

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

Área de concentração: Infraestrutura e Meio Ambiente

Dissertação de Mestrado

ESTUDO DE MODELOS NUMÉRICOS PARA A ANÁLISE
ESTRUTURAL DE LAJES NERVURADAS

Gabriel Suzano Mengarda

Passo Fundo

2022



CIP – Catalogação na Publicação

M544e Mengarda, Gabriel Suzano
Estudo de modelos numéricos para a análise estrutural
de lajes nervuradas [recurso eletrônico] : estratégias de
implantação / Gabriel Suzano Mengarda. – 2022.
3 MB ; PDF.

Orientador: Prof. Dr. Moacir Kripka.
Coorientador: Prof. Dr. Fernando Busato Ramires.
Dissertação (Mestrado em Engenharias Civil) –
Universidade de Passo Fundo, 2022.

1. Análise estrutural (Engenharia). 2. Lajes de
concreto. 3. Pavimentos. 4. Lajes nervuradas. 5. Método
dos elementos finitos. I. Kripka, Moacir, orientador.
II. Ramires, Fernando Busato, coorientador. III. Título.

CDU: 624.04

Catalogação: Bibliotecária Jucelei Rodrigues Domingues - CRB 10/1569

ESTUDO DE MODELOS NUMÉRICOS PARA A ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES NERVURADAS

Gabriel Suzano Mengarda

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Orientação: Prof. Dr. Moacir Kripka
Coorientador: Prof. Dr. Fernando Busato Ramires

Comissão examinadora:

Prof. Dr. Gray Farias Moita
Prof. Dr. Guilherme Fleith de Medeiros
Prof. Dr. Zacarias M. Chamberlain Pravia

Passo Fundo, junho de 2022

*Oh, não deixeis que se apague a chama! Mantida de século em século,
nesta escura caverna, neste templo sagrado, sustentada por puros
ministros do Amor.... Não deixeis apagar esta divina chama!*

Edward Carpenter

AGRADECIMENTOS

Meus mais sinceros agradecimentos a todos que, de alguma forma, contribuíram para que a realização desta dissertação fosse possível.

Agradeço a Deus pela vida.

Aos meus pais, Alberto Mengarda e Marcia Helena Suzano Mengarda, meus maiores exemplos, pelos conselhos, incentivo, ensinamentos e amor, que sonham comigo e não medem esforços para meu desenvolvimento como ser humano.

Ao meu irmão Arthur Suzano Mengarda, pela amizade, parceria e companheirismo em todos os momentos e por compartilhar a vida ao meu lado.

À minha namorada Emanuelli Vanin, por estar ao meu lado durante este processo de formação, pela paciência, dicas e conselhos para uma vida boa.

Ao Prof. Dr. Fernando Busato Ramires, pelos anos de ensinamento, orientações e contribuições para a definição do tema e desenvolvimento da pesquisa.

Ao Prof. Dr. Moacir Kripka, pela paciência, contribuições e por ter aceitado orientar esta pesquisa.

Em suma, gratidão a todos aqueles que contribuíram, de forma direta ou indireta, para que este objetivo fosse alcançado. Obrigado!

RESUMO

As lajes nervuradas têm se firmado como excelente solução para a construção de pavimentos de edificações, porém grande parte das análises estruturais para esse sistema construtivo são simplificadas e podem proporcionar resultados nem sempre fidedignos ao comportamento da estrutura, isso porque parte dessas simplificações desconsideram fatores que influenciam no deslocamento final da laje nervurada. Embora os progressos sobre o tema da análise estrutural de lajes nervuradas que consideram métodos próximos da realidade, como o método dos elementos finitos, sejam significativos, ainda há fatores que carecem de elucidação. Por isso, esta dissertação objetiva analisar as melhores maneiras de modelagem das lajes nervuradas, avaliando a influência da consideração da região maciça adjacente ao vigamento de borda e a influência da geometria da estrutura no deslocamento final da laje nervurada. Primeiramente, a pesquisa concentra-se nos modelos de cálculo em elementos finitos para representação das lajes nervuradas, com o fito de observar os parâmetros de validação das análises numéricas determinadas na reprodução de estudos analíticos, numéricos e experimentais. Posteriormente, propõem-se três modelagens em elementos finitos, onde a primeira modelagem consiste em considerar as nervuras modeladas até a superfície média das vigas de borda, a segunda modelagem considera a formação de uma região maciça adjacente ao vigamento de borda modelada apenas pela capa de concreto e, por fim, uma modelagem que considera a região maciça adjacente ao vigamento de borda modelado separadamente, além da modelagem via analogia de grelha, com o objetivo de analisar vinte e três lajes que tiveram a largura, a altura e o espaçamento entre eixos de nervuras variados a fim de verificar a influência de cada variável e a diferença de resultados entre as formas de modelagens. Os resultados obtidos determinam, primeiro, a importância da excentricidade entre eixos da nervura e placa de concreto para que se possa alcançar resultados mais realísticos; segundo, que aumentar a altura e a largura das nervuras reduz o deslocamento final; terceiro, que recorrer à modelagem em elementos finitos é uma solução de destaque para a análise, haja visto que fatores como a região maciça adjacente ao vigamento de borda, muitas vezes negligenciados por outras modelagens, interferem na obtenção de uma modelagem realística. Registra-se, ainda, que a analogia de grelha oferta praticidade e facilidade à análise. Por fim, entende-se que este estudo forja sua contribuição na instância das diferentes maneiras de modelagem numérica para análise estrutural de lajes nervuradas através do método dos elementos finitos, além de considerar a análise paramétrica para avaliar o deslocamento final da estrutura e o custo para diferentes alturas e largura das nervuras, e variação no espaçamento entre nervuras.

Palavras-chave: Análise estrutural; Lajes nervuradas; Método dos elementos finitos; Analogia de grelha.

ABSTRACT

Waffle slabs are an excellent solution for the construction of building, although most of the structural analyzes for this system are simplified and can provide results that do not represent the true behavior of the structure, because part of these simplifications disregard factors that influence the final displacement of the structure. Although progress on the topic of structural analysis of waffle slabs that use realistic methods, such as the finite element method, there are many factors that need to be elucidated. Therefore, this paper aimed to analyze the best ways of modeling the waffle slabs, evaluating the influence of considering the massive region adjacent to the edge beam and the influence of the structure geometry on the final displacement of the waffle slabs. First, through finite element, some models were created to represent the waffle slabs to validate parameters of numerical analyzes through reproduction analytical, numerical and experimental studies. Then, three finite element models are proposed, where the first modeling consists of considering the ribs modeled up to the average surface of the edge beams, the second modeling considers the formation of a massive region adjacent to the edge beam modeled only by the slab, and finally, a modeling that considers the massive region adjacent to the edge beam modeled separately, in addition to modeling through grid analogy, with the aim of analyze twenty-three slabs that had the width, height and spacing between axes ribs diversified to analysis the influence of each variable and the difference in results between the forms of modeling. The first result obtained determined the importance of eccentricity between axes of the ribs and concrete slab to obtain more realistic results; second, increasing the height and width of the ribs reduces the displacement of slab; third, the finite element modeling is a great solution for the analysis, has seen that factor like massive region adjacent to the edge beam influence in obtaining a realistic modeling. It is also noted that grid analogy offers practicality and ease of analysis. Finally, it is understood that this paper has a great contribution in the instance of the different ways of numerical modeling for structural analysis of waffle slabs, in addition to considering the parametric analysis to evaluate displacement of structure, the consumption of materials and the expense for different heights and width of the ribs, and variation in rib spacing.

Keywords: Structural analysis; Waffle slab; Finite element method; Grid analogy.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Geometria de uma laje nervurada	17
Figura 2 – Elementos que compõem uma laje nervurada.....	18
Figura 3 - Corte genérico de uma laje nervurada	19
Figura 4 – Sistema de coordenadas de um elemento de placa.....	22
Figura 5 – Representação da espessura equivalente para uma laje nervurada	23
Figura 6 – Graus de liberdade por nós de uma barra.....	24
Figura 7 – Grelha equivalente de um pavimento de laje nervurada armada nas duas direções	25
Figura 8 – Graus de liberdade de um elemento genérico de viga.....	27
Figura 9 – Graus de liberdade de um elemento genérico de placa linear	28
Figura 10 – Graus de liberdade de um elemento genérico de sólido.....	28
Figura 11 – Representação esquemática do Modelo concêntrico utilizado por Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011).....	30
Figura 12 – Representação esquemática do modelo concêntrico utilizado por Schwetz (2011)	30
Figura 13 – Representação esquemática do modelo excêntrico com elementos de viga utilizado por Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011)	31
Figura 14 - Representação esquemática do modelo excêntrico com elementos de placa utilizado por Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011)	32
Figura 15 - Elemento Beam 188.....	43
Figura 16 - Elemento Beam 189.....	43
Figura 17 – Elemento Shell 181	45
Figura 18 - Elemento Shell 281	45
Figura 19 – Representação do Modelo 1	47
Figura 20 – Representação do Modelo 2	48
Figura 21 - Representação do Modelo 3.....	49
Figura 22 – Representação do Modelo 4	50
Figura 23 – Excentricidade entre elementos, em cm.....	52
Figura 24 – Geometria da laje maciça com dois lados simplesmente apoiados e outros dois suportados elasticamente	52
Figura 25 – Deslocamentos das lajes: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4	53

Figura 26 – Geometria da laje maciça com os quatro lados apoiados elasticamente e cantos simplesmente apoiados.	56
Figura 27 – Deslocamentos das lajes: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4	57
Figura 28 – Excentricidade entre elementos, em cm.	59
Figura 29 – Geometria da laje maciça ensaiada por Campagnolo (1980).	59
Figura 30 – Deslocamentos das lajes: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4.	60
Figura 31 – Resultados Modelo 1	60
Figura 32 – Resultados Modelo 2.....	61
Figura 33 – Resultados Modelo 3.....	61
Figura 34 – Resultados Modelo 4.....	61
Figura 35 – Geometria da placa enrijecida por nervuras concêntricas.....	62
Figura 36 – Resultados Modelo 1 nos pontos A, B, C, D e E	63
Figura 37 – Resultados Modelo 3.....	63
Figura 38 – Geometria básica das lajes nervuradas ensaiadas	65
Figura 39 – Deslocamentos das lajes: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4	66
Figura 40 – Resultados da análise da laje 2.....	66
Figura 41 – Geometria do Estudo de caso 1 de Schwetz (2011).....	69
Figura 42 – Posicionamento dos deflectômetros analógicos no Estudo de caso 1 de Schwetz (2011)	70
Figura 43 – Resultados de Projeto da Análise do Estudo de caso 1	71
Figura 44 – Modelagem do Estudo de caso 1 a partir do Método dos Elementos Finitos	72
Figura 45 – Discretização do Estudo de caso 1 a partir do método dos elementos finitos.....	73
Figura 46 – Considerações quanto a modelagem em elementos finitos.....	74
Figura 47 – Comparação dos deslocamentos através de análises numéricas com os resultados obtidos em projeto por Schwetz (2011).....	75
Figura 48 – Comparação dos deslocamentos através de análises numéricas com os resultados obtidos experimentalmente por Schwetz (2011)	76
Figura 49 – Adaptação da Geometria do Estudo de caso1	77
Figura 50 – Corte Genérico de uma Laje Nervurada.....	77
Figura 51 – Modelagem MEF 1	79
Figura 52 – Modelagem MEF 2	80

Figura 53 – Modelagem em MEF 3	81
Figura 54 – Modelagem em grelha.....	82
Figura 55 – Resultados variando a largura das nervuras	83
Figura 59 – Resultados variando a altura das nervuras: Modelagem em MEF 1	85
Figura 63 – Resultados variando o espaçamento entre eixos das nervuras: Modelagem MEF 1	87

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Síntese dos trabalhos descritos	40
--	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação dos resultados (apoio na laje)	54
Tabela 2 – Comparação dos resultados (apoio na viga)	54
Tabela 3 – Comparação dos resultados (análise 3).....	57
Tabela 4 – Descrição das variações geométricas das lajes nervuradas	78
Tabela 5 – Deslocamento vertical e Diferença percentual das modelagens variando-se a largura das nervuras	84
Tabela 6 – Deslocamento vertical e diferença percentual das modelagens variando-se a altura das nervuras	86
Tabela 7 – Deslocamento vertical e diferença percentual das modelagens variando-se o espaçamento entre eixos de nervuras.....	88
Tabela 8 – Consumo de materiais e custo da estrutura para cada variação geométrica	90

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
1.1 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	15
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1 CONSIDERAÇÕES BÁSICAS SOBRE LAJES NERVURADAS	16
2.2 ANÁLISE ESTRUTURAL ESTÁTICA DE LAJES NERVURADAS	18
2.2.1 Método baseado na analogia a lajes maciças	20
2.2.2 Método baseado na analogia de grelhas	24
2.2.3 Método dos elementos finitos	26
2.3 ESTUDOS CORRELATOS	32
2.4 ANSYS	41
2.4.1 Elementos Finitos utilizados nos modelos numéricos.....	41
3 VALIDAÇÃO DOS MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS.....	46
3.1 MODELOS NUMÉRICOS UTILIZADOS PARA VALIDAÇÃO	46
3.1.1 Modelo 1	46
3.1.2 Modelo 2	47
3.1.3 Modelo 3	48
3.1.4 Modelo 4	49
3.2 VALIDAÇÃO DOS MODELOS DE CÁLCULO.....	50
3.2.1 Lajes maciças apoiadas em vigas elásticas no contorno, conforme Timoshenko e Woinowsky (1959)	51
3.2.2 Análise experimental das deformações devido à flexão em lajes de concreto armado ensaiadas por Campagnolo (1980)	58
3.2.3 Laje com duas nervuras ortogonais conforme Peng-Cheng <i>et al.</i> (1987)	62
3.2.4 Estudo experimental de Abdul-Wahab e Khalil (2000)	64
4 ANÁLISE NUMÉRICA DA LAJE NERVURADA	68
4.1 ANÁLISE NUMÉRICA DO ESTUDO DE CASO 1 DE SCHWETZ (2011)	68
4.1.1 Resultados das análises numéricas para o Estudo de caso 1	74
4.2 ADAPTAÇÃO DA GEOMETRIA DO ESTUDO DE CASO 1 DE SCHWETZ (2011)	76
4.3 ANÁLISE NUMÉRICA DAS LAJES NERVURADAS	78
4.3.1 Modelagem MEF 1.....	79

4.3.2	Modelagem MEF 2.....	80
4.3.3	Modelagem MEF 3.....	81
4.3.4	Modelagem grelha.....	82
4.4	RESULTADOS DAS ANÁLISES NUMÉRICAS	82
4.4.1	Resultados dos deslocamentos a partir da variação geométrica – largura das nervuras	83
4.4.2	Resultados dos deslocamentos a partir da variação geométrica – Altura das Nervuras	85
4.4.3	Resultados dos deslocamentos a partir da variação geométrica – espaçamento entre eixos das nervuras.....	87
4.4.4	Resultados do consumo de materiais a partir da variação geométrica	89
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	91
5.1	CONCLUSÃO.....	91
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	93
	REFERÊNCIAS	94

1 INTRODUÇÃO

A evolução dos projetos arquitetônicos permeia uma série de inovações conceituais para dar conta da evolução das construções. Nesse sentido, a literatura específica da área coloca em relevo as exigências crescentes acerca de soluções estruturais sofisticadas no cotidiano de projetistas de estruturas. Diante disso, o trabalho com as lajes nervuradas tem seu potencial, à medida que elas têm se firmado como excelente solução para a construção de pavimentos de edificações. Isso porque apresentam pequenos deslocamentos transversais, permitem uma construção racionalizada, há versatilidade em suas aplicações, além de possibilitar maiores vãos entre pilares.

Ademais, os estudos que abordam o tema em questão demonstram que as lajes nervuradas de concreto armado moldadas no local possibilitam a redução do peso próprio da estrutura, suprimindo-se, nas zonas tracionadas da seção transversal, parte do concreto que não trabalha estruturalmente. A partir da utilização de elementos de enchimento leve, que permanecem na laje após a concretagem (tijolos cerâmicos, blocos de concreto celular ou de poliestireno expandido), ou pelo uso de moldes recuperáveis (de polipropileno), cria-se um sistema de vigas paralelas igualmente espaçadas, agrupando as armaduras tracionadas, denominadas de nervuras. Por isso, as lajes nervuradas são descritas, por autores como Ibrahim (2011), como estruturas definidas pela combinação de uma capa de concreto e um sistema de vigas. Trata-se, portanto, de uma evolução natural das lajes maciças, uma vez que há a eliminação da maior parte do concreto abaixo da linha neutra.

Isso posto, o estudo sobre a análise estrutural de lajes nervuradas evidencia o interesse da pesquisa, sobretudo pelo complexo comportamento do sistema. Nota-se, então, que as lajes nervuradas, frequentemente, são analisadas utilizando-se procedimentos simplificados, criados para lajes maciças e baseados na teoria da elasticidade. No entanto, análises experimentais invalidam o uso dessas técnicas, visto que a geometria da laje não consegue desenvolver os mesmos esforços de uma laje maciça e, conseqüentemente, apresenta momentos fletores e deslocamentos que diferem da realidade, conforme determina o estudo de Coelho (2013).

Conseqüentemente, calculistas que recorrem a essas técnicas estão sujeitos ao falseamento de valores dos esforços e deslocamentos desse sistema, logo acabam por projetar estruturas mais robustas que desconsideram a verdadeira capacidade dos materiais.

Entretanto, os avanços dos recursos computacionais possibilitam corrigir o curso das ações, visto que *softwares* que empregam modelos numéricos permitem a simulação virtual do

sistema nervurado com alto grau de sofisticação. Isso elimina as restrições do uso de modelos simplificados para a análise de estruturas, proporcionando resultados mais próximos do comportamento real da estrutura. Observa-se, desse modo, que, entre os métodos numéricos para análise estrutural, o método dos elementos finitos destaca-se como técnica difundida entre os programas de cálculo estrutural, pois permite a representação de geometrias complexas possibilitando assim a diferentes considerações ao modelar as estruturas.

Apesar dos progressos significativos sobre a análise estrutural de lajes nervuradas, existem fatores que não são suficientemente elucidados. Esse é o caso da modelagem da região maciça adjacente ao vigamento de borda, que, muitas vezes, é formada quando as dimensões arquitetônicas não são compatíveis com a modulação da laje. Dessa maneira, cargas extras não previstas em projeto são geradas e não são consideradas durante a análise estrutural. No âmbito dessa questão é que se delinea a pesquisa desta dissertação, sobretudo a modelagem da estrutura através do método dos elementos finitos.

Nesse contexto, o objetivo geral desta pesquisa consiste em analisar as melhores formas de modelagem das lajes nervuradas, avaliando a influência da consideração da região maciça adjacente ao vigamento de borda nos modelos numéricos e a influência da geometria da estrutura no deslocamento final da laje nervurada.

Para dar conta disso, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- efetuar a revisão bibliográfica sobre os modelos numéricos adequados para modelar as lajes nervuradas;
- validar os modelos numéricos através da comparação com resultados analíticos, avaliações experimentais e análises numéricas de outros autores;
- analisar as melhores formas de modelagem das lajes nervuradas através do método dos elementos finitos;
- analisar uma laje nervurada sob diferentes geometrias, avaliando a influência de cada variável no deslocamento final da estrutura, assim como o consumo e custo dos materiais utilizados;
- comparar os resultados obtidos através do método dos elementos finitos com resultados encontrados via analogia de grelha.

Isso posto, considera-se que, diante das experiências profissionais relacionadas à utilização de lajes nervuradas e da crescente demanda de projetos estruturais mais complexos e projetos arquitetônicos que solicitam maiores vãos entre os apoios, é necessário ampliar os

conhecimentos profissionais na área de análise estrutural, utilizando simulações virtuais através de soluções numéricas.

1.1 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação é composta de cinco capítulos conforme comentários:

Neste Capítulo 1 apresenta-se uma introdução ao tema de estudo, o problema relacionado à pesquisa, a justificativa e os objetivos a serem atingidos, além da presente seção que contém a estrutura da dissertação.

No Capítulo 2 contém o referencial teórico, trazendo conceitos básicos relacionados às lajes nervuradas, uma revisão bibliográfica sobre a análise estrutural estática de lajes nervuradas, assim como o estudo dos métodos de analogia a lajes maciças, analogia de grelhas e elementos finitos. Além disso, definem-se os modelos de cálculos indicados para a representação da estrutura através do método dos elementos finitos

O Capítulo 3 compreende a validação dos modelos em elementos finitos. Para tanto, trabalha-se com quatro modelos numéricos para reprodução de estudos feitos por pesquisadores que utilizaram métodos analíticos, ensaios experimentais e simulações numéricas por elementos finitos ou analogia de grelha em suas pesquisas. Assim, a partir dessa validação, consegue-se definir qual é o modelo ideal para dar sequência à pesquisa.

No Capítulo 4 é reproduzido o Estudo de Caso 1 de Schwetz (2011) através do modelo definido nas análises do capítulo anterior, para então desenvolvimento desta etapa sob diferentes considerações de modelagem. A primeira refere-se à modulação das nervuras até o eixo central das vigas de contorno, desconsiderando a região maciça adjacente ao vigamento de borda. A segunda consiste na modulação da região maciça adjacente ao vigamento de borda apenas pela capa. E a terceira trata da modulação da região maciça adjacente ao vigamento de borda separadamente. Além disso, para cada uma dessas três variações, realiza-se uma análise a respeito da geometria da laje nervurada, ou seja, variando-se altura, largura e espaçamento entre eixos das nervuras para analisar o deslocamento final, o consumo e custo dos materiais da laje nervurada sob diferentes geometrias.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões obtidas nesta pesquisa além de algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, abordar-se-ão os principais itens para o desenvolvimento deste trabalho, a saber: considerações básicas sobre lajes nervuradas; análise estrutural estática de lajes nervuradas; e estado da arte sobre estudos correlatos ao tema desta pesquisa. Além disso, para uma abordagem mais ampla e uma compreensão mais criteriosa sobre o assunto, alguns itens foram subdivididos em seções específicas.

2.1 CONSIDERAÇÕES BÁSICAS SOBRE LAJES NERVURADAS

Com a crescente demanda de projetos arquitetônicos com espaços mais amplos, aliada à necessidade de melhor aproveitamento dos materiais, a utilização das lajes nervuradas firmou-se como excelente solução para a construção de pavimentos de edificações, consoante Silva (2005), uma vez que essa estrutura apresenta uma série de vantagens em relação ao sistema de lajes maciças. Ou seja, com as lajes nervuradas, obtém-se maior liberdade no projeto arquitetônico; elas possibilitam versatilidade em suas aplicações; é possível vencer grandes vãos, além de menor suscetibilidade da estrutura a deslocamentos transversais; redução da quantidade de pilares e vigas em projeto; diminuição do peso próprio da estrutura; implementação de construção racionalizada; redução de fôrmas; maiores planos lisos (sem vigas), etc.

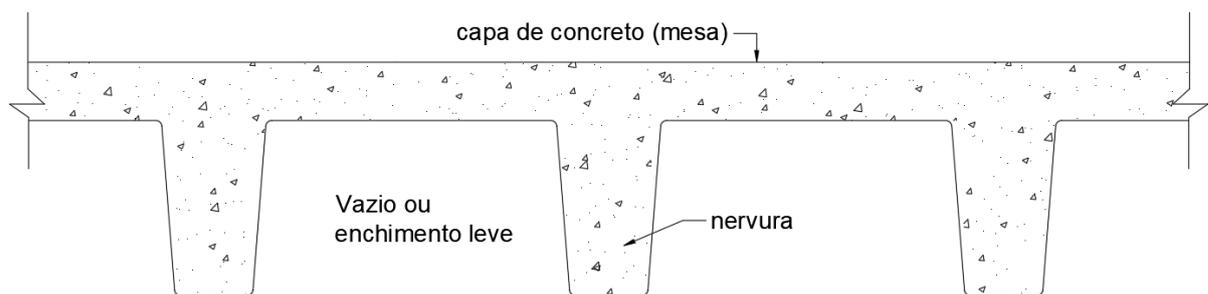
As lajes nervuradas de concreto armado moldadas no local podem ser entendidas como um elemento estrutural constituído por nervuras posicionadas em uma ou duas direções (laje nervurada unidirecional ou bidirecional), onde são concentradas as armaduras longitudinais de tração, solidarizada por uma capa de concreto (mesa), geralmente localizada acima destas. Para Schwetz (2011), isso é uma evolução natural das lajes maciças, dada a eliminação da maior parte do concreto abaixo da linha neutra.

A Norma Brasileira ABNT NBR 6118 (2014), define laje nervurada como as lajes moldadas no local com ou sem nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração, para momentos positivos, esteja localizada nas nervuras entre as quais podem ser colocados materiais inertes. Independentemente do material de enchimento utilizado, sua resistência não é levada em consideração na análise estrutural, ou seja, apenas as nervuras e a capa de concreto (mesa) proporcionam a necessária resistência e rigidez à estrutura. Entre os materiais utilizados para a formação das nervuras, há a possibilidade da utilização de elementos de enchimento leves e inertes, que permanecem na laje após o processo de desforma, como os blocos cerâmicos

furados, blocos de concreto, blocos de concreto celular autoclavado, blocos de poliestireno expandido ou a utilização de moldes recuperáveis retirados após a desforma da laje, sendo eles de polipropileno ou ainda moldes metálicos, que formam vazios entre as nervuras.

Na Figura 1, é possível observar a geometria de uma laje nervurada formada pela capa de concreto, nervura e os vazios formados após a retirada de um molde recuperável.

Figura 1 – Geometria de uma laje nervurada

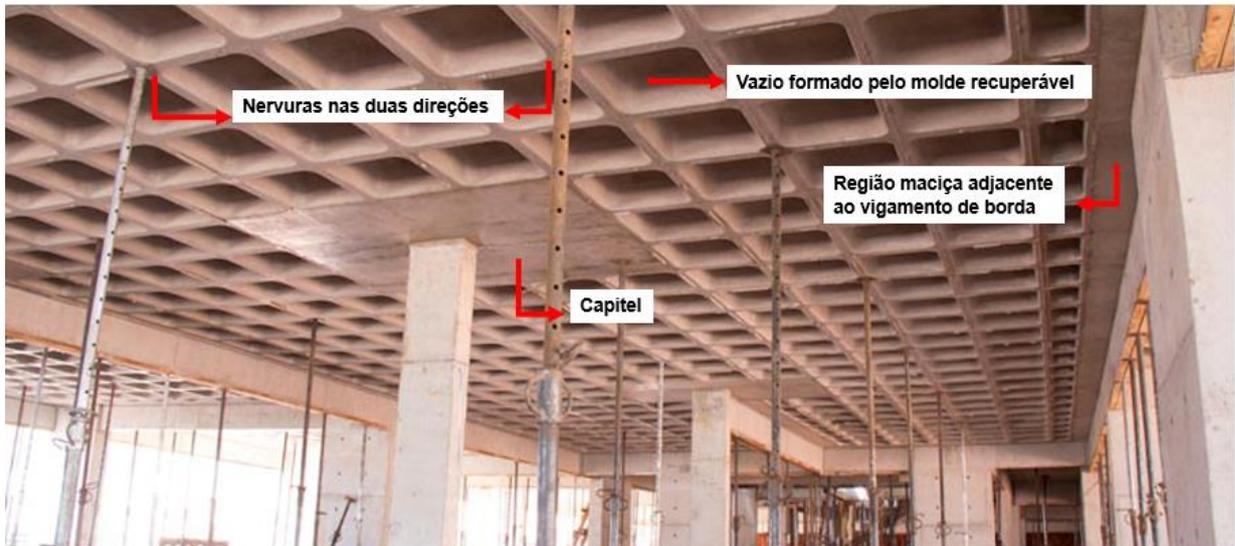


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Ainda, como parte da estrutura da laje nervurada, é importante ressaltar que, pelo fato de a laje estar diretamente apoiada sobre os pilares, muitas vezes, há a necessidade de projetar capitéis, que são aumentos da seção transversal dos pilares ou aumento da seção transversal das lajes. Estes possuem a finalidade de diminuir as tensões de cisalhamento na região da ligação laje – pilar, a fim de evitar possíveis rupturas da laje por puncionamento, visto o acúmulo de forças cortantes e, em algumas situações, altos momentos fletores nessa região. Em algumas circunstâncias, é possível que as dimensões do material de enchimento utilizado gerem uma incompatibilidade com a modulação da laje e, nesses casos, há a formação de uma região maciça adjacente ao viga de borda.

