrijecida 300mmX100mmX25mmX4,75mm com protensão externa com cabos de 15,2mm com força de protensão de 12,31 kN, com carga concentrada no centro do vão de 30 KN, com uma montante central de 100mm de espessura por 100mm de largura de 200 mm de altura (Figura 31).

Foram analisados essas terças para coberturas.

Analisados com a contenção lateral e sem a contenção lateral para vão de 3 metros.

Modelos utilizados: analítico segundo ABNT 14762 (2010) e Carvalho, Grigoletti e Barbosa (2014) analisado para 3, 4 e 5 metros, MEF em cascas analisado para vão de 3 metros.

Figura 31: Terça com protensão externa



Fonte: autor (2014).

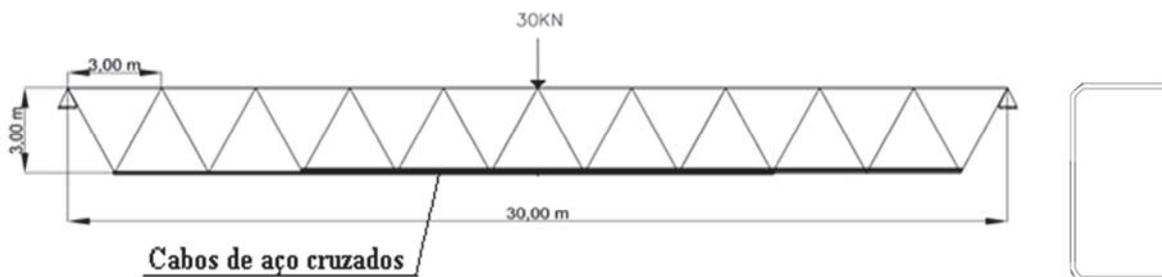
As etapas de dimensionamento para perfil U enrijecido formados a frio para coberturas com protensão externa se inicia com os dados iniciais, carregamento, coeficiente de segurança, propriedades do perfil e do cabo, cálculo da parte da carga vertical que corresponde a viga, cálculo da força axial, determinação dos deslocamentos máximos permitidos pela ABNT NBR 8800 (2008) e cálculo do deslocamento sem a protensão e com a protensão, determinação dos esforços, e verificação da peça no Estado limite Último, com dimensionamento a flexão através dos cálculos do momento resistente no início do escoamento da seção efetiva e da flambagem lateral com torção, e dimensionamento a flexão e corte.

- Aplicação 04

Viga com perfis U simples de 200x100x2,65 mm treliçada constituída de perfis formado a frio com protensão interna de 40,80 kN nos cabos de 15,2mm cruzados, com carga concentrada no centro do vão de 30 kN (Figura 32).

Modelos utilizados: analítico só para as verificações segundo ABNT 14762 (2010) e Carvalho, Grigoletti e Barbosa (2014) analisado para 3, 4 e 5 metros de distância e altura entre os perfis, MEF em barras analisado para vão de 30 metros com 3 metros de vão de distância de cada perfil, de vão de 28 metros com distância entre os perfis de 4 metros e vão de 30 metros com distância entre os perfis de 5 metros.

Figura 32: Terça com protensão externa



Fonte: autor (2014).

As etapas de dimensionamento para perfil U simples formados a frio para coberturas com protensão interna com dois cabos cruzados no banzo inferior se procedeu apenas pelo programa Sap, com modelo analítico apenas das propriedades e verificações, sendo verificada a flecha pelo programa, iniciando-se com os dados iniciais, carregamentos, coeficientes de segurança, propriedades do perfil utilizado, cálculo das forças axiais retirado do programa Sap, e comparado com a força de protensão dos cabos também retirados do programa, e verificado a peça a resistência no Estado Limite Último, com o dimensionamento a compressão, através do cálculo da área efetiva pelo método da seção efetiva, e dimensionamento a tração.

### 3.1.2. Modelagem no programa SAP em elementos finitos

Nessa segunda etapa, serão analisados no software SAP2000, os mesmos elementos estruturais comparando os resultados obtidos, com carregamento, com protensão e sem protensão. Os apoios foram modelados como biapoiados e os cabos como sendo um elemento inteiro.

A modelagem foi realizada com barras e cascas pelo método dos Elementos Finitos (MEF) que é um processo numérico muito utilizado para análise de problemas da mecânica e

engenharia em geral. O MEF prevê a divisão do domínio de integração, tornando o meio originalmente contínuo em discreto através da divisão em pequenas áreas denominadas Elementos Finitos. O número de divisões do domínio é diretamente proporcional à precisão e aproximação do resultado obtido com a realidade do modelo, sendo esta divisão do domínio chamada de malha de elementos finitos. Neste caso, ao invés de se procurar uma função admissível para todo o modelo ou domínio, as funções admissíveis são definidas no domínio de cada elemento finito.

Neste método, os elementos sofrem alongamentos e podem ser constituídos de material elasto-plástico, e a formulação deve permitir que os nós sofram grandes deslocamentos. A solução exige um procedimento incremental-iterativo, do tipo Newton-Raphson, para se achar a convergência da solução. Assim a análise de cabos suspensos, levará em consideração os efeitos dos grandes deslocamentos envolvidos e o comportamento inelástico dos cabos (PEREIRA JUNIOR, 2002).

Na análise de uma estrutura sólida, é habitual considerar que os deslocamentos provocados pelas ações exteriores são muito pequenos quando comparados com as dimensões dos componentes da estrutura. Nestas circunstâncias, admite-se que não existe influência da modificação da geometria da estrutura na distribuição dos esforços e das tensões, e que todo o estudo é feito com base na geometria inicial indeformada. Se esta hipótese não for considerada, a análise é designada não linear geométrica. É também frequente considerar que, ao nível do material que constitui a estrutura, a relação entre tensões e deformações é linear. Nos casos em que esta simplificação não é considerada, é necessário recorrer a algoritmos específicos de análise não linear material (AZEVEDO, 2003).

Cabos só resistem a tração e se pretensionados, isto é, uma força aplicada, trabalham. Para poder analisá-los numericamente tem que ser por um processo iterativo até conseguir o equilíbrio das forças nos cabos e nos outros elementos do modelo estrutural. Por isso precisa de uma análise não linear.

## 4. PROCESSOS DE DIMENSIONAMENTO

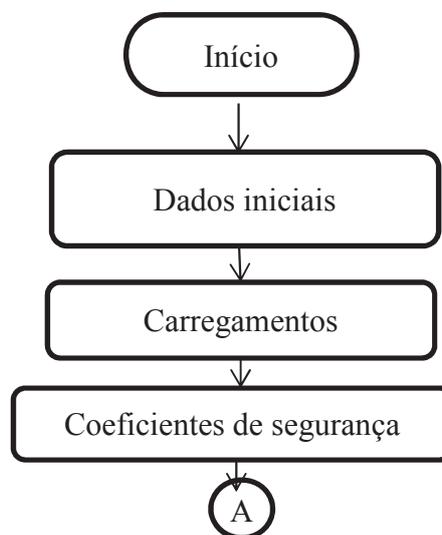
Nesse capítulo serão apresentados os procedimentos necessários para dimensionar alguns tipos de vigas Fink, com protensão interna e externa laminadas, terça e treliça constituídas de perfis formado a frio, com seus respectivos fluxogramas.

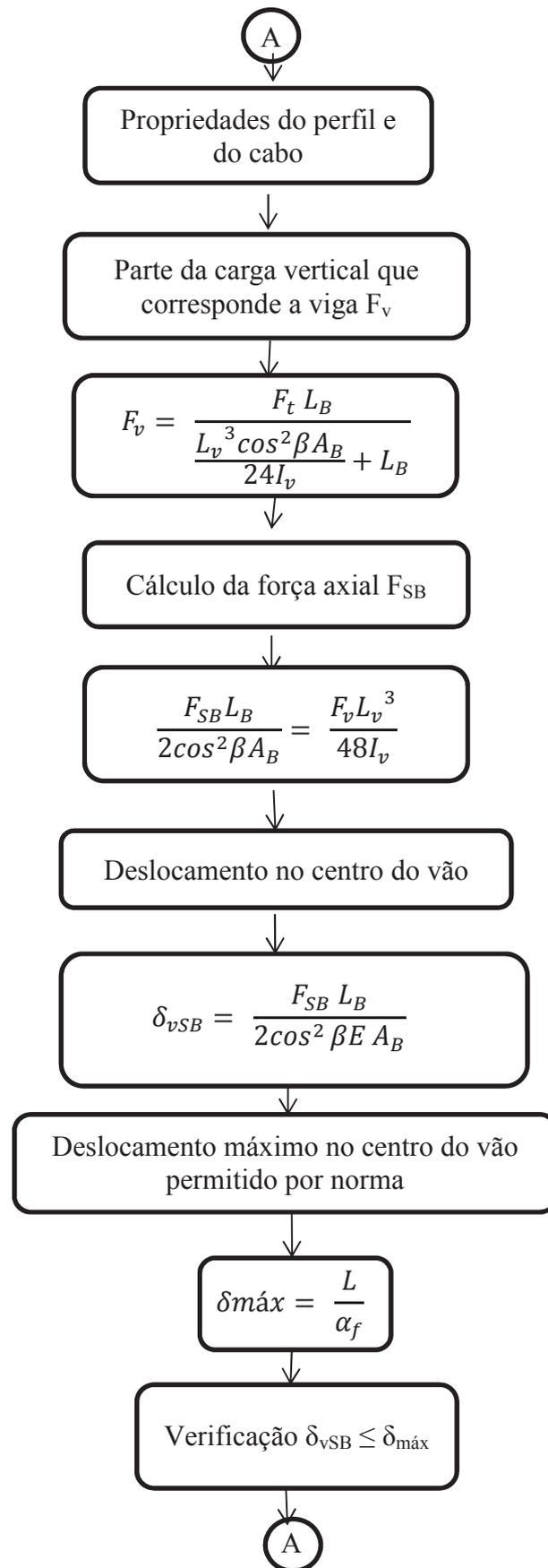
### 4.1 Vigas Fink externa e interna

Na Figura 33 observa-se o roteiro de dimensionamento de viga Fink com protensão externa com perfil laminado segundo Calvo (2012), e ABNT NBR 8800 (2008) e no ANEXO 1 encontra-se a planilha de dimensionamento.

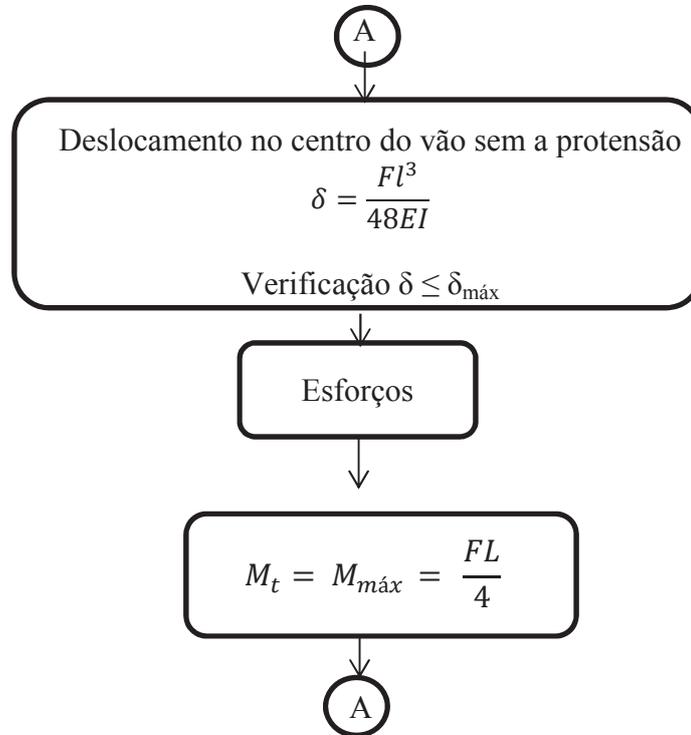
Nos dados iniciais é onde se encontram o comprimento da viga, a altura da montante central, o comprimento do cabo da montante central até o extremo e o ângulo da montante central em relação ao cabo. No carregamento está localizada a sobrecarga inserida no centro do vão, após são colocados os coeficientes de segurança no ato da protensão e as propriedades do perfil escolhido e do cabo como sendo um único elemento. Encontra-se, através das fórmulas, a parte da carga vertical que corresponde a viga por rigidez, o cálculo da força axial e o deslocamento no centro do vão com a protensão verificando com o deslocamento máximo permitido por norma.

Figura 33: Fluxograma da viga Fink com protensão externa

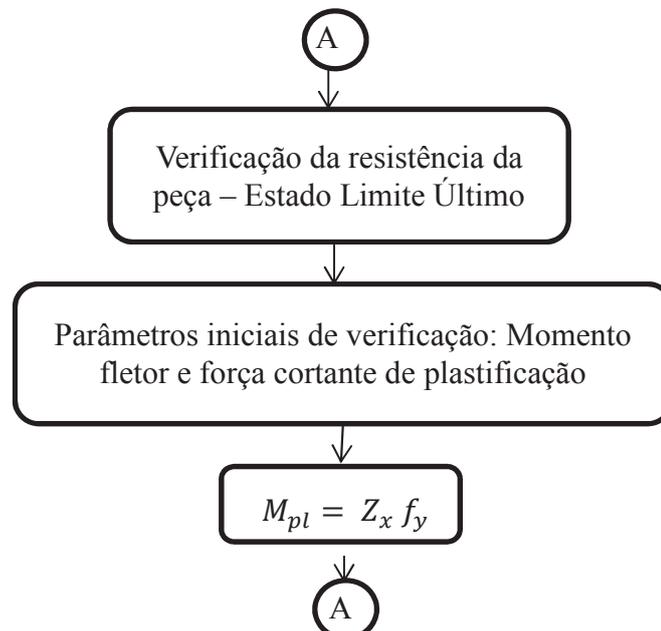


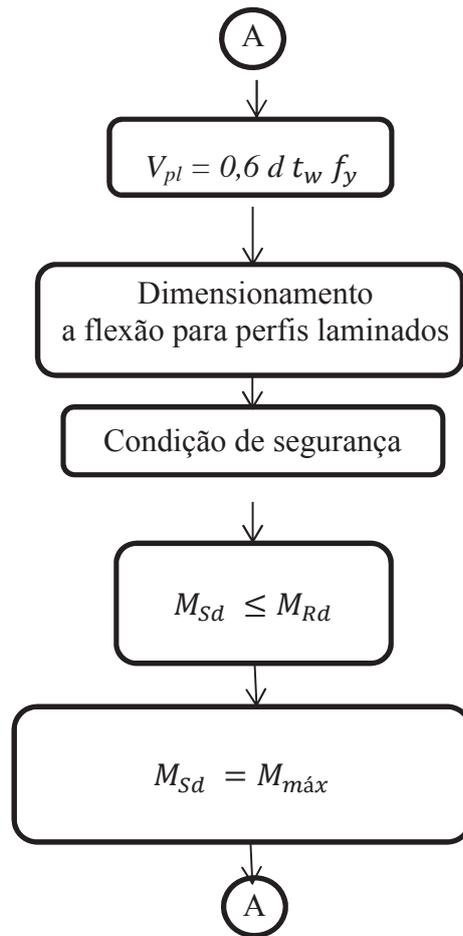


A seguir verifica-se o deslocamento sem a protensão só para a carga concentrada, segunda a referencia bibliográfica, com o deslocamento máximo por norma também e calcula-se o momento máximo (com a sobrecarga).

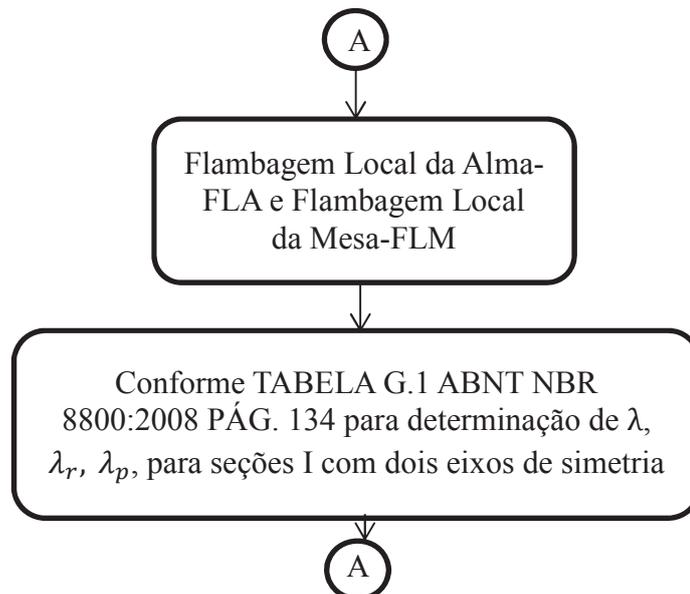


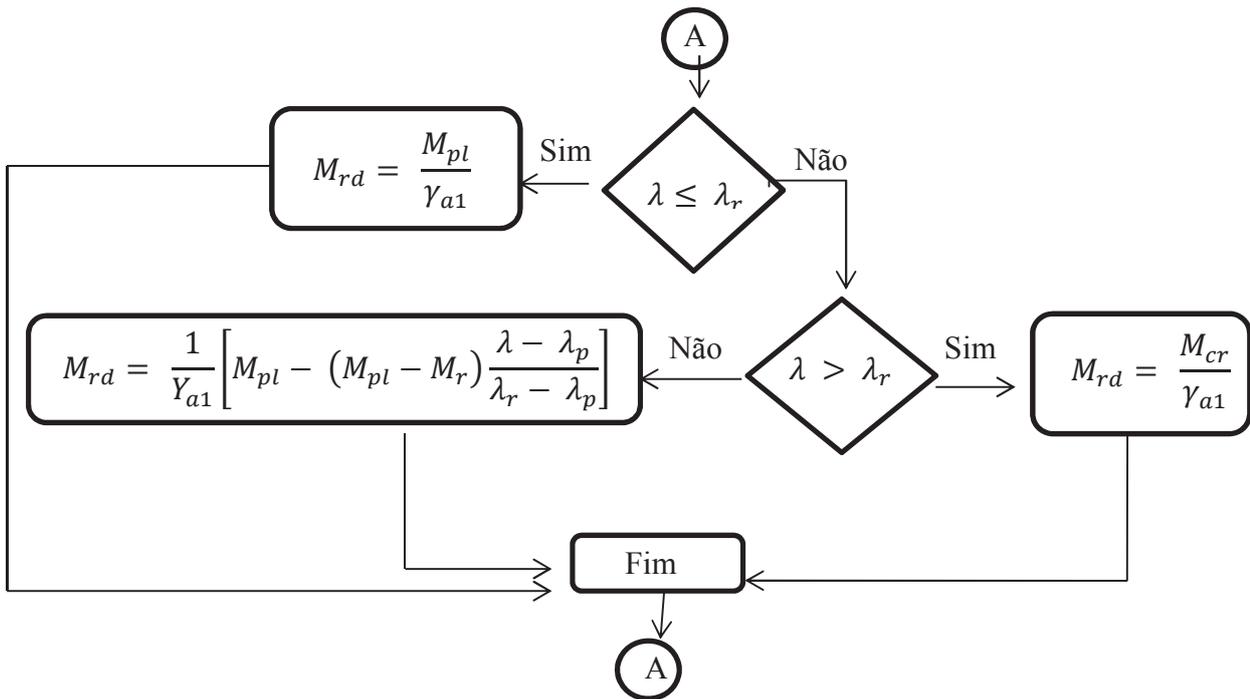
Nessa etapa é verificada a peça no Estado Limite Último, calculam-se primeiramente o Momento Fletor  $M_{pl}$ , após a força cortante de plastificação  $V_{pl}$ , para os cálculos da flexão para os perfis laminados, atendendo a condição de segurança Momento solicitante de cálculo menor ou igual que Momento resistente de cálculo.



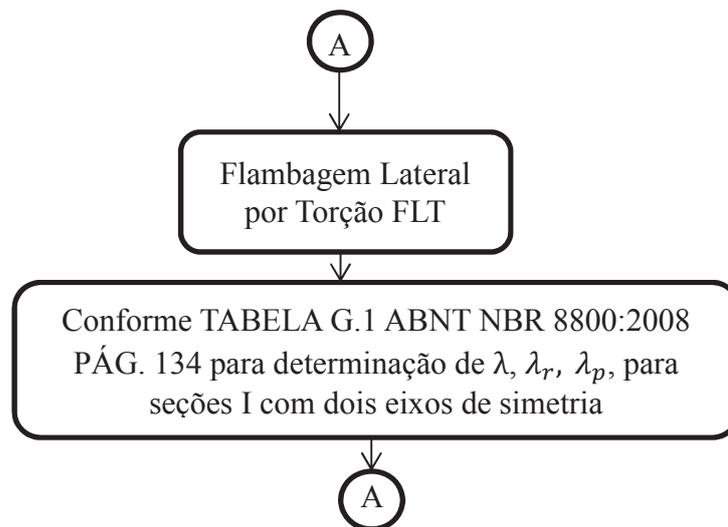


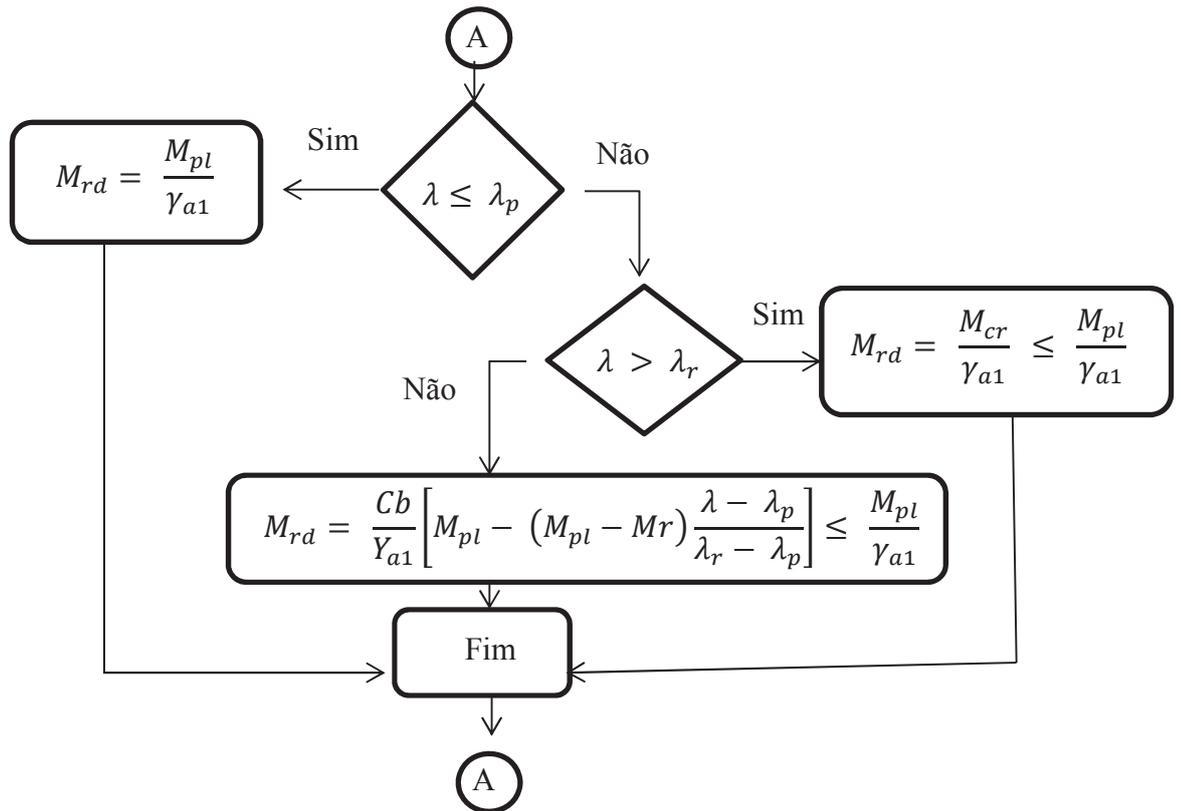
Para realizar a verificação da Flambagem Local da Alma e da Flambagem Local da Mesa é necessário calcular os índices de esbeltez ( $\lambda$ ), e conforme as verificações achar o Momento resistente de cálculo,  $M_{rd}$ , e verificar com o Momento solicitante de cálculo  $M_{sd}$ .



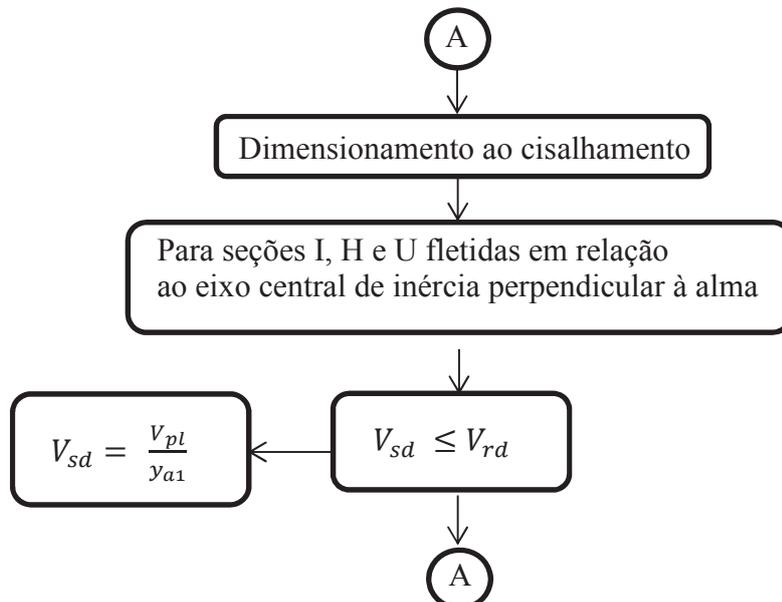


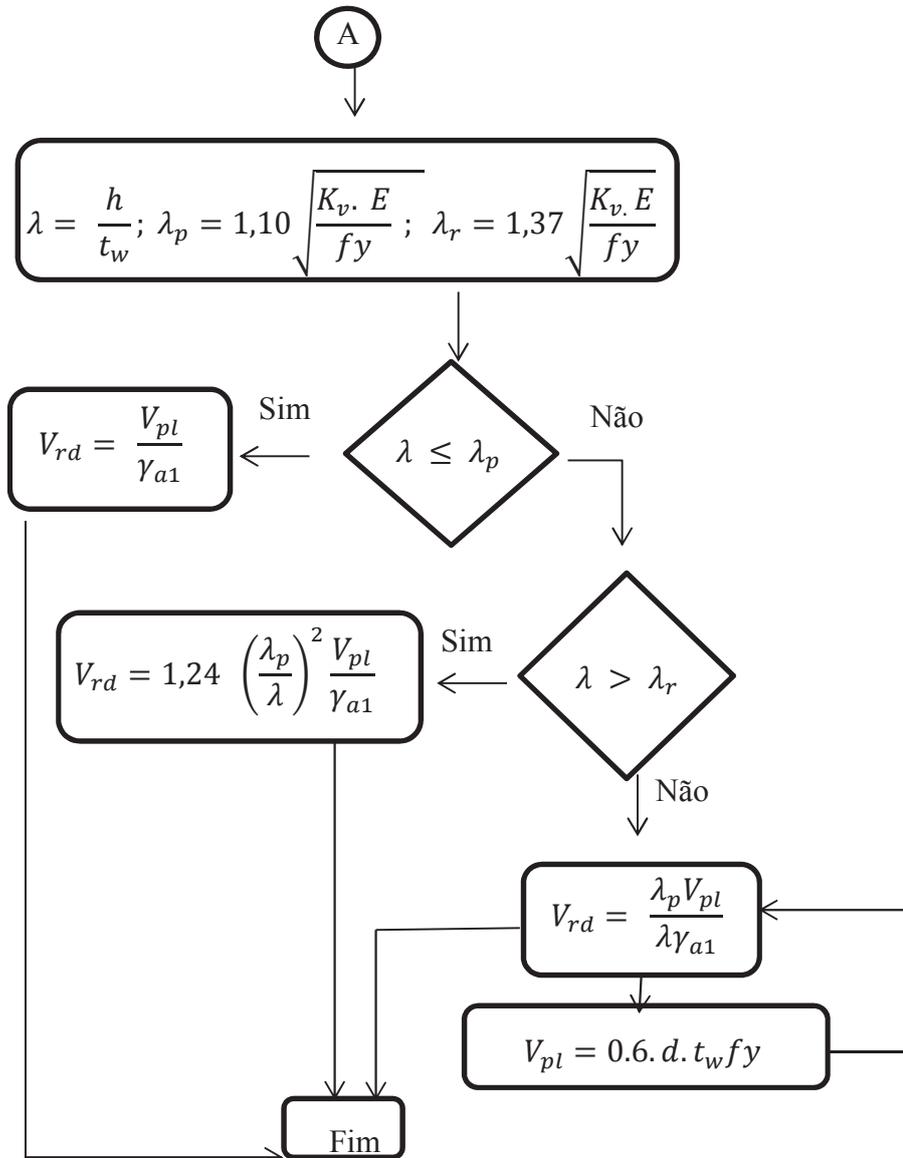
Para a verificação da Flambagem Lateral por torção foi seguida a ABNT NBR 8800 (2008), conforme os índices de esbeltez ( $\lambda$ ) calculados encontra-se o Momento resistente de cálculo ( $M_{rd}$ ), e após é feita a verificação com o Momento solicitante de cálculo ( $M_{sd}$ ).





