



PPGECM

Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

Eliâne Duarte Batista

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES POR MEIO DE EQUIVALÊNCIA

Passo Fundo

2023

Eliâne Duarte Batista

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES POR
MEIO DE EQUIVALÊNCIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Passo Fundo dentro do Projeto de Cooperação entre Instituições – PCI, entre a Universidade de Passo Fundo e a Faculdade Católica de Rondônia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra, sob a orientação do Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

Passo Fundo

2023

Eliâne Duarte Batista

Adição e subtração de frações por meio de equivalência

A banca examinadora abaixo, APROVA em 28 de novembro de 2023, a dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial de exigência para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de pesquisa Práticas Educativas em Ensino de Ciências e Matemática.

Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira
Universidade de Passo Fundo - UPF

Dra. Marli Teresinha Quartieri
Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES

Dra. Alana Neto Zoch
Universidade de Passo Fundo - UPF

AGRADECIMENTOS

A presente dissertação de mestrado não poderia ter chegado até aqui sem o precioso apoio de várias pessoas. Primeiramente, agradeço a Deus por permitir meu trajeto durante esses anos de estudo, guiando-me e iluminando cada passo, abençoando-me com sabedoria, paciência e determinação para cumprir todas as etapas deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Lucas (*in memoriam*) e Naiza, aos meus irmãos e irmãs pelo apoio que sempre recebi de todos vocês e pelo amor, incentivando-me nos momentos mais difíceis. Obrigada por desejarem sempre o melhor para mim. Com vocês, aprendi o essencial da vida para me tornar a pessoa que sou hoje, princípios importantes para a formação do meu caráter e da minha Fé. Amo vocês e agradeço a Deus por me permitir tê-los como família.

Ao meu esposo, Ederson, agradeço o seu companheirismo e sua compreensão. Você foi a pessoa que acompanhou de perto minha luta durante esses dois anos de mestrado e sabe que a batalha não foi fácil. No entanto, você sempre esteve comigo, compreendendo minha ausência e ouvindo minhas angústias. Te amo.

Gratidão ao meu orientador, Dr. Luiz Henrique, uma pessoa formidável e um excelente profissional, por suas valiosas considerações, seu empenho e sua dedicação com que sempre me orientou. Obrigada por exigir de mim muito mais do que eu imaginava ser capaz. Manifesto aqui minha gratidão eterna por compartilhar sua sabedoria, seu tempo e sua experiência.

Agradeço aos membros da banca de qualificação e defesa de mestrado, Dra. Marli Teresinha, Dr. Cristiano Buzatto e Dra. Alana Zoch, pelas sugestões e contribuições fundamentais para melhoria desta pesquisa.

À minha amiga Marta Barbosa, pela contribuição na leitura do meu texto inicial, ajudando-me a melhorar minha escrita; foi essencial para mim. À minha irmã Elisangela, que colaborou com algumas leituras no meu texto, assim como com o abstract, contribuições importantíssimas. Agradeço imensamente.

Aos amigos da turma do mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo – UPF, em especial à minha amiga Cleidiane, que muitas vezes me deu força. Nós nos apoiamos uma na outra, em meio às nossas dificuldades e limitações. Aos meus amigos José de Arimateia (Teco) e José Carlos, sempre muito disponíveis para ajudar e contribuir para que todos do nosso grupo de mestrado avançássemos em nossa defesa. Agradeço todo companheirismo do nosso grupo.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, pelos ensinamentos e pelas trocas de experiências tão valiosas, apoiando-nos em cada etapa da pesquisa.

Ao I.E.E Wilson Camargo, à direção, aos professores e aos funcionários, pelo apoio na implementação desta proposta. Aos estudantes do 6º E de 2023, pela disposição em participar desta pesquisa, e aos pais, por consentirem. Meu muito obrigada.

Ao Governo do Estado de Rondônia, por meio de SEDUC-RO, pelo incentivo na formação continuada de professores efetivos do estado, e à Prefeitura de Vilhena por intermédio da SEMED, por valorizar a formação e especialização, objetivando a busca por uma educação de qualidade.

Quero agradecer aos meus amigos pelo apoio que me deram, apesar do pouco tempo livre para encontros, devido às incansáveis horas de estudos ao longo da elaboração deste trabalho. Eles sempre se fizeram presentes.

A todos que participaram desse trajeto e alegraram-se com essa conquista, muito obrigada!

“La mente no es solo un reflejo del mundo externo, sino que también lo transforma y lo crea a través de nuestras experiencias e acciones”.

(Lev Vygotsky)

RESUMO

Na vida escolar, muitos estudantes encontram dificuldades em compreender conceitos matemáticos, uma evidência são os resultados das avaliações externas de nível nacional e internacional. Aprender sobre frações é uma das barreiras enfrentadas por estudantes do 6º ano, especialmente quando se trata de identificar os diferentes tipos de frações e operar com elas. Um dos desafios, enfrentados por quem é professor(a), é tornar o estudo deste conteúdo atrativo, utilizando materiais que possam, junto aos alunos, envolvê-los, motivá-los e despertar um interesse em aprender. Esta pesquisa teve como objetivo oportunizar situações, por meio de um produto educacional - trilha de atividades - que promovam o ensino do conteúdo de frações para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. Como embasamento teórico, foi utilizado Lev Vygotsky, enfatizando a importância de avaliar a criança pelo que ela está aprendendo e não apenas pelo que já aprendeu. Vygotsky observou que a aprendizagem ocorre, dentre outras formas, por meio da mediação, que é descrita como experiência social que requer participação e colaboração. O professor, é frequentemente o mediador, proporcionando interações com o estudante, de forma a favorecer a sua própria aprendizagem. Neste estudo, foi empregada a pesquisa qualitativa, utilizando questionários no início e no final da trilha de atividades, bem como o diário de bordo para registro de dúvidas e/ou novas descobertas por parte dos estudantes. O produto educacional, intitulado “Atividades em trilha: uma maneira de ensinar frações para o 6º ano”, foi aplicado no I.E.E Wilson Camargo, em Vilhena/ RO, para 12 estudantes, sendo organizado em 10 encontros, sendo eles desenvolvidos por meio da utilização de jogos educativos e vídeos como ferramentas auxiliares para aprimorar o processo de ensino. O produto educacional está disponível na página do PPGECM, no endereço: <https://www.upf.br/ppgecm/dissertacoes-e-teses/dissertacoes> e no site do Educapes, no endereço: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742946>. Observou-se que, com base nos relatos feitos verbalmente, bem como nos registros mantidos nos diários de bordo pelos alunos e pela pesquisadora, e na coleta de dados resultante dos questionários aplicados - que surgiram indícios de aprendizagem, sobre o conteúdo de frações, com a implementação da trilha de atividades.

Palavras-chave: Fração equivalente; Jogos pedagógicos; Vídeos educativos; Vygotsky.

ABSTRACT

In their school life, many students find difficulties in understand mathematical concepts, the evidence are results of the external evaluations in national and international level. Learning about fractions is one of barriers faced for students of the 6th grade, especially when it's about identifying the different types of fractions and operate with them. One of the challenges for teachers is make attractive the study of this content, using materials that can, with students, involve them, motivate them and awakening the interest in learning. This research had the objective opportuniste situations, through an educational product - activity trail - that promote the teaching of the content of fractions to students of the 6th grade of elementary school. As theoretical basis, was used Lev Vygotsky, emphasizing the importance of evaluating the child by what it is learning and not just what it learned. Vygotsky noted that learning occurs, among other things, through mediation, that is described like social experience that needs participation and collaboration. The teacher is frequently the mediator, providing interaction with the student, favoring its own learning. In this study, was employed the qualitative research, using questionnaires in the start and end of activity trails, as well as logbook for registration of doubts and/or new discoveries by students. The educational product, titled "Trials activities: one way to teach fractions for 6th grade", was applied in the I.E.E Wilson Camargo, in Vilhena/RO, for 12 students, being organized in ten dates, being developed by utilization of educational games and videos as auxiliary tools to improve the teaching process. The educational product is available on the PPGECM page, at the address: <https://www.upf.br/ppgecm/dissertacoes-teses/dissertacoes> and on the Educapes website, at the address: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742946>. It was observed that, based in the reports made verbally, as well in the records kept in the logbooks by students and researcher, and in the data collect resulting from the questionnaires applied – that signs emerged of learning, about the content fraction, with the implementation of the activity trail.

Keyword: Equivalent fraction; Pedagogical games; Educational videos; Vygotsky.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - BNCC – Objetos do conhecimento e Habilidades para o conteúdo de fração	25
Quadro 2 - Compilação das principais descobertas na literatura pesquisada	33
Quadro 3 - Trilha de atividades do produto educacional.....	51
Quadro 4 - Considerações transcritas do vídeo sobre perspectivas da aluna 1 participante da aplicação do PE.....	53
Quadro 5 - Considerações transcritas do vídeo sobre perspectivas da aluna 2 participante da aplicação do PE.....	53
Quadro 6 - Transcrição, de diálogo entre a pesquisadora e aluno 3 gravado em vídeo, durante a correção da atividade diagnóstica	63
Quadro 7 - Transcrição, de diálogo entre a pesquisadora e aluna 2 gravado em vídeo, durante a correção da atividade diagnóstica	64
Quadro 8 - Transcrição, de falas gravadas em vídeo, dos alunos, sobre fração equivalente diálogo da pesquisadora com os alunos	66
Quadro 9 - Transcrição, das falas, gravadas em vídeo - Conversa da pesquisadora com alunos sobre adição e subtração de frações com denominadores diferentes por meio da fração equivalente.....	77
Quadro 10 - Transcrição, das falas, gravadas em vídeo, onde o aluno 6 auxilia aluno 5 a realizar cálculos no jogo “encontre o par”.....	81
Quadro 11 - Transcrição de fala, dos alunos, gravadas em vídeo sobre o encontro 8.....	86
Quadro 12 - Transcrição de falas, gravadas em vídeo, sobre diálogo do professor Luiz Henrique com os alunos e a pesquisadora	92
Quadro 13 - Resultado do questionário final.....	94
Quadro 14 - Transcrição de relato dos alunos em vídeo, que participaram da aplicação do produto educacional - Aluno 3	101
Quadro 15 - Transcrição de relato dos alunos em vídeo, que participaram da aplicação do produto educacional - Aluna 2.....	101
Quadro 16 - Transcrição de relato dos alunos em vídeo, que participaram da aplicação do produto educacional - Aluno 6	101

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Apresentação do produto educacional aos alunos participantes.....	50
Figura 2 - Relatos dos alunos escritos nos diários de bordo referentes ao primeiro encontro	55
Figura 3 - Alunos no momento da atividade diagnóstica	57
Figura 4 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos.....	58
Figura 5 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos.....	59
Figura 6 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos.....	59
Figura 7 - Atividades diagnósticas dos alunos	60
Figura 8 - Atividade diagnóstica dos alunos	61
Figura 9 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos.....	61
Figura 10 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos.....	62
Figura 11 - Registro do momento de projeção do vídeo sobre frações equivalentes	65
Figura 12 - Imagem pausada do vídeo sobre frações equivalentes	66
Figura 13 - Quadro das equivalências	67
Figura 14 - Registro do encontro 3 nos diários de bordo dos alunos	68
Figura 15 - Diário de bordo dos alunos referentes ao encontro 3.....	69
Figura 16 - Registro no diário de bordo do aluno referindo-se às operações com frações	70
Figura 17 - Jogo - Circuito das frações equivalentes.....	71
Figura 18 - Projeção do jogo Circuito das frações equivalentes	72
Figura 19 - Alunos durante o jogo – Circuito das frações equivalentes.....	72
Figura 20 - Registro de um momento em que, aos olhos da pesquisadora, há ocorrência de mediação por parte de um aluno com mais experiência, para um de menor	73
Figura 21 - Diário de bordo dos alunos sobre o jogo “Circuito das frações equivalentes”.....	74
Figura 22 - Diário de bordo – relato do encontro 5	75
Figura 23 - Diário de bordo do aluno sobre o encontro 5	76
Figura 24 - Explicação sobre adição e subtração de frações com denominadores diferentes - Encontro 6.....	77
Figura 25 - Registros nos diários de bordo dos alunos.....	78
Figura 26 - Jogo “Encontre o par”	80
Figura 27 - Alunos com o jogo “Encontre o par”	81

Figura 28 - Imagem do vídeo pausado no instante em que ocorre, na percepção da pesquisadora, outro momento em que houve a mediação entre alunos.....	82
Figura 29 - Diário de bordo de aluno	82
Figura 30 - Imagem dos diários de bordo dos alunos, cálculos referentes ao jogo “Encontre o par”	83
Figura 31 - Alunos desenvolvendo a receita do bolo de chocolate e degustando	87
Figura 32 - Transcrição de anotações do diário de bordo dos alunos sobre o encontro 8.....	87
Figura 33 - Questões elaboradas pelos alunos para compor o questionário final.....	89
Figura 34 - Orientador da pesquisa, a pesquisadora e os estudantes participantes	91
Figura 35 - Momento de revisão e das orientações sobre o questionário final	92
Figura 36 - Aplicação do questionário final	93
Figura 37 - Entrega de lembrancinha em agradecimento aos estudantes que se dispuseram a participar da pesquisa	94
Figura 38 - Anotações dos alunos durante a resolução do Questionário Final	96
Figura 39 - Questionário final questão 1 do aluno 3	97
Figura 40 - Questionário final questão 2 do aluno 3	97
Figura 41 - Questionário final questão 3, 4, e 5 do aluno 3.....	98
Figura 42 - Anotações dos alunos durante a resolução do Questionário Final	98
Figura 43 - Questionário final questão 1 da aluna 2.....	99
Figura 44 - Questionário final questão 2, 3, 4 e 5 da aluna 2	100

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
COVID -19	Corona Vírus <i>Disease</i>
CRAJUBAR	Crato, Juazeiro e Barbalha
ED	Engenharia Didática
EJA	Educação de Jovens e Adultos
FCR	Faculdade Católica de Rondônia
GESTAR II	Gestão de Aprendizagem Escolar
LIE	Laboratório de Informática Educacional
MEC	Ministério da Educação
PE	Produto Educacional
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PROINFO	Programa Nacional de Tecnologia Educacional
SBPC	Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência
SD	Sequência Didática
SEDUC/RO	Secretaria da Educação do Estado de Rondônia
TIC's	Tecnologias da Informação e da Comunicação
UECE	Universidade Estadual do Ceará
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UNIR	Universidade Federal de Rondônia
UPF	Universidade de Passo Fundo
URCA	Universidade Regional do Cariri
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
2	APORTES TEÓRICOS DO ESTUDO E DO PRODUTO	18
2.1	Lev Vygotsky - Zona de Desenvolvimento Proximal, Construção de Conceitos Científicos e Mediação	18
2.2	As frações no decorrer da História	22
2.3	A fração na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).....	24
2.4	Estratégias de ensino e a colaboração dos vídeos educativos	28
2.5	Jogos pedagógicos para um aprendizado com significado.....	30
3	REVISÃO DE LITERATURA	33
4	DIRECIONAMENTOS METODOLÓGICOS.....	44
5	SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL – APLICAÇÃO E ANÁLISE.....	49
5.1	Aplicação da sequência didática e análise de dados	52
<i>5.1.1</i>	<i>Primeiro Encontro</i>	<i>54</i>
<i>5.1.2</i>	<i>Segundo Encontro.....</i>	<i>56</i>
<i>5.1.3</i>	<i>Terceiro Encontro.....</i>	<i>65</i>
<i>5.1.4</i>	<i>Quarto Encontro.....</i>	<i>70</i>
<i>5.1.5</i>	<i>Quinto Encontro</i>	<i>75</i>
<i>5.1.6</i>	<i>Sexto Encontro.....</i>	<i>77</i>
<i>5.1.7</i>	<i>Sétimo Encontro.....</i>	<i>80</i>
<i>5.1.8</i>	<i>Oitavo Encontro.....</i>	<i>85</i>
<i>5.1.9</i>	<i>Nono Encontro.....</i>	<i>88</i>
<i>5.1.10</i>	<i>Décimo Encontro</i>	<i>90</i>
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	103
	REFERÊNCIAS	108
	APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE	114
	APÊNDICE B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido - TALE.....	115
	APÊNDICE C – Carta de Autorização do Estabelecimento de Ensino	116
	APÊNDICE D – Atividade diagnóstica	117
	APÊNDICE E – Quadro de equivalências	119
	APÊNDICE F – Adição e subtração com denominadores iguais.....	120
	APÊNDICE G – Adição e subtração com denominadores diferentes	121
	APÊNDICE H – Jogo “Encontre o par”	122

APÊNDICE I – Jogo “Encontre o par”	123
APÊNDICE J – Termo de autorização de uso de material pedagógico	124
APÊNDICE J – Questionário Final	125
ANEXO A – Jogo “Circuito das frações equivalentes”	126
ANEXO B – Receitas	127
ANEXO C – Habilidades da BNCC de Matemática do 5º e do 6º anos do Ensino Fundamental	130

1 INTRODUÇÃO

Minha graduação foi realizada na Universidade Regional do Cariri - URCA, em Crato – Ceará. Fui aprovada por meio de vestibular no curso de Ciências Econômicas, que iniciou em 1998, mesmo ano em que me tornei professora concursada. O curso foi concluído em 2003, quando consegui escrever e defender minha monografia, um pré-requisito para conclusão do curso, com o título “Definição da estratégia competitiva das indústrias gráficas no triângulo CRAJUBAR”, tornei-me Bacharel. A pesquisa bibliográfica e de campo, que até então não fazia parte da minha trajetória escolar, tornou-se um objeto motivador. Obtive uma excelente nota, o que posteriormente me rendeu a participação na SBPC (Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência), em Cuiabá, Mato Grosso.

Em 2004, como já era professora efetiva da rede municipal de ensino, precisei realizar uma segunda graduação em licenciatura, sendo assim, iniciei o curso de “Licenciatura Plena no programa especial de formação pedagógica, para disciplinas específicas do ensino fundamental e médio”, pela Universidade Estadual do Ceará – UECE, concluindo-o em 2005. Esse curso foi extremamente positivo, proporcionando novas expectativas, superação de desafios e habilitação para a profissão que amava exercer.

Minha jornada na educação teve início em 1998, primeiro com ensino infantil, e em seguida atuando no Ensino Fundamental de 6º ao 9º ano, em Moreilândia, Pernambuco. Em janeiro de 2006, mudei-me para Vilhena, Rondônia, e por meio de um concurso municipal em Chupinguaia, tornei-me funcionária efetiva deste município. Em 2013, voltei a residir e trabalhar em Vilhena, após ser aprovada em um concurso da SEDUC/RO. Em 2014, fiz o concurso municipal de Vilhena para carga horária de 20 horas. Atualmente sou efetiva em 60 horas, lecionando Matemática tanto na rede estadual quanto na municipal. Neste momento estou lecionando para alunos do Ensino Fundamental II e também para alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Sempre busquei me aprimorar participando de diversos cursos ofertados, tais como:

- 2008 - PROINFO INTEGRADO (Introdução à Educação Digital, Ensinando e Aprendendo com as TIC's e Elaboração de Projetos).
- 2009 - Curso de Formação de Professores de Matemática do 6º ao 9º ano do Programa GESTAR II.
- 2009/2010 - Curso para formação de tutores do Pró-letramento em Matemática, oferecido pelo MEC em parceria com a UFRJ.

- 2014 - Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio: Formação Continuada de Professores do Ensino Médio na Escola, realizado pela Universidade Federal de Rondônia – UNIR.

Em 2021, no auge da pandemia de Covid-19, trabalhando no sistema remoto, enfrentamos muitas mudanças. Todos nos tornamos *youtubers* e montamos nossas salas de aula em casa. Comunicamo-nos com nossos alunos, diariamente, a qualquer momento. Apesar das grandes dificuldades, a SEDUC – RO iniciou um processo de seleção para o mestrado em Matemática, pelo Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, uma parceria da Faculdade Católica de Rondônia - FCR e a Universidade de Passo Fundo – UPF/RS. Decidi participar do processo seletivo, com o objetivo de aprimorar minhas práticas pedagógicas e contribuir ainda mais para o processo de aprendizagem de meus alunos. Fui aceita no mestrado profissional, uma oportunidade de formação continuada docente, aliando o processo formativo e a pesquisa a partir do local em que o profissional atua, fazendo parte da linha de pesquisa “Práticas educativas em ensino de Ciências e Matemática”.

Em toda essa caminhada, venho para o mestrado profissional, trabalhando na atualidade com Ensino Fundamental II, sexto ano. Observo com grande preocupação o ensino de frações e as dificuldades que os alunos enfrentam, muitas vezes oriundas das séries anteriores. Desejosa de que essas dificuldades sejam diminuídas e/ou totalmente superadas, sugeri a realização de ações de ensino, via uma trilha de atividades, estruturada com o conteúdo de frações, que promovam a aprendizagem destas. Um aspecto crucial é o respeito pelas individualidades de cada aluno, fomentando a ideia de que o estudante desempenha um papel central em seu próprio processo de aprendizagem. A ênfase na autonomia do aluno é fundamental para tornar a transmissão do conteúdo acadêmico mais eficaz. De acordo com Yang (2012, p. 168) a ideia de trilha incorporada a educação favorece a aprendizagem.

“No domínio da Educação, uma trilha de aprendizagem é fundamental para o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que integra um conjunto de atividades em uma sequência apropriada, possibilitando ao estudante apreender os conteúdos de maneira mais eficaz. Uma trilha de aprendizagem comporta diferentes atividades que visam ao aprendizado, as quais podem estar relacionadas a diferentes abordagens de ensino, buscando-se sempre que possível um percurso formativo que esteja mais próximo do desempenho e das preferências do aprendiz.”

O tema de interesse para minha dissertação, surgiu de uma investigação em turmas de 6º anos do ensino fundamental do I.E.E. Wilson Camargo, onde pude perceber as dificuldades que os estudantes tinham em compreender as ideias de frações, identificar os diferentes tipos e realizar operações com elas. De acordo com Schastai, Silva e Farias (2017), [...] as dificuldades

encontradas pelos alunos em relação ao conteúdo de frações não são apenas de aprendizagem, mas também do método de ensino. Esse fato contribui para que as dificuldades de compreensão dos alunos agravem-se à medida que avançam no processo de escolarização (SCHASTAI; SILVA; FARIAS, 2017, p. 21).

Um dos principais desafios consistia em tornar o estudo de frações cativante para os alunos, utilizando materiais que pudessem envolvê-los, motivá-los e despertar um genuíno interesse em aprender. Portanto, com o desenvolvimento da pesquisa, buscar-se-ão respostas para o seguinte questionamento: Quais as potencialidades em promover ações de ensino, via trilha de atividades, para aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental?

Para responder a essa pergunta norteadora, apoiar-me-ei no objetivo geral de **oportunizar situações, através de uma trilha de atividades, visando promover o ensino do conteúdo de frações para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental.**

Complementando o objetivo geral, estabelecem-se os seguintes objetivos específicos:

- Diagnosticar as dificuldades enfrentadas pelos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental no processo de aprendizagem das frações;
- Apontar aspectos da Teoria histórico-cultural de Vygotsky, com ênfase na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), Construção de conceitos científicos e Mediação;
- Explicitar sobre os recursos de natureza didático-metodológica, como jogos pedagógicos e vídeos educativos, que possam contribuir para a compreensão do conteúdo de frações pelos alunos;
- Construir, implementar e avaliar uma trilha de atividades como produto educacional, projetada para compreender o ensino de frações.

Essas atividades selecionadas estão de acordo com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual oferece diretrizes para o estudo de frações no 6º ano do ensino fundamental.

O próximo capítulo aborda os aportes teóricos, encontrando em Lev Semenovich Vygotsky o principal referencial teórico utilizado nesta pesquisa – e, dentre suas ideias, destacam-se a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), a Construção de Conceitos Científicos e a Mediação. Conforme Vygotsky, é fundamental avaliar o progresso da criança com base no que ela está aprendendo no momento, não somente no que já aprendeu. Seu modelo de aprendizado, particularmente a Zona de Desenvolvimento Proximal representou um avanço e descreve uma das etapas mais importantes da aprendizagem.

Em seguida, observar-se-á a história da matemática e a história das frações, a importância da matemática no cotidiano, os povos que contribuíram para o seu desenvolvimento e a relevância do estudo de conceitos matemáticos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um referencial legislativo que delimita conteúdos essenciais a serem estudados em cada etapa educacional, assim como as habilidades a serem desenvolvidas em cada ano escolar. Este estudo aborda a BNCC com um enfoque específico no objeto de conhecimento, as frações. É fundamental observar e analisar essas habilidades, bem como compreender a estruturação e os requisitos necessários para a assimilação de novos conceitos. Isso deve ser feito levando em conta um contexto significativo de aprendizagem. Na sequência, algumas ferramentas foram utilizadas em sala de aula para o desenvolvimento do produto educacional como forma de engajar o estudante no processo de aprendizagem com o uso de vídeos e jogos educativos, e esses recursos serão abordados nos itens subsequentes.

Para fundamentar a relevância desta pesquisa, foi realizado um levantamento a respeito dos estudos relacionados ao ensino de frações, os resultados foram apresentados no capítulo 3. O capítulo 4 detalha os direcionamentos metodológicos adotados. Por fim, o capítulo 5 apresenta o produto educacional, denominado “**Atividades em trilha: uma maneira de ensinar fração para o 6º ano**”, sua descrição e análise das atividades desenvolvidas. Em seguida as considerações finais. Nesse sentido a pesquisa que aqui se apresenta se apoia em aportes teóricos que se verificam no próximo capítulo.

2 APORTES TEÓRICOS DO ESTUDO E DO PRODUTO

“Educação é um ato de amor”, como já dizia Paulo Freire (1987), requer coragem e persistência. Para o autor, a educação é uma ferramenta para a prática da liberdade. Indivíduos educados de forma crítica têm o poder de transformar sua realidade, e para que ocorra uma educação de forma genuína, a pesquisa e o ensino precisam estar harmonizados com a consciência educacional do professor.

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade (FREIRE, 1996, p. 16).

Conforme Freire (1996), a abordagem correta do pensamento, sob a ótica do professor, está ligada ao respeito do senso comum, sendo igualmente também a capacidade criativa do educando. Para o autor, a capacidade de pesquisador que o professor incorpora é uma qualidade pertencente à natureza da educação. Por meio da pesquisa, o professor apresenta-se em contínuo estado de desenvolvimento, pesquisa e ensino não se dissociam um do outro.

Em conformidade com estas ideias, neste capítulo, serão apresentados os fundamentos teóricos do estudo e do produto educacional que alicerçaram a elaboração desta pesquisa. Foram definidos os seguintes tópicos: Lev Vygotsky - Zona de Desenvolvimento Proximal, Construção de Conceitos Científicos e Mediação; As frações no decorrer da História; A fração na Base Nacional Comum Curricular (BNCC); Estratégias de ensino e a colaboração dos vídeos educativos e Jogos pedagógicos para um aprendizado com significado.

2.1 Lev Vygotsky - Zona de Desenvolvimento Proximal, Construção de Conceitos Científicos e Mediação

Lev Semenovich Vygotsky, psicólogo, professor, judeu russo, é o fundador da Psicologia Histórico-Cultural, contemporâneo do psicanalista e professor suíço, Jean Piaget, nasceu na cidade de Orsha e viveu entre 1896 e 1934, falecendo prematuramente de tuberculose aos 37 anos. Recebeu sua formação inicial por tutores em casa e posteriormente foi para a Universidade de Moscou. Embora graduado em Direito transitou por outras áreas como Literatura, Filosofia, História, antes de se dedicar profundamente à Psicologia. De acordo com Oliveira (1999), Vygotsky formou-se em Moscou no histórico ano de 1917, marco da

Revolução Russa - a mesma orientada pelos ideais comunistas de Karl Marx e Friedrich Engels - que desencadeou uma rebelião popular, objetivando a abolição da monarquia e o estabelecimento de um governo liderado por trabalhadores. De acordo Oliveira (1999, p. 14),

O momento histórico vivido por Vygotsky, na Rússia pós-Revolução, contribuiu para definir a tarefa intelectual a que se dedicou, juntamente com seus colaboradores: a tentativa de reunir, num mesmo modelo explicativo, tanto os mecanismos cerebrais subjacentes ao funcionamento psicológico, como desenvolvimento do indivíduo e da espécie humana, ao longo de um processo sócio-histórico.

As contribuições de Vygotsky, na atualidade, são reconhecidas como uma Psicologia histórico-cultural ou um Método histórico cultural, a qual parte das funções psicológicas para explicar a consciência, que consiste em objeto de estudo da psicologia. Neste trabalho, focaremos em conceitos centrais dessa teoria, como a Zona de Desenvolvimento Proximal, a Construção de Conceitos Científicos e a Mediação. Segundo Vygotsky, é preciso avaliar a criança com base no que ela está atualmente aprendendo e não pelo que já internalizou.

O modelo de aprendizado descrito por suas ideias representou um progresso significativo, principalmente, quando ele descreve a Zona de Desenvolvimento Proximal, uma das etapas mais importantes da aprendizagem. Vygotsky percebeu que os indivíduos são inspirados pelo meio em que vivem, e salientou que é importante compreender a si mesmo dentro dessa condição. A Zona de Desenvolvimento Proximal (doravante, ZDP) é fundamentalmente o espaço entre o que a criança já é capaz de fazer por si mesma e aquilo que ela virá a aprender, é onde o aprendizado acontece, com a assistência de um instrutor mais experiente. Dessa forma, “[...] permite delinear o futuro imediato e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não só ao que já foi atingido através do desenvolvimento como também aquilo que está em processo de maturação” (VIGOTSKI, 2001, p. 98).

Operar na ZDP permite ao adulto trabalhar sobre as funções mentais que ainda se encontram em desenvolvimento na criança, ou no nosso caso, nos alunos, e isso inclui a capacidade de desenvolver a autonomia, a partir da participação em atividades conjuntas e colaborativas. Vygotsky assegura que devemos entender o ponto de partida da criança em termos de aprendizado e descobrir onde poderá chegar. Existem, para ele, dois níveis de desenvolvimento: o real e o potencial. O nível de desenvolvimento potencial é muito mais indicativo do progresso da criança pois indica suas capacidades de aprendizado futuro; em contrapartida, o nível de desenvolvimento real, pois se refere a ciclos de desenvolvimento já completados, é fato passado. A distância entre esses dois níveis é denominada Zona de

Desenvolvimento Proximal, e não devem ser considerados separadamente. De acordo com Vygotsky (1998, p. 97):

A ZDP [...] é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto. Ou de ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Segundo os estudos de Vygotsky desenvolvimento real engloba as habilidades que uma pessoa está apta a exercer de maneira independente, capacidades já adquiridas pelo indivíduo. A ZDP compreende as habilidades que o indivíduo ainda não adquiriu, mas pode aprender com ajuda de outros, com uma assistência direcionada. É importante observar que a ZDP não é uma fronteira intransponível, e sim uma área de constante evolução, expandindo-se à medida que o indivíduo adquire novas habilidades.

Na contribuição de Vygotsky para a compreensão do papel do outro social no desenvolvimento da criança, Veer e Valsiner (1994) sublinham a importância da interação social, na educação e no desenvolvimento infantil, tornando a aprendizagem colaborativa muito valiosa. Ressalta a colaboração entre o professor e a criança como um elemento fundamental para a aprendizagem eficaz. Essa colaboração proporciona a aquisição de conhecimento e facilita o desenvolvimento emocional e cognitivo da criança. Dentro desse contexto, a teoria Vygotskyana, assegura que os professores desempenham papel crucial como mensageiro do conhecimento por representar um elo intermediário entre o escolar e o conhecimento disponível no ambiente. Através do conceito de mediação ou aprendizagem mediada, Vygotsky mostrou a importância dos professores para o desenvolvimento dos chamados processos mentais superiores, incluindo a habilidade de planejar ações, prever as consequências para uma decisão, imaginar objetos, entre outros.

O conceito de aprendizagem mediada confere um papel privilegiado ao educador. Ele atua como mediador, interferindo e conduzindo situações que objetivem substanciar aquisição de conhecimentos. Cabe a eles, oportunizar condições através das interações e de ambientes que favoreçam aos discentes alcançarem novas habilidades e competências. Cole e Wertsch (1996), consideram a mediação como o fato central da Psicologia de Vygotsky, para quem a utilização de artefatos¹, que são social e culturalmente construídos, tem efeitos sobre a mente

¹ Em se tratando de artefatos mediadores, Vygotsky (1998) definiu dois tipos: os instrumentos físicos e os instrumentos psicológicos (signos). Os instrumentos físicos serviriam de condutores da influência intelectual humana para o alcance de determinado objetivo em uma atividade, possuindo orientação externa. Os psicológicos influenciariam a formação da mente e do comportamento do indivíduo e, sendo instrumentos de orientação interna, dirigem-se ao controle de ações psicológicas do próprio indivíduo ou de outros indivíduos.

do utilizador e sobre o contexto envolvente. É evidente que não se adquire conhecimentos apenas com os educadores: na perspectiva da teoria sociocultural desenvolvida por Vygotsky, a aprendizagem é uma atividade conjunta, em que relações colaborativas entre alunos podem e devem ter espaço. Sabendo que a criança, muitas vezes, não tem acesso direto aos objetos, a construção do conhecimento acontecerá a partir da interação mediada por várias relações, inclusive com outros colegas mais experientes e com a família. Por meio dessas interações, os alunos partilham ideias, desafiam-se reciprocamente e concebem concepções aprofundadas. “A consciência reflexiva chega à criança através dos portais dos conhecimentos científicos” (VYGOTSKY, 2005, p. 115).

Vygotsky enfatiza que os processos mentais superiores não se manifestam de maneira isolada, mas sim são estruturados por meio do convívio com o ambiente social. Sob essa ótica, a atuação do professor e da escola, são identificadas como componentes que desempenham um papel importante para a definição e para o funcionamento psíquico do educando, são importantíssimos, uma vez que os estudantes fazem parte de um processo ininterrupto de construção de conhecimento. Ao ingressarem na escola, eles trazem consigo aprendizagens que fazem parte de sua vida até o presente momento, adquiridos junto a sua família, durante suas brincadeiras, entre outras experiências cotidianas, ocorridas antes dos processos formais. A aprendizagem que ele irá adquirir de maneira formal, na escola, leva ao desenvolvimento intelectual que se torna fundamental para o desenvolvimento das funções mentais mais avançadas. De acordo com Veer e Valsiner (1999) o pensamento ligado ao conceito científico não se baseia em uma ligação nova com o mundo dos objetos, mas sim em uma reestruturação de conhecimentos preexistentes.

Aprendizagem de conceitos científicos inclui, conforme Vygotsky, os “pseudos-conceitos” que são conceitos espontâneos que se apoiam em aparências das coisas e em experiências pessoais. A principal função da escola, segundo ele, é guiar a criança na aquisição de conceitos verdadeiros ou conceitos científicos. Os conceitos científicos adquirem uma influência significativa na construção da subjetividade quando deixam de ser entidades distantes e estranhas e se convertem em instrumentos do pensamento sobre o mundo objetivo dos estudantes.

Desse ponto de vista, aprendizado não é desenvolvimento; entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. Assim, o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas (VYGOTSKY, 1998 p. 101).

A aprendizagem dos conceitos científicos é possível graças à escola com seus processos de ensino organizados e sistemáticos. Segundo Pozo (2002), os conceitos científicos, ao contrário dos espontâneos exibem três importantes características no seu processo construtivo: fazem parte de um sistema, possui atividade mental propícia a sua tomada de consciência e envolvem uma relação especial com objeto, fundamentada na internalização da essência do conceito.

No fundo, o problema dos conceitos não- espontâneos e, particularmente, dos conceitos científicos é uma questão de ensino e desenvolvimento, uma vez que os conceitos espontâneos tornam possível o próprio fato do surgimento desses conceitos a partir de aprendizagens, que a fonte do seu desenvolvimento (VYGOTSKY, 2001, p. 296).

Em síntese, por meio da teoria Vygotskyana, podemos associar que os professores são fundamentais na promoção de conhecimento dos estudantes, agindo como intermediários que facilitam a construção de processos mentais superiores por meio de uma aprendizagem colaborativa. Por esta e demais características detalhadas no texto, a escolha do pensamento de Vygotsky para esta pesquisa vem ao encontro aos anseios e objetivos que se deseja alcançar com esse estudo. Salienta-se ainda que a cooperação entre alunos é fundamental na construção do conhecimento, por isso parte das atividades realizadas ocorrem em grupos que cooperam entre si para a transformação do conhecimento natural em conhecimento científico.

No item a seguir faremos uma análise do desenvolvimento das frações na história da humanidade e o ensino desse objeto de conhecimento em conformidade com a BNCC.

2.2 As frações no decorrer da História

A história da matemática destaca-se como um dos maiores feitos culturais da humanidade. A criptografia da internet - que codifica números com base na matemática - originou-se do teorema chinês, surgindo num contexto histórico medieval. Houve avanços significativos por meio dos estudos de indianos como Bhaskara e Al-Khwarizmi, consagrados pelo estabelecimento de regras para o uso de algarismos e pelos primeiros passos dados em direção aos algarismos e à álgebra.

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'AMBROSIO, 2017, p. 97).

A evolução dos números está intrinsicamente entrelaçada à história da humanidade consequentemente também está ligada às necessidades cotidianas do homem para solucionar problemas. Essas demandas se alteram das mais simples tarefas às mais complexas, como a questão de divisão de terras e elaboração de calendários (EVES, 2011, p. 57). A matemática que conhecemos hoje resulta da contribuição de diversos povos ao longo da história. O Antigo Egito, por exemplo, empreendeu um papel considerável nas construções de pirâmides, diques, canais de irrigação e estudos de astronomia, ao mesmo tempo que os gregos, desenvolveram importantes conceitos matemáticos.

O registro matemático mais antigo de que temos conhecimento é o Papiro de *Rhind*, documento egípcio de cerca de 1.650 a.C. (BOYER, 2001), que traz detalhadamente a solução de 85 problemas matemáticos, elaborado por um escriba de nome *Amósis*. A presença dos escribas realizou um papel essencial ao registrar as descobertas para a base das noções matemática e da nossa história na atualidade. No que se refere ao papiro de *Rhind* (também conhecido como Papiro de *Ahmes*), Eves (2011) observa ainda que este papiro é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga, datada aproximadamente de 1650 a. C., descreve os métodos de multiplicação e divisão, utilizando frações unitárias² e a aplicação da regra falsa de posição, entre outras informações matemáticas. De acordo com Boyer (2001), um aspecto interessante da matemática egípcia era de expressar as frações unitárias.

Conforme D'Ambrósio (2017), a civilização egípcia floresceu há cerca de 5.000 anos. Ela era organizada e seguia uma ordem hierárquica governada por um faraó. A subsistência dependia da agricultura cultivada ao longo do Rio Nilo. Em torno de 3.000 anos a.C. no Egito, conforme indicado por Boyer (2001), eram feitas marcações nas terras que se localizavam em torno do Rio Nilo. A distribuição de recursos e a repartição das terras férteis deram origem às frações. Como ferramenta de medição na demarcação utilizavam-se cordas. Ao contar quantas vezes a unidade de medida estava contida nos lados de cada terreno, surgia um número que nem sempre era inteiro. Levando a criação de outro tipo de número, chamado número fracionário. Os responsáveis por essa marcação eram os agrimensores, também chamados de estiradores de corda. Para representar essas frações usavam um sinal oval escrito em cima do denominador. No entanto os cálculos eram complicados, devido ao sistema de numeração que usavam no antigo Egito no qual os símbolos se repetiam muitas vezes.

² Os egípcios interpretavam a fração somente como uma parte da unidade. Por isso, utilizavam apenas as frações unitárias, isto é, com numerador igual a 1. Para escrever as frações unitárias, colocavam um sinal oval alongado sobre o denominador.

De acordo com Eves (2011), os babilônicos usavam frações com denominador 60, acredita-se pelo fato de ser menor do que 100 e possuir muitos divisores inteiros. Esse sistema numérico foi utilizado para medida do tempo e de ângulos. As frações eram utilizadas no comércio e para calcular números e pesos. A tarefa de trabalhar com as frações se tornou mais eficiente quando os hindus criaram o sistema de numeração decimal, possibilitando as frações serem representadas pela razão de dois números naturais. Desde então, as frações foram usadas para a resolução de diversos tipos de problemas matemáticos.

Explorar o conceito de frações nos permite reconhecer a própria história como fator constituinte do saber matemático e cultural. Em geral, os números fracionários que aparecem na vida das crianças são simples, como em receitas, por exemplo, onde quantidades com $\frac{3}{4}$ de xícara de açúcar, podem aparecer. As experiências em sala de aula levam o professor a perceber que o ensino tradicional de frações muitas vezes não resulta em uma compreensão eficiente por parte do estudante. Para auxiliar essa percepção, são necessários materiais que sirvam como suporte, materiais concretos, como jogos pedagógicos entre outros. É importante realizar atividades que estabeleçam uma conexão entre o conceito de frações e o cotidiano, para que o estudante encontre e entenda a aplicação de frações na vida diária.

Na próxima seção, apresenta-se a BNCC, um documento normativo que define conhecimentos, competências e habilidades que se espera serem alcançados pelos estudantes na Educação Básica, com foco no objeto de conhecimento, fração.

2.3 A fração na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Ao proporcionar uma base sólida, com procedimentos seguros e confiáveis nos resultados alcançados, o conhecimento matemático desempenha um papel fundamental na formação de atitudes e valores nos estudantes. Isso auxilia na resolução de problemas do cotidiano e contribui para desenvolver habilidades práticas que poderão ser aplicadas em outras situações, pois “o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2018, p. 265).

Nessa perspectiva, a BNCC é um marco legislativo que reúne os conteúdos essenciais a serem abordados ao longo das etapas da educação básica, bem como quais habilidades que devem ser alcançadas em cada ano escolar. O projeto existe desde a promulgação da Constituição Federal de 1988. No entanto, a sua primeira versão só foi publicada em 2015, e

após vários estudos e aprimoramentos, em dezembro de 2017 foi promulgada pelo então ministro da Educação, Mendonça Filho, sendo em 2018, o texto referente ao ensino médio finalizado e a implementação teve início.

A BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização. A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades (BRASIL, 2018, p. 268).

No anos iniciais do ensino fundamental, nesta unidade temática Números e, em especial quando trata dos fracionários, o trabalho está mais voltado à construção do vocabulário e os conceitos fundamentais das frações, sem abordar, com maior profundidade, operações matemáticas que as envolva. Somente nos anos finais do EF é que as operações e as noções mais aprofundadas serão apresentadas aos educandos, como mostra o Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - BNCC – Objetos do conhecimento e Habilidades para o conteúdo de fração

Ano Escolar	Objeto do Conhecimento	Habilidade
2º	Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte.	(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com suporte de imagens e material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
3º	Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte.	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10, as ideias de metade desta quarta, quinta e décima parte.
4º	Números racionais: frações unitárias mais usuais $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro.	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso. (EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro
5º	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica. Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência. Cálculo de porcentagens e representação fracionária. Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais	(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica. (EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso. (EF05MA04) Identificar frações equivalentes. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica. (EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando

	<p>cuja representação decimal é finita.</p> <p>Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais.</p>	<p>estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.</p> <p>(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p>
6º	<p>Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.</p> <p>Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.</p>	<p>(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.</p> <p>(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.</p> <p>(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.</p> <p>(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.</p> <p>(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.</p>
7º	<p>Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.</p> <p>Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.</p>	<p>(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.</p> <p>(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.</p> <p>(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.</p> <p>(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.</p> <p>(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.</p>
8º	<p>Dízimas periódicas: fração geratriz.</p>	<p>(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.</p>

Fonte: Brasil, 2018.

Segundo o recomendado pela BNCC (BRASIL, 2018),

é conveniente para comparar as habilidades de um dado tema a serem efetivadas em um dado ano escolar com as aprendizagens propostas em anos anteriores e também para reconhecer em que medida elas se articulam com as indicadas para os anos posteriores, tendo em vista que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, segundo as orientações do documento, espera-se que os alunos sejam capazes de resolver problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita. Além disso, eles devem desenvolver habilidades relativas à leitura e à escrita e, também, à ordenação de números naturais e racionais.

À medida que avançam para os anos finais do ensino fundamental, espera-se que os estudantes sejam capazes de resolver problemas com números naturais, inteiros e racionais envolvendo as operações fundamentais com diferentes significados. Dentro desse contexto, encontra-se o estudo das frações, abordada neste estudo, um conteúdo de relevância. De acordo com a BNCC, é necessário realizar algumas mudanças na abordagem e organização das habilidades relacionadas ao ensino de frações a partir do 2º ano do ensino fundamental. Segundo esse documento, no ensino de fração para o 6º ano, percebe-se que o tema é bastante abrangente e que muitas vezes este tempo dedicado não era suficiente para a compreensão adequada. Atualmente recomenda-se que o ensino comece a partir do 2º e se estenda até o 8º ano do ensino fundamental. Averiguou-se, então, que não havia tempo hábil para que os alunos se apropriassem dos conceitos e faltava a base necessária para construir conhecimentos mais complexos. No máximo eles conseguiriam memorizar estratégias de cálculos com as frações.

É de suma importância observar e analisar as habilidades definidas para cada ano, compreender como estão estruturadas, e quais os requisitos necessários para aprender novos conceitos, levando em conta um contexto significativo para o estudante na aprendizagem de frações. Para garantirmos um ensino de qualidade em conformidade com os documentos oficiais, é crucial embasarmos-nos em estudos e teorias que fundamentam os caminhos da educação. Apesar de ser um conteúdo tratado em vários anos escolares, a opção pelo sexto ano deve-se à experiência da pesquisadora em trabalhar com esse ano de escolaridade e à observação de lacunas que impossibilitam o alcance das habilidades desejadas pela BNCC para este ano escolar no que se refere ao conteúdo de fração.

Posteriormente, discorre-se sobre vídeos educativos e jogos pedagógicos como meios didáticos que auxiliam a melhoria do conhecimento. A combinação desses dois meios contribui para criar um ambiente mais dinâmico. Essas ferramentas admitem que os estudantes experimentem e executem os conceitos de frações de maneira concreta. Esses itens serão melhor detalhados nas seções a seguir.

2.4 Estratégias de ensino e a colaboração dos vídeos educativos

Os meios tecnológicos exercem um papel útil para auxiliar no ensino-aprendizagem. Os vídeos educativos foram incorporados na sequência da trilha de atividades como uma ferramenta pedagógica. Esse enfoque se integra aos conteúdos e leva ao aprofundamento do conhecimento, que utilizados de forma adequada, trazem resultados benéficos. De acordo com Bettega (2010), a tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores. Tendo em vista, o favorecimento da estruturação dos ambientes de aprendizagem Lévy (1998, p. 8), destaca a necessidade da escola se reorganizar, já que:

É certo que a escola é uma instituição que há mais de cinco mil anos se baseia no falar/ditar do mestre, na arte manuscrita do aluno e, a quatro séculos, em um uso moderado da impressão. Uma verdadeira interação da informática (como do audiovisual) supõe, portanto, o abandono de um hábito antropológico, mas que milenar, o que não pode ser feito em alguns anos.

Neste estudo, propõe-se a inserção de vídeos educativos nas aulas, por considerar sua relevância no contexto da aprendizagem. De acordo com Moran (1995), quando bem produzidos, de acordo com o conteúdo e ano escolar, são uma ferramenta que diversifica e intensifica a compreensão do conteúdo, podendo ser utilizado em todas as disciplinas. O vídeo pode ser usado em sala de aula como instrumento de leitura crítica da mídia. O professor e pesquisador José Manoel Moran (1995, p. 28), ressalta como a integração da tecnologia ao ensino auxilia na formação de alunos mais conscientes.

O vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas vírgulas não separadas. Daí a sua força. Somos atingidos por todos os sentidos e de todas as maneiras. O vídeo nos seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário), entre outros tempos e espaços.

O autor também salienta que, o jovem tende a ler o que pode visualizar, precisa ver para compreender. A forma como se comunica é mais sensorial- visual do que racional e abstrata. Lê, vendo. Então é necessário que aproveitemos esse recurso como aliado para captar a atenção do nosso estudante, interagindo com outras ferramentas pedagógicas.

Nessa proposta de trilha de atividades, os vídeos foram selecionados de acordo com a estrutura sequencial de exercícios e jogos sobre fração. A linguagem utilizada nos vídeos visa facilitar a compreensão, são materiais disponibilizados gratuitamente no *YouTube*, produzidos

por docentes com formação na área que possuem canal nessa plataforma. A decisão de utilizar esse recurso está alinhada com o resgate histórico, para prover ao estudante meios para que ele entenda as contribuições dos diversos povos expondo as descobertas em seu tempo e espaço.

Desse modo, o vídeo pode se transformar em um importante recurso pedagógico visto que a experiência audiovisual exerce uma função informativa alternativa, tornando a realidade mais próxima à medida que permite exemplificar conceitos abstratos, ampliar concepções e pontos de vistas, simplificar a compreensão da realidade e estimular a reflexão sobre fatos/ acontecimentos a partir do contato com imagens (CARVALHO, 1998, p. 121-122).

Dessa forma nota-se que os vídeos trazem contribuições positivas para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, possibilitando o aumento do interesse dos estudantes pela disciplina. A linguagem imagética, considerada uma das principais linguagens da atualidade, oferece uma oportunidade de aprender e conhecer. De acordo com Viana e Teixeira (2009), é importante a utilização de todos os veículos de comunicação para o seu aproveitamento no desenvolvimento do ensino.

Apesar das contribuições que podem melhorar o processo de ensino-aprendizagem, muitas vezes os vídeos em sala de aula são utilizados de maneira inadequada, deixando a impressão equivocada de que não tem efeito para fins de aprendizagem. Ocorre pelo fato de ser às vezes disponibilizados para alunos como preenchimento de tempo na ausência de um professor. Sobre esta visão, Moran (2015), ressalta que o uso inadequado de vídeos em sala de aula, leva o estudante a associá-lo a momentos não educacionais. Para ter um bom uso deste recurso, ele propõe que se comece com a utilização de vídeos curtos com linguagem direta e acessível. Um vídeo bem selecionado pode ser interessante para introduzir um novo assunto, despertando a curiosidade dos alunos, e gerando o desejo de aprofundar conhecimento em aulas subsequentes, em momentos futuros. No uso adequado desta ferramenta, o autor recomenda:

- ❖ Não interpretar antes da exibição, durante a exibição ele pode ser pausado, perguntar se os alunos estão entendendo ou acrescentar alguma observação, escolher também vídeos curtos que prendam a atenção de acordo com a série ano e idade escolar.
- ❖ Após a exibição o professor não deve ser o primeiro a dar sua opinião. Pode perguntar sobre o vídeo, sobre os aspectos positivos e negativos, das ideias principais.

Roméia Mara Alves Souto é professora na Universidade Federal de São João Del-Rey, doutora em Educação Matemática, pesquisadora, autora do livro “Cinema e história da

matemática, entrelaços possíveis”, ela afirma sobre o potencial pedagógico do uso de vídeos e filmes na sala de aula. De acordo com Souto (2018, p. 391),

o recurso aos filmes também vem sendo uma estratégia por mim utilizada com finalidades didáticas há algum tempo, proporcionando um tratamento interdisciplinar da História da Matemática, utilizando na promoção de uma Educação Matemática crítica e inserindo-a num projeto educativo mais amplo.

Segundo a autora, esse recurso cria um ambiente de reflexão e compreensão que favorece a produção de conhecimento. Em colaboração com o ensino da matemática, de acordo com Moran (2011) são muitas as mídias que podem favorecer o processo de ensino e enriquecimento da aprendizagem, com destaque para a televisão, que desenvolve formas de comunicação sofisticadas que facilita a interação com o público. Os vídeos também estabelecem conexões lógicas entre mostrar e demonstrar, conforme Moran a força dos sons e das imagens prendem a atenção e promovendo o aprender. Além desses recursos, uma ferramenta valiosa para atrair a atenção dos estudantes é o uso de jogos pedagógicos em sala de aula, demonstrado a seguir.

2.5 Jogos pedagógicos para um aprendizado com significado

Quando o aluno participa de um jogo, depara-se com a necessidade de resolver problemas e desenvolver estratégias de jogada. Ele analisa as regras, estabelece relações e assimila conceitos matemáticos. Essa abordagem gera efeitos atrativos e significativos para aprendizagem dos conteúdos.

De acordo com Macedo (2005), a criança desenvolve brincadeiras e aprende com jogos, o saber compartilhar uma tarefa ou um desafio em um contexto de regras e objetivos, a reciprocidade, as estratégias para enfrentamento das situações-problema, são características que colaboram para a aprendizagem.

O brincar é fundamental para o nosso desenvolvimento. É a principal atividade das crianças quando não estão dedicadas às suas necessidades de sobrevivência (repouso, alimentação, etc.) todas as crianças brincam se não estão cansadas, doentes ou impedidas. Brincar é envolvente, interessante e informativo (MACEDO, 2005, p. 13).

Brincar também implica disponibilidade, já que as coisas mais importantes da vida da criança - o espaço, o tempo, seu corpo, seus conhecimentos, suas relações com pessoas, objetos e atividades - são incorporadas a uma situação na qual ela, quase sempre, é a figura central, a

responsável pelas ações e fantasias que compõem essa atividade. Por outro lado, o ato de jogar é o brincar em um contexto de regras e com o objetivo pré-definido. O jogar é uma brincadeira organizada, convencional, que envolve papéis e posições específicas. Conforme Moran (2015), os jogos e as aulas roteirizadas com a linguagem de jogos cada vez estão mais integrados à rotina escolar. Para gerações acostumadas a jogar, a linguagem de desafios, recompensas, de competição e cooperação é atraente e de fácil compreensão. Os jogos colaborativos e individuais, de competição e colaboração, de estratégia, com etapas e habilidades distintas se tornam cada vez mais presentes nas diversas áreas de conhecimento e níveis de ensino. São caminhos para que os alunos se envolvam mais ativamente e aprendam de maneira mais participativa. Para Macedo (2005, p. 16),

Valorizar o lúdico nos processos de aprendizagem significa, entre outras coisas, considerá-lo na perspectiva das crianças. Para elas, apenas o que é lúdico faz sentido. Em atividades necessárias (dormir, comer, beber, tomar banho, fazer xixi), por exemplo, é comum as crianças introduzirem um elemento lúdico e as realizarem agregando elementos.

A ludicidade é importante para a criança, uma vez que traz benefícios para seu desenvolvimento em várias dimensões. Ela favorece a socialização e contribui para sua aprendizagem por meio de atividades diversificadas. Usar os jogos, tendo um viés pedagógico, como um recurso para melhorar a aprendizagem, tem importância considerável, pois a necessidade de seguir regras, desenvolver estratégias para vencer o oponente, contribui para que os participantes adquiram conhecimento e potencialize raciocínio, sobre um ou mais conteúdos, no caso, em matemática, e em especial, sobre frações. Conforme destacado por Silva (2022, p. 4) a utilização de jogos em sala de aula, torna-se eficiente, pois motiva e pode aprimorar conceitos matemáticos.

Os jogos no âmbito educativo principalmente aqueles com fins pedagógicos, revelam a sua importância em situações de ensino-aprendizagem ao explorar a construção do conhecimento, inserindo propriedades do lúdico, do prazer, motivadoras, permitindo o acesso das crianças a vários tipos de conhecimentos e habilidades (SILVA, 2022, p. 4).

Os jogos proporcionam desafios aos discentes, permitindo que eles conheçam seus limites, suas possibilidades de vitória. Esses aspectos são pré-requisitos que favorecem significativamente a aprendizagem matemática. De acordo com Silva (2022), a utilização de jogos em ambiente de sala de aula pode ser um recurso metodológico eficaz para consolidar conceitos e para promover a motivação para a matemática. Além de conferir dinamismo às

aulas, também auxiliam o professor a identificar as dificuldades e as deficiências dos alunos, desempenhando assim um papel de atividade diagnóstica. Este estudo se concentra na temática de jogos e vídeos como possibilidades para melhorar o ensino de matemática, sobretudo, no que diz respeito ao objeto de conhecimento abordado neste estudo, a fração. Essas abordagens são baseadas em literatura atualizada e serão analisadas posteriormente por meio de revisão de estudos.

3 REVISÃO DE LITERATURA

Para realizarmos um levantamento a respeito dos estudos relacionados ao ensino de frações, procedemos com uma busca no *Google Acadêmico* e no Portal de Periódicos da CAPES. Inicialmente, enfocando o ensino de adição e subtração de frações utilizando as palavras-chave adição + subtração + fração, o que resultou em 19.500 trabalhos. Além disso, utilizamos a expressão “operações com frações através da equivalência”, e encontramos 11.500 resultados. Refinamos ainda mais nossa pesquisa adicionando palavras-chave como Vygotsky + Engenharia Didática + BNCC, o que resultou em 38 trabalhos. Após essa triagem, foi realizado um filtro considerando o período entre 2017 a 2022, resultando em 8 trabalhos de dissertações para análise.

As dissertações selecionadas foram escolhidas por abordarem a mesma temática explorada nesta pesquisa. Embora com alguns apontamentos semelhantes, também eram diferenciadas por seus enfoques particulares. Como resultado, foram extraídas informações relevantes dessas dissertações, que a princípio serão apresentadas no Quadro 2, fornecendo dados gerais sobre os trabalhos observados para a revisão de literatura.

Quadro 2 - Compilação das principais descobertas na literatura pesquisada

Título	Autor	Objetivo	Local/Ano
Sequência didática: uma proposta para o ensino do conceito de fração	Euvaldo de Souza Carvalho	Elaborar uma sequência didática com vistas à compreensão do conceito de fração por estudantes de Ensino Fundamental, considerando o campo do conjunto dos números racionais não negativos Q^+ .	Arraias / TO, 2017
Uma sequência didática para o ensino de adição de frações	Onésimo Rodrigues Pereira	Elaborar uma Sequência Didática com vistas à compreensão do conceito de adição de frações por estudantes da Educação Básica, considerando o conjunto dos números racionais não-negativos Q^+ .	Arraias / TO, 2017
Frações e seus diferentes significados em alguns materiais didáticos de matemática	Wander Moraes da Silva Júnior	Verificar se e como os livros didáticos e paradidáticos, que tratam das frações, debatem os significados pertinentes a esse conteúdo.	Belo Horizonte / MG, 2020
Ensino de fração no ensino fundamental I: uma intervenção pedagógica	Daniele Maria Bordini Fecchio	Investigar qual o conceito matemático de maior dificuldade para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e como uma intervenção pedagógica pautada em pressupostos da Teoria Histórico-cultural poderia contribuir para a aquisição desse conceito pelos alunos.	Maringá / PR, 2020
O ensino de equivalência de frações para	Gesiel Alisson Martinho	Investigar como a ideia de equivalência de frações, com o apoio de materiais manipuláveis, pode contribuir para a	Belo Horizonte / MG, 2020

compreensão das operações de adição e subtração		compreensão das operações de adição e subtração, em estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental II.	
O estudo de frações a partir de uma perspectiva conceitual – proposta de sequência didática para o 7º ano do ensino fundamental	Sueli Cruz Pereira	Identificar elementos que justifiquem a dificuldade dos estudantes, dos anos finais do Ensino Fundamental, no estudo de frações e propor uma sequência didática como ferramenta para auxiliar o professor no trabalho com frações no 7º ano do Ensino Fundamental, tendo em vista o contexto agravante da Pandemia e seus desdobramentos no ambiente escolar.	Vitória / ES, 2021
Aprendizagem de números fracionários por alunos (as) do 6º ano com mediação do estojo de frações	Dilclidiane Fidelis Lira	Investigar como o uso do material manipulável “Estojo das Frações” potencializa o processo de aprendizagem da adição e subtração de números racionais na forma fracionária com alunos do 6º ano de uma Escola do Ensino Fundamental.	Rio Branco / AC, 2021
Aritmética de frações em livros didáticos brasileiros e japoneses	Daiane Vieira de Rezende Pinhal	Investigar como os livros didáticos de matemática brasileiros e japoneses orientam o ensino das quatro operações aritméticas básicas com frações, identificando possíveis contribuições, limites e implicações para a aprendizagem de alunos.	Vitória / ES, 2022

Fonte: Autora, 2023.

Em seguida, trataremos de apresentar a análise dos estudos descritos no quadro, quanto a sua caracterização, ferramentas utilizadas, referencial teórico, objetivo e resultados.

Em sua pesquisa realizada em 2017, **Sequência didática: uma proposta para o ensino do conceito de fração**, Euvaldo de Souza Carvalho justifica a importância de escolher a fração como o objeto matemático do estudo, as motivações pessoais e profissionais relacionadas ao tema, além daquelas provenientes de análises de resultados de provas externas (resultados da Prova Brasil de 2011) realizadas pelos estudantes e o modo como os livros didáticos apresentam esse conteúdo. O estudo propôs uma Sequência Didática fundamentada nos procedimentos metodológicos da Engenharia Didática com a finalidade de nortear os trabalhos do professor e dos estudantes com vistas à compreensão do conceito de fração.

A escolha do referencial teórico foi ponto crucial de todo o trabalho de pesquisa, optando em desenvolver uma proposta inspirada nas ideias de Sequência Didática apresentadas por Zabala (1998). Segundo ele, o papel do professor é propor intervenções pedagógicas que possuam a finalidade de articular práticas educativas reflexivas e coerentes, levando o estudante a ser o protagonista principal. Defende também que os professores devem agir como mediadores da atividade mental do estudante, tornando-o autônomo. Após a autonomia conquistada ao longo do processo, o ato de pensar do estudante flui bem e o conduz à

aprendizagem. Na sessão, que traz a Sequência Didática como proposta para o ensino do conceito de fração, encontram-se as sugestões de várias atividades e tarefas para conduzir os estudantes a uma melhor compreensão desse conhecimento, valorizando o trabalho em equipes, a socialização e sistematização do conhecimento, em conjunto com as considerações e orientações do professor, com o intuito de ter o ensino do conceito de fração pautado nos seus diferentes significados e na natureza das quantidades. A proposta apresentada não foi desenvolvida em sala de aula, de maneira que o pesquisador não conseguiu realizar as demais etapas da engenharia didática, como a experimentação e a validação.

Os resultados deste estudo, levantados pelo pesquisador, indicam que a elaboração e o desenvolvimento de sequências didáticas colocam ao professor a perspectiva de tornar-se pesquisador de sua própria prática, uma vez que desempenha papel de articulador, organizador, incentivador e mediador no fazer de sala de aula, ao mesmo tempo em que coloca o estudante na centralidade do processo de ensino e aprendizagem. O professor torna-se um mediador entre o conhecimento e o estudante, aquele que coordena atividades, orienta e encaminha, escolhe materiais adequados à realidade e incentiva para a busca do conhecimento.

Uma sequência didática para o ensino de adição de frações, estudo realizado em 2017, por Onésimo Rodrigues Pereira é uma dissertação de Mestrado em Matemática, que teve como objetivo a proposição de uma Sequência Didática (SD) com vistas ao processo de ensino e aprendizagem de adição de frações, tomando como base a Engenharia Didática (ED). A proposição do desenvolvimento da SD precede a realização do diagnóstico, com o intuito de apresentar os objetivos, a metodologia e os materiais em cada uma das atividades; identificar procedimentos sobre o modo como os estudantes resolvem cada uma das tarefas e possíveis dificuldades no processo e solução.

A pesquisa justifica-se por conta de análises quanto às dificuldades nas avaliações externas, a formação inicial e continuada dos professores de Matemática, que não podem ser compostas de teorias e práticas aleatórias. O pesquisador identificou a necessidade de diversificar o processo de ensino e aprendizagem, buscando metodologias que possibilitem a participação do estudante na construção do próprio conhecimento.

Nos resultados do presente estudo, o pesquisador mostrou como o professor tem o desafio de elaborar atividades pensando nas diferentes perspectivas que um dado conceito contempla, e ao estudante, o papel de agente ativo no processo de aprendizagem. Observa ainda como o trabalho por meio de Sequência Didática permite ao estudante a própria construção dos conceitos matemáticos, à medida que estabelece relações entre cada etapa de seu desenvolvimento.

Em seu trabalho de pesquisa intitulado “**Frações e seus diferentes significados em alguns materiais didáticos de matemática**”, realizado em Belo Horizonte/ MG 2020, Wander Moraes da Silva Júnior, observa que tanto estudantes como professores possuem dificuldades em relação ao conteúdo de fração, surge a pergunta: como tratar os tópicos de maneira eficiente e simples (usando a linguagem dos escolares), abrangente, sem perder os conceitos relevantes relacionados ao tema que possam contribuir para o corpo discente desenvolver uma aprendizagem significativa?

Em investigação feita a educadores, pelo pesquisador foram aplicados questionários a 20 professores (especialistas) que cursavam o mestrado na área de Ensino de Matemática. Diante dos dados obtidos, 12 educadores conceituaram fração como sendo uma relação entre partes de um todo sem falar de outro significado e 8 trataram-na como número. Os demais significados não foram relatados por ninguém. A restrição teórica, por parte desses profissionais, pode resultar num comprometimento na parte didática e uma limitação nas estratégias para ensinar o conteúdo, podendo acarretar em uma lacuna no processo de aprendizagem por parte dos alunos.

O autor definiu que, o objetivo geral seria trazer para discussão os diferentes significados de fração no contexto escolar. Esta dissertação retrata a pesquisa desenvolvida a partir de cinco significados de fração, quais sejam: número, parte-todo, operador multiplicativo, quociente e medida. Tem como aporte teórico está ancorado nas definições de Kieren e Campos, Magina e Nunes. Os objetivos centraram-se na apresentação dos significados e na análise de livros didáticos e paradidáticos de Matemática, buscando verificar quais significados de fração são abordados pelos autores. A análise de cunho qualitativo centrou-se, principalmente, em categorias relativas aos aspectos didático-metodológicos, aos recursos visuais e à abordagem histórica sobre frações.

Como produto educacional, foi elaborado pelo autor, um guia para a formação docente do 4º ao 6º ano do Ensino Fundamental, no âmbito inicial e continuado, guia este também endereçado aos professores que atuam, de forma efetiva no dia a dia com essa temática. A estratégia desenvolvida pelo autor, para aplicação deste material, foi elaborar um “Minicurso” para licenciandos dos últimos períodos do curso de Matemática da PUC Minas, tratando desses tópicos citados anteriormente. O minicurso abordou alguns aspectos históricos e cinco significados de frações.

A análise das respostas dos questionários aplicados, tanto para alunos da graduação (em Pedagogia e em Matemática), quanto na pós-graduação, apontam dados preocupantes indicando que, muito provavelmente, a formação inicial e continuada apresenta lacunas e que existem

docentes que não detêm os conhecimentos sobre os significados de fração. O pesquisador, chama atenção que o conceito geral está associado somente ao significado parte-todo. Esses dados reforçam a relevância do estudo que tinha como finalidade trazer contribuições, para docentes em formação e em exercício, com a ampliação dos significados de fração.

O trabalho de Daniele Maria Bordini Fecchio (2020), tem como título **Ensino de fração no ensino fundamental 1: uma intervenção pedagógica**, uma pesquisa que teve seu início a partir da necessidade de compreender o processo de ensino e aprendizagem, bem como dificuldades de conceituação inerentes ao desenvolvimento de conceitos matemáticos. O processo investigativo buscou responder ao seguinte questionamento: de que forma os alunos poderiam se apropriar do conceito informado pela professora regente, por meio de intervenção pedagógica pautada em pressupostos da Teoria Histórico-cultural?

A pesquisadora optou por analisar o conteúdo matemático que os estudantes apresentaram mais dificuldades, recursos didáticos utilizados para aferir a confirmação ou não da dificuldade apontada e conhecimentos prévios relacionados à aprendizagem de fração.

Comparados os dados obtidos na entrevista semiestruturada e os dados da avaliação diagnóstica inicial, a pesquisa foi finalizada com a análise dos materiais utilizados. Os resultados alcançados nas atividades pós-intervenção e comparação com a verificação inicial, segundo a autora confirmam que os participantes do grupo de pesquisa se apropriaram do conceito fração, resolvendo as situações-problema e aplicando os conhecimentos acerca da temática em diferentes situações.

A pesquisa intitulada **“O ensino de equivalência de frações para compreensão das operações de adição e subtração”**, realizado por Gesiel Alisson Martinho (2020) teve seu início por conta da observação em relação aos estudantes do Ensino Médio, em que muitos não sabiam resolver uma operação de adição e subtração de frações, conhecimento considerado básico, nessa etapa do ensino. O pesquisador levantou os seguintes questionamentos: Ao ensinar equivalência de frações com materiais manipulativos, para a compreensão das operações de adição e subtração de fração, o professor terá um retorno mais positivo por parte dos estudantes? Com base no procedimento de equivalência de frações, os estudantes compreenderão melhor as propriedades de adição e subtração? Qual a contribuição do material manipulativo para a aprendizagem do conceito de frações?

O estudo tem como objetivo central investigar como a ideia de equivalência de frações, com o apoio de materiais manipuláveis, pode contribuir para a compreensão das operações de adição e subtração, em estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental II. Com isso, foi elaborada uma sequência didática, composta por 9 tarefas que abordaram os tópicos: Equivalência de

frações, comparação de fração e operação de adição e subtração de frações. Partindo para a pesquisa de campo, segundo o pesquisador, foi possível compreender e interpretar determinados comportamentos dos estudantes, tais como, ouvir as opiniões, expectativas e analisar as dificuldades e facilidades apresentadas durante as atividades e jogo, sendo essenciais para indicar o caminho na tomada de decisão sobre o problema de pesquisa. Para a coleta de dados, foram utilizados como instrumentos: (a) registro em vídeo para análise da interação, facilidades, dificuldades e comentários dos estudantes em duas aulas; (b) tarefas que foram recolhidas ao final de cada aula contendo as respostas dos estudantes; (c) diário de campo baseado no registro escrito e (d) gravador de áudio e vídeo por meio do celular. O diário de campo foi registrado pelo pesquisador todos os dias após o término de cada aula.

Por fim, após realização das atividades propostas, segundo o pesquisador ficaram evidentes as dificuldades dos estudantes sobre os conteúdos selecionados. Alguns deles demonstraram não compreender o que representam o numerador e o denominador das frações; trataram o numerador e o denominador das frações como se fossem dois números isolados separados por um traço; apresentaram dificuldades com o significado parte-todo; tiveram dificuldades na hora de comparar, somar e subtrair frações com denominadores diferentes e identificar uma fração equivalente.

Com relação à utilização do kit de frações no quadriculado, observou-se que todo o material manipulável tem suas fragilidades e limitações, e não é o material, em si, que promoverá o aprendizado para o estudante, pois depende muito da forma como o professor conduz a tarefa, daí a importância de o professor ter conhecimento sobre o potencial – fragilidades e limitações – dos materiais utilizáveis antes de propor sua utilização na sala de aula. O intuito do trabalho, segundo o autor, não foi também não apresentar respostas prontas para os estudantes, mas propiciar que os estudantes se comunicassem com os seus pares, confrontando com opiniões diferentes da sua e posicionando-se para perceber o que não entendeu. Dessa forma, procuraram criar um ambiente no qual pudessem refletir e, possivelmente, aprender por meio dos experimentos efetuados.

Com a utilização do jogo “Papa Todas de Frações”, o autor observou que os estudantes demonstraram segurança quando realizaram as comparações das frações, sendo notória participação de todos; e, apesar das dificuldades iniciais, demonstraram muito interesse na busca pelo conhecimento. Demonstraram com isso um potencial considerável em utilizar jogos para melhoria do ensino e da aprendizagem em fração.

O trabalho de Sueli Cruz Pereira, realizado em 2021, tem como título **“O estudo de frações a partir de uma perspectiva conceitual – proposta de sequência didática para o 7º**

ano do ensino fundamental”, desenvolveu-se em uma situação totalmente nova, desafiadora e urgente: com a pandemia da Covid-19, o ensino a distância e, posteriormente, o ensino híbrido. Diante dos desafios do próprio tema e do contexto da Pandemia, a pesquisadora se propôs a desenvolver uma sequência didática para o estudo das frações numa abordagem conceitual, baseada na resolução de problemas, com propostas variadas, utilizando jogos, desafios e as novas tecnologias. Os conteúdos foram trabalhados com a mediação do *Google Sala de Aula Institucional* e seus recursos, principalmente, o *Google Forms* e vídeos do *YouTube*, com destaque para o *WhatsApp* e o material impresso disponibilizado às famílias.

Esse estudo destinou-se aos professores de matemática que trabalham com os anos finais do Ensino Fundamental. Para o início de seu desenvolvimento, a pesquisadora levantou os seguintes questionamentos: Como tem sido ensinado o conceito de fração? Quais ideias os estudantes apresentam nos anos finais do Ensino Fundamental sobre este conceito? Quais são as vantagens de uma abordagem conceitual de fração, tanto para introduzir quanto para retomar esse conteúdo? Quais metodologias podem ser ferramentas eficazes para esse estudo, contemplando também as dificuldades oriundas da Pandemia?

Esse estudo é apoiado pelas ideias do professor húngaro, George Pólya, uma referência no tema resolução de problemas, com seu método baseado em fazer perguntas para instigar o aluno a pensar, usando criatividade e imaginação. Na dissertação, a autora, ressalta a validade da utilização de jogos na aprendizagem por proporcionar, entre outros, o desenvolvimento de habilidades necessárias ao raciocínio matemático, isso ocorre porque o caráter lúdico do jogo promove um contexto em que naturalmente surgem situações-problema, exigindo que o jogador se empenhe em busca de solução. A BNCC destaca o papel essencial dos jogos, como recurso didático, para a assimilação e aplicação das noções matemáticas nos anos finais do Ensino Fundamental. Mas ressalta que, para isso, que o jogo precisa estar associado a “situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2018, p. 298).

Outra ferramenta de utilidade para melhoria do ensino-aprendizagem é, sem dúvida, o uso da tecnologia, sendo nesse trabalho reforçada a sua importância. A pesquisadora chama atenção para a importância de ser uma sequência didática flexível, em que o professor poderá adequá-la à sua realidade, que também passa por constantes mudanças. Acrescenta ainda que é conveniente que o professor auxilie mais o seu estudante, por meio de boas perguntas do que com respostas, as quais só devem ser dadas à medida que os alunos não conseguem chegar à conclusão correta acerca de determinada ideia, pois os educandos devem ser protagonistas na construção do próprio conhecimento.

Nas considerações finais, ressaltando aspectos mais relevantes da pesquisa e sugestões para a continuação do projeto, a pesquisadora, observa que uma sequência didática baseada na resolução de problemas e jogos, lançando mão de ferramentas tecnológicas foi proposta justamente por reunir características como: ênfase ao raciocínio e argumentação de ideias, presença do elemento lúdico, personalização do ensino, flexibilização de tarefas e otimização do tempo.

Tendo como objetivo geral investigar como o uso do material manipulável “Estojo das Frações” potencializa o processo de aprendizagem da adição e subtração de números racionais na forma fracionária com alunos do 6º ano de uma Escola Pública do Ensino Fundamental II em Rio Branco – AC, o trabalho que Dilclidiane Fidelis Lira (2021) desenvolveu foi intitulado **“Aprendizagem de números fracionários por alunos (as) do 6º ano com mediação do estojo de frações”** e para o início de sua realização foi apontado o seguinte questionamento: De que modo a utilização do material didático manipulável, estojo das frações, pode potencializar a aprendizagem dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental no que diz respeito às operações de adição e subtração de frações?

Segundo a pesquisadora, o interesse pelo assunto abordado nesta pesquisa surgiu a partir das suas experiências pessoais vivenciadas como aluna, que lhe permitiram observar e viver o grande déficit no processo de aprendizagem referente ao ensino da adição e da subtração dos números racionais na forma fracionária. Sendo assim, ao elaborar a sua sequência didática ela se preocupou em adaptá-la (utilizando jogos digitais, jogos manuais, músicas, histórias, poemas etc.) de modo que contemplasse os conteúdos de maneira dinâmica, e que chamasse a atenção dos alunos para a discussão e participação ativa e reflexiva no seu processo de aprendizagem.

Ainda de acordo com a pesquisadora, levou-se em conta os conhecimentos prévios dos alunos, observados a partir da aplicação de atividade diagnóstica, para dar continuidade ao desenvolvimento dessa investigação. Com os levantamentos realizados pela autora, os principais resultados indicaram, a importância da aprendizagem de adição e de subtração de frações através do tátil, os alunos se comportaram de maneira ativa e reflexiva no seu processo de aprendizagem, conseguindo investigar, interpretar e formular as suas próprias percepções a respeito das duas operações.

Resultante do trabalho existe um produto educacional intitulado: “Conjunto de tarefas com a utilização do estojo das frações”. Segundo a pesquisadora, os alunos passaram a ser o centro da sua ação educativa, dando embasamento teórico ao trabalho, levando os discentes a potencializarem seu aprendizado.

Em uma pesquisa motivada pela vivência da autora na docência da matemática e pelas dificuldades epistemológicas encontradas na aprendizagem do conceito de frações e de suas operações aritméticas por alunos do ensino básico, Daiane Vieira de Rezende Pinhal (2022) investigou como os livros didáticos de matemática brasileiros e japoneses orientam o ensino das quatro operações aritméticas básicas com frações, identificando possíveis contribuições, limites e implicações para a aprendizagem de alunos.

Com o título de **“Aritmética de frações em livros didáticos brasileiros e japoneses”**, a pesquisa teve a coleta de dados e análise apoiados em investigadores da Educação Matemática, Psicologia Cognitiva e Neurociência, destacadamente, Vergnaud, Powell, Siegler e Watanabe. Nas análises feitas, a pesquisadora, percebeu que enquanto o currículo japonês inicia o tópico frações no 2º ano que se desenvolve gradativamente até o 6º ano, o currículo brasileiro inicia no 4º ano, estendendo-o até o 8º ano. Entre outras diferenças, a forma como o ensino está sendo implementado é explícito nas páginas da coleção japonesa de livros didáticos. A todo momento, o estudante é convidado a refletir antes de formalizar conceitos e efetuar cálculos, e, além de lhe proporcionar uma diversidade de situações para enriquecer o seu repertório em relação às operações aritméticas. Em contrapartida, os livros didáticos brasileiros, apesar de utilizarem alguns problemas do campo aditivo e multiplicativo para ampliar o repertório do aluno, não apresentam diversidade nas representações que apoiam a construção conceitual. A utilização de representações parte-todo não é conceitualmente suficiente para apoiar a operação de multiplicação e divisão de frações, o que deixa uma lacuna tanto para professores, quanto para discentes, restando apenas enfoque nos aspectos procedimentais.

Finalizando as investigações, a pesquisadora observou que apesar de o estudo se debruçar sobre o ensino, não foi possível perpassar por todas as variáveis que influenciam o modo como o ensino acontece na sala de aula e não coube uma discussão aprofundada sobre os saberes de professores de anos iniciais no Brasil e no Japão, já que o foco da pesquisa era analisar o que estava impresso nos livros didáticos de ambos os países. Sendo assim, a autora indica que pesquisas futuras investiguem a maneira como é efetuada a utilização do livro didático nas salas de aulas brasileiras e japonesas e quais os efeitos gerados em conformidade com a abordagem adotada.

Essa pesquisa gerou como resultado um guia didático que apresenta o ensino da aritmética de frações em três diferentes perspectivas: medição, medida e parte-todo. Segundo a pesquisadora, o objetivo foi demonstrar três possibilidades de abordagens metodológicas para o ensino das operações com frações de maneira a contribuir para o discernimento entre elas, com um Produto Educacional destinado a profissionais da Educação interessados.

Feito o levantamento e a análise das literaturas, constatou-se que os estudos relacionados a frações indicam que a abordagem convencional nas escolas não tem permitido que os estudantes possam compreender o conceito e mesmo operar com frações de maneira eficiente. Percepção confirmada pelos resultados das avaliações externas atuais.

Observou-se que não só os estudantes do Ensino Fundamental são afetados por essa problemática, mas também muitos estudantes do Ensino Médio, o que gera barreiras para as futuras aprendizagens nos anos subsequentes. Essa questão não é exclusiva do Brasil, conforme indica os estudos. Observou-se que os professores muitas vezes não abordavam todos os aspectos relativos às frações, prejudicando a compreensão dos estudantes e limitando a construção do conhecimento.

Em relação à formação dos docentes, as literaturas apontam para uma deficiência na formação inicial dos educadores, no entanto é de conhecimento que existem programas que objetivam aprimorar a qualidade das ações acadêmicas voltadas à formação inicial de professores nos cursos de licenciatura. Nesses aspectos, sobressai-se um programa chamado PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência), que atua dentro das escolas públicas realizando trabalhos excelentes, contribuindo tanto para a formação de futuros professores quanto para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem dos estudantes.

Vale ressaltar a importância dos governos e dos próprios educadores investirem em novas abordagens de ensino, explorar materiais inovadores e buscar programas de formação continuada. Lembrando que existem programas de mestrado profissional oferecidos pelo Governo Federal por meio da CAPES, ainda que as ofertas desses mestrados na área da Educação como formação profissional sejam bastante limitadas mesmo na atualidade.

É necessário que novos estudos sejam feitos abordando o conteúdo de frações, a fim de tentar minimizar os impactos provenientes da não aprendizagem desse conteúdo por parte dos alunos, por isso a importância de pesquisas relativas a esse tema. Assim sendo, é essencial uma atenção maior ao desenvolvimento de literaturas atualizadas para ajudar a diminuir essa defasagem. O que se propõe no produto educacional implementado é a utilização de uma trilha de atividades voltada à adição e à subtração de frações com foco na equivalência. Uma abordagem estruturada em diversos encontros, empregando recursos como jogos educativos, vídeos e receitas culinárias de modo a engajar o estudante e permitir que ele desempenhe um papel protagonista na construção de um conceito significativo das operações com frações.

As atividades foram estruturadas considerando as habilidades e competências delineadas na BNCC para as operações de adição e subtração de frações no 6º ano. A abordagem utilizou como principal referencial teórico Vygotsky. Dentro desse contexto foram explorados os

conceitos de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), Construção de Conceitos Científicos e Mediação. De acordo com Vygotsky, a criança deve ser avaliada pelo seu progresso, e não apenas no conhecimento já adquirido. E o professor, na maioria das vezes, é o mediador que auxilia o estudante nesse movimento de construção do seu conhecimento.

Tanto os vídeos, enquanto ferramentas tecnológicas, foram empregados para integrar conteúdos, quanto os jogos educativos, enquanto ferramenta de favorecimento do ensino. Isso tornou as aulas mais dinâmicas e auxiliou a pesquisadora a identificar as dificuldades desses estudantes, para posterior intervenção. Esses recursos foram utilizados neste produto para tornar o conteúdo mais envolvente e lúdico, incentivando a participação dos alunos nas discussões. Com esse propósito, apresentam-se a seguir os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa.

4 DIRECIONAMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo apresenta as características da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados e a escolha da Engenharia Didática como abordagem. Neste trabalho, será adotada a metodologia de pesquisa qualitativa. De acordo com Denzin e Lincoln (2006), essa perspectiva compreende uma interpretação do mundo, o que significa que seus pesquisadores estudam elementos em seus ambientes naturais, empenhando-se em entender os fenômenos em termos dos significados atribuídos a eles pelas pessoas, como também é objetivo deste trabalho. Essa abordagem de pesquisa estuda aspectos subjetivos de fenômenos sociais e do comportamento humano.

A pesquisa qualitativa é um tipo de pesquisa que possui um método de coleta estruturado com medição padronizada, para levantamento de dados e podem ser utilizados questionários impressos ou online, entrevistas digitais, telefônicas ou mesmo presenciais. Nessa abordagem qualitativa, se destacam as características descritas por Bogdan e Biklen (2010, p. 47), “em que a pesquisa qualitativa tem seu ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, os dados coletados são predominantemente descritivos, a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto”.