Na Figura 2, destacam-se os principais elementos que compõem a laje nervurada.

Figura 2 – Elementos que compõem uma laje nervurada



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

2.2 ANÁLISE ESTRUTURAL ESTÁTICA DE LAJES NERVURADAS

As lajes nervuradas apresentam um comportamento estático intermediário entre placa e grelha, onde os esforços de compressão devem ser resistidos pela mesa de concreto e parte pela nervura, dependendo da posição da linha neutra, enquanto que os esforços de tração são resistidos pela nervura com armadura (BOCCHI JÚNIOR, 1995). O item 14.7.7, da NBR 6118 (ABNT, 2014, p 97, grifo nosso), indica que “*Todas as prescrições anteriores relativas às lajes podem ser consideradas válidas, desde que sejam obedecidas as condições de 13.2.4.2*”; as prescrições anteriores remetem às estruturas como elementos de placa (item 14.7). Dessa forma, a Norma prevê o cálculo da laje nervurada como placa no regime elástico, desde que as condições apresentadas no item 13.2.4.2, relativo às especificações para as dimensões e para o projeto da laje, sejam respeitadas. Dentre as recomendações quanto às dimensões (item 13.2.4.2), destacam-se:

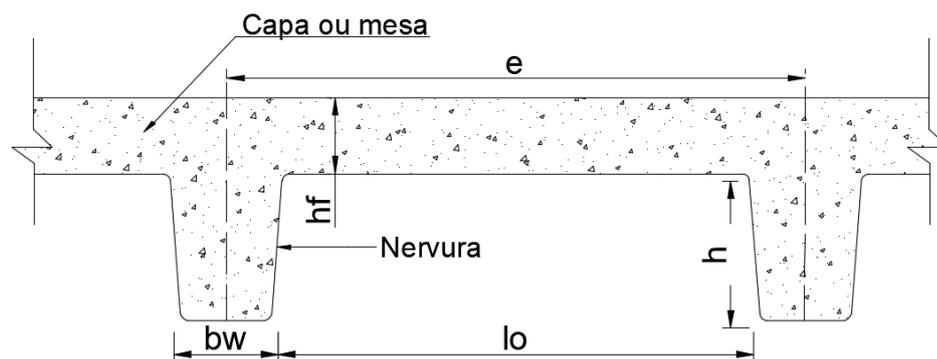
- a. a espessura da mesa, quando não existirem tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a $1/15$ da distância entre as faces das nervuras (l_0) e não menor que 4 cm;
- b. o valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 5 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10 mm. Para tubulações com diâmetro \varnothing maior que 10 mm, a mesa deve ter a espessura mínima de $4 \text{ cm} + \varnothing$, ou $4 \text{ cm} + 2 \varnothing$ no caso de haver cruzamento destas tubulações.
- c. a espessura das nervuras não pode ser inferior a 5 cm;
- d. nervuras com espessura menor que 8 cm não podem conter armadura de compressão (ABNT, 2014, p 74).

Referente às recomendações quanto ao projeto (item 13.2.4.2), destacam-se:

- para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura (ABNT, 2014, p. 75).

As dimensões dos elementos que compõe uma laje nervurada podem ser observadas no corte genérico apresentado na Figura 3.

Figura 3 - Corte genérico de uma laje nervurada



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Onde:

B_w : largura da nervura;

l_o : espaçamento entre as faces internas das nervuras;

e : espaçamento entre eixos de nervuras;

h : altura da nervura;

h_f : espessura da capa de concreto.

Assim, quando a análise da laje nervurada é feita considerando-a como laje maciça, denomina-se como cálculo simplificado ou método baseado na analogia de lajes maciças. Entretanto, quando as condições do item 13.2.4.2 não ocorrem, a Norma determina que “*deve-se analisar a laje nervurada considerando a capa como laje maciça apoiada em uma grelha*”

de vigas”, sendo que os limites mínimos de espessura referem-se às espessuras mínimas para lajes maciças, apresentadas no item 13.2.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 74, grifo nosso).

Isso posto, destaca-se que a análise estrutural através de métodos analíticos muitas vezes limita-se a aplicações em estruturas que possuam geometria, carregamento e condições de apoio simples. Desta forma, é relevante observar que muitas das estruturas presentes no meio prático apresentam uma geometria complexa, o que resulta em excessivas simplificações para a utilização desses conceitos, logo os cálculos, muitas vezes, diferem-se da realidade. Por isso, é interessante recorrer a procedimentos mais apurados, como o método baseado na analogia de grelha, ou então o método dos elementos finitos, já que é um método aproximado de cálculo de sistemas contínuos, que possibilita a análise de estruturas independente da geometria, carregamentos e condições de contorno.

2.2.1 Método baseado na analogia a lajes maciças

A análise estrutural de lajes nervuradas pode ser realizada através da analogia a lajes maciças, também denominada de cálculo simplificado. Isso consiste em converter a laje nervurada em uma placa maciça, de espessura constante, equivalente em comportamento à laje nervurada.

Essa simplificação é fundamentada pela Teoria de Placas, que corresponde a um corpo tridimensional, de superfície plana, sem curvatura, com uma de suas dimensões (a espessura) pequena em relação às outras duas, e com carregamento perpendicular à superfície (placa). As placas finas, com pequenas deflexões, são baseadas na teoria de Kirchhoff e admitem as seguintes hipóteses:

- a. a espessura da placa é constante e pequena em relação às outras duas dimensões;
- b. o material da placa é elástico, obedece à lei de Hooke e é homogêneo e contínuo, podendo ser isótropo ou ortótropo;
- c. as deflexões da placa são pequenas, não causam alteração em sua geometria;
- d. a superfície média da placa é inicialmente plana e não sofre deformações específicas na flexão;
- e. planos normais da superfície média antes da flexão permanecem planos após a mesma;
- f. as componentes de tensão transversais à superfície média da placa são pequenas e podem ser negligenciadas;
- g. somente são consideradas cargas transversais à placa.

A análise de um elemento de placa delgada, segundo o método clássico da elasticidade, pode ser resolvida considerando uma placa maciça isótropa ou ortótropa, sob condições de contornos clássicos e conhecidos, como: bordas simplesmente apoiada, bordas perfeitamente engastadas e bordas livres.

As placas maciças isótropas possuem a forma e o espaçamento entre as nervuras idênticos nas duas direções ortogonais, sendo analisadas através da integração da equação diferencial de quarta ordem, como se evidencia na Equação 1.

Equação 1 – Equação diferencial de quarta ordem

$$\frac{\partial^4 w}{\partial^4 x} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial^4 y} = \frac{(g + q)}{D} \quad (1)$$

Sendo:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2)$$

E: módulo de elasticidade longitudinal do material;

h: altura da laje;

ν : coeficiente de Poisson do material;

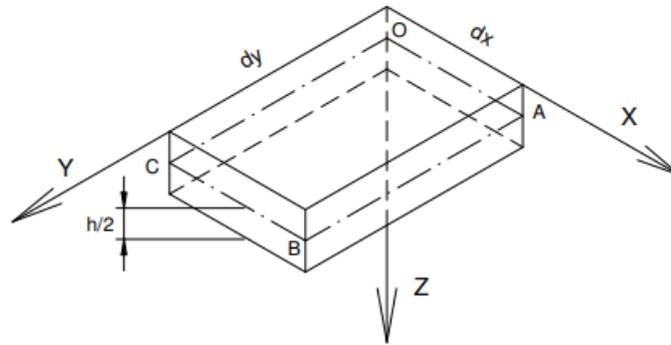
(g + q): ação aplicada perpendicularmente ao plano da placa;

w: deslocamento perpendicular ao plano da laje;

x,y: eixos de coordenadas ortogonais para o plano médio da placa

O sistema de coordenadas de um elemento de placa é apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Sistema de coordenadas de um elemento de placa



Fonte: Elaborada por Dias (2003).

As placas maciças ortótropas possuem a forma ou o espaçamento entre as nervuradas diferentes nas duas direções ortogonais, sendo analisadas através da integração da equação diferencial de quarta ordem, mostrada na Equação 3, de acordo com Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959).

Equação 3 – Equação de quarta ordem

$$D_x \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial^4 x} + 2 \cdot H \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial^4 y} = P(x, y) \quad (3)$$

Onde:

D_x e D_y : rigidezes à flexão nas duas direções ortogonais;

$2 \cdot H$: rigidez à torção da placa;

$P(x, y)$: carregamento solicitante perpendicular à placa.

A espessura constante da laje maciça equivalente, solicitada nas formulações anteriores, pode ser determinada, de acordo com Dias (2003) apud Barbirato (1997), considerando a equivalência do momento de inércia à flexão entre os dois sistemas estruturais, a partir da Equação 4:

Equação 4 – Espessura equivalente

$$h_{eq} = \left(\frac{12 \cdot I}{e} \right)^{1/3} \quad (4)$$

Onde:

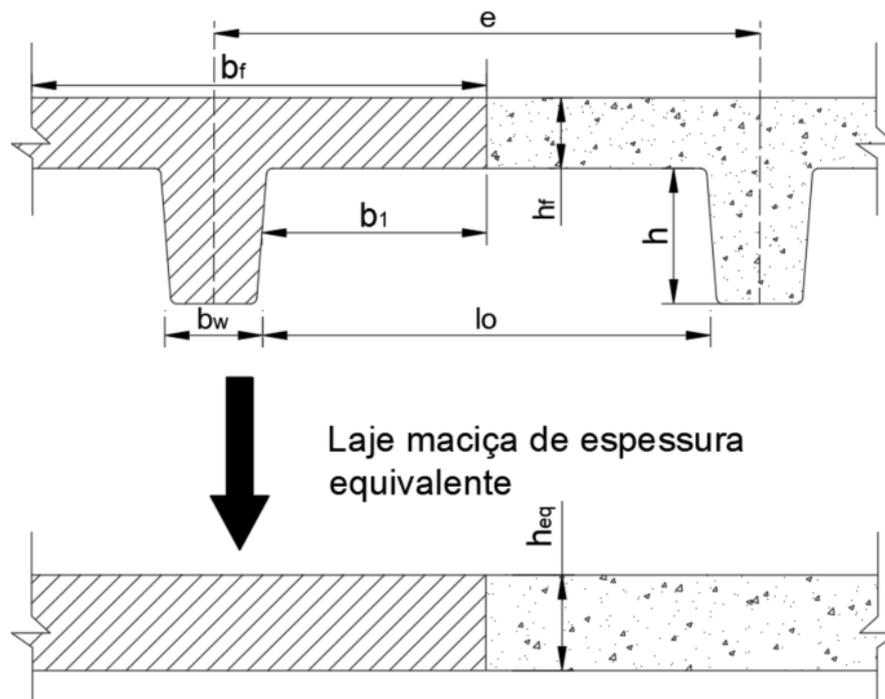
h_{eq} : espessura da laje maciça equivalente;

I : momento de inércia à flexão da secção transversal T da nervura em relação ao eixo baricêntrico horizontal;

e : distância entre os eixos das nervuradas, como apresentado na Figura 5.

A Figura 5, destaca a representação da espessura equivalente para uma laje nervurada

Figura 5 – Representação da espessura equivalente para uma laje nervurada



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

De maneira geral, essa solução elástica consiste em determinar os deslocamentos $w(x,y)$, que satisfazem a Equação 3 para que, então, se combinem as derivadas de $w(x,y)$ para as solicitações internas serem obtidas. Por serem equações muito trabalhosas, restringem-se a casos simples de carregamento e geometria, sendo muito raras suas aplicações na prática. Para casos mais gerais, as soluções geralmente são encontradas adotando-se expansões em série de Fourier, do tipo séries duplas trigonométricas (solução de Navier), ou séries simples trigonométricas (solução de Levy), conforme Schwetz (2011).

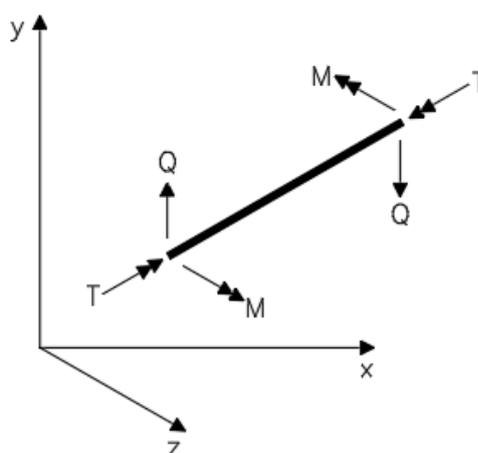
De acordo com Silva (2005), a análise estrutural da laje nervurada como laje maciça fornece esforços solicitantes e deslocamentos elásticos menores que os obtidos pelo processo

de grelha equivalente, indicando que esse método simplificado deve ser utilizado apenas na fase de pré-dimensionamento, quando se deseja uma estimativa inicial das dimensões da seção transversal da laje. Para o cálculo definitivo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais, deve-se buscar o emprego da analogia de grelha, ou então outro processo de cálculo.

2.2.2 Método baseado na analogia de grelhas

A analogia de grelhas para análise estrutural de lajes baseia-se na transformação da estrutura em um sistema reticulado, estudando o comportamento individual de cada barra e estabelecendo as relações entre as suas forças externas e deslocamentos nodais, para formar um sistema global de equações que levam às incógnitas do problema. Essas relações são escritas em forma matricial e correspondem à matriz de rigidez da viga, a qual é resolvida através do método da rigidez. O comportamento global da estrutura é obtido a partir da consideração da inter-relação de cada barra com as demais, formando a matriz de rigidez da estrutura. Cada barra que compõe a estrutura compreende três graus de liberdade por nó (uma translação perpendicular ao seu plano e duas rotações em torno dos eixos contidos no mesmo) e três esforços de extremo de barra (uma força cortante, um momento torçor e um momento fletor), como se pode verificar na Figura 6.

Figura 6 – Graus de liberdade por nós de uma barra



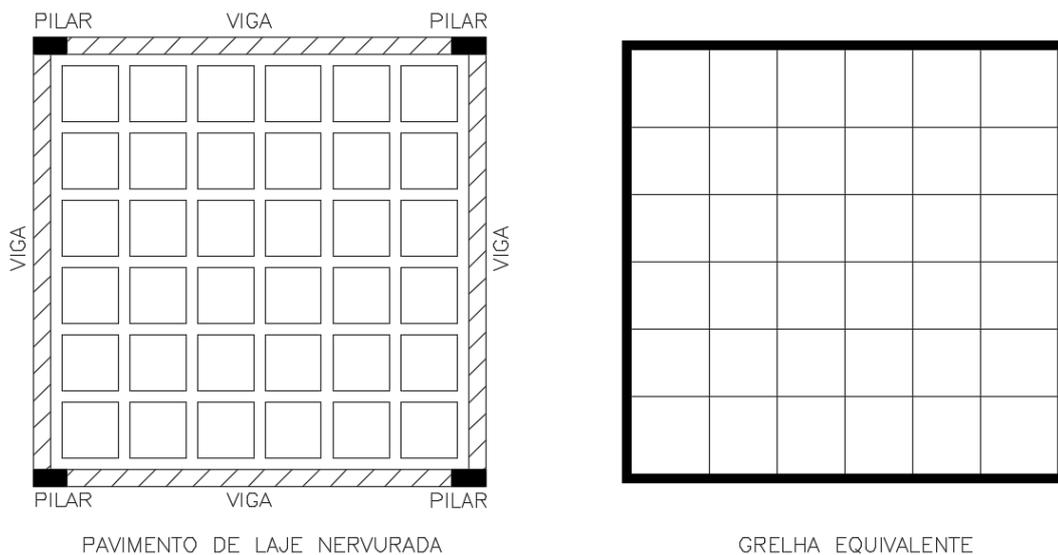
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A grelha equivalente pode ser definida como uma estrutura plana, a qual recebe ação normal ao seu plano, sendo possível obter soluções para praticamente qualquer geometria

definida, pois possibilita a análise integrada do pavimento considerando a influência da flexibilidade dos apoios e da rigidez à torção dos elementos. Para aplicação deste método às lajes nervuradas, torna-se evidente que as mesmas já são um conjunto de vigas, logo, o processo consiste em substituir as lajes nervuradas por elementos de barra localizados nos eixos das nervuras, formando uma grelha correspondente. As características geométricas das seções transversais das vigas que representam as nervuras, usualmente, são vigas com seções em forma de “T”, com dimensões em função do momento de inércia à flexão e momento de inércia à torção equivalente às nervuras. Para as vigas do pavimento, utilizam-se seções retangulares.

A Figura 7 demonstra uma laje nervurada armada nas duas direções apoiada em vigas, e a grelha equivalente representando o modelo estrutural.

Figura 7 – Grelha equivalente de um pavimento de laje nervurada armada nas duas direções



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Note-se, na Figura 7, que as lajes nervuradas possuem grande semelhança geométrica com o método de grelhas. Contudo, Dias (2003) observa que, para se obter um modelo de grelha que expresse tanto o comportamento da estrutura (laje nervurada) quanto o material (concreto armado), algumas considerações devem ser feitas, sendo elas: propriedades geométricas das barras de grelha através da determinação do momento de inércia à flexão e à torção das barras da grelha, parâmetros elásticos do concreto armado a partir da definição do módulo de deformação longitudinal e módulo de deformação transversal do concreto, carregamento da grelha, além da consideração da vinculação dos pilares nos modelos de analogia de grelha mediante a consideração da rigidez do pilar às deformações axiais e à flexão.

Silva (2005) destaca, ainda, que, mediante o uso da analogia de grelha, é possível analisar pavimentos de concreto armado de forma integrada, fugindo do cálculo clássico simplificado, o qual considera os elementos componentes do pavimento de maneira isolada, sem levar em conta a interação entre os mesmos. Nesse sentido, o autor destaca que, por trabalhar de forma integrada, os esforços e deslocamentos da estrutura tendem a ser mais precisos e mais próximos dos valores reais, isso viabiliza obter o momento fletor máximo de cada nervura e não apenas no centro da laje. Conseqüentemente, pode-se detalhar as nervuras com armaduras diferentes e otimizar o aproveitamento dos materiais.

2.2.3 Método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos é um método aproximado de cálculo de sistemas contínuos, de modo que a estrutura, ou corpo contínuo, é subdividida em um número finito de partes conectadas entre si pelos pontos discretos, que são denominados de nós. Por se tratar de uma solução aproximada, os elementos utilizados para discretização da estrutura possuem um comprimento finito e não diferencial como nos métodos analíticos, ou seja, não são calculados os deslocamentos nos infinitos pontos da estrutura, apenas nos nós dos elementos.

Ao iniciar a análise estrutural com o método dos elementos finitos, dois aspectos iniciais se destacam, a saber: a definição da malha de elementos finitos, isto é, a subdivisão da estrutura em elementos; e a escolha dos elementos adequados para o tipo de estrutura em análise. Diante disso, ao dividir o corpo contínuo em um número finito de elementos, deve-se garantir que o comportamento interno de dois elementos adjacentes seja compatível em um grau razoável de aproximação, a fim de buscar uma variação mínima dos deslocamentos entre nós de elementos adjacentes. No que concerne à escolha do tipo de elemento finito para análise, deve-se ter o conhecimento do tipo de comportamento físico que se busca representar (viga, casca, placa, membrana, sólidos, etc.), assim como as opções disponíveis na biblioteca de elementos do *software* para definição e escolha do elemento.

Ao analisar estruturas conectadas continuamente, torna-se mais complexo estabelecer as condições de compatibilidade ao longo dos contornos comuns dos elementos finitos quando se compara à análise das estruturas reticuladas, cujas conexões já são discretas na própria estrutura real, visto que nos corpos contínuos não há separação da estrutura e, no modelo de cálculo, são conectados apenas nos nós.

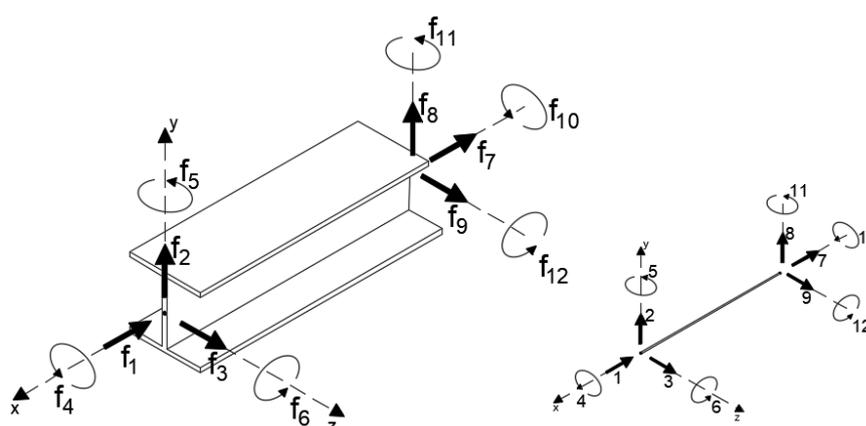
Para que a montagem dos elementos finitos possua resolução, duas leis importantes da mecânica estrutural devem ser consideradas. A primeira lei diz respeito ao equilíbrio de forças,

isto é, se a estrutura estiver em equilíbrio sob ação de algum carregamento, qualquer elemento da estrutura, assim como todas as partes deste elemento, também deverá estar em equilíbrio. A segunda lei refere-se à compatibilidade de deslocamentos, logo os elementos que estiverem conectados entre si mantêm-se conectados no mesmo nó na condição deformada, ou seja, os nós dos elementos que estão conectados estão sujeitos aos mesmos componentes de deslocamentos.

Diversos são os elementos que podem ser utilizados para a construção do modelo de cálculo, desde que escolhidos de forma que representem o comportamento estrutural fielmente com a realidade. Na análise estática estrutural, destacam-se os elementos de linha, elementos de superfície e elementos volumétricos.

Dentre os elementos lineares, destaca-se o elemento de viga, muito utilizado para modelar vigas, pilares e grelhas no plano e no espaço. O elemento de viga consiste em uma barra reta de comprimento muito maior que as dimensões de sua seção transversal, podendo transmitir forças axiais, momentos fletores nos planos de seus dois eixos principais do plano da seção transversal da viga, forças cortantes nos mesmos planos de ação dos momentos fletores, e momentos torçores em relação ao eixo dos centros de torção da viga. A Figura 8 apresenta um elemento genérico de viga.

Figura 8 – Graus de liberdade de um elemento genérico de viga

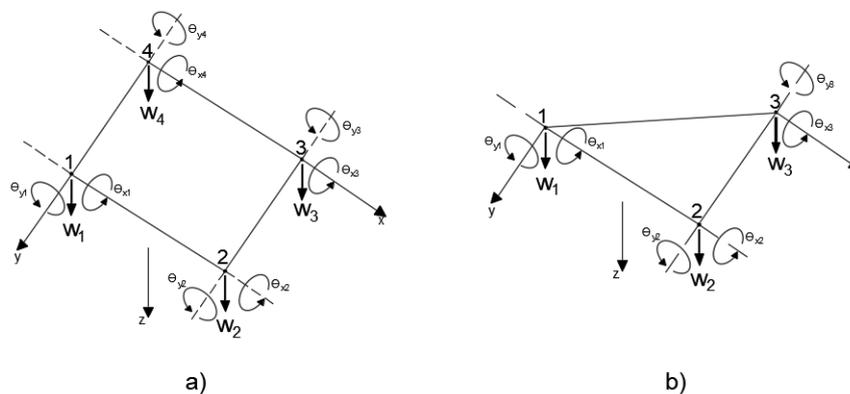


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Ao utilizar elementos de viga para a idealização do modelo de cálculo, as vigas, conectadas umas às outras em suas extremidades, compõem uma estrutura reticulada cuja união entre os elementos é rígida. As forças externas que atuam na estrutura podem ser aplicadas nos nós ou no vão das vigas, portanto podem ser cargas gravitacionais, cargas concentradas, cargas distribuídas, etc.

Dentre os elementos bidimensionais, ou elementos de superfície, destacam-se os elementos de placa e casca, muito utilizados para modelar chapas finas e espessas, lajes, tubos, ou qualquer estrutura que possa ter uma superfície média extraída. Os elementos de placa e casca referem-se às estruturas que possuem uma das dimensões muito menor (geralmente a espessura) que as outras duas dimensões. Esses elementos podem ser triangulares ou quadriláteros. Na Figura 9, é possível ver dois modelos genéricos que representam elementos de placa linear.

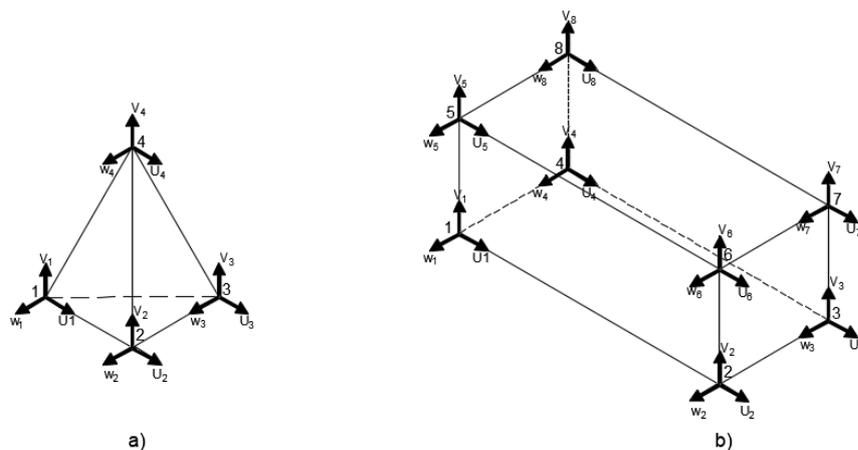
Figura 9 – Graus de liberdade de um elemento genérico de placa linear



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Para os elementos tridimensionais, ou elementos volumétricos, destacam-se os elementos tetraédricos e hexaédricos. Na Figura 10, há dois modelos genéricos que representam elementos sólidos tetraédricos e hexaédricos linear.