O dimensionamento para o cisalhamento foram calculados para seção I fletida em relação ao eixo central de inércia perpendicular a alma, segundo a ABNT NBR 8800 (2008), seguindo a condição de segurança cortante solicitante de cálculo ( $V_{sd}$ ) menor ou igual ao cortante resistente de cálculo ( $V_{rd}$ ), através do cálculo para os índices de esbeltez, para encontrar o  $V_{rd}$ .





Fonte: autor (2014).

A partir do fluxograma foi criada a planilha de cálculo analítico de modelo com viga I laminada com protensão externa (Figura 34).

Figura 34: Planilha de cálculo da viga Fink com protensão externa

**Viga Fink simples**

**1 - Dados iniciais**

Comprimento da viga (L) ou  $L_v =$  3000 mm      Lb do cabo = 1515 mm  
Montante central = 200 mm       $\beta$  (ângulo) = 82,41

**2 - Carregamentos**

**Carga concentrada  $F_t$**

X (m)	CARGA PERMANENTE (KN)	SOBRECARGAS (KN)
1	0	0
1,5	0	30
3	0	0

**3 - Coeficientes de segurança**

Ato da protensão		Em serviço	
$\gamma_G =$	1,4	$\gamma_G =$	1
$\gamma_q =$	1,5	$\gamma_q =$	0
$\gamma_{Prot} =$	1,2	$\gamma_{Prot} =$	0,9
$\beta =$	1,1		

**4 - Propriedades dos perfis e cabo escolhidos**

**Perfil da viga w150x18**

Espessura (e) =	5,8 mm
Altura externa (d) =	153 mm
Altura alma (h) =	139 mm
Espessura alma (tw) =	5,8 mm
Largura flange inferior (bf) =	102 mm
Largura flange superior =	102 mm
Espessura do flange inferior (tf) =	7,1 mm
$d^* =$	11,9 cm
$y_a =$	1,1
$Z_x =$	139,4 cm <sup>3</sup>
$w_x =$	122,8 cm <sup>3</sup>
$r_y =$	2,32 cm
$I_y =$	126 cm <sup>4</sup>
Massa linear =	0,18 kN/m

**Aço perfil**

$I_x =$	9390000 mm <sup>4</sup>
$f_y =$	345 MPa
$f_u =$	450 MPa
$E =$	200000 MPa
$f_d =$	313,64 Mpa
$\alpha_f =$	350 para piso

**Perfil da montante w100x19,3**

**Cabo**

Diâmetro =	9,5 mm	AB =	70,88 mm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade =	202000 Mpa		

**5 - Parte da carga que corresponde a viga (cordão superior) por rigidez**

$F_v =$	27,33 KN
---------	----------

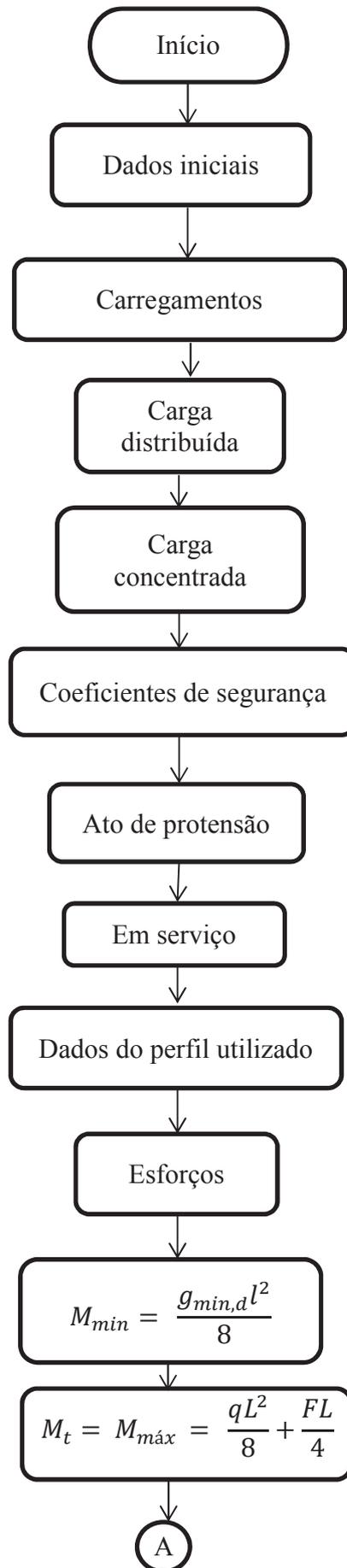
**6 - Força axial**

$FSB =$	2,67 KN
---------	---------

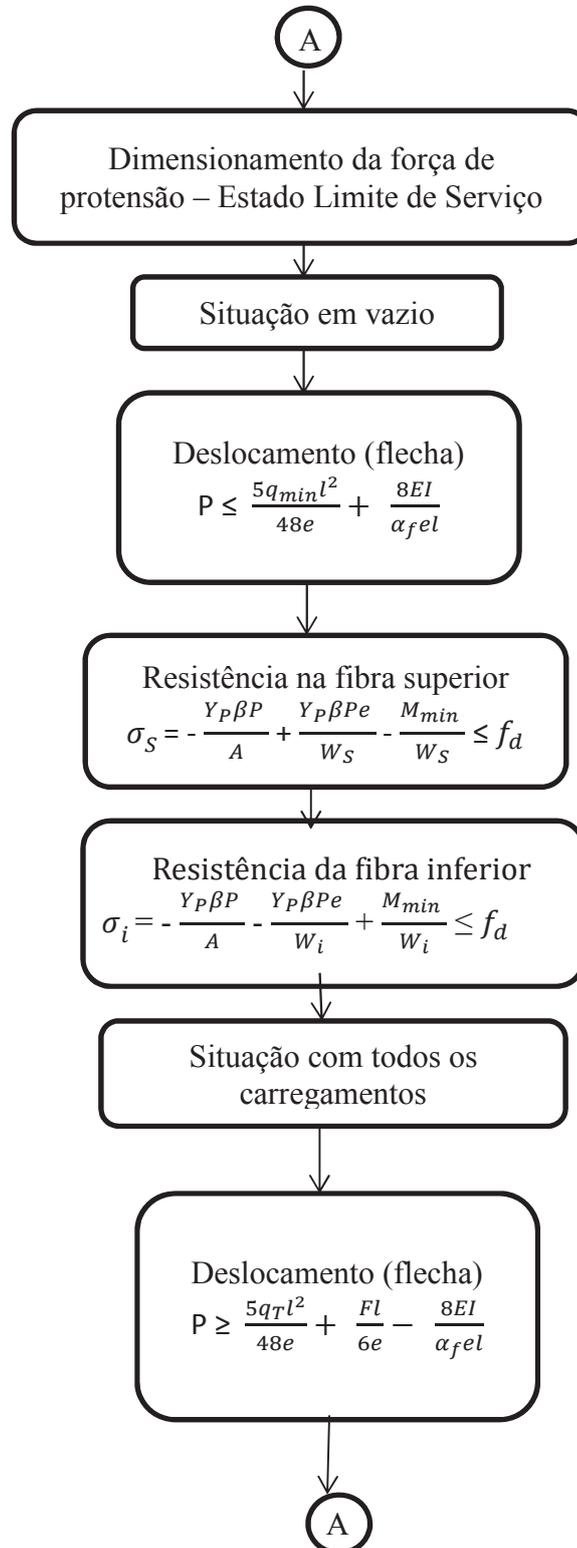
Fonte: autor (2014).

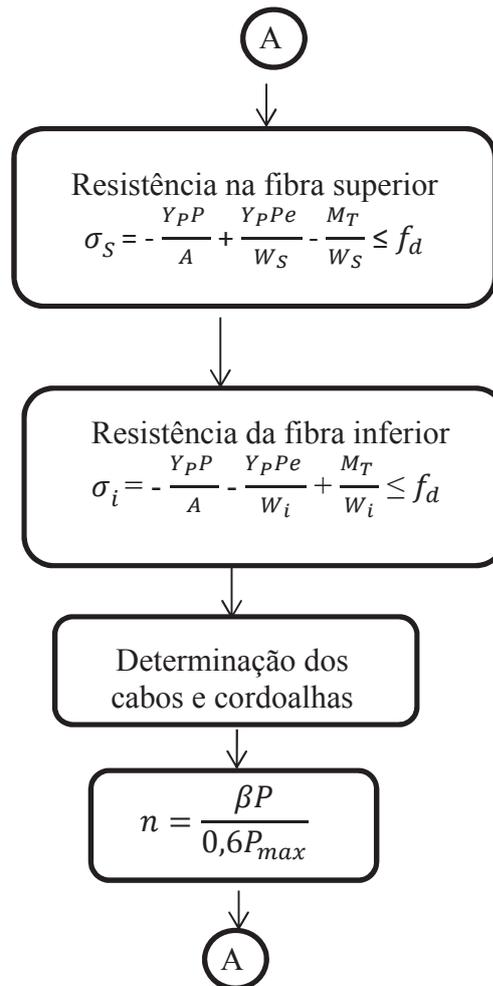
A Figura 35 mostra o roteiro de dimensionamento de vigas Fink com protensão interna laminada, segundo Ferreira (2007), Flôr e Amaral (2013), Rezende (2007), NBR 8800 (2008) e Chamberlain, Ficanha e Fabeane (2013), e no ANEXO 2 encontra-se a planilha de dimensionamento. A sequência da planilha inicia-se colocando-se os dados iniciais do comprimento da viga, após, o carregamento concentrado no centro da viga e o carregamento do peso próprio, os coeficientes de segurança no ato da protensão e em serviço, e em seguida é colocado os dados do perfil escolhido, calculado seu momento fletor mínimo, com somente seu peso próprio atuando e máximo, com sobrecarga e peso próprio atuando.

Figura 35: Fluxograma da viga Fink com protensão interna

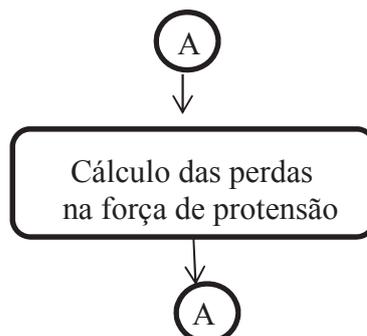


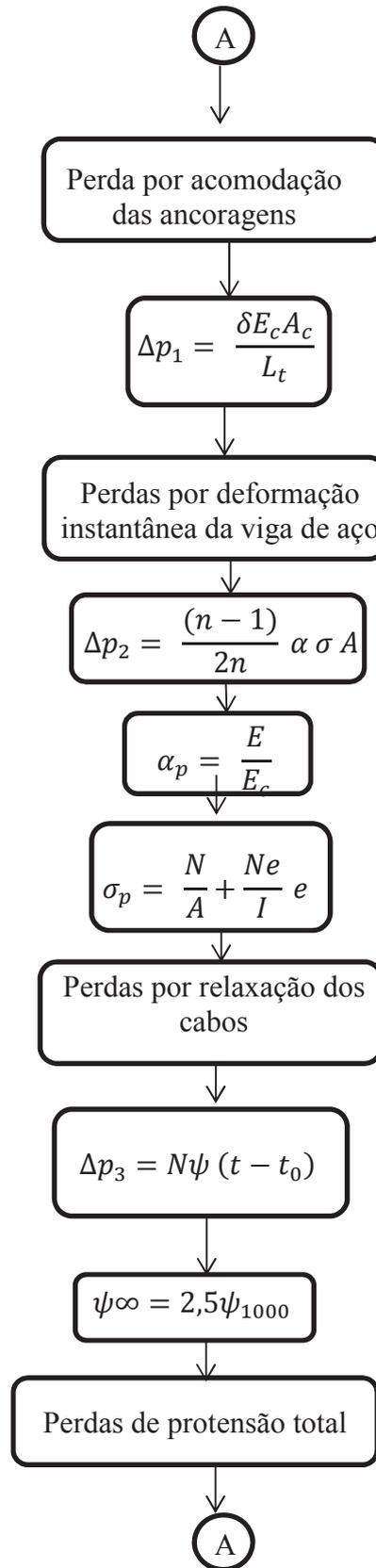
Após foi realizado o dimensionamento da força de protensão no Estado Limite de Serviço, na Situação em Vazio, somente o peso próprio atuando e, na Situação com todos os carregamentos, onde é nessa etapa que é encontrado a protensão  $P$ . Após é determinando o número de cabos.

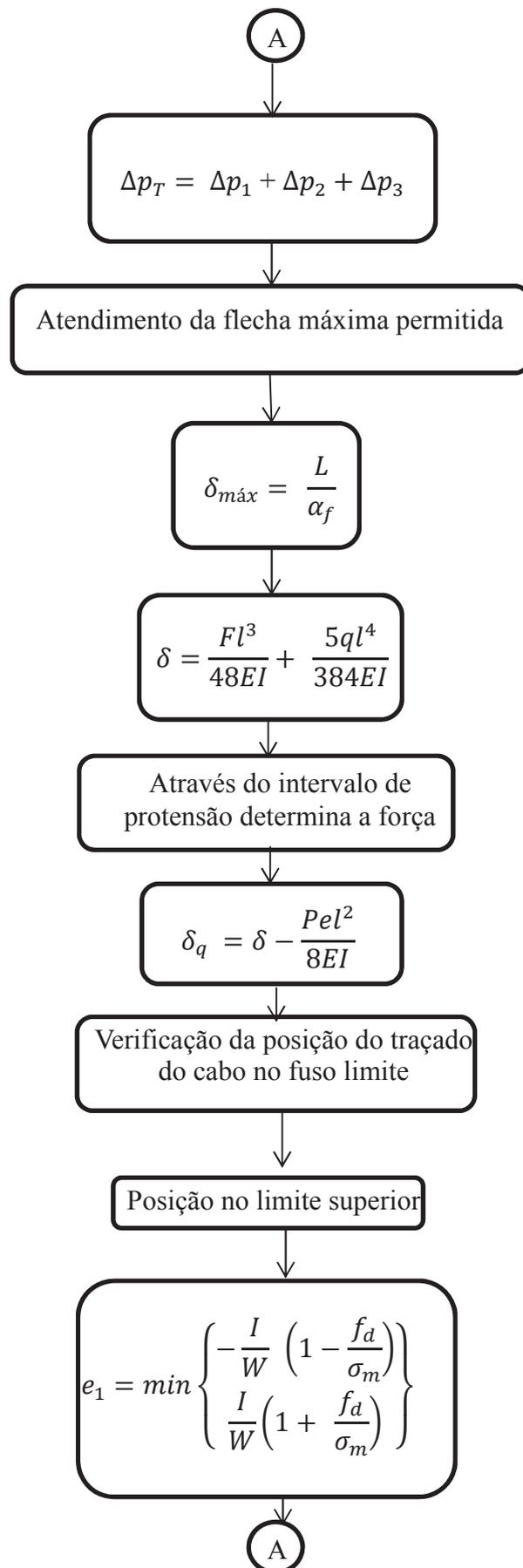


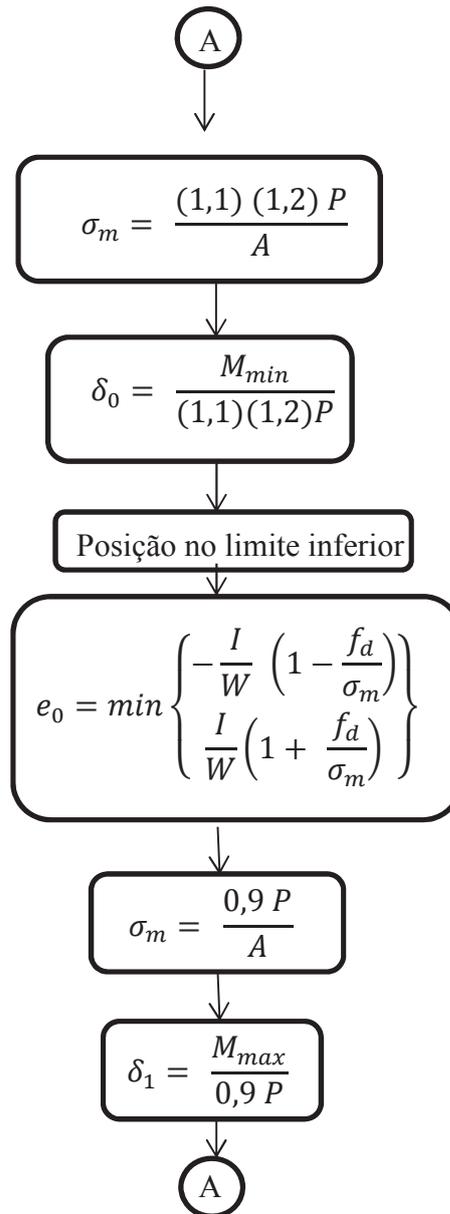


Em seguida, calcula-se as perdas na força da protensão, perda por acomodação das ancoragens, perda por deformação instantânea da viga e perda por relaxação do cabo, somado todas e acrescentado no valor da protensão P. Após é feita a verificação da flecha máxima permitida pela ABNT NBR 8800 (2008) para piso  $\alpha_f = 350$ , o cálculo sem a protensão somente atuando a carga concentrada e a carga distribuída, e o cálculo da flecha com a protensão. Após é feita a verificação da posição do traçado do cabo no fuso limite da posição do traçado do cabo, posição no limite superior e inferior.

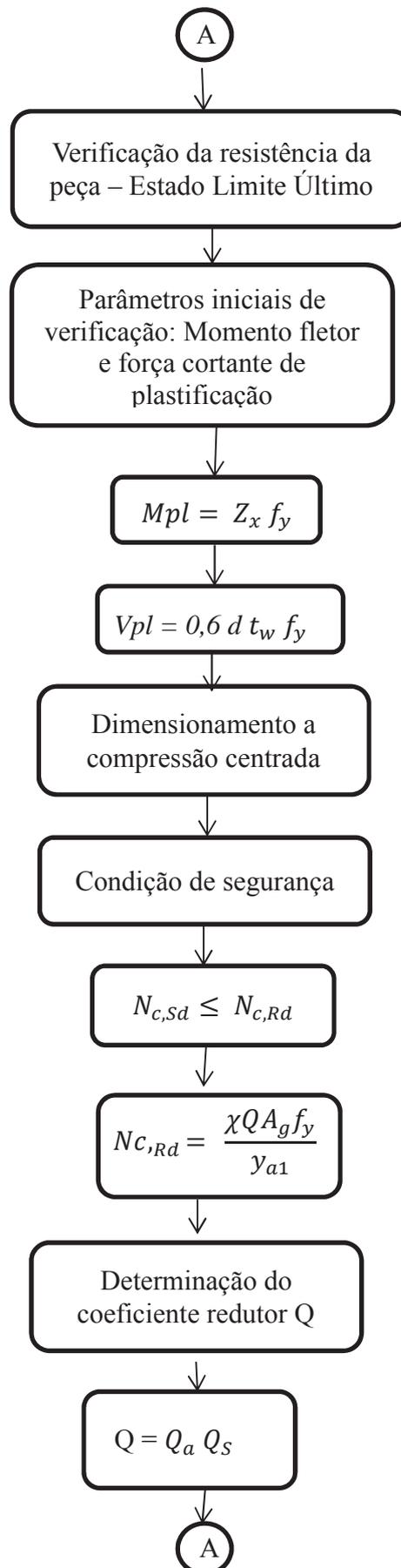


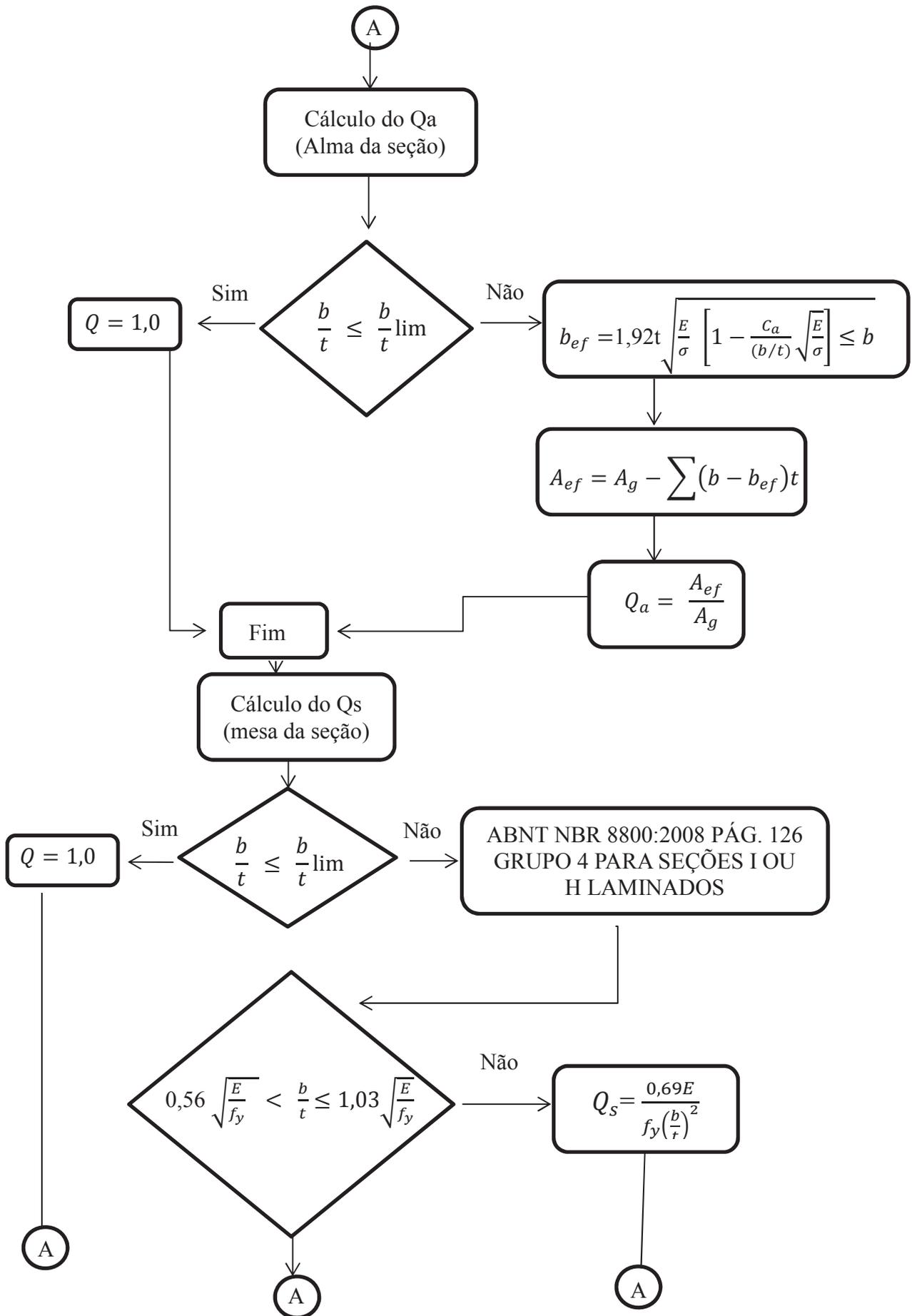


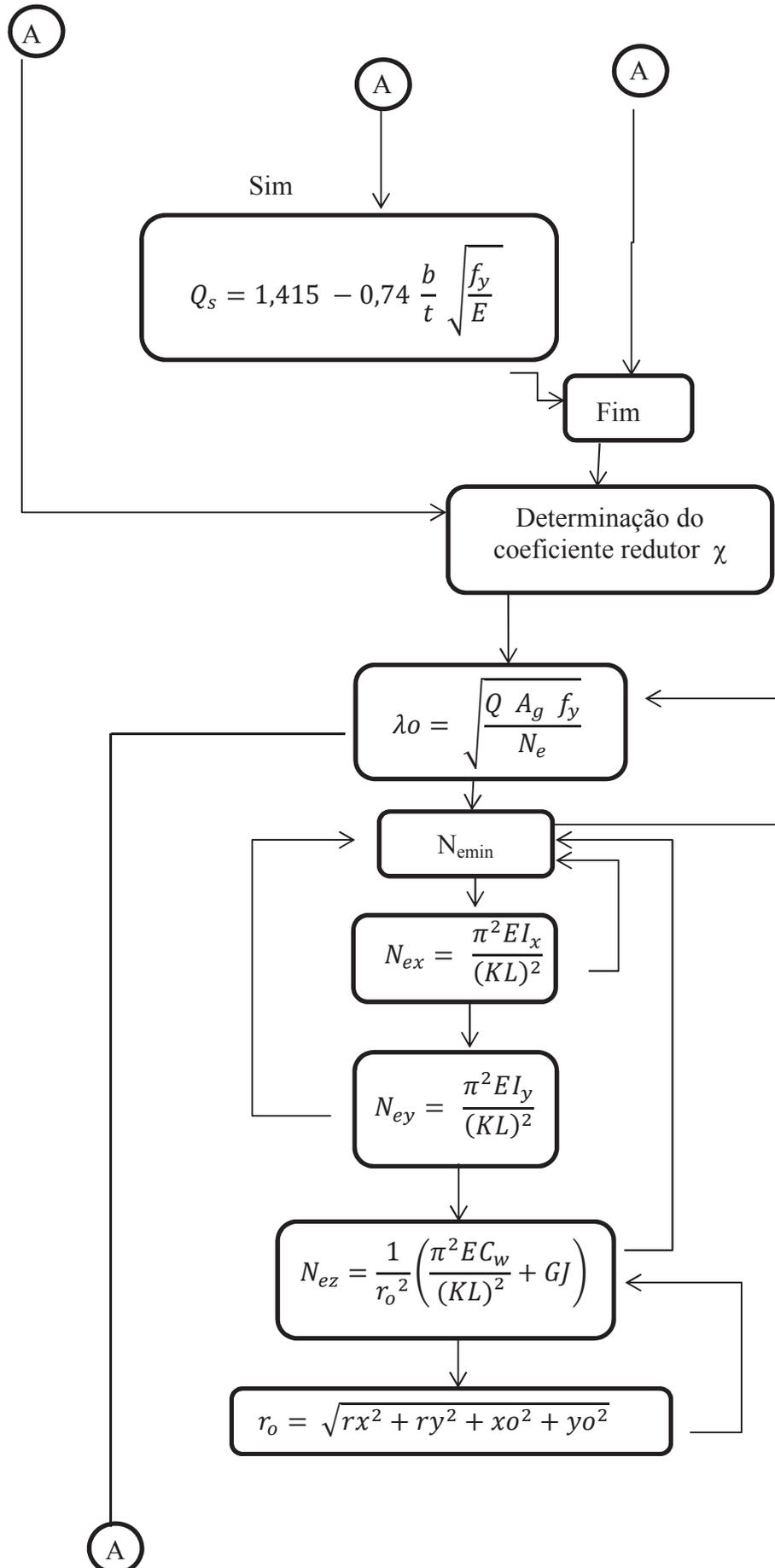


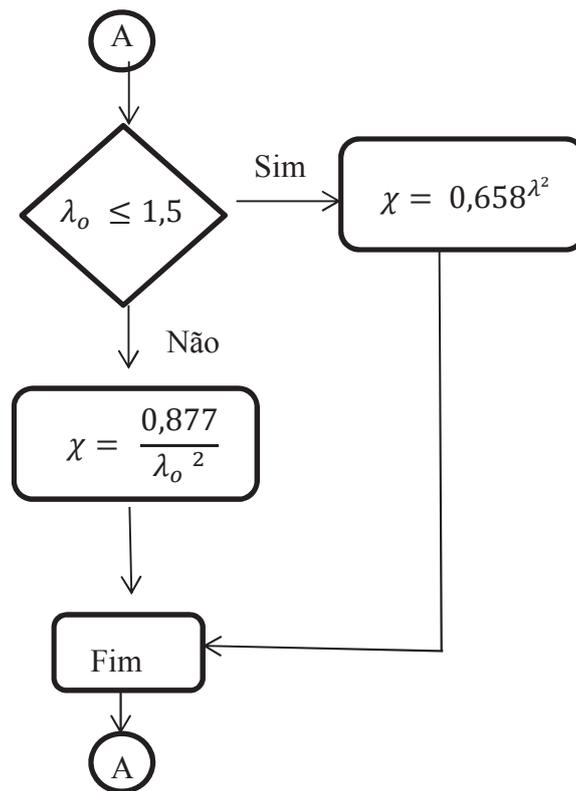


É verificado a peça no Estado Limite Último para a compressão centrada, para atender a verificação da solicitação de cálculo a compressão ( $N_{c,sd}$ ) menor ou igual a resistência de cálculo a compressão ( $N_{c,Rd}$ ), através do cálculo para determinação do coeficiente reductor  $Q$ ,  $Q_a$  (Alma da seção) e  $Q_s$  (mesa da seção), determinação do coeficiente reductor  $\chi$ , sendo  $\gamma_{a1} = 1,10$ .