Importante observar o envolvimento dos estudantes nas perguntas feitas e nas respostas dadas. Um aluno que se destaca como mediador auxiliando seus colegas em momentos específicos, outro faz anotações no seu diário de bordo sobre os conhecimentos adquiridos. Logo, a observação do processo de aprendizagem ganha maior importância do que apenas o resultado final, características presentes neste trabalho e valorizada pela pesquisadora. A pesquisa conduzida nesta circunstância tem a escola e a sala de aula como ambiente para coleta de dados. Nesse ambiente, os estudantes são acompanhados pela pesquisadora, que segundo os autores, é o instrumento principal. Os avanços são observados no decorrer de todas as atividades realizadas, e não apenas no término.

Estudos qualitativos frequentemente fazem uso de uma variedade de fontes de dados. Quanto aos instrumentos de coleta, destacam-se, nesta pesquisa, o diário de bordo (da pesquisadora e do estudante) e o questionário (realizado no início e no final desta trilha de atividades). O diário de bordo é a memória da pesquisa, um recurso para anotar pontos importantes do processo que precisam ser retomados em fases subsequentes. Trata-se de um documento formal do processo, cujo propósito é organizar e registrar todos os passos. Assim como defende Zabalza (2004, p. 26), “são muito úteis para provocar a reflexão e o melhor conhecimento de nós mesmos e de nossas ações”. Os registros de boa parte das atividades

desenvolvidas foram documentados tanto no diário de bordo dos estudantes quanto no da pesquisadora. Além disso, foram gravados vídeos curtos de algumas situações que ocorreram nos encontros, posteriormente transcritos e, também, utilizados na análise dos dados da pesquisa, assim como alguns registros fotográficos dos encontros. Esses registros feitos ao final de cada encontro serviram de subsídios para a descoberta de novos conhecimentos e para anotações das dúvidas dos alunos, esclarecidas nos encontros posteriores.

No que diz respeito à utilização de questionários nessa trilha de atividades, empregamos um questionário como atividade diagnóstica para avaliar os conhecimentos prévios dos alunos. Além de que, foi aplicado outro questionário ao finalizarmos a trilha de atividades, buscando a ocorrência de indícios de aprendizagem. Esses questionários respondidos pelos alunos, consistem em questões de múltipla escolha, bem como em questões abertas. O primeiro questionário foi oportunizado no formato impresso, enquanto o segundo no formato *online*.

Para planejarmos a pesquisa, optou-se por adotar alguns elementos da Engenharia Didática (ED), a fim de sistematizar e organizar o estudo. Na década de 70 na França surgiu o interesse sobre o processo de ensino-aprendizagem da matemática, no entanto apenas nos anos 80 com o movimento da Didática da Matemática as investigações foram sistematizadas. Segundo Bittar (2017, p.101):

não havia, à época, uma metodologia que auxiliasse os pesquisadores no preparo e análise dessas sequências, uma vez que aquelas oriundas do campo da Educação não atendiam às especificidades que emergiam dos trabalhos em desenvolvimento: era preciso algo que considerasse, ao mesmo tempo, a especificidade do conteúdo matemático e questões didáticas.

Na década de 80, mais precisamente em 1989, Michelle Artigue, comparou a ED a uma metodologia de análise de situações didáticas, assemelhando ao trabalho do engenheiro. Essa comparação acontece pelo fato de as duas atividades, a engenharia e à docência, exigirem planejamento e estudos científicos. Assim como o ofício de um engenheiro é acompanhar o desenvolvimento de um projeto, o professor vivencia algo similar no processo de ensino. Descrita por Machado (2002, p. 198, apud DOUADY, 1993, p. 2):

[...] uma sequência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma constante, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor.

A metodologia utilizada nesta pesquisa, segundo Artigue (1996), a Engenharia Didática, pode ser dividida em quatro fases, a saber: análises prévias ou preliminares; construção e análise a priori; aplicação da sequência didática e, análise a posteriori e validação.

- ❖ Análises prévias ou preliminares - Nesta etapa, o pesquisador dedica-se à construção do quadro teórico-didático sobre o tema ou conteúdo específico a ser ensinado, valorizando as suas experiências anteriores de ensino. No decorrer dessa fase realizou-se um levantamento da literatura e analisou-se qual tema seria tratado neste estudo.
- ❖ Construção e análise a priori - Consiste numa etapa descritiva em que o pesquisador desenvolve o roteiro da situação didática contendo suas expectativas, e planejamento de condutas.
- ❖ Aplicação da sequência didática - É o momento de se colocar em funcionamento todo dispositivo construído, corrigindo, se necessário. Isso envolve a execução de toda a aplicação da trilha de atividades estendendo-se do primeiro ao último encontro.
- ❖ Análise a posteriori e validação - Análise a posterior é a fase da interpretação dos resultados da experimentação, visando fornecer um *feedback* para a construção de uma nova análise a priori, para uma nova experimentação. Nesta fase, verifica-se se o aprendizado foi consolidado determinando assim a validação ou não da sequência didática.

A elaboração desta pesquisa foi pautada nas etapas da ED, proporcionando solidez e consistência ao estudo. Com base na coerência do método, optou-se por utilizá-la nessa dissertação e em conformidade com o Produto Educacional (PE). Esse produto educacional é uma sequência didática, na forma de uma trilha de atividades voltada ao ensino de frações. A Sequência Didática - SD é, segundo Zabala (1998) um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos. Valendo-se da engenharia didática para alicerçar este estudo, essas unidades têm a virtude de manter o caráter unitário e reunir toda a complexidade da prática, ao mesmo tempo em que são instrumentos que permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação (ZABALA, 1998).

Na sua aplicação, o professor tem a flexibilidade de ajustar as ações com base nas dificuldades identificadas, redefinindo e modificando o processo conforme necessário. Em contraste, o uso da sequência didática, anteriormente era baseado no modelo tradicional, em

que o professor fazia a comunicação da lição, posteriormente o estudo individual sobre o livro didático, na sequência repetição do conteúdo aprendido e por fim o julgamento. Nesse modelo, Zabala (1998), diz que o professor deve fazer uma apresentação da sequência didática para a turma, depois uma aplicação do conteúdo, em seguida o desenvolvimento de atividades e por fim avaliação dos resultados.

As sequências didáticas são instrumentos que podem nortear os professores na condução das aulas e no planejamento das intervenções. Assim como ressalta Lira (2021) que ao elaborar a sua sequência didática preocupou-se em adaptá-la de maneira dinâmica, e que chamasse a atenção dos alunos para a discussão e participação ativa e reflexiva no seu processo de aprendizagem. Elas devem permitir a transformação gradual das capacidades iniciais dos alunos, e podem ser concebidas com base no que os alunos já sabem e, a cada etapa, aumentar o grau de dificuldade, ampliando a capacidade desses estudantes (DOLZ; SCHNEUWLY, 2004). O processo de ensino é construído a partir do que o aluno já possui de conhecimento, acrescentando novos elementos para aprimorar a aprendizagem a cada atividade realizada. Durante a aplicação da trilha de atividades, que é definida aqui como o produto educacional, a pesquisadora acompanhou o progresso dos alunos, sendo muitas vezes necessário flexibilizar, modificando ou adaptando as atividades programadas. Seguindo ainda requisitos de uma sequência didática, considerando os conhecimentos prévios dos alunos colaborando para uma abordagem, mais eficaz, relacionando o novo conhecimento com o que os alunos já possuem, possibilitando assim o processo de aprendizagem.

A trilha de atividades, produto educacional (PE) vinculado a esta dissertação, é uma sequência didática planejada para ser vinculada às habilidades propostas da BNCC. Os PEs são ferramentas elaboradas pelos próprios profissionais em formação que comportam conhecimentos organizados, objetivando viabilizar a prática pedagógica. Não se trata de instrumentos sem sentido e significado, pois partem de uma realidade que precisa deles para a resolução de problemas identificados na própria realidade (MOREIRA, 2009). Produtos educacionais podem ser: mídias educativas, protótipos educacionais, propostas de ensino, material textual, materiais interativos e atividades de extensão.

“Tais produtos, apesar de se constituírem como objeto dos mestrados profissionais, não são de sua exclusividade, pois sabe-se que os professores recorrem a esses instrumentos didáticos independentemente de estarem ou não realizando curso de mestrado profissional” (LOCATELLI; ROSA, 2015, p. 197).

Em concordância com as ideias de Locatelli e Rosa (2015), elaborou-se uma trilha de atividades com a intenção de promover a compreensão das frações para os estudantes do 6º ano

de uma forma que captasse a atenção, o interesse por meio dos materiais selecionados, estimulando o engajamento com o aprendizado das operações com frações, disposta no próximo capítulo, na forma de produto educacional.

5 SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL – APLICAÇÃO E ANÁLISE

O Produto Educacional (PE) desenvolvido, denominado “**Atividades em trilha: uma maneira de ensinar fração para o 6º ano**”, é uma sequência didática para professores que trabalham a disciplina de matemática cujo objetivo é oportunizar situações, para promover o ensino de fração para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. Encontra-se disponível em <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742946> e está organizado em 10 encontros, composto por 14 períodos com duração de 45 minutos cada. No seu planejamento, utilizou-se da Engenharia Didática, que de acordo com Artigue (1996), pode ser dividida em quatro fases, a saber: análises prévias ou preliminares; construção e análise a priori; aplicação da sequência didática e, análise a posteriori e validação.

- 1. Análises prévias ou preliminares:** nesta etapa, foram feitos os levantamentos das literaturas existentes sobre o objeto de estudo, frações. Com esse propósito, foram selecionados alguns estudos para fundamentar, tanto a dissertação quanto o Produto Educacional.
- 2. Construção e análise a priori:** nesta fase, além de estabelecer a pergunta de pesquisa, objetivos, geral e específicos, também ocorreu a preparação do produto educacional. A trilha de atividades foi organizada, com seus encontros estruturados e os objetivos definidos.
- 3. Aplicação da sequência:** o Produto Educacional foi implementado na escola, os estudantes participaram dos encontros programados pela pesquisadora. Neste momento da ED, foi feita a coleta de dados da pesquisa, para posterior análise e conclusão do trabalho.
- 4. Análise a posteriori e validação:** compreendeu a análise dos dados coletados na aplicação da trilha de atividades. Incluindo as atividades realizadas pelos estudantes, seu envolvimento durante a realização dos jogos (observado pela pesquisadora), o registro nos diários de bordo da pesquisadora e dos estudantes, os registros fotográficos e a transcrição dos vídeos. Essa análise foi realizada em consonância com a perspectiva de Vygotsky sobre ZDP, mediação e a construção dos conceitos científicos. A eficácia dessas atividades foi de suma importância para validação do aprendizado do estudante.

Essa pesquisa tem abordagem qualitativa, que segundo Denzin e Lincoln (2006), consiste em um conjunto de materiais práticos e interpretativos que dão visibilidade ao mundo.

Essas práticas transformam o mundo em uma série de representações, incluindo as notas de campo, as entrevistas, as conversas, as fotografias, as gravações e os lembretes.

No primeiro momento, anterior a aplicação do produto educacional, foi realizada no Laboratório de Informática Educacional (LIE) a sua apresentação para os estudantes, mostrando de maneira clara os objetivos de cada atividade, em concordância com o proposto pela BNCC no ensino de fração para o devido ano escolar. Conforme recomendado por Zabala (1998), que assegura que o professor deve fazer uma apresentação da sequência didática para a turma, depois uma aplicação do conteúdo, em seguida o desenvolvimento de atividades e por fim avaliação dos resultados.

Figura 1 - Apresentação do produto educacional aos alunos participantes



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

É fundamental para a eficiência de um projeto educacional que os envolvidos tenham perfeita compreensão do que é proposto e dos objetivos envolvidos. Em resumo, a clareza da apresentação da proposta é imprescindível para o engajamento dos estudantes, estabelecendo uma base sólida para uma execução bem-sucedida das atividades planejadas.

A implementação das atividades foi conduzida em três ambientes distintos da escola:

- ❖ Refeitório - utilizado na confecção das receitas. Um ambiente prático e apropriado para preparação de alimentos, como a utilização de frações em receitas culinárias.
- ❖ Laboratório de Informática Educacional (LIE) – frequentado em diversos momentos, de acordo com a disponibilidade de espaço dentro da escola, mas em especial no uso de recursos tecnológicos, como no questionário final.
- ❖ Sala para palestras ou reforço escolar – neste ambiente a escola atende reforço em horário oposto, sendo muito útil por dispor de quadro, cadeiras e mesas para os estudantes. Um espaço versátil que pode ser adaptado para atender às necessidades específicas para as atividades que foram desenvolvidas.

A utilização de diferentes ambientes pode enriquecer a experiência do estudante, tornando o processo de aprendizagem mais envolvente, significativo e favorecendo que eles explorem o conceito de fração, seja na sala de aula convencional, seja em um refeitório ou em um laboratório de informática.

Foram ainda entregues os termos de Consentimento dos pais (APÊNDICE A) e de Assentimento dos estudantes em participar desta pesquisa (APÊNDICE B), assim como a Carta de autorização do estabelecimento de ensino, que foi assinada pela direção da escola (APÊNDICE C). Na sequência, apresenta-se o Quadro 3 com um resumo com as atividades que compõem este produto educacional.

Quadro 3 - Trilha de atividades do produto educacional

Quantidade de Períodos (45min cada)	Encontro (E)	Atividades Propostas	Habilidade da BNCC Associada (Conforme tabela - ANEXO C)
01	E1	Vídeo sobre História das frações. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=RNLyQp5hc20 >. Vídeo sobre conceitos básicos de frações. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=cDimYBHZ_E8 >.	(EF05MA03)
02	E2	- Resolução da atividade diagnóstica (Apêndice D). - Correção de exercícios, para sanar dúvidas.	(EF06MA09)
01	E3	Frações Equivalentes – utilização do vídeo disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=vq1HOs78-TA >. Demonstração de cálculo utilizando o Quadro de equivalência (Apêndice E), desenhado no quadro em sala de aula.	(EF06MA07)
01	E4	Aprendendo melhor sobre frações equivalentes com o jogo – “Circuito das frações equivalentes” (Anexo A). - Repetição do jogo com uso do <i>Datashow</i> para os estudantes que sentiram dificuldades.	(EF06MA07)
01	E5	Operação de frações com denominadores iguais – adição e subtração - explicação. Utilização de <i>PowerPoint</i> e <i>Datashow</i> . (Apêndice F)	(EF06MA09) (EF06MA10)
01	E6	Operação de frações com denominadores diferentes – adição e subtração - explicação. Utilização de <i>PowerPoint</i> e <i>Datashow</i> . (Apêndice G)	(EF06MA09) (EF06MA10)
02	E7	Jogo – “Encontre o par” (Apêndice H). - Repetição do jogo com adaptações.	(EF06MA09) (EF06MA10)
02	E8	- Frações presentes nas receitas culinárias, explorar, calcular e desenvolver. - Receitas em Anexo (Anexo B).	(EF06MA08) (EF06MA09) (EF06MA10)
01	E9	Elaboração, por parte dos estudantes, de questões para o questionário de final.	
02	E10	Aplicação de atividade para verificação da aprendizagem. (Apêndice K). Online – em formulário do <i>Google Classroom</i> .	

Fonte: Autora, 2023.

Todas as atividades descritas no Quadro 3 estão no produto educacional que está disponibilizado em um documento à parte.

O professor que for utilizar este material, que estará disponível gratuitamente, não precisa necessariamente seguir à risca todos os momentos definidos nesta trilha, mas poderá utilizar porventura a parte que esteja de acordo com as habilidades da BNCC, as quais ele deseja alcançar.

É compreensível que ao longo da implementação do PE, ocorram ajustes na proposta original, mudanças podem acontecer para atender às necessidades dos estudantes e às ocorrências em sala de aula. Houve redução da quantidade de encontros e de atividades, para fazer uma adequação de tempo disponível ao atendimento das dificuldades dos estudantes. Demonstrando a flexibilização da pesquisa para atender às condições reais da sala de aula, e ainda para que a pesquisadora pudesse responder aos desafios que surgiram ao longo do processo de ensino-aprendizagem, assim atingindo os objetivos pretendidos de maneira eficaz.

A pesquisa foi desenvolvida no Instituto Estadual de Educação Wilson Camargo, localizada em Vilhena – Rondônia, com estudantes de 6º ano do Ensino Fundamental no período vespertino. Foram selecionados, por meio de sorteio, 15 alunos, no entanto apenas 13 trouxeram os termos de Consentimento Livre e Esclarecido dos pais dos alunos participantes e o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido dos alunos devidamente assinados. No decorrer das atividades uma aluna parou de frequentar, totalizando 12 alunos em toda aplicação deste produto educacional.

5.1 Aplicação da sequência didática e análise de dados

A aplicação dessa trilha de atividades foi dividida em 10 encontros, constando de 14 períodos (45 min cada), organizados com propósito de atingir as fases da engenharia didática que vão das análises a priori até a validação. Foram utilizadas imagens (fotos) de descrições feitas a partir de alguns vídeos e relatos no diário de bordo dos estudantes e da pesquisadora, os quais compõem a descrição, bem como a análise dos dados levantados.

Posteriormente, por meio do vídeo que foi transcrito e analisado, a pesquisadora interrogou duas estudantes participantes da pesquisa sobre o que elas esperavam das atividades propostas (Quadros 4 e 5), às quais nos referiremos como alunas 1 e 2 para proteger de exposição.

Quadro 4 - Considerações transcritas do vídeo sobre perspectivas da aluna 1 participante da aplicação do PE

<p>Aluna 1</p> <p>Pesquisadora: “Como são as aulas de matemática da sua turma?”</p> <p>Aluna 1: “Nas aulas de matemática algumas questões eu meio que me perco assim”.</p> <p>Pesquisadora: “Você já havia tido experiência de assistir a vídeos curtos dos conteúdos de matemática?”</p> <p>Aluna 1: “Não, nunca tive a oportunidade de assistir vídeos curtos em aulas de matemática”.</p> <p>Pesquisadora: “Você já teve experiência de aprender matemática através de jogos? Sua professora já trouxe em alguma oportunidade jogos para as aulas de matemática?”</p> <p>Aluna 1: “Não”.</p> <p>Pesquisadora: “O que você lembra de ter estudado no ano passado a respeito de fração?”</p> <p>Aluna 1: “Estudei fração ano passado, mas como faz tempo, eu fiquei um tempo sem vir para a escola o que eu aprendi eu já esqueci, não lembro mais”.</p> <p>Pesquisadora: “Você consegue dizer alguma situação do dia a dia na qual você encontra a fração?”</p> <p>Aluna 1: “Não”.</p>

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Quadro 5 - Considerações transcritas do vídeo sobre perspectivas da aluna 2 participante da aplicação do PE

<p>Aluna 2</p> <p>Pesquisadora: “Como são as aulas de matemática da sua turma?”</p> <p>Aluna 2: “Eu gostaria que minhas aulas de matemática fossem assim mais explicadas e tivessem exemplos e fossem assim bem explicadinhas. A minha professora explica bem ela dá exemplos, ela dá demonstrações, porque o ano passado não era muito bem explicado não tinha muitos exemplos”</p> <p>Pesquisadora: “Você já havia tido experiência de assistir a vídeos curtos dos conteúdos de matemática?”</p> <p>Aluna 2: “Vídeo nas aulas de Matemática eu já tive eu acho muito bom porque dá mais exemplos.”</p> <p>Pesquisadora: “Você já teve experiência de aprender matemática através de jogos? Sua professora já trouxe em alguma oportunidade jogos para as aulas de matemática?”</p> <p>Aluna 2: “Assim eu acho que os jogos melhoram mais o entendimento porque já teve uma vez com a professora de matemática levou e eu gostei”.</p> <p>Pesquisadora: “O que você lembra de ter estudado no ano passado a respeito de fração?”</p> <p>Aluna 2: “Sobre a fração do ano passado eu lembro assim algumas coisas, eu lembro assim de fração equivalente e as quatro operações com frações. Mas eu não lembro muito bem, eu só lembro que na época eu aprendi.”</p> <p>Pesquisadora: “Você consegue dizer alguma situação do dia a dia na qual você encontra a fração?”</p> <p>Aluna 2: “A gente a encontra em receita, né?”.</p>

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

É interessante observar as experiências e os conhecimentos prévios dos estudantes em relação ao objeto de estudo. Eles entram em sala de aula com diferenças significativas de conhecimento prévio. Enquanto a aluna 2 demonstrou algum conhecimento sobre fração relatando que teve experiência exitosa com jogos e vídeos em aulas de matemática, a aluna 1 parece estar um pouco alheia em relação a este conteúdo. A aluna 2, chama atenção para fração equivalente quando relata que já a conhece, ainda acrescentou que “os vídeos ajudam a compreender os conceitos de frações porque trazem muitos exemplos”. Ressaltando assim a importância desse recurso para um ensino significativo, como assegura Moran (1995), quando diz que um bom vídeo facilitará o desejo de pesquisa dos alunos para aprofundar o assunto do vídeo e da matéria, momento em que os estudantes podem fazer uma conexão entre seus conhecimentos prévios e os novos conhecimentos.

A subseção a seguir descreve e analisa todos esses encontros detalhadamente.

5.1.1 Primeiro Encontro

Após apresentação que já havia sido feita previamente para os estudantes, a pesquisadora agradeceu aos participantes da pesquisa, reforçou que se tratava de um trabalho de mestrado que eles haviam sido convidados a participar, mas que se em algum momento quisessem desistir não havia problema, mas que seria importante para o que eles ainda estudariam no 6º ano (pois a professora da turma ainda não havia trabalhado o conteúdo, fração neste ano letivo), e que conseqüentemente eles estariam acumulando conhecimento para o futuro. Foi destacado que as aulas seriam lúdicas e divertidas, com uso de jogos, do laboratório de informática, de vídeos e utilização de receitas, mostrando que a aprendizagem por meio de atividades práticas tende a ser mais cativante.

Esse primeiro encontro transcorreu em um período de 45 minutos, na sala de reforço, onde os alunos assistiram a dois vídeos, um sobre a História das frações, com duração 2 min e 29 s e outro sobre Conceitos básicos de frações, com duração 4 min e 19s, que estão disponíveis gratuitamente no *YouTube* e estão de acordo com a habilidade da BNCC do 5º ano (EF05MA03). Sobre o uso de vídeos em sala de aula, Moran (1995, p. 27) assegura:

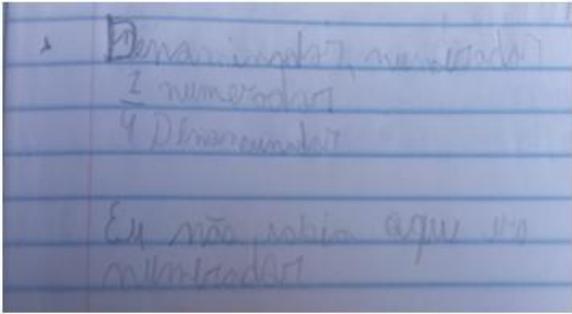
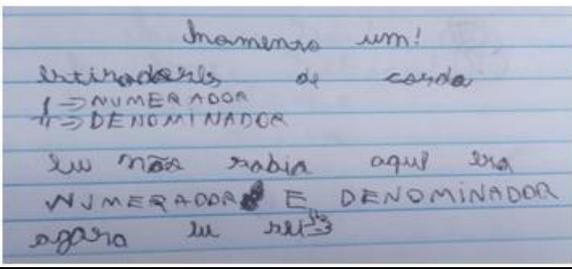
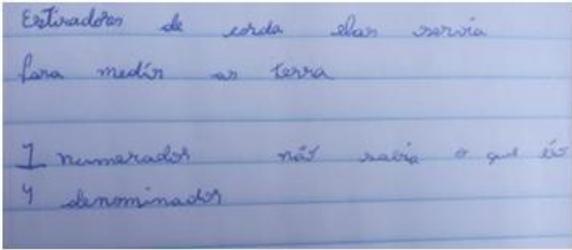
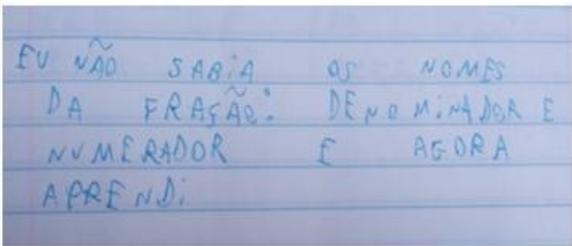
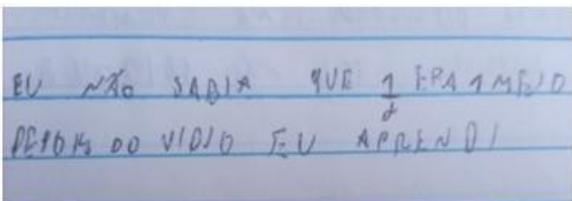
O vídeo ajuda a um professor, atrai os alunos, mas não modifica substancialmente a relação pedagógica. Aproxima sala de aula do cotidiano, das linguagens de aprendizagem e comunicação da sociedade urbana, e também introduz novas questões no processo educacional.

A utilização de vídeos em sala de aula é recomendada por vários especialistas, como Moran (2011), uma vez que são muitas as mídias que favorecem o processo de ensino e enriquecimento da aprendizagem. No entanto, eles destacam a importância de tomar cuidado ao utilizar essa ferramenta. É necessário ter atenção na escolha e dar preferência a vídeos curtos que tenham objetivo claro. Esse recurso é significativo no ensino, segundo D'Ambrosio (2017), pontuando que utilizar produções cinematográficas é uma eficiente estratégia de ensino de matemática, pois destaca e reforça a importante ideia de que a matemática é uma ciência humana, com fortes raízes culturais. Este encontro foi planejado para que se alcance o objetivo de explicitar sobre os recursos de natureza didático-metodológica, como jogos pedagógicos e vídeos educativos, que possam contribuir para a compreensão do conteúdo de frações pelos alunos.

Para esse momento não se acrescentou nenhuma nova explicação do conteúdo, no intuito de se observar quais conhecimentos os estudantes já tinham previamente sobre este assunto.

Após assistirem aos vídeos, foi solicitado pela pesquisadora que eles fizessem registros nos seus diários de bordo, sendo expostos alguns desses relatos na Figura 2.

Figura 2 - Relatos dos alunos escritos nos diários de bordo referentes ao primeiro encontro

<p>Aluno 3</p> 	<p>Transcrição</p> <p>$\frac{1}{4}$ Numerador Denominador</p> <p><i>Eu não sabia o que era numerador.</i></p>
<p>Aluno 4</p> 	<p>Transcrição</p> <p>Estiradores de corda.</p> <p>$\frac{1}{4}$ Numerador Denominador</p> <p><i>Eu não sabia o que era numerador e denominador, agora sei.</i></p>
<p>Aluno 5</p> 	<p>Transcrição</p> <p>Estiradores de corda, eles serviam para medir a terra.</p> <p>$\frac{1}{4}$ numerador Denominador</p> <p><i>Eu não sabia o que era denominador</i></p>
<p>Aluno 6</p> 	<p>Transcrição</p> <p><i>Eu não sabia os nomes das frações. Denominador e numerador, agora aprendi.</i></p>
<p>Aluno 7</p> 	<p>Transcrição</p> <p><i>Eu não sabia que $\frac{1}{2}$ era um meio, depois do vídeo eu aprendi.</i></p>

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

A exibição de vídeos relacionados ao conteúdo de frações se tornou uma maneira eficaz para iniciar uma discussão. Moran (1995), diz que “Um bom vídeo é interessantíssimo para

introduzir um novo assunto, para despertar a curiosidade, a motivação para novos temas. Isso facilitará o desejo de pesquisa dos alunos para aprofundar o assunto do vídeo e da matéria”. Essa estratégia nos permitiu observar os conhecimentos prévios dos estudantes e diante do que foi registrado no diário de bordo, foi essencial para adaptar as atividades de acordo com as necessidades deles.

Constata-se por meio dos relatos do Encontro 1, conforme a Figura 2, que parte significativa dos alunos não tinham ainda se apropriado do que é um numerador e um denominador, em uma fração, como relatado pelos alunos 3, 4, 5 e 6. Já o aluno 7, ao registrar no seu diário sobre “um meio”, expressou “eu não sabia, depois do vídeo eu aprendi”. Identificam-se impedimentos na leitura dessas frações, nota-se então que as dificuldades dos alunos são maiores do que as esperadas pela pesquisadora. Por isso a importância de continuar monitorando o progresso desses estudantes e fazendo os ajustes necessários, conforme evidencia Pereira (2017), quando aponta que o professor tem o desafio de elaborar atividades pensando nas diferentes perspectivas que um dado conceito contempla e garante aos estudantes papel de agentes ativos no processo de aprendizagem, preconizando que todos tenham a oportunidade de progredir no estudo das frações.

5.1.2 Segundo Encontro

O segundo encontro ocorreu em dois períodos, de 45 min, no LIE, com a aplicação de uma atividade diagnóstica (Apêndice D), em conformidade com a habilidade da BNCC (EF06MA09). Para satisfazer ao objetivo de diagnosticar as dificuldades enfrentadas pelos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental no processo de aprendizagem das frações, sendo este um dos objetivos específicos elencados nessa dissertação.

Os estudantes fizeram a atividade (conforme Figura 3), sem nenhuma interferência da pesquisadora para que diagnosticassem os conhecimentos prévios trazidos por eles, antes de fazer as atividades proposta nesse PE. Após a realização da atividade, eles foram convidados pela pesquisadora a compartilhar suas dúvidas, registrando-as em seus diários. Esse processo os incentivou a discutir as questões em que sentiram facilidade e aquelas em que enfrentaram dificuldades. Em seguida, procedeu-se a correção da atividade diagnóstica. De acordo com Carvalho (2017), essa correção exerce um importante papel para o professor, que age como mediador entre o conhecimento e o estudante, aquele que coordena atividades, orienta e direciona os alunos, escolhe materiais adequados à realidade e incentiva para a busca do conhecimento.

Figura 3 - Alunos no momento da atividade diagnóstica



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

A seguir, apresentamos um quadro mostrando a quantidade de acertos, as questões parcialmente corretas, os erros e as questões não respondidas pelos alunos. Este levantamento é importante para compreender os processos envolvidos, levando em conta que o conteúdo abordado já foi estudado por estes alunos, uma vez que eles estão no 6º ano do ensino fundamental. Conforme afirmado por Lira (2021), apesar de parecer para os professores um assunto fácil (e talvez seja esse o problema na fundamentação do conteúdo de frações), muitos alunos não conseguem compreender essa relação e têm dificuldades com conceitos básicos neste objeto de conhecimento.

A partir da avaliação diagnóstica, da qual participaram 12 alunos, foi possível observar que alguns deles não tinham construído alguns conceitos relativos a frações de forma clara e objetiva. Os resultados constam no Quadro 6.

Quadro 6– Resultado da atividade diagnóstica

Questão	Acertos	Parcialmente Correta	Erros	Não Resolvida
1º	3	4	2	3
2º	5	1	4	2
3º	4	8	0	0
4º	0	3	7	2
5º	10	1	0	1
6º	0	0	8	4
7º	1	2	4	5
TOTAL	23	19	25	17

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Na análise da primeira questão, referente a representar frações por meio de figuras, observou-se que entre os 12 alunos que responderam à atividade diagnóstica, cerca de 42% erraram ou optaram por não responder (deixaram em branco). Aproximadamente 33% acertaram parcialmente, enquanto somente 25% acertaram completamente essa questão. Surpreendentemente, esse conceito é considerado simples para um aluno de 6º ano.

A segunda questão tratava da escrita correta das frações, revelando um desafio para os alunos, uma vez que aproximadamente 50% cometeram erro ou preferiram não responder. Aproximadamente 8% conseguiu acertar parcialmente, enquanto cerca de 42% conseguiram realizá-la de maneira satisfatória. Já na terceira questão, similar à primeira, verificou-se que aproximadamente 33% dos alunos conseguiram acertar, demonstrando um desempenho razoavelmente melhor. Aproximadamente 67% conseguiram acertar parcialmente, revelando que todos tentaram respondê-la.

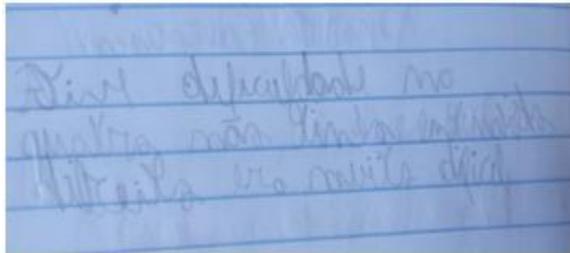
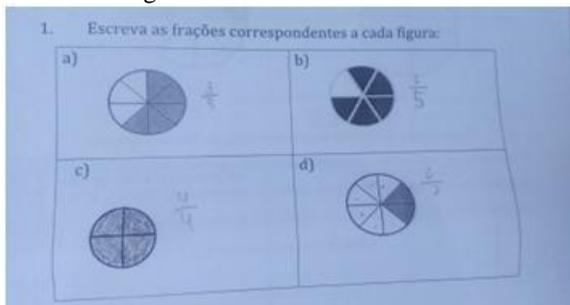
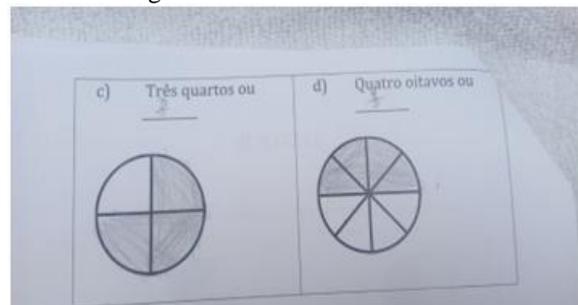
A quarta questão se requeria a representação de frações por meio de desenhos, porém nenhum aluno acertou completamente. Cerca de 25% acertaram parcialmente, enquanto que aproximadamente 58% cometeram erros e 17% optaram por não resolver.

A quinta questão que envolvia a comparação de frações, mostrou-se mais exitosa, com aproximadamente 83% dos alunos acertando, tornando-se a questão com maior índice de acertos. Aproximadamente 8% acertou completamente, enquanto 8% não resolveu a questão.

As questões seis e sete envolviam problemas operacionais com frações. Na sexta, nenhum aluno conseguiu acertar, mesmo parcialmente. Aproximadamente 67% cometeram erros e aproximadamente 33% optaram por não responder. Na sétima questão, apenas cerca de 8% acertou completamente, aproximadamente 17% acertaram parcialmente, cerca de 33% cometeram erros e aproximadamente 42% optaram por não responder.

Em seguida, observam-se as análises dos relatos nos diários de bordo dos alunos (Figura 4) em comparação com suas respectivas atividades diagnósticas.

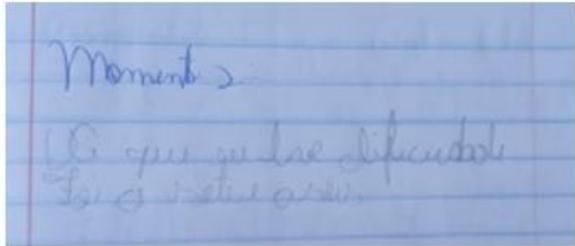
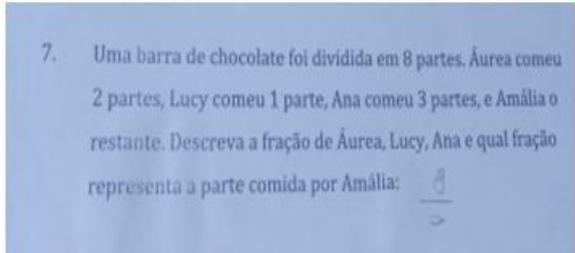
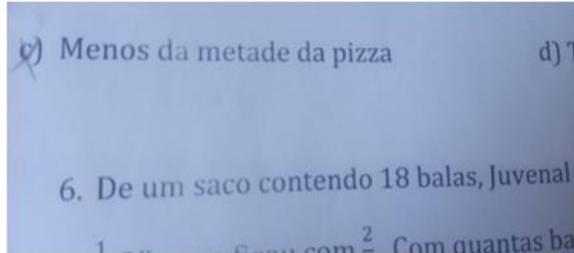
Figura 4 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos

<p>Diário de bordo do aluno 3</p> 	<p>Transcrição Tive dificuldade na quatro, não tinha entendido. A terceira era muito difícil.</p>
<p>Atividade diagnóstica do aluno 3</p> 	<p>Atividade diagnóstica do aluno 3</p> 

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

De acordo com a atividade diagnóstica comparando-a às anotações do diário de bordo dos alunos (Figura 4), o aluno 3 não relatou ter dificuldade na primeira questão. No entanto, diante da análise da atividade torna-se evidente que ele enfrentou dificuldades em escrever a fração correspondente ao desenho. De acordo com suas respostas ele coloca como numerador as partes em branco e como denominador as partes que foram pintadas. Segundo seus registros, ele afirma “Tive dificuldade na 4 e não tinha entendido a terceira, era muito difícil”, de fato ele deixou a questão 4 em branco (sem resposta), mas em relação a terceira questão, apesar da dificuldade relatada, ele conseguiu resolvê-la com eficiência.

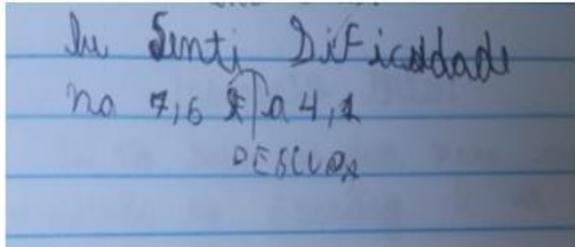
Figura 5 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos

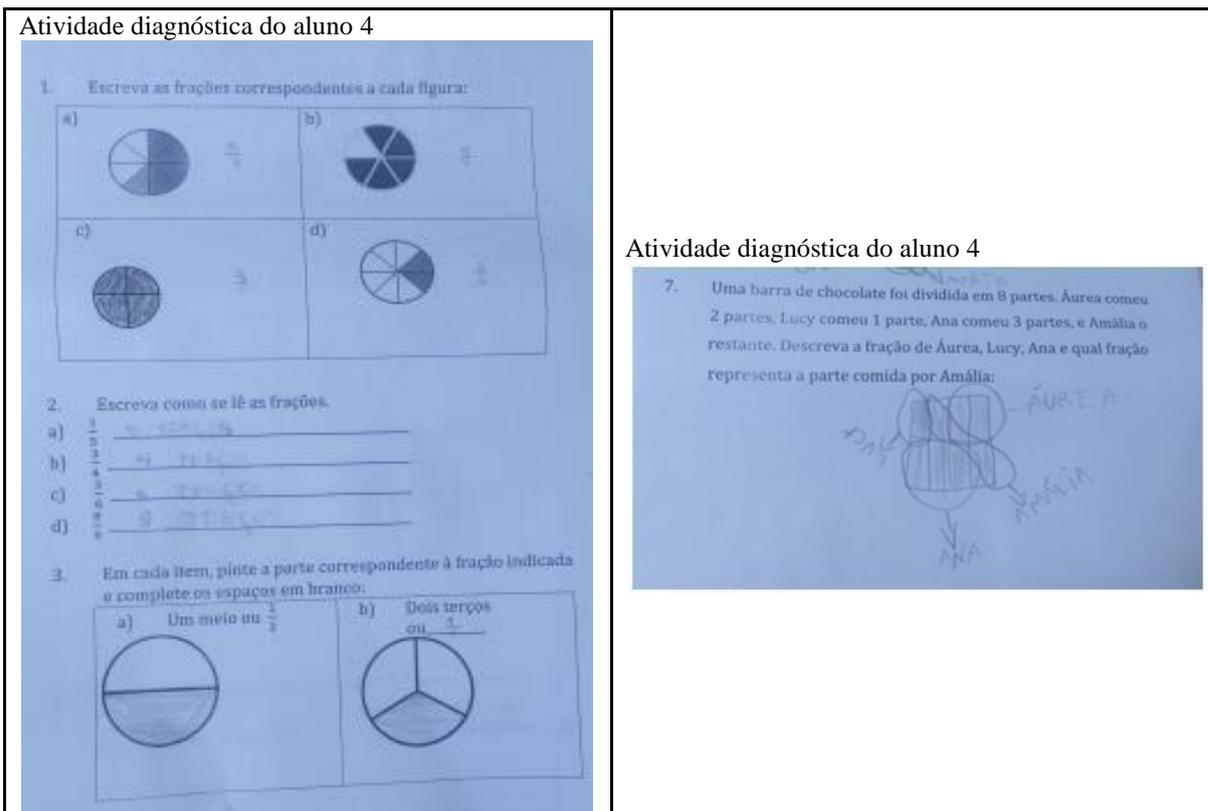
<p>Diário de bordo do aluno 9</p> 	<p>Transcrição As que eu tive dificuldade foram a 7 e a 6.</p>
<p>Atividade diagnóstica do aluno 9</p> 	<p>Atividade diagnóstica do aluno 9 – questão 5</p> 

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Em seu diário de bordo o aluno 9 (Figura 5), relata ter sentido dificuldade nas questões, 6 e 7. Percebe-se que, de acordo com o registro ele inverte o numerador com o denominador ao responder à questão 7. Na quinta questão, a qual diz “Márcio Comeu dois quartos de uma pizza”, ele responde de maneira equivocada que dois quartos correspondem a menos da metade da pizza.