Figura 10 – Graus de liberdade de um elemento genérico de sólido



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

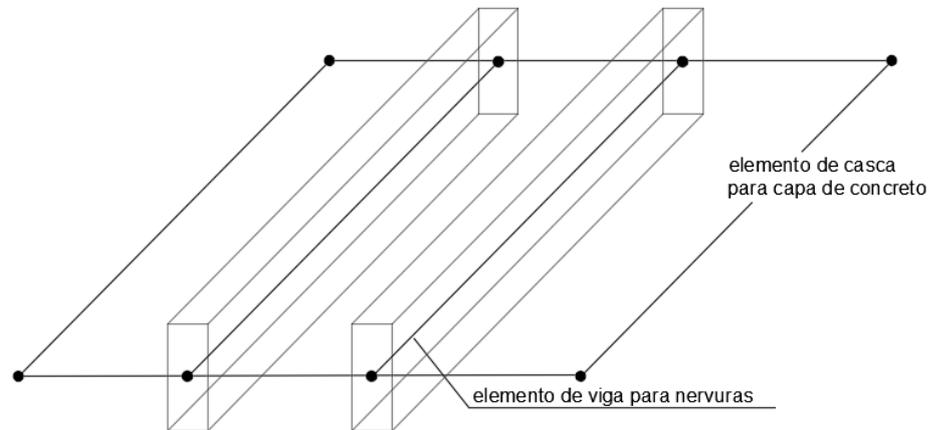
Diferentemente dos elementos unidimensionais, onde a determinação da rigidez do elemento e rigidez da estrutura é feita de forma exata, nos elementos bidimensionais e tridimensionais, a rigidez é calculada, de forma aproximada, através da interpolação dos deslocamentos entre os nós e da energia interna de deformação. As técnicas de interpolação sempre estarão presentes no estudo dos modelos discretizados pelo método dos elementos finitos, visto que o objetivo deste método não é calcular o equilíbrio nos infinitos pontos, mas, sim, em alguns pontos definidos, os nós.

Por fim, no que diz respeito à utilização do método dos elementos finitos para analisar estruturalmente as lajes nervuradas, destacam-se dois modelos de cálculo: modelos que consideram a capa e a nervura concêntricas e modelos que consideram a excentricidade entre a capa e a nervura.

2.2.3.1 Modelos que consideram a capa e a nervura concêntricas

Uma das formas de criar o modelo de cálculo de uma laje nervurada para trabalhar com o método dos elementos finitos é considerar a capa e a nervura de forma concêntrica, utilizando elementos de casca para discretização da capa e elementos de viga para representação das nervuras, ou, ainda, elementos de casca tanto para a capa como para as nervuras, unidos pelo compartilhamento da topologia entre elementos durante a fase de modelagem. Dias e Paiva (2007) representaram um modelo de cálculo com elementos de barra para discretização da nervura e elemento de casca para discretização da capa. Schwetz (2011) também representou um modelo de cálculo com elementos de barra para discretização da nervura e elemento de casca para discretização da capa. A representação do modelo que Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011) utilizaram é apresentado na Figura 11.

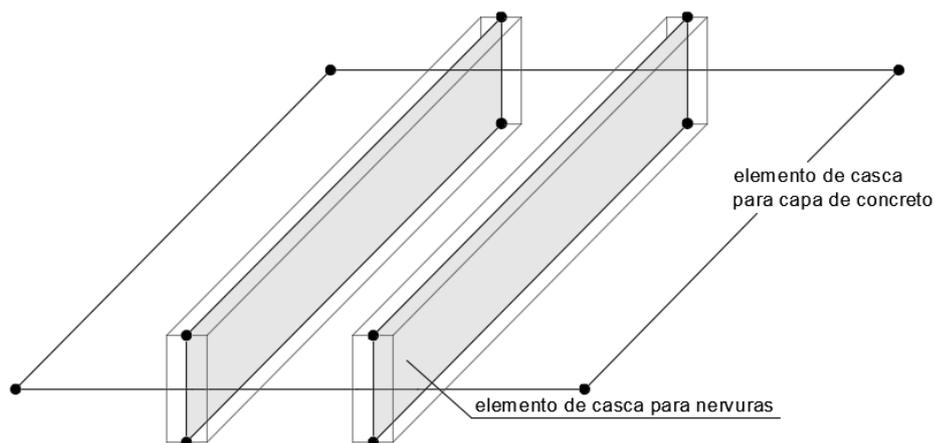
Figura 11 – Representação esquemática do Modelo concêntrico utilizado por Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011)



Fonte: Elaborada pelo autor (2021). Adaptada de Dias e Paiva (2007).

Schwetz (2011) apresentou dois modelos de cálculo concêntricos. O primeiro modelo trata-se do apresentado na Figura 11, e o segundo modelo de cálculo é o que utiliza elementos de casca tanto para discretização da capa quanto para a discretização da nervura, como apresentado na Figura 12.

Figura 12 – Representação esquemática do modelo concêntrico utilizado por Schwetz (2011)



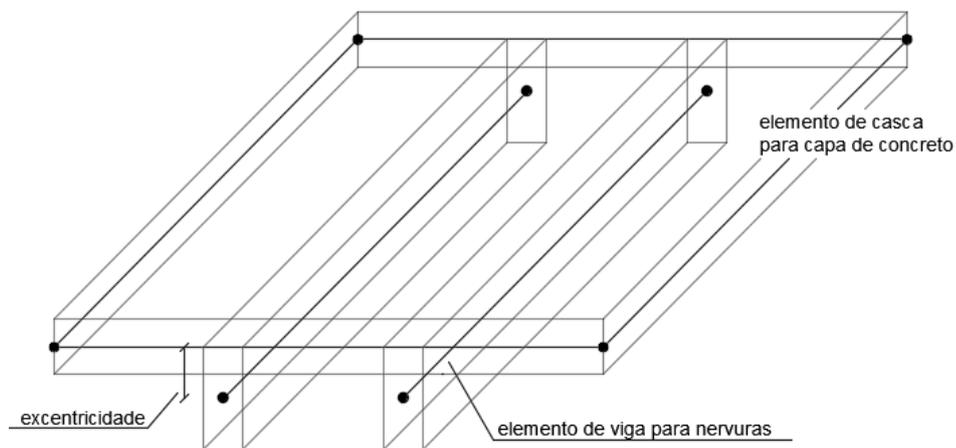
Fonte: Elaborada pelo autor (2021). Adaptada de Schwetz (2011).

2.2.3.2 Modelos que consideram a excentricidade entre a capa e a nervura

Uma outra maneira de criar o modelo de cálculo de uma laje nervurada para trabalhar com o método dos elementos finitos é considerar a excentricidade entre a capa e a nervura,

utilizando elementos de casca para discretização da capa e elementos de barra para representação das nervuras, ou, ainda, elementos de casca tanto para a capa como para as nervuras, unidos pelo compartilhamento da topologia entre elementos durante a fase de modelagem. Dias e Paiva (2007) também utilizaram modelos excêntricos de cálculo, além dos modelos concêntricos citados anteriormente, empregando elementos de barra para discretização da nervura e elemento de casca para discretização da capa. Schwetz (2011) também trabalhou com modelos excêntricos, considerando elementos de barra para discretização das nervuras e elementos de casca para discretização da capa, como apresentado na Figura 13.

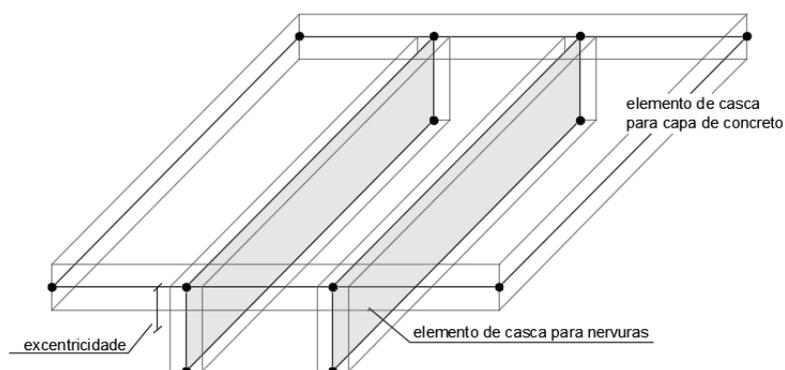
Figura 13 – Representação esquemática do modelo excêntrico com elementos de viga utilizado por Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011)



Fonte: Elaborada pelo autor (2021). Adaptada de Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011).

Ademais, ao se trabalhar com modelos excêntricos, é possível utilizar elementos de casca para a discretização das nervuras assim como para a discretização da capa, esses recursos foram utilizados nas pesquisas de Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011), como apresentado na Figura 14.

Figura 14 - Representação esquemática do modelo excêntrico com elementos de placa utilizado por Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011)



Fonte: Elaborada pelo autor. Adaptada de Dias e Paiva (2007) e Schwetz (2011).

2.3 ESTUDOS CORRELATOS

Esta seção dedica-se a compilar alguns estudos que denotam a relevância do conhecimento acerca das lajes nervuradas na engenharia civil. Pretende-se, com isso, estabelecer a diferença desta pesquisa face aos demais estudos. Como se poderá observar, esta dissertação dedica-se a usar o método dos elementos finitos para modelar a região maciça adjacente ao vigamento de borda, que, muitas vezes, é formada por incompatibilidade da modulação da estrutura com o projeto arquitetônico, ou também pela má execução durante a obra. Ademais, a análise paramétrica, avaliando o deslocamento final da estrutura, o consumo de materiais e o seu custo para diferentes alturas e larguras das nervuras e variação no espaçamento entre nervuras, contribui para mostrar os pontos diferenciais quando se avalia esta pesquisa frente às demais. A seguir, serão expostas as pesquisas desenvolvidas por outros pesquisadores da área.

Campagnolo (1980) realiza um estudo experimental das deformações devido à flexão em uma laje de concreto armado submetida a um carregamento uniformemente distribuído. Em um primeiro momento, o autor desenvolve analiticamente os cálculos das deformações, devido à flexão em lajes, para, em seguida, iniciar o desenvolvimento do modelo experimental.

O protótipo da laje construída em concreto armado está apoiado em quatro vigas de borda ligadas a pilares, os quais estão assentados em sapatas. Para o desenvolvimento da pesquisa experimental e para simular as cargas atuantes no protótipo, um carregamento de água é uniformemente distribuído na superfície da laje. Com o emprego de deflectômetros, clinômetros, alongômetros e *Strain Gages*, são avaliados os deslocamentos da laje, giros das vigas e deformações dos pilares. Dessa forma, o autor conclui que as deformações verticais

calculadas, a partir do método analítico, conduzem a um resultado bastante superior àquele obtido no ensaio do protótipo, porém o autor afirma que os resultados experimentais não representam o comportamento geral de lajes, uma vez que os resultados obtidos partem do ensaio de um único protótipo.

Peng-Cheng *et al.* (1987) utilizam métodos numéricos para simular um estudo experimental. Nele, o foco é analisar os deslocamentos e momentos fletores que ocorrem em uma placa enrijecida, com nervuras concêntricas e engastada em todo o seu contorno, sujeita a um carregamento uniformemente distribuído. Por intermédio de suas análises numéricas, pode-se observar que é possível estimar resultados próximos daqueles que acontecem na realidade, através de funções numéricas.

Real (1990) desenvolve em seu trabalho uma formulação para análise estática de lajes de concreto armado, incluindo não-linearidade física e geométrica, através do método dos elementos finitos. Nesse modelo, o pesquisador inclui o comportamento mecânico não-linear dos materiais, a possibilidade de ocorrerem grandes deslocamentos e a influência das condições de contorno no plano.

Para isso, estabelece-se uma formulação analítica para placas, considerando deformações finitas e, para a solução do problema pelo método dos elementos finitos, utiliza-se um elemento isoparamétrico quadrático. Referente ao comportamento mecânico da estrutura, ele é avaliado pelo modelo laminar no qual se modela o concreto como um material isotrópico, não-linear elástico, e o aço da armadura é idealizado como um material elástico bilinear, considerando-se perfeita aderência entre a armadura e o concreto. Além disso, o autor realiza a comprovação experimental do modelo, demonstrando a grande influência que a não-linearidade geométrica e as condições de contorno no plano exercem sobre a resposta estática de lajes de concreto armado. Com isso, Real (1990) afirma que a correta representação geométrica do problema tem sua importância, uma vez considerada a adoção de um modelo refinado para o material.

Abdul-Wahab e Khalil (2000) realizam um trabalho experimental com oito lajes nervuradas em concreto armado, em escala reduzida, variando o espaçamento e a altura das nervuras. Os resultados experimentais são comparados com três métodos teóricos analíticos, sendo eles: análise baseada na teoria ortotrópica de placas, teoria da espessura equivalente e um terceiro método baseado no módulo de elasticidade do concreto.

Os resultados obtidos, a partir da análise teórica ortotrópica das placas, apresenta resultados satisfatórios, entretanto os autores afirmam ser muito trabalhoso utilizar essa metodologia para calcular a rigidez à torção da estrutura. O segundo método utilizado, que

calcula uma espessura equivalente para a laje nervurada, resulta em valores superiores àqueles encontrados na análise experimental. Por fim, o último método proposto apresenta resultados mais próximos dos resultados experimentais.

Oliveira *et al.* (2000) trabalham com duas formulações para a incorporação da não-linearidade física para pavimentos de concreto armado. A formulação empírica, proposta por Branson, é um modelo simplificado, que se baseia em uma relação constitutiva entre momento fletor e curvatura a partir de um diagrama trilinear, cujos pontos de inflexão coincidem com os limites dos estádios I, II e III. As considerações desses autores reiteram que, no regime linear, o modelo de grelha, assim como o de laje equivalente, apresentam resultados próximos entre si. Isso porque a diferença percentual para o modelo de grelha e para o de laje equivalente mostra-se a mesma no que diz respeito à variação do deslocamento quando se varia a inércia à torção.

Nesse enquadre, os valores dos deslocamentos obtidos com o emprego dos modelos não lineares ficam mais próximos do que os obtidos por modelos elásticos lineares, quando comparados com o ensaio do pavimento. Ao realizar a análise da estrutura como grelha, por meio da expressão empírica de Branson, os resultados dos deslocamentos se mostram mais próximos aos experimentais. Assim, os autores afirmam que os modelos não-lineares utilizados no trabalho não são capazes de representar com fidelidade o comportamento do pavimento próximo à ruptura. Deve-se considerar, entretanto, que, referente à previsão de deslocamentos e de esforços, esses modelos se apresentam suficientemente precisos.

Dias (2003), por meio de análises numérico-paramétricas de lajes nervuradas, verifica o quanto a desconsideração da excentricidade entre os eixos da nervura e o plano médio da capa de concreto influenciam nos resultados dos deslocamentos e esforços atuantes nas peças do sistema. Além disso, o autor apresenta uma revisão a respeito dos conceitos teóricos para cada modelo de cálculo permitido por normas técnicas, assim como análises variando os seguintes parâmetros: relação entre a altura da capa e a altura total da laje nervurada, relação da distância entre os eixos das nervuras e a distância entre os pontos de apoio, além do espaçamento entre os eixos das nervuras.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa, os diferentes modelos mecânicos são analisados por meio do método dos elementos finitos, valendo-se, para tanto, do *software* ANSYS 5.5, considerando-se, assim, um comportamento elástico-linear para o concreto armado. Diante disso, o autor conclui que há necessidade da consideração da excentricidade entre o eixo da nervura e o plano médio da placa de concreto, seja por modelo realista, seja por modelos

simplificados, para a obtenção de resultados numéricos mais próximos do comportamento real da estrutura.

Araújo (2005) desenvolve um estudo a respeito das considerações sobre a rigidez à torção das lajes nervuradas de concreto armado. Para isso, o autor realiza a análise do comportamento do sistema nervurado de concreto armado a partir dos procedimentos de cálculo das lajes nervuradas armadas em cruz, com ênfase nos aspectos relacionados à sua rigidez à torção. O pesquisador valida seus resultados com trabalhos experimentais descritos por outros autores. Segundo Araújo (2005), as lajes nervuradas se assemelham muito ao comportamento das lajes maciças, sendo possível utilizar o procedimento de analogia à laje maciça para análise. Ele recomenda a utilização do método de espessura equivalente se as nervuras forem igualmente espaçadas nas duas direções, caso contrário recomenda a utilização do cálculo como placa ortótropa.

Silva (2005) afirma que as lajes nervuradas têm se firmado como excelente solução para a construção de pavimentos de edificação, justificando, assim, a necessidade da divulgação das suas características, opções construtivas, funcionamento e comportamento estrutural e as principais recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2003), além dos processos de cálculo usualmente empregados para a determinação dos esforços e deslocamentos. O autor adverte que sua pesquisa não tem a intenção de se aprofundar na análise estrutural. Para isso, Silva (2005) compara os resultados obtidos através da simulação das lajes nervuradas armadas em duas direções como grelha com os resultados obtidos admitindo-as como laje maciça. Nessa perspectiva, o pesquisador afirma que, embora a NBR 6118:2003 permita analisar as lajes nervuradas como laje maciças, esse procedimento deve ser utilizado apenas na fase de pré-dimensionamento, logo, para a análise e para o cálculo definitivo dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais, deve-se empregar a analogia de grelhas ou, então, outro processo de cálculo.

Bandeira (2006) realiza simulações em lajes maciças, comparando os resultados obtidos com os das pesquisas experimentais de Campos (2000) e Pires (2003), as quais dedicam-se ao concreto armado e pretendem investigar a necessidade de reforço da face superior quando levadas à ruína por flexão. O desenvolvimento do trabalho parte da modelagem e investigação do comportamento das lajes através de análises não-lineares, utilizando elementos de casca e sólido no *software* DIANA 8.1.2.

A análise do comportamento das lajes é realizada através dos deslocamentos centrais, assim como a influência do posicionamento das armaduras, dos apoios e da máxima resistência do concreto à tração. Dessa forma, o autor afirma que, desde que se tenham resultados

confiáveis do comportamento dos materiais, os programas computacionais que utilizam conceitos da mecânica da fratura nas suas formulações, assim como os modelos numéricos, constituem-se boas ferramentas para reduzir a quantidade de experimentos para o estudo de alguns fenômenos específicos.

Por ser tema de várias pesquisas, e considerada a dificuldade da determinação de solicitações e deslocamentos que as lajes nervuradas apresentam, Donin (2007) realiza um estudo sobre a análise numérica de lajes nervuradas por meio do método dos elementos finitos. Nela, o autor propõe modelos de cálculo utilizando o método dos elementos finitos, através da modelagem tridimensional de estruturas de lajes nervuradas e cogumelo nervurado, para verificação de parâmetros, como: o módulo de deformação longitudinal e métodos para a determinação de uma seção equivalente para simplificar a seção nervurada por meio de elementos finitos planos. Frente a isso, o autor conclui que os modelos de cálculo em elementos finitos tridimensionais demonstram grande potencial na análise de tensões em lajes nervuradas, podendo trazer significativa contribuição para outros casos, como a análise da punção nas lajes e a torção nas nervuras.

Na pesquisa de Dias e Paiva (2007), as lajes nervuradas são modeladas considerando-se a excentricidade entre a nervura e capa de concreto. Diante disso, verifica-se, por meio de análises numérico-paramétricas de lajes nervuradas, o quanto a desconsideração (ou consideração de maneira simplificada) da excentricidade entre os eixos das nervuradas e o plano médio da capa influenciam nos resultados de deslocamentos e esforços atuantes no sistema. Para isso, os autores utilizam diferentes modelos mecânicos analisados via elementos finitos, através do *software* Ansys 5.5, considerando um comportamento elástico-linear para o material de concreto armado. Com isso, Dias e Paiva (2007) recomendam a consideração da excentricidade, por modelo realista ou modelo simplificado, para a obtenção de resultados numéricos mais próximos do comportamento real da estrutura.

Schwetz *et al.* (2009) buscam entender o funcionamento prático do sistema de lajes nervuradas, visando a obter maior conhecimento sobre o comportamento estrutural desse sistema, assim como aperfeiçoar os modelos teóricos que são empregados na análise estrutural. Nesse sentido, os pesquisadores buscam analisar a adequação de métodos de cálculos empregados na modelagem dessas estruturas, objetivando determinar se tais métodos representam de forma realista o comportamento do sistema. Para isso, através da instrumentação de uma laje de concreto armado em escala natural, a pesquisa mede as deformações no concreto e deslocamentos verticais em seções características da estrutura, além de realizar a análise numérica através do modelo matricial de grelhas, utilizando-se, para tanto,

o *software* comercial TQS v11.0. Como resultados do trabalho, Schwetz *et al.* (2009) determinam que a instrumentação da laje apresenta uma tendência ao comportamento linear em todas etapas de carregamento, sem fissuração da estrutura, embora, no processo de descarga, evidenciem-se indícios de um início de fissuração em algumas seções. Soma-se a isso, a constatação dos deslocamentos e deformações específicas coincidem com a análise numérica prevista.

Silva (2010) apresenta um estudo sobre a influência da excentricidade entre cascas e enrijecedores em situações onde o espaçamento entre estes elementos é grande, ou seja, que ultrapassam os limites de dimensões estipulados pela ABNT NBR 6118/2003. Assim, o autor realiza uma revisão bibliográfica dos modelos que consideram a utilização da excentricidade entre a placa e as nervuras, além de um estudo numérico de alguns pavimentos considerando, ou não, a excentricidade entre a placa e a viga, comparando os esforços e deslocamentos. Como conclusão de sua pesquisa, o autor afirma que a consideração da excentricidade é um fator simples de implementar e não acarreta custo de processamento computacional.

Em contrapartida, a desconsideração da excentricidade na ligação laje-viga em pavimentos usuais, onde as vigas são muito espaçadas, geram resultados superestimados das tensões e deslocamentos da estrutura, concluindo-se, então, que a implementação da excentricidade pode gerar redução nos custos de dimensionamento da estrutura, haja vista a redução da quantidade de armaduras e a diminuição das seções transversais dos elementos.

Schwetz (2011) busca em seu trabalho analisar a adequação de métodos de cálculo empregados na modelagem de lajes nervuradas, verificando se eles representam satisfatoriamente seu comportamento. Para esse fim, realiza-se a instrumentação de lajes nervuradas de concreto armado em escala real e em escala reduzida, submetidas a diferentes tipos de carga, para medir as deformações no concreto e deslocamentos verticais.

Referente à simulação virtual, o autor emprega a modelagem numérica através do Sistema Computacional TQS versão 11.9.9, que utiliza a análise matricial de grelhas, e o programa SAP2000 versão 14.2.2, que utiliza o método dos elementos finitos. Como conclusão de sua tese, o autor afirma que os valores referentes aos deslocamentos verticais se apresentam na mesma ordem de grandeza das previsões teóricas, assim como as deformações específicas indicam a presença de momentos fletores semelhantes aos previstos na análise numérica. Isso evidencia que as modelagens numéricas são satisfatórias na simulação do comportamento de lajes nervuradas, tanto através de análises lineares quanto análises não-lineares.

Ibrahim *et al.* (2011) afirmam que poucos estudos se dedicam à análise da influência de aberturas nas lajes nervuradas. Em razão disso, os autores desenvolvem sua pesquisa com o

objetivo de realizar simulações numéricas utilizando o *software* comercial ANSYS, a fim de analisar lajes nervuradas sob um carregamento uniformemente distribuído. Através da análise estrutural linear e não-linear, diversas lajes nervuradas são estudadas, variando as seções dos pilares, a espessura da capa de concreto, o tamanho e a localização das aberturas, além da influência das nervuras de reforço em torno das aberturas. Consoante os autores, as análises lineares geram valores maiores para os coeficientes de momento quando comparados com as análises não lineares.

Schwetz *et al.* (2013) objetivam em sua pesquisa compreender melhor o comportamento das lajes nervuradas e quantificar as tensões e deslocamentos da estrutura. Para tanto, recorrem a um ensaio experimental de uma laje nervurada em escala natural e análises numéricas, utilizando a análise matricial de grelhas e o método dos elementos finitos. Os autores medem as deformações no concreto e deslocamentos verticais de uma laje nervurada em escala natural. Então, os dados coletados experimentalmente são comparados com os resultados obtidos de duas análises numéricas, a saber: uma empregando o modelo de análise matricial de grelha, através do programa TQS v11.0; e outra através do método dos elementos finitos, utilizando-se o programa SAP2000 v14.2.2. Conforme os pesquisadores, o comportamento da laje mantém a previsibilidade, com deslocamentos verticais e momentos fletores próximos aos determinados pela simulação numérica.

Recalde *et al.* (2015), com o objetivo de estabelecer um modelo numérico realístico para a seção típica de laje nervurada, realizam sua pesquisa, baseada na análise numérica, para avaliar a flexão em lajes nervuradas com a consideração dos efeitos de fissuração do concreto. Para o desenvolvimento do trabalho, escolhem o programa computacional em elementos finitos SAP2000 versão 16. Nele, os elementos de casca são empregados para a consideração da excentricidade entre os eixos da capa e nervura, a não-linearidade física do concreto em compressão e a colaboração do concreto tracionado entre fissuras. O resultado da investigação afirma que os modelos numéricos apresentam bom desempenho, quando comparados às análises de modelos experimentais e às análises numéricas de outros autores, assim como em situações em que as lajes foram solicitadas por carregamentos excessivos, a fim de prever seus desempenhos frente a estados limites de flexão.

Navarro *et al.* (2018) propõem-se a realizar uma análise numérica não-linear através do método dos elementos finitos, para avaliar o comportamento das lajes no que diz respeito ao fenômeno de punção. Para isso, os autores utilizam um modelo hexaédrico 3D, para representar os elementos de concreto, e, para as barras de aço, utilizam elementos lineares, com o recurso do *software* ABAQUS. A validação do modelo numérico ocorre a partir da simulação

comparada com os resultados dos ensaios experimentais obtidos pelo estudo de Adetifa e Polak (2005), assim como com os resultados analíticos obtidos na pesquisa de Polak (1998).

De acordo com os autores, observou-se um aspecto bastante complicado durante os estudos, isto é, o da escolha do modelo que melhor representa o comportamento do concreto. Entre as conclusões, os autores designam considerações como aumentar a resistência ao escoamento do aço, a resistência à compressão do concreto, reforços para flexão e a relação entre largura do pilar e espessura da laje, todas estão diretamente ligadas à capacidade de carga da laje e sua ductilidade. Frente a isso, Navarro *et al.* (2018) recomendam um estudo mais completo sobre lajes nervuradas no que diz respeito à punção.

Latha *et al.* (2020) buscam em sua pesquisa fazer uma análise comparativa dos deslocamentos, esforços cortantes, condições de contorno e rigidez da estrutura para pavimentos construídos com lajes maciças ou lajes nervuradas. Assim, através de doze modelos estruturais, compostos de pavimentos simétricos regulares, simétricos irregulares, assimétricos regulares e irregulares, variando-se estes entre lajes maciças e lajes nervuradas, os autores concluem que as lajes nervuradas se apresentam como uma solução mais econômica do que as lajes maciças, haja vista a menor quantidade de aço e de concreto usados nesse sistema.

Nithyambigai (2021) pesquisa o comportamento de lajes nervuradas a partir de um ensaio experimental em escala reduzida de seis protótipos, variando-se o espaçamento entre nervuras. Como resultados do trabalho, os autores manifestam que o sistema nervurado apresenta uma capacidade de carga melhor que o sistema convencional de lajes maciças. O espaçamento entre as nervuras, caso possua um valor muito grande, diminui a capacidade de carga da laje, ou seja, o espaçamento entre nervuras é inversamente proporcional à capacidade de carga da mesma. Nota-se que o protótipo construído com um espaçamento intermediário entre as nervuras é o que apresenta maior capacidade de carga. Por fim, os autores afirmam que a laje nervurada, mesmo com um pequeno espaçamento entre nervuras, apresenta resultados melhores que as lajes maciças, porém certificam que o melhor arranjo das nervuras é aquele considerado com um espaçamento intermediário.

O Quadro 1, a seguir, apresenta a síntese das abordagens registradas na seção.