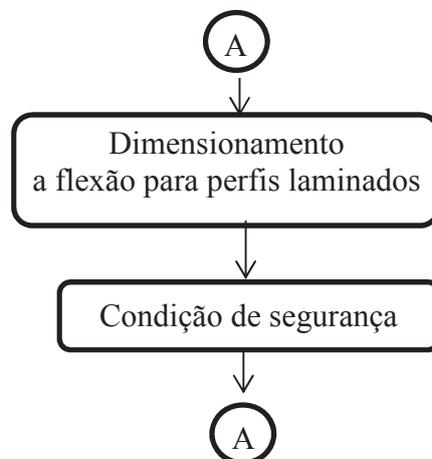


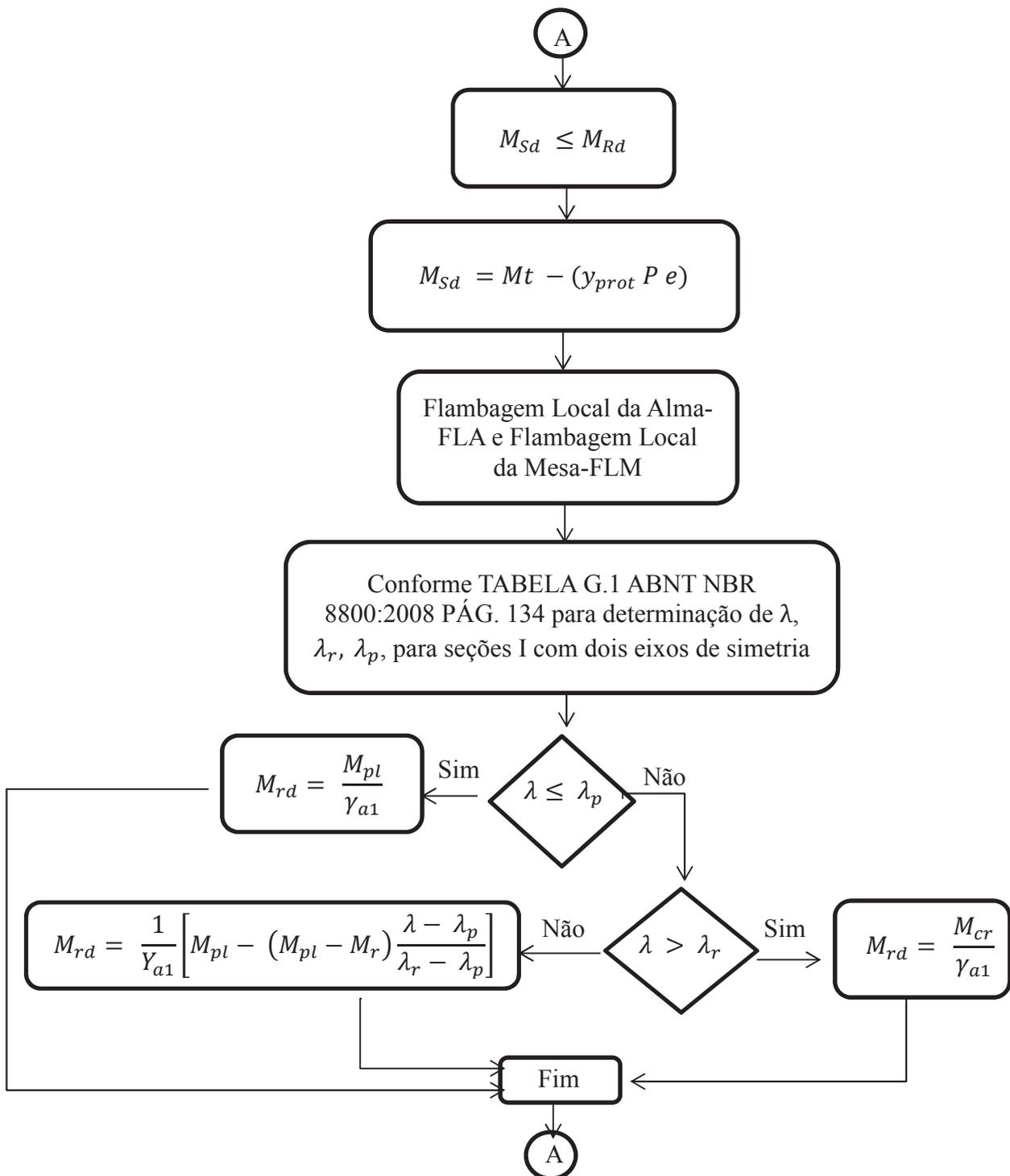


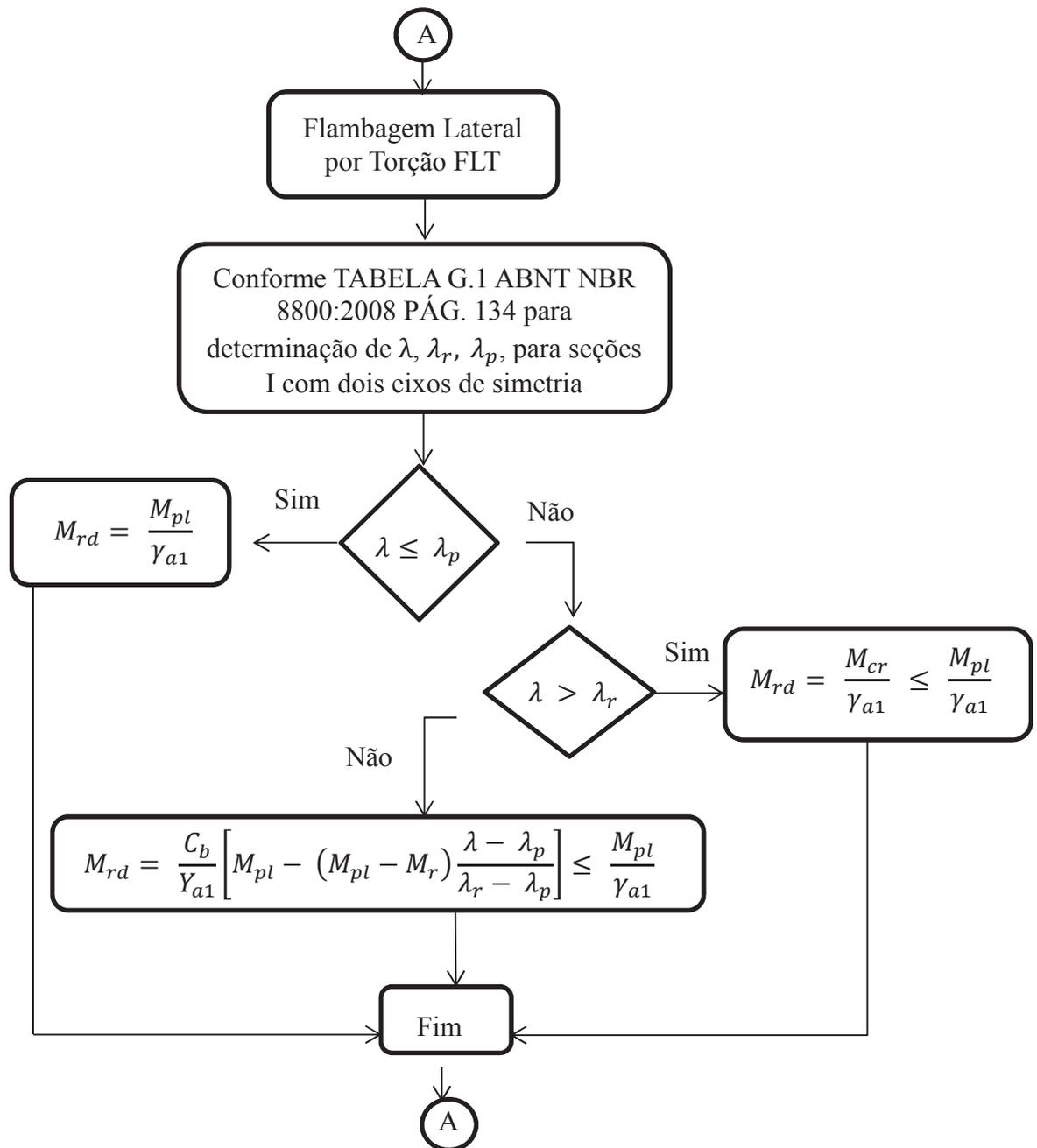




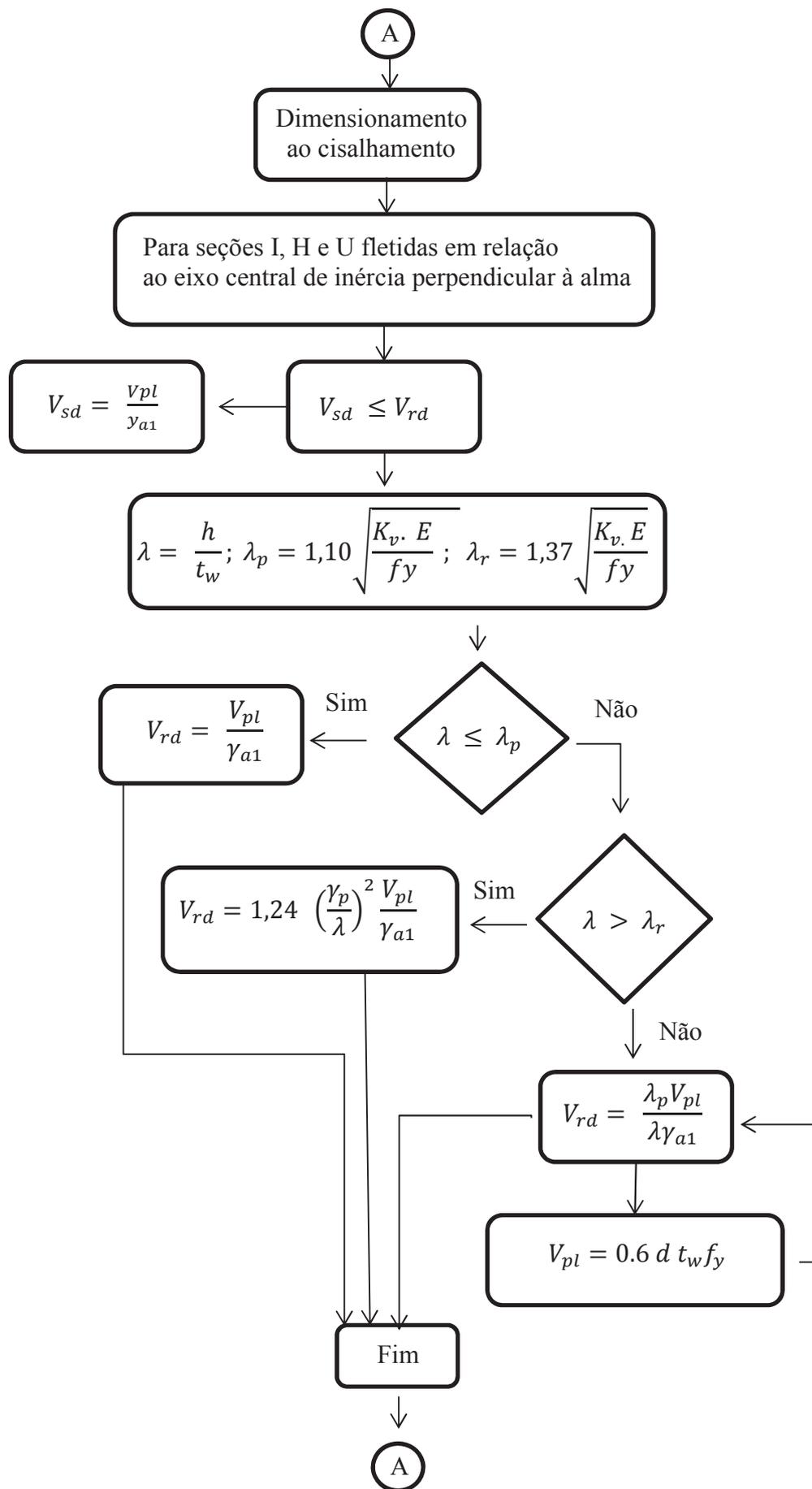
Para o dimensionamento a flexão para os perfis laminados, deve-se atender a condição de segurança: Momento solicitante de cálculo  $M_{Sd}$  menor ou igual ao momento resistente de cálculo  $M_{Rd}$ . Inicia-se com a verificação da flambagem local da alma e flambagem local da mesma e após a flambagem lateral por torção, através da ABNT NBR 8800 (2008) para seções I com dois eixos de simetria foi encontrado os índices de esbeltez  $\lambda$ , e através das verificações encontrou-se o  $M_{Rd}$  e comparou-se com o  $M_{Sd}$ .

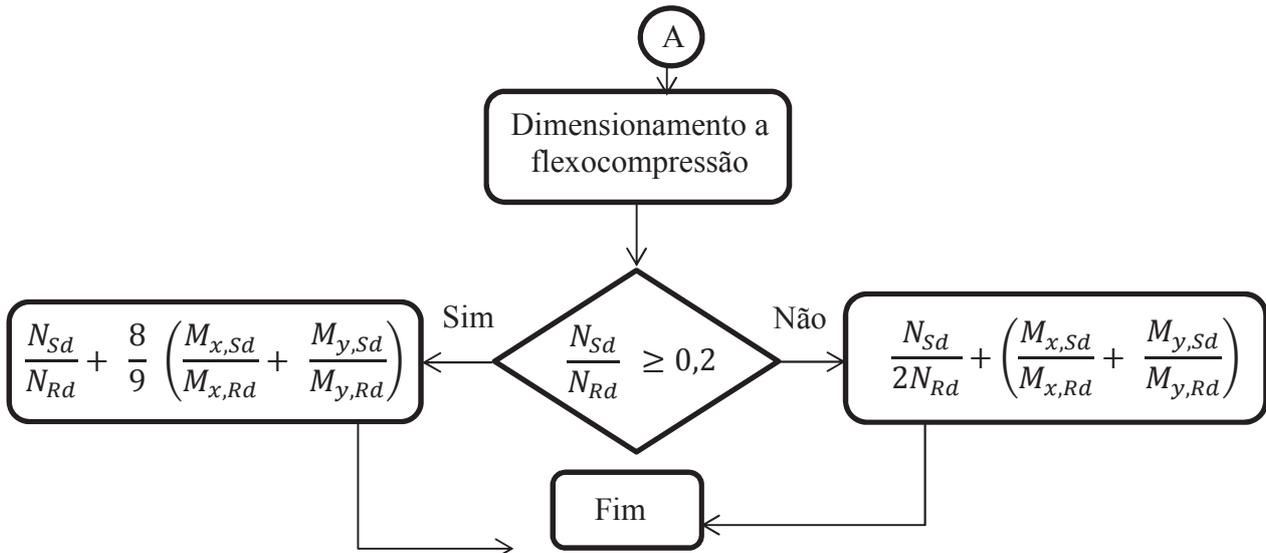






Nessa etapa faz-se o dimensionamento ao cisalhamento, para seções I fletidas em relação ao eixo central de inércia perpendicular a alma, atendendo a condição de segurança cortante solicitante de cálculo  $V_{sd}$  menor ou igual ao cortante resistente de cálculo  $V_{Rd}$ , através do cálculo dos índices de esbeltez,  $\lambda$ . Após foi verificado a viga a flexocompressão atendendo a verificação de solicitação de cálculo sobre resistente de cálculo maior ou igual a 0,2, segundo a ABNT NBR 8800 (2008).





Fonte: autor (2014).

A partir do fluxograma foi criada a planilha de cálculo analítico de modelo para a viga I laminada com a protensão interna (Figura 36).

Figura 36: Planilha de cálculo da viga Fink com protensão interna

**Viga com protensão interna**

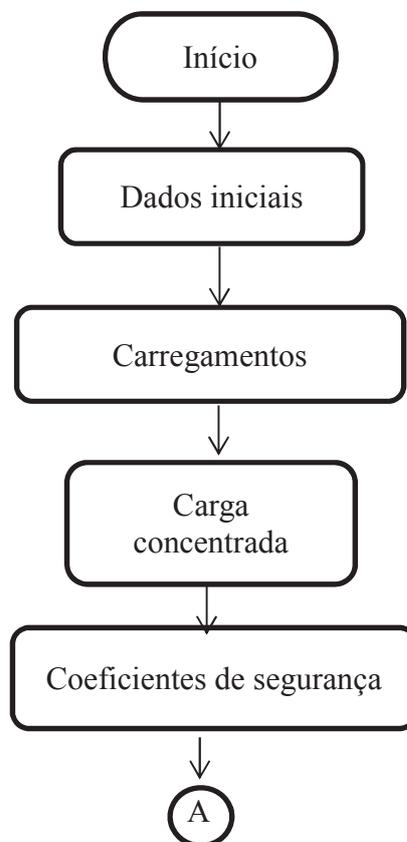
<b>1 - Dados iniciais</b> Comprimento da viga(L) = 3 m Comprimento sem contensão lateral = 0 m Distância entre entijos(cordões) = 1,5 m					
<b>2 - Carregamentos</b> IKN = 101,97 kgf Ato da protensão Carga permanente (gmin) = 0,24 kN/m Sobrecarga = 30 kN		Zm serviço Carga permanente = 0 kN/m Sobrecarga = 0 kN/m			
<b>3 - Coeficientes de segurança</b> Ato da protensão γG = 1,4 γQ = 1,5 γProt = 1,2 β = 1,1		Em serviço γG = 1 γQ = 0 γProt = 0,9			
<b>4 - Propriedades do perfil</b> Excentricidade do cabo (e) = 7,49 cm Altura externa (d) = 160 mm Altura alma (h) = 139 mm Espessura alma (tw) = 6,6 mm Largura flange inferior (bf) = 102 mm Largura flange superior = 102 mm Espessura do flange inferior (tf) = 10,3 mm Área = 31,5 cm <sup>2</sup> d' = 11,5 cm		Iy = 183 cm <sup>4</sup> Ix = 1384 cm <sup>4</sup> Iy = 345 MPa fy = 450 MPa E = 20000 KN/cm <sup>2</sup> σl = 313,64 MPa σc = 31,36 KN/cm <sup>2</sup>		Wx = 173 cm <sup>3</sup> Zx = 197,6 cm <sup>3</sup> rx = 0,0663 m ry = 0,0241 m γal = 1,1 ca = 0,34 cw = 18206 cm <sup>6</sup> γa2 = 1,33	
<b>5 - Esforços</b> Momento fletor devido ao peso próprio Mmin = 0,37 KNm		Momento fletor devido a todos os carregamentos Mt = 34,12 KNm		Momento máximo Mmax = 34,12 KNm	
<b>6 - Dimensionamento da força de protensão - ELS</b> a) Situação em vazio a.1) Deslocamento (flecha) $P \leq \frac{5q_{lim}L^4}{48EI} + \frac{HEI}{\sigma_{p,el}}$ P ≤ 284,71 KN		a.2) Resistência na fibra superior (tração) pela tensão admissível em serviço $\sigma_{cs} = -\frac{DpEL}{A} + \frac{DpPe}{W_s} - \frac{M_{min}}{W_s} \leq f_{cs}$ cs = 0,0152 P - Mmin/Ws ≤ fl P ≤ 2076,64 KN		a.3) Resistência na fibra inferior (compressão) pela tensão admissível em serviço $\sigma_{cs} = -\frac{DpEL}{A} - \frac{DpPe}{W_i} + \frac{M_{min}}{W_i} \leq f_{cs}$ ci = -0,099016 P + Mmin/Wi ≤ fl P ≤ -314,59 KN	
b) Situação com todos os carregamentos b.1) Deslocamento (flecha) $\frac{5q_{lim}L^4}{48EI} + \frac{PEI}{Ae} + \frac{HEI}{\sigma_{p,el}}$ P ≤ 46,84 KN		b.2) Resistência na fibra superior (tração) pela tensão admissível em serviço $\sigma_{cs} = -\frac{DpEL}{A} + \frac{DpPe}{W_s} - \frac{M_t}{W_s} \leq f_{cs}$ cs = 0,0103678 P - Mt/Ws ≤ fl P ≤ 4927 KN		b.3) Resistência na fibra inferior (compressão) pela tensão admissível em serviço $\sigma_{cs} = -\frac{DpEL}{A} - \frac{DpPe}{W_i} + \frac{M_t}{W_i} \leq f_{cs}$ ci = -0,067511 P + Mt/Wi ≤ fl P ≤ -172,43 KN	
c) Determinação dos cabos e cordoalhas n = 2 deve-se ser pa Pmax (retirado do catálogo das especificações da cordoalha) = 143,5 mm <sup>2</sup>		1,38 cabos 2 cabos (1 cabo a cada lado da seção)		239,2 para cond. 7 fios CP190 RB 15,2	

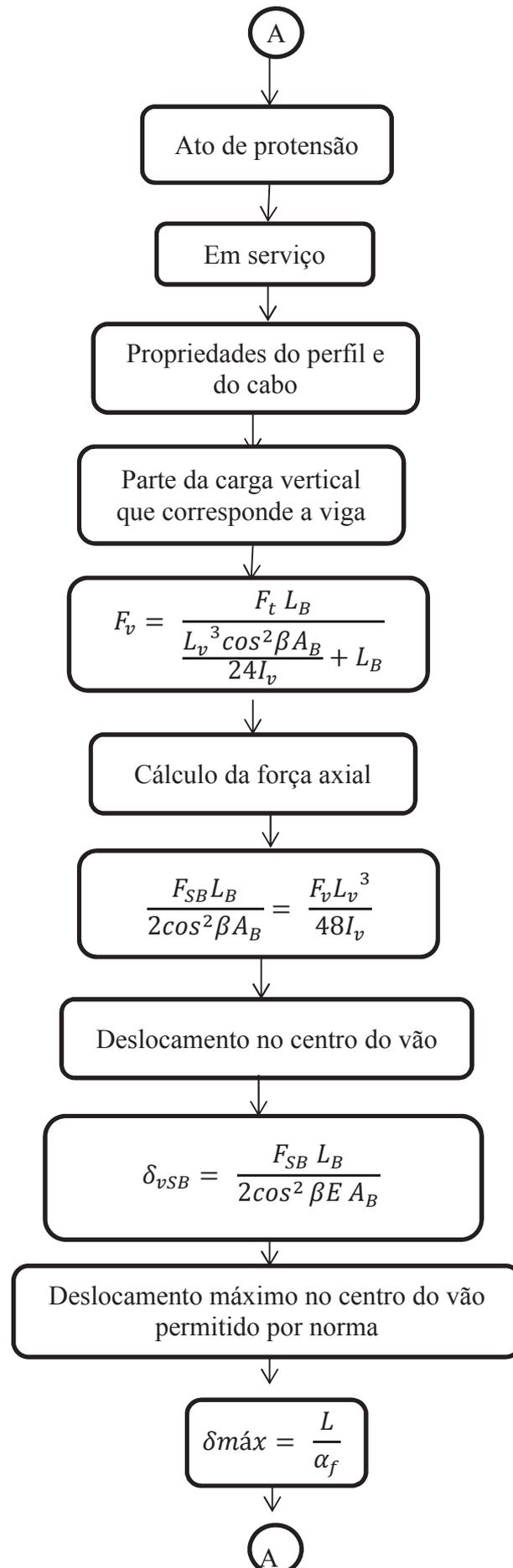
Fonte: autor (2014).

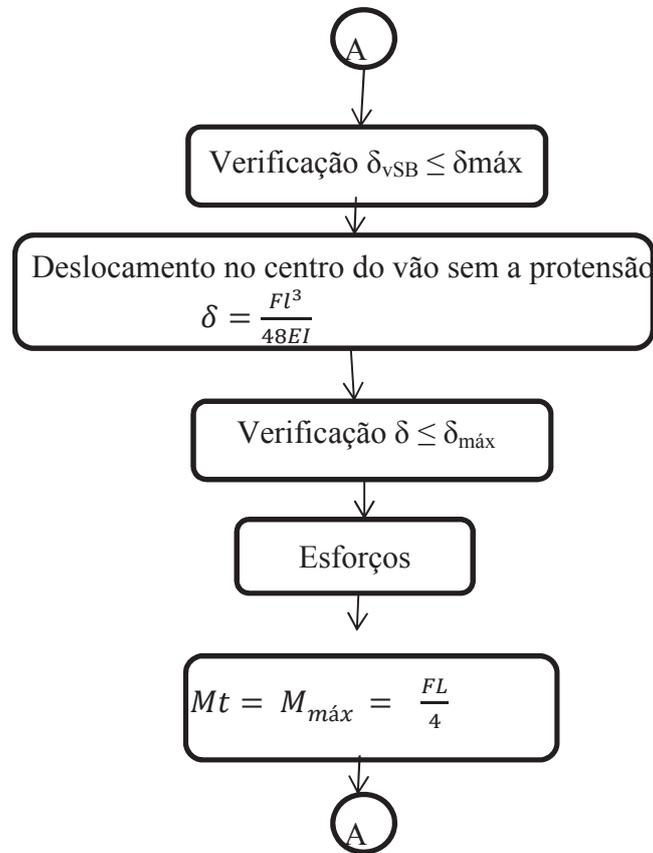
## 4.2 Terças

A Figura 37 mostra o roteiro de dimensionamento de vigas Fink U enrijecida formada a frio com protensão externa, segundo ABNT NBR 14762:2010 e Carvalho, Grigoletti e Barbosa, 2014, e no ANEXO 3 encontra-se a planilha de dimensionamento. A sequência na planilha contém os dados iniciais, comprimento da viga, altura da montante central, ângulo, comprimento do cabo inclinado em um lado da viga, da montante até o extremo, coloca-se em seguida os carregamentos, os coeficientes de segurança no ato da protensão e em serviço, e as propriedades do perfil utilizado e do cabo, calcula-se a parte da carga vertical  $F_v$ , o cálculo da força axial  $F_{SB}$ , e o deslocamento no centro do vão  $\delta_{vSB}$ , comparando com o deslocamento máximo permitido por norma ABNT NBR 8800 (2008) para coberturas  $\alpha_f = 180$  para terças.. Caso não satisfaça a condição de segurança deve-se escolher outro perfil. Após é calculado o esforço da viga, o momento máximo.