Figura 6 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos

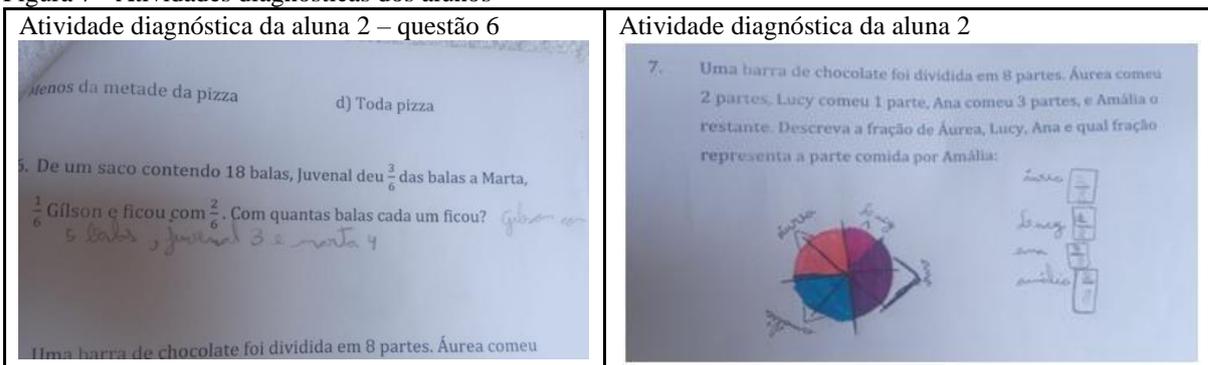
<p>Diário de bordo do aluno 4</p> 	<p>Transcrição Eu senti dificuldade na 7, 6, 4 e 1. Desculpa.</p>
---	---



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

De acordo com o relato do aluno 4 (Figura 6), ele enfrentou dificuldades em basicamente todas as questões, conforme mostram as figuras, sendo bastante acentuadas, já que ele não conseguiu resolver a primeira nem a segunda e terceira questões.

Figura 7 - Atividades diagnósticas dos alunos



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Embora, a aluna 2, não tenha relatado dificuldade na questão 6 (Figura 7), ela não conseguiu encontrar a resposta correta, conforme mostra a figura da sua atividade diagnóstica. No entanto já em relação a questão 7, esta resolveu-a de maneira bastante interessante e intuitiva, inclusive fazendo demonstração através de desenho, e conseguindo respondê-la corretamente.

Figura 8 - Atividade diagnóstica dos alunos

Atividade diagnóstica do aluno 6

1. Escreva as frações correspondentes a cada figura:

a) 	b) 
c) 	d) 

2. Escreva como se lê as frações.

a) $\frac{1}{5}$ _____

b) $\frac{3}{4}$ _____

c) $\frac{3}{6}$ _____

d) $\frac{8}{9}$ _____

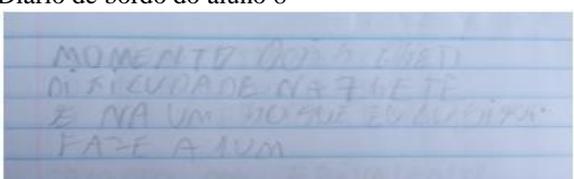
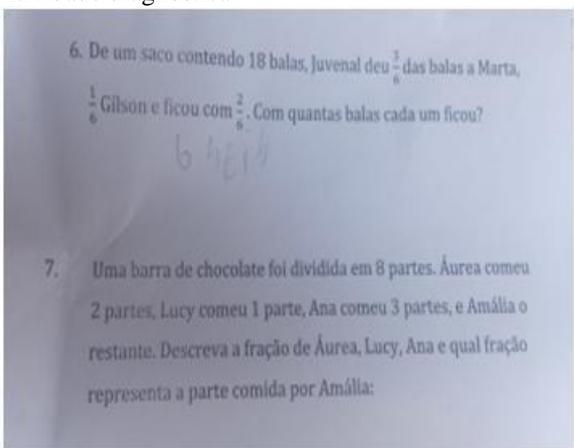
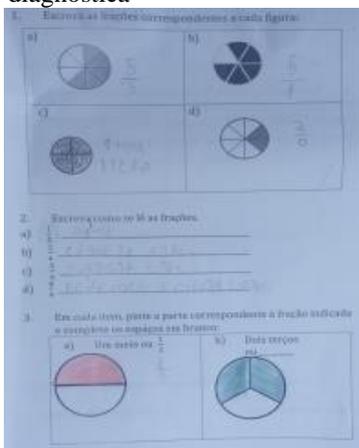
6. De um saco contendo 18 balas, Juvenal deu $\frac{3}{6}$ das balas a Marta, $\frac{1}{6}$ Gilson e ficou com $\frac{2}{6}$. Com quantas balas cada um ficou? Juvenal ficou com 3 balas, Marta ficou com 2, Ana e Lucy ficou com 1 e 1.

7. Uma barra de chocolate foi dividida em 8 partes. Áurea comeu 2 partes, Lucy comeu 1 parte, Ana comeu 3 partes, e Amália o restante. Descreva a fração de Áurea, Lucy, Ana e qual fração representa a parte comida por Amália:

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

O aluno 6, conforme consta na Figura 8, por meio de sua atividade diagnóstica demonstra ter bastantes dificuldades, deixando várias questões em branco. Na questão que tentou resolver não obteve sucesso. Na realidade ele equiparou a resposta correta com a pergunta “Quantas balas ficaram cada um?”, utilizando como resposta o numerador, indicando uma interpretação equivocada do conceito de fração.

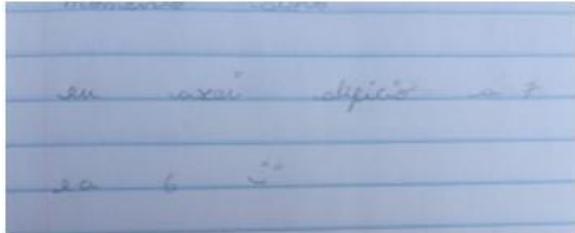
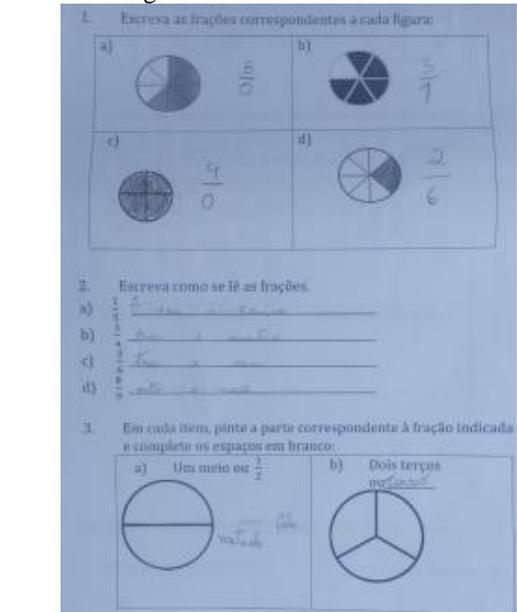
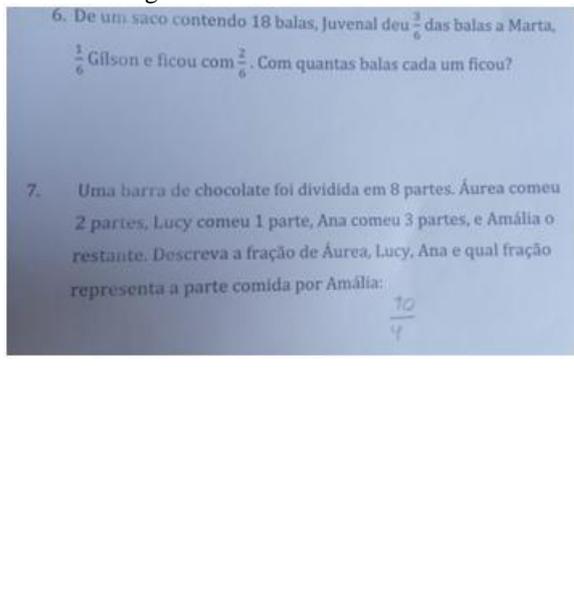
Figura 9 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos

<p>Diário de bordo do aluno 8</p> 	<p>Transcrição</p> <p><i>Dificuldade na sete. Não consegui fazer a um.</i></p>
<p>Atividade diagnóstica</p> 	<p>Atividade diagnóstica</p> 

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

O aluno 8 relata, no seu diário (figura 9), dificuldades em duas questões, 1 e 7; no entanto a sua atividade mostra que ele sentiu dificuldade em toda a tarefa. Observa-se que a primeira questão que pedia para representar a fração correspondente à figura, ele responde colocando no numerador a quantidade de partes pintadas e no denominador a quantidade de partes em branco, expressando não compreender o conceito de fração.

Figura 10 - Diários de bordo e atividades diagnósticas dos alunos

<p>Diário de bordo do aluno 5</p> 	<p>Transcrição Eu achei difícil a 7 e a 6.</p>
<p>Atividade diagnóstica do aluno 5</p> 	<p>Atividade diagnóstica do aluno 5</p> 

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Embora o aluno 5 tenha relatado no seu diário de bordo (Figura 10) ter sentido dificuldade nas questões 7 e 6, verifica-se, por meio da sua atividade diagnóstica, que esse aluno tem um comprometimento em relação ao conteúdo de frações. Na atividade diagnóstica, essas dificuldades se evidenciam quando ele não consegue realizar atividades simples, como demonstrar a fração que representa a figura ou escrever como se lê. Concorda-se com Fecchio (2020), quando a autora enfatiza que os primeiros conceitos matemáticos se constroem mesmo no cotidiano da criança, e que eles servem de base para a formação dos conceitos científicos no ambiente escolar. Vale também ressaltar a importância dos conhecimentos prévios do aluno que ficam evidenciados diante de uma atividade diagnóstica, para que o professor trabalhe a

partir daí as dificuldades encontradas, auxiliando o aluno na construção dos seus conceitos científicos.

O ensino de conceitos e os conceitos matemáticos se iniciam antes da criança ir à escola, por meio das interações sociais por meio de situações corriqueiras vivenciadas pela criança são necessárias para a formação de conceitos espontâneos e servirão de base para a formação de conceitos científicos no decorrer do ensino sistematizado no ambiente escolar (FECCHIO, 2020, p. 54).

Conforme afirma por Patrono (2011), durante suas pesquisas pela literatura, onde encontrou vários autores discutindo as dificuldades dos alunos em aprender os números racionais, essas dificuldades estão normalmente associadas à construção dos conceitos. Lorenzato (2009) aconselha que se deve identificar e considerar o que os alunos já sabem, permitindo-se introduzir um novo conteúdo no qual o aluno será o centro do seu processo de ensino e aprendizagem. Além disso é possível dar continuidade ao conteúdo estudado, utilizando os conhecimentos prévios deste estudante como base.

Em seguida, os estudantes foram orientados pela pesquisadora, a se deslocarem para sala de reforço, onde a correção dessa atividade foi realizada no quadro. Ao observar a atividade diagnóstica e também os registros dos alunos do diário de bordo fica evidente, que boa parte desse grupo de alunos tinha dificuldades acentuadas em pré-requisitos mínimos sobre frações. Isso inclui identificar o que é numerador e o que é denominador, como observar uma figura e diante da parte pintada saber fazer a representação dessa fração ou mesmo escrever como se lê uma fração.

Durante a correção dessa atividade, e diante dos apontamentos feitos por dois alunos, aluna 2 e aluno 3, houve um momento de diálogo entre a pesquisadora e estes alunos, conforme mostram os Quadros 6 e 7.

Quadro 6 - Transcrição, de diálogo entre a pesquisadora e aluno 3 gravado em vídeo, durante a correção da atividade diagnóstica

Sobre a questão número 6 o aluno imaginou quando ele foi resolver atividade diagnóstica que 18 não dava para dividir por três.

Aluno 3: “Para fazer dividido dava para fazer 18 dividido por 3, eu achei que não dava, mas depois que a senhora explicou eu consegui entender, que 18 dá para dividir para três”.

Pesquisadora: “Você entendeu, que dessa forma ele distribuiu as balas da maneira correta, segundo a fração de cada um? Você conseguiu compreender?”

Aluno 3: “sim”

Ela estendeu a pergunta também a toda turma...

A turma responde - “Sim, a gente entendeu”.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

De acordo com as falas do aluno 3 (Quadro 6), durante a resolução da atividade, ele não havia percebido que 18 poderia ser dividido por três. Após a correção e a explicação da pesquisadora, ele conseguiu compreender. Aproveitando esse relato, a pesquisadora reforçou a explicação, e ao final, perguntou se todos haviam entendido, ao que a turma respondeu, conforme a transcrição, que haviam compreendido.

Quadro 7 - Transcrição, de diálogo entre a pesquisadora e aluna 2 gravado em vídeo, durante a correção da atividade diagnóstica

<p>Aluna 2: “O Juvenal, ele tinha seis balas, daí como a fração é três, ele deu a metade dessas balas para ela (no caso Marta), daí ele ficou com três e a Marta ficou com três”.</p> <p>Pesquisadora: “E o Gilson não ficou com nada?”</p> <p>Aluna 2: “O Gilson tinha Seis Balas daí deram uma bala para ele aí ele ficou com a pessoa que deu para ele ficou com cinco e ele ficou com uma”.</p> <p>Pesquisadora: “Veremos se você está certa.”</p>
--

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Já em relação às colocações da aluna 2 (Quadro 7), ela estava propondo uma solução para a questão de número 6. Embora tenha explicado sua resposta oralmente, a explicação ficou bastante confusa. Analisando as suas colocações e a resposta que ela deu na atividade diagnóstica, fica evidente que ela não havia chegado à resposta correta.

Sobre a intervenção pedagógica e o papel da escola, Oliveira (1999) ressalta a importância de a escola e do professor conhecerem o nível de desenvolvimento dos alunos dirigindo-os para estágios mais avançados ainda não agregados por eles.

Se o aprendizado impulsiona o desenvolvimento, então a escola tem um papel essencial na construção do ser psicológico adulto dos indivíduos que vivem em sociedades escolarizadas. Mas o desempenho desse papel só se dará adequadamente quando, conhecendo o nível de desenvolvimento dos alunos, a escola dirigir o ensino não para etapas intelectuais já alcançadas, mas sim para estágios de desenvolvimento ainda não incorporados pelos alunos, funcionando realmente com motor de novas conquistas psicológicas. Para a criança que frequenta a escola, o aprendizado escolar é um elemento central do seu desenvolvimento (OLIVEIRA, 1999, p. 61-62).

O texto salienta que o aprendizado escolar exerce uma função central no desenvolvimento das crianças que frequentam a escola. E ainda complementa que é na zona de desenvolvimento proximal que a interferência dos outros indivíduos é a mais transformadora. (OLIVEIRA, 1999, p. 61). Nesse contexto, observa-se a importância de fazer um levantamento diagnóstico das dificuldades dos alunos, conhecer a turma e preparar materiais com a intenção de planejar essas atividades de ensino que pretendam ajudá-los a adquirir conceitos que ainda não construíram. Isso é o papel da escola e, conseqüentemente, o papel do professor. Segundo Lira (2021) é também papel do professor ser mediador em qualquer metodologia escolhida para

os conteúdos, e ainda: intervir como um elo entre o conteúdo, o material didático e o aluno, ou seja, dentro do currículo e dos cronogramas de conteúdos preestabelecidos pela Secretaria de Educação e pela escola, sendo o professor a escolher qual metodologia de ensino melhor se adequa para a realidade da sala de aula (LIRA, 2021. p. 48).

5.1.3 Terceiro Encontro

O terceiro encontro, ocorreu em um período, e o ambiente utilizado para ele foi a sala de reforço. A atividade realizada estava alinhada com a habilidade (EF06MA07) da BNCC. Durante esse encontro os estudantes assistiram por 7 mim a um vídeo do YouTube, sobre Frações equivalentes. De acordo com Moran (1995), a linguagem audiovisual desenvolve múltiplas atitudes perceptivas: solicita constantemente a imaginação e reinveste a afetividade com o papel de mediação primordial no mundo.

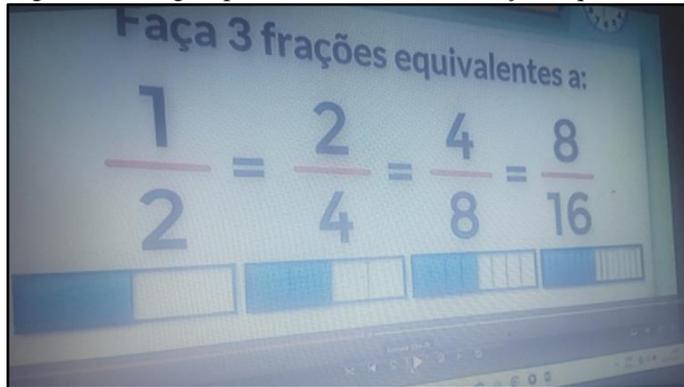
Ao longo do vídeo, a pesquisadora pausou em um breve momento (conforme Figuras 11 e 12) para fazer perguntas aos alunos, as quais foram registradas em um vídeo curto e posteriormente transcritas. Em seguida, houve a demonstração do cálculo utilizando o Quadro de equivalências (Apêndice E). A princípio a pesquisadora preencheu parte do quadro, explicando como seria possível encontrar frações equivalentes, e posteriormente alguns estudantes se dispuseram a continuar a tarefa.

Figura 11 - Registro do momento de projeção do vídeo sobre frações equivalentes



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Figura 22 - Imagem pausada do vídeo sobre frações equivalentes



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Para Carvalho (1998), o vídeo pode se transformar em um importante recurso pedagógico tornando a realidade mais próxima à medida que permite exemplificar conceitos abstratos a partir do contato com imagens, já Viana e Teixeira (2009) ressaltam a importância dos veículos de comunicação para o ensino. Durante a exibição do vídeo sobre frações equivalentes, houve um momento em que a pesquisadora pausou esse vídeo e fez alguns apontamentos e questionamentos, conforme mostra a transcrição do vídeo (Quadro 8).

Quadro 8 - Transcrição, de falas gravadas em vídeo, dos alunos, sobre fração equivalente diálogo da pesquisadora com os alunos

A pesquisadora pausou o vídeo e perguntou aos alunos de acordo com a imagem mostrada acima. *“E se a gente fosse encontrar a próxima fração equivalente, seguindo o exemplo, quais valores teríamos?”*
Alunos: *“8 X 2 = 16 16 X 2 = 32”.*

Então, a professora escreveu a fração: $\frac{16}{32}$

A pesquisadora complementou também que as frações equivalentes não eram encontradas apenas através da multiplicação, mas poderiam ser obtidas também através da divisão, assim como é demonstrado no vídeo.
Pesquisadora: *“E todas elas seriam equivalentes entre si?”*
Alunos: *“sim.”*

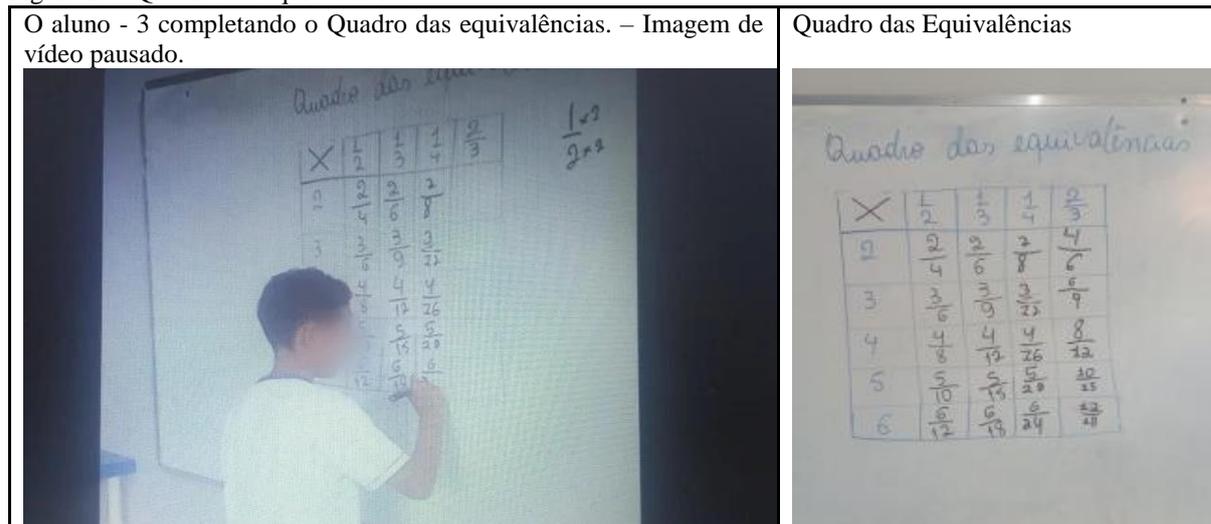
Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

A pesquisadora perguntou aos alunos se eles estavam entendendo, e seguindo o exemplo, qual fração encontrariam em seguida. Veer e Valsiner (1994) falam sobre importância da aprendizagem colaborativa entre o professor e o aluno e sua eficiência na aprendizagem. Percebe-se que a turma conseguiu compreender como chegar a uma fração equivalente através da multiplicação. No entanto a pesquisadora chamou a atenção de que não só por intermédio da multiplicação, mas também da divisão de numerador e denominador por um mesmo número era possível encontrar equivalências.

Na sequência, houve o preenchimento do quadro de equivalências, encontrando essas frações de acordo com a multiplicação por números inteiros. De acordo com o proposto pela

BNCC (BRASIL, 2018), ficou estabelecido que no ensino de fração de 6º ano deve-se fazer a introdução da adição e subtração e um estudo sobre a ideia de equivalência. A pesquisadora iniciou a explicação e a resolução no quadro chamando atenção dos alunos. Posteriormente, ela convidou alguns alunos que se prontificaram a contribuir para a resolução, como indicado na Figura 13.

Figura 13 - Quadro das equivalências

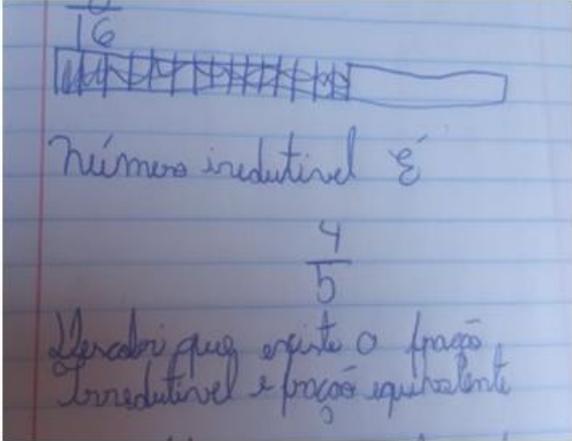
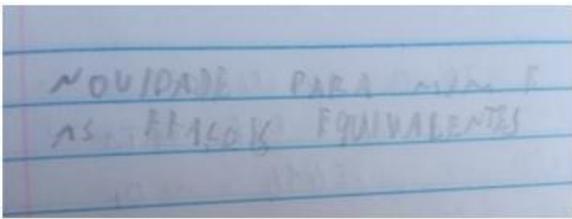
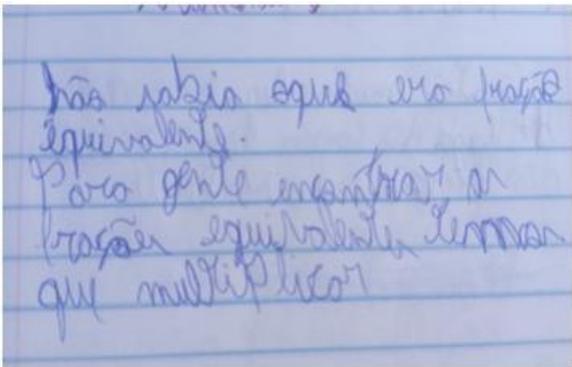


Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Com base em sua habilidade em preencher o quadro das equivalências por meio da multiplicação das frações por número inteiro, percebe-se que, conforme registrado em vídeo (Figura 13), o aluno 3 apresenta facilidade nos cálculos. Uma análise da atividade diagnóstica e do diário de bordo dele revela que ele está começando a adquirir compreensão de conceitos que anteriormente lhes eram desconhecidos, o que caracteriza a transição dos conceitos naturais para conceitos científicos, conforme descrito por especialistas. Em conformidade com Panofsky, John-Steiner e Blackwell (2002), esses conceitos, primariamente indutivos, são formados em termos de propriedades perceptivas, funcionais ou contextuais do seu referente, não sendo organizadas em um conjunto de relações consistentes e sistemáticas. Por outro lado, conceitos científicos, segundo Vygotsky (2001) são os portões através dos quais a tomada de consciência penetra no reino dos conceitos infantis.

Conforme relato de três estudantes – e registrado nos seus diários de bordo (Figura 14) -, eles não sabiam da existência das frações equivalentes.

Figura 14 - Registro do encontro 3 nos diários de bordo dos alunos

<p>Aluno 9</p> 	<p>Transcrição Número irredutível é $\frac{4}{5}$ descobri que existe a fração irredutível e a fração equivalente.</p>
<p>Aluno 7</p> 	<p>Transcrição Novidade para mim as frações equivalentes.</p>
<p>Aluno 3</p> 	<p>Transcrição Não sabia o que era fração equivalente. Para a gente encontrar as frações equivalentes temos que multiplicar.</p>

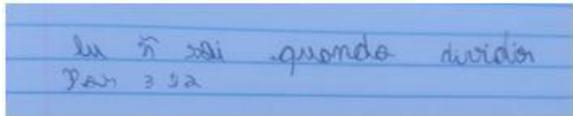
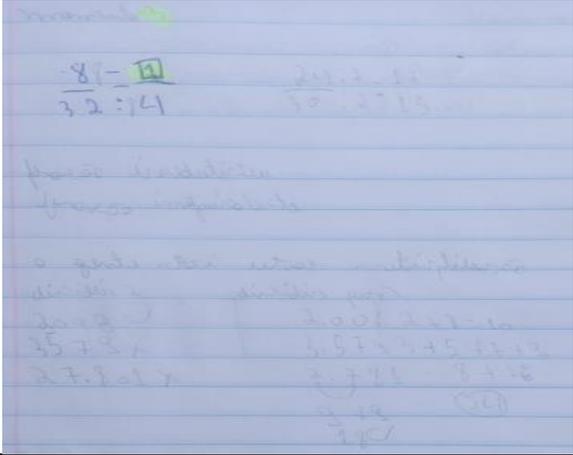
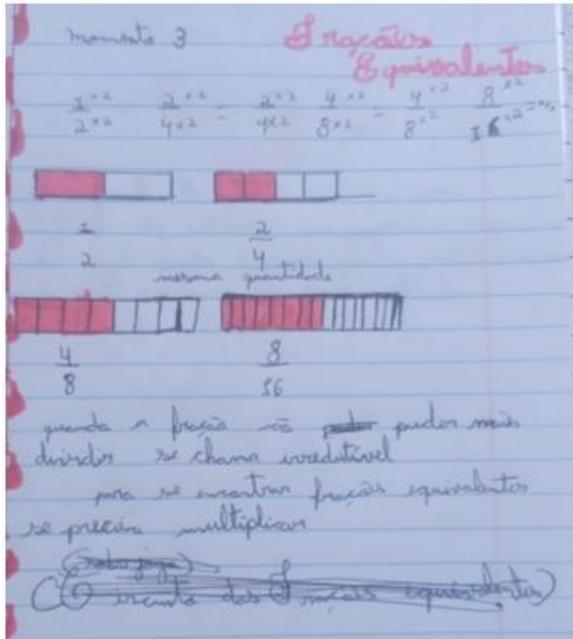
Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Sobre as anotações dos alunos em seus diários de bordo (figura 14), alunos como o 9 e o 7 relatam sobre a novidade das frações equivalentes. Um dos alunos disse: “Novidade para mim as frações equivalentes”, enquanto o outro, o aluno 9, menciona “Descobri que existem frações irredutíveis e frações equivalentes”, demonstrando que até o presente momento esses alunos não tinham conhecimento sobre o conceito de frações equivalentes, semelhante ao relato do aluno 3. Conforme anotações nos diários de bordo dos estudantes, a pesquisadora chamou atenção para o fato de que não apenas a multiplicação, mas também a divisão pode ser usada para encontrar frações equivalentes. De acordo com Vygotsky (2004) “a educação se faz através da própria experiência do aluno, a qual é inteiramente determinada pelo meio, e nesse processo o papel do mestre consiste em organizar e regular o meio”. Assim, a pesquisadora entendeu como necessário fazer novas demonstrações no quadro, como aponta Oliveira (1999), o

professor tem um papel explícito de interferir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, provocando avanços que não ocorreram espontaneamente.

Durante esse encontro, o aluno 4, conforme registrado em seu diário de bordo (Figura 15), expressou dúvidas sobre como saber se o número pode ser dividido por 2 ou por 3. Em resposta a essa dúvida, a pesquisadora explicou, as regras da divisibilidade a turma, com o propósito de auxiliá-los a encontrar frações equivalentes também através da divisão, conforme registro do aluno 10 no seu diário de bordo.

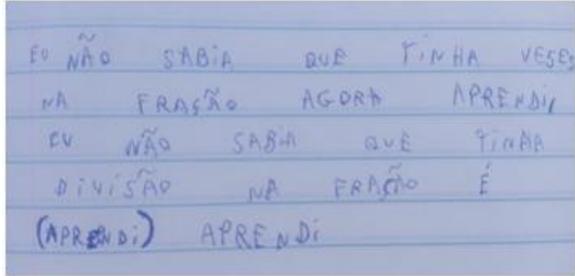
Figura 15 - Diário de bordo dos alunos referentes ao encontro 3

<p>Aluno 4</p> 	<p>Transcrição Eu não sei quando dividir por 3 e por 2.</p>								
<p>Aluno 10</p> 	<p>Transcrição</p> $\frac{8}{32} : 8 = \frac{1}{4} \qquad \frac{24}{30} : 2 = \frac{12}{15}$ <p>Frações irredutíveis Frações equivalentes A gente vai usar multiplicação</p> <table border="0"> <tr> <td>Dividido por 2</td> <td>Dividido por 3</td> </tr> <tr> <td>2008</td> <td>2.008 = 2 + 8 = 10</td> </tr> <tr> <td>3.579</td> <td>3.579 = 3+5+7+9 = 8 + 16 = 24</td> </tr> <tr> <td>27.801</td> <td>27.801 = 9 + 9 = 18</td> </tr> </table>	Dividido por 2	Dividido por 3	2008	2.008 = 2 + 8 = 10	3.579	3.579 = 3+5+7+9 = 8 + 16 = 24	27.801	27.801 = 9 + 9 = 18
Dividido por 2	Dividido por 3								
2008	2.008 = 2 + 8 = 10								
3.579	3.579 = 3+5+7+9 = 8 + 16 = 24								
27.801	27.801 = 9 + 9 = 18								
<p>Aluna 2</p> 	<p>Transcrição</p> $\frac{1}{2} \times 2 \quad \frac{2}{4} \times 2 = \frac{2}{4} \times 2 \quad \frac{4}{8} \times 2 \quad \frac{4}{8} \times 2 \quad \frac{8}{32} \times 2$ <p>Mesma quantidade Quando a fração não puder mais dividir se chama irredutível. Para se encontrar frações equivalentes se precisa multiplicar.</p>								

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Conforme o diário de bordo da aluna 2 (Figura 15), ela percebeu que é possível demonstrar uma fração equivalente por meio da divisão, mas quando não há possibilidade de encontrar dessa forma é necessário recorrer à multiplicação, conforme imagem acima. Embora alguns alunos não tivessem atentado para a questão da divisão, mesmo após exibição do vídeo e a explicação da pesquisadora, a aluna 2 deixa isso registrado no seu diário de bordo, inclusive por meio de desenhos, o que provavelmente tornou mais significativo para ela.

Figura 16 - Registro no diário de bordo do aluno referindo-se às operações com frações

<p>Aluno 7</p>  <p>EU NÃO SABIA QUE TINHA VEZES NA FRAÇÃO AGORA APRENDI EU NÃO SABIA QUE TINHA DIVISÃO NA FRAÇÃO É (APRENDI) APRENDI</p>	<p>Transcrição <i>Eu não sabia que tinha vezes na fração, agora aprendi. Eu não sabia que tinha divisão na fração e aprendi.</i></p>
---	---

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

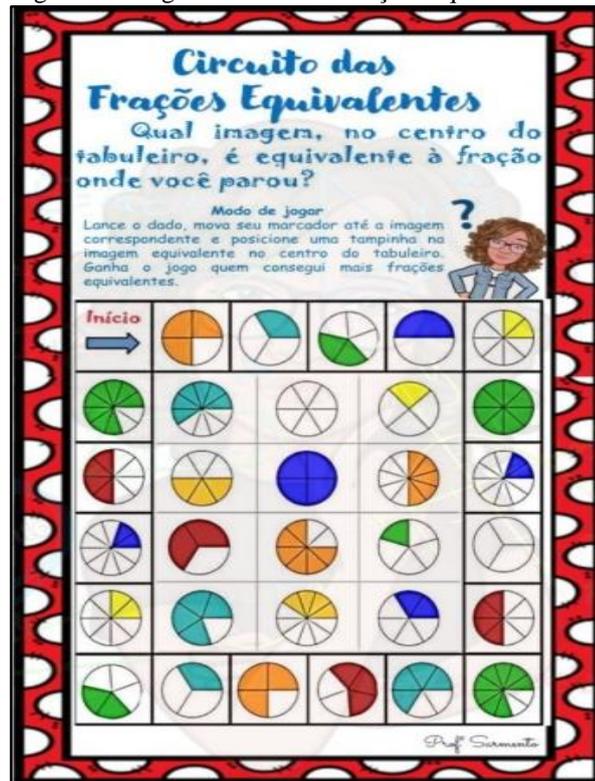
O aluno 7 registrou no seu diário de bordo (Figura 16), que não tinha conhecimento da existência da divisão e multiplicação envolvendo fração, conforme suas anotações, ele conseguiu aprender esses conceitos.

5.1.4 Quarto Encontro

O quarto encontro realizou-se, na sala de reforço, em um período (45min), no qual a pesquisadora dividiu a turma em três grupos para jogar o “Circuito das frações equivalentes” (Anexo A). Esse jogo aborda a habilidade da BNCC (EF06MA07), e foi desenvolvido pela professora Rosilene Sarmiento de Lima, que autorizou a sua utilização nesta trilha de atividades. Assinando o termo de autorização sem dificuldades, conforme o Termo de autorização de uso de material pedagógico (APÊNDICE J).

MODO DE JOGAR: Lance o dado, mova seu marcador até a imagem correspondente e posicione uma tampinha na imagem equivalente no centro do tabuleiro. Ganha o jogo quem conseguir mais frações equivalentes.

Figura 17 - Jogo - Circuito das frações equivalentes



Fonte: Autora, 2023.

Neste quarto encontro, utilizamos o jogo “Circuito das frações equivalentes”, que foi impresso em papel cartão e plastificado com *contact* (Figura 17), adaptando-o para uso de canetões ao invés de tampinhas de garrafa. Essa adaptação das atividades, para responder às necessidades dos alunos, e às limitações dos espaços, entre outros, é ressaltada por Pereira (2021). Ele destaca a importância de ser uma sequência didática flexível, em que o professor poderá adequá-la à sua realidade, que está sujeita a constantes mudanças.

Cada um deles escrevia a primeira letra do seu nome como identificação no jogo. Por exemplo, se o nome da aluna era Lúcia, era colocava L1 na primeira rodada, L2 na próxima e assim por diante, referente às duas frações equivalentes que ela tinha encontrado em cada rodada. A pesquisadora dividiu o grupo em três equipes e explicou as regras, e perguntou se os alunos haviam compreendido. Com a afirmativa por parte dos alunos, distribuiu o material e sugeriu que eles iniciassem. No entanto, ela percebeu que alguns alunos sentiram dificuldades, decidiu, então, fazer uma projeção do jogo no *projektor multimídia*. A professora convidou alguns alunos para ir ao quadro e auxiliou-os, conforme mostra-se na Figura 18.

Figura 18 - Projeção do jogo Circuito das frações equivalentes



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Em seguida, a pesquisadora reorganizou a turma (Figura 19) em apenas duas equipes, agrupando os alunos que tinham dificuldades juntamente com outros que já haviam compreendido as regras do jogo. De acordo com Zabala (1998), o papel do professor é propor intervenções que encadeiem um aprendizado reflexivo e adequado levando o estudante a se tornar protagonista do seu próprio aprendizado. Objetivou-se, assim, promover a mediação feita não apenas pelo professor, mas também pelo aluno mais experiente durante o jogo, favorecendo que os mais experientes auxiliassem aqueles que tinham mais dificuldades. Com isso, o jogo conseguiu fluir de forma mais eficiente.

Figura 3 - Alunos durante o jogo – Circuito das frações equivalentes



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Inclusive percebe-se em registros de imagem alguns colegas atuando como mediadores para ensinar e orientar aqueles que enfrentavam mais dificuldade, o que está em concordância com a perspectiva de Cole e Wertsch (1996), afirmando que a mediação tem efeitos sobre a mente do utilizador e sobre o contexto envolvente, sabendo que essa mediação pode ser feita tanto por um professor como por um aluno mais experiente, conforme mostra a Figura 20.

Figura 20 - Registro de um momento em que, aos olhos da pesquisadora, há ocorrência de mediação por parte de um aluno com mais experiência, para um de menor



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Ainda sobre esse contexto, Oliveira (1999, p .64) pontua:

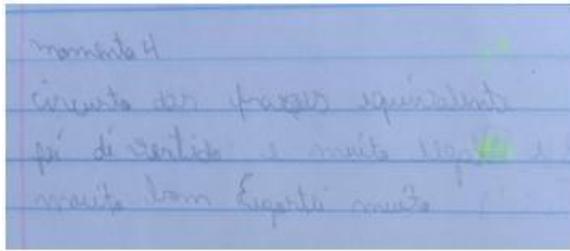
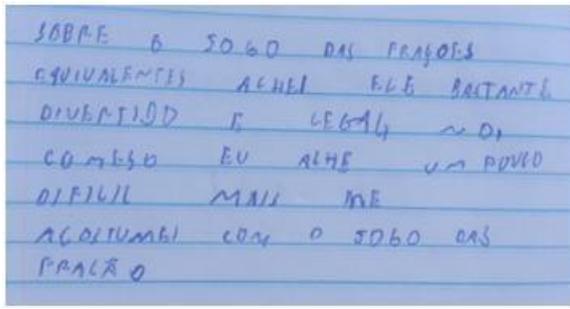
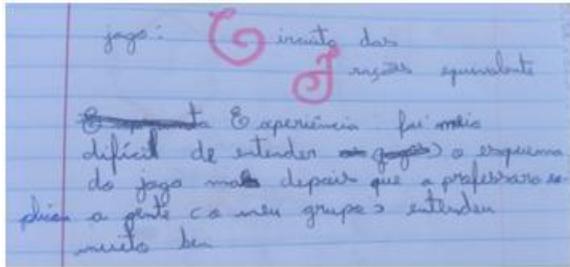
Com relação atividade escolar, é interessante destacar que a interação entre os alunos também provoca intervenção de desenvolvimento das crianças. Os grupos de crianças são sempre heterogêneos quanto ao conhecimento adquirido nas diversas áreas e uma criança mais avançada num determinado assunto pode contribuir para o desenvolvimento das outras

Na imagem capturada do vídeo pausado (Figura 20), o aluno 10 demonstra como dividir a figura em partes para facilitar a comparação e descobrir qual era a fração equivalente, como enfatizado por Oliveira (1999) quando ele assegura que essa relação entre os alunos favorece o desenvolvimento. Durante o jogo, o aluno 10, usou essa estratégia e conseguiu acertar todas as frações. O que se verifica neste momento é que o aluno10, no vídeo pausado, está

compartilhando essa técnica com os colegas, atuando como aluno mais experiente e auxiliando os demais nas dificuldades (Figura 20). Ele demonstrou satisfação quando percebeu que conseguiria encontrar o resultado utilizando essa estratégia.

A pesquisadora, neste momento em particular, observou indícios de aprendizagem, assim como alguns alunos relataram em seus diários de bordo (Figura 21). Perceberam que adotando a mesma estratégia conseguiriam avançar e obter uma sólida compreensão da atividade, segundo os relatos.

Figura 41 - Diário de bordo dos alunos sobre o jogo “Circuito das frações equivalentes”

<p>Aluno 10</p> 	<p>Transcrição Circuito das frações equivalentes foi divertido e muito legal e muito bom eu gostei muito.</p>
<p>Aluno 7</p> 	<p>Transcrição Sobre o jogo das frações equivalentes achei ele bastante divertido e legal no começo eu achei um pouco difícil, mas me acostumei com o jogo das frações.</p>
<p>Aluna 2</p> 	<p>Transcrição Jogo Circuito das frações equivalentes experiência foi meio difícil de entender o esquema do jogo, mas depois que a professora explicou a gente (o meu grupo) entendeu muito bem.</p>

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Tanto no registro de dúvidas como de descobertas, os alunos haviam sido orientados a registrar no diário de bordo. Alguns alunos relataram as seguintes observações: O aluno 10 diz que o “Circuito das frações equivalente foi muito divertido legal eu gostei muito”. O aluno 7 comentou que “Foi muito divertido, mas eu também tive dificuldade no início até me acostumar com o jogo”.

Sobre as potencialidades do uso de material concreto para o ensino, Lorenzato (2010), defende que as pessoas precisam “pegar para ver”, como dizem as crianças. Então, não começar

o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana. Quem sabe ensinar, sabe disso (LORENZATO, 2010, p. 19). A aluna 2, por exemplo, relata que “A experiência foi um pouco difícil de entender no começo, mas que depois, que a professora explicou, meu grupo entendeu muito bem”. Sobre o potencial de uso dessa ferramenta em sala de aula, Moran (2015) destaca que os jogos são caminhos para que os alunos se envolvam mais ativamente e aprendam de maneira mais participativa. O que se confirmou por conta da observação e dos registros feitos durante a atividade.