Quadro 1 - Síntese dos trabalhos descritos

Autores	Abordagem
Campagnolo (1980)	Realiza um estudo experimental das deformações devido à flexão em lajes de concreto armado.
Peng-Cheng <i>et al.</i> (1987)	Analisaram, através de análises numéricas, o comportamento estático de placas enrijecidas com nervuras.
Recalde (1990)	Realiza a análise estrutural estática de lajes de concreto armado, incluindo não-linearidade física e geométrica.
Abdul-Wahab e Khalil (2000)	Efetua experimentos em lajes maciças e nervuradas.
Oliveira <i>et al.</i> (2000)	Avaliam a deformação de lajes nervuradas, considerando a não-linearidade física e comparando os valores teóricos e experimentais.
Dias (2003)	Realiza a análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas.
Araújo (2005)	Efetua o estudo sobre a rigidez à torção das lajes nervuradas de concreto armado, calculando-as a partir da analogia a lajes maciças.
Silva (2005)	Desenvolve a pesquisa sobre projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado.
Bandeira (2006)	Analisa lajes de concreto armado pelo método dos elementos finitos, através de análises não-lineares.
Donin (2007)	Realiza a análise numérica de lajes nervuradas por meio do método dos elementos finitos.
Dias e Paiva (2007)	Realizam análises numérico-paramétricas de lajes nervuradas, verificando a importância da consideração da excentricidade entre nervura e capa.
Schwetz <i>et al.</i> (2009)	Efetua a análise teórico-experimental de uma laje nervurada em escala natural.
Silva (2010)	Através de uma análise numérica, estuda a influência da excentricidade na ligação placa-viga em pavimentos usuais de edifícios.
Schwetz (2011)	Realiza a análise numérico-experimental de lajes nervuradas sujeitas a cargas estáticas de serviço.
Ibrahim <i>et al.</i> (2011)	Realizam, através de simulações numéricas, a análise para maior compreensão sobre aberturas em lajes nervuradas.
Schwetz <i>et al.</i> (2013)	Efetua a análise numérico-experimental de uma laje nervurada projetada como piso de uma quadra de tênis.
Recalde <i>et al.</i> (2015)	Estudam a flexão em lajes nervuradas com a consideração dos efeitos de fissuração no concreto através de uma análise numérica.
Navarro <i>et al.</i> (2018)	Realizam a análise estrutural numérica não-linear, através do método dos elementos finitos, visando a avaliar o comportamento das lajes à punção.
Latha <i>et al.</i> (2020)	Realizam a análise estrutural comparando lajes maciças e lajes nervuradas em estruturas simétricas e assimétricas.
Nithyambigai (2021)	Desenvolve o estudo experimental analisando o comportamento de lajes nervuradas com diferentes espaçamentos entre nervuras.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

2.4 ANSYS

A ANSYS é uma empresa americana que desenvolve, comercializa e presta suporte para simulações virtuais. Dentre os *softwares* de simulações disponibilizados pela empresa, o Ansys 19.2 possui um módulo de engenharia estrutural que usa o método dos elementos finitos, o WorkBench. Dessa maneira, a definição dos parâmetros de análise, como a geometria do projeto, definição das propriedades dos materiais, condições de contorno, ligações, cargas atuantes e a discretização da malha de elementos finitos, permite realizar análises estruturais estáticas.

Para a modelagem e preparação da geometria das estruturas, utilizou-se o *software* SpaceClaim 19.2, o qual é integrado ao Ansys. Ele foi escolhido por possibilitar uma modelagem 3D multiuso de estruturas com geometria complexa. Para a discretização da estrutura em malha de elementos finitos, definição dos carregamentos aplicados, análise de deformações e tensões, utilizou-se o módulo Ansys Mechanical, também integrado ao Ansys Workbench.

O *software* dispõe basicamente de quatro tipos de elementos: elementos de ponto, definido por apenas um nó ou por um elemento de massa, elementos unidimensionais, que são representados por uma linha ou um arco com dois ou três nós, elementos de área, em forma triangular ou quadrilateral e, por fim, elementos de volume com uma forma tetraédrica, geralmente sendo um elemento sólido 3D (ANSYS, 2020).

A seguir, são apresentadas as características e as considerações dos elementos finitos utilizados nos modelos de discretização das lajes nervuradas para a validação e para a futura análise numérica.

2.4.1 Elementos Finitos utilizados nos modelos numéricos

O *software* Ansys 19.2 possui uma vasta biblioteca de elementos finitos. Dentre as opções existentes, os elementos que foram utilizados para discretização das estruturas propostas, neste trabalho, estão descritos a seguir.

2.4.1.1 Elemento finito de viga (BEAM)

Os elementos estruturais de barra, no formato 3D, disponíveis no *software* Ansys, são: Beam 188 e Beam 189. As características de ambos são semelhantes, diferenciando-se em relação à quantidade de nós presentes por elemento.

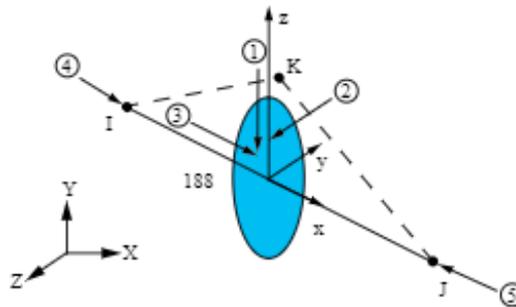
O elemento Beam 188 é modelado por uma linha composta de dois nós (I e J) com seis graus de liberdade cada: translação nas direções x, y e z, e rotações em torno dos eixos x, y e z, além de um sétimo grau de liberdade referente à magnitude de deformação, opcional ao projetista. O Beam 188 pode ser utilizado na forma linear, quadrática ou cúbica 3D através da escolha quanto ao comportamento do elemento e apresentação de resultados, a partir das opções “KEYOPT”. Quando considerado como Beam 188 linear (KEYOPT 3 = 0), todas as soluções são constantes ao longo do comprimento do elemento, podendo-se combinar resultados de translações e rotações dos nós, ou desconsiderar a adoção do sétimo grau de liberdade. Na forma quadrática (KEYOPT 3 = 2), o elemento possui um nó interno interpolando os resultados dos nós “I” e “J”, resultando em uma variação linear das soluções ao longo do comprimento do elemento. Já, quando considerado na forma cúbica (KEYOPT 3 = 3), o elemento passa a possuir dois nós internos, resultando em uma variação quadrática das soluções ao longo do comprimento do elemento. As opções quadráticas e cúbicas são recomendadas em situações em que o elemento possa sofrer deformação não uniforme, recomendando-se, assim, para estruturas da engenharia civil em que elementos com mais de um material são modelados como elementos únicos.

O elemento Beam 189 é modelado por uma linha composta de três nós (I, J e K) com seis graus de liberdade cada: translação nas direções x, y e z, e rotações em torno dos eixos x, y e z, além de um sétimo grau de liberdade referente à magnitude de deformação, opcional ao projetista.

Ambos os elementos são adequados para analisar estruturas de vigas delgadas e moderadamente espessas. Os elementos têm capacidade de trabalhar a tração, compressão e flexão, além de serem baseados na teoria do feixe de Timoshenko (1959), que inclui efeitos de deformação por cisalhamento. Por considerar deformações por cisalhamento de primeira ordem, a tensão de cisalhamento transversal é constante através da seção transversal, ou seja, as seções permanecem planas e sem distorção após a deformação. O elemento permite a utilização de cargas concentradas, cargas distribuídas, cargas de gravidade em qualquer direção e cargas rotacionais.

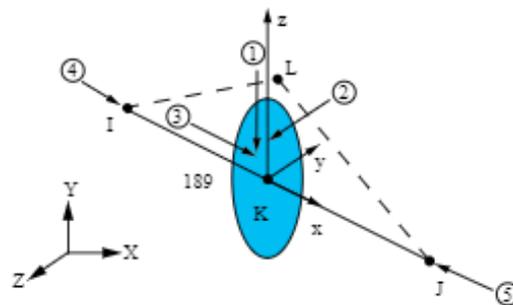
A geometria, a localização dos nós e o sistema de coordenadas de cada elemento podem ser vistas nas Figuras 15 e 16.

Figura 15 - Elemento Beam 188



Fonte: Elaborada pela Biblioteca Ansys (2019).

Figura 16 - Elemento Beam 189



Fonte: Elaborada pela Biblioteca Ansys (2019).

Como dados de saída dos elementos Beam 188 e Beam 189, os deslocamentos e as reações nodais são incluídos na solução nodal geral.

2.4.1.2 Elemento Finito de Placa (SHELL)

Os elementos estruturais de placa, no formato 3D, disponíveis no *software* Ansys, são: Shell 181 e Shell 281. As características de ambos são semelhantes, diferenciando-se apenas na quantidade de nós presentes por elemento. O elemento Shell 181 é composto de quatro nós (I, J, K e L) com seis graus de liberdade cada: translação nas direções x , y e z , e rotações em torno dos eixos x , y e z , com eixos locais relacionados com os eixos globais da estrutura (X , Y e Z). Já o elemento Shell 281 é composto de oito nós (I, J, K, L, M, N, O e P) com seis graus de liberdade cada: translação nas direções x , y e z , e rotações em torno dos eixos x , y e z , com eixos locais relacionados com os eixos globais da estrutura (X , Y e Z). Ambos os elementos são adequados para analisar estruturas de casca fina e moderadamente espessas, como: lajes,

vigas e pilares. Possuem a opção de serem utilizados como membrana e, nesse caso, os elementos terão apenas graus de liberdade de translação.

Dessa maneira, podem ser usados para aplicações em uma única camada e multicamadas. Quando utilizados como camada única, esta fornece opções flexíveis, como: especificação manual do número de pontos de integração e a orientação do material. No caso de cascas compostas ou construção “sanduíche” (multicamada), a precisão na modelagem é governada pela teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem (teoria de cascas de Mindlin-Reissner), já que possui múltiplas camadas ao longo da espessura do elemento, e cada camada representa um tipo de material com diferentes espessuras, comportamento e posicionamento. Nesse caso, dispõe-se da definição da espessura, das propriedades do material, a orientação e o número de pontos de integração, através da espessura das camadas.

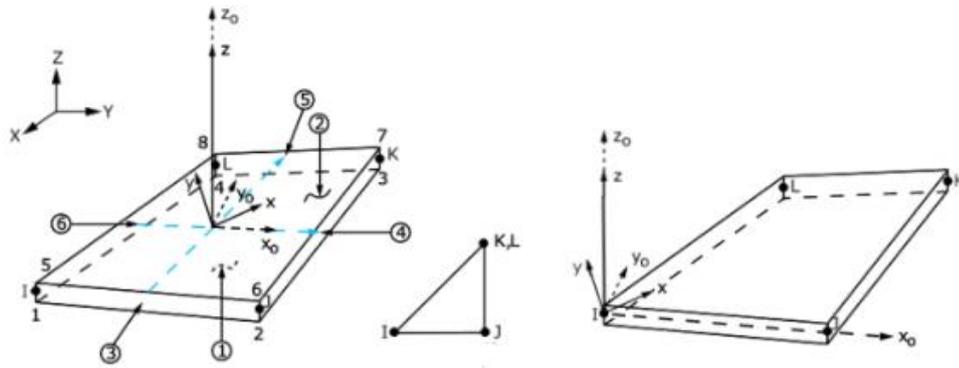
Ademais, podem ser designados até nove pontos de integração na espessura da camada do elemento. Quando designado apenas um ponto, localiza-se no meio da superfície superior e inferior. Em casos onde há considerações de três ou mais pontos, dois pontos estão localizados nas superfícies superior e inferior, respectivamente, e os pontos restantes são distribuídos à mesma distância entre os dois pontos. Estes tipos de elementos são indicados quando se deseja realizar a análise de uma estrutura formada por materiais diferentes, como é o caso do concreto armado, em que se pode optar por análises lineares ou não-lineares dos materiais.

A formulação dos elementos é baseada em deformações logarítmicas e em medidas de tensão, além da possibilidade do elemento permitir deformações finitas da membrana (alongamento).

O carregamento do elemento Shell pode ser feito com cargas de gravidade, cargas uniformes aplicadas em qualquer direção e cargas devido à mudança de temperatura.

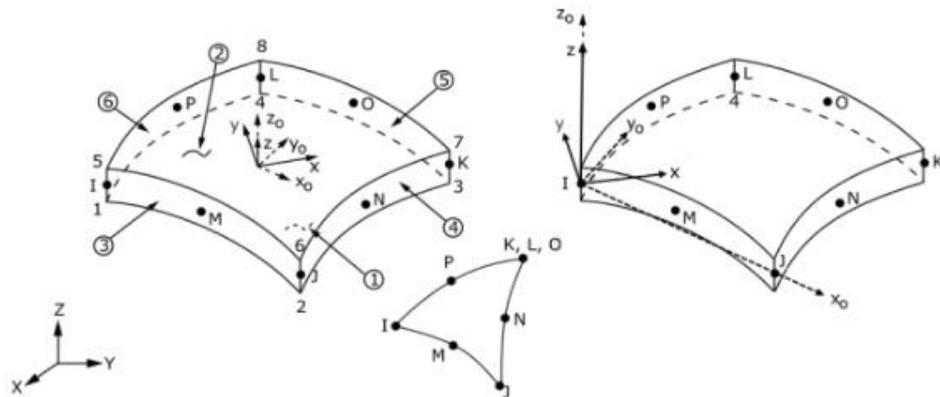
A geometria, a localização dos nós e o sistema de coordenadas de cada elemento podem ser vistas nas Figuras 17 e 18.

Figura 17 – Elemento Shell 181



Fonte: Elaborada pela Biblioteca Ansys (2019).

Figura 18 - Elemento Shell 281



Fonte: Elaborada pela Biblioteca Ansys (2019).

Como dados de saída dos elementos Shell 181 e Shell 281, as resultantes de tensão são paralelas ao sistema de coordenadas dos mesmos. As forças de cisalhamento transversal (Q) estão disponíveis apenas na forma resultante. De igual maneira, as deformações transversais de cisalhamento (γ) são constantes ao longo da espessura. Os momentos (M) são calculados em relação ao plano de referência do elemento (plano intermediário do Shell). As tensões, deformações totais, deformações plásticas, deformações elásticas, deformações de fluência e deformações térmicas são disponíveis em todos os pontos de integração ao longo da espessura dos elementos.

3 VALIDAÇÃO DOS MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS

Com o propósito de validar os modelos em elementos finitos, que serão aplicados neste trabalho, adota-se o procedimento de análise de alguns exemplos numéricos, submetendo-os ao *software* ANSYS. Por conseguinte, os valores obtidos são comparados com os resultados disponíveis na literatura específica. A partir da análise estrutural estática da estrutura, os parâmetros de análise são os deslocamentos transversais aos planos das placas.

Assim, este capítulo apresenta a descrição dos quatro modelos de cálculo utilizados para validação das análises, os estudos analíticos, numéricos e experimentais reproduzidos pelo método dos elementos finitos e os resultados das análises.

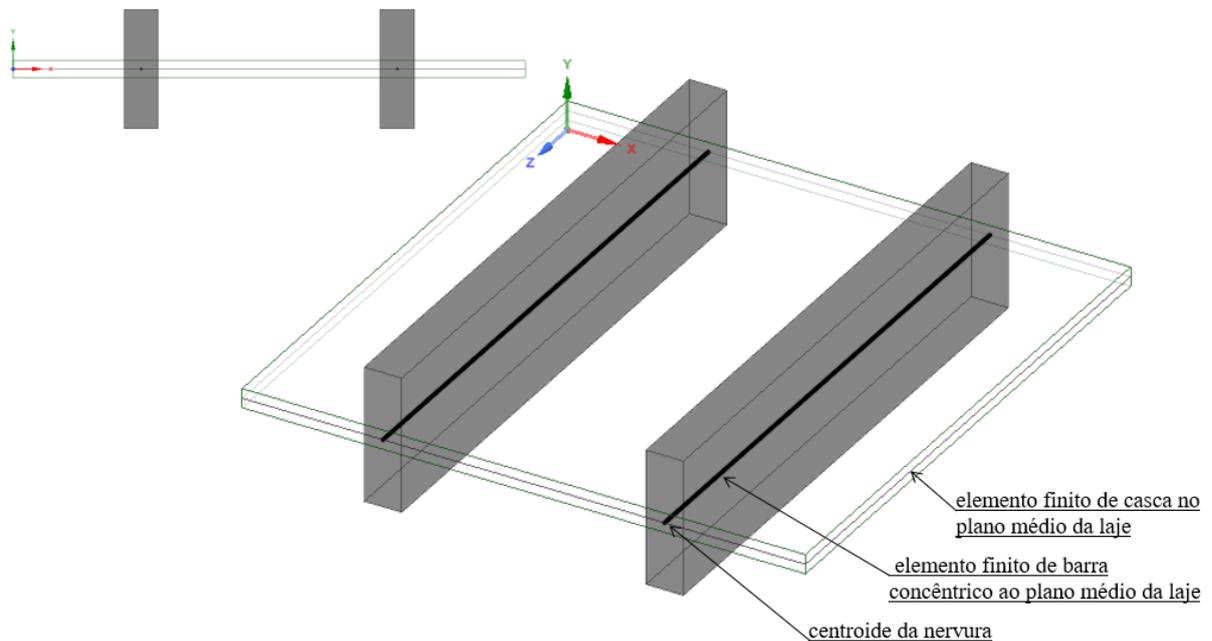
3.1 MODELOS NUMÉRICOS UTILIZADOS PARA VALIDAÇÃO

Apresentam-se a seguir as descrições e considerações dos quatro modelos em elementos finitos utilizados para a representação das vigas, capa e nervuras das lajes analisadas.

3.1.1 Modelo 1

No Modelo 1, as vigas e nervuras são discretizadas pelo elemento de barra quadrático, com 6 graus de liberdade, concêntrico ao plano médio da placa. A capa da laje é discretizada pelo elemento de casca quadrático, com 6 graus de liberdade trabalhando a flexão. A união entre elementos é feita através do compartilhamento da topologia entre os elementos durante a fase de modelagem. O Modelo 1 é apresentado na Figura 19.

Figura 19 – Representação do Modelo 1

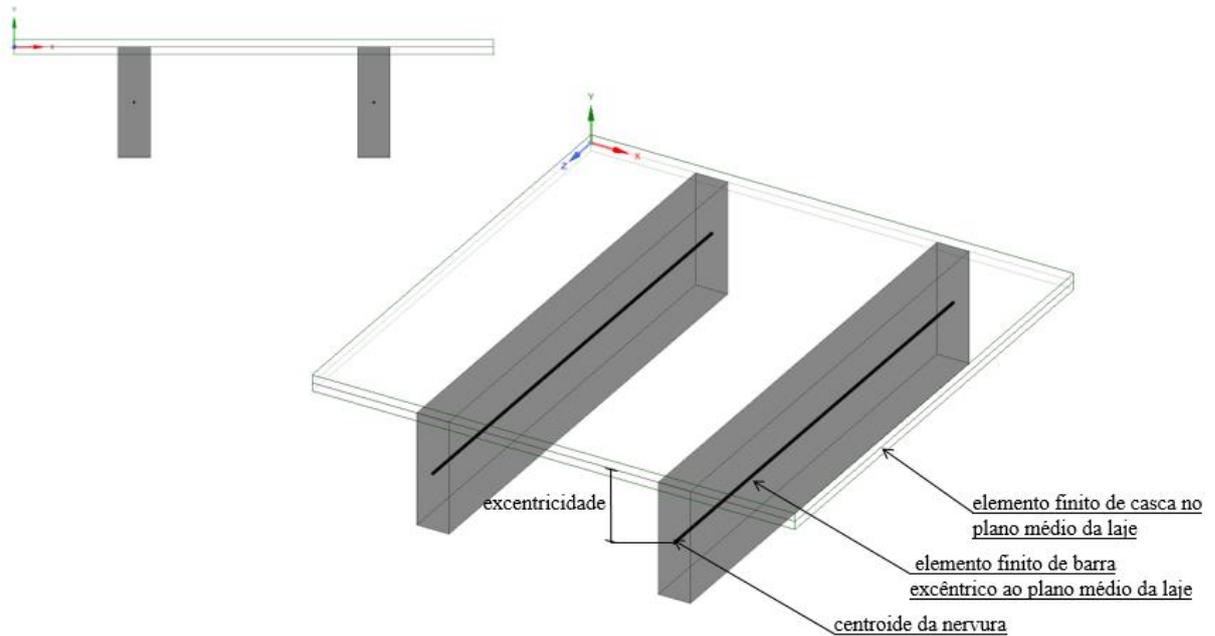


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

3.1.2 Modelo 2

No Modelo 2, são feitas as mesmas considerações que o Modelo 1: as vigas e nervuras são discretizadas pelo elemento de barra quadrático, com 6 graus de liberdade, e a capa da laje é discretizada pelo elemento de casca quadrático, com 6 graus de liberdade, trabalhando a flexão e a tensão, e a união entre elementos é feita através do compartilhamento da topologia entre os elementos durante a fase de modelagem. Entretanto, o Modelo 2 passa a considerar a excentricidade entre a capa e a nervura, tomando a altura da nervura até a superfície média da laje. O Modelo 2 é apresentado na Figura 20.

Figura 20 – Representação do Modelo 2

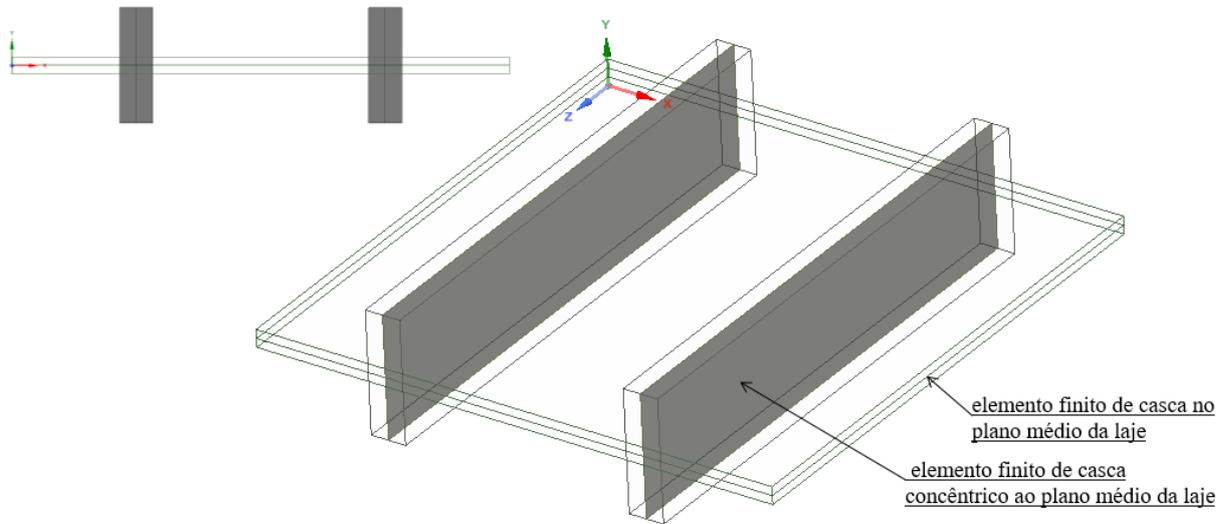


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

3.1.3 Modelo 3

No Modelo 3, as vigas, nervuras e a capa são discretizadas pelo elemento de casca quadrático, com 6 graus de liberdade, trabalhando a flexão, sendo as nervuras concêntricas ao plano médio da placa. Assim como nos Modelos 1 e 2, a união entre os elementos de casca que representam as vigas e as nervuras, e o elemento de casca que representa a laje, também são feitos através do compartilhamento da topologia entre elementos durante a fase de modelagem no *software* SpaceClaim. O Modelo 3 é apresentado na Figura 21.

Figura 21 - Representação do Modelo 3

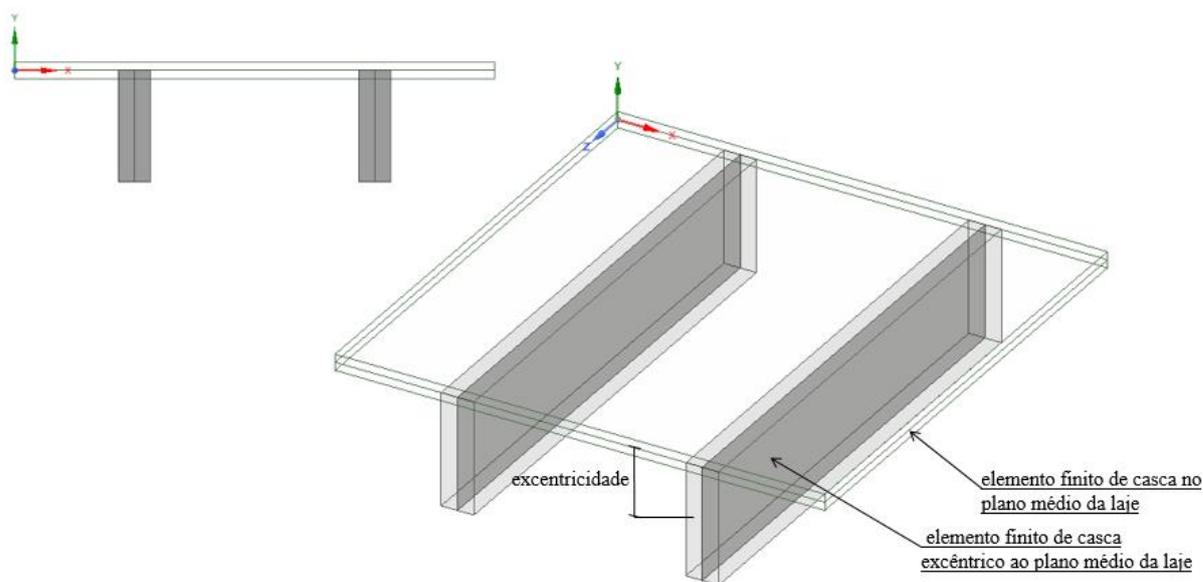


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

3.1.4 Modelo 4

O Modelo 4 recupera as mesmas considerações que o Modelo 3: as vigas, nervuras e a capa são discretizadas pelo elemento de casca, com 6 graus de liberdade, e trabalhando a flexão e a tensão. Entretanto, o Modelo 4 passa a considerar a excentricidade entre a capa e a nervura, tomando a altura da nervura até a superfície média da laje. Assim como nos Modelos 1, 2 e 3, a união entre os elementos de casca, que representam as vigas e nervuras, e o elemento de casca, que representa a laje, é feita através do compartilhamento de topologia entre os elementos durante a fase de modelagem no *software* SpaceClaim. O Modelo 4 é apresentado na Figura 22.

Figura 22 – Representação do Modelo 4



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

3.2 VALIDAÇÃO DOS MODELOS DE CÁLCULO

A seguir, apresenta-se a definição e validação dos modelos numéricos, estes apresentados na seção 3.1. A definição do modelo numérico de cálculo foi feita a partir do último experimental de Abdul-Wahab e Khalil (2000), já a validação dos modelos numéricos teve início com dois exemplos de lajes maciças resolvidos analiticamente por Timoshenko (1959), os quais foram utilizados também para validar as análises propostas nas pesquisas de Dias (2003) e Schwetz (2011). Em um segundo momento, recorreu-se a análise experimental realizada por Campagnolo (1980), também analisada com intuito de validação por Schwetz (2011). O terceiro estudo utilizado foi desenvolvido por Peng-Cheng *et al.* (1987), o qual trabalhou com uma laje composta de duas nervuras, os resultados das análises ainda foram comparados com Dias (2003) e Schwetz (2011) em suas análises numéricas

A descrição da reprodução das pesquisas dos autores já citados e os resultados obtidos, comparando-os com os resultados dos autores e com as validações numéricas que Dias (2003) e Schwetz (2011) também encontraram em seus respectivos trabalhos, e os resultados que levaram a definir o modelo de cálculo para desenvolvimento da pesquisa, é apresentada a seguir.