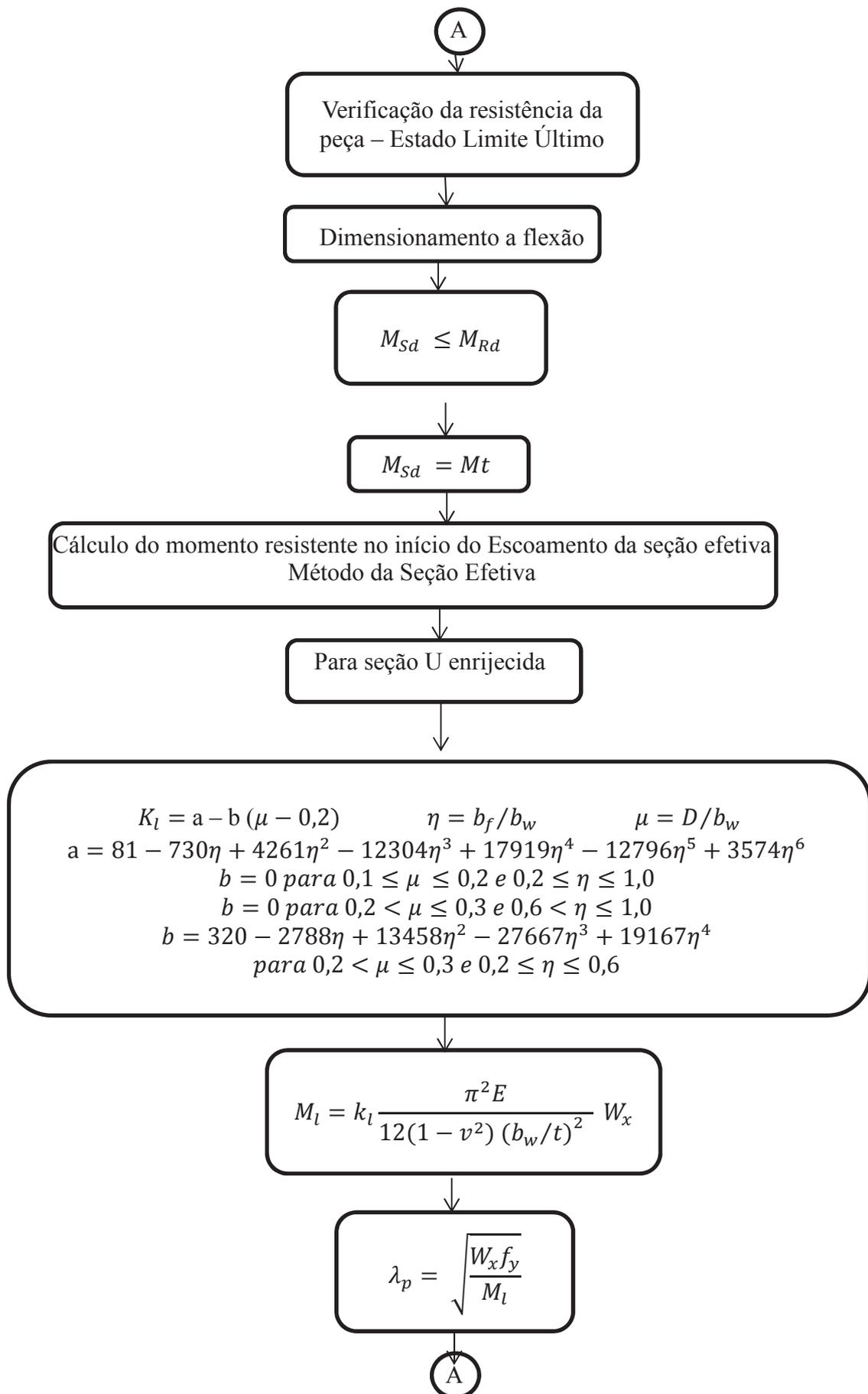
Figura 37: Fluxograma da viga Fink formada a frio com protensão externa

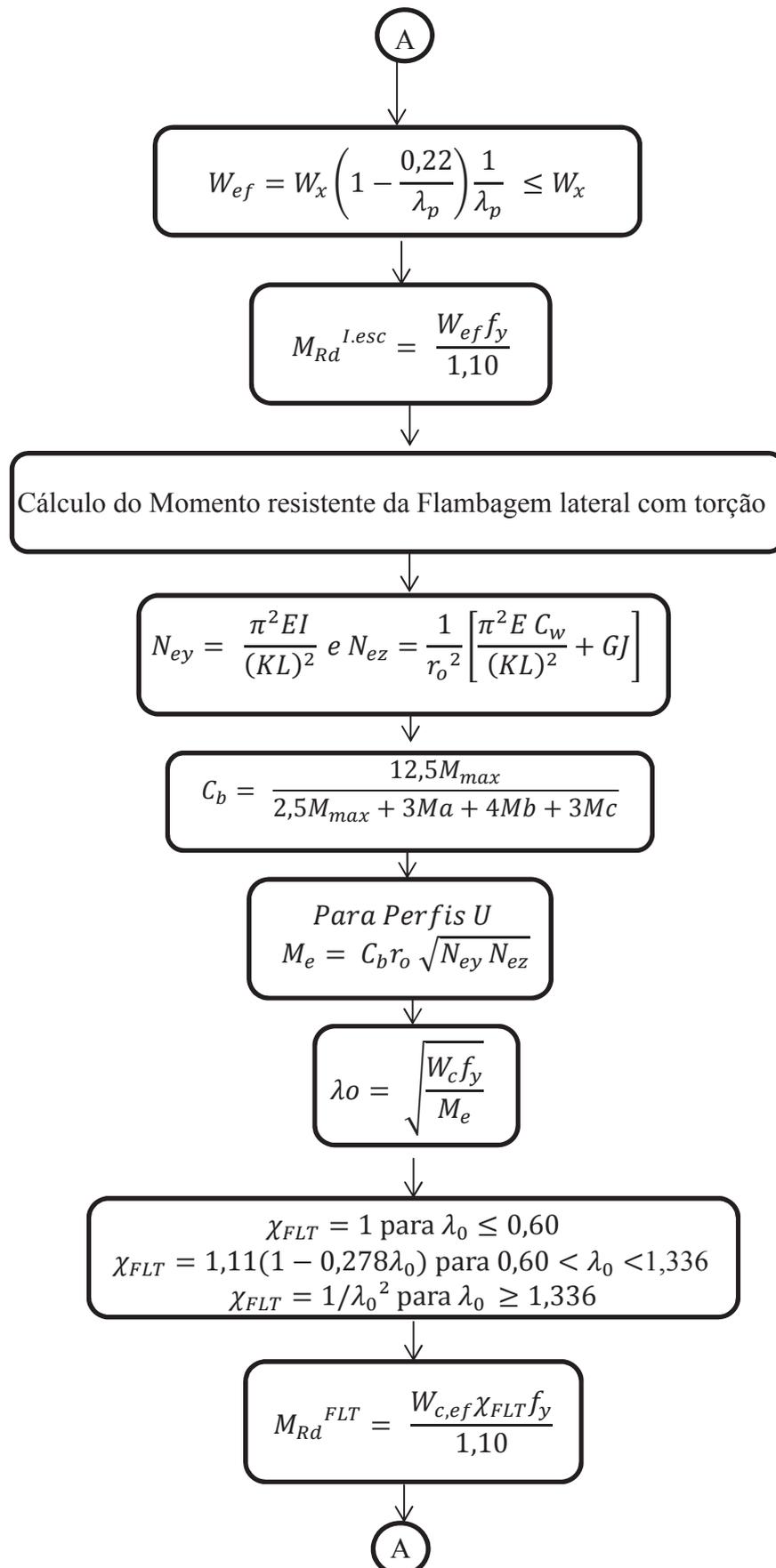


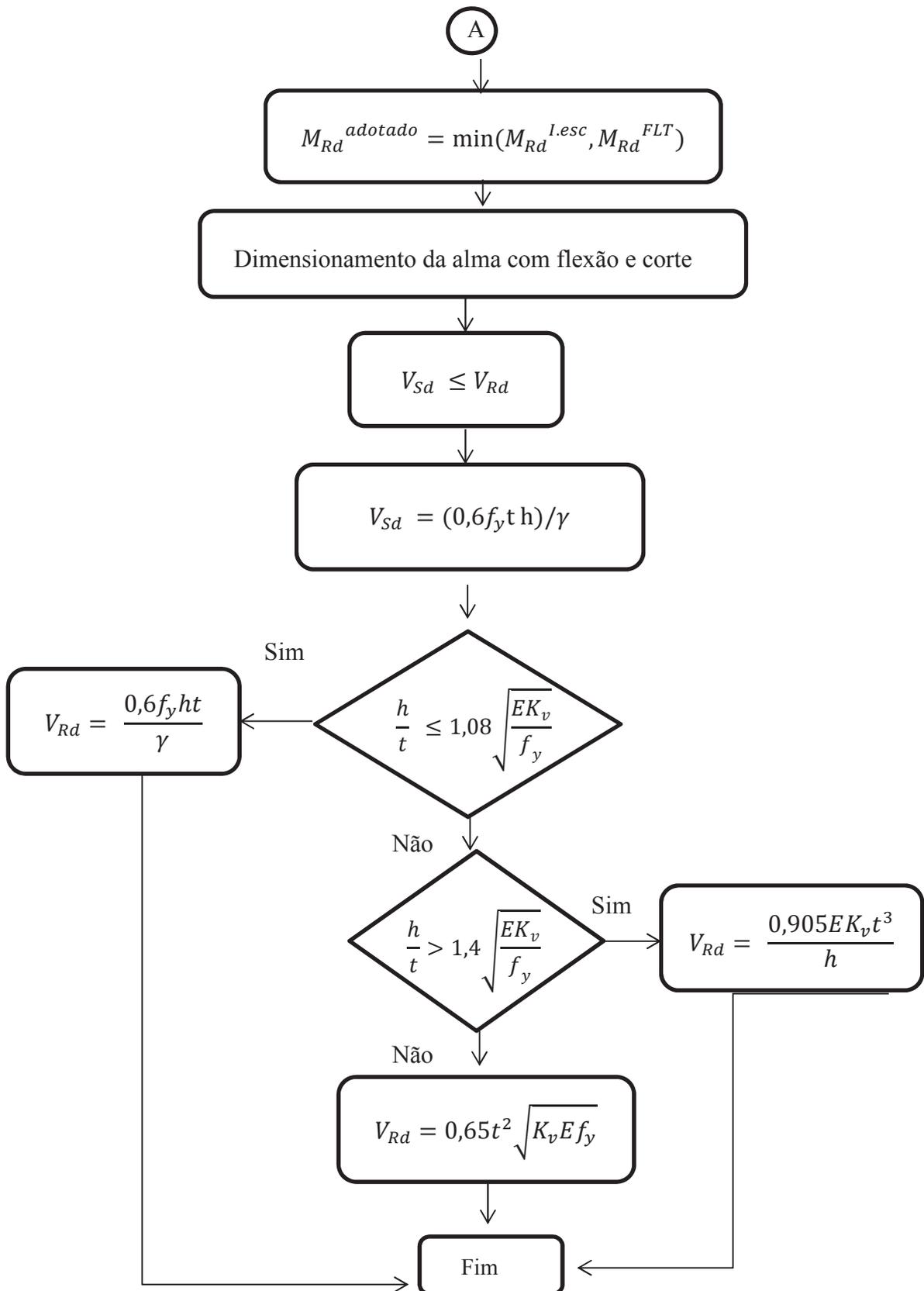




Nessa etapa é verificado a peça no Estado de Limite Último, dimensionando a peça a flexão, de acordo a condição de segurança: Momento solicitante de cálculo ( $M_{sd}$ ) menor ou igual ao Momento resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ), através do cálculo do Momento resistente no início do escoamento na seção efetiva,  $M_{Rd}^{I,esc}$ , pelo método da seção efetiva e o cálculo do Momento resistente na Flambagem lateral por torção,  $M_{Rd}^{FLT}$ . Então disso, encontra-se o  $M_{Rd}$  min e compara-se com o  $M_{sd}$ , atendendo a verificação. Passa-se para a próxima verificação do dimensionamento da alma com combinação de flexão e corte: Cortante solicitante de cálculo,  $V_{sd}$ , menor ou igual ao Cortante resistente de cálculo,  $V_{Rd}$ . Se não atende volta a trocar o perfil. Atendendo todas as verificações encontra-se o perfil e o cabo para atender o vão e a sobrecarga.







Fonte: autor (2014).

A partir do fluxograma foi criada a planilha de cálculo analítico de modelo para uma terça com a protensão externa (Figura 38).

Figura 38: Planilha de cálculo da viga Fink tipo terça com protensão externa

Viga formada a frio									
<b>1- Dados iniciais</b>									
Comprimento da viga(L) =	3000 mm	montante central =	200 mm						
Comprimento sem contenção lateral =	0 m	LB do cabo =	1515 mm						
Distância entre enrijecedores =	1,5 m	$\beta$ (ângulo) =	82,41						
<b>2 - Carregamentos</b>									
Ato da protensão	1KN =	101,97 kgf							
Carga permanente =	0,00190 KN/cm	Em serviço	Carga permanente =	0 KN/m					
Sobrecarga =	30 KN	Em serviço	Sobrecarga =	0 KN/m					
<b>3 - Coeficientes de segurança</b>									
Ato da protensão									
$\gamma_G =$	1,4	Em serviço	$\gamma_G =$	1					
$\gamma_Q =$	1,5	Em serviço	$\gamma_Q =$	0					
$\gamma_{Prot} =$	1,2	Em serviço	$\gamma_{Prot} =$	0,9					
$\beta =$	1,1								
<b>4 - Propriedades do perfil</b>									
Altura externa (ha) =	300 mm	r =	0,7125 cm	ly =	291,49 cm <sup>4</sup>				
Espessura alma (t) =	4,75 mm	D =	25 mm	K =	1	h =	20 cm		
Largura flange inferior (Bf) =	100 mm	Ixx =	3209,56 cm <sup>4</sup>	Wx =	217,97 cm <sup>3</sup>	E tendão =	20200 KN/cm <sup>2</sup>		
Largura flange superior =	100 mm	f <sub>y</sub> =	345 MPa	r <sub>xx</sub> =	0,1152 m	af =	180 para terças de cobertura		
Área =	24,64 cm <sup>2</sup>	f <sub>t</sub> =	450 MPa	ry =	0,027 m	WS - Wl =	217,97 cm <sup>3</sup>		
		E =	20000 KN/cm <sup>2</sup>	lx =	4,73				
		f <sub>d</sub> =	313,64 Mpa	v =	0,3				
		f <sub>d</sub> =	31,36 KN/cm <sup>2</sup>	Cw =	52671,43 cm <sup>6</sup>				
		y =	1,10	G =	770 KN/cm <sup>2</sup>				
<b>Perfil da montante U 300x100x25x4,75</b>									
<b>Tendões</b>									
Dímetro =	15,2 mm	AB =	181,46 mm <sup>2</sup>						
Módulo de elasticidade =	202000 Mpa								
<b>5 - Parte da carga que corresponde a viga (cordão superior) por rigidez</b>									
<b>Fv =</b>	27,99 KN								
<b>6 - Força axial</b>									
<b>FSB =</b>	2,01 KN								
<b>7 - Deslocamento do meio do vão</b>									
<b>δvSB =</b>	2,38 mm								
Verificação δvSB ≤ δmax	OK								
<b>Cálculo do deslocamento real (sem protensão)</b>									
<b>δ =</b>	16,67 mm								
Verificação δ < δmax =	OK								

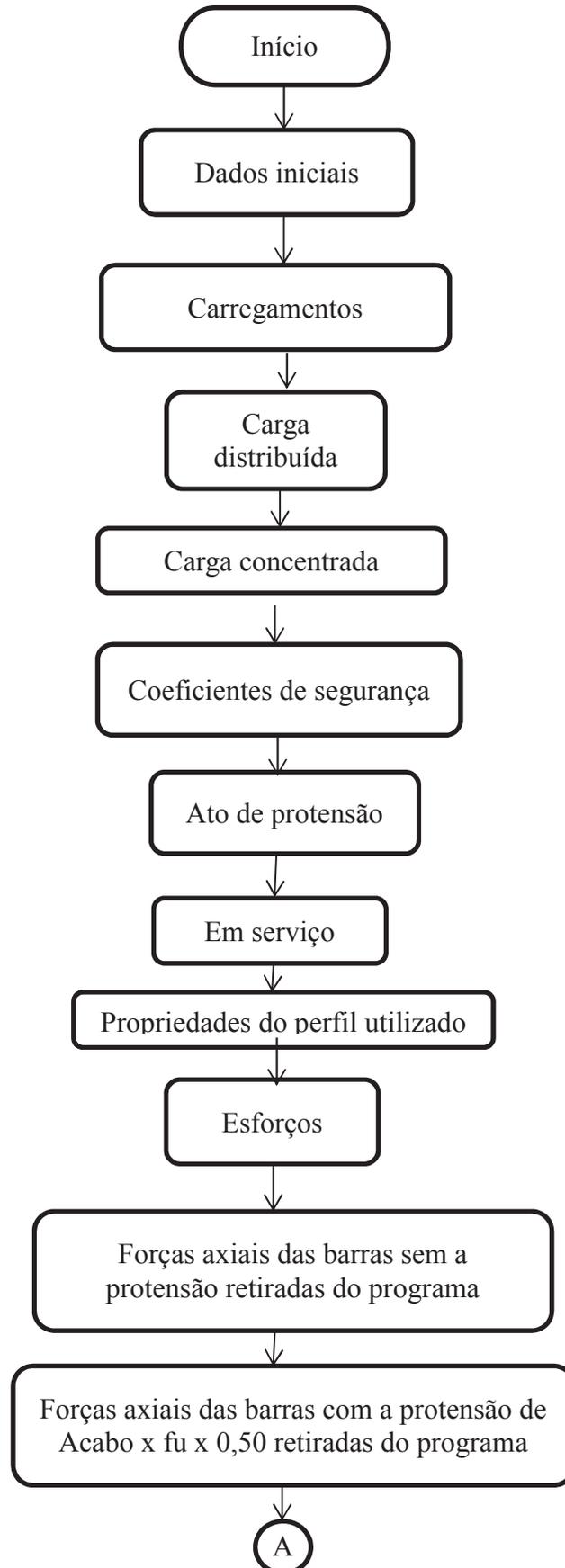
Fonte: autor (2014).

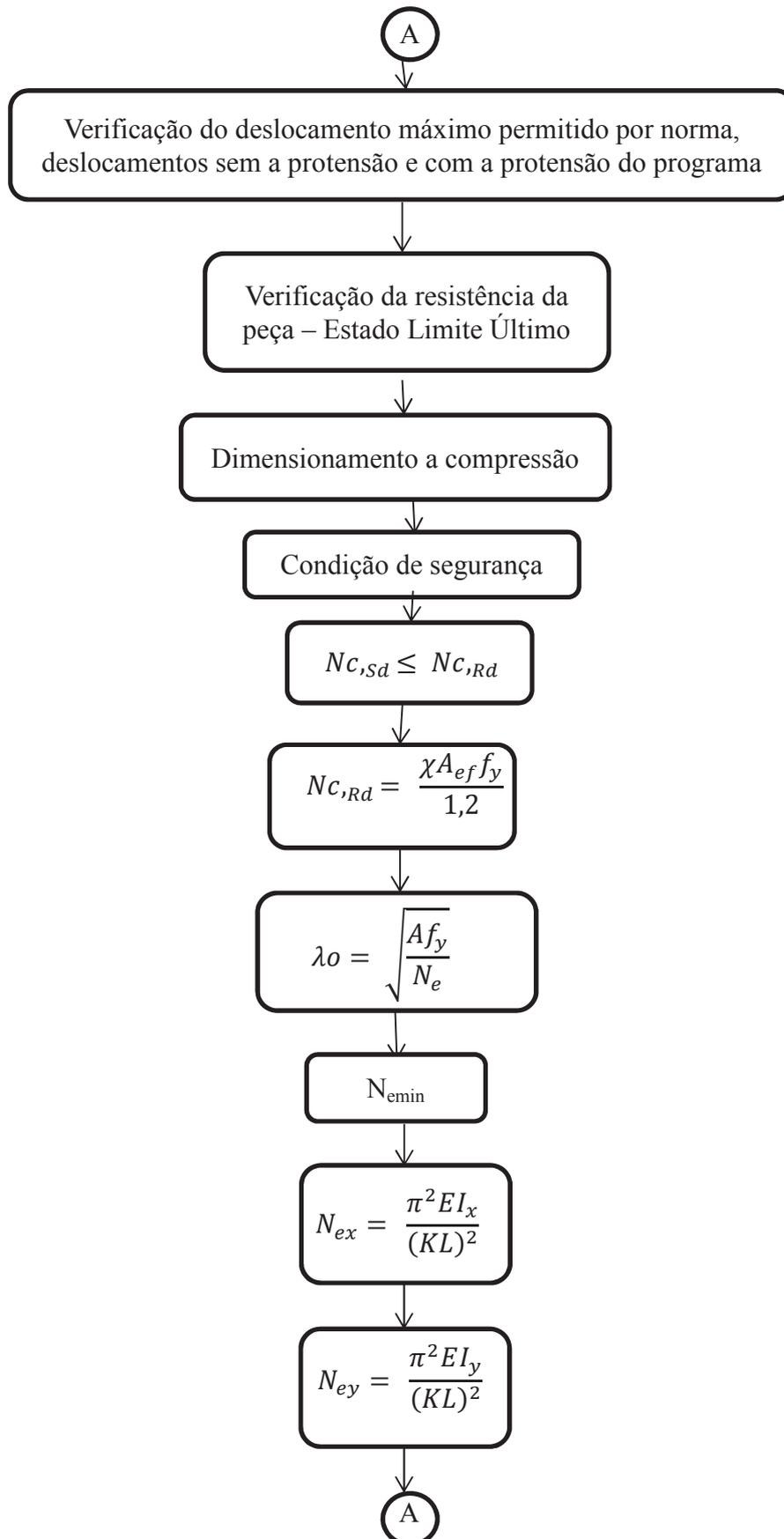
### 4.3 Treliças

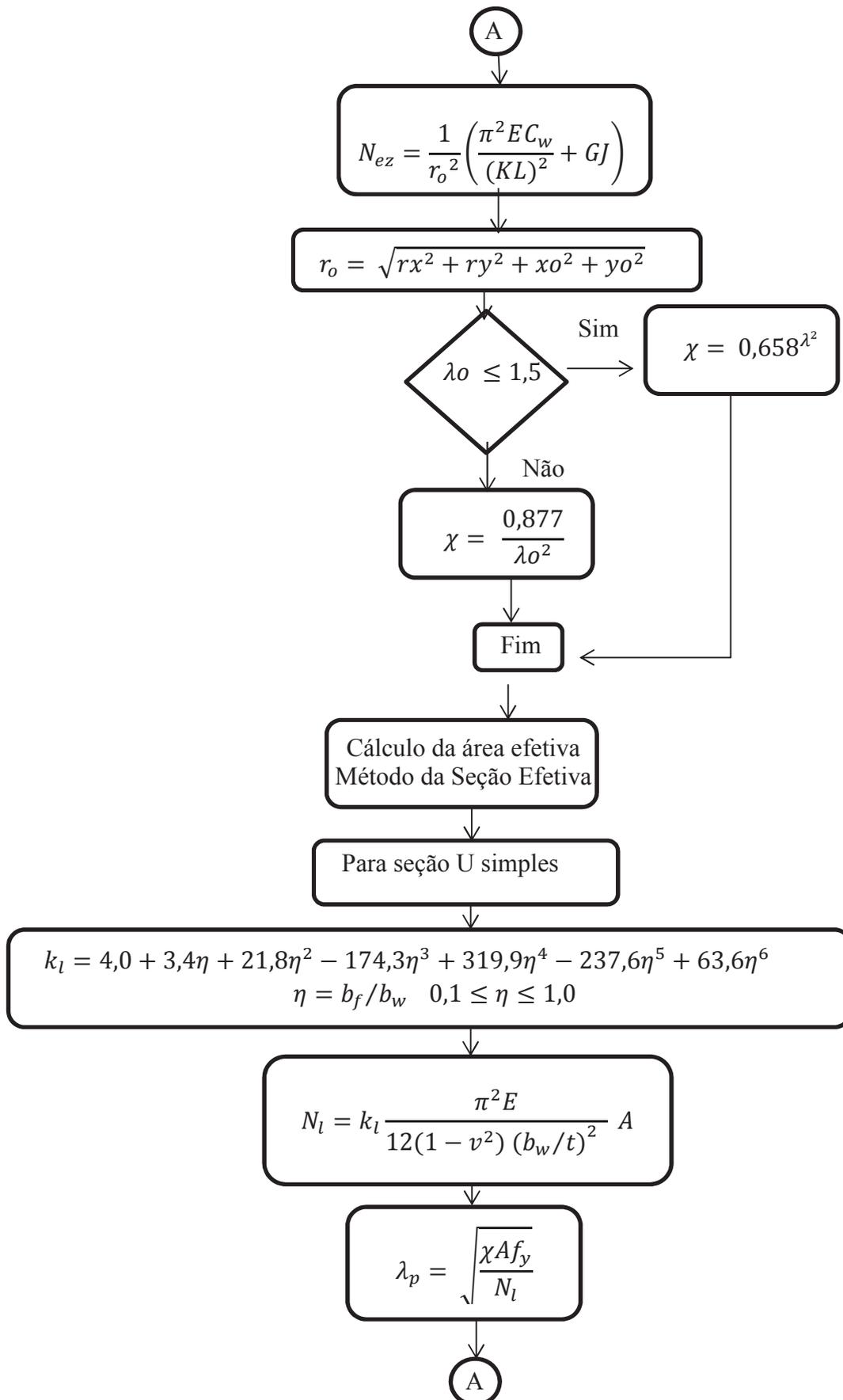
A Figura 39 mostra o roteiro de dimensionamento de vigas treliçadas com perfis simples formado a frio com protensão interna cruzada, para vigas de coberturas  $\alpha_f = 250$ , segundo ABNT NBR 14762 (2010), Carvalho, Grigoletti, Barbosa (2014), e no ANEXO 4 encontra-se a planilha de dimensionamento. O procedimento do cálculo inicia-se colocando os dados iniciais da viga, comprimento, após os carregamentos, os coeficientes de protensão, e as propriedades do perfil. Os esforços são retirados do programa Sap utilizado sem o cabo de protensão. É calculado a força de protensão através da fórmula: área do cabo x  $f_u$  (limite de resistência) x 0,50, e colocado na viga do programa SAP e encontrado as forças axiais com o cabo de protensão. Após é calculado o deslocamento máximo e comparado com os deslocamentos retirados do programa. A seguir é verificado a peça no Estado Limite Último, para as verificações de segurança a compressão: Solicitação de cálculo a compressão,  $N_{c,sd}$ , menor ou igual a Resistência de cálculo a compressão,  $N_{c,Rd}$ . E a tração Solicitação de cálculo

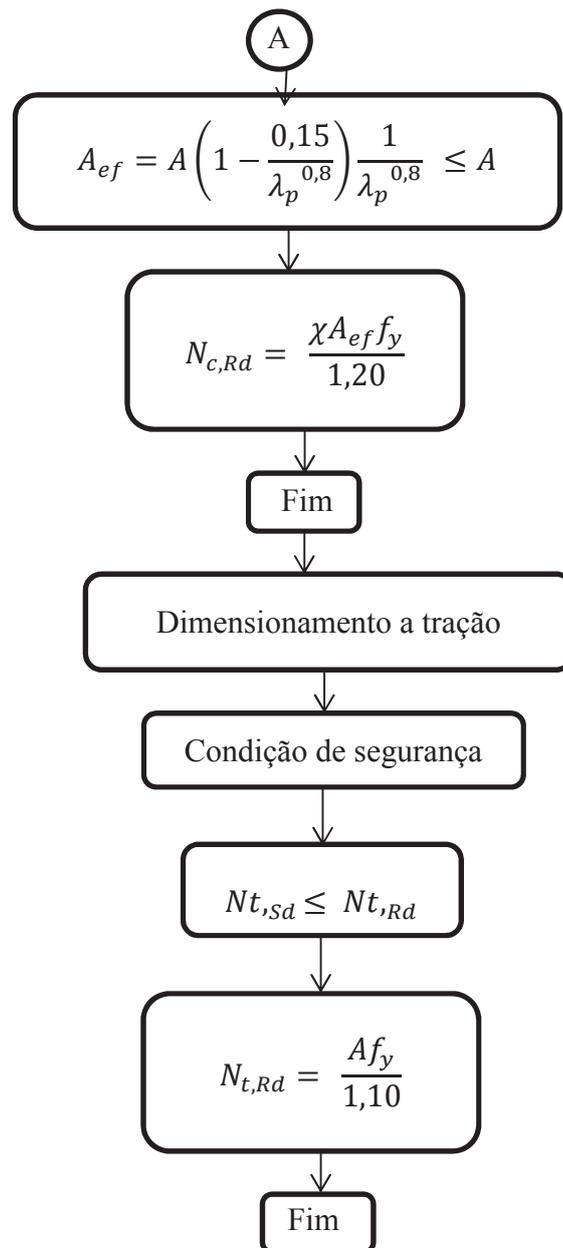
a tração,  $N_{t,Sd}$ , menor ou igual a Resistência de cálculo a tração  $N_{t,Rd}$ . Caso não atenda as condições de segurança muda-se o perfil.

Figura 39: Fluxograma da viga treliçada com protensão interna







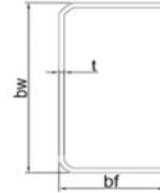


Fonte: autor (2014).

A partir do fluxograma foi criada a planilha de cálculo analítico de modelo com a protensão interna para treliças (Figura 40).

Figura 40: Planilha de cálculo da treliça com protensão interna

Viga treliçada formada a frio									
<b>1- Dados iniciais</b>									
Comprimento da viga(L)=		30 m							
Comprimento do perfil =		3 m							
<b>2 - Carregamentos</b>									
1KN =		101,97 kgf							
<i>Ato da protensão</i>									
Carga permanente (gmin)=		0,080 KN/m		<i>Em serviço</i>		Carga permanente =		0 KN/m	
Sobrecarga =		30 KN				Sobrecarga =		0 KN/m	
<b>3 - Coeficientes de segurança</b>									
<i>Ato da protensão</i>									
$\gamma_G =$		1,4		<i>Em serviço</i>		$\gamma_G =$		1	
$\gamma_Q =$		1,5				$\gamma_Q =$		0	
$\gamma_{Prot} =$		1,2				$\gamma_{Prot} =$		0,9	
$\beta =$		1,1							
<b>4 - Propriedades do perfil</b>									
<b>Perfil U simples</b>									
Atura externa (bw)=		200 mm		$I_y =$		105,35 cm <sup>4</sup>		$h =$	
$\sigma =$		250 MPa		$I_x =$		671,23 cm <sup>4</sup>		K =	
Espessura alma (t) =		2,65 mm		$f_y =$		345 MPa		1	
Largura flange inferior (bf)=		100 mm		$f_u =$		450 MPa		Wx =	
Largura flange superior =		100 mm		E =		20000 kN/cm <sup>2</sup>		67,12 cm <sup>3</sup>	
Área do perfil =		10,37 cm <sup>2</sup>		$f_d =$		313,64 Mpa		rx =	
Área do cabo=		1,814584 cm <sup>2</sup>		$f_d =$		31,36 kN/cm <sup>2</sup>		0,0805 m	
				$y =$		1,20		ry =	
								0,0319 m	
								I =	
								0,242 cm <sup>4</sup>	
								v =	
								0,3	
								Cw =	
								7230,5 cm <sup>6</sup>	
								G =	
								770 kN/cm <sup>2</sup>	
								af =	
								250 para vigas de cobertura	
<b>5 - Esforços</b>									
Forças axiais sem o cabo de protensão									
U30 =		-80,06 kN		U31 =		-64,06 kN		U7 =	
U8 = U12 =		72,19 kN		U10 =		87,64 kN		22,05 kN	
Forças axiais com o cabo de protensão									
<b>Força de protensão =</b>		<b>AcaboXfuX 0,50= 40,8 kN</b>							
U30 =		-80,54 kN		U31 =		-64,57 kN		U7 =	
U8 = U12 =		-73,22 kN		U10 =		-57,75 kN		22,38 kN	
<b>6 - Cálculo do deslocamento máximo permitido por norma</b>									
$\delta_{m\acute{a}x} =$		12,00 cm							
<b>Deslocamento real (sem protensão) retirado do programa</b>									
$\delta =$		2,53 cm							
<b>Verificação <math>\delta &lt; \delta_{m\acute{a}x}</math> OK</b>									
<b>Deslocamento com a protensão retirado do programa</b>									
$\delta =$		0,2 cm							



Fonte: autor (2014).