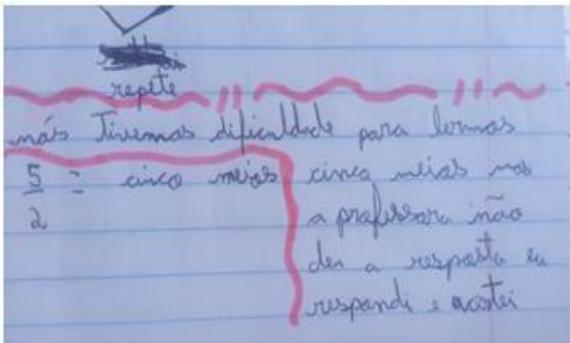
5.1.5 Quinto Encontro

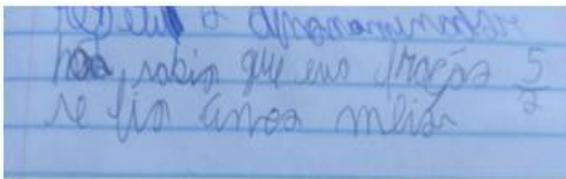
O quinto encontro ocorreu no LIE, com duração de 45 minutos. Durante este encontro a pesquisadora utilizou o recurso do *PowerPoint* (Apêndice F) para explicar aos alunos, sobre a adição e subtração de frações com denominadores iguais. Esse encontro está em conformidade com as habilidades da BNCC (EF06MA09) e (EF06MA10).

Durante a projeção a pesquisadora perguntou aos alunos como eles procederiam inicialmente para resolver as operações de adição e posteriormente a subtração. Alguns responderam verbalmente e acertaram, no entanto, apesar de conter essas operações na atividade diagnóstica aplicada e corrigida nessa trilha de atividades, alguns estudantes ainda não sabiam como responder.

Observando os relatos dos estudantes em seus diários de bordo (Figura 22) e de acordo com o que foi mostrado nos *slides* do *PowerPoint*, identificou-se que os alunos ainda têm dificuldade em conceitos simples, como a leitura de frações quando se depara com o denominador 2. Por exemplo, sentiram dificuldade em entender que a fração era “cinco meios”. Isso fica evidente no relato da aluna 2, e foi confirmado pelos registros no diário do aluno 3, conforme imagem (Figura 22).

Figura 22 - Diário de bordo – relato do encontro 5

<p>Aluna 2</p> 	<p>Transcrição</p> <p>Nós tivemos dificuldade para lermos cinco meios. Mas a professora não deu a resposta, eu respondi e acertei.</p> $\frac{5}{2} = \text{cinco meios}$
--	---

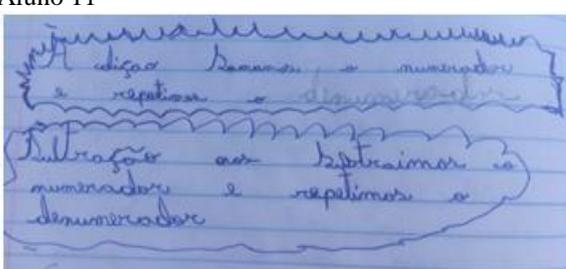
<p>Aluno 3</p> 	<p>Transcrição <i>Eu não sabia que era $\frac{5}{2}$ se lia cinco meios.</i></p>
--	--

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

De acordo com relatos no diário de bordo (Figura 22), a aluna 2 registrou: “Tivemos dificuldades em ler cinco meios, no entanto, a professora não deu a resposta. Eu respondi e acertei”. Essa é uma característica notável que segundo Oliveira (1999), o nível de desenvolvimento potencial captura. Assim, ele considera um estágio do desenvolvimento que não caracteriza as etapas já alcançadas, mas sim etapas posteriores, nas quais a interferência de outras pessoas afeta significativamente o resultado da ação individual.

No último PowerPoint da explicação, foi registrado um método a partir das respostas dadas pelos alunos sobre como eles resolveriam essas operações com frações, e registrado em seus diários de bordo, como mostra a Figura 23.

Figura 23 - Diário de bordo do aluno sobre o encontro 5

<p>Aluno 11</p> 	<p>Transcrição <i>Adição - somamos o numerador e repetimos o denominador.</i> <i>Subtração - nós subtraímos o numerador e repetimos o denominador.</i></p>
---	---

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Nos exemplos apresentados no *PowerPoint* para demonstração, a pesquisadora mostrou as operações que envolviam frações com denominadores iguais e questionou os alunos como eles fariam para resolvê-las. O objetivo era incentivá-los a construir um conceito para a resolução dessas operações. Com a orientação da pesquisadora a resposta foi formulada, e sugerido que os alunos copiassem em seus diários de bordo, como fez o aluno 11 (conforme mostra a Figura 23). Em conformidade com Oliveira (1999), a intervenção de outras pessoas - que, no caso específico da escola, são os professores e as demais crianças - é fundamental para a promoção do desenvolvimento do indivíduo. Essa construção foi de grande importância, pois conduziu os alunos a perceberem a reprodução dessa característica e ficarem atentos ao compararem com exemplos semelhantes.

5.1.6 Sexto Encontro

O encontro 6, ocorreu no LIE e teve a duração de um período (45 min). Durante esse encontro a pesquisadora abordou o tema das adições e subtrações de frações com denominadores diferentes, utilizando do recurso do *PowerPoint* (Apêndice G) para explicação. Essa perspectiva estava alinhada com as habilidades da BNCC (EF06MA09) e (EF06MA10). Nesse encontro a dinâmica foi parecida com a do 5º encontro, com exemplos projetados no *Datashow*. No entanto, a ênfase agora estava nas operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes (Figura 24).

Figura 24 - Explicação sobre adição e subtração de frações com denominadores diferentes - Encontro 6



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

A pesquisadora apresentou as frações aos alunos e questionou sobre o que era diferente nelas e qual sugestão tinham para a resolução. Para registro desse diálogo foi feito um vídeo curto e sua transcrição se encontra no Quadro 9.

Quadro 9 - Transcrição, das falas, gravadas em vídeo - Conversa da pesquisadora com alunos sobre adição e subtração de frações com denominadores diferentes por meio da fração equivalente

Pesquisadora: “O que vocês acham que devemos fazer para resolver aquela operação que está ali no quadro? É igual a outra?”
 Como alguns alunos demoraram a identificar a diferença a orientadora foi instigando os alunos fazendo perguntas.
Pesquisadora: “O que vocês observam que tem de diferente da outra?”
Alunos: “O denominador, ele é diferente”.
Pesquisadora: “Sendo assim com denominadores diferentes dará certo repeti-los?”
Alunos: “Não”.
Pesquisadora: “O que vocês acham que dá para fazer?”
Aluna 2: “Vai ter que somar”.
Pesquisadora: “Mas eles estando diferentes será que é assim que a gente faz?”
Aluno 7: “A gente vai ter que subtrair”.
Pesquisadora: “Será? Vamos pensar. Dá para a gente fazer a conta com os denominadores diferentes?”
Os alunos: “Não”.
 Então diante das muitas interrogativas a pesquisadora esclareceu para os alunos que em uma adição e em uma subtração de frações com denominadores diferentes é necessário torná-los iguais antes de continuar a operação.
Pesquisadora: “Mas eu pergunto para vocês como eu posso fazer isso, que sugestão vocês me dão?”

Aluna 2: “Soma denominador dos cinco meios com dois quartos”.

Pesquisadora: “Será que é assim que fazemos? Vejamos, nós trabalhamos nos encontros anteriores com frações equivalentes, mas através de desenhos e posteriormente fomos para o quadro e fizemos isso com números através de uma operação para encontrarmos as frações equivalentes. Que operação nós fizemos naquele quadro e encontramos as frações equivalentes?”

Alunos responderam: “Multiplicação”.

Pesquisadora: “Então multiplicando as frações por um número inteiro, a gente consegue encontrar frações equivalentes, ou mesmo dividindo quando for possível. Então vocês acham se a gente usar a mesma técnica de fração equivalente que usamos naquele quadro, nós vamos conseguir resolver?”

Alunos: “Sim, vamos sim eles vão conseguir ficar iguais.”

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

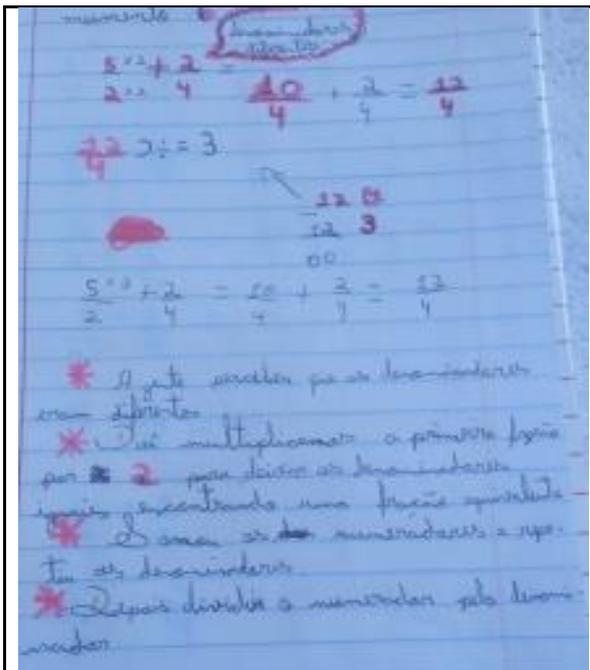
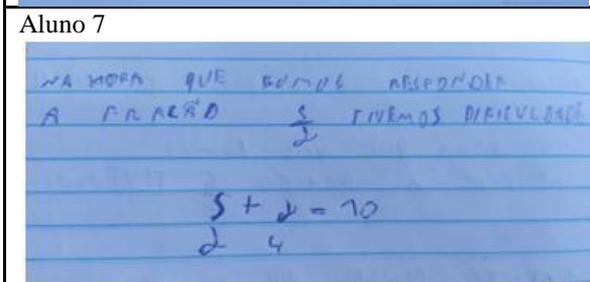
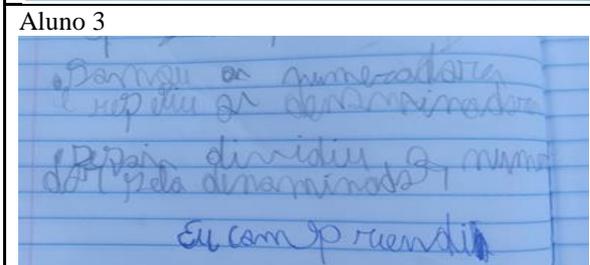
Com algumas respostas um pouco confusas, a pesquisadora chamou atenção para o fato de que não é possível somar ou subtrair frações quando os denominadores são diferentes.

Percebe-se pelo diálogo, transcrito no Quadro 9, que os alunos ainda não tinham associado a ideia de frações equivalentes na resolução de adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Segundo Pereira (2021), é conveniente que o professor auxilie mais o seu estudante, por meio de boas perguntas do que com respostas, as quais só devem ser dadas à medida que os alunos não conseguem chegar, para tanto, o papel de mediação do pesquisador se mostrou essencial, aguçando os alunos com questionamentos que os levaram a refletir e buscar uma solução para essas operações, e assim atuando junto a Zona de Desenvolvimento Proximal destes estudantes. De acordo com Oliveira (1999), a ZDP é, pois, um domínio psicológico em constante transformação: aquilo que uma criança é capaz de fazer com ajuda de alguém hoje, ela conseguirá fazer sozinha amanhã. Vygotsky (1993), reforça que operar nessa zona permite ao adulto trabalhar sobre as funções que ainda se encontram em desenvolvimento, que não se encontram plenamente maduras.

A pesquisadora, então, apresentou novos exemplos com desenhos e números fracionários para ajudá-los a compreender as possibilidades de resolução. Observou-se ainda que esses alunos têm dificuldades consideráveis nas operações, mas diante das indagações da pesquisadora, conseguiram perceber que era possível encontrar a resposta por meio da equivalência, conforme registrado em alguns diários de bordo (Figura 25).

Figura 25 - Registros nos diários de bordo dos alunos

Aluna 2	<p>Transcrição</p> <p>Denominadores diferentes</p> $\frac{5}{2} \times 2 + \frac{2}{4} = \frac{10}{4} + \frac{2}{4} = \frac{12}{4} = 3$ <p>A gente percebeu que os denominadores eram diferentes. Daí multiplicamos a primeira fração por 2 para deixar os denominadores iguais encontrando uma fração equivalente.</p>
---------	---

	<p>Somamos os numeradores e repetimos os denominadores. Depois fizemos a divisão.</p>
<p>Aluno 7</p> 	<p>Transcrição</p> <p>Na hora que fomos responder a fração $\frac{5}{2}$ tivemos dificuldade.</p> $\frac{5}{2} + \frac{2}{4} = 10$
<p>Aluno 3</p> 	<p>Transcrição</p> <p>Somamos os numeradores e repetimos os denominadores. Depois fizemos a divisão. Eu compreendi.</p>

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Conforme relato do aluno 7 (Figura 25), “Na hora de responder tivemos dificuldades”. No entanto, conforme registrado pelo aluno 3, houve compreensão, pelo menos por parte de alguns alunos.

Assim como no encontro 5, neste momento também fizemos a resolução de exemplos. Os alunos escreveram cada passo que íamos realizando em seus diários de bordo, demonstrando a resolução da questão. O objetivo era construir um conceito que se aplicasse tanto na adição quanto na subtração de frações com denominadores diferentes. Esse processo foi registrado nos diários de bordo, como exemplificamos na Figura 25 da aluna 2.

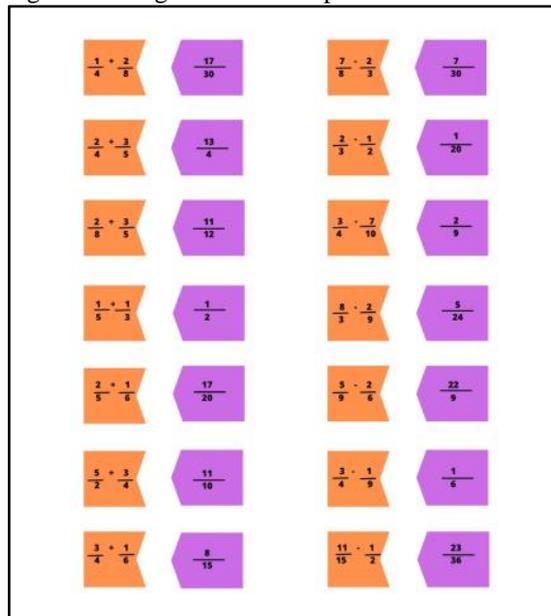
5.1.7 Sétimo Encontro

O encontro 7 foi realizado em dois períodos (45 min cada) no LIE, com base nas habilidades da BNCC (EF06MA09) e (EF06MA10). Nesse encontro, a atividade realizada foi um jogo “Encontre o par”, (Apêndice H) (Figura 26).

MODO DE JOGAR: Este jogo é composto por 28 peças. Em uma parte, encontram-se as operações de adição ou subtração de frações com denominadores diferentes, enquanto nas demais encontram-se os resultados dessas operações. O aluno deverá resolver o cálculo e encontrar a parte correspondente ao resultado correto. Ganha quem conseguir acertar uma quantidade maior de cálculos.

OBSERVAÇÃO: Essas normas foram apresentadas aos alunos, mas em seguida foram explicadas as alterações feitas para melhorar o andamento da atividade.

Figura 26 - Jogo “Encontre o par”



Fonte: Autora, 2023.

Para Silva (2022), os jogos no âmbito educativo permitem o acesso das crianças a vários tipos de conhecimentos e habilidades. Pereira (2021), ressalta que o caráter lúdico do jogo cria um contexto que exige dos jogadores empenho em busca de solução. Diante das atividades realizadas anteriormente, a pesquisadora já havia antecipado a necessidade de fazer adaptações neste jogo. Nesse sentido concordamos com Vale e Barbosa (2014), quando ressaltam que é de suma importância o professor ter conhecimento sobre o potencial – fragilidades e limitações – do material manipulável antes de propor sua utilização na sala de aula. Inicialmente, havia 28

peças, mas algumas delas foram retiradas, deixando aquelas que tivessem cálculos mais acessíveis aos alunos. Muitas vezes eles conseguiriam deixar denominadores iguais alterando apenas uma das frações. A pesquisadora dividiu o grupo de alunos em duas equipes e solicitou que se ajudassem, continuando a assistir os grupos. Esses dois períodos ocorreram em dois dias diferentes, o que resultou na ausência de alguns alunos e os impediu de participar da continuação da atividade.

Nessa atividade, era necessário fazer muitos cálculos, o que levou os alunos a usarem com frequência seus diários de bordo para fazer e refazer anotações desses cálculos. A pesquisadora também solicitou que, quando um aluno estivesse fazendo um cálculo, todos tentassem fazer a mesma conta.

Figura 27 - Alunos com o jogo “Encontre o par”



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

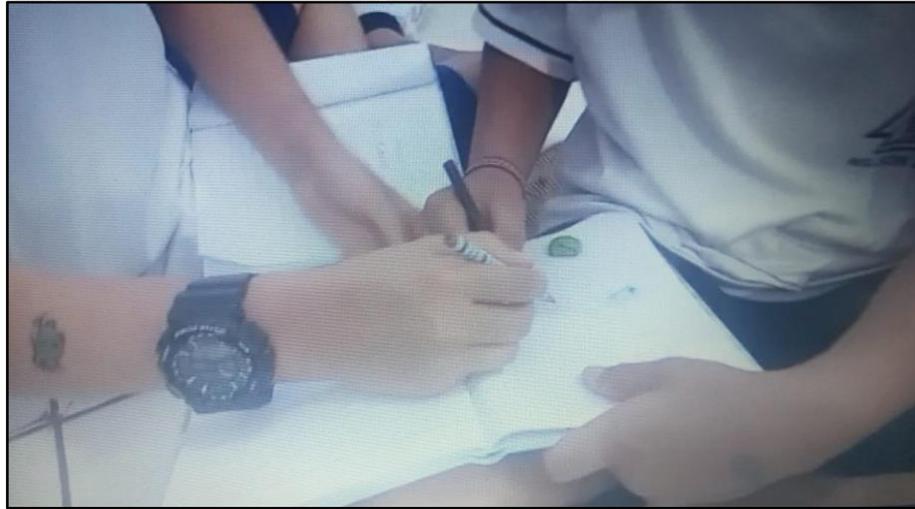
A figura 27 mostra o momento em que três alunos começavam a explorar o jogo, ler as regras, tirar dúvidas, escolher estratégias, se organizar para o início da atividade. Nesse sentido, Smole e Diniz (2016) afirmam que os estudantes, ao verbalizarem entre si, enquanto manipulam o material didático, naturalmente, a linguagem matemática também se desenvolve. O Quadro 10 traz a transcrição das falas, gravadas em vídeo, em que o aluno 6 auxilia o aluno 5, em como realizar os cálculos necessários para continuar o jogo de “Encontre o par.”

Quadro 10 - Transcrição, das falas, gravadas em vídeo, onde o aluno 6 auxilia aluno 5 a realizar cálculos no jogo “encontre o par”.

ALUNO 6: “Você coloca vezes aqui daí você resolve a conta e os denominadores ficando iguais você consegue terminar encontrando a fração equivalente. Você entendeu?”
ALUNO 5: “Sim.”

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Figura 28 - Imagem do vídeo pausado no instante em que ocorre, na percepção da pesquisadora, outro momento em que houve a mediação entre alunos



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Na Figura 29, estão os registros dos cálculos feitos no diário de bordo do aluno 5 com o auxílio do aluno 6. Vygotsky (2001) nos diz que as funções mentais superiores são processos mediados, sobretudo nas situações sociais específicas como ensino, o que possibilita a apropriação e o domínio dos instrumentos culturais e a regulação do próprio comportamento. Percebe-se assim, bem como em outros momentos, o que se havia definido em um dos objetivos específicos sobre apontar aspectos da Teoria histórico-cultural de Vygotsky, com ênfase na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), Construção de conceitos científicos e Mediação. A importância da mediação do outro, de acordo com Sigado (2000), é que nos tornamos nós mesmos através do outro, segundo ele, no processo da subjetividade o mundo adquire significado para o indivíduo. Importante ressaltar a disponibilidade dos alunos que compreendiam como realizar as operações em auxiliar seus colegas, algo que fluía naturalmente, sem necessitar de intervenção da pesquisadora.

Figura 29 - Diário de bordo de aluno

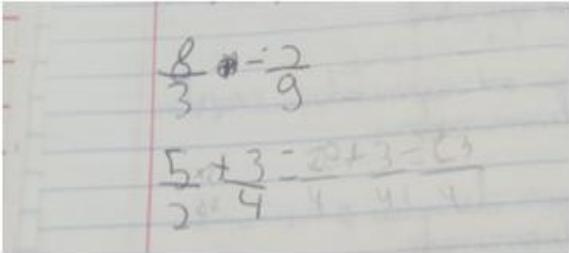
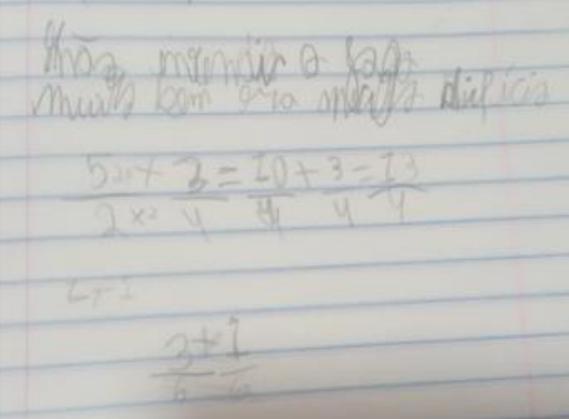
<p>Aluno 5</p>	<p>Transcrição</p> $\frac{1}{4} + \frac{2}{8} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\frac{5}{9} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{2}{6}$
----------------	--

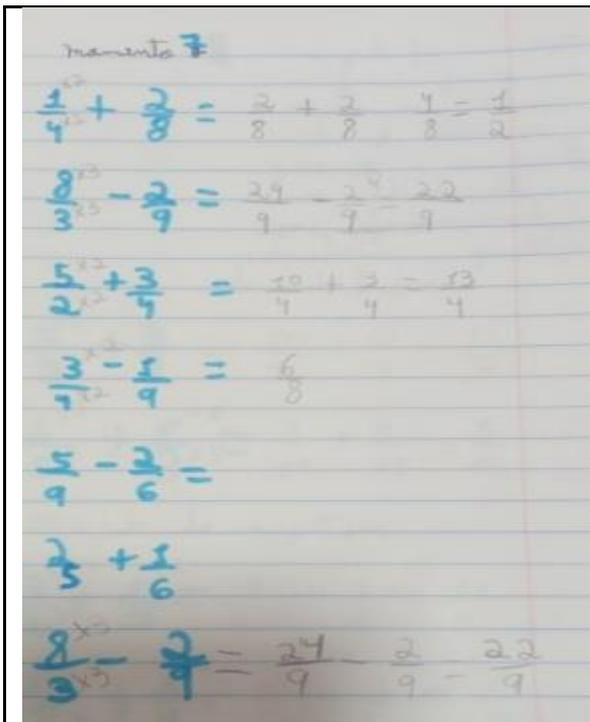
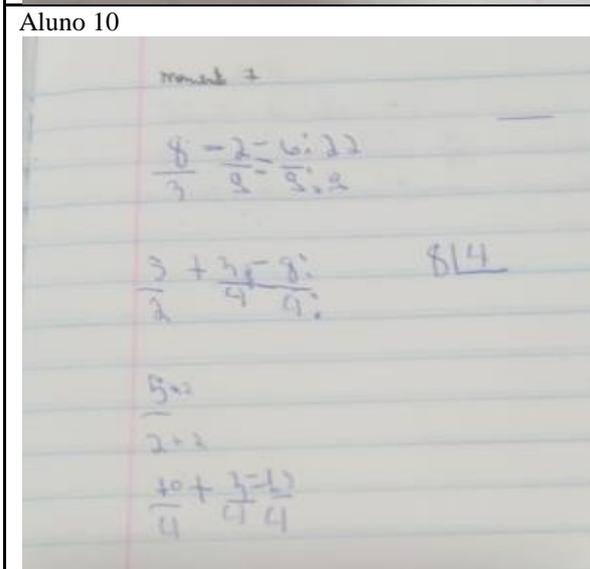
Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

No primeiro exemplo (Figura 29), com auxílio do colega, no caso o aluno 6, percebe-se que o aluno 5 consegue realizar a operação e chegar ao resultado correto, já no segundo exemplo, que ele tentou resolver sozinho, ele subtraiu numerador e denominador por 3, acreditando que dessa forma chegaria à fração equivalente, mas não conseguindo obter o resultado correto.

Fica evidente, no Laboratório de Informática, que a ajuda mútua entre os alunos fez com que a aula se desenvolvesse de maneira tranquila. Muitas vezes eles se distanciavam um pouco do grupo, e quando a pesquisadora se aproximava, realmente se concentravam em fazer os cálculos. Isso aponta que eles se empenhavam não apenas em jogar, mas também em aprender a realizar as operações corretamente.

Figura 30 - Imagem dos diários de bordo dos alunos, cálculos referentes ao jogo “Encontre o par”

<p>Aluno 9</p> 	<p>Transcrição</p> $\frac{8}{3} - \frac{2}{9}$ $\frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{10}{4} + \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$
<p>Aluno 3</p> 	<p>Transcrição</p> <p><i>Não entendi o jogo muito bem era muito difícil.</i></p> $\frac{5}{2} \times 2 + \frac{3}{4} = \frac{10}{4} + \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$ $\frac{3}{6} + \frac{1}{6}$
<p>Aluna 2</p>	<p>Transcrição</p> $\frac{1}{4} \times 2 + \frac{2}{8} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\frac{8}{3} \times 3 - \frac{2}{9} = \frac{24}{9} - \frac{2}{9} = \frac{22}{9}$ $\frac{5}{2} \times 2 + \frac{3}{4} = \frac{10}{4} + \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$ $\frac{3}{4} \times 2 - \frac{1}{9} = \frac{6}{8}$ $\frac{5}{9} - \frac{2}{6} =$ $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} =$

	$\frac{8}{3} \times 3 - \frac{2}{9} = \frac{24}{9} - \frac{2}{9} = \frac{22}{9}$
<p>Aluno 10</p> 	<p>Transcrição</p> $\frac{8}{3} - \frac{2}{9} = \frac{6}{9} : \frac{22}{9}$ $\frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} \quad 8:4$ $\frac{5}{2}$ $\frac{10}{4} + \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

No registro do aluno 9 (Figura 30), percebe-se que ele conseguiu utilizar o conceito de fração equivalente para responder à soma de dois meios mais três quartos, chegando à resposta correta. As adaptações feitas nessa atividade foram essenciais para melhorar a condução do jogo. No entanto, como a continuação ocorreu no dia seguinte, alguns alunos estiveram ausentes, como o aluno 3 (Figura 30), que relatou não ter compreendido o jogo. A pesquisadora teve o cuidado de auxiliá-lo em suas dúvidas mesmo após o término da atividade.

Nas anotações do aluno 10 (Figura 30), ele conseguiu resolver a última parte do jogo, mas não emprega a mesma ideia para resolver as primeiras partes. Já de acordo com anotações do diário de bordo da aluna 2 (Figura 30), observa-se que ela deu prioridade ao cálculo das

frações nas quais ela só precisaria multiplicar uma das frações para obter a fração equivalente. Todavia, ela teve dificuldade em resolver os cálculos em que era necessário transformar ambas as frações para chegar ao resultado correto, e não conseguiu resolver. Contudo, demonstrou compreensão consistente nos cálculos simples.

Esses apontamentos destacam as dificuldades e as evoluções dos estudantes ao lidar com operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, bem como a importância das adaptações na atividade para melhorar o entendimento e a aprendizagem. Para Vygotsky (2001) o desenvolvimento dos conceitos científicos apoia-se em um nível de maturação dos conceitos cotidianos, que atinge um grau cada vez mais elevado conforme a criança segue cronologicamente o seu percurso escolar. Oliveira (1999, p. 60) reforça:

É a partir da postulação da existência desses dois níveis de desenvolvimento - real e potencial - que Vygotsky define a zona de desenvolvimento proximal como 'a distância entre nível desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e ou nível de desenvolvimento potencial, determinada através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes'.

Chamamos a atenção para o fato de que, diante das atividades já realizadas, esses estudantes estão se encaminhando para essa transformação do nível de desenvolvimento real para o nível de desenvolvimento potencial, conforme postula Vygotsky (2001) e reforçado por Oliveira (1999). O percurso na zona de desenvolvimento proximal dos alunos se evidencia neste contexto.

5.1.8 Oitavo Encontro

O encontro 8, ocorreu inicialmente na sala de reforço e posteriormente no refeitório da escola. Foi realizado em dois períodos, no decorrer dos quais as atividades desenvolvidas segundo as habilidades da BNCC (EF06MA08), (EF06MA09) e (EF06MA10). A pesquisadora apresentou aos estudantes três receitas culinárias (ANEXO B) e permitiu que eles escolhessem qual gostariam de fazer. O objetivo de recorrer a essas receitas era buscar os números presentes em cada uma delas para medir a quantidade de ingredientes, salientando a representação fracionária, e trabalhando a adição de frações. Foram disponibilizados aos alunos os ingredientes e utensílios necessários para medi-los, bem como os equipamentos elétricos para o desenvolvimento da receita. Em seguida pesquisadora sugeriu que eles se organizassem em dois grupos para fazer os ajustes nos ingredientes. Então eles começaram a fazer os cálculos.

Uma parte dos estudantes enfrentou dificuldade ao realizar essas operações, mas com auxílio dos colegas eles conseguiram se desenvolver.

Durante esse momento, houve registro de parte da atividade por meio de um vídeo curto, transcrito no Quadro 11.

Quadro 11 - Transcrição de fala, dos alunos, gravadas em vídeo sobre o encontro 8

Pesquisadora: “E se vocês precisassem fazer este bolo para a turma inteira?”
O aluno 3: “Eu faria a receita duas ou três vezes, fazia um bolo bem grande, ou duas formas”.
Pesquisadora: “O que aconteceria se tivessem que fazer duas vezes?”
 Já havia sido feito a adição de três quartos mais três quartos de xícara que resultou em três meios.
Pesquisadora: “Como ficaria a medida da xícara, três meios equivalem a quantas xícaras?”
Aluno 3: “É o mesmo que uma xícara e meia”.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Enquanto ainda conversava sobre os ingredientes da receita que os alunos iriam utilizar, a pesquisadora os interrogou (Quadro 11), sobre o que aconteceria se eles necessitassem realizar a receita mais de uma vez, já que ali era apenas uma parte da turma. Por exemplo, como lidariam com a medida de três quartos de xícara de óleo, se fossem fazer a receita duas vezes? O cálculo foi realizado no quadro e o resultado foi três meios. Em seguida a pesquisadora perguntou para a turma: “Três meios de xícara, equivale a quantas xícaras?” O aluno 3 respondeu: “É o mesmo que uma xícara e meia”.

De acordo com D’Ambrosio (1996), as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber. Observa-se que, pela sua resposta que aluno 3, conseguiu fazer associação sobre o valor fracionário com a representação em um número misto. Possivelmente ele começou a associar a ideia de fração a costumes do dia a dia. Segundo Oliveira (1999) devemos considerar não apenas o nível de desenvolvimento real da criança, mas também sua capacidade de desempenhar tarefas com ajuda de adultos ou de companheiros mais capazes. Existem muitas tarefas que a criança não tem capacidade de realizar sozinha, mas se torna capaz quando alguém lhe dá instruções, motivações, encaminhamentos durante o processo, como aconteceu nessa atividade. A construção desse conceito foi feita de acordo com a observação e o auxílio da pesquisadora, tanto neste momento como no momento subsequente.

Após essa parte da atividade, todos dirigiram-se ao refeitório da escola, onde os alunos puderam utilizar os ingredientes para confeccionar os bolos. É claro que esse tipo de atividade gera agitação, e os alunos estavam bastante ansiosos por participar. Na Figura 31 encontram-se imagens desse momento e em sequência da degustação.

Figura 31 - Alunos desenvolvendo a receita do bolo de chocolate e degustando

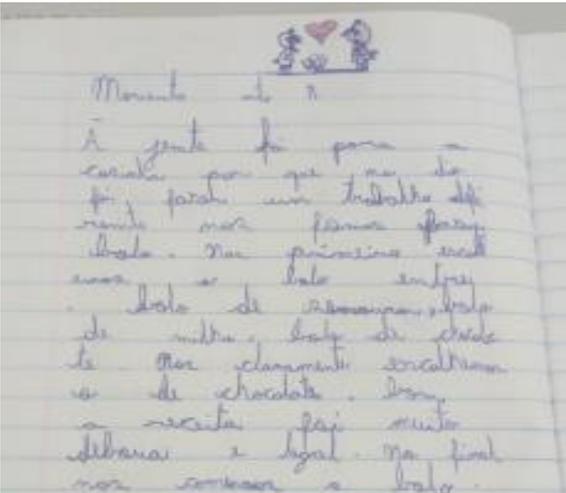


Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Na Figura 31 estão as imagens dos estudantes durante a realização da receita e também no momento da partilha. Segundo relatos, após manipulação desses ingredientes, a realização da receita, a confecção e a degustação do bolo feito por eles, acharam a experiência maravilhosa. Conforme registrado nos diários de bordo (Figura 32).

Figura 32 - Transcrição de anotações do diário de bordo dos alunos sobre o encontro 8

<p>Aluna 2</p>	<p>Transcrição A gente fez uma receita envolvendo frações, nós escolhemos qual receita de bolo queremos, e nós escolhemos a de chocolate e depois resolvemos e descobrimos a quantidade de cada fração.</p>
----------------	--

<p>Aluno 11</p>  <p>Momente de ir À gente foi para a cozinha porque no dia foi fazer um trabalho diferente nós fomos fazer bolo. Nós primeiros escolhemos um bolo, entre bolo de cenoura, bolo de milho e bolo de chocolate. Nós claramente escolhemos o de chocolate. Bom a receita foi muito legal. No final nós comemos o bolo.</p>	<p>Transcrição</p> <p><i>A gente foi para a cozinha porque no dia foi fazer um trabalho diferente nós fomos fazer bolo. Nós primeiros escolhemos um bolo, entre bolo de cenoura, bolo de milho e bolo de chocolate. Nós claramente escolhemos o de chocolate. Bom a receita foi muito legal. No final nós comemos o bolo.</i></p>
--	---

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

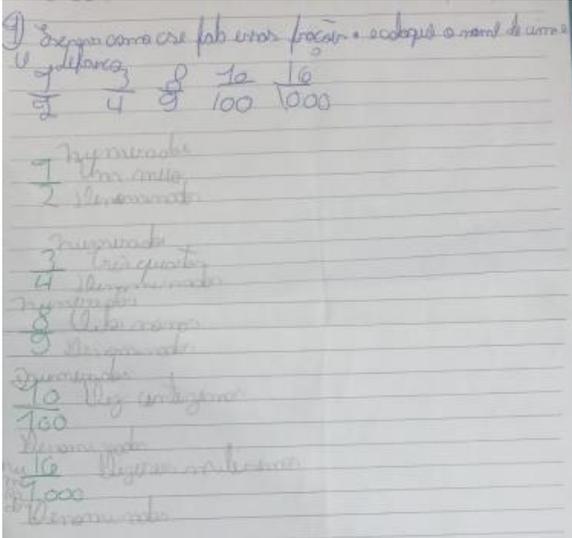
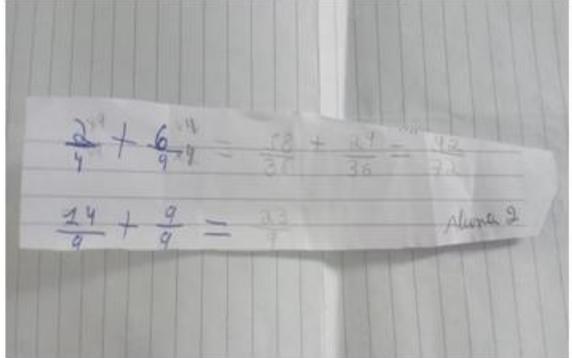
Segundo o relato no Diário do bordo da aluna 2 (Figura 32), onde ela menciona que realizamos uma receita envolvendo frações, ela ressalta outras observações e afirma que resolvemos e descobrimos a quantidade de cada fração referente aos demais ingredientes. O aluno 11 relata como ocorreram os passos dessa atividade e comenta que a receita foi muito interessante. A questão de trazer algo atrativo para a aula, que chama atenção e gera agitação, também traz uma curiosidade saudável, aguçando a participação dos alunos, a vontade de descobrir como utilizar receitas dentro de uma aula de matemática são características próprias das crianças. Elas gostam de colocar a mão na massa, participar, e o professor pode utilizar essas características em prol de envolver o aluno na atividade amparando a construção de conhecimento.

5.1.9 Nono Encontro

O Encontro 9 teve a duração de 45 minutos e ocorreu no LIE, onde os estudantes elaboraram questões, sobre o conteúdo de fração estudado até o momento, como parte da conclusão da trilha de atividade. A pesquisadora explicou que eles deveriam levar em consideração o que lhes havia chamado atenção, ou o que não compreendiam anteriormente, mas agora tinham uma melhor compreensão. Esse questionário abrangeria questões elaboradas pelos alunos e outras elaboradas pela pesquisadora. Essas questões poderiam ou não conter cálculos; seriam questões que eles gostariam de ver incluídas na atividade final. Ela explicou que essas questões poderiam ser modificadas ou adaptadas para melhor compreensão, pois iriam compor o questionário final aplicado no último encontro. Entretanto, salientou que não

era obrigatório, e as questões poderiam se basear nas ideias iniciais de representação com desenho, na escrita correta das frações. Apesar das dicas da pesquisadora, apenas algumas foram entregues, e duas delas constam na Figura 33.

Figura 33 - Questões elaboradas pelos alunos para compor o questionário final

<p>Aluno 9</p> 	<p>Transcrição</p> <p>Escreva como se fala essas frações e coloque o nome em cima e embaixo.</p> <p>$\frac{1}{2}$ Numerador um meio Denominador</p> <p>$\frac{3}{4}$ Numerador três quartos Denominador</p> <p>$\frac{8}{9}$ Numerador oito nonos Denominador</p> <p>$\frac{10}{100}$ Numerador dez centésimos Denominador</p> <p>$\frac{16}{1.000}$ Numerador dezesseis milésimos Denominador</p>
<p>Aluna 2</p> 	<p>Transcrição</p> <p>$\frac{2}{4} \times 9 + \frac{6}{9} \times 4 = \frac{18}{36} + \frac{24}{36} = \frac{42}{36}$</p> <p>$\frac{14}{8} + \frac{9}{9} = \frac{23}{4}$</p>

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Conforme Zabala (1998), o papel do professor é propor intervenções pedagógicas que capacitem o estudante a assumirem o papel de protagonista, tendo em vista que a produção de aprendizagens é o resultado de processos sempre singulares e pessoais. O professor deve atuar como pesquisador de sua própria prática, desempenhando papel de articulador, organizador, incentivador e mediador na sala de aula. Nesse encontro a ideia de ter questões elaboradas pelos estudantes teve como objetivo a avaliação do progresso dos alunos, utilizando-as como forma de verificar os conhecimentos adquiridos.

Na condição de avaliador desse processo, o professor interpreta e atribui sentidos e significados à avaliação, produzindo conhecimentos e representações a respeito da avaliação e acerca de seu papel como avaliador, com base em suas próprias concepções, vivências e

conhecimentos. Nesse sentido, Sordi (2001) afirma: Uma avaliação espelha um juízo de valor, uma dada concepção de mundo e de educação, e por isso vem impregnada de um olhar absolutamente intencional que revela quem é o educador quando interpreta os eventos da cena pedagógica.

Na Figura 33 vemos a questão formulada pelo aluno 9, sendo utilizada no questionário com adaptações, uma vez que alguns alunos não compreenderam o que era numerador ou denominador na atividade diagnóstica, foi importante expor esse assunto.

Já aluna 2 (Figura 33), optou por incluir questões que envolviam a adição e subtrações com denominadores iguais e também com denominadores diferentes. O que chama atenção nessa questão elaborada por ela é que, apesar de não estar contextualizada, ela insere dois denominadores, o quatro e o nove. Para igualá-los ela precisou multiplicar tanto a primeira quanto a segunda fração, e resolveu corretamente. Percebe-se que em atividades anteriores, a aluna 2 não conseguiu resolver questões semelhantes, como consta na análise do encontro 7, confirmado por meio das imagens de seu diário de bordo. A pesquisadora relata; “Já de acordo com anotações do diário de bordo da aluna 2, observa-se que ela deu prioridade ao cálculo das frações nas quais ela só precisaria multiplicar uma das frações para obter a fração equivalente. No entanto, ela teve dificuldade em resolver os cálculos em que era necessário transformar ambas as frações para chegar ao resultado correto, ou seja, ela não conseguiu resolver”. Isso confirma avanços significativos em sua aprendizagem, de acordo com Oliveira (1999, p. 59),

Vygotsky denomina essa capacidade de realizar tarefas de forma independente de nível de desenvolvimento real. O nível de desenvolvimento real da criança caracteriza o desenvolvimento de forma retrospectiva, ou seja, refere-se às etapas já alcançadas, já conquistadas pela criança. Ações psicológicas que fazem parte do nível de desenvolvimento real da criança em determinado momento de sua vida são aquelas já bem estabelecidas naquele momento. São resultados de processos de desenvolvimento já completados, já consolidados.

Observa-se que esse conhecimento já está se consolidando na aluna 2. Em seguida, a pesquisadora alterou as questões, adicionou outras e as organizou no *Google Forms*, disponibilizando-as em uma turma criada no *Google Sala de Aula* com esse propósito.

5.1.10 Décimo Encontro

Para o décimo e último encontro, realizado no Laboratório de Informática Escolar (LIE), foram reservados dois períodos de 45 minutos cada um. Uma sala de aula no *Google* já havia sido criada pela escola, e os estudantes foram devidamente cadastrados. A pesquisadora utilizou

essa plataforma com o objetivo de realizar a última atividade. Os estudantes foram conduzidos ao LIE, para responder a um formulário disponível no *Google Sala de Aula* (APÊNDICE K). Esse formulário era composto por questões criadas no encontro anterior, objetivando observar se havia indícios de aprendizagem. A pesquisadora questionou se os alunos tinham dúvidas com base no que tinham estudado sobre frações. Ela realizou uma revisão do conteúdo, esclarecendo as dúvidas e explicou que o questionário estaria disponível dentro do formulário chamado *Google Forms*.