3.2.1 Lajes maciças apoiadas em vigas elásticas no contorno, conforme Timoshenko e Woinowsky (1959)

Timoshenko e Woinowsky (1959) resolveram analiticamente diferentes problemas envolvendo lajes maciças com os mais variados casos de carregamento e condições de contorno. Foram escolhidos dois exemplos analíticos, que consideram as vigas concêntricas às lajes e desconsideram sua inércia à torção. Isso posto, com o objetivo de validar as análises numéricas dos modelos propostos neste trabalho, realizou-se a discretização das vigas e lajes, através dos elementos finitos BEAM 189 e SHELL 281, respectivamente, considerando a ligação entre os eixos da viga e da placa de forma concêntrica e excêntrica e desconsiderando também a inércia à torção das vigas, varia-se o apoio no nível do eixo das vigas e no nível da laje.

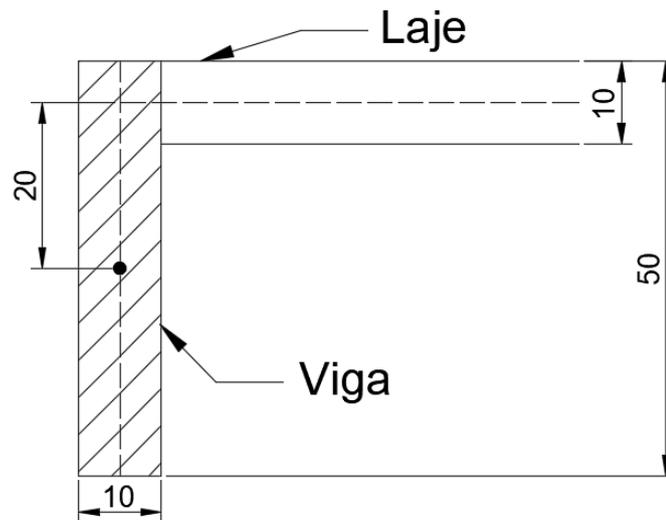
Nesse enquadre, os exemplos escolhidos e os resultados das análises numéricas estão descritos a seguir.

3.2.1.1 Placa quadrada com dois lados opostos simplesmente apoiados e os outros dois suportados elasticamente

Para análise dos deslocamentos foram considerados os seguintes dados de entrada e considerações:

- carregamento (carga uniformemente distribuída) = 5 kN/m²;
- módulo de elasticidade do concreto (E_{28}) = 21287,4 MPa;
- coeficiente de Poisson do concreto (ν) = 0,30;
- espessura da laje maciça de concreto (h) = 10 cm;
- seção transversal dos apoios elásticos (vigas de suporte) = 10 cm x 50 cm;
- apoios impedindo a translação nas direções x e z para simular os lados simplesmente apoiados;
- os elementos finitos utilizados para discretização foram: BEAM 189 e SHELL 281;
- a análise foi feita utilizando-se os Modelos 1, 2, 3 e 4. O Modelo 2 e 4 consideram a excentricidade entre a nervura e placa, tomando a altura da viga até a face superior da laje, como se apresenta na Figura 23.

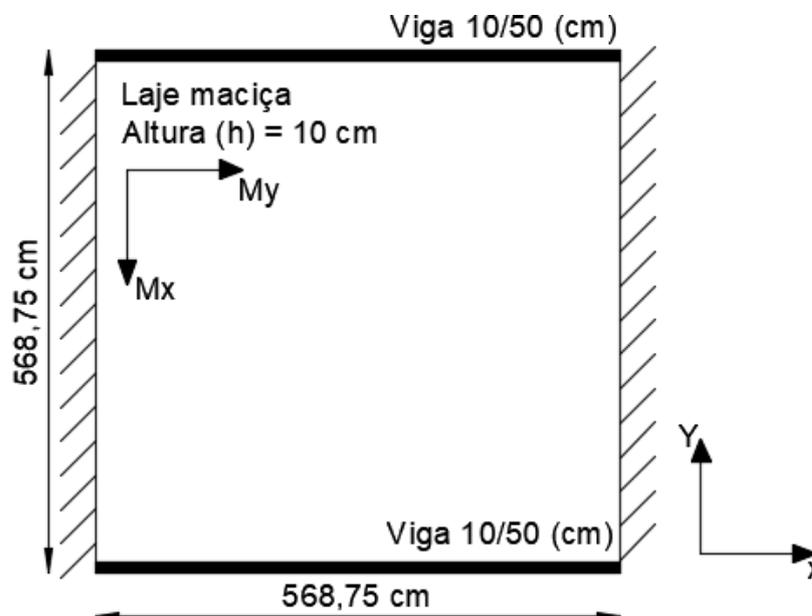
Figura 23 – Excentricidade entre elementos, em cm



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A geometria da laje simplesmente apoiada em dois lados, e com outras duas vigas opostas, assim como a orientação dos esforços, podem ser verificadas na Figura 24

Figura 24 – Geometria da laje maciça com dois lados simplesmente apoiados e outros dois suportados elasticamente

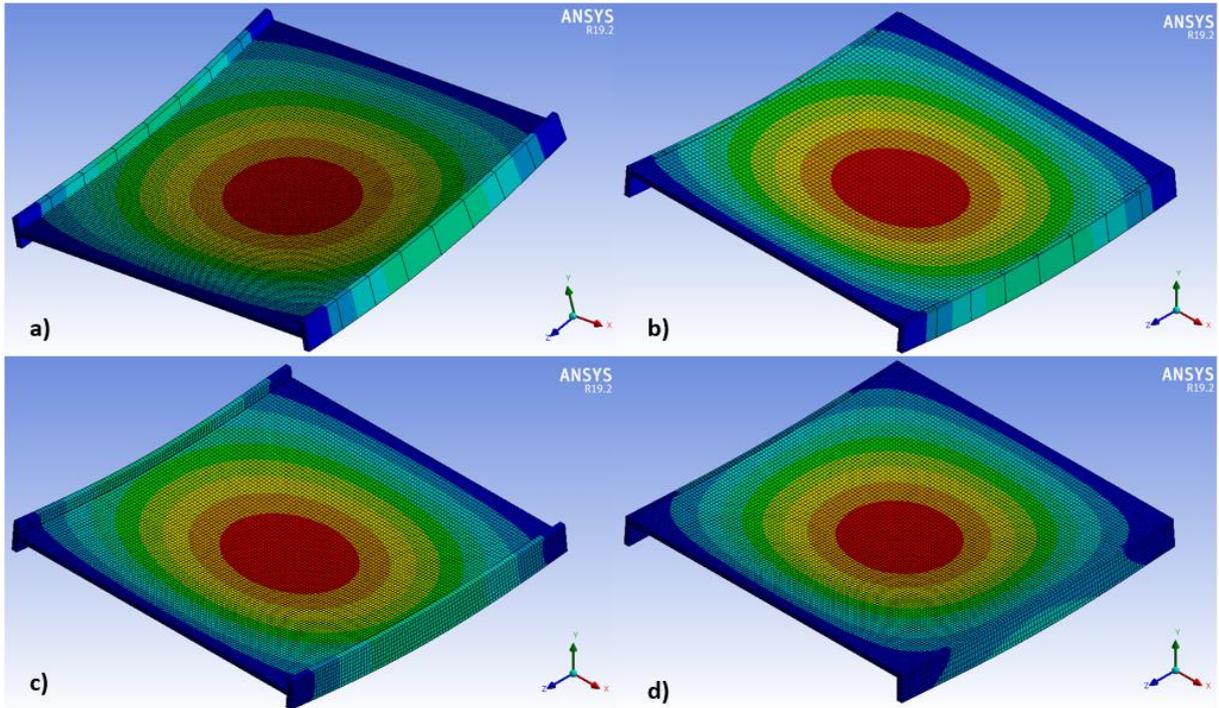


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Os modelos analisados foram comparados com os resultados analíticos de Timoshenko (1959), além daqueles encontrados na literatura por Dias (2003) e Schwetz (2011). Timoshenko (1959) não considera a excentricidade entre os elementos, assim como Dias (2003) não varia

as condições de apoio, tendo como apoio apenas o nível da laje. A deformação da laje pode ser vista na Figura 25.

Figura 25 – Deslocamentos das lajes: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Os resultados dos deslocamentos no centro da laje (W) podem ser observados nas Tabela 1 e Tabela 2, que apresentam os valores considerando o apoio no nível da laje e no nível da viga, respectivamente.

Tabela 1 – Comparação dos resultados (apoio na laje)

Modelo	W_{centro da laje} (cm)	Modelo	W_{centro da laje} (cm)
Analítico	1,42	Analítico	1,42
Modelo 1 - Schwetz	1,43	Modelo 2 – Schwetz	1,43
Modelo 1 - Dias	1,42	Modelo 2 – Dias	1,24
Modelo 1 - Mengarda	1,38	Modelo 3 – Dias	1,32
		Modelo 2 - Mengarda	1,38
Modelo	W_{centro da laje} (cm)	Modelo	W_{centro da laje} (cm)
Analítico	1,42	Analítico	1,42
			(conclusão)
Modelo 3 - Schwetz	1,43	Modelo 4 – Schwetz	1,23
Modelo 4 - Dias	1,17	Modelo 4 – Mengarda	1,19
Modelo 3 - Mengarda	1,39		

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Tabela 2 – Comparação dos resultados (apoio na viga)

Modelo	W_{centro da laje} (cm)	Modelo	W_{centro da laje} (cm)
Analítico	1,42	Analítico	1,42
Modelo 1 - Schwetz	1,43	Modelo 2 – Schwetz	1,43
Modelo 1 - Dias	1,42	Modelo 2 – Dias	1,24
Modelo 1 - Mengarda	1,38	Modelo 3 – Dias	1,32
		Modelo 2 - Mengarda	1,34
Modelo	W_{centro da laje} (cm)	Modelo	W_{centro da laje} (cm)
Analítico	1,42	Analítico	1,42
Modelo 3 - Schwetz	1,20	Modelo 4 – Schwetz	1,13
Modelo 4 - Dias	1,17	Modelo 4 – Mengarda	1,07
Modelo 3 - Mengarda	1,38		

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Analisando-se os resultados das Tabela 1 e Tabela 2, verificou-se que:

- o Modelo 1, quando comparado com o resultado Analítico, Modelo 1 de Schwetz e Modelo 1 de Dias, apresentou deslocamento vertical inferior com diferença de 2,8%, 3,5% e 2,8%, respectivamente.
- O Modelo 2, quando comparado com o resultado Analítico e Modelo 2 de Schwetz, apresentou deslocamento vertical inferior com diferença de 2,8% e 3,5%, respectivamente. Já em relação ao Modelo 2 e 3 de Dias, o deslocamento vertical foi superior, com diferença de 11,3% e 4,5% nessa ordem.
- O Modelo 3, quando comparado com o resultado Analítico e o Modelo 3 de Schwetz, apresentou deslocamento vertical inferior com diferença de 2,10% e 2,8% nessa ordem. Já em relação ao Modelo 4 de Dias, apresentou um deslocamento vertical maior, com diferença de 18,8%.
- O Modelo 4, quando comparado com o resultado Analítico e o Modelo 4 de Schwetz, apresentou deslocamento vertical inferior, com diferença de 16,20% e 3,25%, respectivamente.
- Quando considerado o apoio no nível da viga, os Modelos 1, 2 e 3 apresentaram deslocamentos semelhantes, quando apoiados no nível da laje, não apresentando variação significativa. O Modelo 4 apresentou-se mais rígido em relação ao apoio no nível da laje.

3.2.1.2 Placa quadrada com os quatro lados apoiados elasticamente e cantos simplesmente apoiados

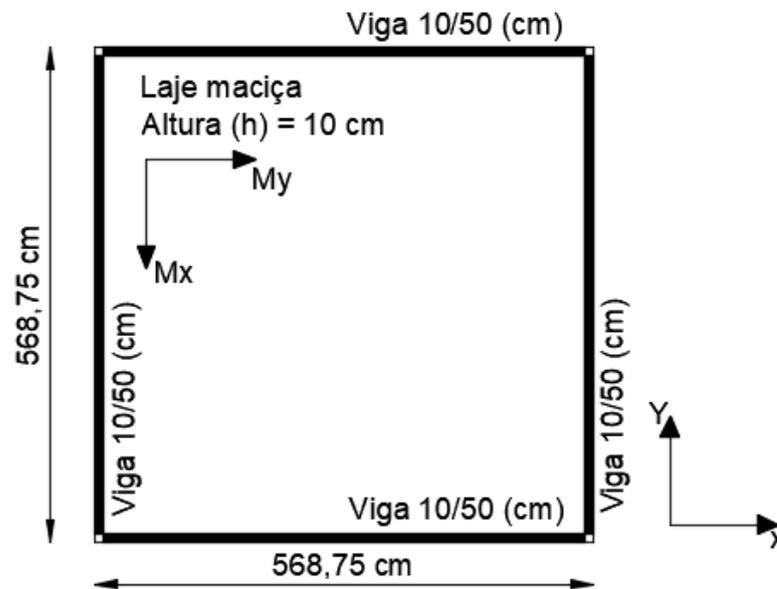
Para a análise dos deslocamentos, foram considerados os seguintes dados de entrada e considerações:

- carregamento (carga uniformemente distribuída) = 5 kN/m²;
- módulo de elasticidade do concreto (E_{28}) = 21287,4 MPa;
- coeficiente de Poisson do concreto (ν) = 0,25;
- espessura da laje maciça de concreto (h) = 10cm;
- seção transversal dos apoios elásticos (vigas de suporte) = 10 cm x 50 cm;
- apoios impedindo a rotação nas direções x e z para simular os lados simplesmente apoiados;
- os elementos finitos utilizados para discretização foram: BEAM 189 e SHELL 281;

- da mesma forma que no exemplo anterior, foram analisados os Modelos 1, 2, 3 e 4. O Modelo 2 e 4 também consideram a excentricidade entre a nervura e a placa, tomando a altura da viga até a face superior da laje, como apresentado na Figura 26.

A geometria da laje, assim como a orientação dos esforços, pode ser verificada na Figura 26.

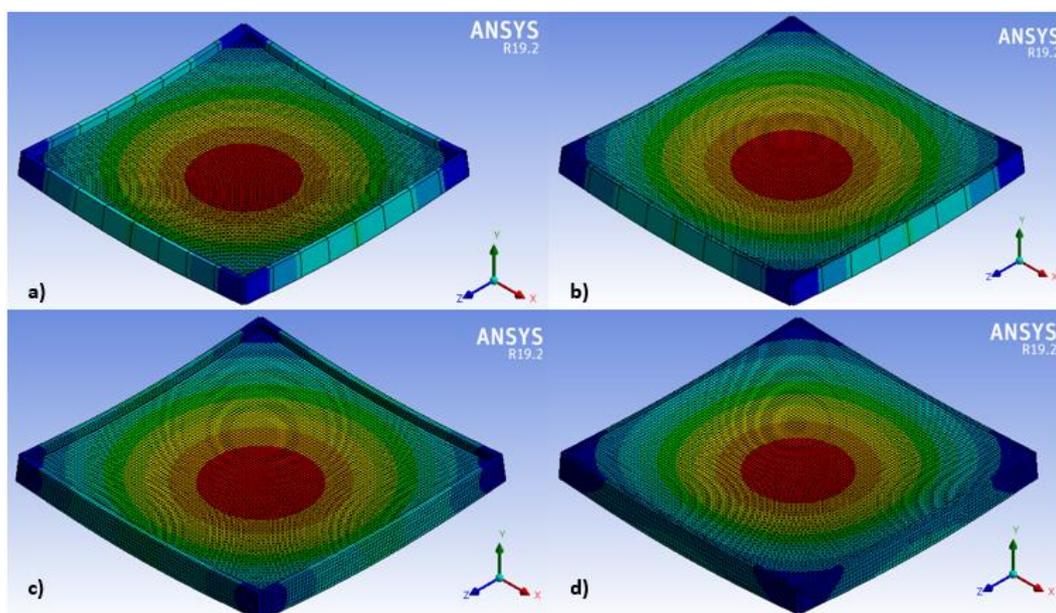
Figura 26 – Geometria da laje maciça com os quatro lados apoiados elasticamente e cantos simplesmente apoiados.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

As deformações da laje podem ser vistas na Figura 27.

Figura 27 – Deslocamentos das lajes: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Os resultados encontrados estão descritos nas Tabela 3.

Tabela 3 – Comparação dos resultados (análise 3)

Modelo	$W_{\text{centro da laje}}$ (cm)
Analítico	1,85
Modelo 1 – Mengarda	1,77
Modelo 2 – Mengarda	1,77
Modelo 3 – Mengarda	1,76
Modelo 4 – Mengarda	1,28

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Analisando-se os resultados da Tabela 3, verificou-se que:

- o Modelo 1 e 2 apresentaram deslocamento vertical inferior ao Analítico, com uma diferença de 4,3%, assim como o Modelo 3, apresentando um deslocamento inferior com diferença de 4,86%.
- O Modelo 4 apresentou a diferença mais significativa dessa análise, com um deslocamento vertical inferior, com diferença de 30,8%.

Cabe salientar que os resultados encontrados por Dias (2003) e Schwetz (2011), em suas análises numéricas nas lajes de Timoshenko (1959), apresentaram resultados semelhantes aos encontrados nesta pesquisa.

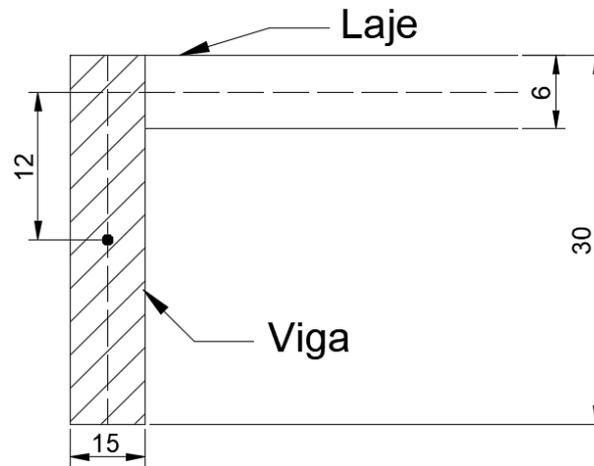
3.2.2 Análise experimental das deformações devido à flexão em lajes de concreto armado ensaiadas por Campagnolo (1980)

Campagnolo (1980) realizou um estudo experimental das deformações devido à flexão em uma laje em concreto armado, submetida a um carregamento uniformemente distribuído. O protótipo de estudo foi ligado em quatro vigas de borda, apoiadas em pilares, assentadas em quatro sapatas, para posterior instrumentação e ensaio com 4 clinômetros e 13 deflectômetros, obtendo dados de rotações e deslocamentos verticais. O carregamento da estrutura foi feito com água, em cinco etapas de 0,50 kN/m² cada. Após o carregamento total, o protótipo foi descarregado, para posterior carregamento com a totalidade da carga (2,5 kN/m²) em uma só etapa.

Assim, a geometria do protótipo e os dados de entrada para análise dos deslocamentos verticais, determinados através de ensaios experimentais por Campagnolo (1980), são apresentados a seguir:

- carregamento (carga uniformemente distribuída) = 2,5 kN/m²;
- espessura da laje maciça de concreto (h) = 6 cm;
- seção constante das vigas de contorno = 15 x 30 cm;
- seção transversal dos pilares com altura de 70 cm = 15 x 15 cm;
- sapatas de seção quadrada com altura de 15 cm = 35 x 35 cm;
- resistência característica do concreto à compressão (Fck) = 18 Mpa;
- módulo de elasticidade do concreto (E_{28}) = 26000 Mpa;
- coeficiente de Poisson do concreto (ν) = 0,17;
- os elementos finitos utilizados para discretização foram: BEAM 189 e SHELL 281;
- a análise estrutural foi feita utilizando-se os Modelos 1, 2, 3 e 4. O Modelo 2 e 4 consideram a excentricidade entre a nervura e a placa, tomando a altura da viga até a face superior da laje, como apresentado na Figura 28

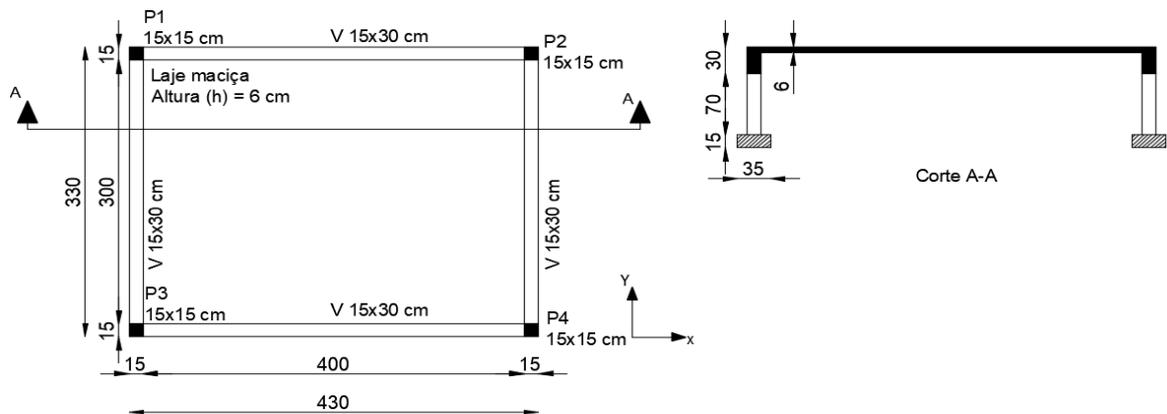
Figura 28 – Excentricidade entre elementos, em cm.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A geometria da laje pode ser verificada na Figura 29.

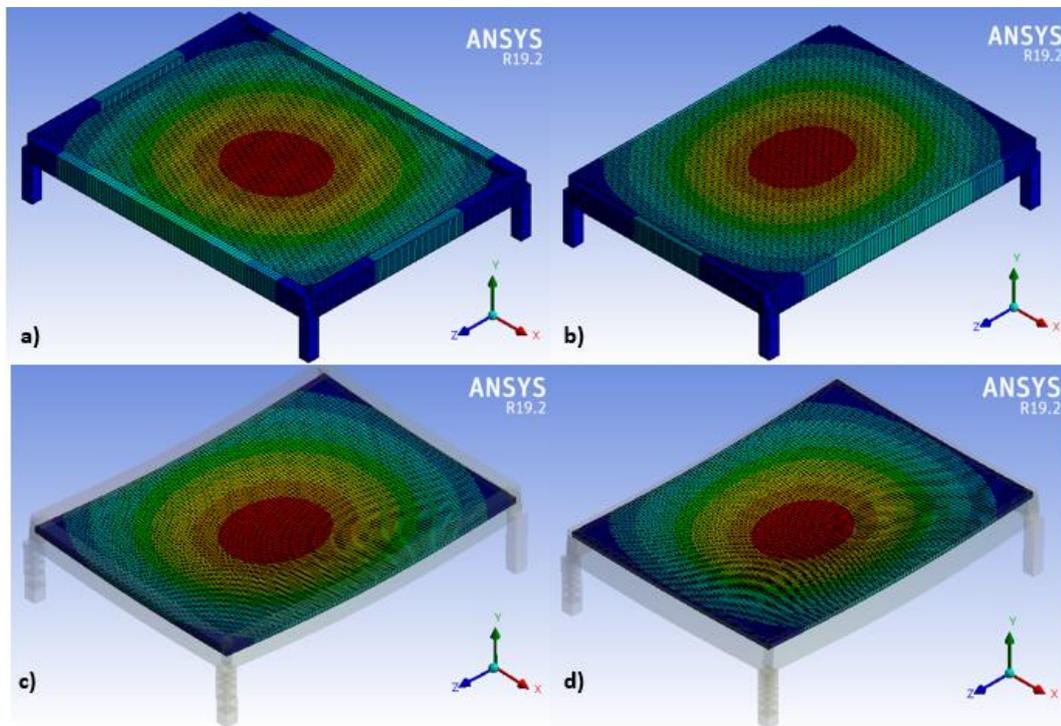
Figura 29 – Geometria da laje maciça ensaiada por Campagnolo (1980).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

As deformações da laje podem ser vistas na Figura 30.

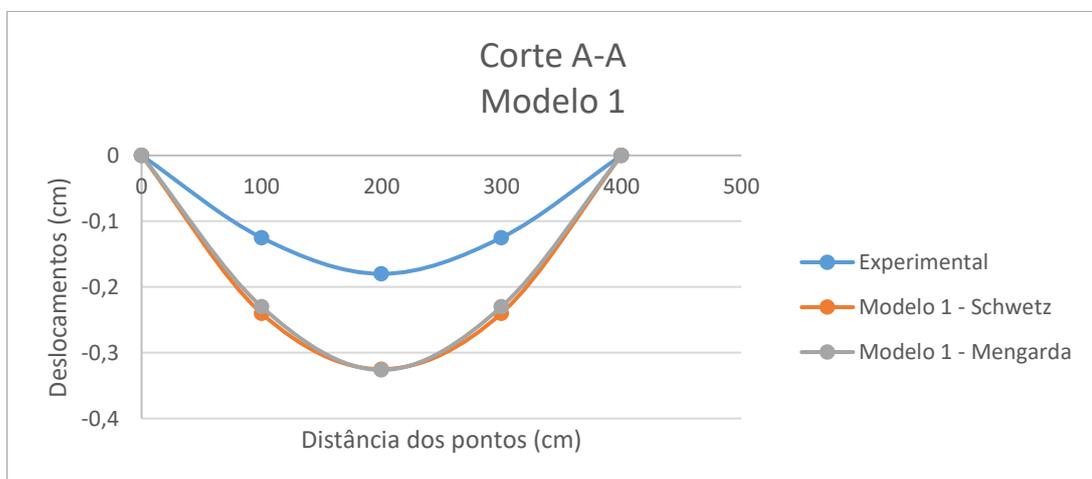
Figura 30 – Deslocamentos das lajes: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

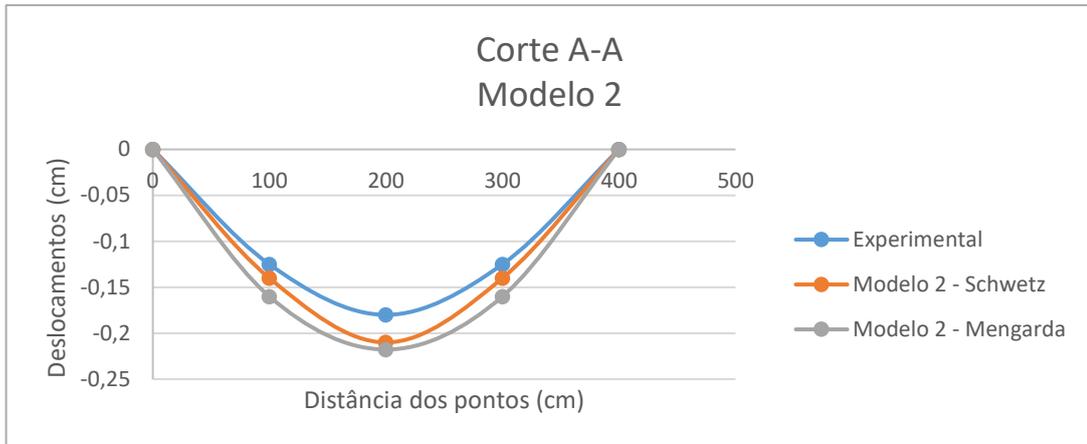
Os resultados das análises numéricas dos Modelo 1, 2, 3 e 4, as quais foram comparadas com os valores de deslocamentos verticais encontrados por Campagnolo (1980) em sua experimentação, e com os Modelos numéricos 1, 2, 3 e 4 de Schwetz (2011), apresentam-se nas Figuras 31 a 34.