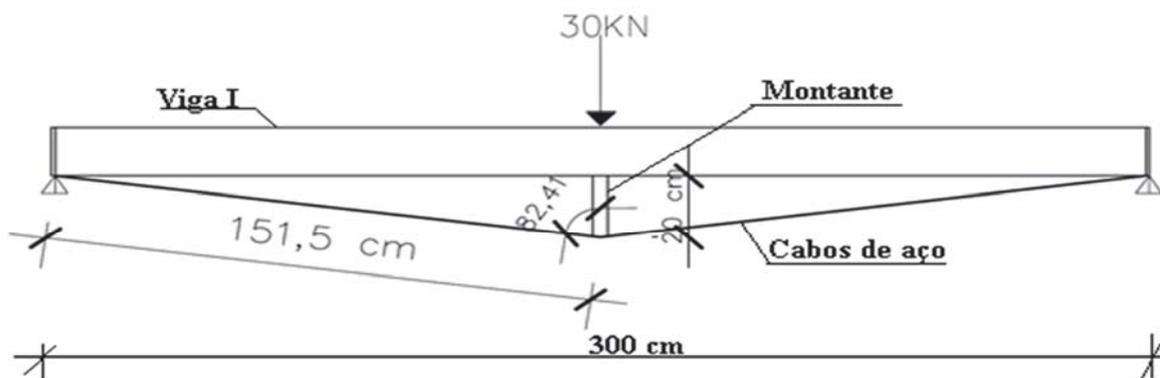
## 5. RESULTADOS

Foram desenvolvidos exemplos práticos de cálculo de estruturas com perfis em aço protendidos e não protendidos para a comparação dos resultados dos deslocamentos calculados pelas tabelas elaboradas através dos fluxogramas e o programa SAP.

### 5.1. Aplicação 01

Propõe-se dimensionar uma viga de aço para pisos biapoiada com 3 metros de vão. A viga está sujeita a um carregamento acidental arbitrário de 30kN no centro do vão. A viga, em sua conformação estrutural, possui uma montante central, dividindo o comprimento em duas partes iguais, de acordo com o esquema apresentado na Figura 41, tipo viga Fink com protensão externa.

Figura 41: Viga biapoiada com protensão externa



Fonte: autor (2014).

Propriedades da viga W150mmx18kg/m:

Comprimento da viga  $L_v = B = 3000 \text{ mm}$

Comprimento do cabo ( $L_B$ ) = 1515 mm

$\beta$  (ângulo) =  $82,41^\circ$

Módulo de elasticidade da viga = 200 GPa

$I_v$  (Inércia da viga) =  $9390000 \text{ mm}^4$

Na Tabela 1, Tabela 2, e na Figura 42 observam-se as propriedades geométricas e mecânicas do perfil I escolhido.

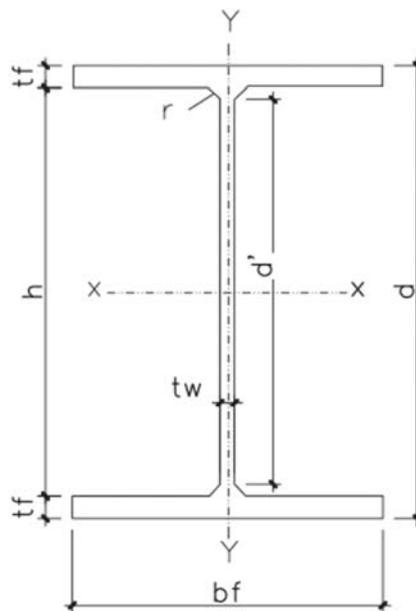
Tabela 1: Propriedades do perfil I escolhido

Bitola (mm x kg/m)	Massa Linear (kg/m)	d (mm)	bf (mm)	Espessura		h (mm)	d' (mm)	Área (cm <sup>2</sup> )	Eixo x-x			
				tw (mm)	tf (mm)				Ix (cm <sup>4</sup> )	Wx (cm <sup>3</sup> )	rx (cm)	Zx (cm <sup>3</sup> )
W 150 x 18,0	18,00	153,00	102,00	5,80	7,10	139,00	119,00	23,40	939,00	122,80	6,34	139,40

Eixo y-y				Esbeltez				Cw (cm <sup>6</sup> )	u (m <sup>2</sup> /m)	Bitola (in x lb/ft)
Iy (cm <sup>4</sup> )	Wy (cm <sup>3</sup> )	ry (cm)	Zy (cm <sup>3</sup> )	rt (cm)	lt (cm <sup>4</sup> )	Mesa - λf bf/2tf	Alma - λw b'/tw			
126,00	24,70	2,32	38,50	2,69	4,34	7,18	20,48	6,683	0,69	W 6 x12

Fonte: GERDAU.

Figura 42: Perfil I



Fonte: autor (2014).

Tabela 2: Propriedades mecânicas

	Limite de escoamento fy (MPa)	Limite de resistência fu (MPa)	Alongamento após ruptura (%)
ASTM A 572 Grau 50	345	450	18

Fonte: GERDAU.

Montante central = 100mm por 51 mm de espessura

Comprimento da montante central = 200 mm

Cabos (Tabela 3) = Ø 9,5mm / cordoalhas de 7 fios

Módulo de elasticidade do cabo (E) = 202000N/mm<sup>2</sup>

Área do cabo (A<sub>B</sub>) = 70,88 mm<sup>2</sup>

Carga central aplicada (F<sub>t</sub>) = 30KN

Tabela 3: Especificações dos Produtos

Especificações dos produtos - Cordoalhas							
Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm <sup>2</sup> )	Área mínima (mm <sup>2</sup> )	Massa aprox. (kg/km)	Carga mínima a 1% de deformação (KN)	Carga mínima de ruptura (KN)	Along. sob carga (em 610mm)
<b>Cordoalhas de 7 fios Cord. CP 190 RB 9,5</b>	<b>9,5</b>	<b>55,5</b>	<b>54,8</b>	<b>441</b>	<b>93,9</b>	<b>104,3</b>	<b>3,5</b>

Fonte: Belgo.

### Modelo analítico

Cálculo do F<sub>v</sub> (parte da carga na viga superior por rigidez) segundo Calvo (2012) sem considerar o peso próprio da viga, no ANEXO 1 se encontra o dimensionamento desta viga:

$$F_v = \frac{F_t L_B}{\frac{L_v^3 \cos^2 \beta A_B}{24I_v} + L_B} = 27,33 \text{ KN} \quad (8)$$

Cálculo da força axial (F<sub>SB</sub>) (parte que corresponde o sistema de barras, por rigidez), segundo Calvo (2012):

$$\frac{F_{SB} L_B}{2 \cos^2 \beta A_B} = \frac{F_v B^3}{48I_v} \rightarrow F_{SB} = 2,67 \text{ KN} \quad (9)$$

Cálculo do deslocamento máximo permitida por norma NBR 8800(2008), para pisos com  $\alpha_f = 350$ :

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{\alpha_f} = \mathbf{8,57mm} \quad (10)$$

Cálculo do deslocamento no meio do vão ( $\delta_{vSB}$ ) devido à força que corresponde o sistema de barras  $F_{SB}$ , segundo Calvo (2012):

$$\delta_{vSB} = \frac{F_{SB} * L_B}{2 * \cos^2 \beta * E * A_B} = \mathbf{8,10mm} \quad (11)$$

**Verificação  $\delta < \delta_{m\acute{a}x}$  OK**

Cálculo do deslocamento real sem protensão considerando sobrecarga no centro do vão:

$$\delta = \frac{Fl^3}{48EI} = \mathbf{8,99mm} \quad (12)$$

**Verificação  $\delta < \delta_{m\acute{a}x}$  FALSO**

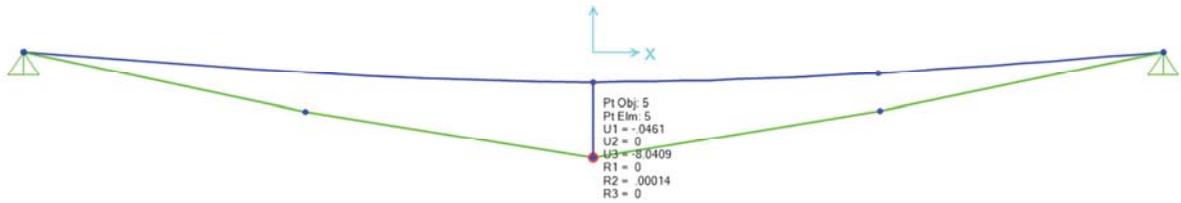
### **Modelagem no programa SAP:**

A modelagem no programa SAP foi desenvolvida para calcular a viga como sendo não linear e em elementos finitos.

### **Viga Fink com protensão:**

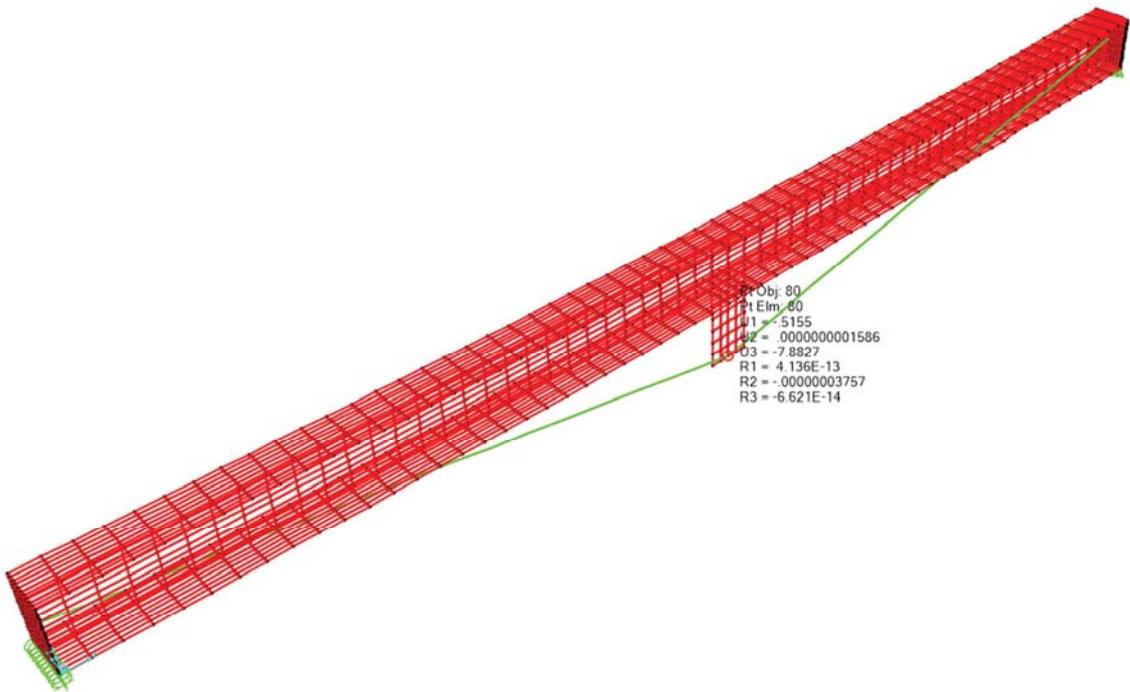
O deslocamento no centro do vão pela MEF em barras ficou de -8,04mm sem considerar o peso próprio da viga, apenas a carga de 30 KN no centro do vão, como mostrada na Figura 43. E na Figura 44 encontra-se o deslocamento da viga pelo MEF em casca, somente com a sobrecarga também, sem considerar o peso próprio, que ficou de -7,88mm no ponto 80, com 12,77 KN de força de protensão nos cabos como sendo um elemento inteiro, conforme referências encontradas. Também percebeu-se nos elementos finitos que quanto mais colocava-se o cabo para cima nos seus apoios extremos, o deslocamento ia dando maior, mas ainda não ultrapassaria o valor máximo por norma calculado.

Figura 43: Deformação no centro do vão da modelagem em barras com 1 montante com protensão



Fonte: autor (2014).

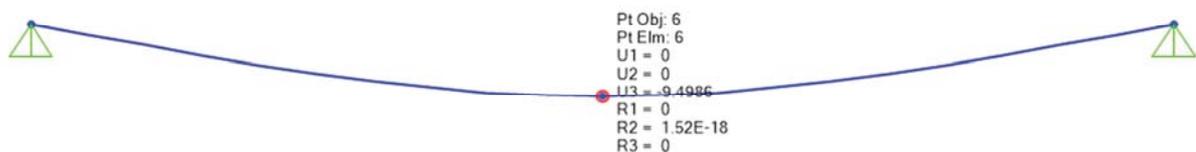
Figura 44: Deformação no centro do vão da MEF com 1 montante



### Viga sem protensão:

O deslocamento no centro do vão para modelagem em barras ficou de -9,49mm como observa-se na Figura 45 sem a protensão.

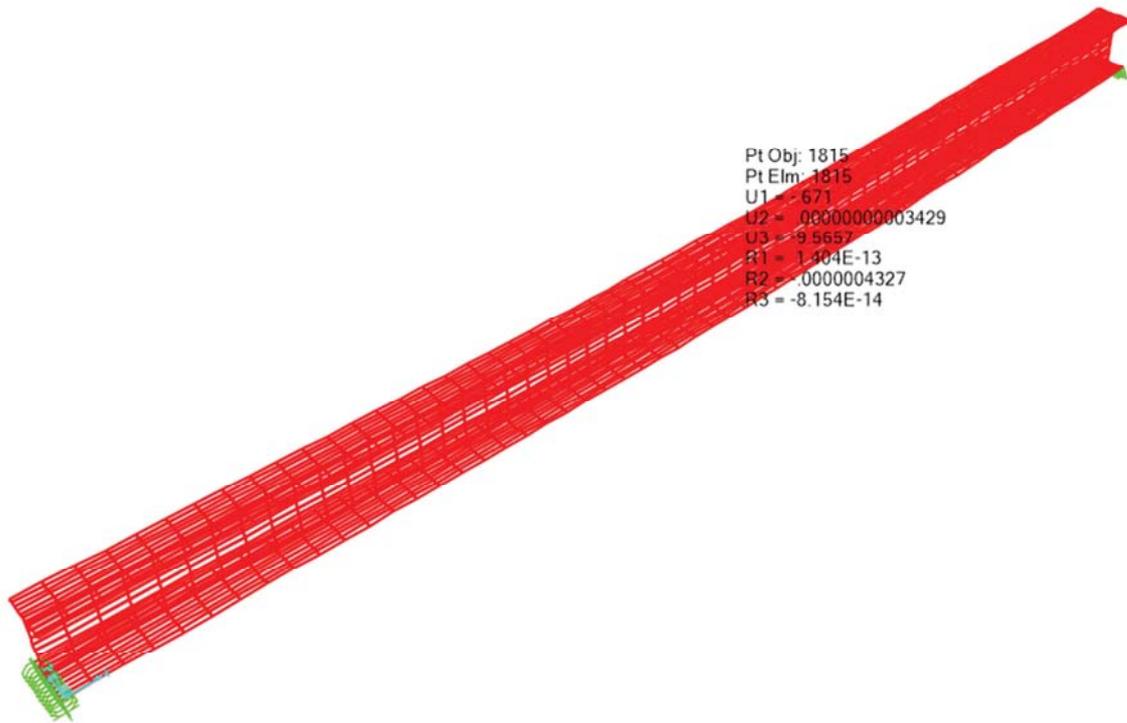
Figura 45: Deformação no centro do vão da modelagem em barras sem protensão



Fonte: autor (2014).

O deslocamento no centro do vão para MEF em casca sem considerar o peso próprio e sem a protensão ficou de -9,56mm para o nó 1815 conforme visto na Figura 46, totalizando esta viga em 1800 elementos de 5cm x 1,02cm.

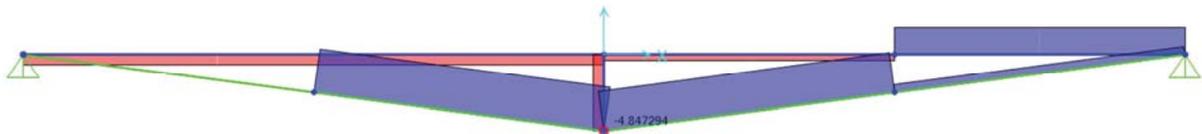
Figura 46: Deformação no centro do vão com modelagem em elementos finitos de viga sem protensão



Fonte: autor (2014).

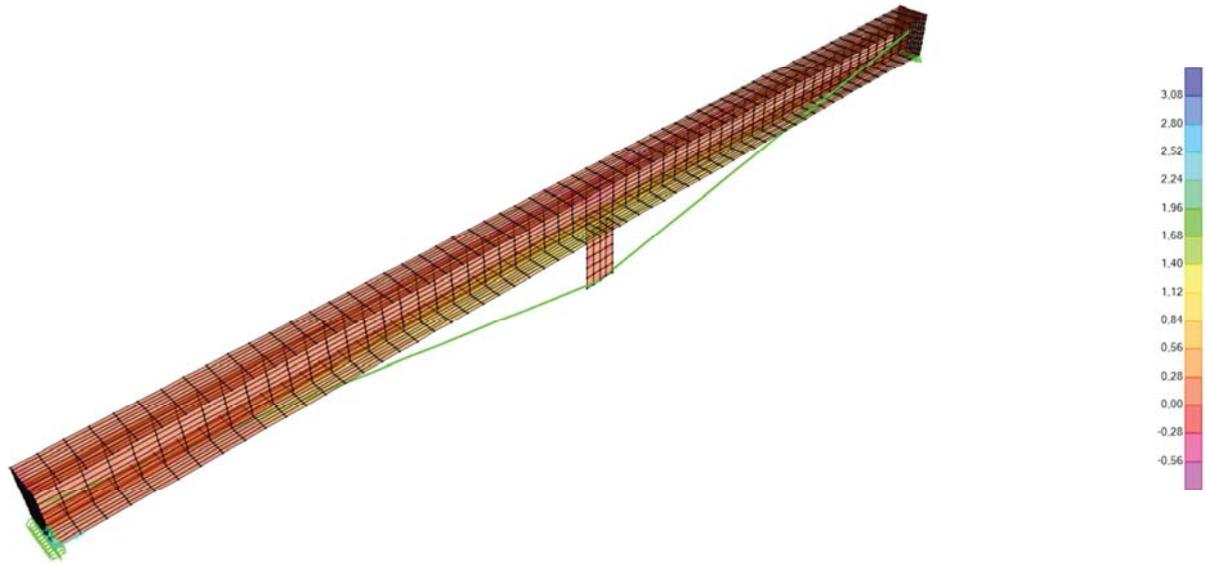
A força axial ficou de -4,84kN em MEF em barras com protensão externa com uma montante, como observa-se na Figura 47 e em MEF em casca de -3,08 kN (Figura 48).

Figura 47: Força axial em modelagem em barras com a protensão



Fonte: autor (2014).

Figura 48: Força axial em MEF com a protensão



Fonte: autor (2014).

Na Tabela 4 encontra-se a comparação dos métodos com a protensão e apenas uma montante, afirmando que se obteve proximidade nos resultados para o deslocamento, e para a força axial teve aproximação com a MEF em casca.

Tabela 4: Comparação MODELO ANALÍTICO X PROGRAMA SAP da viga protendida com uma montante

	<b>Modelo analítico</b>	<b>SAP MEF em barras</b>	<b>SAP MEF em cascas</b>
<b>Deslocamento</b>	8,10mm	8,04mm	7,88 mm
<b>Força Axial</b>	2,67 KN	4,84KN	3,08 KN

Fonte: autor (2014).

Na Tabela 5 encontra-se a comparação dos métodos sem a protensão e apenas uma montante.

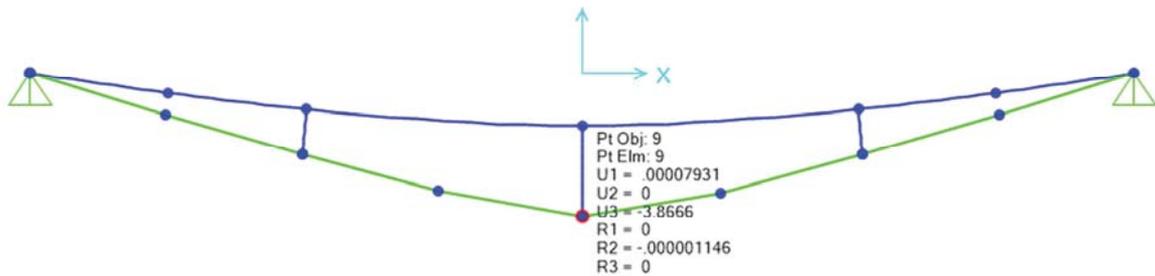
Tabela 5: Comparação de deformação no programa SAP

	<b>Modelo analítico</b>	<b>SAP MEF em barras</b>	<b>SAP MEF em casca</b>
<b>Deslocamento (mm)</b>	8,99	9,49	9,56

Fonte: autor (2014).



Figura 52: Deslocamento no centro do vão com MEF em barras com 3 montantes



Fonte: autor (2014).

Comparando a MEF em barras no SAP, pode-se observar na Tabela 6 que a viga de um ponto é a que mais obteve deslocamento com a protensão, em seguida com a de dois pontos e por último a de três pontos. Pode-se observar também que a viga com três pontos foi a que mais obteve resultado de diferença de deslocamento com 5,63mm, mostrando que quanto mais enrijecedores forem colocados na viga menor o seu deslocamento.

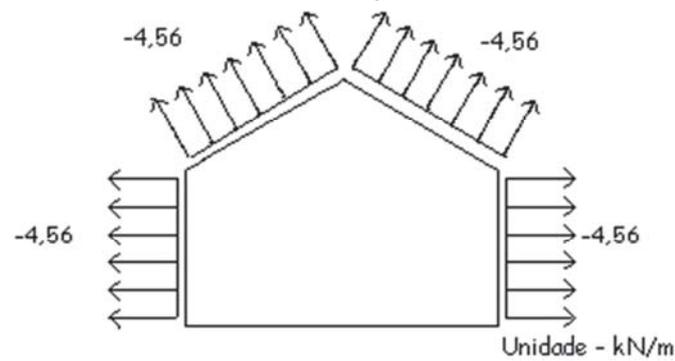
Tabela 6: Comparação de deslocamento em modelagem em elementos em barras com protensão e sem protensão

Deslocamento	Com protensão (mm)	Sem protensão (mm)	Diferença (mm)
1 ponto	7,88	9,49	1,61
2 pontos	7,57	9,49	1,92
3 pontos	3,86	9,49	5,63

Fonte: autor (2014).

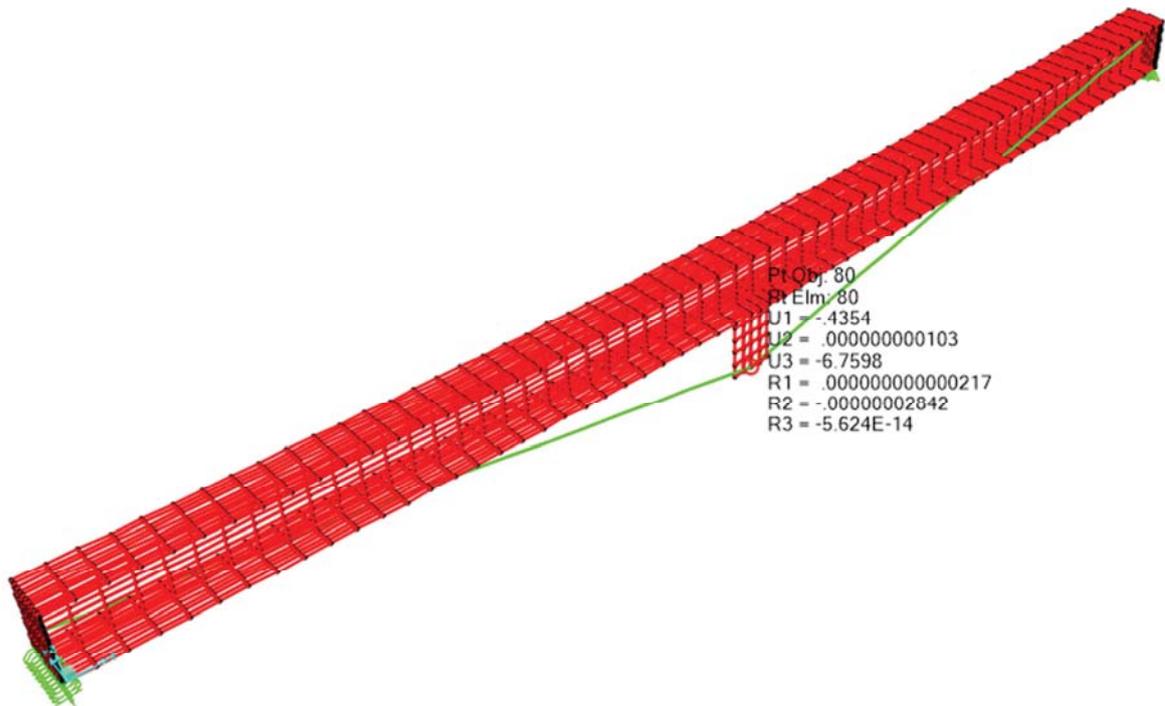
Foi também analisada a força do vento nessa estrutura com a sobrecarga de 30 KN no centro do vão, obtido de acordo a ABNT NBR 6123 (1988), considerando um pavilhão de 6 m de altura, 25 m de largura por 50 m de comprimento, com inclinação da cobertura de 10°, com os pórticos a cada 5 m, com velocidade básica do vento de 45m/s, e com um portão de 6 m por 5 m na frente e fundos, e nas laterais 5 janelas cada lado de 3 m por 2 m, foi utilizado o programa SAP para a verificação, com o carregamento distribuído de 4,56 KN/m a sucção na cobertura, como mostra a Figura 53, observou-se na Figura 54 que o deslocamento encontrado foi de 6,75 mm de flecha, diminuindo a flecha de 7,88 mm com a protensão sem a influência do vento, observando que o vento vai empurrando para cima fazendo com que a protensão não ajude na protensão e que a efetividade do vento não é mudada.

Figura 53: Pórtico com o vento a sucção de  $-4,56$  kN/m na cobertura



Fonte: autor (2014).

Figura 54: Influência do vento na viga de aço protendida



Fonte: autor (2014).

Também foram analisadas, Tabela 7, para vãos maiores até 6 metros, onde no modelo analítico criado no ANEXO 1 se mexeria apenas o perfil e os cabos para atender as verificações, percebeu-se que atendendo as verificações de flambagem e cisalhamento do perfil, poderia aumentar as quantidades de cabos, ao invés de aumentar o perfil para atender a verificação da flecha, assim sendo diminuindo as dimensões do perfil utilizado.

Tabela 7: Análise para vigas com vão maiores

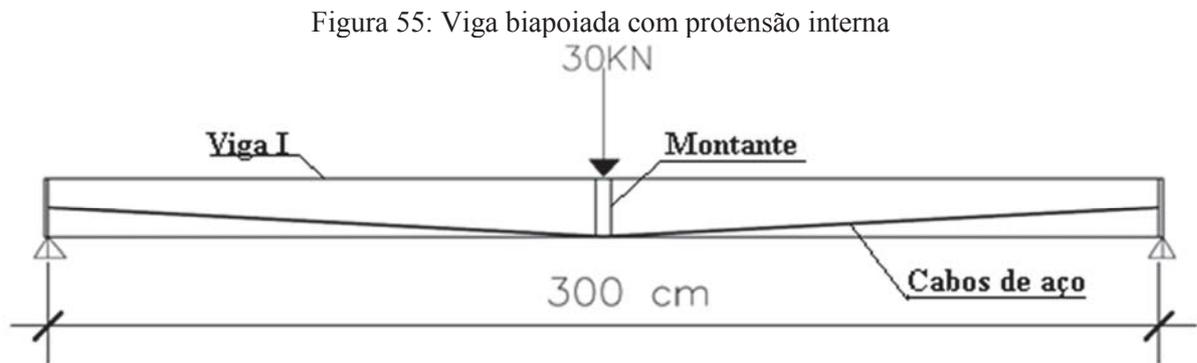
L (m)	Q (KN)	Perfil	Cabo (mm)
3	30	W 150x18	1x9,5

4	30	W 150x24	2x9,5
5	30	W150x29,8	2x15,2
6	30	W150x29,8	3x15,2

Fonte: autor (2014).