Vale ressaltar que a escola, desde o início da pandemia de COVID-19, persistiu em criar salas de aula virtuais no *Google* para os alunos, possibilitando que os professores continuem a incluir atividades adicionais. Observa-se, no entanto, que essa ferramenta é pouco utilizada, o que resulta em pouca habilidade por parte dos estudantes em utilizar os computadores. É relevante notar que muitos alunos dessa turma enfrentaram dificuldades, inclusive ao usar o *mouse* do computador e ao acessar uma plataforma *online*. Além disso, alguns deles relataram não dispor de computadores em suas residências.

No início desse último encontro, recebemos virtualmente a visita do orientador desta pesquisa, o Dr. Luiz Henrique Pereira Ferraz, que veio acompanhar as atividades realizadas na escola e cumprimentar os alunos envolvidos, conforme ilustrado na Figura 34 e na transcrição de um breve vídeo (Quadro 12).

Figura 34 - Orientador da pesquisa, a pesquisadora e os estudantes participantes



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

O professor cumprimentou a todos os presentes, expressando sua gratidão aos alunos por aceitarem contribuir com esta pesquisa e desenvolveu uma breve conversa com eles (Quadro 12).

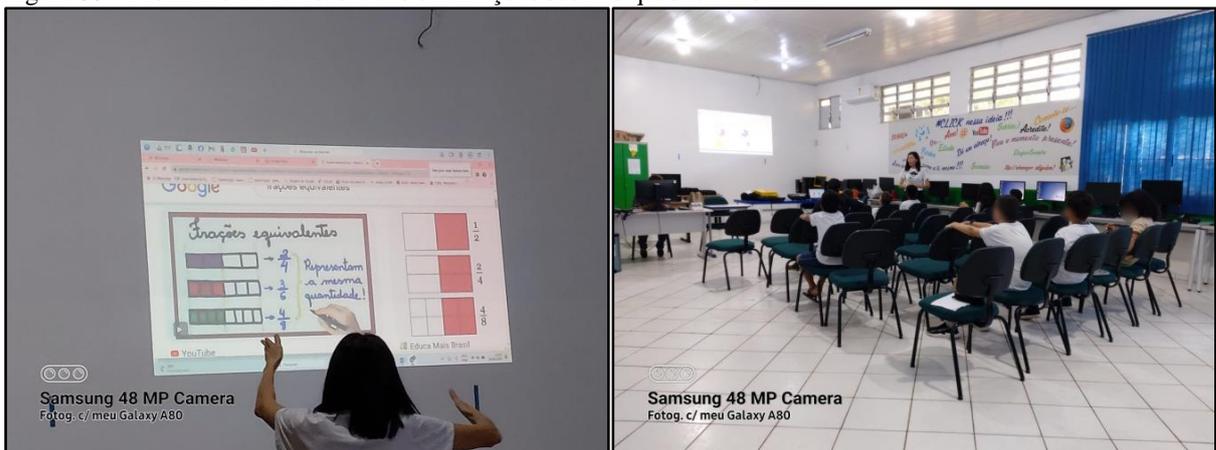
Quadro 12 - Transcrição de falas, gravadas em vídeo, sobre diálogo do professor Luiz Henrique com os alunos e a pesquisadora

Professor Luiz Henrique: “Olá boa tarde! Como vocês estão?”
Alunos: “Boa tarde, estamos bem.”
Aluno 3: “Ele é gaúcho?”
Professor Luiz Henrique: “Sim, sou gaúcho de Passo Fundo. Vocês conseguiram aprender um pouco sobre frações?”
Resposta dos alunos: “Sim.”
 Dirigindo-se à pesquisadora, perguntou:
Professor Luiz Henrique: “Como foi aplicação? Correu tudo certo?”
Pesquisadora: “Sim, em alguns casos, não exatamente como o planejado. Algumas vezes foi necessário fazer ajustes, seja nas tarefas, no tempo para realizá-las ou no espaço que iríamos utilizar, mas estamos conseguindo concluir.”
 Dirigindo-se aos alunos, perguntou:
Professor Luiz Henrique: “Vocês gostaram das atividades?”
Resposta dos alunos: “Sim.”
 Então, o professor despediu-se para que pudéssemos dar continuidade ao encontro.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Após esse diálogo com o professor Luiz Henrique, deu-se continuidade ao encontro, com uma breve revisão e respondendo a algumas dúvidas dos estudantes a respeito do questionário final.

Figura 35 - Momento de revisão e das orientações sobre o questionário final



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Concorda-se com Lira (2021), quando ela afirma que o professor atua em sala de aula como mediador das ações de aprendizagem dos alunos, e que o seu papel é de suma importância, pois é por meio da organização do conteúdo, elaboração do material em conjunto com o que se pretende ensinar e intervenção nas discussões quando necessário, é que esse momento de

aprender por meio das descobertas terá relevância para os alunos. (LIRA, 2021. p. 48). A pesquisadora respondeu a algumas dúvidas levantadas pelos alunos sobre equivalências e explicou como seria realizada a atividade no *Google Sala de Aula* (Figura 35), considerando que muitos não têm computadores em casa e não estão habituados a usar essa plataforma. Afirmou ainda que eles poderiam, durante a atividade, manter o diário de bordo e fazer os registros que julgassem necessários. Os alunos asseguraram que haviam compreendido e deram início à resolução da atividade, como mostra a Figura 36.

Figura 36 - Aplicação do questionário final



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Deu-se, então, início à resolução do questionário final, como mostra a Figura 36. Alguns alunos encontraram dificuldades, inclusive em acessar a plataforma, demandando um tempo considerável até que todos conseguissem ter acesso ao questionário.

Ao término dessa atividade, a pesquisadora agradeceu aos estudantes pela disponibilidade, reiterou os agradecimentos aos pais e à escola pela confiança, e presenteou cada um deles com uma pequena lembrança, registrando a entrega na Figura 37.

Figura 37 - Entrega de lembrancinha em agradecimento aos estudantes que se dispuseram a participar da pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Para encerrar esta etapa, a pesquisadora presenteou cada aluno, preparado um *kit* contendo material de uso escolar e alguns doces (Figura 37). Os estudantes ficaram bastante satisfeitos com os presentes. A pesquisadora agradeceu a participação de todos, prometeu um retorno após a defesa do trabalho.

Apenas 10 alunos estiveram presentes neste encontro e responderam ao questionário final, com os resultados expostos no Quadro 13.

Quadro 13 - Resultado do questionário final

Questão	Acertos	Parcialmente Correta	Erros	Não Resolvida
1º	4	5	1	0
2º	7	0	3	0
3º	9	0	1	0
4º	5	2	3	0
5º	5	0	5	0
TOTAL	30	7	13	0

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Em relação à primeira questão, dos 10 alunos que responderam ao questionário final, 40% acertaram completamente, 50% acertaram parcialmente e 10% erraram. Entre os alunos que acertaram parcialmente ou erraram essa questão, observa-se que não se empenharam na leitura e acabaram respondendo de maneira equivocada, escrevendo como se lê a fração, mas não definindo qual era o numerador e qual era o denominador de cada uma delas. Percebe-se que na resolução dessa questão 1, a quantidade de erros está relacionada com a falta de empenho na leitura; ou seja, eles não leram adequadamente a questão para responder. Comparado ao resultado da atividade diagnóstica, na questão 2 – em que era solicitado para escreverem as

frações – na ocasião, 12 alunos responderam à atividade, 4 erraram e 2 deixaram a questão em branco, representando 50% do total de alunos. O fato de essa atividade ter sido feita no formulário do *Google Sala de Aula* não permitiu que os alunos deixassem questões em branco, visto que todas as questões eram obrigatórias. O que se observa nessa questão é um avanço na aprendizagem, já que dos alunos que participaram desse questionário, apenas 1 errou a questão por completo.

Na segunda questão, houve uma quantidade considerável de acertos, com 70% dos alunos conseguindo encontrar frações equivalentes. Percebeu-se, então, que os alunos compreenderam como chegar à fração equivalente. Na terceira questão, que envolveu uma operação de adição com denominadores iguais, 90% dos alunos acertaram. Já na quarta questão, que tratava de adição de frações com denominadores diferentes, 50% dos alunos acertaram completamente, enquanto 20% acertaram parcialmente, devido à falta de simplificação. Considerando os acertos e as questões parcialmente corretas, um total de 70%, dos alunos obteve sucesso total ou parcial nessa questão. É importante destacar e valorizar os avanços alcançados por esses alunos que conseguiram encontrar frações equivalentes, progressos que se tornaram evidentes após a aplicação dessa trilha de atividades. Conforme Oliveira (1999) sugere, a zona de desenvolvimento proximal é, pois, um domínio psicológico em constante transformação: aquilo que uma criança é capaz de fazer com ajuda de alguém hoje, ela conseguirá fazer sozinha amanhã. Vygotsky (1993), reforça que operar nessa zona permite ao adulto trabalhar sobre as funções que ainda estão em desenvolvimento e que não estão plenamente maduras.

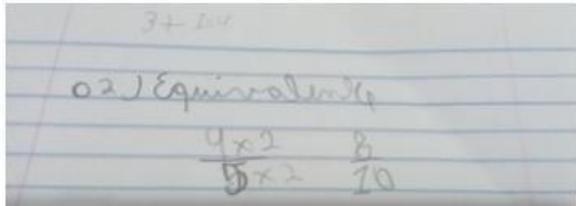
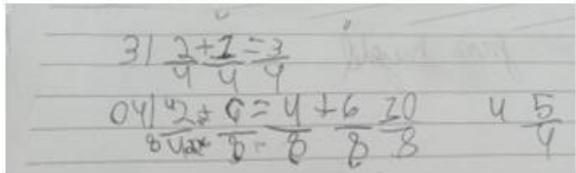
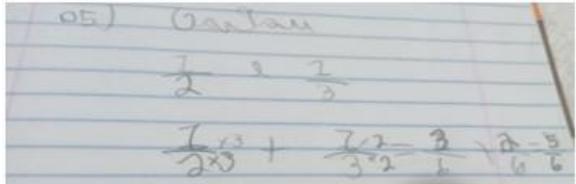
Quanto à quinta questão, que apresentava um problema envolvendo a adição de frações com denominadores diferentes, 50% dos alunos acertaram. A realização dessa tarefa foi muito positiva, observou-se que os alunos conseguiram responder às questões por conta própria.

Observa-se, pelos resultados das questões 3, 4 e 5, que alguns alunos ainda enfrentam consideráveis dificuldades nas operações de adição e subtração de frações. Alguns deles conseguiram acertar a terceira questão, mas cometeram erros nas questões 4 e 5, que envolvem cálculos mais complexos. Isso sugere que alguns deles, embora tenham avançado na compreensão das frações equivalentes, que alguns deles ainda encontram dificuldades ao aplicar esse conhecimento na resolução de adições com denominadores diferentes. Embora, se comparar esses resultados com o que foi verificado na atividade diagnóstica inicial, o progresso seja notável. É importante destacar que alguns desses alunos, não conseguiam identificar o numerador ou denominador, desconheciam o conceito de fração equivalente e não compreendiam que poderiam usar operações de multiplicação ou divisão dentro das frações,

conforme relatado em seus diários de bordo e mencionado anteriormente nesta dissertação. Como Fecchio (2020) ressalta sobre a responsabilidade da escola na construção dos conceitos científicos, esses conceitos são desenvolvidos com base na necessidade da humanidade ao longo da história e são transmitidos de geração a geração. Conceitos científicos são ensinados na escola e são adquiridos por meio do ensino sistematizado, organizado e intencional (FECCHIO, 2020, p. 53). Com base nos resultados obtidos neste questionário, é possível afirmar que os objetivos estabelecidos nesta pesquisa foram alcançados de maneira satisfatória.

A maioria dos estudantes dedicou um tempo considerável para resolver as questões, porém isso não representa um problema, sabendo que esse tempo foi utilizado para reflexão em busca de respostas. É importante reconhecer que cada aluno tem seu próprio ritmo de aprendizado. Além do diário de bordo, os alunos receberam folhas nas quais poderiam realizar cálculos, e essas folhas também foram recolhidas pela pesquisadora. No entanto, com alguns registros limitados nos diários de bordo, alguns alunos enfrentaram dificuldades significativas, e poucos deles fizeram cálculos nos diários ou nas folhas, apesar das recomendações da pesquisadora. As anotações feitas pelos alunos (Figura 38) foram posteriormente utilizadas pela pesquisadora para fazer comparações com as respostas fornecidas no formulário, como será descrito na análise subsequente.

Figura 38 - Anotações dos alunos durante a resolução do Questionário Final

<p>Aluno 3</p> 	<p>Transcrição</p> <p>2. Equivalente</p> $\frac{4}{5} \times 2 = \frac{8}{10}$
<p>Aluno3</p> 	<p>Transcrição</p> <p>3. $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$</p> <p>4. $\frac{2}{4} + \frac{6}{8} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \frac{10}{8} = 4 \frac{5}{4}$</p>
<p>Aluno 3</p> 	<p>Transcrição</p> <p>5.</p> $\frac{1}{2} \times 3 + \frac{1}{3} \times 2 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

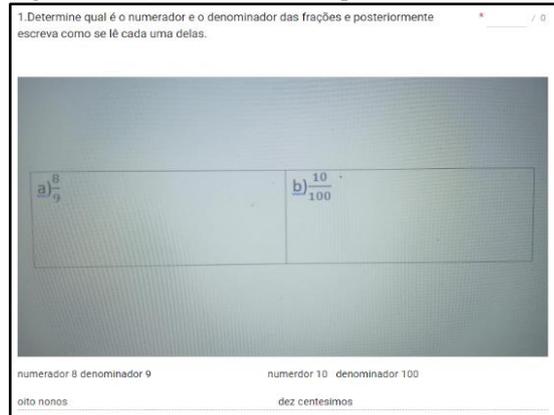
Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

É evidente que entre os alunos houve desempenhos diversos; alguns continuaram a enfrentar dificuldades conforme demonstrados pelos resultados encontrados durante as

atividades e no questionário final, enquanto outros obtiveram rendimento favorável. Entretanto, devido ao fato de que alguns alunos não registraram os cálculos usados para resolver o questionário, apresentam-se os resultados obtidos por dois alunos como exemplo.

Ao analisar as respostas do questionário do aluno 3, observa-se que ele acertou a primeira questão, conforme demonstrado na Figura 39.

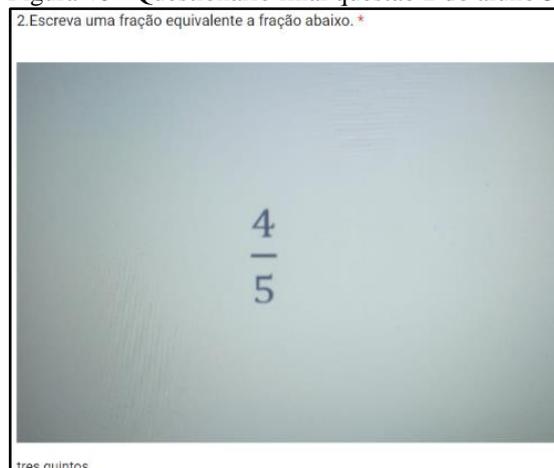
Figura 39 - Questionário final questão 1 do aluno 3



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Em relação à segunda questão, ao compará-la com as anotações do aluno, percebe-se que ele não deu a devida atenção ao que havia registrado em seu no diário de bordo. No diário, ele havia registrado uma fração equivalente, que é uma resposta diferente do resultado encontrado no questionário. Contudo, ele respondeu como se lesse a fração, mesmo assim, escrevendo de maneira equivocada, conforme demonstra a Figura 40.

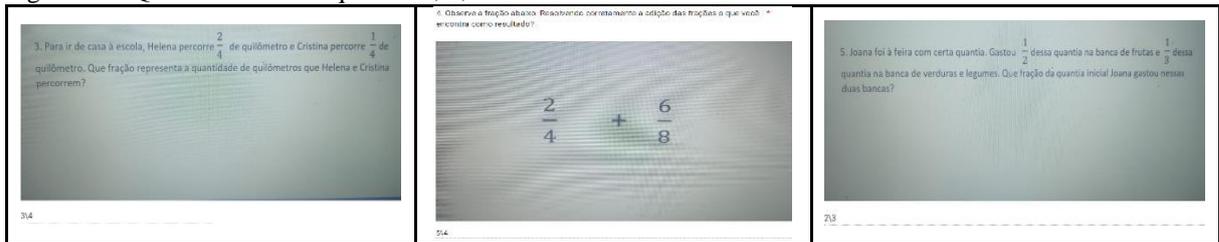
Figura 40 - Questionário final questão 2 do aluno 3



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Provavelmente por falta de atenção no enunciado da questão, o aluno 3 não acertou essa resposta. Todavia, na terceira questão (Figura 41), na qual os denominadores são iguais, ele acertou. Na quarta questão, além de resolvê-la corretamente no diário de bordo, ele também simplificou a resposta, um detalhe importante que foi esquecido por outros alunos, levando à resolução correta da questão, no entanto não utilizou o mesmo raciocínio na quinta questão e não obteve êxito ao respondê-la.

Figura 41 - Questionário final questão 3, 4, e 5 do aluno 3

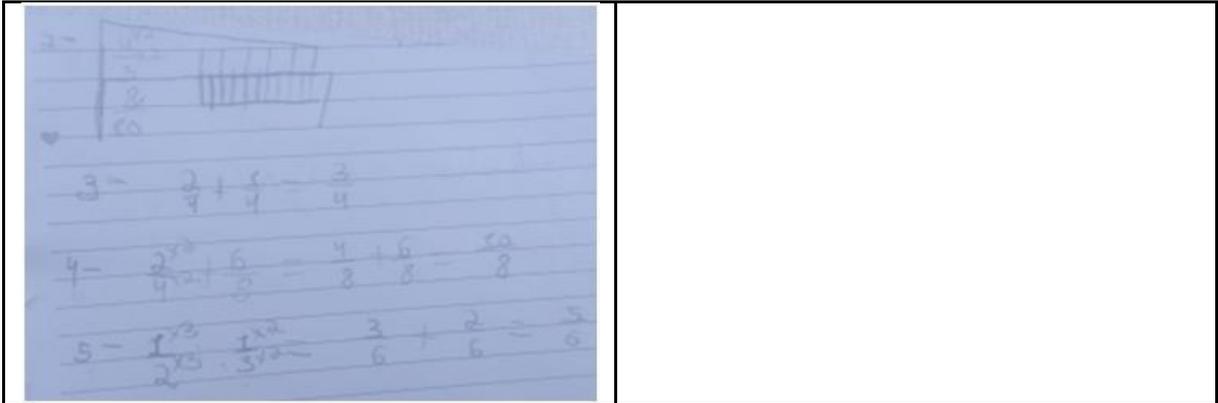


Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

É perceptível que o referido aluno apresentou uma evolução considerável desde o início da aplicação dessa trilha de atividades até o resultado final. Ele se desenvolveu de maneira eficaz e, de acordo com os dados levantados, alcançou conhecimento satisfatório. Certamente, esse aluno conseguiu percorrer um caminho importante em direção ao seu desenvolvimento potencial, conforme Vygotsky (1998), em que o nível de desenvolvimento potencial, é determinado por meio da resolução de problemas sob a orientação de um adulto ou companheiros mais capazes. Segundo Díaz, Neal e Amaya-Williams (2002), o conceito de ZDP nos conduz à ideia de que os estudantes não são simplesmente receptores dos ensinamentos dos adultos, eles conseguem aprender com seus pares e produzir conhecimento. Essa afirmação destaca a importância do desenvolvimento que esse aluno demonstrou, tanto na comunicação verbal, em sua participação efetiva, em suas anotações quanto nas respostas fornecidas ao questionário final. O aluno apresentou indícios claros de aprendizagem.

Figura 42 - Anotações dos alunos durante a resolução do Questionário Final

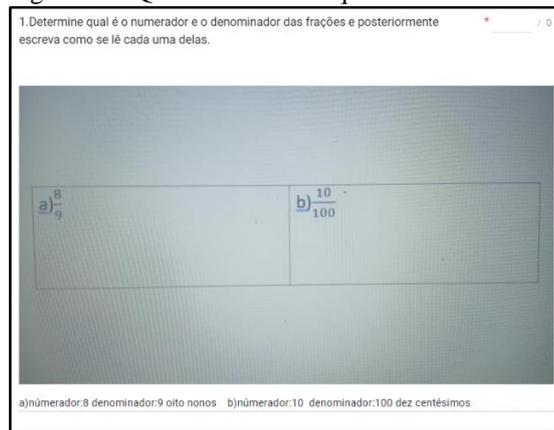
Aluna 2	Transcrição
	2. $\frac{4}{5} \times 2 = \frac{8}{5}$
	3. $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
	4. $\frac{2}{4} \times 2 + \frac{6}{8} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \frac{10}{8}$
	5. $\frac{1}{2} \times 3 + \frac{1}{3} \times 2 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Observa-se que, com base nas respostas viabilizadas no formulário da aluna 2, que ocorreu notável desenvolvimento na compreensão sobre operações com frações, sobretudo o uso de frações equivalentes. À primeira questão ela responde corretamente, conforme comprova a imagem do questionário (Figura 43).

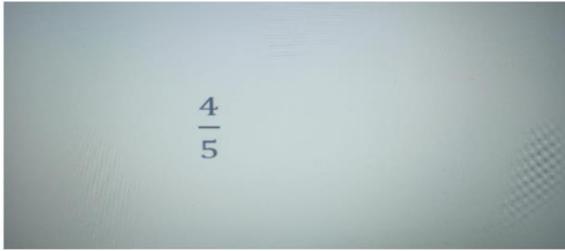
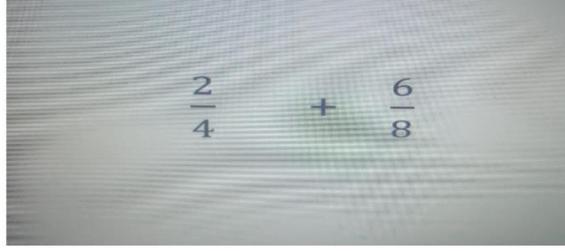
Figura 43 - Questionário final questão 1 da aluna 2



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Ela conseguiu realizar a maioria das tarefas de maneira adequada, conforme indicado pelas imagens coletadas em suas anotações, que foram apresentadas na Figura 42 e as respostas do questionário final (Figura 44).

Figura 44 - Questionário final questão 2, 3, 4 e 5 da aluna 2

<p>2. Escreva uma fração equivalente a fração abaixo. *</p>  <p>8/10</p>	<p>3. Para ir de casa à escola, Helena percorre $\frac{2}{4}$ de quilômetro e Cristina percorre $\frac{1}{4}$ de quilômetro. Que fração representa a quantidade de quilômetros que Helena e Cristina percorrem?</p> <p>3/4</p>
<p>4. Observe a fração abaixo. Resolvendo corretamente a adição das frações o que você encontra como resultado?</p>  <p>10/8</p>	<p>5. Joana foi à feira com certa quantia. Gastou $\frac{1}{2}$ dessa quantia na banca de frutas e $\frac{1}{3}$ dessa quantia na banca de verduras e legumes. Que fração da quantia inicial Joana gastou nessas duas bancas?</p> <p>5/6</p>

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Apenas um pequeno detalhe faltante na quarta questão, em que ela poderia ter simplificado a resolução. Verifica-se uma transição importante de seus conceitos espontâneos para a construção de conceitos científicos, como detalhado por Vygotsky (1998). Os conceitos científicos, fornecem estruturas para o desenvolvimento ascendente dos conceitos espontâneos da criança em relação à consciência e ao uso deliberado. Essa evolução é perceptível ao examinar suas primeiras tarefas, seu desenvolvimento ao longo da aplicação deste produto educacional e sua interpretação para resolver o questionário final. Diante disso, fica evidente que ela demonstrou indícios significativos de aprendizagem.

Os avanços para essa turma foram consideráveis. No entanto, percebe-se que é necessário trabalhar de maneira mais prolongada, dando a oportunidade para os alunos que ainda não conseguiram alcançar esses conhecimentos, para que possam desenvolver e aplicar a ideia de equivalência nas operações e obtenham resultados melhores.

Em seguida encontram-se transcritos vídeos referentes a relatos de três alunos sobre suas participações nessa trilha de atividade (Quadros 14, 15 e 16).

Quadro 14 - Transcrição de relato dos alunos em vídeo, que participaram da aplicação do produto educacional - Aluno 3

Aluno 3: *Eu achei que foi muito legal, deu para entender muito bem. O pessoal ficou muito feliz com as atividades que a senhora fez e trouxe os doces.*

Pesquisadora: *Você percebeu que no início, alguns de vocês não sabiam o que era numerador e denominador? Agora, você conseguiu compreender o que é?*

Aluno 3: *Sim, consegui.*

Pesquisadora: *É importante que vocês saibam e guardem isso, para que vocês continuem compreendendo o que é um numerador e um denominador. Você acha que as atividades que envolvem os jogos, os vídeos, ajudaram a compreender melhor o conteúdo?*

Aluno 3: *Sim, eu lembro que quando estávamos fazendo, a senhora tirou umas que a gente estava com dificuldade, deixando as mais fáceis para a gente fazer, daí falou que colocaria as outras depois que a gente conseguisse compreender as mais fáceis primeiro. Eu achei muito legal.*

Pesquisadora: *Muito bem. É importante o que vocês guardem o que aprenderam, mesmo que ainda não tenham estudado fração com a professora deste ano em sala, com certeza ainda irá acontecer. Vocês estudaram comigo, é importante o que aprenderam.*

Aluno 3: *Professora, a senhora podia enviar esses joguinhos para nossa professora de matemática? Achemos legal, e pensamos aprender ainda mais e ensinar nossos colegas na aula.*

Pesquisadora: *Claro, vou conversar com a professora e compartilhar os jogos com ela. Ela poderá usá-los com vocês e vocês poderão aprender melhor e ainda ajudar seus colegas. Quando a professora começar a trabalhar adições e subtrações de frações, vocês se lembrarão de como resolver e usarão fração equivalentes? O aluno respondeu de maneira tímida: “É acho que sim”.*

A pesquisadora agradeceu a participação, e o aluno também agradeceu por poder participar.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Quadro 15 - Transcrição de relato dos alunos em vídeo, que participaram da aplicação do produto educacional - Aluna 2

Sobre o que a aluna achou dos encontros.

Aluna 2: *Eu achei que foi explicado e deu pra entender bem. Em poucos dias conseguimos entender bem o assunto. Eu tive poucas dúvidas.*

Pesquisadora: *Você percebeu se seus colegas tiveram a mesma facilidade que você pra compreender assunto?*

Aluna 2: *Não, alguns tiveram dificuldade.*

Pesquisadora: *O você achou dos vídeos que foram usados durante atividade?*

Aluna 2: *Foi bom, teve bastante exemplos e muitas opções de como fazer, o vídeo que contava a história das frações também achei bastante interessante.*

Pesquisadora: *E sobre jogos que utilizamos aqui, o que você achou?*

Aluna 2: *Consegui entender, depois que senhora retirou algumas contas, ficou mais fácil, e consegui até ajudar meus colegas.*

A pesquisadora ressaltou para aluna a importância das suas colocações verbais, mencionando que, mesmo que às vezes eles pensem que não estão compreendendo conteúdo, é importante fazer anotações, pois isso torna o pensamento mais claro. A pesquisadora agradeceu novamente a participação de todos. A aluna também agradeceu e demonstrou estar feliz com o que aprendeu, que gostou muito das atividades e perguntou se teria mais encontros como aqueles.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Quadro 16 - Transcrição de relato dos alunos em vídeo, que participaram da aplicação do produto educacional - Aluno 6

Aluno 6: *Eu achei legal, principalmente as coisas que foram apresentadas no Datashow na outra sala. Deu para aprender bastante. E também aquela parte que fizemos os cálculos das receitas e depois fizemos o bolo.*

Pesquisadora: *É, bem lembrado! A gente trabalhou também receitas durante essas atividades. Você gostou da experiência?*

Aluno 6: *Sim. Quando a gente estiver estudando fração, vamos pedir a professora de matemática para fazer isso também. Eu achei bem interessante.*

Pesquisadora: *Alguns de vocês mencionaram neste início da nossa conversa que esqueceram, que não lembravam de tudo, entretanto é importante registrar tudo imediatamente, e recorrer a essas anotações sempre que tiver dúvidas. À medida que vocês praticam com paciência irão lembrando e aprendendo. A pesquisadora agradeceu a participação.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

O ensino de frações necessita ter especial atenção dos professores em relação à construção de conceitos, sobre este assunto Schastai, Farias e Silva (2017), assegura:

[...] as dificuldades encontradas pelos alunos em relação ao conteúdo de frações não são apenas de aprendizagem, mas também do método de ensino. Esse fato contribui para que as dificuldades de compreensão dos alunos agravem-se à medida que avançam no processo de escolarização (SCHASTAI; FARIAS; SILVA, 2017, p. 21).

As dificuldades encontradas pelos alunos em compreender frações justificam esta pesquisa, assim como pesquisas futuras que possam surgir sobre esse objeto de conhecimento. Verifica-se – apesar das limitações de tempo, fragilidade de materiais e ajustes que podem ser feitos para melhorar os resultados – que o Quadro 13, referente ao resultado do questionário final é especialmente significativo. Levando em consideração principalmente, as questões da segunda à quinta, totalizam 26 acertos, o que representa uma quantidade considerável. Isso é particularmente significativo, uma vez que essas questões tratam de frações equivalentes e das operações com frações com denominadores iguais ou denominadores diferentes. Quando comparado à atividade diagnóstica inicial, em que muitos alunos não sabiam como reconhecer frações equivalentes ou realizar operações com elas, observa-se um progresso notável. Isso demonstra que esta pesquisa e, por consequência, esta proposta de Produto Educacional são eficientes e têm potencial para auxiliar no ensino de adição e subtração de frações por meio do conceito de fração equivalente.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, Rio Grande do Sul, por mim cursado, ampliou meus conhecimentos sobre a Educação Matemática, levou-me a refletir sobre a educação e o ensino, assim como o perfil educacional no contexto da sala de aula. A pesquisa também ampliou meus horizontes e contribuiu para uma nova postura diante dos conhecimentos que um professor necessita, não só para sua própria formação, mas também para trazer outros elementos para sua prática pedagógica.

Diante da constante preocupação e reflexão sobre o ensino de matemática na educação básica para alunos de escolas públicas, com base na experiência da pesquisadora que atua como professora nas redes estadual e municipal de ensino em Vilhena Rondônia, esta pesquisa teve como objetivo oportunizar situações, por meio de uma trilha de atividades, visando promover o ensino de fração para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. De acordo com as diretrizes da BNCC (BRASIL, 2018), para o ensino de fração de 6º ano, é necessária a introdução dos conceitos de adição, subtração e estudar a ideia de equivalência. Por consequência, formulamos a seguinte pergunta: Quais as potencialidades em promover ações de ensino, via trilha de atividades, para aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental? Para responder a esse questionamento, buscamos alcançar o objetivo geral mencionado acima e, de maneira específica, o que será demonstrado a seguir.

Esse estudo se valeu da pesquisa qualitativa, apropriando-se que a observação do processo ganha maior importância do que o resultado final em si, uma característica importante presente neste trabalho e valorizado pela pesquisadora. A escola e a sala de aula foram os ambientes de coleta de dados, com todos os avanços considerados importantes durante a realização das tarefas, não apenas ao final delas. Tanto a pesquisadora quanto os estudantes utilizaram o diário de bordo, assim como foram aplicados, inicialmente, uma atividade diagnóstica – para avaliar os conhecimentos prévios dos alunos – e, ao final, um questionário – para averiguar a ocorrência de indícios de aprendizagem. A coleta e a análise dos dados também envolveram o uso de imagens fotográficas bem como vídeos curtos gravados durante as atividades, a fim de obter a maior quantidade de informações possíveis para análise.

Por meio de observações iniciais, apontamentos no diário de bordo dos alunos ou informações verbalizadas por eles, e da atividade diagnóstica, foi possível identificar as dificuldades enfrentadas por alunos do sexto ano do Ensino Fundamental em relação ao objeto de ensino, fração. Alcançou-se, assim, um dos objetivos específicos definidos nesta pesquisa, que é o diagnóstico dessas dificuldades. No relato dos próprios estudantes, fica evidente que

uma parte deles não sabia que o era o numerador ou o denominador. Além disso, alguns não compreendiam a leitura das frações, como evidenciado pelo aluno 7 em seu diário de bordo. Ao perceber isso, diante dos registros dos alunos e das informações verbais fornecidas por eles após a atividade diagnóstica, a pesquisadora averiguou que as dificuldades eram mais significativas do que esperado.

Para alcançar o objetivo de apontar aspectos da Teoria Histórico-cultural, foi importante registrar os momentos observados durante a realização da pesquisa. O levantamento diagnóstico foi de suma importância para a construção dos conceitos científicos, o que está de acordo com Fecchio (2020). Os conceitos matemáticos que os alunos trazem consigo, servem de base para formação dos conceitos científicos no ambiente escolar. Além disso, reconhecer os conhecimentos prévios dos estudantes auxilia o professor a compreender as dificuldades que eles enfrentam e ajudá-los na construção de seus conceitos científicos. Portanto, é essencial continuar monitorando o progresso desses estudantes e fazer os ajustes necessários, conforme indicado por Pereira (2017), quando aponta o desafio de o professor em elaborar atividades levando em consideração as diferentes perspectivas que um dado conceito contempla, garantindo aos estudantes papel de agentes ativos no processo de aprendizagem, preconizando que todos tenham a oportunidade de progredir no estudo das frações.

Na abordagem da construção de conceitos científicos, é importante destacar um momento ocorrido no terceiro encontro, no qual o aluno 3, ao preencher o quadro das equivalências, conforme registrado em vídeo, demonstrou facilidade nos cálculos. Ao comparar isso com o resultado da atividade diagnóstica e registros em seu diário de bordo, percebe-se que ele adquiriu compreensão de conceitos que anteriormente lhe eram desconhecidos. Isso caracteriza a transição dos conceitos naturais para conceitos científicos, como descrito por especialistas, tais como Panofsky, John-Steiner e Blackwell (2002). Esses conceitos são inicialmente indutivos e, posteriormente, segundo Vygotsky (2001), funcionam como portões através dos quais a tomada de consciência penetra no reino dos conceitos infantis, tornando-se os conceitos científicos.

De acordo com Zabala (1998), o papel do professor é propor intervenções que encadeiem um aprendizado reflexivo e adequado, permitindo que o estudante se torne protagonista do seu próprio aprendizado. No encontro 4, em que a atividade realizada foi o jogo “Circuito das frações equivalentes”, o objetivo era ensinar sobre frações equivalentes, além de promover a mediação não apenas feita pelo professor, mas também pelos alunos mais experientes durante o jogo. Isso favoreceu que os alunos mais experientes auxiliassem aqueles que enfrentavam maiores dificuldades. Essas atitudes foram registradas por meio de vídeos e fotografias, bem

como pela observação da pesquisadora. Por exemplo, o aluno 10 demonstrou como dividir a figura em partes para facilitar a comparação e descobrir qual era a fração equivalente, como enfatizado por Oliveira (1999), que destaca que essa interação entre os alunos favorece o desenvolvimento. Durante o jogo, o aluno usou essa estratégia e conseguiu acertar todas as frações. Observou-se que ele compartilhou essa técnica com os colegas, atuando como mediador e auxiliando os demais a superar suas dificuldades. Nesse momento específico, a pesquisadora observou indícios de aprendizagem, assim como alguns alunos relataram em seus diários de bordo, evidenciando que eles estavam avançando e obtendo uma sólida compreensão do conteúdo abordado.

Na situação ocorrida no encontro 6, de acordo com Pereira (2021), é apropriado que o professor auxilie mais o seu estudante, por meio de boas perguntas do que com respostas prontas. As respostas devem ser fornecidas apenas quando os alunos não conseguem chegar por si mesmos. Nesse contexto, o papel de mediação desempenhado pela pesquisadora se mostrou essencial, estimulando os alunos com questionamentos que os levaram a refletir e buscar uma solução para essas operações. Isso ocorreu enquanto a pesquisadora atuava junto à Zona de Desenvolvimento Proximal desses estudantes. Conforme destacado por Oliveira (1999), a ZDP é um domínio psicológico em constante transformação: aquilo que uma criança é capaz de fazer com ajuda de alguém hoje, ela conseguirá fazer sozinha amanhã. Vygotsky (1998), reforça que trabalhar nessa zona permite ao adulto trabalhar sobre as funções que ainda se encontram em desenvolvimento, que não se encontram plenamente maduras. O objetivo desses questionamentos da pesquisadora era auxiliar os alunos a compreenderem e formular conceitos sobre como resolver adições e subtrações de frações com denominadores diferentes.

Para cumprir o objetivo de construir, implementar e avaliar uma trilha de atividades como produto educacional, projetado para facilitar o ensino de frações, foi utilizada a Engenharia Didática como método de planejamento do produto educacional, com intuito de organizar e sistematizar este estudo seguindo suas quatro fases. De acordo com as análises prévias feita pela pesquisadora, realizou-se um levantamento da literatura pertinente. Na fase da construção e análise a priori, a pesquisadora desenvolveu o roteiro contendo suas expectativas e planejou suas condutas. Na fase de aplicação, colocou todo o dispositivo construído em execução, fazendo correções e adaptações sempre que necessário. Na análise a posterior e validação, interpretou os resultados, verificando que o aprendizado foi promovido e a validação do produto educacional foi efetivada. De acordo com a pesquisadora, a utilização da Engenharia Didática conferiu solidez e consistência ao estudo, baseada na coerência do seu método, demonstrando ser eficaz sua utilização.

Observou-se que existem potencialidades na trilha de atividades elaborada para o ensino de frações para 6º ano do Ensino Fundamental, conforme a pergunta que norteou esta pesquisa. Percebeu-se a necessidade de adaptar as atividades para que os conceitos trabalhados fossem assimilados, demonstrando que existem fragilidades que podem e devem ser observadas e melhoradas. Além disso, notou-se ainda que os recursos didáticos de natureza didático-metodológica, como vídeos educativos e jogos pedagógicos, contribuíram de maneira significativa para a compreensão do conteúdo de frações pelos alunos, atendendo aos objetivos e colaborando na apropriação dos conceitos ensinados, pois os alunos aplicaram esses conceitos de frações nas tarefas solicitadas. De acordo com Carvalho (1998), o vídeo pode se transformar em um importante recurso pedagógico, tornando a realidade mais próxima ao permitir exemplificar conceitos abstratos a partir do contato com imagens. Enquanto os jogos pedagógicos são defendidos como material com potencial para o ensino, como afirma Lorenzato (2010), ele ressalta que as pessoas precisam “pegar para ver”, como dizem as crianças. Começar o ensino pelo concreto é, portanto, mais condizente com a natureza humana (LORENZATO, 2010, p. 19). A aluna 2, por exemplo, menciona sobre os jogos utilizados que, “A experiência foi um pouco difícil de entender no começo, mas depois que a professora explicou, meu grupo entendeu muito bem”. Quanto ao potencial de uso dessa ferramenta em sala de aula, Moran (2015) destaca que os jogos são caminhos para que os alunos se envolvam mais ativamente e aprendam de maneira mais participativa. Isso foi confirmado por meio da observação e dos registros feitos durante a atividade. De acordo com Silva (2022), os jogos no âmbito educativo permitem o acesso das crianças a vários tipos de conhecimentos e habilidades. Pereira (2021), ressalta que o caráter lúdico do jogo cria um contexto que exige dos jogadores empenho em busca de solução. Notadamente, durante a realização dos jogos, a participação dos alunos evidencia o quanto esses recursos didáticos diferenciados tornam o processo de ensino agradável e eficiente.

Como as atividades planejadas para essa trilha de atividades estavam relacionadas com às habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), acredita-se que uma das principais contribuições desse estudo é que o aluno, quando estiver no sétimo, ano possa ter desenvolvido as diversas habilidades relativas ao estudo de frações do sexto ano, cabendo ao professor escolher de maneira sensata as atividades focando nos objetivos que ele pretende para que os alunos alcancem as habilidades necessárias em cada ano escolar. Diante do que foi evidenciado, ao examinarmos as tarefas propostas e realizadas pelos alunos, comprova-se que os objetivos dessa intervenção foram alcançados e os recursos didáticos metodológicos contribuíram para a apropriação do conceito de frações pelos estudantes.

É necessário que pesquisas futuras investiguem e questionem as práticas instituídas e que se debruce sobre novas práticas e novas metodologias de ensino para a adição e subtração de frações. O professor estará saindo da sua zona de conforto e se encontrará numa função diferente da que desempenha nas aulas convencionais. Os estudantes, acostumados a receber o conhecimento de forma pronta e acabada, serão responsáveis por construí-lo e provavelmente terão resistência em fazê-lo.

Com a elaboração da trilha de atividades, que é o produto educacional resultante dessa dissertação, almeja-se resgatar algo essencial para o processo de ensino e aprendizagem, o planejar. Escolher os temas a serem trabalhados, bem como as estratégias didáticas que serão utilizadas, proporcionam momentos de satisfação profissional que fazem refletir sobre a conduta do professor e instiga a buscar alternativas para a prática educativa.

Reconhece-se que a Sequência Didática que aqui se propõe possui suas limitações, pois foram necessárias adaptações durante o processo de aplicação, contudo, espera-se que essas contribuições possam estimular o desenvolvimento de outras pesquisas nessa linha de trabalho, de modo que possa servir como suporte para os professores, no que se refere às escolhas metodológicas voltadas para o ensino de frações. Apesar das limitações, acredita-se que o estudo foi relevante, pois tem potencial para contribuir com a divulgação de como é importante para o professor conhecer e definir objetivos, ou seja, onde pretende que os alunos cheguem. O desenvolvimento da proposta apresentada nesta dissertação é mais um meio de mostrar que o professor com dedicação e planejamento, torna-se um articulador em sala de aula, um mediador entre o conhecimento e o estudante, aquele que coordena atividades, orienta, escolhe materiais adequados à realidade e incentiva a busca pelo conhecimento.