Figura 31 – Resultados Modelo 1



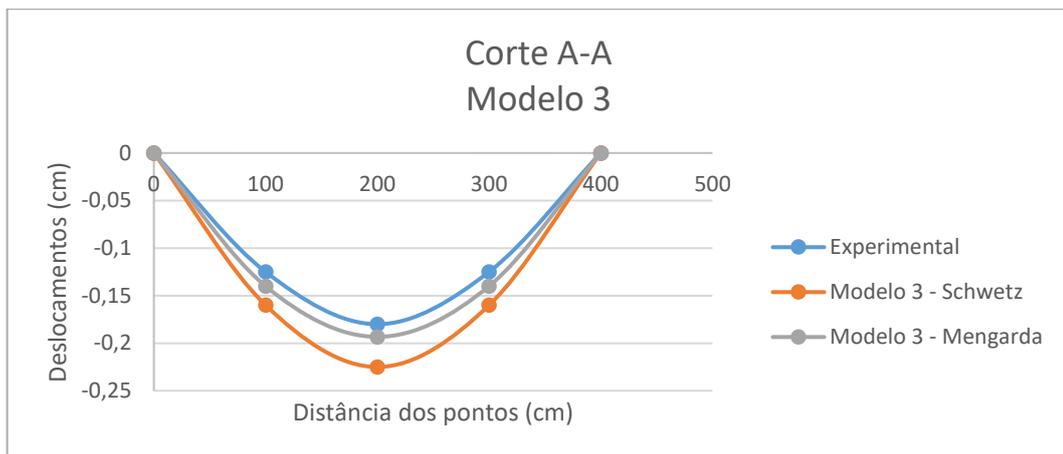
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 32 – Resultados Modelo 2



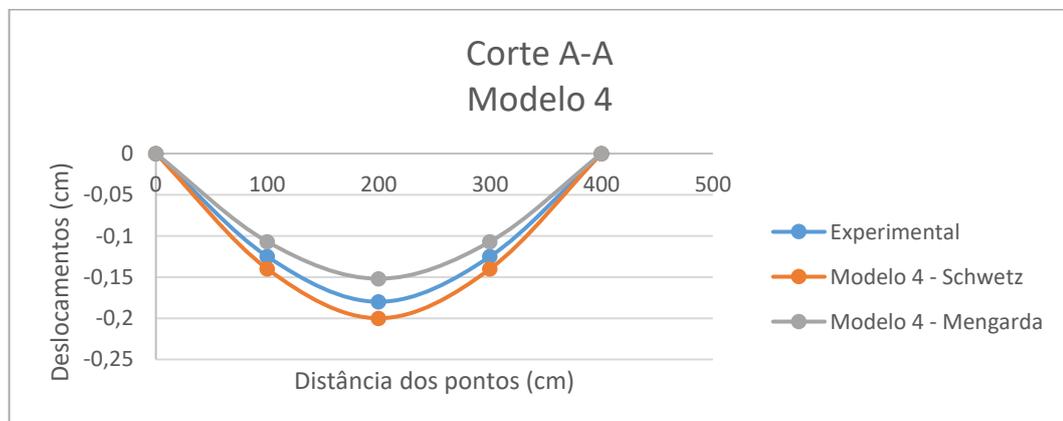
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 33 – Resultados Modelo 3



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 34 – Resultados Modelo 4



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A partir das figuras, observa-se que os Modelos 1, 2, 3 e 4 apresentaram valores de deslocamentos próximos aos resultados numéricos apresentados por Schwetz (2011). Em relação ao experimental de Campagnolo (1980), os Modelos 3 e 4 foram os que mais se aproximaram dos resultados experimentais.

3.2.3 Laje com duas nervuras ortogonais conforme Peng-Cheng *et al.* (1987)

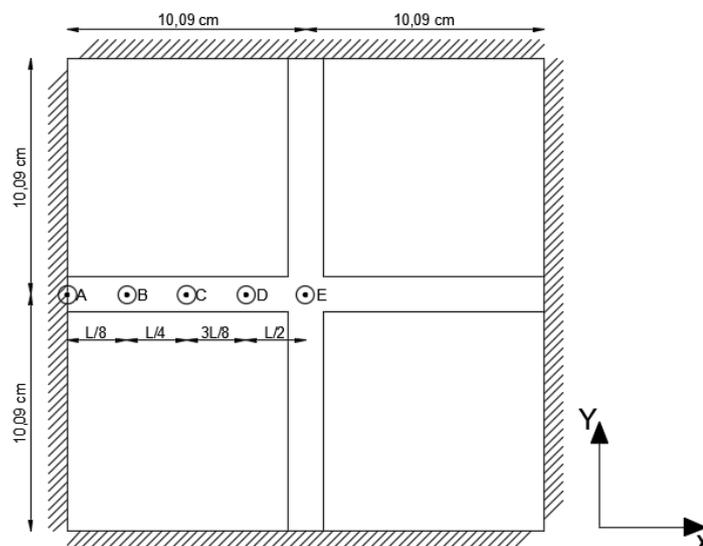
Peng-Cheng *et al.* (1987) realizaram um ensaio experimental de uma laje com duas nervuras ortogonais, concêntricas ao plano médio da placa, e engastada em todo o seu contorno, além de simulações numéricas visando analisar os deslocamentos e momentos fletores da estrutura.

A geometria da placa e os dados de entrada para análise dos deslocamentos verticais são apresentados a seguir:

- carregamento (carga uniformemente distribuída) = 50 kN/m²;
- espessura da placa (h) = 0,2817 cm;
- inércia à flexão das nervuras (I) = 0,00596 cm⁴;
- inércia à torção das nervuras foi desconsiderada;
- módulo de elasticidade do concreto (E) = 211600 Mpa;
- coeficiente de Poisson do concreto (ν) = 0,30;

A geometria da placa e os pontos que foram analisados podem ser vistos na Figura 35.

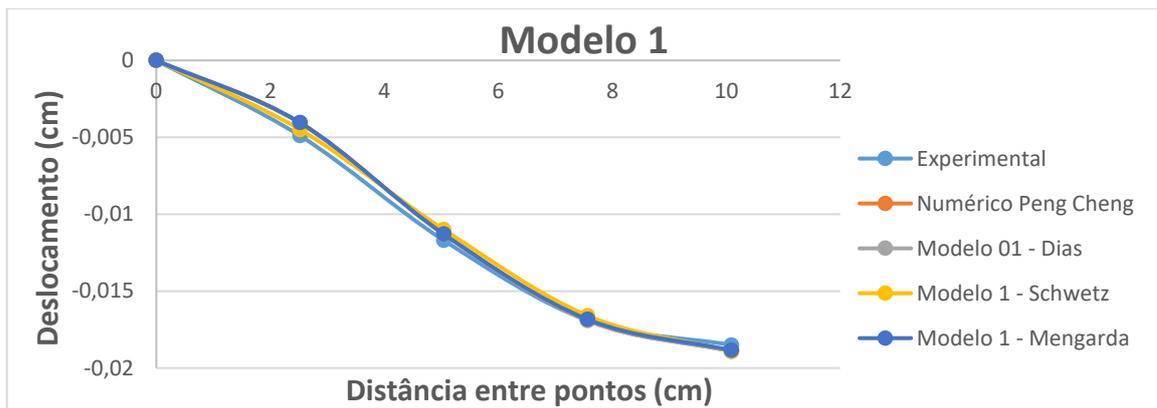
Figura 35 – Geometria da placa enrijecida por nervuras concêntricas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

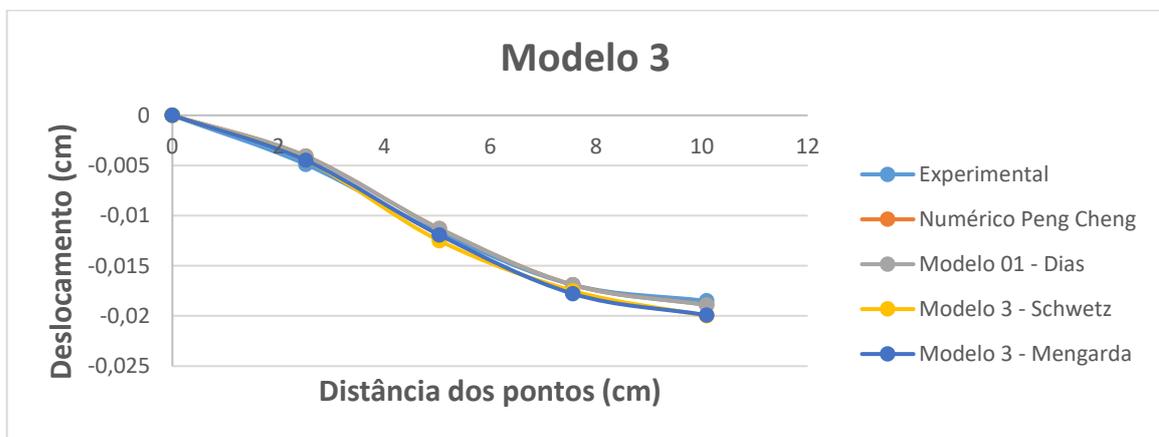
Para análise numérica, foram utilizados apenas os Modelos 1 e 3, os quais consideram as nervuras concêntricas ao plano médio da laje, visto que os demais autores trabalharam com desconsideração da excentricidade. Para fins de validação, os resultados encontrados foram comparados com a análise numérica desenvolvida por Peng-Cheng *et al.* (1987), Dias (2003) e Schwetz (2011), como pode ser observado na Figura 36 e na Figura 37.

Figura 36 – Resultados Modelo 1 nos pontos A, B, C, D e E



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 37 – Resultados Modelo 3



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A partir da Figura 36 e da Figura 37, observa-se que os Modelos 1 e 3, com as nervuras concêntricas ao plano médio da placa, apresentaram resultados de deslocamento vertical muito próximos ao experimental, assim como as análises numéricas de Peng-Cheng (1987), Dias (2003) e Schwetz (2011).

3.2.4 Estudo experimental de Abdul-Wahab e Khalil (2000)

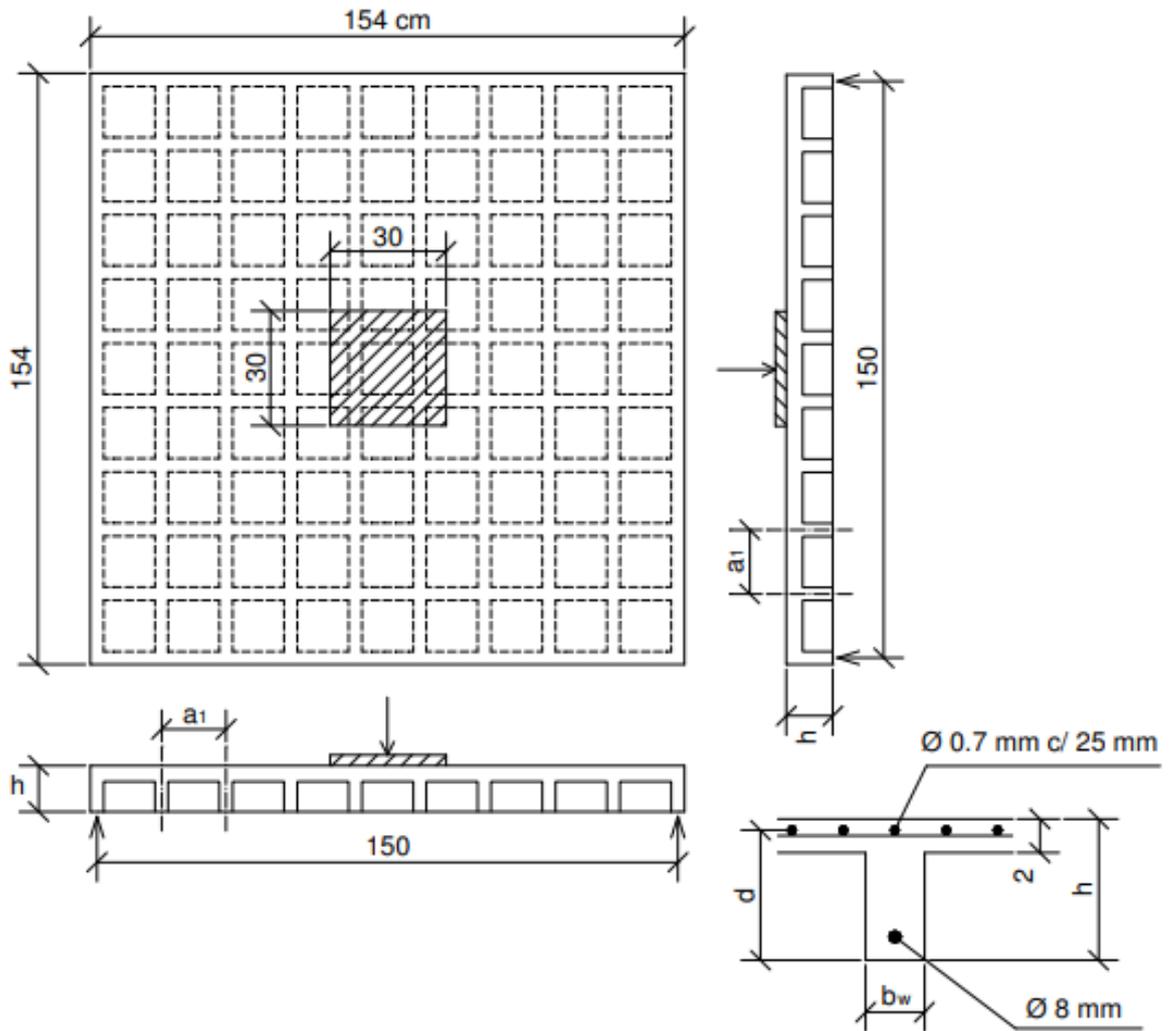
Abdul-Wahab e Khalil (2000) ensaiaram diversas lajes nervuradas em concreto armado, em escala $\frac{1}{4}$, com diferentes considerações de altura da nervura e espaçamento entre as mesmas, com carga concentrada sendo aplicada no centro da laje, sobre uma placa de 30 x 30 cm. Entre as lajes ensaiadas, a Laje 02 (S2) foi escolhida para a validação dos modelos numéricos propostos nesta pesquisa, visto a semelhança com a estrutura que será analisada no Capítulo 4.

A geometria da laje e os dados de entrada para análise dos deslocamentos verticais são apresentados a seguir:

- carregamento (carga concentrada no centro da laje) = variando-se de 10 a 80 kN;
- carga de fissuração (kN) = 20 kN;
- coeficiente de Poisson do concreto (ν) = 0,20;
- módulo de elasticidade do concreto (E) = 26926,6 MPa;
- vazios = 9 x 9 cm;
- $a_1 = 16,7$ cm;
- $h_f = 2,0$ cm;
- $b_w = 5,2$ cm;
- $h = 9,5$ cm;
- $h/h_f = 4,75$ cm.

A Figura 38 apresenta a geometria básica das lajes nervuras ensaiadas.

Figura 38 – Geometria básica das lajes nervuradas ensaiadas

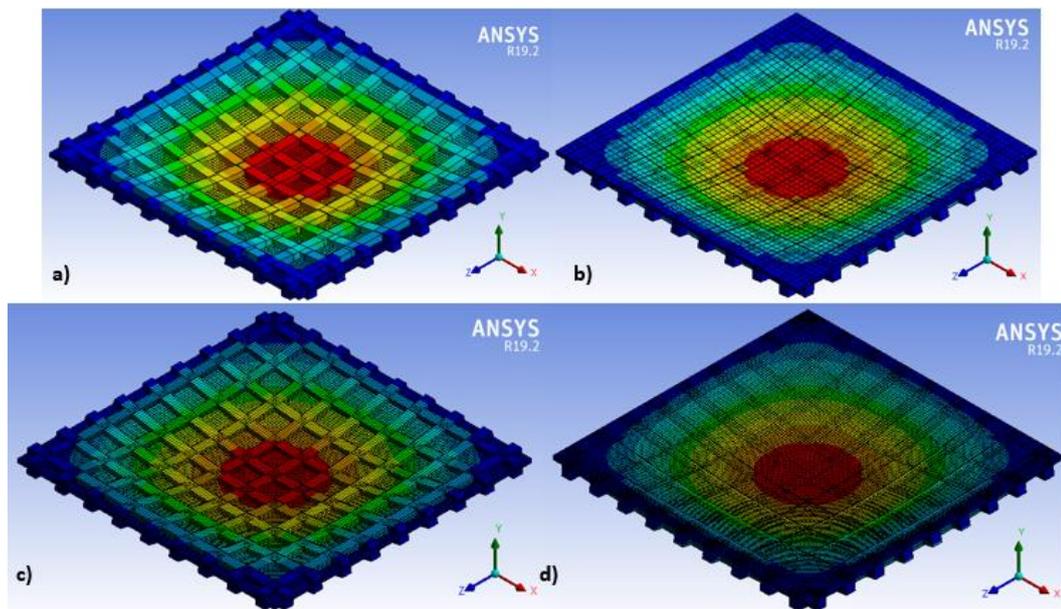


Fonte: Elaborada por Abdul-Wahab e Khalil (2000).

Para a análise numérica, foram utilizados os Modelos 1, 2, 3 e 4. Os Modelos tiveram seus resultados comparados com os encontrados pelos modelos similares de Dias (2003) e comparados também com o ensaio de Abdul-Wahab e Khalil (2000).

As deformações da laje podem ser vistas na Figura 39.

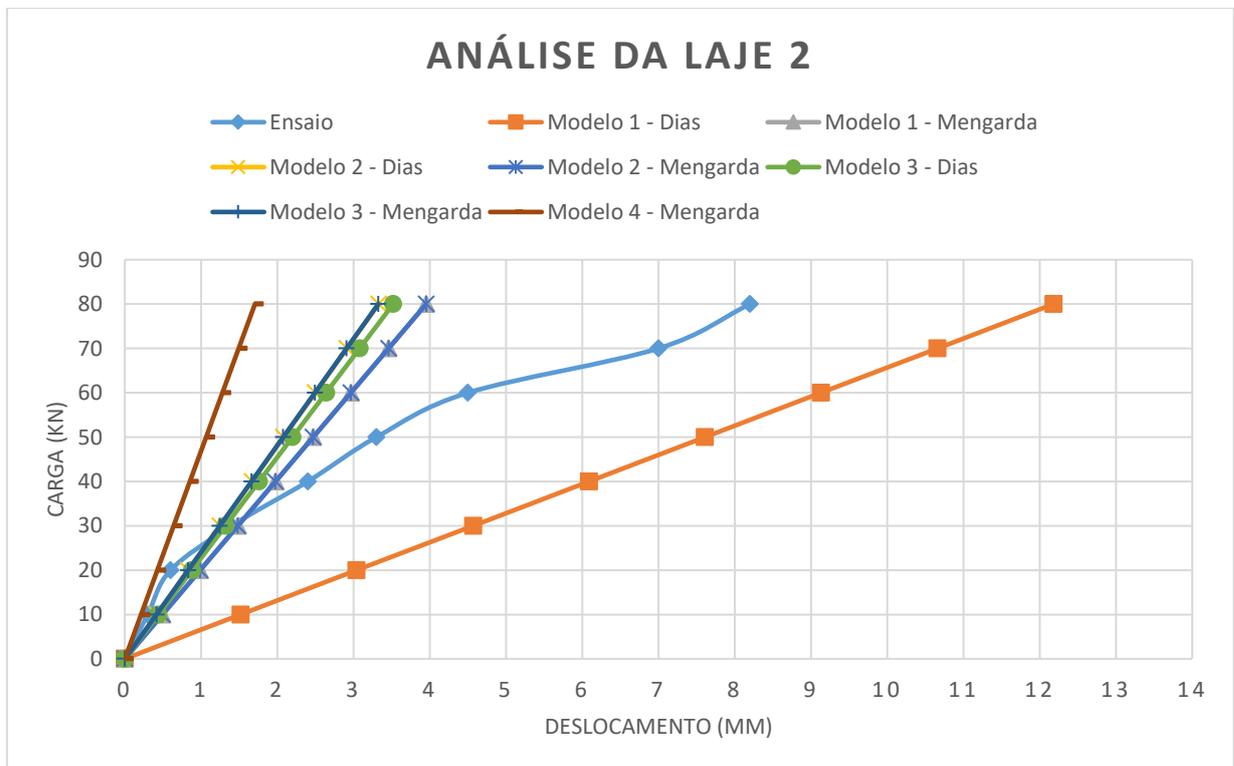
Figura 39 – Deslocamentos das lajes: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4



Fonte: Elaborada pelo autor (2021)

Os resultados encontrados podem ser vistos na Figura 40.

Figura 40 – Resultados da análise da laje 2



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

De acordo com a Figura 40, as seguintes considerações são extraídas:

- o Modelo 4 foi o que mais se aproximou dos resultados de deslocamentos verticais na fase elástica do concreto (até 20kN).
- Os Modelos 1, 2 e 3 apresentaram bons resultados na fase elástica do concreto também.
- A partir do ponto de fissuração da laje, todos os 4 Modelos apresentaram diferença significativa em seus valores, apresentando menores valores de deslocamento.

As análises lineares dos Modelos 1, 2, 3 e 4 apresentaram resultados aproximados com os trabalhos analíticos, numéricos e experimentais utilizados para validação, mostrando-se condizente com as conclusões apresentadas por Dias (2003) e Schwetz (2011).

Dessa forma, com base nas análises realizadas neste trabalho e nas contribuições da revisão bibliográfica, o Modelo 4 é o eleito para modelar as lajes nervuradas e realizar a análise estrutural, utilizando-se elementos finitos de casca para representação das nervuras e capa e consideração da excentricidade entre capa e nervura.

4 ANÁLISE NUMÉRICA DA LAJE NERVURADA

O desenvolvimento das análises numéricas realizadas a partir de estudos analíticos, numéricos e experimentais, descritos no Capítulo 4, proporcionaram a definição e a escolha do melhor modelo de cálculo para representação das vigas, nervuras e capa de concreto na hora de discretizar uma laje nervurada.

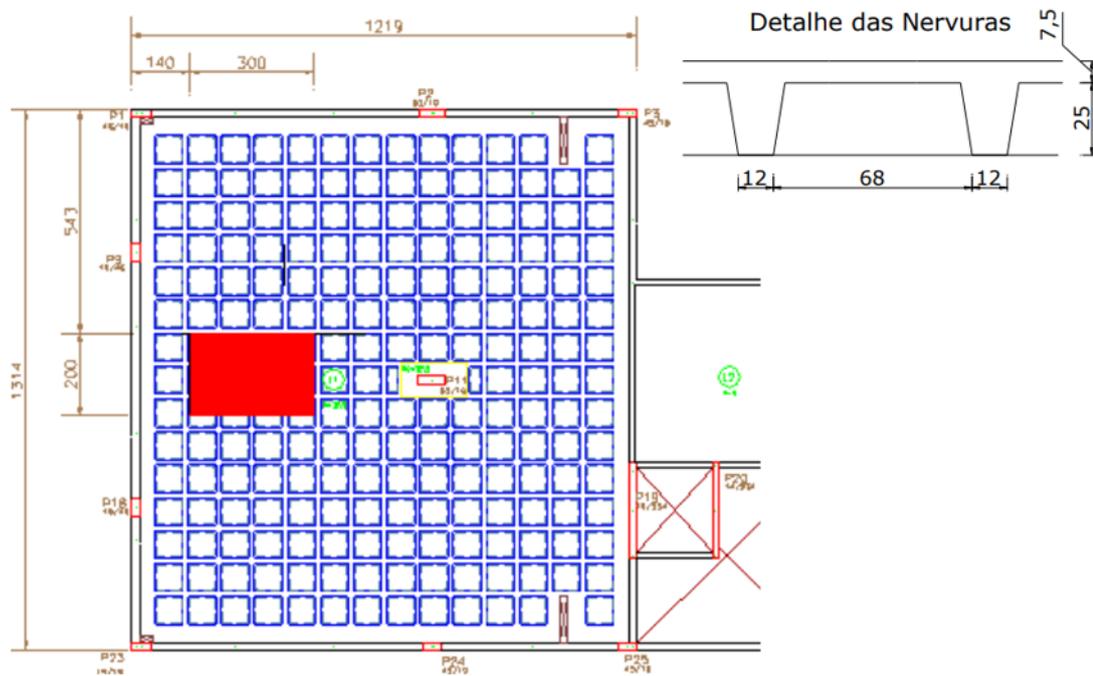
Assim, a partir da utilização do Modelo 4, este capítulo apresenta a reprodução do Estudo de Caso 1 de Schwetz (2011) sob diferentes formas de modelagem estrutural, objetivando avaliar a influência da consideração da região maciça adjacente ao vigamento de borda nos modelos numéricos e a influência da geometria da estrutura no deslocamento final da laje nervurada.

Primeiramente, na seção 4.1, realiza-se a reprodução do Estudo de Caso 1 de Schwetz (2011), utilizando-se o Modelo 4 de Cálculo. Na seção 4.2 são realizadas alterações na geometria da estrutura. Na seção 4.3, são apresentadas as três maneiras de modelagem em elementos finitos, apontando suas características e considerações. E, por fim, na seção 4.4, os resultados encontrados referentes às análises são detalhados.

4.1 ANÁLISE NUMÉRICA DO ESTUDO DE CASO 1 DE SCHWETZ (2011)

O Caso de Estudo 1, da pesquisa de Schwetz (2011), escolhido para reprodução nesta pesquisa, diz respeito a uma laje nervurada retangular utilizada para o piso de uma cobertura, modelada pelo projetista através do *software* TQS, adotando um vigamento de borda e uma região maciça circundante ao pilar central (com intuito de evitar efeitos de punção). O projeto original previa uma carga permanente de 1,5 kN/m² e uma carga variável de 1,0 kN/m², além do peso próprio de 4,1 kN/m². No entanto, observou-se a inviabilidade da aplicação deste carregamento durante o programa experimental, o que determinou uma área a ser carregada com uma carga de 6,67 kN/m² uniformemente distribuída em 4 etapas, valendo-se de sacos de argamassa de 50kg cada. Nesse sentido, a primeira etapa consistiu em uma sobrecarga de 1,67 kN/m²; a segunda de 3,33 kN/m²; a terceira de 5 kN/m²; e a última etapa totalizou 6,67 kN/m². A Figura 41 apresenta a geometria do Estudo de caso 1, assim como a área carregada para o desenvolvimento do programa experimental.