## 5.2. Aplicação 02

Propõe-se dimensionar uma viga em aço biapoiada para pisos com protensão interna com 3 metros de vão. A viga está sujeita a um carregamento acidental arbitrário de 30KN no centro do vão. Apresentada na Figura 55, tipo viga Fink com protensão interna e no ANEXO 2 encontra-se o dimensionamento completo.



Fonte: autor (2014).

Propriedades da viga W150mmx24kg/m:

Comprimento da viga  $L_v = B = 3000$  mm

Na Tabela 8 e na Figura 56 observam-se as propriedades geométricas do perfil I escolhido e na Tabela 9 as propriedades mecânicas.

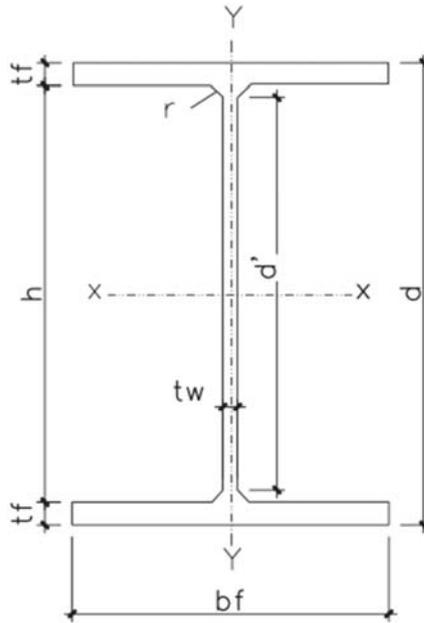
Tabela 8: Propriedades geométricas do perfil I escolhido

Bitola (mm x kg/m)	Massa Linear (kg/m)	d (mm)	b <sub>f</sub> (mm)	Espessura		h (mm)	d' (mm)	Área (cm <sup>2</sup> )	Eixo x-x			
				tw (mm)	tf (mm)				I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>x</sub> (cm <sup>3</sup> )	r <sub>x</sub> (cm)	Z <sub>x</sub> (cm <sup>3</sup> )
W 150 x 24,0	24,00	160,00	102,00	6,60	10,30	139,00	115,00	31,50	1384,00	173,00	6,63	197,60

Eixo y-y				Esbeltez				Cw (cm <sup>6</sup> )	u (m <sup>2</sup> /m)	Bitola (in x lb/ft)
I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> )	r <sub>y</sub> (cm)	Z <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> )	r <sub>t</sub> (cm)	I <sub>t</sub> (cm <sup>4</sup> )	Mesa - λ <sub>f</sub> b <sub>f</sub> /2t <sub>f</sub>	Alma - λ <sub>w</sub> b'/t <sub>w</sub>			
183,00	35,90	2,41	55,80	2,73	11,08	4,95	17,48	10.206	0,69	W 6 x16

Fonte: GERDAU.

Figura 56: Viga I



Fonte: autor (2014).

Tabela 9: Propriedades mecânicas

	Limite de escoamento f <sub>y</sub> (MPa)	Limite de resistência f <sub>u</sub> (MPa)	Alongamento após ruptura (%)
ASTM A 572 Grau 50	345	450	18

Fonte: GERDAU.

Montante central = 102mm de espessura por 100 mm de largura

Comprimento da montante central = 160 mm

Cabo (Tabela 10) = Ø 15,2mm

Módulo de elasticidade do tendão (E) = 202000N/mm<sup>2</sup>

Carga central aplicada (F<sub>t</sub>) = 30KN

Força de protensão (P) = 180 KN

Tabela 10: Especificações dos Produtos

<b>Especificações dos produtos - Cordoalhas</b>							
<b>Produto</b>	<b>Diâmetro nominal (mm)</b>	<b>Área aprox. (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Área mínima a (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Massa aprox. (kg/km)</b>	<b>Carga mínima a 1% de deformação (KN)</b>	<b>Carga mínima de ruptura (KN)</b>	<b>Along. sob carga (em 610mm)</b>
<b>Cordoalhas de 7 fios Cord. CP 190 RB 15,2</b>	<b>15,2</b>	<b>143,5</b>	<b>140</b>	<b>1.126</b>	<b>239,2</b>	<b>265,8</b>	<b>3,5</b>

Fonte: Belgo

**Modelo analítico**

Cálculo do deslocamento máximo permitida por norma NBR 8800(2008) com  $\alpha_f = 350$  para pisos:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{\alpha_f} = -8,6mm \quad (13)$$

Cálculo do deslocamento real sem protensão segundo Flôr e Amaral (2013) considerando peso próprio e sobrecarga no centro do vão:

$$\delta = \frac{Fl^3}{48EI} + \frac{5ql^4}{384EI} = -6,2 mm \quad (14)$$

Cálculo do deslocamento real com protensão segundo Flôr e Amaral (2013) considerando peso próprio e sobrecarga, com excentricidade do cabo de 7,49cm:

$$\delta_q = \delta - \frac{Pel^2}{8EI} = +0,71 mm \quad (15)$$

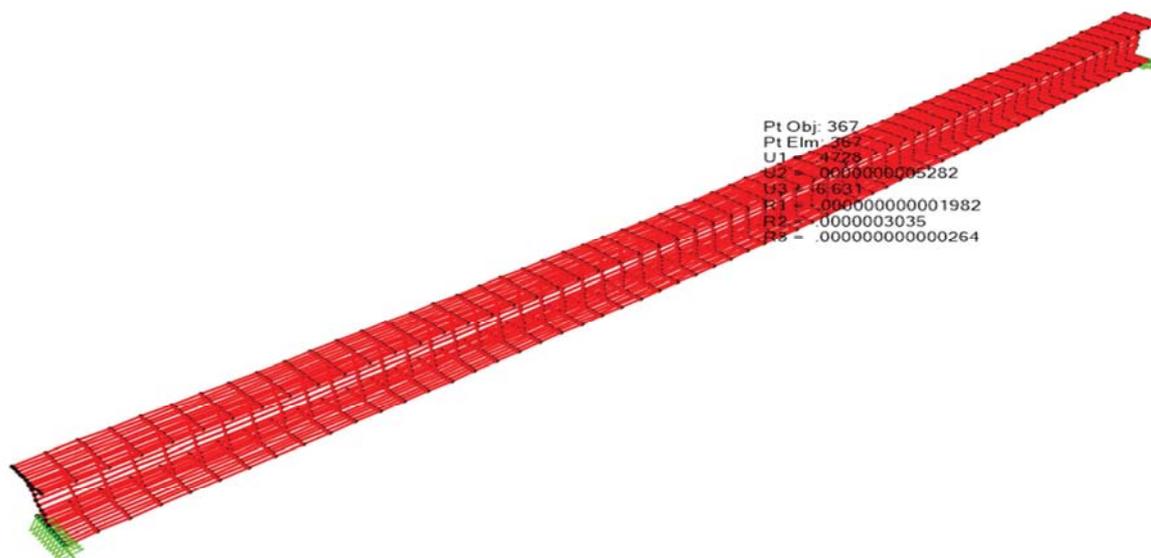
**Verificação  $\delta < \delta_{m\acute{a}x}$  OK****Modelagem no programa SAP:**

Verificado em elementos finitos em análise não linear.

**Viga sem protensão:**

Na Figura 57 observa-se o deslocamento no centro do vão de -6,6mm no nó 367, considerando peso próprio e a sobrecarga na viga em modelagem em elementos finitos sem a protensão, totalizando esta viga em 1800 elementos de 5cm x 1,02cm.

Figura 57: Deslocamento no centro do vão em modelagem de elementos finitos

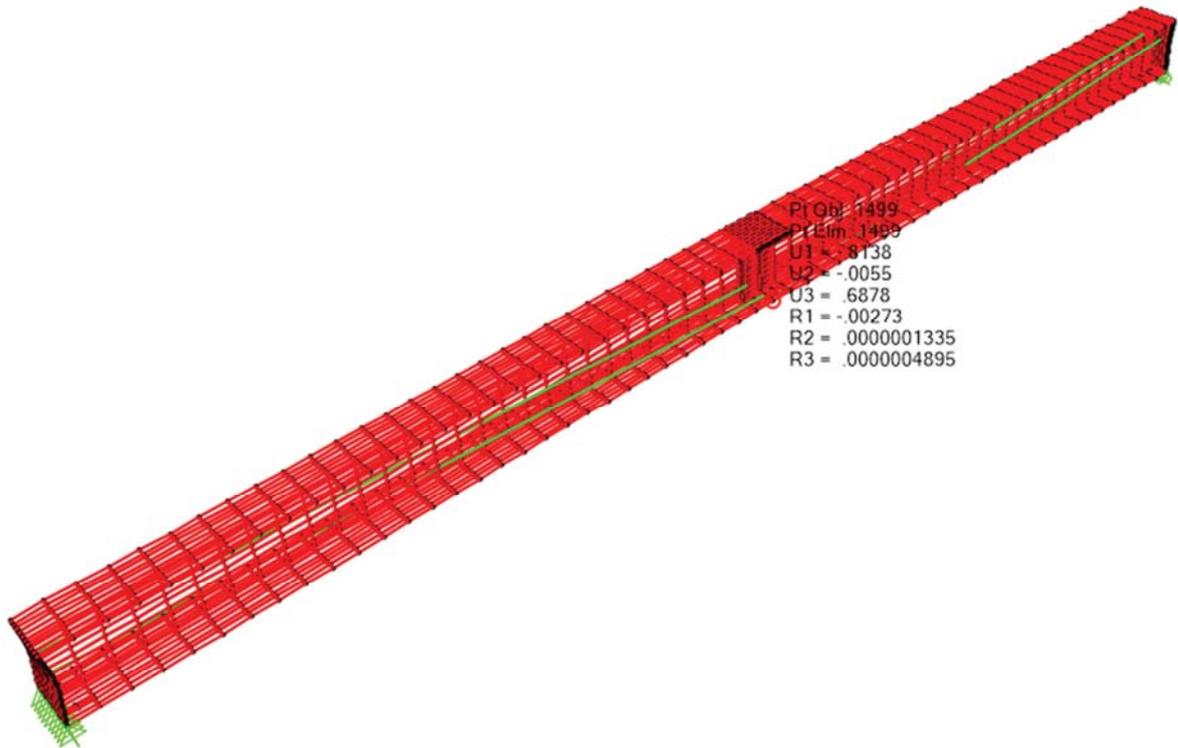


Fonte: autor (2014).

### **Viga Fink com protensão:**

O deslocamento no centro do vão pela MEF em casca deu uma contraflecha de 0,68mm, como mostrada na Figura 58, onde os cabos de protensão foram submetidos a 180 KN, com a análise não linear, considerando a análise com a protensão e a estrutura, e após colocado o carregamento de 30KN com a força de protensão atuando.

Figura 58: Deslocamento no centro do vão da MEF com um montante com protensão



Fonte: autor (2014).

Na Tabela 11 observa-se a comparação de deslocamento do modelo analítico com o programa SAP em elementos finitos, mostrando proximidade nos resultados.

Tabela 11: Comparação de deslocamento em MODELO ANALÍTICO *versus* MEF NO SAP

<b>Deslocamento</b>	<b>Modelo analítico (mm)</b>	<b>MEF em casca (mm)</b>
<b>Sem protensão</b>	-6,2	-6,6
<b>Com protensão</b>	0,71	0,68

Fonte: autor (2014).

Também foram analisadas, Tabela 12, para vãos maiores até 6 metros, onde no modelo analítico no ANEXO 2 se mexeria apenas o perfil, os cabos e a protensão, percebendo-se que atendendo as verificações de compressão, flambagem, cisalhamento e flexocompressão do perfil, poderia aumentar a força de protensão, ao invés de aumentar o perfil, para atender a verificação da flecha, assim, mostrando que as dimensões do perfil permaneceram os mesmos.

Tabela 12: Análise para vigas com vãos maiores

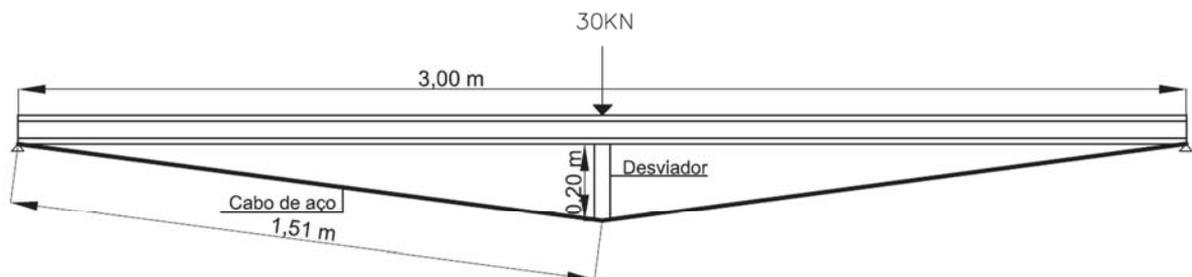
L (m)	Protensão (KN)	Q (KN)	Perfil	Cabo (mm)
3	180	30	W 150x24	2x15,2
4	200	30	W 150x29,8	2x15,2
5	70	30	W 200x41,7	2x9,5
6	210	30	W 200x41,7	2x9,5

Fonte: autor (2014).

### 5.3. Aplicação 03

Propõe-se dimensionar uma terça com perfis U enrijecido formado a frio para cobertura com protensão externa com 3 metros de vão. A viga está sujeita a um carregamento acidental arbitrário de 30KN no centro do vão. Apresentada na Figura 59, tipo viga fink com protensão externa e no ANEXO 3 encontra-se o dimensionamento completo.

Figura 59: Terça com protensão externa



Fonte: autor (2014).

Propriedades da viga U 300x100x25x4,75

Comprimento da viga  $L_v = B = 3000$  mm

$L_b$  do cabo = 1515 m

Na Tabela 13 e na Figura 60 observam-se as propriedades geométricas do perfil escolhido e na Tabela 14 as propriedades mecânicas.

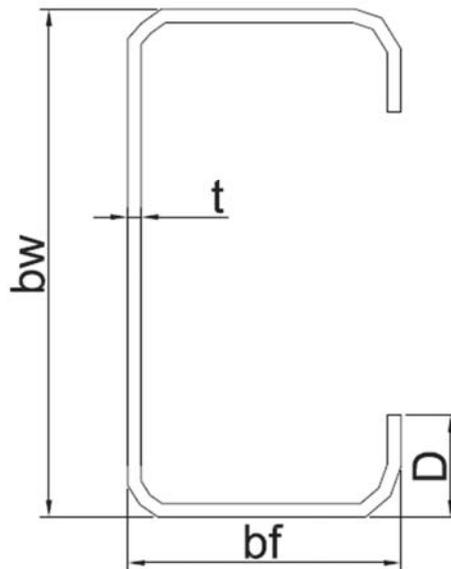
Tabela 13: Propriedades geométricas do perfil U escolhido

Perfil	Massa Linear (kg/m)	A (cm <sup>2</sup> )	Dimensões					Eixo x-x				
			b <sub>w</sub> (mm)	b <sub>f</sub> (mm)	D (mm)	t (mm)	r <sub>i</sub> (mm)	I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>x</sub> (cm <sup>3</sup> )	r <sub>x</sub> (cm)	x <sub>g</sub> (cm)	x <sub>o</sub> (cm)
300x100x25x4,75	19,34	24,64	200	100	25	4,75	4,75	3269,56	217,97	11,52	2,70	6,54

Eixo y-y			J (cm <sup>4</sup> )	c <sub>w</sub> (cm <sup>6</sup> )
I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> )	r <sub>y</sub> (cm)		
291,49	39,96	3,44	1,851	52671,43

Fonte: Carvalho et al. 2014.

Figura 60: Terça



Fonte: autor (2014).

Tabela 14: Propriedades mecânicas

	Limite de escoamento f <sub>y</sub> (MPa)	Limite de resistência f <sub>u</sub> (MPa)
ASTM A 572 Grau 50	345	450

Fonte: GERDAU.

Montante central = 100mm de espessura por 100 mm de largura

Comprimento da montante central = 200 mm

Cabo (Tabela 15) = Ø 15,2mm

Módulo de elasticidade do cabo ( $E$ ) = 202000N/mm<sup>2</sup>

Área do cabo ( $A_B$ ) = 181,46 mm<sup>2</sup>

Carga central aplicada ( $F_t$ ) = 30KN

Tabela 15: Especificações dos Produtos

<b>Especificações dos produtos - Cordoalhas</b>							
<b>Produto</b>	<b>Diâmetro nominal (mm)</b>	<b>Área aprox. (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Área mínim a (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Massa aprox. (kg/km)</b>	<b>Carga mínima a 1% de deformação (KN)</b>	<b>Carga mínima de ruptura (KN)</b>	<b>Along. sob carga (em 610mm)</b>
<b>Cordoalhas de 7 fios Cord. CP 190 RB 15,2</b>	<b>15,2</b>	<b>143,5</b>	<b>140</b>	<b>1.126</b>	<b>239,2</b>	<b>265,8</b>	<b>3,5</b>

Fonte: Belgo

#### Modelo analítico

Cálculo do deslocamento máximo permitida por norma NBR 8800(2008) para coberturas com  $\alpha_f = 180$ :

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{\alpha_f} = 16,67mm \quad (16)$$

Cálculo do deslocamento no meio do vão ( $\delta_{vSB}$ ) devido a força que corresponde o sistema de barras  $F_{SB}$ , segundo Calvo (2012):

$$\delta_{vSB} = \frac{F_{SB} * L_B}{2 * \cos^2 \beta * E * A_B} = 2,38 mm \quad (17)$$

**Verificação  $\delta < \delta_{max}$  OK**

Cálculo do deslocamento real sem protensão considerando peso próprio e sobrecarga no centro do vão:

$$\delta = \frac{Fl^3}{48EI} + \frac{5ql^4}{384EI} = 2,61 mm \quad (18)$$

**Verificação  $\delta < \delta_{max}$  OK**

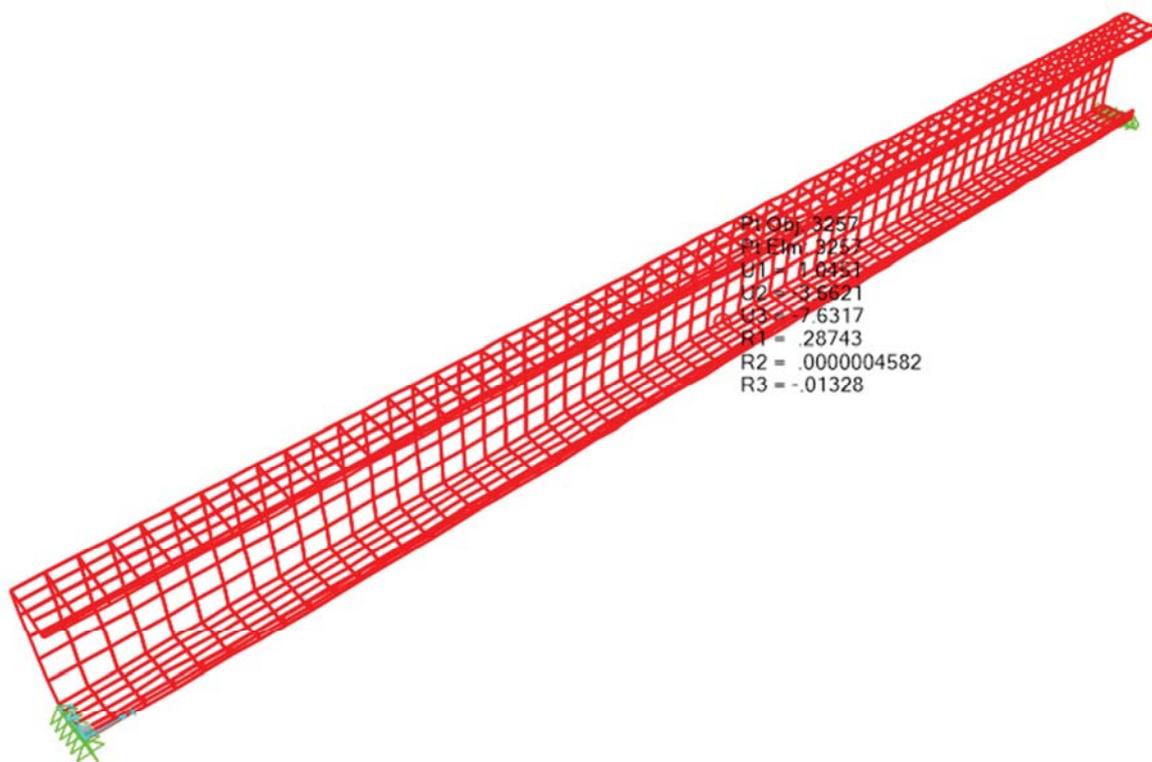
**Modelagem no programa SAP:**

Verificado em elementos finitos em análise não linear.

**Viga sem protensão:**

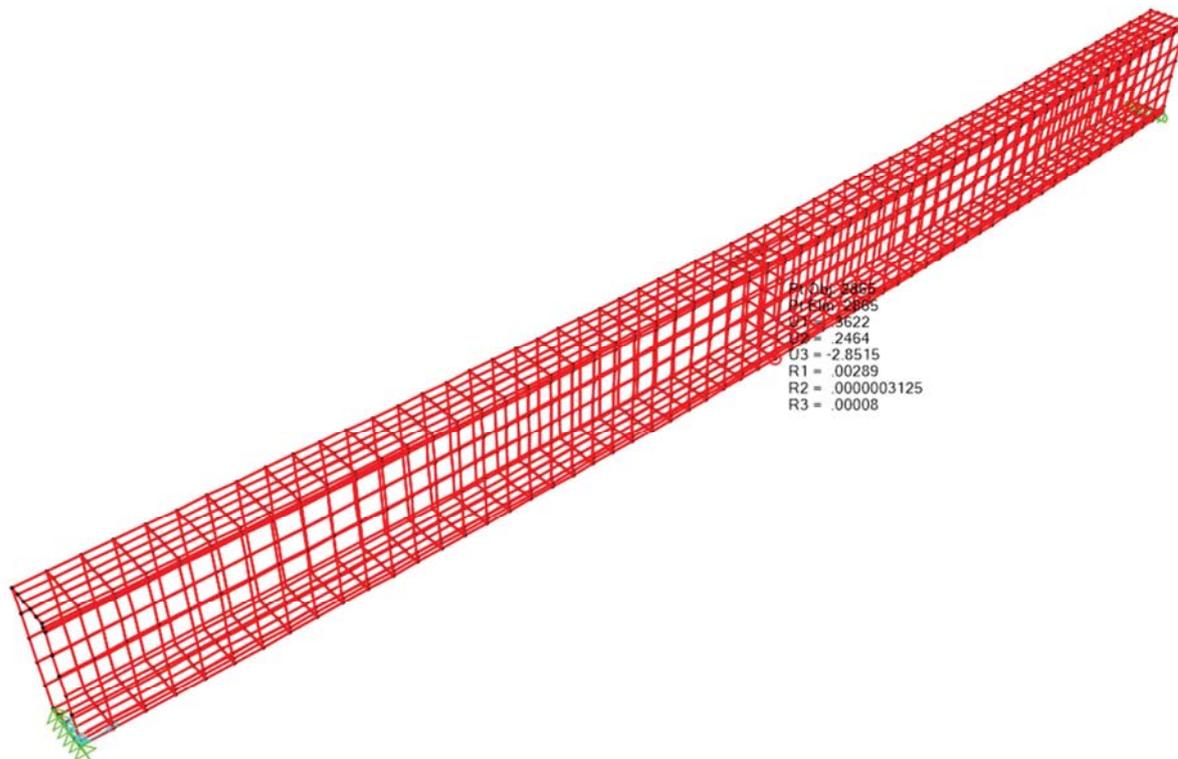
Na Figura 61 observa-se o deslocamento no centro do vão de 7,63 mm no nó 3257 nos demais nós o deslocamento vai aumentando na mesma direção, considerando a sobrecarga na viga em MEF em casca sem a protensão, totalizando esta viga em 3540 elementos, com elementos de 2cm x 5cm nas mesas, na alma de 5,91cm x 5cm e na parte enrijecida de 5cm x 0,89cm. Já na Figura 62 foi colocada uma contenção lateral, em virtude da flambagem que a terça cria, e uma central de 1,00mm de espessura, onde com isso o deslocamento no centro ficou de 2,85 mm no nó 2865.

Figura 61: Deslocamento no centro do vão em modelagem de elementos finitos



Fonte: autor (2014).

Figura 62: Terça sem protensão com contenção

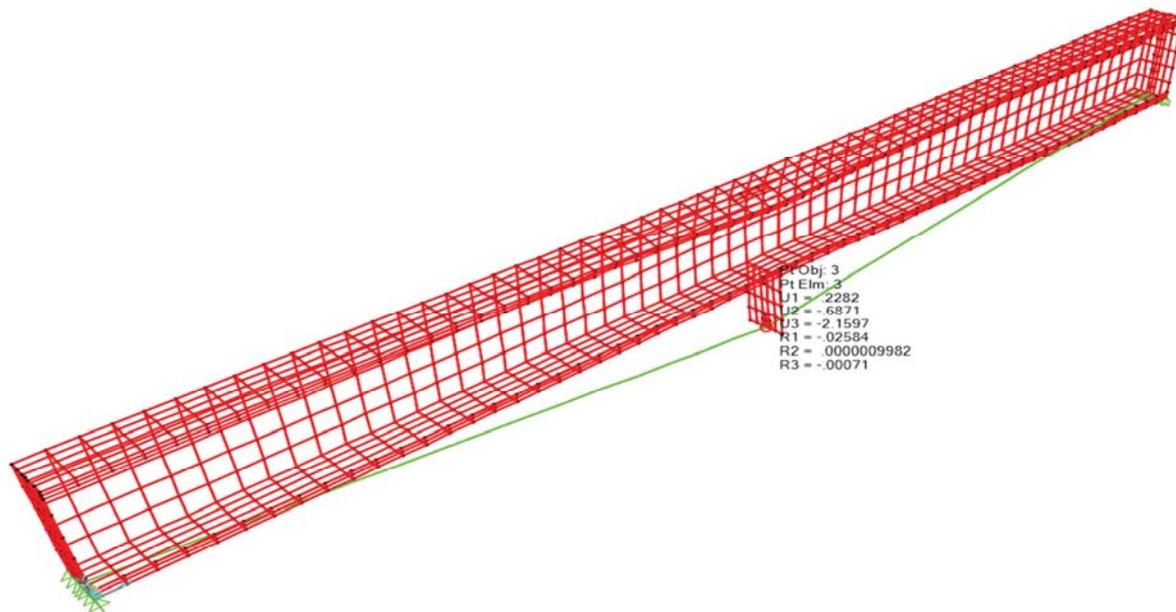


Fonte: autor (2014).

### **Viga com protensão:**

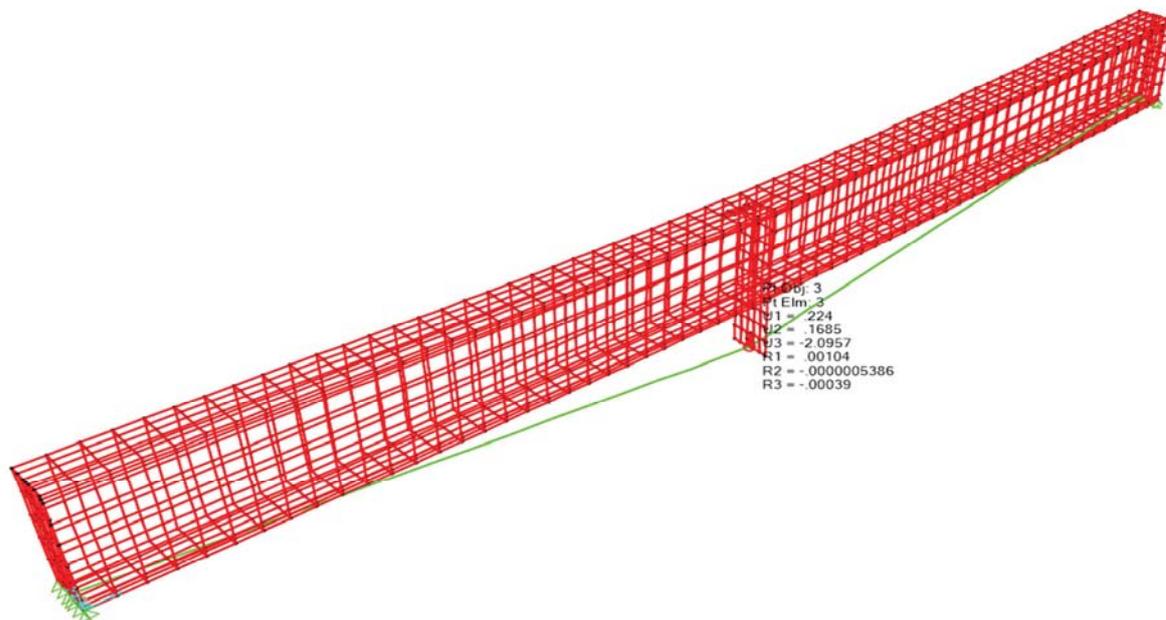
O deslocamento no centro do vão pela MEF em casca ficou de 2,16 mm, como mostrada na Figura 63, com uma força de protensão nos cabos de 12,31 KN. Já na Figura 64 mostra o deslocamento da terça de 2,09 mm com as contenções de 1,00 mm de espessura na lateral.