REFERÊNCIAS

- ARTIGUE, Michelle. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). *Didáctica das Matemáticas*. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. Disponível em: <<https://www.normasabnt.org/novas-regras-abnt-2021/>>. Acesso em: 11 dez. 2021.
- AUSUBEL, David Paul. *EdllCGtiollal psychology: a cogllitive view*. Nova York, Holt: Rinehart and Winston, 1968.
- AVEIRO, José Carlos. *Formalização do conjunto dos números racionais e alguns jogos com frações*. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São José do Rio Preto, 2015.
- BETTEGA, Maria Helena. *Educação continuada na era digital*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2010.
- BITTAR, Marilene. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: TELES, Rosinalda; BORBA, Rute; MONTEIRO, Carlos. *Investigações em Didática da Matemática*. Recife: Editora Universitária UFPE, 2017. p. 100-131. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/321148987>>. Acesso em: 24 ago. 2023.
- BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 2010.
- BOYER, Carl B. *História da Matemática*. 3. Imp. São Paulo: Edgar Blücher, 2001.
- BOSZKO, Leandro; TRENTIN, Marco Antônio Sandini. *Jogando com Frações: sequência didática*. 2018. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2018.
- BRASIL, Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018.
- CARVALHO, Elma Júlia Gonçalves de. Cinema, História e Educação. *Revista Teoria e Prática da Educação*, Maringá, v. 3, n. 5, p. 121-131, 1998.
- CARVALHO, Euvaldo de Souza. *Sequência didática: uma proposta para o ensino do conceito de fração*. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação em Matemática) - Universidade Federal do Tocantins, Arraias, TO, 2017.
- CAVALCANTE, Luiz G.; SOSSO, Juliana; VIEIRA, Fábio; POLI, Ednéia Consolin. *Para saber Matemática*. São Paulo: Saraiva, 2006. (Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries).
- COELHO, Roseana Moreira de Figueiredo; VIANA, Marger da Conceição Ventura. A utilização de filmes em sala de aula: um breve estudo no Instituto de Ciências Exatas e

Biológicas da UFOP. *Revista da Educação Matemática da UFOP*, v. 1, p. 8997, 2011. Disponível em: <<https://encurtador.com.br/ayH67>>. Acesso em: 9 set. 2023.

COLE, Michael; WERTSCH, James. Beyond the Individual - Social Antimony in Discussions of Piaget and Vygotsky. *Human Development*, v. 39, p. 250-256, 1996. Disponível em: <<http://www.massey.ac.nz/~ALock/virtual/coleyg.htm>>. Acesso em: 1 jul. 2023.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2017.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. In: SOUTO, Roméria Mara Alves. *Cinema e História da Matemática: entrelaçamentos possíveis*. São Paulo: Livraria Editora da Física, 2013. p. 9-11.

DEL RIO, Pablo; ALVAREZ, Amélia. Lançando, meditando e raciocinando: as arquiteturas variáveis da mente e da ação. In: WERTSCH, James V. *Estudos socioculturais da mente*. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 184-209.

DENZIN, Normann K.; LINCOLN, Yvonna S. Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. (Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.

DÍAZ, Rafael M.; NEAL, Chris J.; AMAYA-WILLIAMS, Marina. As origens da autorregulação. In: MOLL, Luis C. *Vygotsky e a educação: implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica*. Porto Alegre: Artmed, 2002. p. 123-149.

DOLZ, Joaquim; NOVERRAZ, Michele; SCHNEUWLY, Bernard. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. In: SCHNEUWLY, Bernard; DOLZ, Joaquim. *Gêneros orais e escritos na escola*. Tradução de Roxane Rojo e Gláís Sales Cordeiro. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2004, p. 95-128.

DUARTE, Rosália. Entrevistas em pesquisas qualitativas. *Educar*, Curitiba, n. 24, p. 213-225, Editora UFPR, 2004.

EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, São Paulo. Editora da Unicamp, 2011.

FECCHIO, Daniele Maria Bordini. *O ensino de fração no Ensino Fundamental I: uma intervenção pedagógica*. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2020.

FRAENKEL, Jack R.; WALLEN, Norman E.; HYUN, Helen H. *Como designar e avaliar pesquisas em Educação*. 8. ed. Nova Iorque: Mc Graw Hill, 2012.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Paulo. *Política e educação: ensaios*. São Paulo: Cortez Editora, 1993. Disponível em: <<https://citacoes.in/autores/paulo-freire/>>. Acesso em: 4 jan. 2022.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

- GOIS, Renata Cláudia. *O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental*. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.
- HILL, Manuela Magalhães; HILL, Andrew. *A construção de um questionário: working paper*. Centro de Estudos sobre a Mudança Socioeconômica. Fundação para Ciência e Tecnologia, 1998.
- LATAILLE, Yves de; OLIVEIRA, Marta Kohl de; DANTAS, Heloysa. *Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão*. São Paulo: Summus, 1992.
- LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. *Atividade e Consciência*. Tradução de Marcelo José de Souza e Silva. *Voprosy filosofii*, n. 12, p. 129-140, 1972. Disponível em: <<https://encurtador.com.br/mzD27>>. Acesso em: 3 nov. 2022.
- LEONTIEV, Alexis Nikolaevish. *O desenvolvimento do psiquismo*. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.
- LÉVY, Pierre. *As tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Tradução de Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Editora 34, 1998.
- LIRA, Dilclidiane Fidelis. *Aprendizagem de números fracionários por alunos(as) do 6º ano com mediação do estojo de frações*. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Acre, Rio Branco, 2021.
- LOCATELLI, Aline; ROSA, Cleci Teresinha Werner da. Produtos educacionais: características da atuação docente retratada na I Mostra Gaúcha. *Revista Polyphonia*, Goiânia, v. 26, n. 1, p. 197-210, 2015.
- LOPES, Thiago Beirigo; PALMA, Rute Cristina Domingos da; SÁ, Pedro Franco de. Engenharia didática como metodologia de pesquisa nos projetos: publicados no EBRAPEM (2014-2016). *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 20, n. 1, p. 159-181, 2018.
- LORENZATO, Sergio. *Formação de professores: o laboratório do ensino de Matemática na formação de professores*. 2. ed. Campinas, SP: autores associados, 2009.
- LORENZATO, Sergio. *Formação de professores: para aprender Matemática*. 3. ed. Campinas, SP: autores associados, 2010.
- MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sícoli; PASSOS, Norimar Christe. *Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2005.
- MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). *Educação Matemática: uma introdução*. 2. ed. São Paulo: Educ., 2002. p. 197-208.
- MARTINHO, Gesiel Alisson. *O ensino de equivalência de frações para compreensão das operações de adição e subtração*. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação e Docência) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

MIRANDOLA, Luciana Cristina Negri. *O uso de jogos no ensino de frações*. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São José do Rio Preto, 2015.

MORAN, José Manuel. “O vídeo na sala de aula”. *Revista Comunicação & Educação*, São Paulo, v. 2, p. 27-35, jan./abr. 1995.

MORAN, José Manuel. *Novas tecnologias e mediação tecnológica*. 19. ed. São Paulo: Papirus, 2011.

MORÁN, José Manuel. Mudando a educação com metodologias ativas. *Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens*, v. II, 2015. p. 15-33.

MORAN, José Manuel; BACICH, Lilian. *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 2018.

MOREIRA, Marco Antonio. *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio; NARDI, Roberto. O mestrado profissional na área de Ensino de Ciências e Matemática: alguns esclarecimentos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 3, p. 1-9, set./dez. 2009.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. *A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2011.

MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Tendências em Educação Matemática com enfoque na atualidade. In: NEVES, Regina da Silva Pina; DÖRR, Raquel Carneiro (Org.). *Formação de professores de Matemática: desafios e perspectivas*. Curitiba: Appris, 2019. p. 45- 64.

NEPOMUCENO, Leonardo. *A entrevista como instrumento na pesquisa qualitativa*. Youtube, 16 jul. 2020. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=yai02BR1wL0>>. Acesso em: 17 dez. 2021.

OLIVEIRA, Maria Marly de. *Sequência didática interativa no processo de formação de professores*. São Paulo: Vozes, 2013.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. *Vygotsky: aprendizagem e desenvolvimento, um processo sócio-histórico*. 4.ed. São Paulo: Editora Scipione, 1999.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Escola e desenvolvimento conceitual. *Viver Mente & Cérebro. Coleção Memória da Pedagogia*, n. 2, p. 68-75, 2005.

ORGANIZAÇÃO EDITORA POISSON. *Educação no Século XXI: Formação Docente, Gestão e Políticas Públicas*. Editora Poisson. Belo Horizonte, 2022. p. 31-38. Disponível em: <https://www.poisson.com.br/livros/educacao/volume41/Educacao_no_seculoXXI_vol41>. Acesso em: 22 abr. 2022.

PANOFSKY, Carolyn; JONH-STEINER Vera; BLACKWELL, Peggy J. O desenvolvimento do discurso e dos conceitos científicos. In: MOLL, Luis C. *Vygotsky e a educação*:

implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2002. p. 245- 260.

PASQUALOTTI, Adriano. *O número natural*. Passo Fundo. 1998. Disponível em: <<http://usuarios.upf.br/~pasqualotti/hiperdoc/natural.htm>>. Acesso em: 19 set. 2023.

PATRONO, Rosângela Milagres. *A aprendizagem de Números Racionais na forma fracionária no 6º ano do ensino fundamental: análise de uma proposta de ensino*. 2011. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

PEREIRA, Onésimo Rodrigues. *Uma sequência didática para o ensino de adição de frações*. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Tocantins, Araraias-TO, 2017.

PEREIRA, Sueli Cruz. *O estudo de frações a partir de uma perspectiva conceitual: proposta de sequência didática para o 7º ano do Ensino Fundamental*. 2021. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2021.

PINHAL, Daiane Vieira de Rezende. *Aritmética de frações em Livros Didáticos Brasileiros e Japoneses*. 2022. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022.

POZO, Juan Ignacio. *Teorias cognitivas da aprendizagem*. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2002.

SANTOS, Melina Nymann dos. *O uso de materiais manipuláveis no ensino da operação de divisão de números naturais com alunos surdos*. 2019. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2019.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Materiais manipulativos para o ensino de frações e números decimais*. Coleção Mathemoteca; v. 3. Porto Alegre: Penso, 2016.

SCHASTAI, Marta Burda; SILVA, Sani de Carvalho Rutz da; FARIAS, Elizabeth Regina Streisky de. *Formação de professores e o ensino de frações nos anos iniciais*. Curitiba: Appris, 2017.

SILVA, Anderson Oliveira da; MIRANDA, Geisson Rodrigues de; FEITOSA, Igor Marinho; SILVA, Vilmar Costa. As dificuldades dos alunos do sexto ano, com as operações envolvendo frações. *Brazilian Journal of Development*, Curitiba, v. 8, n. 4, p. 26346-26354, abr. 2022.

SILVA JÚNIOR, Wander Moraes da. *Frações e seus diferentes significados em alguns materiais didáticos de Matemática*. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

SIRGADO, Angel Pino. O social e o cultural na obra de Vygotsky. *Educação & Sociedade*, ano XXI, n. 71, p. 45-78, 2000.

SORDI, Mara Regina Lemes de. Alternativas propositivas no campo da avaliação: por que não? In: CASTANHO, Sérgio; CASTANHO, Maria Eugênia (Orgs.). *Temas e textos em metodologia do Ensino Superior*. Campinas, SP: Papirus, 2001. p. 171-182.

SOUTO, Romélia Mara Alves. História da Ciência e da Matemática na formação de professores. *Temporalidades - Revista de História*, Minas Gerais, v. 10, n. 2, p. 387-342, 2018.

SOUTO, Romélia Mara Alves. *Cinema e História da Matemática: entrelaços possíveis*. São Paulo: Livraria Editora da Física, 2013.

TORRES, Eliane Teixeira Barbosa. *Atividades de aprendizagem de fração por meio da Taxonomia de Bloom Revisada e da BNCC*. 2022. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade do Estado de Mato Grosso, Sinop, 2022.

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. *Boletim Gepem*, Rio de Janeiro, ano 36, n. 65, p. 3-16, 2014.

VEER, René Van Der; VALSINER, Jaan. *The Vygotsky Reader*. Oxford: Blackwell, 1994.

VEER, René Van Der; VALSINER, Jaan. *Vygotsky: uma síntese*. 3. ed. São Paulo: Edições Loyola, 1999.

VIANA, Marger da Conceição Ventura; TEIXEIRA, Aldrin Fabiano Alves. A História da Matemática vai ao cinema. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 8, 2009, Belém-PA. *Anais...* Rio Claro-SP: SBHMat, 2009. p. 1-11.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos superiores*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. *Pensamento e linguagem*. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

ZABALA, Antoni. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALZA, Miguel Angel. *Diários de aula: um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional*. Porto Alegre: Artmed, 2004.

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE



PPGECM

Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
 Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

Seu filho(a) está sendo convidado a participar da pesquisa: “**Adição e subtração de fração por meio de frações equivalentes**”, de responsabilidade da pesquisadora Eliâne Duarte Batista e orientação do/a Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira. Esta pesquisa apresenta como objetivo oportunizar situações, através de uma trilha de atividades, para promover o ensino de fração para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. As atividades serão desenvolvidas durante aproximadamente 11 encontros no componente curricular matemática no espaço da escola e envolverá gravações de áudio/videogravações dos encontros, entrevistas/aplicação de questionários/coleta de materiais produzidos pelos estudantes.

Esclarecemos que a participação do seu filho(a) não é obrigatória e, portanto, poderá desistir a qualquer momento, retirando seu consentimento. Além disso, garantimos que receberá esclarecimentos sobre qualquer dúvida relacionada à pesquisa e poderá ter acesso aos seus dados em qualquer etapa do estudo. As informações serão transcritas e não envolvem a identificação do nome dos participantes. Tais dados serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo garantido o sigilo das informações.

A participação do seu filho(a) nesta pesquisa não traz complicações legais, não envolve nenhum tipo de risco, físico, material, moral e/ou psicológico. Caso for identificado algum sinal de desconforto psicológico referente à sua participação na pesquisa, pedimos que nos avise. Além disso, lembramos que você não terá qualquer despesa para participar da presente pesquisa e não receberá pagamento pela participação no estudo.

Caso tenham dúvida sobre a pesquisa e seus procedimentos, você pode entrar em contato com o/a pesquisador/a orientador/a do trabalho Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira pelo e-mail lhpf@upf.br ou no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo pelo e-mail ppgecm@upf.br.

Dessa forma, se concordam em participar da pesquisa, em conformidade com as explicações e orientações registradas neste Termo, pedimos que registre abaixo a sua autorização. Informamos que este Termo, também assinado pelas pesquisadoras responsáveis.

Passo Fundo, 29 de maio de 2023.

Nome do participante: _____

Data de nascimento: ____/____/____

Assinatura do responsável: _____

Assinatura do pesquisador: _____

APÊNDICE B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido - TALE**PPGECM**Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

Você está sendo convidado a participar da pesquisa “**Adição e subtração de fração por meio de frações equivalentes**”, de responsabilidade da pesquisadora Eliâne Duarte Batista e orientação do/a Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira. Esta pesquisa apresenta como objetivo oportunizar situações, através de uma trilha de atividades, para promover o ensino de fração para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. As atividades serão desenvolvidas durante aproximadamente 11 encontros no componente curricular matemática no espaço da escola e envolverá gravações de áudio/videograções dos encontros, entrevistas/aplicação de questionários/coleta de materiais produzidos pelos estudantes.

Esclarecemos que sua participação não é obrigatória e, portanto, poderá desistir a qualquer momento, retirando seu assentimento. Além disso, garantimos que você receberá esclarecimentos sobre qualquer dúvida relacionada à pesquisa e poderá ter acesso aos seus dados em qualquer etapa do estudo. As informações serão transcritas e não envolvem a identificação do nome dos participantes. Tais dados serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo garantido o sigilo das informações.

Sua participação nesta pesquisa não traz complicações legais, não envolve nenhum tipo de risco físico, material, moral e/ou psicológico. Caso for identificado algum sinal de desconforto psicológico referente à sua participação na pesquisa, pedimos que nos avise. Além disso, lembramos que você não terá qualquer despesa para participar da presente pesquisa e não receberá pagamento pela participação no estudo.

Caso tenham dúvida sobre a pesquisa e seus procedimentos, você pode entrar em contato com o/a pesquisador/a orientador/a do trabalho Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira pelo e-mail lh@upf.br ou no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo pelo e-mail ppgecm@upf.br.

Dessa forma, se concordam em participar da pesquisa, em conformidade com as explicações e orientações registradas neste Termo, pedimos que registre abaixo a sua autorização. Informamos que este Termo, também assinado pelas pesquisadoras responsáveis.

Passo Fundo, 29 de maio de 2023.

Nome do participante: _____

Data de nascimento: ____/____/____

Pesquisador/a: _____

APÊNDICE C – Carta de Autorização do Estabelecimento de Ensino**PPGECM**Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC**CARTA DE AUTORIZAÇÃO DO ESTABELECIMENTO DE ENSINO**

Eu, Eliâne Duarte Batista, solicito autorização da Escola I.E.E. Wilson Camargo, localizada no município de Vilhena - RO, para a realização de atividades de pesquisa associadas a dissertação que desenvolvo junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, RS. A pesquisa está vinculada a dados produzidos durante a aplicação de atividades didáticas junto a estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. O período de aplicação das atividades na escola será de 05/junho/2023 a 09/junho/2023 e contará com a visita do professor orientador do estudo.

- Autorizo
- Não autorizo

Ivanize Nazaré Mendes

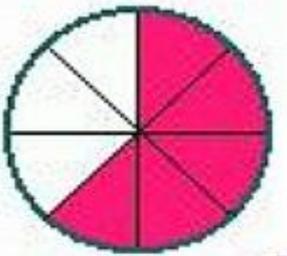
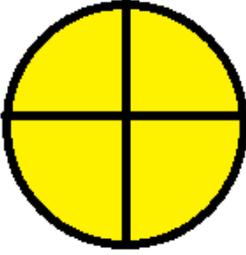
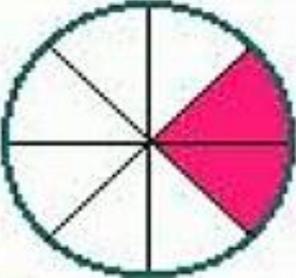
DIREÇÃO

Eu, Eliâne Duarte Batista me comprometo a cumprir as normativas da escola, mantendo conduta ética e responsável e a utilizar os dados produzidos pela pesquisa, exclusivamente para fins acadêmicos e a destruí-los após a conclusão do estudo.

Mestranda
Eliâne Duarte Batista

APÊNDICE D – Atividade diagnóstica

1. Escreva as frações correspondentes a cada figura:

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 

2. Escreva como se lê as frações.

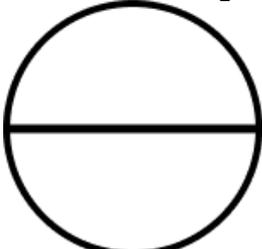
a) $\frac{1}{5}$ _____

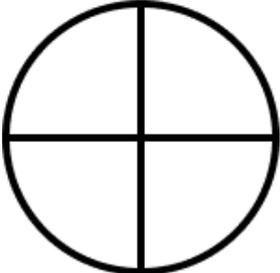
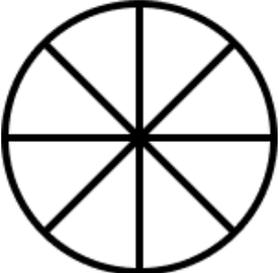
b) $\frac{3}{4}$ _____

c) $\frac{3}{6}$ _____

d) $\frac{8}{9}$ _____

3. Em cada item, pinte a parte correspondente à fração indicada e complete os espaços em branco:

<p>a) Um meio ou $\frac{1}{2}$</p> 	<p>b) Dois terços ou _____</p> 
---	---

<p>c) Três quartos ou _____</p> 	<p>d) Quatro oitavos ou _____</p> 
---	--

4. Represente na forma de um desenho as frações abaixo:

<p>a) Quatro nonos =</p>	<p>b) Dezenove vinte avos =</p>
<p>c) Quinze centésimos =</p>	<p>d) Quatro quinze avos =</p>

5. Marcio comeu $\frac{2}{4}$ de uma pizza. Podemos dizer que a parte que ele comeu representa

- a) A metade da pizza
- b) Mais da metade da pizza
- c) Menos da metade da pizza
- d) Toda pizza

6. De um saco contendo 18 balas, Juvenal deu $\frac{3}{6}$ das balas a Marta, $\frac{1}{6}$ Gílson e ficou com $\frac{2}{6}$.

Com quantas balas cada um ficou?

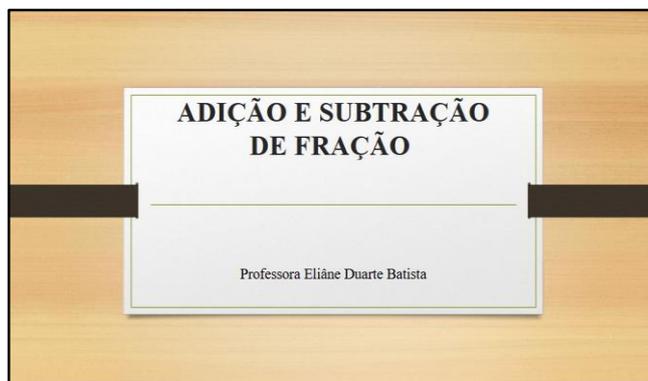
7. Uma barra de chocolate foi dividida em 8 partes. Áurea comeu 2 partes, Lucy comeu 1 parte, Ana comeu 3 partes, e Amália o restante. Descreva a fração de Áurea, Lucy, Ana e qual fração representa a parte comida por Amália:

APÊNDICE E – Quadro de equivalências

X	2	3	4	5	6
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$			
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{9}$			
$\frac{1}{4}$					
$\frac{2}{3}$					

Fonte: Autora, 2023.

APÊNDICE F – Adição e subtração com denominadores iguais



ADIÇÃO

- Observando o exemplo a seguir.
- 1 - Calcular $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$.
- Representando geometricamente:

SUBTRAÇÃO

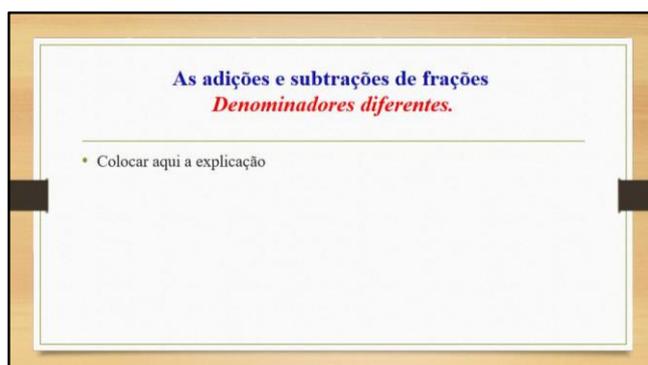
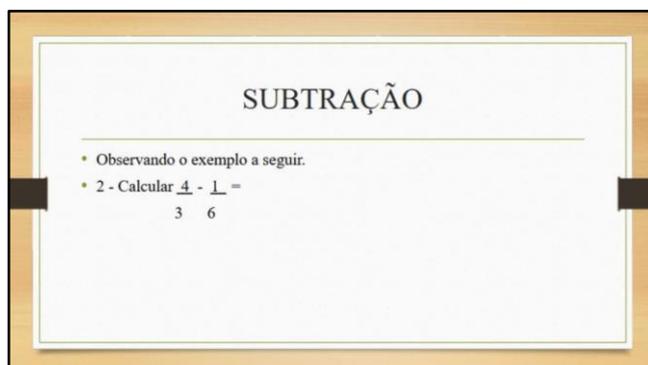
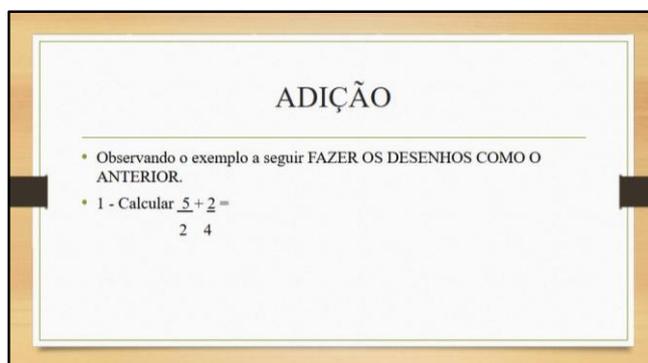
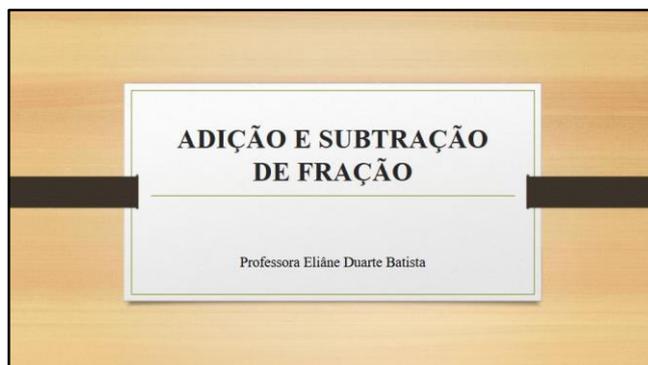
- Observando o exemplo a seguir.
- 2 - Calcular $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$.
- Representando geometricamente:

Denominadores iguais.

Quando os denominadores são iguais, os numeradores devem ser somados ou subtraídos de acordo com os sinais operatórios e o valor do denominador, mantido. Observe os exemplos:

- $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} =$
- $\frac{10}{5} - \frac{4}{5} =$

APÊNDICE G – Adição e subtração com denominadores diferentes



APÊNDICE H – Jogo “Encontre o par”

$\frac{1}{4} + \frac{2}{8}$	$\frac{17}{30}$	$\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$	$\frac{7}{30}$
$\frac{2}{4} + \frac{3}{5}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$
$\frac{2}{8} + \frac{3}{5}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{3}{4} - \frac{7}{10}$	$\frac{2}{9}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{3} - \frac{2}{9}$	$\frac{5}{24}$
$\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{5}{9} - \frac{2}{6}$	$\frac{22}{9}$
$\frac{5}{2} + \frac{3}{4}$	$\frac{11}{10}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{11}{15} - \frac{1}{2}$	$\frac{23}{36}$

APÊNDICE I – Jogo “Encontre o par”

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{8}$$

$$\frac{17}{30}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{30}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{13}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{20}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{11}{12}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{10}$$

$$\frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{3} - \frac{2}{9}$$

$$\frac{5}{24}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{17}{20}$$

$$\frac{5}{9} - \frac{2}{6}$$

$$\frac{22}{9}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{10}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{8}{15}$$

$$\frac{11}{15} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{23}{36}$$

APÊNDICE J – Termo de autorização de uso de material pedagógico**PPGECM**Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

Eu, _____, brasileiro(a), portador(a) de cédula de identidade nº _____, residente e domiciliado(a) _____, portador(a) de cédula de identidade nº _____, autorizo a utilização do material pedagógico descrito “Circuito das Frações equivalentes” para fins de utilização em pesquisa acadêmica na forma de um produto educacional que terá aplicação em sala de aula que será reproduzido gratuitamente por outros professores. O material será referenciado na dissertação e no produto educacional utilizado.

Porto Velho _____ de _____ de 2023.

Assinatura do(a) autor (a)

Assinatura da(o) pesquisador(a)

APÊNDICE J – Questionário Final

1. Determine qual é o numerador e o denominador das frações e posteriormente escreva como se lê cada uma delas.

a) $\frac{8}{9}$ _____

b) $\frac{3}{4}$ _____

2. Escreva uma fração equivalente a fração abaixo.

$$\frac{4}{5}$$

3. Para ir de casa à escola, Helena percorre $\frac{2}{4}$ de quilômetro e Cristina percorre $\frac{1}{4}$ de quilômetro. Que fração representa a quantidade de quilômetros que Helena e Cristina percorrem?

4. Observe a fração abaixo. Resolvendo corretamente a adição das frações o que você encontra como resultado?

$$\frac{2}{4} + \frac{6}{8}$$

5. Joana foi a feira com certa quantia. Gastou $\frac{1}{2}$ dessa quantia na banca de frutas e $\frac{1}{3}$ dessa quantia na banca de verduras e legumes. Que fração da quantia inicial Joana gastou nessas duas bancas?

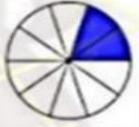
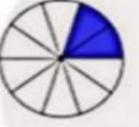
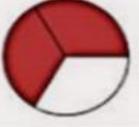
ANEXO A – Jogo “Circuito das frações equivalentes”

Circuito das Frações Equivalentes

Qual imagem, no centro do tabuleiro, é equivalente à fração onde você parou?

Modo de jogar
Lance o dado, mova seu marcador até a imagem correspondente e posicione uma tampinha na imagem equivalente no centro do tabuleiro. Ganha o jogo quem conseguiu mais frações equivalentes.



Início →					
					
					
					
					
					

Prof. Sarmento

ANEXO B – Receitas

1. BOLO DE MILHO VERDE DA ESPIGA

Ingredientes

Massa

- 2 xícaras de milho direto da espiga
- 1 xícara de farinha de trigo sem fermento
- 1 xícara de leite
- 1 e $\frac{1}{2}$ xícara de açúcar
- 3 ovos inteiros
- 3 colheres (sopa) de margarina
- 1 pacotinho de coco ralado
- 1 colher (sopa) rasa de fermento

Modo de preparo

Massa

1. Bata no liquidificador o milho retirado da espiga, o leite, os ovos e a margarina.
2. Bata bem até triturar o milho.
3. Em seguida, coloque a mistura na batedeira, acrescentando a farinha de trigo o açúcar, o coco ralado e, por último, o fermento.
4. Unte uma forma com um furo no meio e coloque para assar em forno preaquecido a 180° C.
5. Asse por mais ou menos 1 hora ou até dourar e quando espetar um garfo o mesmo sair limpo.
6. Retire do forno, espere esfriar um pouco para desenformar.

2. BOLO DE CHOCOLATE

Ingredientes

Massa

- 4 ovos
- 1 e $\frac{1}{2}$ de xícara (chá) de açúcar (250g)
- $\frac{3}{4}$ Xícara (chá) de óleo - (180ml)
- $\frac{1}{2}$ Xícara (chá) de água quente - (120ml)
- 2 colheres (sopa) de cacau em pó - (40g)
- 1 e $\frac{1}{2}$ de xícara (chá) de farinha de trigo - (180g)
- 2 colheres (sopa) de amido de milho - (40g)
- 1 colher (chá) de fermento químico - (10g)
- 1 colher (café) de bicarbonato - (5g) *Se não tiver bicarbonato, use então 1 colher de sopa de fermento (15g).

Cobertura de brigadeiro

- 1 e $\frac{1}{2}$ caixinha de leite condensado - (592g)
- 2 colheres (sopa) de chocolate em pó - (40g)
- 1 colher (sopa) manteiga - (15g)
- 1 caixinha de creme de leite - (200g)
- Decoração a gosto.

Modo de preparo

Massa

1. Em um liquidificador, bata os ovos, o açúcar, o óleo, o achocolatado e a farinha de trigo.
2. Despeje a massa em uma tigela e adicione a água quente e o fermento, misturando bem.
3. Despeje a massa em uma forma untada e asse em forno médio-alto (200° C), preaquecido, por 40 minutos.
4. Desenforme ainda quente.

Cobertura

1. Em uma panela, leve todos os ingredientes ao fogo até levantar fervura.
2. Despeje ainda quente em cima do bolo.

3. BOLO DE CENOURA

Ingredientes

Massa

- $\frac{1}{2}$ Xícara (chá) de óleo
- 3 cenouras médias raladas
- 4 ovos
- 2 xícaras (chá) de açúcar
- 2 e $\frac{1}{2}$ xícaras (chá) de farinha de trigo
- 1 colher (sopa) de fermento em pó

Cobertura

- 1 colher (sopa) de manteiga
- 3 colheres (sopa) de chocolate em pó
- 1 xícara (chá) de açúcar
- 1 xícara (chá) de leite

Modo de preparo

Massa

1. Em um liquidificador, adicione a cenoura, os ovos e o óleo, depois misture.
2. Acrescente o açúcar e bata novamente por 5 minutos.
3. Em uma tigela ou na batedeira, adicione a farinha de trigo e depois misture novamente.
4. Acrescente o fermento e misture lentamente com uma colher.
5. Asse em um forno preaquecido a 180° C por aproximadamente 40 minutos.

Cobertura

1. Despeje em uma tigela a manteiga, o chocolate em pó, o açúcar e o leite, depois misture.
2. Leve a mistura ao fogo e continue misturando até obter uma consistência cremosa, depois despeje a calda por cima do bolo.

ANEXO C – Habilidades da BNCC de Matemática do 5º e do 6º anos do Ensino Fundamental

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

The logo of the Universidade Federal de Pernambuco (UPF), featuring a stylized 'U' and 'P' in various colors (green, yellow, red, blue) above the letters 'UPF' in a bold, black, sans-serif font.

PPGECM

Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática

ATIVIDADES EM TRILHA: UMA MANEIRA DE ENSINAR FRAÇÕES PARA O 6º ANO

ELIÂNE DUARTE BATISTA
DR. LUIZ HENRIQUE FERRAZ PEREIRA

Porto Velho

2023

B333a Batista, Eliâne Duarte

Atividades em trilha [recurso eletrônico] : uma maneira de ensinar frações para o 6º ano / Eliâne Duarte Batista, Luiz Henrique Ferraz Pereira. – Passo Fundo: EDIUPF, 2023. 9 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECEM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: <http://www.upf.br/ppgecem>

Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECEM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino.
2. Frações. 3. Jogos educativos. 5. Vygotsky, L. S. (Lev Semenovich), 1896-1934. 6. Material didático. I. Pereira, Luiz Henrique Ferraz. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

É fundamental diminuir a distância entre o que se diz e o que se faz, de tal forma que, num dado momento, a tua fala seja a tua prática.

Paulo Freire

Olá amigo professor, este material se trata de um produto educacional que pretende auxiliá-lo no ensino das operações de adição e subtração de frações. Espero que seja útil ao que você busca. Seja bem vindo.



APRESENTAÇÃO

Dentre as muitas atribuições de um docente, referentes ao planejamento, correções de avaliações, registros de diários e tantas outras tarefas, apresento a você, professor, uma sequência didática preparada para o ensino de adição e subtração de frações por meio das frações equivalentes para o 6º ano do Ensino Fundamental. Trata-se de um conjunto de aulas flexíveis, o que significa que, caso você necessite, pode adaptá-la à realidade da sua escola e de seus alunos. Podem ser melhoradas, complementadas, e até mesmo aproveitadas parcialmente ou na íntegra, de acordo com seus anseios. Estas atividades baseiam-se nas habilidades da Base Nacional Comum Curricular - BNCC.

Este Produto Educacional está vinculado à dissertação de mestrado intitulada "Adição e subtração de frações por meio de equivalência", realizada pela pesquisadora Eliane Duarte Batista, sob a orientação do Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira. Ele foi aplicado no I.E.E. Wilson Camargo, localizado na cidade de Vilhena/RO. Tem como embasamento teórico as ideias de Mediação, Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e a Construção de Conceitos Científicos defendidas por Vygotsky. A dissertação utilizou da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa para sua construção, a qual, de acordo com Artigue (1996), pode ser dividida em quatro fases, a saber: análises prévias ou preliminares; construção e análise a priori, aplicação da sequência didática e, análise a posteriori e validação.

Em decorrência dessa pesquisa construímos este produto educacional. Esses estudos foram desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática na Universidade de Passo Fundo - UPF, RS, em colaboração com a Faculdade Católica de Rondônia - FCR, RO, por intermédio de uma parceria com a Secretaria da Educação do Estado de Rondônia - SEDUC/RO. O objetivo principal deste produto educacional é

fornecer um método de ensino da adição e subtração de frações por meio de frações equivalentes, designado para o 6º ano do Ensino Fundamental, utilizando uma trilha de atividades. De acordo com Yang (2012, p. 168) a ideia de trilha incorporada a educação favorece a aprendizagem.

No domínio da Educação, uma trilha de aprendizagem é fundamental para o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que integra um conjunto de atividades em uma sequência apropriada, possibilitando ao estudante apreender os conteúdos de maneira mais eficaz. Uma trilha de aprendizagem comporta diferentes atividades que visam ao aprendizado, as quais podem estar relacionadas a diferentes abordagens de ensino, buscando-se sempre que possível um percurso formativo que esteja mais próximo do desempenho e das preferências do aprendiz.

Este produto é uma sequência didática para professores que ensinam a disciplina de matemática. Está organizado em 10 encontros, com duração de 14 períodos de 45 minutos cada. Para isso utilizamos uma diversidade de recursos, incluindo jogos pedagógicos, vídeos educativos e receitas culinárias com o propósito de dinamizar as aulas de matemática para o ensino de adição e subtração de frações.

Em geral, os números fracionários que aparecem na vida das crianças são bastante simples, como em receitas, em que quantidades como $\frac{3}{4}$ de xícara de açúcar podem ser encontradas. Nossas experiências em sala de aula têm nos mostrado que o ensino tradicional de frações frequentemente não resulta em um entendimento efetivo por parte dos estudantes. A fim de promover uma compreensão mais sólida, é fundamental realizar atividades que estabeleçam uma conexão direta entre o conceito de frações e a vida cotidiana dos alunos. Dessa maneira, os estudantes poderão compreender a aplicação prática das frações em suas atividades diárias

A você professor, que for utilizar este material, ele estará disponível gratuitamente na página do PPGECEM e no EduCapes, você não precisará necessariamente seguir à risca todos os momentos definidos nesta trilha, mas poderá utilizar porventura a parte que esteja de acordo com as habilidades da BNCC, as quais deseja alcançar.

SUMÁRIO

Vygotsky – Zona de Desenvolvimento Proximal, Construção de Conceitos Científicos e Mediação.....	08
A Fração na BNCC - Base Nacional Comum Curricular.....	11
Atividades em trilha: uma maneira de ensinar frações para o 6º ano.....	13
1º Encontro: Introdução aos vídeos.....	16
2º Encontro: Atividade diagnóstica.....	18
3º Encontro: Introdução as frações equivalentes.....	19
4º Encontro: Jogando com o “Circuito das frações equivalentes”.....	20
5º Encontro: Adição e subtração de frações com denominadores iguais.....	22
6º Encontro: Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.....	23
7º Encontro: Jogando com o “Encontre o par”.....	25
8º Encontro: Receitas.....	27
9º Encontro: Elaborando questões.....	28
10º Encontro: Questionário final.....	30
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	31
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	32
APÊNDICE A – Atividade diagnóstica.....	36
APÊNDICE B – Quadro de equivalências.....	38
APÊNDICE C – Adição e subtração com denominadores iguais.....	39
APÊNDICE D – Adição e subtração com denominadores diferentes.....	41
APÊNDICE E – Jogo “Encontre o par”.....	43
ANEXOS A – Jogo “Circuito das frações equivalentes”.....	45
ANEXOS B – Receitas.....	46
ANEXOS C – Habilidades da BNCC de Matemática do 5º e do 6º anos do Ensino Fundamental.....	49
APRESENTAÇÃO DOS AUTORES.....	51

Vygotsky - Zona de Desenvolvimento Proximal, Construção de Conceitos Científicos e Mediação

Neste estudo, focaremos em conceitos centrais da Teoria de Lev Semenovitch Vygotsky, o principal referencial teórico utilizado. Entre suas ideias, destaca-se a Zona de Desenvolvimento Proximal (doravante, ZDP) que é fundamentalmente o espaço entre o que a criança já é capaz de fazer por si mesma e aquilo que ela virá a aprender, é onde o aprendizado acontece, com a assistência de um instrutor mais experiente. Dessa forma, "[...] permite delinear o futuro imediato e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não só ao que já foi atingido através do desenvolvimento como também àquilo que está em processo de maturação". (VYGOTSKY, 2001, p. 98). Operar na ZDP permite ao adulto trabalhar sobre as funções mentais que ainda se encontram em desenvolvimento, isso inclui a capacidade de desenvolver a autonomia, a partir da participação em atividades conjuntas e colaborativas.

Vygotsky assegura que devemos entender o ponto de partida da criança em termos de aprendizado e descobrir onde poderá chegar. Existem para ele dois níveis de desenvolvimento: o real e o potencial. O nível de desenvolvimento potencial é muito mais indicativo do progresso da criança, pois indica suas capacidades de aprendizado futuro. Em contrapartida, há o nível de desenvolvimento real, que se refere a ciclos de desenvolvimento já completados, é fato passado. A distância entre esses dois níveis é denominada Zona de Desenvolvimento Proximal e não devem ser considerados separadamente. De acordo com Vygotsky (1998. p.97),

a ZDP é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto. Ou de ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Contribuindo com Vygotsky para a compreensão do papel do outro social no desenvolvimento da criança, Veer e Valsiner (1994) sublinham a importância da interação social, na educação e no desenvolvimento infantil, tornando a aprendizagem colaborativa muito valiosa. Dentro desse contexto, a teoria Vygotskyana, assegura que os professores desempenham papel crucial como mensageiro do conhecimento por representar um elo intermediário entre o estudante e o conhecimento disponível no ambiente. Por meio do conceito de mediação ou aprendizagem mediada, Vygotsky mostrou a importância dos professores para o desenvolvimento dos chamados processos mentais superiores, incluindo a habilidade de planejar ações, prever as consequências para uma decisão, imaginar objetos, entre outros. Cole e Wertsch (1996), consideram a mediação como o facto central da Psicologia de Vygotsky, para quem a utilização de artefatos, que são social e culturalmente construídos, tem efeitos sobre a mente do utilizador e sobre o contexto envolvente.