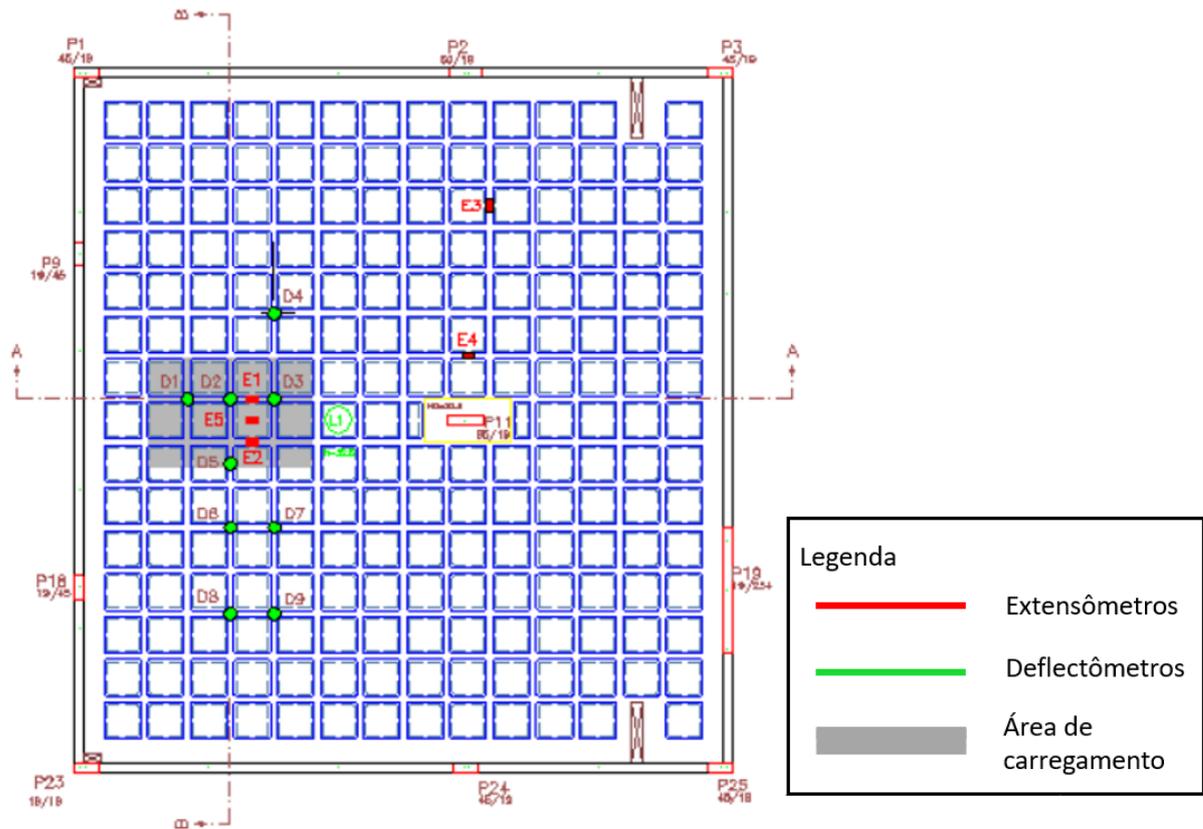
Figura 41 – Geometria do Estudo de caso 1 de Schwetz (2011)



Fonte: Elaborada por Schwetz (2011).

Para a realização do programa experimental, e com o objetivo de medir os deslocamentos verticais, a laje foi instrumentada com 9 deflectômetros analógicos os quais foram posicionados conforme apresentado na Figura 42.

Figura 42 – Posicionamento dos deflectômetros analógicos no Estudo de caso 1 de Schwetz (2011)



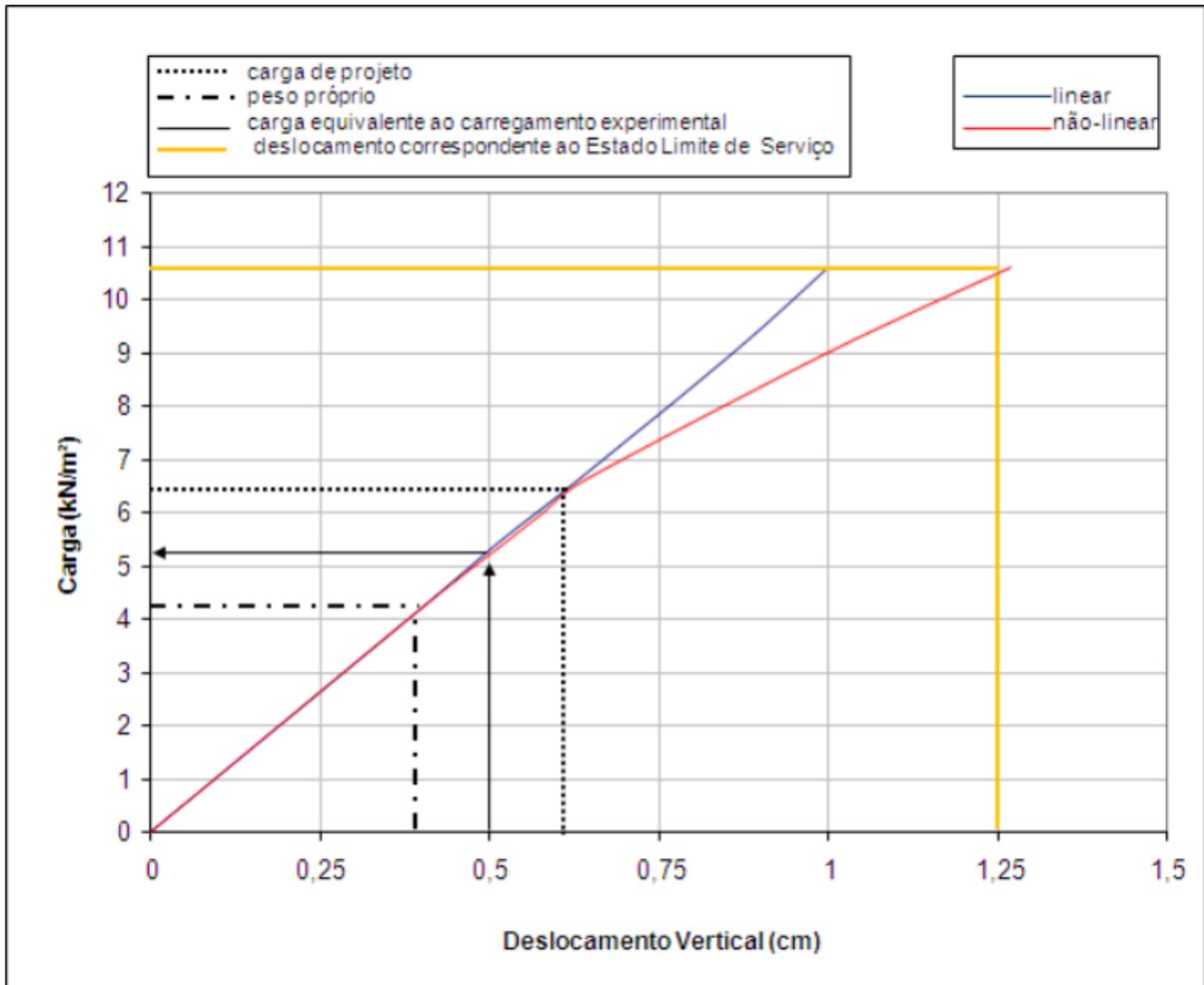
Fonte: Elaborada por Schwetz (2011).

Ainda no contexto do ensaio estrutural, o autor realizou ensaios complementares, obtendo as seguintes informações da estrutura:

- a. Módulo de Elasticidade: $E = 35,74 \text{ GPa}$;
- b. Resistência à compressão: $f_{cj} = 35,9 \text{ MPa}$;

Visto que as análises desta dissertação são realizadas no âmbito linear, é válido ressaltar que as simulações numéricas serão feitas apenas próximas ao intervalo em que a estrutura apresentou comportamento linear na pesquisa de Schwetz (2011), ou seja, um carregamento total de aproximadamente $6,6 \text{ kN/m}^2$, o que representa uma carga extra (carga de projeto) de $2,5 \text{ kN/m}^2$, além do peso próprio da estrutura de $4,1 \text{ kN/m}^2$, como apresentado na Figura 43.

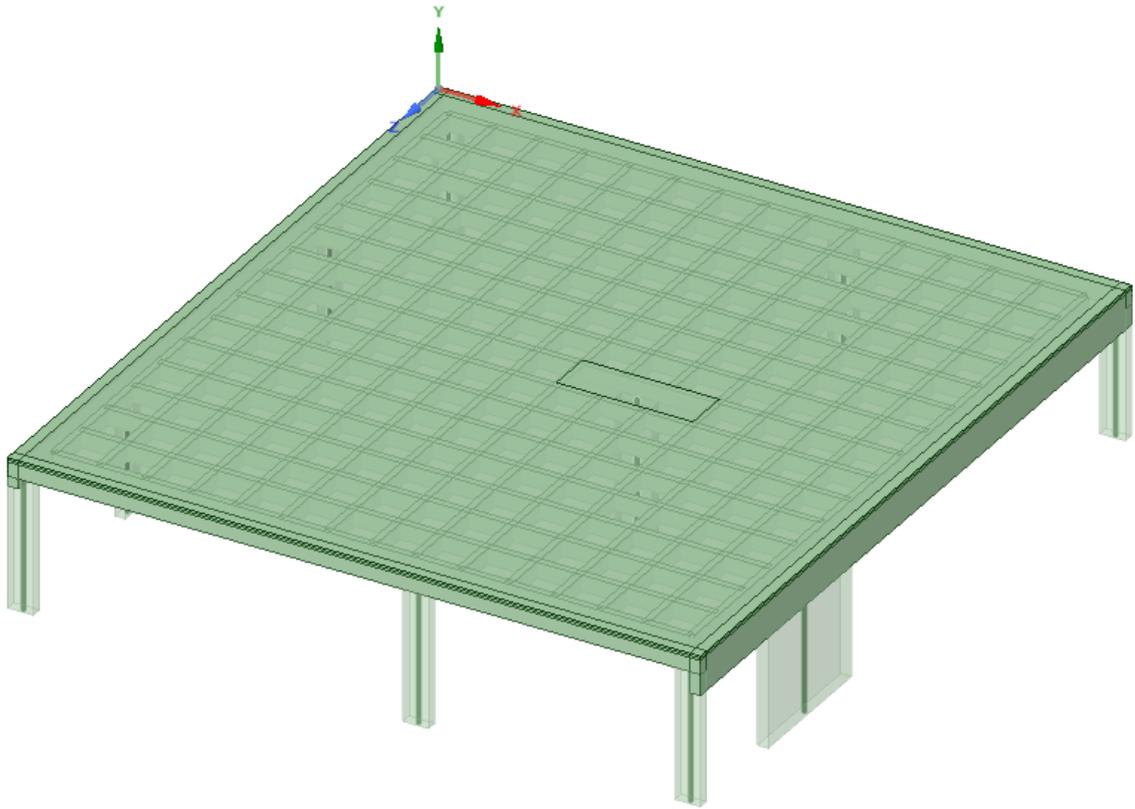
Figura 43 – Resultados de Projeto da Análise do Estudo de caso 1



Fonte: Elaborada por Schwetz (2011).

A partir das informações citadas, a análise numérica do Estudo de caso 1 de Schwetz (2011) foi realizada, neste trabalho, através do método dos elementos finitos, utilizando-se o Modelo 4, definido no Capítulo 4, além da Analogia de Grelha através do *software* Eberick. A Figura 44 apresenta a laje nervurada, composta por pilares, vigas, nervuras, região maciça em torno do pilar no interior da viga, e a capa de concreto, modelada em elementos finitos através do *software* SpaceClaim o qual é integrado ao Ansys Workbench.

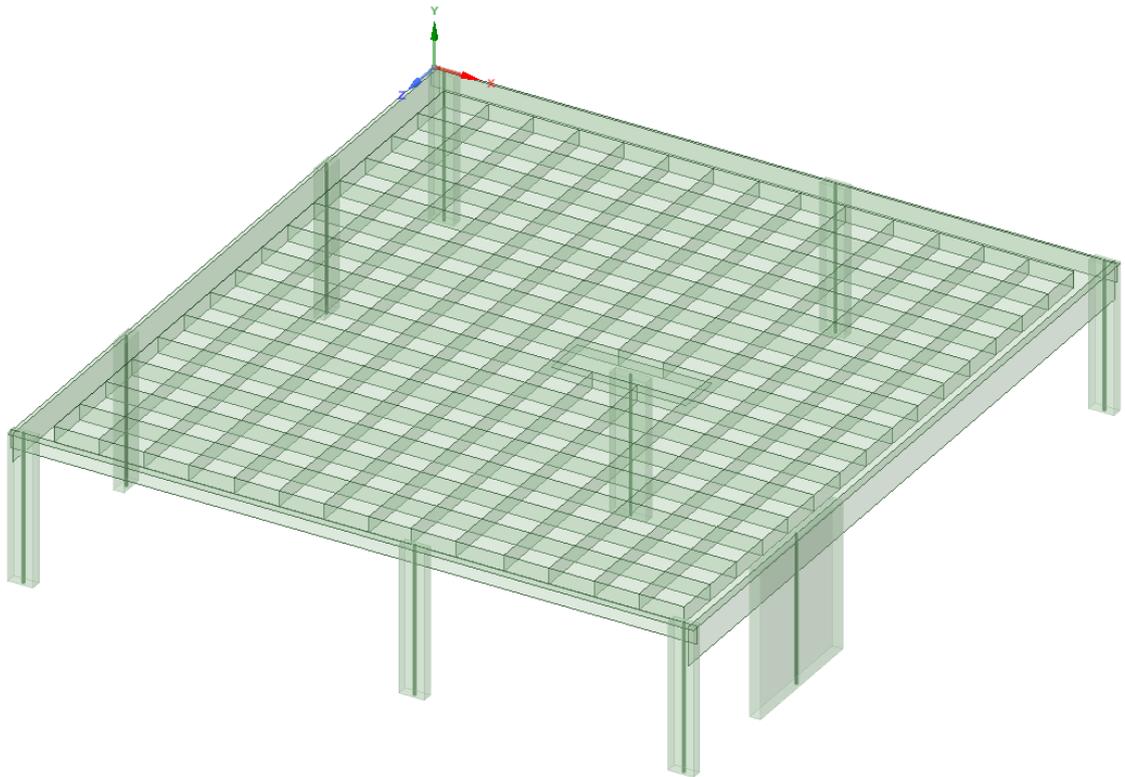
Figura 44 – Modelagem do Estudo de caso 1 a partir do Método dos Elementos Finitos



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A respectiva discretização da laje nervurada em elementos finitos, utilizando-se elementos de viga para discretização dos pilares e elementos de casca para discretização das vigas, capa de concreto, nervuras e região maciça que contorna o pilar interno, considerando a excentricidade entre capa de concreto e nervura, pode ser observada na Figura 45.

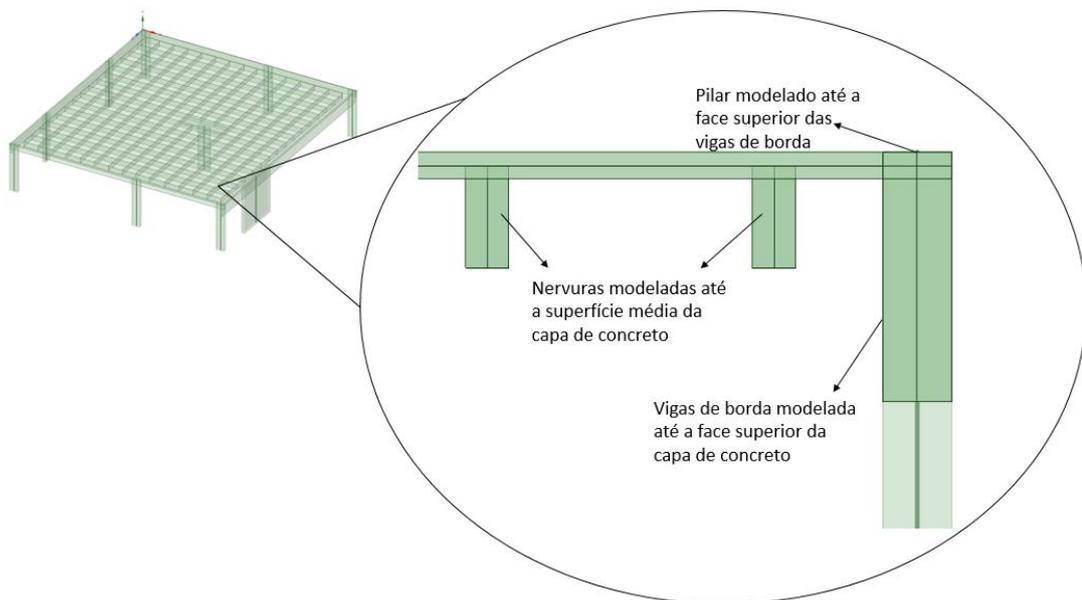
Figura 45 – Discretização do Estudo de caso 1 a partir do método dos elementos finitos



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Ao modelar-se a estrutura, foram feitas algumas considerações: os pilares foram conectados na face superior das vigas de borda, as nervuras modeladas até a superfície média da capa de concreto (observe-se a subseção 3.1.4) e a face superior das vigas de borda coincidem com a face superior da capa de concreto, como detalhado na Figura 46.

Figura 46 – Considerações quanto a modelagem em elementos finitos



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

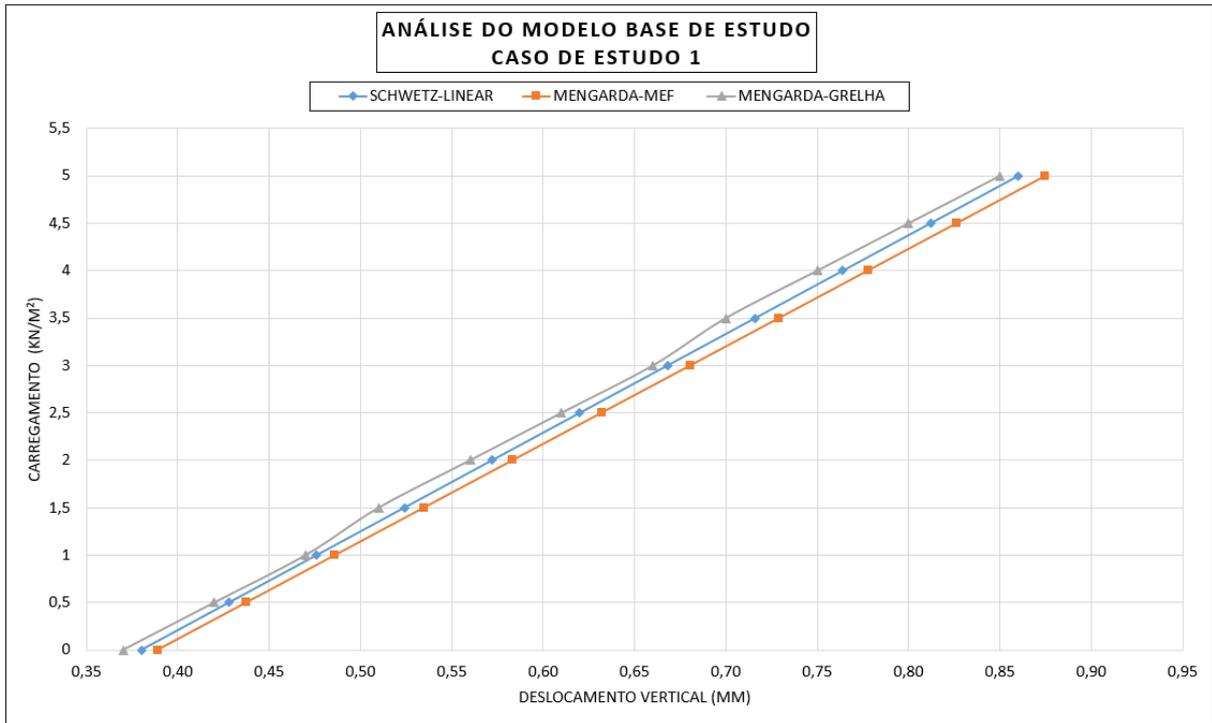
Modelada a estrutura, os seguintes dados foram considerados para a análise estrutural (baseadas nas informações contidas no Estudo de caso 1):

- a. coeficiente de Poisson: 0,20;
- b. peso específico do concreto armado: 25 kN/m³;
- c. módulo de elasticidade do concreto exigido em planta pelo calculista da estrutura $E_{28} = 26$ GPa;
- d. módulo de elasticidade do concreto medido experimental $E_{28} = 35,74$ GPa.

4.1.1 Resultados das análises numéricas para o Estudo de caso 1

Nos resultados a seguir, primeiramente, apresenta-se a comparação dos resultados numéricos encontrados nesta pesquisa, denominados de MENGARDA-MEF (análise numérica através do método dos elementos finitos) e MENGARDA-GRELHA (análise numérica através da analogia de grelhas), com os obtidos por Schwetz (2011), na fase de projeto da estrutura, denominados de SCHWETZ-LINEAR, todos no âmbito da análise estrutural estática linear. Na Figura 47, os deslocamentos correspondentes às análises numéricas de uma carga uniformemente distribuída em toda a laje são apontados.

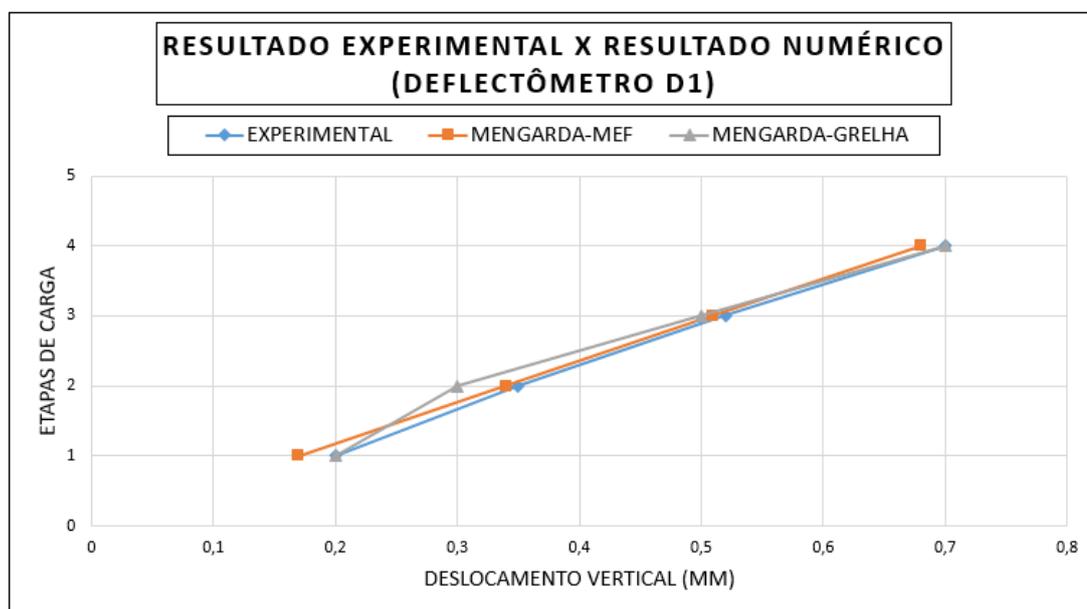
Figura 47 – Comparação dos deslocamentos através de análises numéricas com os resultados obtidos em projeto por Schwetz (2011)



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Em um segundo momento, realiza-se a comparação desta pesquisa com os valores medidos experimentalmente por Schwetz (2011) para cada etapa de carregamento. A Figura 48 apresenta os deslocamentos verticais referentes aos valores obtidos no Deflectômetro D1, denominado EXPERIMENTAL, posicionado conforme ilustrou-se na Figura 42, e os valores numéricos obtidos nesta pesquisa, os quais foram denominados de MENGARDA-MEF e MENGARDA-GRELHA.

Figura 48 – Comparação dos deslocamentos através de análises numéricas com os resultados obtidos experimentalmente por Schwetz (2011)



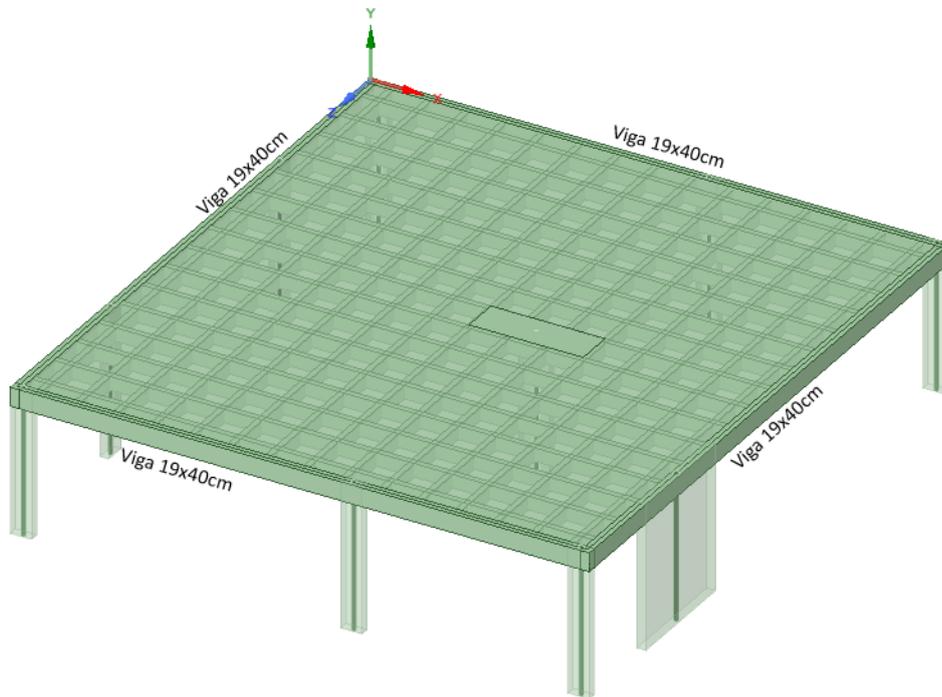
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Nesses resultados, fica evidente a semelhança entre os valores dos deslocamentos verticais, obtidos a partir das análises estruturais lineares, através do método dos elementos finitos e da analogia de grelha, com os resultados encontrados por Schwetz (2011), em sua respectiva análise numérica e ensaio experimental. Isso possibilita adaptação da geometria do Estudo de caso 1 para futuras análises com diferentes formas de modelagem numérica.

4.2 ADAPTAÇÃO DA GEOMETRIA DO ESTUDO DE CASO 1 DE SCHWETZ (2011)

No âmbito das análises realizadas na seção 4.1, nota-se que a geometria da laje nervurada foi adaptada, buscando-se padronizar as medidas das vigas de borda. Assim, as quatro vigas de borda foram modificadas e passaram a ser consideradas com 19 cm de largura e 40 cm de altura, como se pode perceber na Figura 49.

Figura 49 – Adaptação da Geometria do Estudo de caso1

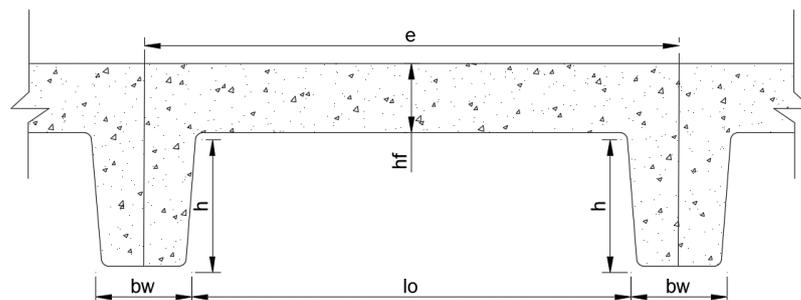


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A primeira laje a ser analisada, definida de MODELO BASE, foi modelada conforme as dimensões do Estudo de caso 1 de Schwetz (2011). Isto é, com nervuras de 12 cm de largura (bw), 25 cm de altura (h), espaçamento entre os eixos das nervuras de 80 cm (e) e capa de concreto (hf) medindo 7,5 cm, e pode ser descrita da seguinte maneira: $(L_{25/80/12})$, ou seja, LAJE $h/e/bw$.

Definida a geometria da laje nervura, é possível realizar variações geométricas, variando-se os seguintes parâmetros: largura da nervura (bw), altura da nervura (h) e espaçamento entre eixos de nervuras (e), como se apresenta na Figura 50.