Figura 63: Deslocamento no centro do vão da MEF com protensão



Fonte: autor (2014).

Figura 64: Terça com protensão e contenção



Fonte: autor (2014).

Na Tabela 16 observa-se a comparação de deslocamento do modelo analítico com o programa SAP em MEF em casca. Observou-se que com protensão sempre diminuiu o deslocamento, já a sem protensão se percebeu um resultado diferente por se tratar de terças e precisar de apoios nas laterais (Figura 64). Então colocando os apoios laterais observou-se

que diminuiu mais ainda o seu deslocamento. Destaca-se que os resultados deram uma pequena diferença por se tratar que foram colocados contenção de 1,00mm, se diminuísse a espessura iria dar maiores os deslocamentos, podendo variar conforme a espessura da contenção lateral.

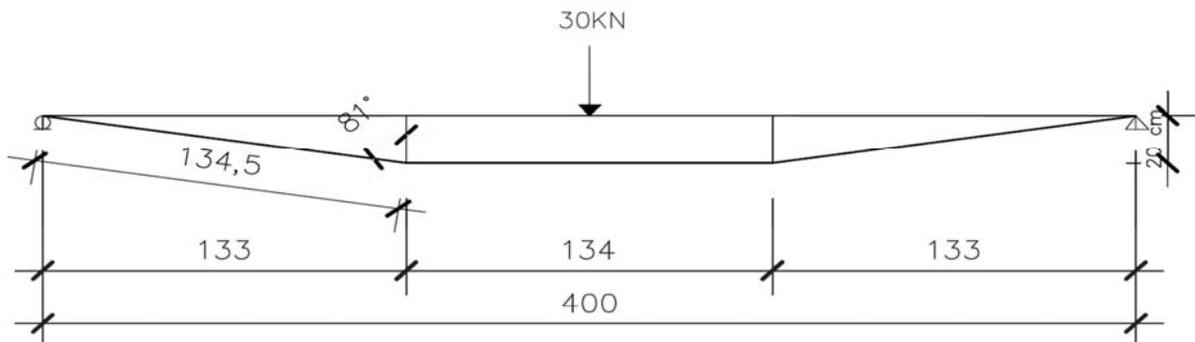
Tabela 16: Comparação de deslocamento em MODELO ANALÍTICO *versus* MEF EM CASCA NO SAP

Deslocamento	Modelo analítico (mm)	MEF em casca Sem contenções (mm)	MEF em casca Com contenções (mm)
Sem protensão	2,61	7,63	2,85
Com protensão	2,38	2,16	2,09

Fonte: autor (2014).

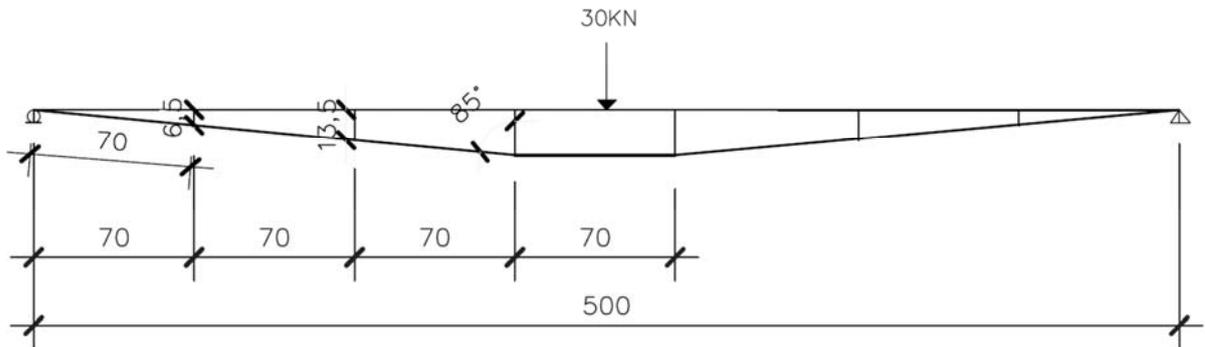
Também foram analisadas, Tabela 17, para vãos maiores de 4 (Figura 65) e 5 (Figura 66) metros, onde na tabela criada no ANEXO 3 se trocava apenas o perfil, os cabos ou a protensão. Percebeu-se que atendendo as verificações de compressão, flambagem, cisalhamento e flexocompressão do perfil, que para o vão de 4 metros pôde-se ficar com o mesmo perfil só diminuindo a distância entre os enrijecedores para 1,33 metros, tendo dois nesse caso e não um no centro como no vão de 3 metros. Já para o vão de 5 metros precisou-se mudar o perfil, pois, não passava nas verificações de segurança de flexão e flexão e corte, sendo que diminuiu a distância entre enrijecedores para 0,7 metros com 6 enrijecedores.

Figura 65: Terça de 4 metros de vão



Fonte: autor (2014).

Figura 66: Terça de 5 metros de vão



Fonte: autor (2014).

Tabela 17: Análise para vigas com vãos maiores

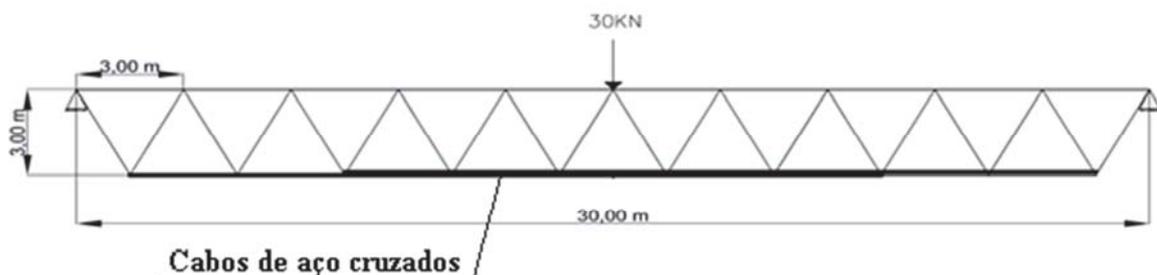
L (m)	Q (KN)	Perfil	Cabo (mm)
3	30	U 300x100x25x4,75	1x15,2
4	30	U 300x100x30x4,75	1x15,2
5	30	U 300x85x30x6,3	1x15,2

Fonte: autor (2014).

#### 5.4. Aplicação 04

Propõe-se dimensionar uma treliça com perfis U simples formado a frio biapoiada para cobertura com protensão interna, com 30 metros de vão. A viga está sujeita a um carregamento acidental arbitrário de 30kN no centro do vão. Apresentada na Figura 67, e no ANEXO 4 encontra-se o dimensionamento completo.

Figura 67: Treliça com protensão interna



Fonte: autor (2014).

Propriedades da viga U 200x100x2,65

Comprimento da viga  $L = 30$  m

Comprimento do perfil = 3 m

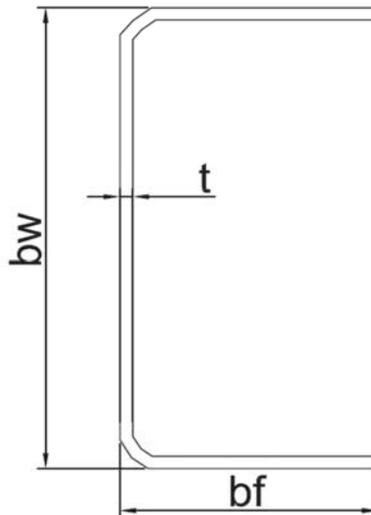
Na Tabela 18 e na Figura 68 observam-se as propriedades geométricas do perfil escolhido e na Tabela 19 as propriedades mecânicas.

Tabela 18: Propriedades geométricas do perfil U simples escolhido

Perfil	Massa Linear (kg/m)	A (cm <sup>2</sup> )	b <sub>w</sub> (mm)	Eixo x-x							
				bf (mm)	t (mm)	ri (mm)	I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>x</sub> (cm <sup>3</sup> )	r <sub>x</sub> (cm)	x <sub>g</sub> (cm)	x <sub>o</sub> (cm)
200x100x2,65	8,14	10,37	200	100	2,65	2,65	671,23	67,12	8,05	2,62	6,19
			Eixo y-y		J		cw				
I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> )	r <sub>y</sub> (cm)	J (cm <sup>4</sup> )	cw (cm <sup>6</sup> )							
105,35	14,28	3,19	0,242	7230,50							

Fonte: Carvalho et al. 2014.

Figura 68: Perfil U simples



Fonte: autor (2014).

Tabela 19: Propriedades mecânicas

	Limite de escoamento $f_y$ (MPa)	Limite de resistência $f_u$ (MPa)
ASTM A 572 Grau 50	345	450

Fonte: GERDAU.

Cabo (Tabela 20) =  $\varnothing$  15,2mmMódulo de elasticidade do cabo (E) = 202000N/mm<sup>2</sup>Carga central aplicada ( $F_t$ ) = 30KN

Tabela 20: Especificações dos Produtos

**Especificações dos produtos - Cordoalhas**

Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm <sup>2</sup> )	Área mínim a (mm <sup>2</sup> )	Massa aprox. (kg/km)	Carga mínima a 1% de deformação (KN)	Carga mínima de ruptura (KN)	Along. sob carga (em 610mm)
<b>Cordoalhas de 7 fios Cord. CP 190 RB 15,2</b>	<b>15,2</b>	<b>143,5</b>	<b>140</b>	<b>1.126</b>	<b>239,2</b>	<b>265,8</b>	<b>3,5</b>

Fonte: Belgo

**Modelo analítico**

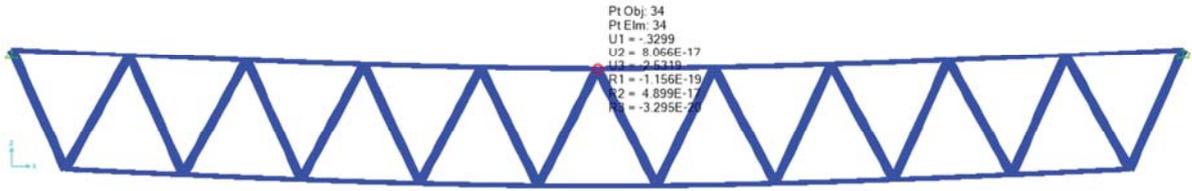
Cálculo do deslocamento máximo permitida por norma NBR 8800(2008), com  $\alpha_f = 250$  para vigas de cobertura:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{\alpha_f} = \mathbf{12,00\ cm} \quad (19)$$

**Modelagem no programa SAP:****Viga sem protensão:**

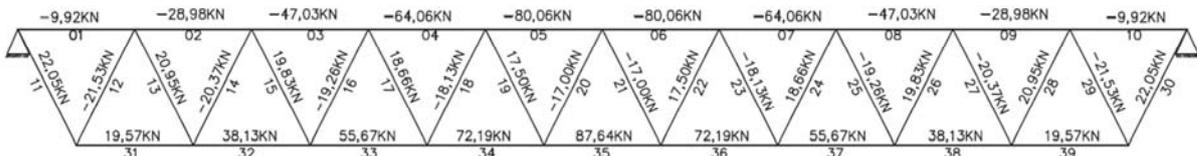
Na Figura 69 observa-se o deslocamento no centro do vão de -2,53cm no nó 34, considerando a sobrecarga na viga em MEF em barras sem a protensão. E na Figura 70 observa-se as forças axiais da viga.

Figura 69: Deformação no centro do vão em modelagem de barras



Fonte: autor (2014).

Figura 70: Forças axiais sem a protensão



Fonte: autor (2014).

**Viga com protensão:**

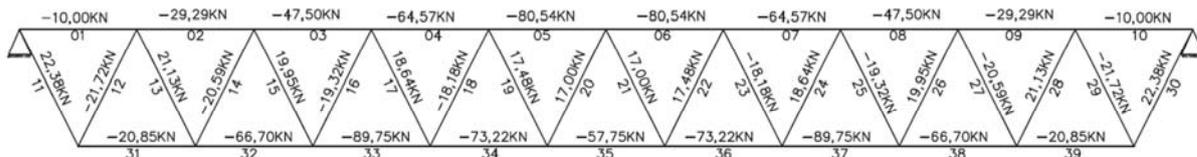
O deslocamento no centro do vão ficou de -0,20 cm, como mostrada na Figura 71, com uma força de protensão de 40,8 kN nos dois cabos de 15,2 mm, um cada lado. E na Figura 72 mostra as forças axiais depois com a protensão.

Figura 71: Deformação no centro do vão com protensão



Fonte: autor (2014).

Figura 72: Força axial com a protensão



Fonte: autor (2014).

Comparando os resultados com protensão e sem protensão, percebeu-se que houve uma diminuição nos valores de deslocamento mostradas na Tabela 21 e também as forças axiais de tração no banzo inferior se converteram em compressão.

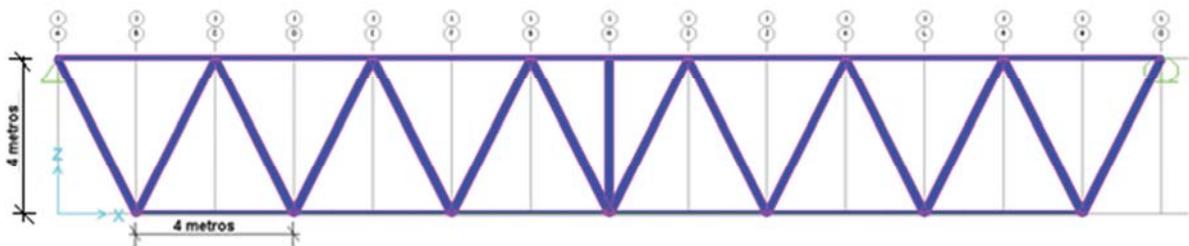
Tabela 21: Comparação de deformação em MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS NO SAP

Deslocamento (cm)	Deslocamento máximo ABNT NBR 8800 (2008)	MEF em barras	
	12,00	Com protensão	Sem protensão
		-0,20	-2,53

Fonte: autor (2014).

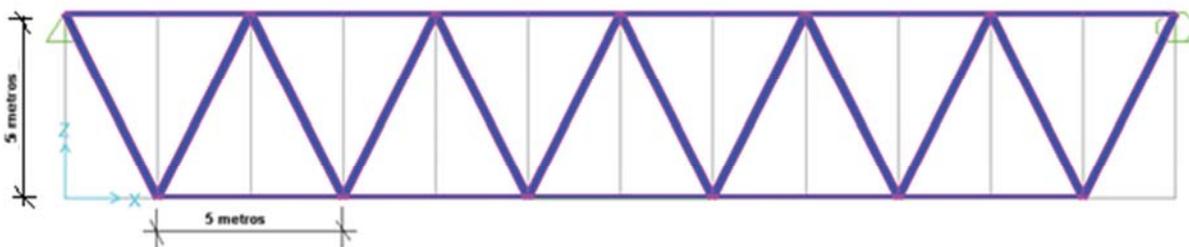
Também foram analisadas, Tabela 22, para vãos maiores entre os perfis com 4 e 5 metros (Figuras 73 e 74) e altura da viga também respectivamente, onde com a tabela criada no ANEXO 4, atendeu-se as verificações do perfil, e a verificação da flecha, podendo aumentar os vãos entre os perfis e assim diminuir as quantidades de materiais economizando através da colocação da protensão e aumento da altura da viga, auxiliando na diminuição do deslocamento da viga.

Figura 73: Treliça com vão de 4 metros entre os perfis



Fonte: autor (2014).

Figura 74: Treliça com vão de 5 metros entre os perfis



Fonte: autor (2014).

Tabela 22: Análise para vigas com distância entre perfis maiores

Vão da viga (m)	Perfil (m)	Protensão (KN)	Q (KN)	Perfil	Cabo (mm)	Deformação sem a protensão (cm)	Deformação com a protensão (cm)
30	3	40,8	30	U 200x100x2,65	2x15,2	2,53	0,20
28	4	40,8	30	U 200x100x2,65	2x15,2	1,33	0,68
30	5	40,8	30	U 200x100x2,65	2x15,2	1,14	0,60

Fonte: autor (2014).

## 6. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

### 6.1 Conclusão

Neste trabalho foram estudados alguns tipos de elementos de estruturas de aço com o uso de protensão, dentro deles, vigas Fink com protensão interna, externa, treliças e terças. O objetivo original era fornecer o dimensionamento de cada uma e realizar as verificações das mesmas. Embora sejam estruturas pouco utilizadas na atualidade no Brasil ela pode vir a ser proveitosa no uso de estruturas de aço possivelmente em coberturas, prédios e pontes, principalmente. Também dentro desse trabalho se fez algumas formulações analíticas, e algumas formulações numéricas o que não limita para nenhum tipo de estrutura e mostra que sabendo usar alguns métodos numéricos tal como o dos elementos finitos é possível dimensionar esse tipo de estrutura.

Pode-se concluir também que os referenciais bibliográficos pesquisados ajudaram para o desenvolvimento dos modelos de cálculo para as vigas de aço protendidas e que os resultados das mesmas coincidem com a modelagem no programa SAP em análise não linear em elementos finitos.

Na aplicação 01 para vigas I laminadas com protensão externa para pisos e também passarelas, foi analisado em MEF em barras e cascas e percebeu-se que tanto um como o outro chegaram a resultados equivalentes, atendendo as verificações de flambagem e flexão principalmente. Foi analisado também com maiores números de montantes onde o mesmo se mostrou cada vez com menor deslocamento quanto mais enrijecedores se colocava. A montante como serve como um enrijecedor ela ajuda a peça a não flambar e a manter sólida, passando na verificação. Também foi analisado com o vento de 45 m/s agindo a sucção na viga da cobertura de um galpão, onde mostrou que a efetividade do vento não mudou e que o mesmo não influenciou na protensão.

A aplicação 02 para uma viga I laminada com protensão interna para piso, mostrou equivalência nos resultados, de MEF em casca e modelo analítico. Uma vez as verificações atendidas de flambagem, cisalhamento e flexocompressão, para o perfil, podia-se aumentar os vãos e verificar a peça quanto a flecha, e aumentar apenas a protensão nos cabos.

Para a aplicação 03, terça com perfis U enrijecido formado a frio para terças em coberturas com protensão externa, com contenção lateral e sem contenção lateral, mostrou que a terça devido a flambagem é necessário colocar essas contenções laterais, que seria uma

placa que serviria de apoio em toda a sua extensão para ajudar a conter que a viga flambe. Também mostrou que aumentando os vãos da terça a mesma teria que passar na verificação de flexão, pois o mesmo se tornaria mais crítico.

Na aplicação 04 para treliças com perfis U simples formado a frio para coberturas com cabos de protensão interna cruzados, procedeu-se apenas com MEF em barras no programa Sap, para a realização da comparação da flecha com os resultados para a verificação. Também percebeu-se que aumentando as distâncias de altura e largura dos vãos dos perfis, diminuiu o deslocamento, e atendeu as verificações de compressão e tração dos perfis.

Portanto, a protensão mostrou que reduz os estados em serviço, esforços, flechas e permitem maiores vãos e ajuda na redução da seção transversal da viga, trazendo economia de material.

As recomendações que se pode retirar do trabalho para incluir na ABNT NBR 8800 (2008) e 14762 são:

**Para vigas com protensão externa:**

- Cálculo da parte da carga vertical que corresponde a viga ( $F_v$ );
- Cálculo da força axial  $F_{SB}$ ;
- Cálculo do deslocamento no centro do vão com a protensão  $\delta_{vSB}$ .

**Para vigas com protensão interna:**

- Dimensionamento da força de protensão no Estado Limite de Serviço em Situação em Vazio e Situação com todos os carregamentos;
- Determinação dos cabos e cordoalhas;
- Cálculo das perdas na força de protensão;
- Cálculo da flecha com a protensão;
- Verificação da posição do traçado do cabo no fuso limite, posição no limite superior e inferior.

## 6.1 Recomendações para trabalhos futuros

Como sugestão para a continuação do trabalho recomenda-se:

- Fazer a comparação com aplicação de ensaios experimentais para cada viga, comparando os resultados das deformações;
- Modelos mais detalhados com elementos finitos considerando ou não a perda de protensão no cabo.
- Elaborar um ábaco de dimensionamento deformação *versus* número de tirantes;
- Converter as planilhas em softwares;
- Elaborar estudos para otimizações das vigas de aço protendidas;
- Preparar recomendações para uma nova versão da ABNT NBR 8800 e 14762 e escrever algumas prescrições para o uso de estruturas protendidas em aço.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVAREZ, R. A. **La estructura metálica hoy: teoría y practica**. Tomo primeiro.v.2, Madrid: Editora Belisco, 1987.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**. Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**. Projeto e execução de estruturas de aço em edifícios – Métodos dos estados limites. Rio de Janeiro, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**. Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio – Procedimento. Rio de Janeiro, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**. Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- Atrio del Hotel Hesperia Tower**. 2005. Disponível em: < <http://strain.es/index.php/es/atRIO-hotel-hesperia-tower>>. Acesso em: 10 julho 2014.
- AZEVEDO, A. F. M. **Método dos elementos finitos**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal. 1ª Edição, 2003.
- BELGO. ARCELORMITTAL. **Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido**. Disponível em:<[https://www.belgo.com.br/produtos/construcao\\_civil/fios\\_cordoalhas/pdf/fios\\_cordoalhas.pdf](https://www.belgo.com.br/produtos/construcao_civil/fios_cordoalhas/pdf/fios_cordoalhas.pdf)>. Acesso em: 28 outubro 2013.
- BELLETTI, B.; GASPERI, A. Behavior of Prestressed Steel Beams. **Journal of structural engineering**, p. 1131-1139, 2010.
- BOATMAN, B. **Prestressed vs. Steel Beams: Expected Service Life**. Michigan Department of Transportation Bridge Operations Unit. State of Michigan, 2010.
- CALVO, I. C. **El pretensado en la estructuras de acero**. 2012. 402 f. Tese. Tecnologia de l'Arquitectura, Edificació i Urbanisme – UPC, 2012.
- CARVALHO,P.R.M; GRIGOLETTI, G.; BARBOSA, G. D. **Curso básico de perfis de aço formado a frio**. 3ª edição, Porto Alegre, 2014.
- CHAMBERLAIN, Z.; FICANHA, R.; FABEANE, R. **Projeto e cálculo de estruturas de aço: Edifício industrial detalhado**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.
- DEWIT, N. J. **A composite structural steel and prestressed concrete beam for building floor systems**. 2012. 112 f. THESIS Presented to the Faculty of The Graduate College at the University of Nebraska In Partial Fulfillment of Requirements For the Degree of Master of Science, Lincoln, Nebraska, 2012.

ELLER, P. R. **Pré-dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto para pontes de pequeno porte**. 2011. 73 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas) – Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2011.

EUROPEAN STANDARD. **Eurocódigo 3: Diseño de estructuras de acero Parte 1.11: Diseño de estructuras con componentes en tensión**. 2003.

FERREIRA, A. C. **Vigas metálicas protendidas: análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos**. 2007. 276 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

FLÔR, E. P.; AMARAL, F. L. **Dimensionamento e verificação de estruturas metálicas protendidas**. 2013. 199f. Trabalho de conclusão de curso (Curso de Engenharia Civil) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

GERDAU. **Perfis Estruturais Gerdau. Tabela de Bitolas**. Disponível em: [https://www.comercialgerdau.com.br/produtos/download/16\\_Perfil\\_Estrutural\\_tabela\\_de\\_bitolas.pdf](https://www.comercialgerdau.com.br/produtos/download/16_Perfil_Estrutural_tabela_de_bitolas.pdf)>. Acesso em: 17 junho 2014.

HASHIMOTO, A. H.; OKABAYASHI, F. M.; MARQUES DIAS, H. H. S.; ANTUNES, J. O.; NAYARA, J.; LIMA, M. F.; KURATA, N. Y.; GONÇALVES, T. **Sistema Estrutural Concreto Protendido**. Centro Universitário de Maringá – CESUMAR. Maringá, 2011.

HENDRICK, T. L.; CLOTTEY, C. **Experimental investigation of a prestressed steel beam-concrete slab bridge unit**. Fears Structural Engineering Laboratory. School of Civil Engineering and Environmental Science University of Oklahoma, Norman, Oklahoma, 1983.

HU, S. W.; CHEN, L. **Test analysis on prestressed concrete composite beams with steel boxes subjected to torsion and combined flexure and torsion**. Science China Press and Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012.

IBRAHIM, A. M.; MOHAISEN, S. k.; AHMED. Q. W. Finite element modeling of composite steel-concrete beams with external prestressing. **International journal of civil and structural engineering**. vol. 3, n<sup>o</sup> 1, 2012.

ISHITANI, H.; LEOPOLDO, R.; FRANÇA, S. **Concreto Protendido Fundamentos Iniciais**. Escola Politécnica – USP, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 2002.

**KEINDAHAN JEMBATAN ELIPS. 2013.** Disponível em: <http://www.popeti.com/berita/artikel/architecture/keindahan-jembatan-elips/>>. Acesso em: 10 julho 2014.

LORENC, W.; KUBICA, E. **Behavior of composite beams prestressed with external tendons: Experimental study**. Department of Civil Engineering, Wrocław University of Technology, Wrocław, Poland, 2006.

MIGED, A. F. S. Analytical Study about the Behavior of Prestressed Composite Steel Beams. **Journal of Kirkuk University – Scientific Studies**, vol. 5, n<sup>o</sup> 2, 2010.

NELSEN, A. C. H; SOUZA, A. S. C. Vigas mistas de aço e concreto com protensão externa: conceitos e aplicações. In: CONGRESSO LATINO-AMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, 2012, São Carlos, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Federal de São Carlos, 2012. p. 2-8.

NIE, J. G.; CAI, C.S.; ZHOU, T. R.; LI, Y. Experimental and Analytical Study of Prestressed Steel–Concrete Composite Beams Considering Slip Effect. **Journal of structural engineering ASCE** , Vol. 133, No. 4, 2007.

NUNZIATA, V. **Prestressed steel structures design: a new frontier for structural Engineering**. Studio Nunziata, Palma Campania, Napoli, Italy. 1999a.

NUNZIATA, V. Prestressed Steel Structures – Strutture in acciaio precompresso. In: CONGRESSO C.T.A. - COSTRUIRE IN ACCIAIO. **Anais...** Palma Campania: Studio tecnico do Ingegneria Civile, out. 1999b.

PARK, S.; KIM, T.; KIM, K.; HONG, S. Flexural behavior of steel I-beam prestressed with externally unbonded tendons. **Journal of Constructional Steel Research**, República da Coreia, p. 125-132, 2010.

PEREIRA JUNIOR, E.J. **Uma formulação consistente para análise não-linear de estruturas de cabos suspensos**. 2002. 148 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Departamento em Engenharia de Estruturas, Universidade de Minas Gerais, Belo Horizonte.

REIS, F. J. C. **Influência do nível de protensão na deformação de estruturas executadas com protensão externa**. 2003. 125 f. Tese (Programa de pós-graduação de engenharia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, 2003.

REZENDE, C. R. **Análise estrutural de vigas metálicas protendidas**. 2007. 119 f. Dissertação (Mestre em engenharia Civil) – Universidade federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2007.

RUSSELL, D.; SNYDER, P. E. Prestressed Steel Girders for Single Span Bridges. Discussion. **Engineering Journal**, third quarter, 1995.

RUSSELL, D.; SNYDER, P. E. Prestressed Steel Girders for Single Span Bridges. Discussion. **Engineering Journal**, second quarter, 1996.

SAMPAIO, JR., C. F. **Dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço**. 1976. 133 f. Dissertacao (Mestre em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1976.

SANTOS, L. F. A.; PIOVESAM, T. F.; CURTIUS, T. H. **Relatório de pesquisa arcos e cabos**. Relatório de pesquisa apresentado a disciplina de Teoria das Estruturas, Engenharia Civil. Itajaí, 2012.

SAP2000. **Curso Prático Interativo**.v.15.2000.

SCHNERCH, D; DAWOOD, M. SUMMER, E.A; RIZKALLA, S. **Behavior of steel-concrete composite beams strengthened with unstressed and prestressed high-modulus cfrp strips**. 2005. Department of Civil, Construction, and Environmental Engineering, North Carolina State University, Raleigh, NC, USA. Disponível em: <[www.ce.ncsu.edu/rizkallinked\\_files/steel\\_concrete\\_composite\\_beams\\_MESC-4\\_Egypt\\_2005.pdf](http://www.ce.ncsu.edu/rizkallinked_files/steel_concrete_composite_beams_MESC-4_Egypt_2005.pdf)>. Acesso em: 07 novembro 2013.

SCHULITZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J. **GOTTGETREU. Manual de construcción**, 2000.