É evidente que não se adquire conhecimentos apenas com os educadores: na perspectiva da teoria sociocultural desenvolvida por Vygotsky, a aprendizagem é uma atividade conjunta, em que relações colaborativas entre alunos podem e devem ter espaço. Por meio dessas interações, os alunos partilham ideias, concebem concepções aprofundadas. “A consciência reflexiva chega à criança através dos portais dos conhecimentos científicos”. (VYGOTSKY, 2005, p. 115).

Vygotsky enfatiza que os processos mentais superiores não se manifestam de maneira isolada, mas sim são estruturados por meio do convívio com o ambiente social. Ao ingressarem na escola, as crianças trazem consigo aprendizagens que fazem parte de sua vida até o presente momento, adquiridos junto a sua família, durante suas brincadeiras, entre outras experiências cotidianas, ocorridas antes dos processos formais. A aprendizagem que ele irá adquirir de maneira formal, na escola, leva ao desenvolvimento intelectual que se torna fundamental para o desenvolvimento das funções mentais mais avançadas.

A aprendizagem dos conceitos científicos é possível graças à escola com seus processos de ensino organizados e sistemáticos. Segundo Pozo (2002), os conceitos científicos, ao contrário dos espontâneos exibem três importantes características no seu processo construtivo: fazem parte de um sistema, possui atividade mental propícia a sua tomada de consciência e envolvem uma relação especial com objeto, fundamentada na internalização da essência do conceito.

No fundo, o problema dos conceitos não espontâneos e, particularmente, dos conceitos científicos é uma questão de ensino e desenvolvimento, uma vez que os conceitos espontâneos tornam possível o próprio fato do surgimento desses conceitos a partir de aprendizagens, que a fonte do seu desenvolvimento. (VYGOTSKY, 2001. p. 296).

Em síntese, a teoria Vygotskyana ressalta que os professores são fundamentais na promoção de conhecimento dos estudantes, agindo como intermediários que facilitam a construção de processos mentais superiores por meio de uma aprendizagem colaborativa. Por essa e demais características detalhadas no texto, a escolha do pensamento de Vygotsky para esta pesquisa vem ao encontro dos anseios e objetivos que se deseja alcançar com esse estudo. Salienta-se ainda que a cooperação entre alunos é fundamental na construção do conhecimento, por isso boa parte das atividades realizadas ocorrem em grupos que cooperam entre si para a transformação do conhecimento natural em conhecimento científico.

No item a seguir trataremos do ensino de frações em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A Fração na BNCC - Base Nacional Comum Curricular

Este produto educacional preocupou-se em alinhar suas atividades de acordo com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), marco legislativo que reúne os conteúdos essenciais a serem abordados ao longo das etapas da educação básica, bem como quais habilidades devem ser alcançadas em cada ano escolar. Com relação ao conhecimento matemático afirma que desempenha um papel fundamental na formação de atitudes e valores nos estudantes. No estudo sobre frações, segundo as orientações do documento, BRASIL (2018), somente nos anos finais do ensino fundamental é que as operações e as noções mais abstratas serão apresentadas aos educandos.

O Quadro 1 nos apresenta o objeto de conhecimento e as habilidades para o ensino de fração no 6º ano Ensino Fundamental, conforme BRASIL (2018).

Quadro 1 - BNCC - Objeto do conhecimento e Habilidades para o conteúdo de frações 6º ano.

OBJETO DO CONHECIMENTO	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.
HABILIDADES	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações e associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. (EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

Fonte: BRASIL, 2018

É de suma importância observar e analisar as habilidades definidas para cada ano, compreender como estão estruturadas e quais os requisitos necessários para aprender novos conceitos, levando em conta um contexto significativo para o estudante na

aprendizagem de frações. Para garantirmos um ensino de qualidade em conformidade com os documentos oficiais, é crucial embasarmos em estudos e teorias que fundamentam os caminhos da educação.

Produtos educacionais podem ser: mídias educativas, protótipos educacionais, propostas de ensino, material textual, materiais interativos e atividades de extensão. Este produto educacional é uma sequência didática, na forma de uma trilha de atividades voltada ao ensino de frações. A Sequência Didática- SD é, segundo Zabala (1998), um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Valendo-se da engenharia didática para alicerçar este estudo, essas unidades têm a virtude de manter o caráter unitário e reunir a complexidade da prática, ao mesmo tempo em que são instrumentos que permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação (ZABALA, 1998).

Durante a aplicação da trilha de atividades, que é definida aqui como o produto educacional, a pesquisadora acompanhou o progresso dos alunos, sendo muitas vezes necessário flexibilizar, modificando ou adaptando as atividades programadas.

Tais produtos, apesar de se constituírem como objeto dos mestrados profissionais, não são de sua exclusividade, pois sabe-se que os professores recorrem a esses instrumentos didáticos independentemente de estarem ou não realizando curso de mestrado profissional. (LOCATELLI; ROSA, 2015, p. 197).

Em concordância com as ideias de Locatelli e Rosa (2015), elaboramos uma trilha de atividades com a intenção de promover compreensão das frações para os estudantes do 6º ano de forma que captasse a atenção, o interesse por meio de materiais, estimulando o engajamento com o aprendizado das operações com frações, disposta no próximo capítulo, na forma de produto educacional.

Atividades em trilha: uma maneira de ensinar frações para o 6º ano

Antes de iniciar esta trilha de atividades, o professor deverá fazer a apresentação do produto educacional aos estudantes, mostrando de maneira clara os objetivos de cada atividade, em concordância com o proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino de frações no ano escolar correspondente. Em resumo, a clareza da apresentação da proposta é imprescindível para o engajamento dos estudantes, estabelecendo uma base sólida para uma execução bem sucedida das atividades planejadas. Na sequência, apresenta-se um quadro resumo (Quadro 2) com as atividades que compõem este produto educacional.

Quadro 2. Síntese da trilha de atividades.

Quantidade de períodos (45min cada)	Encontro	Atividades propostas	Habilidade da BNCC associada
01	E1	Vídeo sobre A história das frações. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=RNLyQp5hc20 Vídeo sobre Conceitos básicos de frações. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=cDimYBHZ_E8	(EF05MA03)
02	E2	-Resolução da atividade diagnóstica (Apêndice A). -Correção	(EF06MA09)
01	E3	Frações Equivalentes – utilização do vídeo disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=vq1HOs78-TA Demonstração de cálculo utilizando o Quadro de equivalência (Apêndice B), desenhado no quadro em sala de aula.	(EF06MA07)

01	E4	Aprendendo melhor sobre frações equivalentes com o jogo – “Circuito das frações equivalentes” (Anexo A). - Repetição do jogo com uso do Datashow para os estudantes que sentiram dificuldades.	(EF06MA07)
01	E5	Operação de frações com denominadores iguais – adição e subtração - explicação. Utilização de PowerPoint e Datashow. (Apêndice C)	(EF06MA09) (EF06MA10)
01	E6	Operação de frações com denominadores diferentes – adição e subtração - explicação. Utilização de PowerPoint e Datashow. (Apêndice D)	(EF06MA09) (EF06MA10)
02	E7	Jogo – “Encontre o par” (Apêndice E) - Repetição do jogo com adaptações.	(EF06MA09) (EF06MA10)
02	E8	- Frações presentes nas receitas culinárias, explorar, calcular e desenvolver. - Receitas em Anexo (Anexo B)	(EF06MA08) (EF06MA09) (EF06MA10)
01	E9	Elaboração, por parte dos estudantes, de questões para o questionário final.	
02	E10	Aplicação de atividade para verificação da aprendizagem. Online - em formulário do Google Classroom	

Fonte: Autora, 2023.

O professor que decidir utilizar este material, disponível gratuitamente, não precisa necessariamente seguir à risca todos os momentos definidos nesta trilha, mas poderá utilizar porventura a parte que esteja de acordo com as habilidades da BNCC, que deseja abordar. É compreensível que ao longo da implementação do PE (Produto Educacional), ocorram ajustes na proposta original, pois mudanças podem ser necessárias para atender às necessidades dos estudantes e às particularidades da sala de aula. A flexibilização desta trilha é importante para atender às condições reais da sala de aula, e

permitir que o professor possa responder aos desafios que surgirem ao longo do processo de ensino-aprendizagem, a fim de alcançar os objetivos pretendidos de maneira eficaz.

Recomendamos a você professor, se houver possibilidade, que explore outros ambientes disponíveis em sua escola, como laboratório de informática ou o refeitório, por exemplo. A utilização de diferentes espaços além da sala de aula tradicional pode enriquecer a experiência do estudante, tornando o processo de aprendizagem mais envolvente e significativo.

1º Encontro: Introdução aos vídeos

Duração: 1 tempo de 45 minutos.

Objetivo da aula: Identificar os conhecimentos prévios dos alunos por meio da utilização de vídeos curtos.

Descrição da aula: A aula incluirá a exibição de dois vídeos – um sobre A história das frações e outro sobre Conceitos Básicos de Frações.



Colega professor, nesta etapa, é fundamental que você tenha acesso à internet para apresentar os vídeos propostos, ou então precisará fazer o download antecipadamente.

Neste primeiro encontro, os alunos devem assistir aos dois vídeos. O primeiro é sobre a “A história das frações”, com duração 2 minutos e 29 segundos, enquanto o segundo apresenta os “Conceitos básicos de frações”, com duração 4 minutos e 19 segundos. Ambos disponíveis gratuitamente no *YouTube* e estão alinhados com a habilidade da BNCC do 5º ano (EF05MA03).

A utilização de vídeos em sala de aula é recomendada por vários especialistas, como Moran (2011), que destacam que a variedade de mídias favorece o processo de ensino e enriquecimento da aprendizagem. No entanto, é importante tomar cuidado ao utilizar essa ferramenta. É necessário ter atenção na escolha e dar preferência a vídeos curtos com objetivos claros.

Nesse momento não é necessário acrescentar nenhuma nova explicação do conteúdo. O objetivo é observar quais conhecimentos

os estudantes já trazem previamente sobre este assunto. Após assistirem aos vídeos, é importante o professor solicitar que eles façam registros em seus cadernos de descobertas e dúvidas, que poderão ser esclarecidas ou compartilhadas no próximo encontro. A exibição de vídeos relacionados ao conteúdo de frações mostra-se uma maneira eficaz de iniciar uma discussão. Moran (1995), diz que “Um bom vídeo é interessantíssimo para introduzir um novo assunto, para despertar a curiosidade, a motivação para novos temas”.



Clique nas imagens e tenha acesso aos vídeos.

1. A história das frações.
2. Conceitos básicos de frações.

Lembre-se: Amigo professor, é importante você monitorar o progresso dos estudantes e fazer os ajustes necessários, conforme evidencia Pereira (2017), quando aponta que o professor tem o desafio de elaborar atividades pensando nas diferentes perspectivas de um conceito, e ao estudante, o papel de agente ativo no processo de aprendizagem, garantindo que todos tenham a oportunidade de progredir no estudo das frações.

2º Encontro: Atividade diagnóstica

Duração: 2 períodos de 45 minutos.

Objetivos da aula: Identificar os conhecimentos prévios dos alunos por meio de questionário investigativo. Discutir com os alunos as dúvidas e as respostas mais frequentes da atividade.

Descrição da aula: Aplicação do questionário diagnóstico. Correção e discussão das respostas com os alunos.

O segundo encontro está em conformidade com a habilidade da BNCC (EF06MA09). Os estudantes deverão realizar a atividade (APÊNDICE A) sem nenhuma interferência do professor, permitindo a constatação dos conhecimentos prévios que eles trazem antes de iniciar as atividades propostas neste Produto Educacional (PE). Após a realização da atividade, o professor deverá convidá-los a compartilhar suas dúvidas, incentivando-os a discutir em quais questões tiveram mais facilidades e em quais enfrentaram dificuldades. Em seguida, procede-se à correção da atividade diagnóstica.

Neste momento, você professor deverá aproveitar para observar os estudantes e responder suas dúvidas, realizando um levantamento diagnóstico dessas dificuldades. Conhecer a turma para adaptar os materiais com a intenção de planejar atividades de ensino que os auxiliem a adquirir conceitos que ainda não construíram.

3º Encontro: Introdução às frações equivalentes

Duração: 1 período de 45 minutos

Objetivos da aula: Compreender o conceito de frações equivalentes.

Identificar frações equivalentes por meio da multiplicação.

Descrição da aula: Exibição de vídeo "Frações Equivalentes".

Demonstração de cálculo usando o Quadro de equivalência (APÊNDICE B).



Colega professor, nesta etapa, é fundamental que você tenha acesso à internet para apresentar o vídeo proposto, ou então precisará fazer o download antecipadamente.

Clique na imagem e tenha acesso ao vídeo.



A atividade realizada neste terceiro encontro está alinhada com a habilidade (EF06MA07) da BNCC. Durante essa aula, será exibido um vídeo do *YouTube* com duração de 7 minutos, sobre Frações equivalentes. Recomenda-se que o professor, ao longo do vídeo, pause brevemente para fazer perguntas ou assisti-lo novamente se achar necessário. Em seguida, utilize o Quadro de equivalências para encontrar frações equivalentes por meio da multiplicação. Recomenda-se que o professor explique e inicie a demonstração para os alunos. Posteriormente, poderá convidar alguns estudantes para dar continuidade à atividade.

Amigo professor, não se esqueça de explicar aos estudantes que eles também podem encontrar as equivalências por meio da divisão. Nesse momento, é recomendado revisar os critérios de divisibilidade, uma vez que é comum, nessa idade escolar, que os estudantes encontrem dificuldades ao dividir. Caso necessário, você pode acessar o site para obter recursos adicionais. <https://www.matematica.pt/faq/criterios-divisibilidade.php>

4º Encontro: Jogando com o “Circuito das frações equivalentes”.

Duração: 1 período de 45 minutos

Objetivos da aula: Compreender o significado de frações equivalentes por meio de desenhos. Levar o aluno a construir o conceito de frações equivalentes.

Descrição da aula: Jogo "Circuito das frações equivalentes" (ANEXO A).

No quarto encontro, será utilizado o jogo "Circuito das frações equivalentes". Esse jogo aborda a habilidade da BNCC (EF06MA07) e foi desenvolvido pela professora Rosilene Sarmiento de Lima, que autorizou a sua utilização nesta trilha de atividades (A assinatura do termo de autorização foi realizada sem dificuldades, conforme o Documento de Autorização de Uso de Material Pedagógico). A turma deverá ser dividida em grupos de 5 ou 6 integrantes, garantindo que sejam constituídos por alunos mais e menos experientes.

MODO DE JOGAR: Lance o dado, mova seu marcador até a imagem correspondente e posicione uma tampinha na imagem equivalente no centro do tabuleiro. Ganha o jogo quem conseguir mais frações equivalentes.

Figura1. Jogo - Circuito das frações equivalentes



Fonte: Autora, 2023



Caro professor, se você imprimir o jogo em tamanho maior, será mais eficaz para a utilização.

O jogo poderá ser impresso em papel cartão e plastificado com *contact*, adaptando-o para uso de canetões ao invés de tampinhas de garrafa. Também é possível utilizá-lo em preto e branco. Com o uso do canetão, o jogo prossegue da seguinte maneira: cada aluno escreve a primeira letra do seu nome como identificação no jogo. Por exemplo, se o nome da aluna for Lúcia, ela colocará L1 na primeira rodada, L2 na próxima e assim por diante, referente às duas frações equivalentes que ela poderá encontrar em cada rodada.

Amigo professor, você poderá projetar o jogo por meio do *Datashow* e convidar os alunos para explicar como jogar no quadro, em um primeiro momento, com o objetivo de sanar dúvidas a respeito das regras.

5º Encontro: Adição e subtração de frações com denominadores iguais

Duração: 1 período de 45 minutos.

Objetivo da aula: Formalizar um método para adicionar e subtrair frações com denominadores iguais.

Descrição da aula: Explicação sobre a operação de adição e subtração de frações com denominadores iguais.

Durante o quinto encontro, será utilizado o recurso de slides do *PowerPoint* (APÊNDICE C) para explicar aos alunos a adição e a subtração de frações com denominadores iguais. Esse encontro está alinhado com as habilidades da BNCC (EF06MA09) e (EF06MA10). Neste momento, você professor, deverá interrogar seus alunos: Como vocês resolveriam esta operação?

O objetivo é incentivá-los a construir um conceito para a resolução dessas adições e, posteriormente, das subtrações, com denominadores iguais. Como professor, você deverá conduzir os estudantes, instigando-os a encontrar a solução. Em seguida, registre a resposta numérica e também escreva a formulação do conceito para a resolução a partir dela. Essa abordagem auxilia os alunos a perceberem a reprodução dessa característica e a ficarem atentos ao compararem com exemplos semelhantes.

Clique na imagem e tenha acesso ao PowerPoint



É importante solicitar que os alunos registrem o mesmo em seus cadernos, pois será uma fonte de consulta para tarefas posteriores.

6º Encontro: Adição e subtração de frações com denominadores diferentes

Duração: 1 período de 45 minutos

Objetivo da aula: Formalizar um método para adicionar e subtrair frações com denominadores diferentes a partir do conceito de equivalência.

Descrição da aula: Explicação sobre a operação de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, com o conceito de equivalência.

No sexto encontro, abordaremos o tema das adições e subtrações de frações com denominadores diferentes, utilizando do recurso do PowerPoint (APÊNDICE D) para explicação. Essa perspectiva está alinhada com as habilidades da BNCC (EF06MA09) e (EF06MA10). A dinâmica será parecida com a do 5º encontro, com exemplos projetados no *datashow*.

Neste momento, você professor, deve questionar seus alunos:

- Como vocês resolveriam esta operação?
- Existe algo de diferente neste caso?
- É possível igualar estes denominadores? Como faremos agora?

Clique na imagem e tenha acesso ao PowerPoint



Amigo professor, indicamos que utilize a plataforma Khan Academy, para reforçar a aprendizagem de seus alunos. Ela oferece exercícios, vídeos educativos e testes de forma gratuita. Acesse clicando nas imagens.



Adição

Khan Academy

Subtração

Khan Academy

Esses questionamentos devem ser feitos de acordo com as respostas dos estudantes. Se nenhum deles sugerir apresentar as frações equivalentes como forma de resolução, você professor, pode incluir esse enfoque por meio de um questionamento. Poderá também apresentar novos exemplos com desenhos e números fracionários para ajudá-los a compreender as possibilidades de resolução. Em seguida, registre a resposta numérica e também escreva a formulação do conceito para a resolução a partir dela. Essa abordagem auxilia os alunos a perceberem a reprodução dessa característica e a ficarem atentos ao compararem com exemplos semelhantes.

Caro professor, é possível que os alunos se deparem com dificuldades para encontrar a solução. É necessário que você os conduza nesse processo. Os questionamentos podem servir como um norte, mas você deve acrescentar orientações de acordo com as repostas dadas pelos alunos.

7º Encontro: Jogando com o "Encontre o par"

Duração: 2 períodos de 45 minutos.

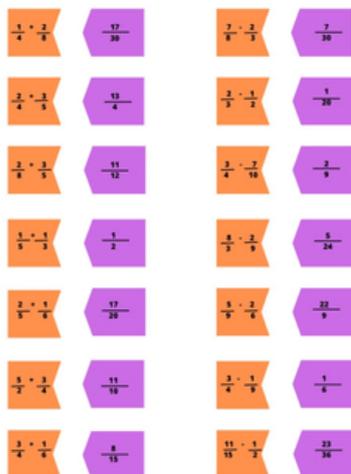
Objetivo da aula: Realizar adição e subtração de frações com denominadores diferentes por meio das frações equivalentes.

Descrição da aula: Jogo - "Encontre o par".

Neste encontro, será utilizado o jogo "Encontre o par" (APÊNDICE E), alinhado com as habilidades da BNCC (EF06MA09) e (EF06MA10).

MODO DE JOGAR: Este jogo é composto por 28 peças, com uma parte abrangendo operações de adição ou subtração de frações com denominadores diferentes e as demais abrangendo os resultados dessas operações. Os alunos devem resolver o cálculo e encontrar a parte correspondente ao resultado correto. O vencedor é aquele que acertar uma quantidade maior de cálculos.

Figura 2. Jogo "Encontre o par"



Fonte: Autora, 2023.

Divida a turma em grupos de 5 ou 6 integrantes, com alunos menos experientes distribuídos entre as equipes para que possam receber assistências de seus pares. Nessa atividade, como os cálculos são necessários, é importante, que você, professor, providencie rascunhos para cada aluno. Será benéfico se essa atividade for desenvolvida em um espaço mais amplo, para que os grupos possam

interagir e resolver os cálculos sem interromper o raciocínio das equipes vizinhas.

Estimado professor, se desejar, pode adaptar este jogo da seguinte maneira: retirar algumas peças, deixando aquelas que contenham cálculos mais acessíveis aos seus alunos. À medida que melhorar o rendimento do grupo, acrescente as peças novamente.

8º Encontro: Receitas

Duração: 2 períodos de 45 minutos.

Objetivos da aula: Compreender a utilidade das frações no cotidiano. Realizar operações de adição de frações.

Descrição da aula: Atividade envolvendo receitas culinárias, para explorar, calcular e desenvolver habilidade relacionadas às frações.

Se possível, a segunda parte desse encontro deverá ocorrer no refeitório da sua escola. Essa atividade está de acordo com as habilidades da BNCC (EF06MA08), (EF06MA09) e (EF06MA10). Inicialmente, apresente as três receitas (ANEXO B) aos alunos, permitindo que escolham qual gostariam de preparar. O objetivo de recorrer a elas é trabalhar os números presentes ao medir a quantidade de ingredientes, salientando a representação fracionária, e trabalhando a adição de frações. Ao observar as receitas, questione seus alunos:

- Se vocês fossem realizar a mesma receita para um número maior de pessoas, como ficaria a quantidade de cada ingrediente?

Solicite que eles escrevam suas respostas e promova um debate em equipes para discutir os resultados. Posteriormente, faça a correção e converse com os alunos a respeito dos resultados encontrados.

No segundo período da atividade, você professor deverá disponibilizar aos alunos os ingredientes e os utensílios necessários para medi-los, bem como os equipamentos elétricos para o desenvolvimento da receita. Divida a turma em equipes de 5 ou 6 integrantes para que possam trabalhar juntos na preparação dos bolos. Ao término da atividade realize uma degustação.



Caro professor, considere fazer registros por meio de vídeos curtos para pontuar dúvidas, levantamentos e observações dos alunos, visando possíveis alterações ou adaptações nas tarefas futuras.

9º Encontro: Elaborando questões

Duração: 1 período de 45 minutos.

Objetivos da aula: Verificar e avaliar a construção de conceitos sobre adição e subtração com frações.

Descrição da aula: Elaboração, por parte dos estudantes, de questões para a atividade final.

Neste encontro, individualmente, os estudantes devem elaborar questões sobre o conteúdo de frações estudado até o momento, como parte da conclusão da trilha de atividades. O professor deve orientá-los a lembrar do que chamou a atenção deles, algum conteúdo que não conheciam ou mesmo algo que não compreenderam completamente. Essas questões poderão ser modificadas ou adaptadas para melhor compreensão, pois irão compor o questionário final aplicado no último encontro. A ideia de ter questões elaboradas pelos estudantes tem como objetivo avaliar o seu progresso, utilizando-as como forma de verificar os conhecimentos adquiridos. Em seguida, o professor deverá alterar as questões, adicionar outras e organizá-las no *Google Forms*, disponibilizando-as em uma turma no *Google Sala de Aula*.

Querido professor, se for utilizar o *Google Classroom* para a realização da tarefa final e ainda não tiver familiaridade com essa plataforma, deixaremos dois links para ajudá-lo.



Criar sala:



Como criar formulário:



É recomendado que o professor crie uma turma no *Google Sala de Aula* para realizar a tarefa final. É importante apresentar aos estudantes a plataforma anteriormente e permitir que eles a acessem e a conheçam para facilitar acessos posteriores. Se não for possível realizar a tarefa dessa forma, você poderá imprimi-la.

É possível que alguns alunos sintam dificuldades, por esse motivo orientamos, você professor, a comunicar sobre a não obrigatoriedade de construírem essas questões, no entanto é necessário incentivar a participação, ou mesmo permitir que façam em dupla para facilitar.

10º Encontro: Questionário final

Duração: 2 períodos de 45 minutos

Objetivo da aula: Verificar a aplicação dos conhecimentos adquiridos.

Descrição da aula: Nesta aula, os alunos realizarão uma atividade *online* para verificação da aprendizagem. A atividade estará disponível em um formulário no *Google Classroom*.



Para este momento, será necessário que se reserve um tempo considerável, visto que cada estudante tem um ritmo próprio de aprendizado.

Para a realização dessa atividade, utilize a plataforma *Google Classroom*. Os estudantes devem ser direcionados ao Laboratório de Informática Escolar (LIE), para responder ao formulário. Esse formulário deverá ser composto por questões criadas pelos estudantes e também criadas por você, professor objetivando reconhecer indícios de aprendizagem. O formulário utilizado nesse encontro está disponível e você professor, poderá ter acesso.

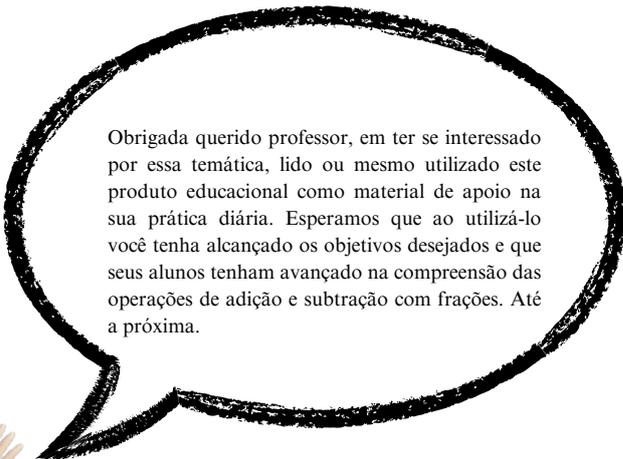
Clique na imagem e tenha acesso ao formulário.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes de iniciar a aplicação da atividade final, é importante fazer uma revisão dos conteúdos, responder às dúvidas dos estudantes e orientá-los sobre a plataforma. É possível que os alunos enfrentem dificuldades em acessar a plataforma utilizada no último encontro, então certifique-se de que todos estejam devidamente conectados antes de iniciar a atividade. Será importante disponibilizar rascunhos para cálculos que deverão ser recolhidos ao final, pois será um importante registro. É imprescindível fazer a correção dessa atividade com os alunos. Lembre-se de que devemos avaliar o estudante durante todo o processo da aplicação e não apenas no resultado final.

É possível que ao final da aplicação desse produto alguns alunos ainda apresentem fragilidade na compreensão de como resolver adições e subtrações de frações com denominadores diferentes. Nesse caso, é necessário que o professor trabalhe as dificuldades que persistem nesses alunos. No entanto, certamente parte da turma já será capaz de realizar essas operações, embora seja considerável salientar que esse conhecimento se desenvolve e se concebe gradualmente, no dia a dia e passo a passo.



Obrigada querido professor, em ter se interessado por essa temática, lido ou mesmo utilizado este produto educacional como material de apoio na sua prática diária. Esperamos que ao utilizá-lo você tenha alcançado os objetivos desejados e que seus alunos tenham avançado na compreensão das operações de adição e subtração com frações. Até a próxima.

Caso você professor queira entrar em contato, fique a vontade:

Eliâne Duarte - 191958@upf.br
Professor Luiz - lhp@upf.br

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGUE, Michelle. Engenharia didática. In: BRUN, Jean (Org.). *Didática das matemáticas*. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BOSZKO, Leandro; TRENTIN, Marco Antônio Sandini. *Jogando com Frações: sequência didática* (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* (2018). Brasília, DF: MEC. Retirado em 17 de janeiro, 2021, de: <https://encurtador.com.br/bCLOY>.

CÂNDIDO, Reginado. Criando sua primeira turma - Google Classroom 2019. Youtube, 06 maio, 2019. Disponível em: <https://encurtador.com.br/hOTW5>. Acesso em: 19 set. 2023.

GCF, AprendeLivre. Como criar exames no Google Sala de Aula, usando os formulários do Google. Youtube, 25 nov. 2020. Disponível em: <https://encurtador.com.br/dnGU5>. Acesso em: 19 set. 2023.

Khan Academy. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/>. Acesso em: 3 jan. 2023.

LOCATELLI, A.; ROSA, C. T. W. da. Produtos educacionais: características da atuação docente retratada na I Mostra Gaúcha. *Revista Polyphonia*, Goiânia, v. 26, n. 1, p. 197-210, 2015. DOI: 10.5216/rp.v26i1.37990. Disponível em: <https://encurtador.com.br/drA38>. Acesso em: 21 jun. 2022.

MACHADO, S. D. A. *Engenharia Didática*. In: MACHADO, S. D. A. (org.). *Educação Matemática: Uma introdução*. 2 ed. São Paulo: Educ., 2002. P 197-208.

MARTINHO, Gesiel Alisson. *O ensino de equivalência de frações para compreensão das operações de adição e subtração*. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação ligado ao Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência da Faculdade de Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

NUNES, Vitor F. R. *O que são os critérios de divisibilidade?* matematica.pt. Disponível em: <https://encurtador.com.br/syILO> Acesso em: 19 set. 2023.

OLIVEIRA, Maria Marly de. *Sequência Didática Interativa no Processo de Formação de Professores*. Cidade: Vozes, 2013.

OLIVEIRA, Marta Kohl. *Vygotsky: aprendizagem e desenvolvimento, um processo sócio-histórico*. 4.ed. São Paulo: Editora Scipione, 1999.

PEREIRA, Onésimo Rodrigues. *Uma sequência didática para o ensino de adição de frações*. 2017. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT) Fundação Universidade Federal do Tocantins, Arraias-TO, 2017.

PEREIRA, Sueli Cruz. *O estudo de frações a partir de uma perspectiva conceitual: proposta de sequência didática para o 7º ano do ensino fundamental*. 2021. Dissertação (Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2021.

SILVA, Anderson Oliveira da et al. As dificuldades dos alunos do sexto ano, com as operações envolvendo frações. *Brazilian Journal of Development*, Curitiba, v. 8, abril, 2022.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. 3 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

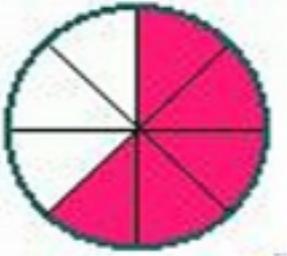
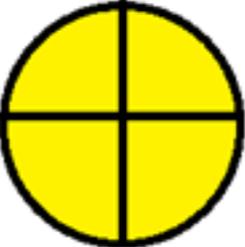
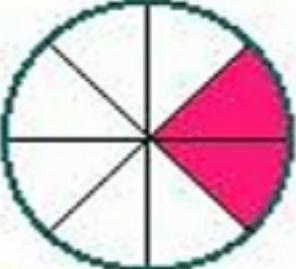
VYGOTSKY, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. 3 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Atividade diagnóstica

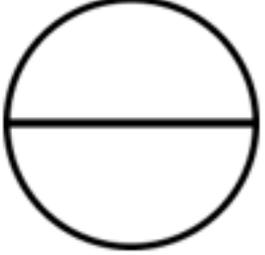
1. Escreva as frações correspondentes a cada figura:

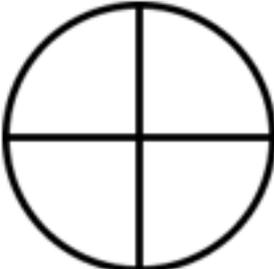
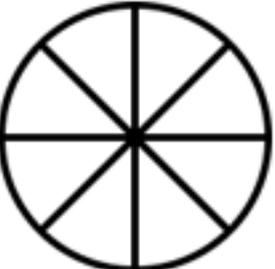
a) 	b) 
c) 	d) 

2. Escreva como se lê as frações.

- a) $\frac{1}{5}$ _____
- b) $\frac{3}{4}$ _____
- c) $\frac{3}{6}$ _____
- d) $\frac{8}{9}$ _____

3. Em cada item, pinte a parte correspondente à fração indicada e complete os espaços em branco:

a) Um meio ou $\frac{1}{2}$ 	b) Dois terços ou _____ 
--	---

<p>c) Três quartos ou _____</p> 	<p>d) Quatro oitavos ou _____</p> 
---	--

4. Represente na forma de um desenho as frações abaixo:

<p>a) Quatro nonos =</p>	<p>b) Dezenove vinte avos =</p>
<p>c) Quinze centésimos =</p>	<p>d) Quatro quinze avos =</p>

5. Marcio comeu $\frac{2}{4}$ de uma pizza. Podemos dizer que a parte que ele comeu representa

- a) A metade da pizza
- b) Mais da metade da pizza
- c) Menos da metade da pizza
- d) Toda pizza

6. De um saco contendo 18 balas, Juvenal deu $\frac{3}{6}$ das balas a Marta, $\frac{1}{6}$ Gilson e ficou com $\frac{2}{6}$.
Com quantas balas cada um ficou?

7. Uma barra de chocolate foi dividida em 8 partes. Aurea comeu 2 partes, Lucy comeu 1 parte, Ana comeu 3 partes, e Amália o restante. Descreva a fração de Aurea, Lucy, Ana e qual fração representa a parte comida por Amália:

APÊNDICE B – Quadro de equivalências

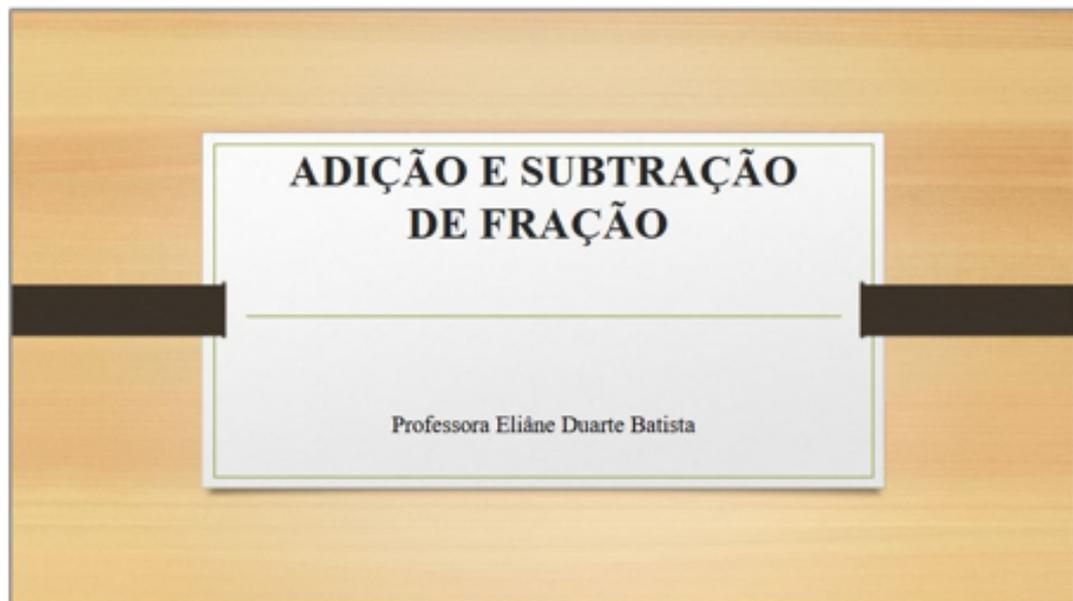


X	2	3	4	5	6
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$			
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{9}$			
$\frac{1}{4}$					
$\frac{2}{3}$					

Fonte: Autora, 2023.



APÊNDICE C - Adição e subtração com denominadores iguais



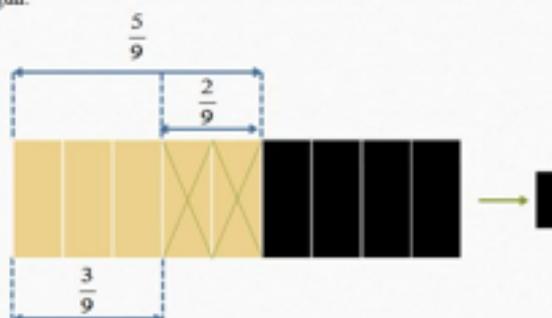
ADIÇÃO

- Observando o exemplo a seguir.
- 1 - Calcular $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$.
- Representando geometricamente:

$\frac{5}{9}$ $\frac{2}{9}$

SUBTRAÇÃO

- Observando o exemplo a seguir.
- 2 - Calcular $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$.
- Representando geometricamente:



Denominadores iguais.

Quando os denominadores são iguais, os numeradores devem ser somados ou subtraídos de acordo com os sinais operatórios e o valor do denominador, mantido. Observe os exemplos:

- $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} =$
- $\frac{10}{5} - \frac{4}{5} =$

APÊNDICE D - Adição e subtração com denominadores diferentes

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÃO

Professora Eliâne Duarte Batista

ADIÇÃO

- Observando o exemplo a seguir FAZER OS DESENHOS COMO O ANTERIOR.
- 1 - Calcular $\frac{5}{2} + \frac{2}{4} =$

APÊNDICE E - Jogo “Encontre o par”.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{8}$$

$$\frac{17}{30}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{30}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{13}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{20}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{11}{12}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{10}$$

$$\frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{3} - \frac{2}{9}$$

$$\frac{5}{24}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{17}{20}$$

$$\frac{5}{9} - \frac{2}{6}$$

$$\frac{22}{9}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{10}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{8}{15}$$

$$\frac{11}{15} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{23}{36}$$

ANEXOS

ANEXO A - Jogo “Circuito das frações equivalentes”

Circuito das Frações Equivalentes

Qual imagem, no centro do tabuleiro, é equivalente à fração onde você parou?

Modo de jogar

Lance o dado, mova seu marcador até a imagem correspondente e posicione uma tampinha na imagem equivalente no centro do tabuleiro. Ganha o jogo quem conseguiu mais frações equivalentes.



Início →					

Prof. Sarmento

ANEXO B - Receitas

1. BOLO DE MILHO VERDE DA ESPIGA

Ingredientes

Massa

- 2 xícaras de milho direto da espiga
- 1 xícara de farinha de trigo sem fermento
- 1 xícara de leite
- 1 e $\frac{1}{2}$ xícara de açúcar
- 3 ovos inteiros
- 3 colheres (sopa) de margarina
- 1 pacotinho de coco ralado
- 1 colher (sopa) rasa de fermento

Modo de preparo

Massa

1. Bata no liquidificador o milho retirado da espiga, o leite, os ovos e a margarina.
2. Bata bem até triturar o milho.
3. Em seguida, coloque a mistura na batedeira, acrescentando a farinha de trigo o açúcar, o coco ralado e, por último, o fermento.
4. Unte uma forma com um furo no meio e coloque para assar em forno preaquecido a 180° C.
5. Asse por mais ou menos 1 hora ou até dourar e quando espetar um garfo o mesmo sair limpo.
6. Retire do forno, espere esfriar um pouco para desenformar.

2. BOLO DE CHOCOLATE

Ingredientes

Massa

4 ovos

1 e $\frac{1}{2}$ de xícara (chá) de açúcar (250g)

$\frac{3}{4}$ xícara (chá) de óleo (180ml)

$\frac{1}{2}$ xícara (chá) de água quente (120ml)

2 colheres (sopa) de cacau em pó (40g)

1 e $\frac{1}{2}$ de xícara (chá) de farinha de trigo (180g)

2 colheres (sopa) de amido de milho (40g)

1 colher (chá) de fermento químico (10g)

1 colher (café) de bicarbonato (5g) *Se não tiver bicarbonato, use então 1 colher de sopa de fermento (15g).

Cobertura de brigadeiro

1 e $\frac{1}{2}$ caixinha de leite condensado (592g)

2 colheres (sopa) de chocolate em pó (40g)

1 colher (sopa) manteiga (15g)

1 caixinha de creme de leite (200g)

Decoração a gosto.

Modo de preparo

Massa

1. Em um liquidificador, bata os ovos, o açúcar, o óleo, o achocolatado e a farinha de trigo.

2. Despeje a massa em uma tigela e adicione a água quente e o fermento, misturando bem.

3. Despeje a massa em uma forma untada e asse em forno médio-alto (200° C), preaquecido, por 40 minutos.

4. Desenforme ainda quente.

Cobertura

1. Em uma panela, leve todos os ingredientes ao fogo até levantar fervura.

2. Despeje ainda quente em cima do bolo.

3. BOLO DE CENOURA

Ingredientes

Massa

- $\frac{1}{2}$ xícara (chá) de óleo
- 3 cenouras médias raladas
- 4 ovos
- 2 xícaras (chá) de açúcar
- 2 e $\frac{1}{2}$ xícaras (chá) de farinha de trigo
- 1 colher (sopa) de fermento em pó

Cobertura

- 1 colher (sopa) de manteiga
- 3 colheres (sopa) de chocolate em pó
- 1 xícara (chá) de açúcar
- 1 xícara (chá) de leite

Modo de preparo

Massa

Em um liquidificador, adicione a cenoura, os ovos e o óleo, depois misture.

Acrescente o açúcar e bata novamente por 5 minutos.

Em uma tigela ou na batedeira, adicione a farinha de trigo e depois misture novamente.

Acrescente o fermento e misture lentamente com uma colher.

Asse em um forno preaquecido a 180° C por aproximadamente 40 minutos.

Cobertura

Despeje em uma tigela a manteiga, o chocolate em pó, o açúcar e o leite, depois misture.

Leve a mistura ao fogo e continue misturando até obter uma consistência cremosa, depois despeje a calda por cima do bolo.

ANEXO C – Habilidades da BNCC de Matemática do 5º e do 6º anos do Ensino Fundamental

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

AUTORES



APRESENTAÇÃO DOS AUTORES

Eliâne Duarte Batista

Docente da rede pública estadual e municipal, no município de Vilhena/RO. Bacharel em Ciências Econômicas pela Universidade Regional do Cariri - URCA, Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará - UECE. Especialista em Matemática, suas tecnologias e o mundo do trabalho pela Universidade Federal do Piauí- UFPI. Mestra em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo - UPF.

Luiz Henrique Ferraz Pereira

Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo- UPF. Doutor em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.