## ANEXOS

ANEXO 1 – PLANILHA DE CÁLCULO DA VIGA FINK SIMPLES .....	123
ANEXO 2 – PLANILHA DE CÁLCULO DE VIGA COM PROTENSÃO INTERNA .....	127
ANEXO 3 – PLANILHA DE CÁLCULO DA TERÇA COM PROTENSÃO EXTERNA.....	135
ANEXO 4 – PLANILHA DE CÁLCULO DA TRELIÇA COM PROTENSÃO INTERNA .....	139

## ANEXO 1 – PLANILHA DE CÁLCULO DA VIGA FINK SIMPLES

### Viga Fink simples

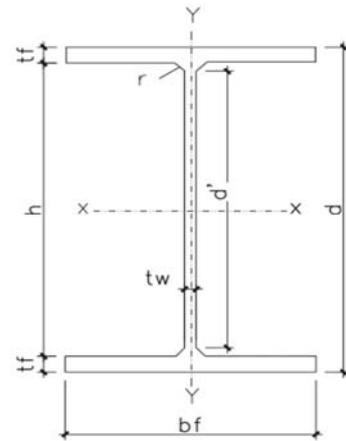
#### 1 - Dados iniciais

Comprimento da viga (L) ou  $L_v =$  3000 mm     $L_b$  do cabo = 1515 mm  
 Montante central = 200 mm     $\beta$  (ângulo) = 82,41

#### 2 - Carregamentos

##### Carga concentrada $F_t$

X (m)	CARGA PERMANENTE (KN)	SOBRECARGAS (KN)
1	0	0
1,5	0	30
3	0	0



#### 3 - Coeficientes de segurança

Ato da protensão

$\gamma_G =$  1,4  
 $\gamma_q =$  1,5  
 $\gamma_{Prot} =$  1,2  
 $\beta =$  1,1

Em serviço

$\gamma_G =$  1  
 $\gamma_q =$  0  
 $\gamma_{Prot} =$  0,9

#### 4 - Propriedades dos perfis e cabo escolhidos

##### Perfil da viga w150x18

Espessura (e) = 5,8 mm  
 Altura externa (d) = 153 mm  
 Altura alma (h) = 139 mm  
 Espessura alma ( $t_o$ ) = 5,8 mm  
 Largura flange inferior = 102 mm  
 Largura flange superior = 102 mm  
 Espessura do flange inferior = 7,1 mm  
 $d' =$  11,9 cm  
 $y_a =$  1,1  
 $Z_x =$  139,4 cm<sup>3</sup>

$w_x =$	122,8 cm <sup>3</sup>
$r_y =$	2,32 cm
$I_y =$	126 cm <sup>4</sup>
Massa linear =	0,18 kN/m

**Aço perfil**

$I_x =$	9390000 mm <sup>4</sup>
$f_y =$	345 MPa
$f_u =$	450 MPa
$E =$	200000 MPa
$f_d =$	313,64 MPa
$\alpha_f =$	350 para piso

**Perfil da montante W100x19,3****Cabo**

Diâmetro =	9,5 mm	AB=	70,88 mm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade =	202000 MPa		

**5 - Parte da carga que corresponde a viga (cordão superior) por rigidez**

$F_v =$	27,33 KN
---------	----------

**6 - Força axial**

$F_{SB} =$	2,67 KN
------------	---------

**7- Deslocamento do meio do vão**

$\delta_{vSB} =$	8,10 mm	$\delta_{m\acute{a}x} =$	8,57 mm
------------------	---------	--------------------------	---------

Verificação  $\delta_{vSB} \leq \delta_{m\acute{a}x}$       **OK**

**Cálculo do deslocamento real (sem protensão)**

$\delta =$	8,99 mm
------------	---------

Verificação  $\delta < \delta_{m\acute{a}x} =$       **FALSO**

**8 - Esforços**

Momento fletor devido ao carregamento externo

$M_t =$       33,75 KNm

Momento máximo

$$M_{\max} = 33,75 \text{ KNm}$$

## 9 - Verificações da resistência da peça - ELU

### a) Parâmetros iniciais de verificação: Momento fletor e força cortante de plastificação

$$\begin{aligned} M_{pl} &= Z_x f_y & M_{pl} &= 4809 \text{ KNcm} \\ V_{pl} &= 0,6dt_w f_y & V_{pl} &= 183,69 \text{ KN} \end{aligned}$$

### b) Dimensionamento a flexão

#### b.1) Flambagem Local da Alma (FLA)

Para perfis laminados

Sendo  $h = d'$

$$\begin{aligned} \lambda &= 20,52 \\ \lambda_r &= 434,0 \\ \lambda_p &= 90,53 \end{aligned}$$

Verificação = **Seção compacta**

$$\lambda \leq \lambda_p = M_{rd} = 4372,09 \text{ KNcm}$$

$$M_{sd} = 3375,00 \text{ KNcm}$$

Verificação  $M_{sd} \leq M_{rd} =$  **OK**

#### b.2) Flambagem Local na Mesa (FLM)

Para perfis laminados

Sendo  $b = b_f/2$

$$\begin{aligned} \lambda &= 7,18 \\ \lambda_p &= 9,15 \\ \lambda_r &= 19,80 \end{aligned}$$

Verificação = **Seção compacta**

$$\lambda \leq \lambda_p = M_{rd} = 4372,09 \text{ KNcm}$$

$$M_{sd} = 3375,00 \text{ KNcm}$$

Verificação  $M_{sd} \leq M_{rd} =$  **OK**

#### b.3) Flambagem Lateral por Torção (FLT)

Para perfis laminados

Sendo  $L_b$  o comprimento destravado

$\lambda =$	64,66	$J =$	8,46	$\text{cm}^4$
$\lambda_p =$	42,38	$\beta_1 =$	0,0175	
$\lambda_r =$	1,32	$\sigma_r =$	10,35	$\text{KN/cm}^2$
		$C_w =$	466	
		$C_b =$	1,13	
<b>Verificação = Seção esbelta</b>		$M_a =$	3375	$\text{KNcm}$
$\lambda > \lambda_r = M_{rd} =$	4378,86	$M_b =$	2250	$\text{KNcm}$
$M_{sd} =$	3375,00	$M_c =$	3375	$\text{KNcm}$
<b>Verificação <math>M_{sd} \leq M_{rd} =</math></b>	<b>OK</b>	$R_m =$	1	
		$M_r =$	2965,62	$\text{KNcm}$
		$M_{cr} =$	4816,75	

### c) Dimensionamento ao cisalhamento

Sendo $K_v =$	44,67
$\lambda =$	23,97
$\lambda_r =$	220,45
$\lambda_p =$	177,01
$\lambda < \lambda_p = V_{rd} =$	166,99 $\text{KN}$

$$V_{sd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}} =$$

<b>166,99</b>
---------------

 $\leq V_{rd}$

## ANEXO 2 – PLANILHA DE CÁLCULO DE VIGA COM PROTENSÃO INTERNA

### Viga com protensão interna

#### 1- Dados iniciais

Comprimento da viga(L) =	3 m
Comprimento sem contenção lateral =	0 m
Distância entre enrijecedores =	1,5 m

#### 2 - Carregamentos

$$1\text{KN} = 101,97 \text{ kgf}$$

*Ato da protensão*

*Em serviço*

Carga permanente ( $g_{\min}$ )=	0,24 KN/m	Carga permanente =	0 KN/m
Sobrecarga =	30 KN	Sobrecarga =	0 KN/m

#### 3 - Coeficientes de segurança

*Ato da  
protensão*

*Em serviço*

$\gamma_G =$	1,4	$\gamma_G =$	1
$\gamma_q =$	1,5	$\gamma_q =$	0
$\gamma_{\text{Prot}} =$	1,2	$\gamma_{\text{Prot}} =$	0,9
$\beta =$	1,1		

#### 4 – Propriedades do perfil

Excentricidade do cabo (e)=	<b>7,49 cm</b>		
Altura externa (d)=	160 mm	$I_y =$	183 cm <sup>4</sup>
Altura alma (h) =	139 mm	$I_x =$	1384 cm <sup>4</sup>
Espessura alma ( $t_w$ ) =	6,6 mm	$f_y =$	345 MPa
Largura flange inferior ( $b_f$ )=	102 mm	$f_u =$	450 MPa
Largura flange superior =	102 mm	$E =$	20000 KN/cm <sup>2</sup>
Espessura do flange inferior ( $t_f$ ) =	10,3 mm	$f_d =$	313,64 MPa
Área =	31,5 cm <sup>2</sup>	$f_d =$	31,36 KN/cm <sup>2</sup>
$d' =$	11,5 cm		

$$\begin{array}{ll}
 W_x = & 173 \text{ cm}^3 \\
 Z_x = & 197,6 \text{ cm}^3 \\
 r_x = & 0,0663 \text{ m} \\
 r_y = & 0,0241 \text{ m} \\
 y_{a1} = & 1,1 \\
 ca = & 0,34 \\
 y_{a2} = & 1,35 \\
 C_w = & 10206 \text{ cm}^6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ll}
 E \text{ cabo} = & 20200 \text{ KN/cm}^2 \\
 \alpha_f = & 350 \text{ para piso} \\
 W_s = W_i = & 173,00 \text{ cm}^3 \\
 G = & 70 \text{ KN/cm}^2
 \end{array}$$

### 5 - Esforços

Momento fletor devido ao peso próprio	Momento fletor devido a todos os carregamentos	Momento máximo
$M_{\min} =$	$M_t =$	$M_{\max} =$
0,37 KNm	34,12 KNm	34,12 KNm

### 6 - Dimensionamento da força de protensão - ELS

#### a) Situação em vazio

##### a.1) Deslocamento (flecha)

$$P \leq \frac{5q_{\min}l^2}{48e} + \frac{8EI}{\alpha_f e l}$$

$$P \leq 284,71 \text{ KN}$$

##### a.2) Resistência na fibra superior (tração) pela tensão admissível em serviço

$$\sigma_s = -\frac{Y_P \beta P}{A} + \frac{Y_P \beta P e}{W_s} - \frac{M_{\min}}{W_s} \leq f_d$$

$$\begin{array}{ll}
 \sigma_s = & 0,0152 P - M_{\min}/W_x \leq f_d \\
 P \leq & 2076,64 \text{ KN}
 \end{array}$$

##### a.3) Resistência na fibra inferior (compressão) pela tensão admissível de serviço

$$\sigma_i = -\frac{Y_P \beta P}{A} - \frac{Y_P \beta P e}{W_i} + \frac{M_{\min}}{W_i} \leq f_d$$

$$\begin{array}{ll}
 \sigma_i = & -0,10295 P + M_{\min}/W_i \leq f_d \\
 P \leq & -314,59 \text{ KN}
 \end{array}$$

**b) Situação com todos os carregamentos****b.1) Deslocamento (Flecha)**

$$\frac{5q_T l^2}{48e} + \frac{Fl}{6e} - \frac{8EI}{\alpha_f e l}$$

$$P \geq 46,84 \quad \text{KN}$$

**b.2) Resistência na fibra superior (tração) pela tensão admissível em serviço**

$$\sigma_s = -\frac{Y_P P}{A} + \frac{Y_P P e}{W_S} - \frac{M_T}{W_S} \leq f_d$$

$$\sigma_s = 0,013047 P - M_T/W_S \leq f_d$$

$$P \leq 4927 \quad \text{KN}$$

**b.3) Resistência na fibra inferior (compressão) pela tensão admissível em serviço**

$$\sigma_i = -\frac{Y_P P}{A} - \frac{Y_P P e}{W_i} + \frac{M_T}{W_i} \leq f_d$$

$$\sigma_i = -0,07019 P + M_T/W_i \leq f_d$$

$$P \leq -172,43 \quad \text{KN}$$

**c) Determinação dos cabos e cordoalhas**

$$n = 1,38 \quad \text{cabos}$$

deve-se ser par, então: **2 cabos** (1 cabo a cada lado da seção)

Pmax (retirado do catálogo das especificações da cordoalha) = 239,2 para cord. 7 fios CP190 RB 15,2

$$A_c = 143,5 \quad \text{mm}^2$$

**d) Cálculo das perdas na força de protensão****d.1) Perda por acomodação das ancoragens**

$$\delta = 4 \quad \text{mm}$$

$$\Delta p_1 = 3,86 \quad \text{KN}$$

**d.2) Perdas por deformação instantânea da viga de aço**

$$\Delta p_2 = 5 \quad \text{KN}$$

$$\alpha_p = 0,99$$

$$\sigma_p = 13,00 \quad \text{KN/cm}^2$$

**d.3) Perdas por relaxação dos cabos**

$$\psi(t-t_0) = 0,0625$$

$$\Delta p_3 = 11,25 \quad \text{KN}$$

**d) Perda de protensão total**

$$\Delta p_t = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3$$

$\Delta p_t = 19,73 \text{ KN}$
---------------------------------

**e) Atendimento da flecha máxima permitida****e.1) Cálculo do deslocamento máximo permitido por norma**

$$\delta_{\text{máx}} = 0,86 \text{ cm}$$

**e.2) Cálculo do deslocamento real (sem protensão)**

$$\delta = 0,62 \text{ cm}$$

$$\text{Verificação} \quad \delta < \delta_{\text{máx}} = \text{OK}$$

**e.3) Cálculo do deslocamento (com protensão)**

$$P = 180 \text{ KN} \quad \delta_q = 0,071 \text{ cm}$$

$$\text{Verificação} \quad \delta < \delta_{\text{máx}} = \text{OK}$$

**7 - Verificação da posição do traçado do cabo no fuso limite****Posição no Limite superior**

$$28,59 \text{ cm}$$

$$e_{0 \text{ min}} =$$

$$44,59 \text{ cm}$$

$$\sigma_m =$$

$$7,54 \text{ KN/cm}^2$$

$$\delta_0 =$$

$$1,560 \text{ mm}$$

**Posição no Limite inferior**

$$45,67 \text{ cm}$$

$$e_{1 \text{ min}} =$$

$$61,67 \text{ cm}$$

$$\sigma_m =$$

$$5,14 \text{ KN/cm}^2$$

$$\delta_1 =$$

$$211 \text{ mm}$$

**8 - Verificação da resistência da peça - ELU****a) Parâmetros iniciais de verificação: Momento fletor e força cortante de plastificação**

$$M_{pl} = Z_x f_y \quad M_{pl} = 6817 \text{ KNcm}$$

$$V_{pl} = 0,6dt_w f_y \quad V_{pl} = 218,59 \text{ KN}$$

## b) Dimensionamento a compressão centrada

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd}$$

$N_{c,sd}$  = Esforço normal solicitante

$N_{c,rd}$  = Esforço normal resistente

$$N_{c,rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}}$$

Situação	Esforço normal	Esforço normal	Verificação
	Resistente (KN)	Solicitante (KN)	
em Vazio	320	237,60	OK
com todos os carregamentos	320	216,00	OK

## b.1) Determinação do coeficiente reductor Q

$$\frac{b}{t} \leq \frac{b}{t} \lim \rightarrow Q = 1$$

$$Q = Q_a \times Q_s$$

$$Q = 1$$

Onde:

$$b = d'$$

$$t = t_w$$

### b.1.1) Alma da seção (Qa)

para  $b/t \lim$

$$b/t \lim = 1,49 \sqrt{E/f_y} = 35,87$$

$$b/t = 17,42$$

$$\frac{b}{t} \leq \frac{b}{t} \lim \quad Q_a = 1$$

$$= Q_a = 1$$

Se  $Q_a \neq 1$

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \quad Q_a = 1,98$$

$$A_{ef} = 62 \text{ cm}$$

$$b_{ef} = 16 \text{ cm} < b$$

**b.1.2) Mesa da seção (Qs)***para seções laminadas*

$$\frac{b}{t} \lim = 0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 13,48$$

$$\frac{b}{t} = 4,95$$

$$Q_s = 1$$

$$\frac{b}{t} \leq \frac{b}{t} \lim = Q_s = 1$$

$$\text{Onde: } b = bf/2$$

Se  $Q_s \neq 1$  para grupo 4 (seções I ou H laminados):

$$1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 24,80 \quad Q_s = 58,62$$

**b.2) Determinação do coeficiente redutor  $\chi$** 

$$N_{ey} = 401,4$$

$$N_{ex} = 3035$$

$$N_{ez} = 643,11$$

$$r_o = 7,05 \quad \text{cm}$$

$$N_{e \min} = 401,36$$

Para seções com dupla simetria

$k = 1$  para viga bi-rotulada

$$\lambda_o = 1,65 > 1,5$$

$$\chi = 0,32$$

**c) Dimensionamento a flexão****c.1) Flambagem Local da Alma (FLA)**

Para perfis laminados

Sendo  $h = d'$ 

$$\lambda = 17,42$$

$$\lambda_r = 137,2$$

$$\lambda_p = 90,53$$

**Verificação = Seção compacta**

$$\lambda \leq \lambda_p = M_{rd} = 6197,45 \text{ KNcm}$$

$$M_{sd} = 2199,50 \text{ KNcm}$$

**Verificação  $M_{sd} \leq M_{rd} =$  OK****c.2) Flambagem Local na Mesa (FLM)**

Para perfis laminados

Sendo  $b = bf/2$ 

$$\lambda = 4,95$$

$$\lambda_p = 9,15$$

$$\lambda_r = 19,80$$

**Verificação = Seção compacta**

$$\lambda \leq \lambda_p = M_{rd} = 6197,45 \text{ KNcm}$$

$$M_{sd} = 2199,50 \text{ KNcm}$$

**Verificação  $M_{sd} \leq M_{rd} =$  OK****c.3) Flambagem Lateral por Torção (FLT)**

Para perfis laminados

Sendo  $L_b$  o comprimento destravado

$$\lambda = 62,24$$

$$\lambda_p = 42,38$$

$$\lambda_r = 131,88$$

**Verificação = Seção semicompacta**

$$\lambda > \lambda_r = M_{rd} = 6395,27 \text{ KNcm}$$

$$M_{sd} = 2199,50 \text{ KNcm}$$

**Verificação  $M_{sd} \leq M_{rd} =$  OK**

$$\begin{aligned}
 J &= 12,49 \text{ cm}^4 \\
 \beta_1 &= 0,0167 \\
 \sigma_r &= 10,35 \text{ KN/cm}^2 \\
 C_w &= 683 \\
 C_b &= 1,13 \\
 M_a &= 3375 \text{ KNcm} \\
 M_b &= 2250 \text{ KNcm} \\
 M_c &= 3375 \text{ KNcm} \\
 R_m &= 1 \\
 M_r &= 4177,95 \text{ KNcm} \\
 M_{cr} &= 7068,558
 \end{aligned}$$

#### d) Dimensionamento ao cisalhamento

$$\begin{aligned}
 \text{Sendo } K_v &= 43,33 \\
 \lambda &= 21,06 \\
 \lambda_r &= 217,14 \\
 \lambda_p &= 174,34 \\
 \lambda < \lambda_p = V_{rd} &= 198,72 \text{ KN}
 \end{aligned}$$

$$V_{sd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}} = \boxed{198,72 \leq V_{rd}}$$

#### e) Dimensionamento a flexocompressão

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} = 0,68$$

$$\boxed{0,99 \leq 1,00}$$

### ANEXO 3 – PLANILHA DE CÁLCULO DA TERÇA COM PROTENSÃO EXTERNA

#### 1- Dados iniciais

Comprimento da viga(L) =	3000 mm	montante central =	200 mm
Comprimento sem contenção lateral =	0 m	LB do cabo =	1515 mm
Distância entre enrijecedores =	1,5 m	$\beta$ (ângulo)=	82,41

#### 2 - Carregamentos

$$1\text{KN} = 101,97 \text{ kgf}$$

<i>Ato da protensão</i>		<i>Em serviço</i>	
Carga permanente =	0,00190 KN/cm	Carga permanente =	0 KN/m
Sobrecarga =	30 KN	Sobrecarga =	0 KN/m

#### 3 - Coeficientes de segurança

<i>Ato da protensão</i>		<i>Em serviço</i>	
$\gamma_G =$	1,4	$\gamma_G =$	1
$\gamma_q =$	1,5	$\gamma_q =$	0
$\gamma_{Prot} =$	1,2	$\gamma_{Prot} =$	0,9

#### 4 - Propriedades do perfil

Altura externa ( $b_w$ )=	300 mm		
Espessura alma (t) =	4,75 mm		
Largura flange inferior (bf)=	100 mm		
Largura flange superior =	100 mm		
Área =	24,64 cm <sup>2</sup>		
r =	0,7125 cm		
D =	25 mm		
$I_x =$	3269,56 cm <sup>4</sup>		
$f_y =$	345 MPa		
$f_u =$	450 MPa		
E =	20000 KN/cm <sup>2</sup>		
$f_d =$	313,64 Mpa		
$f_d =$	31,36 KN/cm <sup>2</sup>		
y =	1,10		
$I_y =$	291,49 cm <sup>4</sup>		
K =	1		
$W_x =$	217,97 cm <sup>3</sup>	E tensão =	20200 KN/cm <sup>2</sup>
$r_x =$	0,1152 m	$\alpha_f =$	180 para terças de cobertura

$$\begin{aligned}
 r_y &= 0,027 \text{ m} \\
 kl &= 4,73 \\
 v &= 0,3 \\
 C_w &= 52671,43 \text{ cm}^6 \\
 G &= 770 \text{ KN/cm}^2
 \end{aligned}$$

**Perfil da montante U  
300x100x25x4,75**

**Tendões**

$$\begin{aligned}
 \text{Diâmetro} &= 15,2 \text{ mm} & AB &= 181,46 \text{ mm}^2 \\
 \text{Módulo de elasticidade} &= 202000 \text{ Mpa}
 \end{aligned}$$

**5 - Parte da carga que corresponde a viga  
(cordão superior) por rigidez**

$$F_v = 27,99 \text{ KN}$$

**6 - Força axial**

$$F_{SB} = 2,01 \text{ KN}$$

**7 - Deslocamento do meio do vão**

$$\delta_{vSB} = 2,38 \text{ mm}$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = 16,67 \text{ mm}$$

Verificação  $\delta_{vSB} \leq \delta_{m\acute{a}x}$  **OK**

**Cálculo do deslocamento real (sem protensão)  
somente com a sobrecarga**

$$\delta = 2,58 \text{ mm}$$

Verificação  $\delta < \delta_{m\acute{a}x} =$  **OK**

**8 - Esforços**

Momento fletor devido a todos os carregamentos

$$M_t = 33,75 \text{ KNm}$$

Momento máximo

$$M_{\max} = 33,75 \text{ KNm}$$

## 9 - Verificação da resistência da peça

### a) Dimensionamento a flexão

#### Cálculo do momento resistente no início do escoamento da seção efetiva

Método da seção efetiva

$$\begin{aligned} K_I &= 28,87 \\ n &= 0,33 & u &= 0,1 \\ a &= 28,87 \\ b &= 0,00 \end{aligned}$$

Momento fletor de flambagem local elástica

$$M_I = 28520,2 \text{ KNcm}$$

Módulo de resistência elástico da seção efetiva

$$\begin{aligned} \lambda_p &= 0,513 \\ W_{ef} &= 242,62 \text{ cm}^3 \\ \text{adotar } W_{ef} &= 217,97 \text{ cm}^3 \\ M_{Rd \text{ esc}} &= \mathbf{6836,33 \text{ KN cm}} \end{aligned}$$

#### Cálculo do momento resistente na flambagem lateral com torção

$$N_{ey} = 639 \text{ KN} \quad N_{ez} = 623,99 \text{ KN}$$

$$M_e = 9927,67 \text{ KNcm} \quad C_b = 1,15$$

$$\begin{aligned} J &= 1,851 \text{ cm}^4 \\ r_o &= 13,69 \text{ cm} \\ M_a &= 3375 \text{ KNcm} \\ M_b &= 2250 \text{ KNcm} \\ M_c &= 3375 \text{ KNcm} \end{aligned}$$

$$\lambda_o = 0,87 \quad 0,60 < \lambda_o < 1,3 \quad \chi_{FLT} = 0,88$$

$$W_{ef} = W_c$$

$$M_{rd \text{ FLT}} = \mathbf{5949,36 \text{ KNcm}}$$

$$M_{rd \min} = 5949,36 \text{ KNcm}$$

$$M_{sd} = 3375,00 \text{ KNcm}$$

$$\text{Verificação } M_{sd} \leq M_{rd} = \text{OK}$$

**b) Dimensionamento da alma com combinação de flexão e corte**

$$\left(\frac{M_{sd}}{M_{Rd}}\right)^2 + \left(\frac{V_{sd}}{V_{Rd}}\right)^2 \leq 1 \text{ almas nao enrijecidas} = 1,34$$

$$V_{pl} = 196,65$$

$$K_v = 5$$

$$h/t = 0,42 \leq 1,08 * \text{raiz}(E_k_v/f_y) = 5,81$$

$$V_{Rd} = 178,77 \text{ KN}$$

$$V_{sd} = 178,77 \text{ KN}$$

$$\text{Verificação } V_{sd} \leq V_{Rd} = \text{OK}$$

## ANEXO 4 – PLANILHA DE CÁLCULO DA TRELIÇA COM PROTENSÃO INTERNA

### 1- Dados iniciais

Comprimento da viga(L) = 30 m  
 Comprimento do perfil = 3 m

### 2 - Carregamentos

1KN = 101,97 kgf

<i>Ato da protensão</i>		<i>Em serviço</i>	
		Carga	
Carga permanente ( $g_{min}$ )=	0,080 KN/m	permanente =	0 KN/m
Sobrecarga =	30 KN	Sobrecarga =	0 KN/m

### 3 - Coeficientes de segurança

<i>Ato da protensão</i>		<i>Em serviço</i>	
$\gamma_G$ =	1,4	$\gamma_G$ =	1
$\gamma_q$ =	1,5	$\gamma_q$ =	0
$\gamma_{Prot}$ =	1,2	$\gamma_{Prot}$ =	0,9
$\beta$ =	1,1		

### 4 - Propriedades do perfil

#### Perfil U simples

Altura externa ( $b_w$ )= 200 mm  
 $\sigma$  = 250 MPa  
 Espessura alma (t) = 2,65 mm  
 Largura flange inferior ( $b_f$ )= 100 mm  
 Largura flange superior = 100 mm  
 Área do perfil= 10,37 cm<sup>2</sup>  
 Área do cabo = 1,81 cm<sup>2</sup>  
 Altura e distância das barras ( $h=a$ ) = 1,5 m  
 $I_x$ = 671,23 cm<sup>4</sup>  
 $f_y$  = 345 MPa  
 $f_u$  = 450 MPa  
 $E$  = 20000 KN/cm<sup>2</sup>  
 $f_d$  = 313,64 Mpa  
 $f_d$  = 31,36 KN/cm<sup>2</sup>  
 $y$  = 1,20  
 $I_y$  = 105,35 cm<sup>4</sup>  
 $K$  = 1 h = 20 cm

$$\begin{aligned}
 W_x &= 67,12 \text{ cm}^3 & E \text{ tendão} &= 20200 \text{ KN/cm}^2 \\
 r_x &= 0,0805 \text{ m} & \alpha_f &= 250 \text{ para vigas de cobertura} \\
 r_y &= 0,0319 \text{ m} \\
 k_l &= 4,73 \\
 v &= 0,3 \\
 C_w &= 7230,50 \text{ cm}^6 \\
 G &= 770 \text{ KN/cm}^2 \\
 J &= 0,242 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

## 5 - Esforços

Forças axiais sem o cabo de protensão

Barras:

$$\begin{aligned}
 05 = 06 &= -80,06 \text{ KN} & 04 = 07 &= -64,06 \text{ KN} & 11=30 &= 22,05 \text{ KN} \\
 34 = 36 &= 72,19 \text{ KN} & 35 &= 87,64 \text{ KN}
 \end{aligned}$$

Forças axiais com o cabo de protensão

$$\text{Força de protensão} = \text{Acabo} \times f_u \times 0,50 = 40,8 \text{ KN}$$

Barras:

$$\begin{aligned}
 05 = 06 &= -80,54 \text{ KN} & 04 = 07 &= -64,57 \text{ KN} & 11= 30 &= 22,38 \text{ KN} \\
 34 = 36 &= -73,22 \text{ KN} & 35 &= -57,75 \text{ KN}
 \end{aligned}$$

## 6- Cálculo do deslocamento máximo permitido por norma SAP

$$\delta_{\text{máx}} = 12,00 \text{ cm}$$

Deslocamento real (sem protensão) retirado do programa SAP

$$\delta = 2,53 \text{ cm}$$

$$\text{Verificação} \quad \delta < \delta_{\text{máx}} = \text{OK}$$

Deslocamento com a protensão retirado do programa

$$\delta = 0,20 \text{ cm}$$

## 7 - Verificação da peça no Estado Limite Último

### a) Dimensionamento a compressão

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd}$$

$$\begin{aligned}
 N_{ex} &= 1472 & N_{ey} &= 231,06 & N_{ez} &= 213,99 \\
 N_{e \text{ min}} &= 213,99 & r_o &= 8,66 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Para seções com dupla simetria

$$\lambda_0 = 1,29 \leq 1,5 \quad \chi = 0,50$$

Calcular a área efetiva pelo Método da Seção Efetiva

$\eta =$	0,50	Tabela 8 para seção U simples pág. 110.
$Kl =$	2,93	
$Nl =$	96,26	
$\lambda_p =$	1,36	
$A_{ef} =$	<b>7,16</b>	

$$N_{c,Rd} = 102,28 \text{ KN}$$

$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd}$ OK
-----------------------------

### b) Dimensionamento a tração

Para barras não furadas

$$N_{t,Rd} = 325,24 \text{ KN}$$

$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd}$ OK
-----------------------------