Figura 50 – Corte Genérico de uma Laje Nervurada



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Para as demais lajes, os valores dos parâmetros variados podem ser observados na Tabela 4.

Tabela 4 – Descrição das variações geométricas das lajes nervuradas

LAJE	DESCRIÇÃO	Bw (cm)	Lo(cm)	Hf (cm)	e (cm)	H (cm)
MODELO BASE	L 25/80/12	12	68	7,5	80	25
LAJE 02	L2 25/80/10	10	70	7,5	80	25
LAJE 03	L3 25/80/11	11	69	7,5	80	25
LAJE 04	L4 25/80/13	13	67	7,5	80	25
LAJE 05	L5 25/80/14	14	66	7,5	80	25
LAJE 06	L6 25/80/15	15	65	7,5	80	25
LAJE 07	L7 25/80/16	16	64	7,5	80	25
LAJE 08	L8 26/80/12	12	68	7,5	80	26
LAJE 09	L9 27/80/12	12	68	7,5	80	27
LAJE 10	L10 28/80/12	12	68	7,5	80	28
LAJE 11	L11 29/80/12	12	68	7,5	80	29
LAJE 12	L12 30/80/12	12	68	7,5	80	30
LAJE 13	L13 31/80/12	12	68	7,5	80	31
LAJE 14	L14 25/81/12	12	69	7,5	81	25
LAJE 15	L15 25/82/12	12	70	7,5	82	25
LAJE 16	L16 25/83/12	12	71	7,5	83	25
LAJE 17	L17 25/84/12	12	72	7,5	84	25
LAJE 18	L18 25/85/12	12	73	7,5	85	25
LAJE 19	L19 25/75/12	12	63	7,5	75	25
LAJE 20	L20 25/76/12	12	64	7,5	76	25
LAJE 21	L21 25/77/12	12	65	7,5	77	25
LAJE 22	L22 25/78/12	12	66	7,5	78	25
LAJE 23	L23 25/79/12	12	67	7,5	79	25

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

4.3 ANÁLISE NUMÉRICA DAS LAJES NERVURADAS

As análises numéricas da laje nervurada, e suas respectivas variações geométricas, apresentadas no item 4.2, foram analisadas a partir do método dos elementos finitos, utilizando-

se o *software* comercial Ansys, e da analogia de grelhas, recorrendo-se ao *software* comercial Eberick. Para todas as análises estruturais estáticas das lajes nervuradas, os seguintes dados de entrada são considerados:

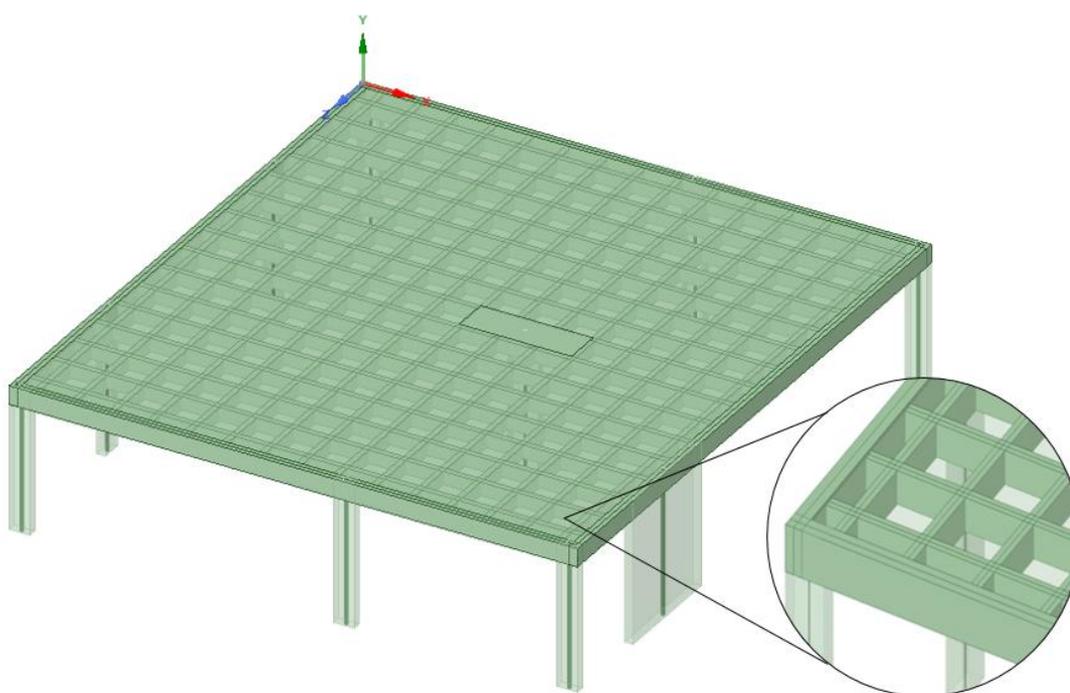
- a. peso específico do concreto: 25 kN/m³;
- b. módulo de elasticidade: $E = 26$ GPa;
- c. coeficiente de Poisson (ν): 0,20.

As considerações das formas de modelagem propostas e suas respectivas características serão apresentadas na subsecção seguinte.

4.3.1 Modelagem MEF 1

A primeira modelagem em elementos finito realizada, também denominada, aqui, de MEF 1, diz respeito à consideração das nervuras modeladas até a superfície média das vigas de borda. A modelagem seguiu as mesmas considerações descritas na seção 5.1 referente à ligação entre viga, pilares, nervuras e capa de concreto, bem como a utilização do Modelo 4 para discretização da laje nervura, como se pode ver no Capítulo 3, subsecção 3.1.4. A Figura 51 apresenta a modelagem em MEF 1.

Figura 51 – Modelagem MEF 1

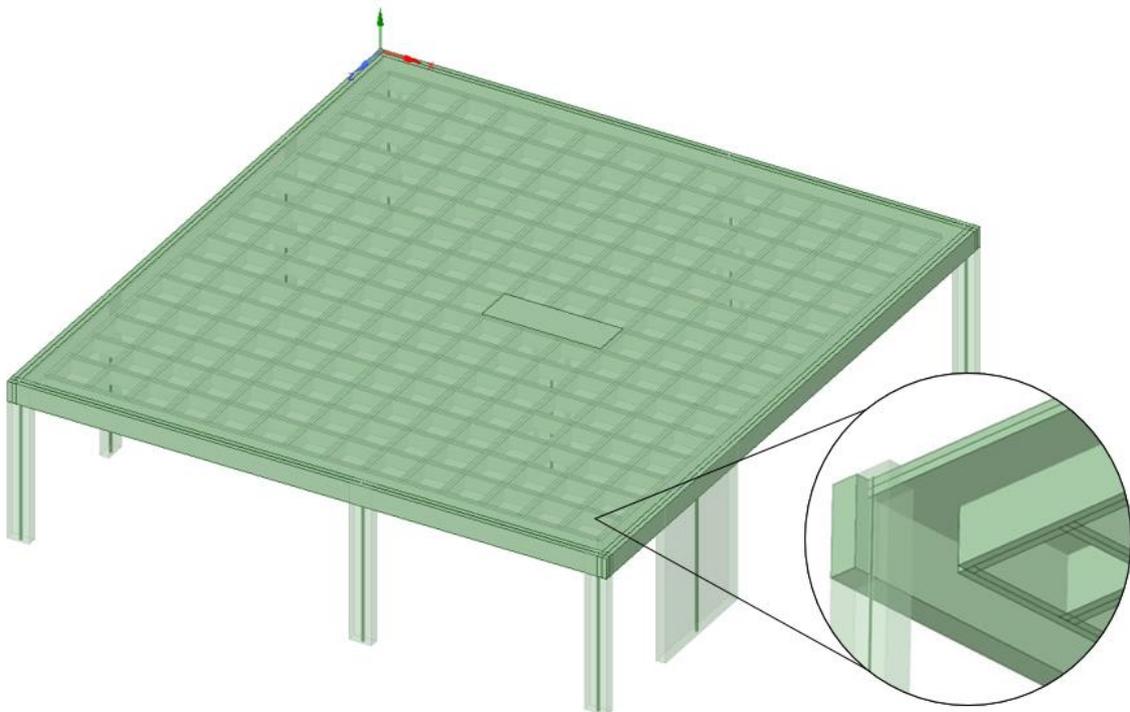


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

4.3.2 Modelagem MEF 2

A segunda modelagem em elementos finitos realizada denomina-se, aqui, de MEF 2, e diz respeito à consideração da região maciça adjacente ao vigamento de borda, formado, muitas vezes, pela incompatibilidade da arquitetura com as dimensões das cubetas utilizadas, sendo modelada apenas pela capa de concreto. A modelagem seguiu as mesmas considerações descritas na seção 4.1 referentes à ligação entre viga, pilares, nervuras e capa de concreto, assim como a utilização do Modelo 4 para discretização da laje nervurada, como descrito no Capítulo 3, subseção 3.1.4. A Figura 52 apresenta a modelagem em MEF 2.

Figura 52 – Modelagem MEF 2



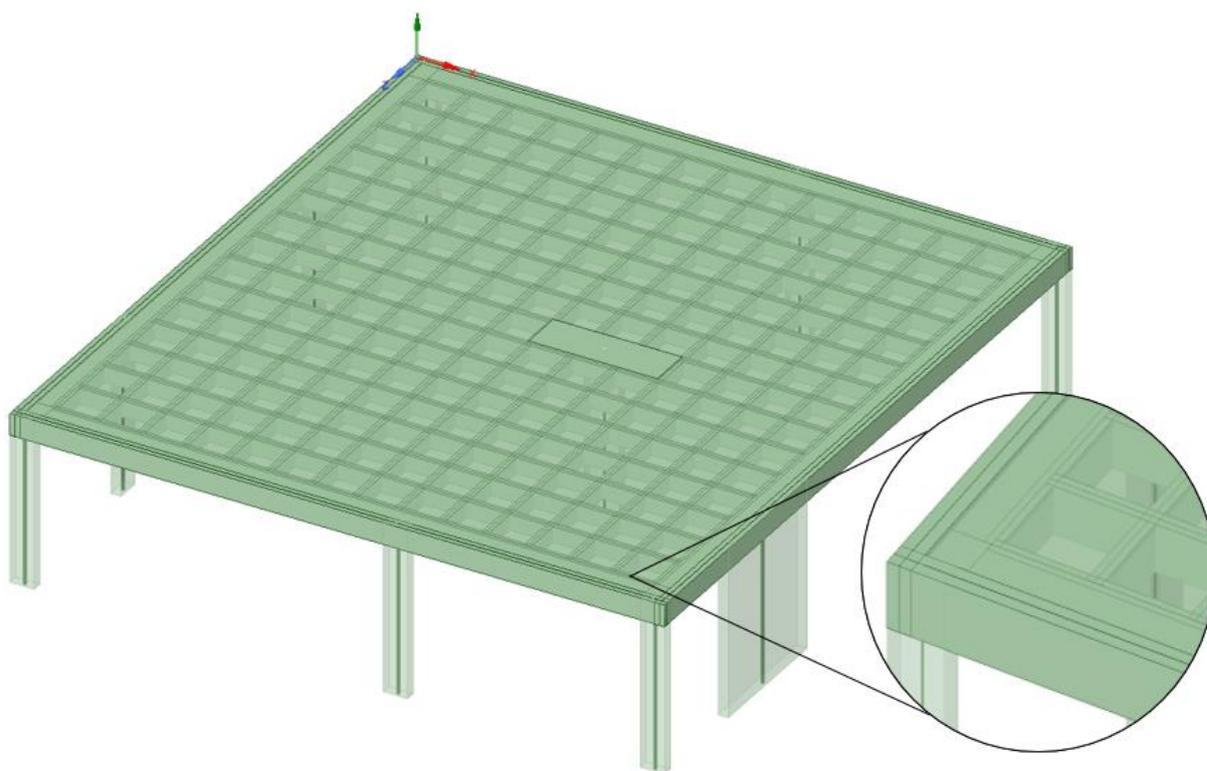
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A Figura 52 permite observar a formação da região maciça adjacente ao vigamento de borda formada apenas pela capa de concreto. Esta região maciça varia de largura conforme o espaçamento entre os eixos das nervuras, que pode ser maior ou menor, dependendo da compatibilidade entre as dimensões das cubetas utilizadas e o respectivo projeto arquitetônico.

4.3.3 Modelagem MEF 3

A terceira modelagem em elementos finitos MEF 3 considera a região maciça adjacente ao vigamento de borda, formado, muitas vezes, pela incompatibilidade da arquitetura com as dimensões das cubetas utilizadas, sendo modelado separadamente. A modelagem seguiu as mesmas considerações descritas na seção 4.1 referente à ligação entre viga, pilares, nervuras e capa de concreto, assim como a utilização do Modelo 4 para discretização da laje nervura, como descrito no Capítulo 3, subseção 3.1.4. A Figura 53 apresenta a modelagem em MEF 3.

Figura 53 – Modelagem em MEF 3



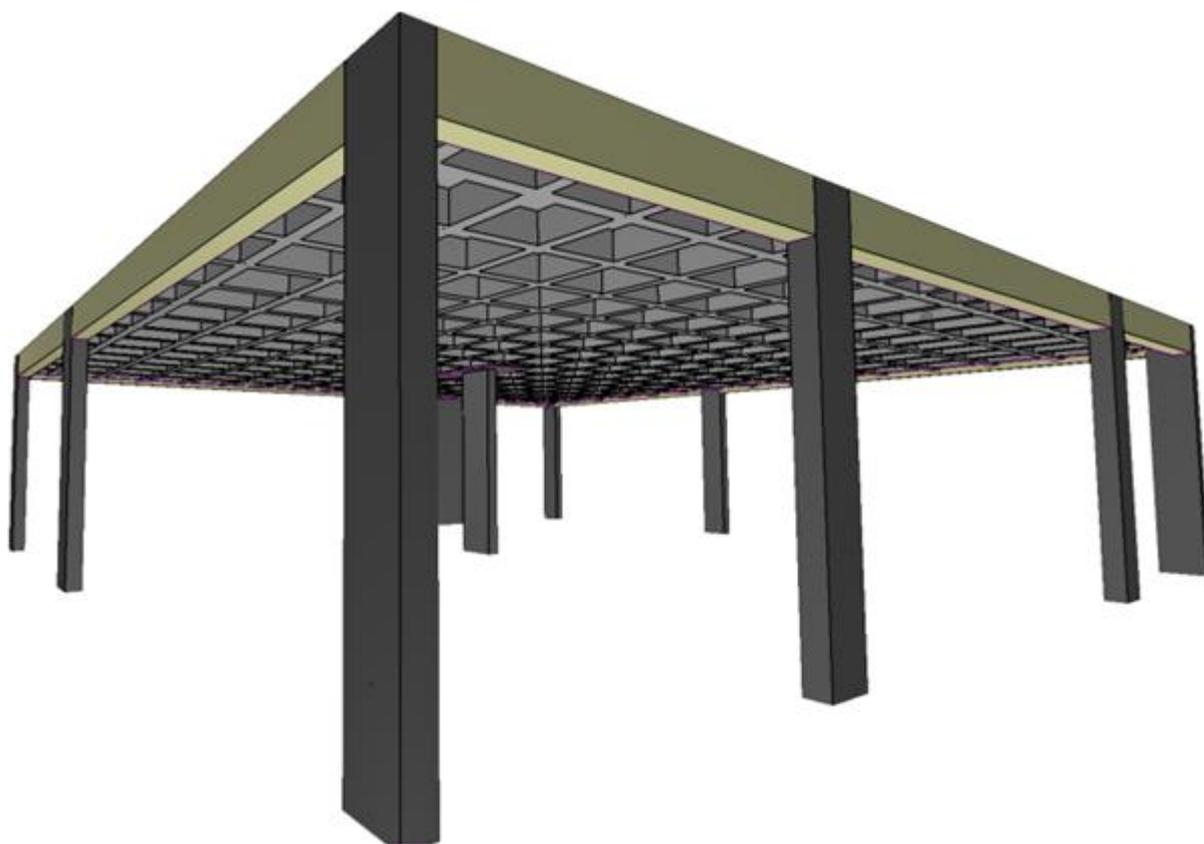
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Nota-se, dessa maneira, que as dimensões da região maciça formada nesta modelagem também variam de largura conforme o espaçamento entre os eixos das nervuras, já que podem ser maiores ou menores, dependendo da compatibilidade entre as dimensões das cubetas utilizadas e o respectivo projeto arquitetônico.

4.3.4 Modelagem grelha

A utilização do *software* Eberick para modelagem e análise através da analogia de grelha foi utilizada com o mesmo propósito que as modelagens em MEF 1, MEF 2 e MEF 3, analisar a laje nervurada, variando-se a altura, largura e espaçamento entre eixos de nervuras, de acordo com a seção 4.2. A Figura 54 apresenta a modelagem em grelha.

Figura 54 – Modelagem em grelha



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

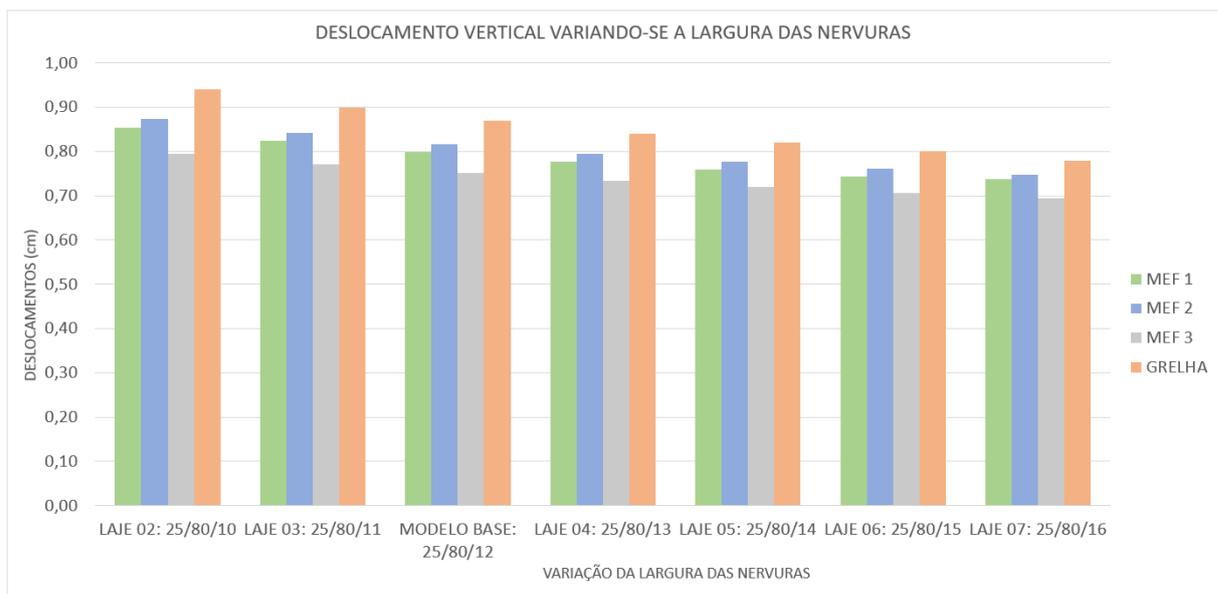
4.4 RESULTADOS DAS ANÁLISES NUMÉRICAS

A partir das análises produzidas nas modelagens citadas no item 4.3, duas formas categorizaram os resultados: o primeiro resultado deriva da variação geométrica da laje, ou seja, variação da largura, altura e do espaçamento entre eixos de nervuras; o segundo consiste na comparação entre as formas de modelagem da laje nervurada.

4.4.1 Resultados dos deslocamentos a partir da variação geométrica – largura das nervuras

Com o objetivo de ilustrar o comportamento das variações da largura das nervuras, apresenta-se na Figura 55 o gráfico dos valores de deslocamentos verticais obtidos numericamente para um carregamento de 5 kN/m², em centímetros, para cada modelagem.

Figura 55 – Resultados variando a largura das nervuras



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Analisando-se o gráfico dos deslocamentos, observa-se conforme o aumento da largura das nervuras, o deslocamento vertical da estrutura é reduzido.

O intuito desta pesquisa não diz respeito ao dimensionamento da estrutura, entretanto, através do *software* Eberick que realiza o dimensionamento das estruturas além da análise estrutural, o Modelo Base ($L_{25/80/12}$) suportou uma carga distribuída de 2,5 kN/m² sem a necessidade de alterações na geometria, sempre em conformidade com as prescrições da ABNT NBR 6118 (2014). Assim, os resultados das demais lajes serão comparados com essa respectiva carga de 2,5 kN/m².

Quanto à capacidade de carga das estruturas, ao utilizar nervuras com larguras inferiores às do Modelo Base ($L_{25/80/12}$), como as Laje L2 $_{25/80/10}$ e Laje L3 $_{25/80/11}$, estas passaram a suportar apenas 2 kN/m². Já a Laje L4 $_{25/80/13}$, mesmo com aumento da largura da nervura, suportou os mesmos 2,5 kN/m² sem que houvesse a necessidade de alterações em outros parâmetros geométricos. Em contrapartida, a Laje L5 $_{25/80/14}$ e a Laje L6 $_{25/80/15}$ suportaram

3,5 kN/m², e a Laje L7_{25/80/16} suportou 5 kN/m², todas sem a necessidade de alterações no restante da geometria.

Os deslocamentos finais das lajes e a diferença percentual para cada uma das lajes analisadas, quando comparadas com o Modelo Base (L_{25/80/12}) sob um carregamento de 2,5 kN/m², para cada uma das modelagens, podem ser vistos na Tabela 5.

Tabela 5 – Deslocamento vertical e Diferença percentual das modelagens variando-se a largura das nervuras

		MEF 1	MEF 2	MEF 3	GRELHA
L_{25/80/12}	Deslocamento (cm)	0,5760	0,5890	0,5439	0,6200
	Diferença (%)	-	-	-	-
L_{25/80/10}	Deslocamento (cm)	0,6055	0,6193	0,5664	0,6600
	Diferença (%)	-5%	-5%	-4%	-6%
L_{325/80/11}	Deslocamento (cm)	0,5894	0,6027	0,5541	0,6400
	Diferença (%)	-2%	-2%	-2%	-3%
L_{425/80/13}	Deslocamento (cm)	0,5730	0,5776	0,5400	0,6000
	Diferença (%)	1%	2%	1%	3%
L_{525/80/14}	Deslocamento (cm)	0,5712	0,5682	0,5379	0,5900
	Diferença (%)	1%	4%	1%	5%
L_{625/80/15}	Deslocamento (cm)	0,5695	0,5603	0,5360	0,5800
	Diferença (%)	1%	5%	1%	6%
L_{725/80/16}	Deslocamento (cm)	0,5678	0,5536	0,5342	0,5700
	Diferença (%)	1%	6%	2%	8%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Observando os resultados da Tabela 5, é possível notar que, através da alteração na largura da nervura, foi possível obter uma redução de até 1% pela modelagem em MEF 1, 6% em MEF 2, 2% em MEF 3 e, através da modelagem em grelha, foi onde se obteve a maior redução, até 8%.

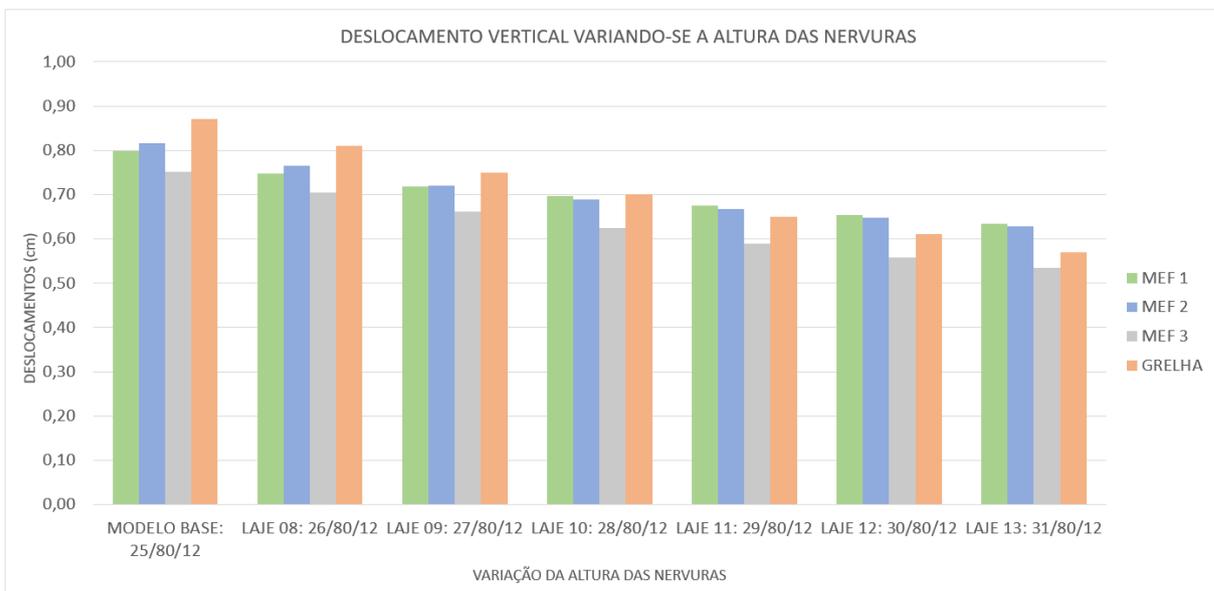
Levando-se em consideração a primeira alteração geométrica da laje nervura, a largura das nervuras, observa-se um comportamento unânime das diferenças entre as modelagens. Percebe-se que a Modelagem MEF 1 e a Modelagem MEF 2 foram as que apresentaram resultados muito mais próximos entre si, com uma rigidez intermediária entre a Modelagem MEF 3 e grelha. Ao considerar a região maciça adjacente ao vigamento de borda, MEF 3, a

estrutura apresentou menores deslocamentos que as demais modelagens, mostrando-se, por isso, mais rígida. Em contrapartida, a Modelagem em grelha evidenciou menor rigidez que as modelagens em elementos finitos, resultando em deslocamentos maiores.

4.4.2 Resultados dos deslocamentos a partir da variação geométrica – Altura das Nervuras

Com o objetivo de ilustrar o comportamento das variações da altura das nervuras, apresentam-se na Figura 59 o gráfico dos valores de deslocamentos verticais obtidos numericamente para um carregamento de 5 kN/m², em centímetros, para cada modelagem.

Figura 56 – Resultados variando a altura das nervuras: Modelagem em MEF 1



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Analisando-se os gráficos dos deslocamentos, observam-se conclusões semelhantes às aquelas apresentadas na subseção 4.4.1, onde as modelagens apresentaram um comportamento unânime quanto aos deslocamentos, isto é, conforme o aumento da altura das nervuras, o deslocamento vertical da estrutura é reduzido.

De acordo com o item 4.4.1, os resultados para as variações das alturas das nervuras serão comparados considerando-se um carregamento de 2,5 kN/m².

Quanto à capacidade de carga das estruturas, ao recorrer a nervuras com alturas superiores às utilizadas no Modelo Base ($L_{25/80/12}$), algumas delas passaram a suportar cargas extras sem que houvesse necessidade de alterações em outros parâmetros geométricos.

A Laje L8_{26/80/12} e a Laje L9_{27/80/12} suportaram 3 kN/m². As Lajes L10_{28/80/12} e L11_{29/80/12} passaram a suportar 3,5 kN/m². Por fim, as Lajes L12_{30/80/12} e L13_{31/80/12} suportaram 4,5 kN/m², sem outro tipo de alteração geométrica.

Os deslocamentos finais das lajes e a diferença percentual para cada uma das lajes analisadas, quando comparadas com o Modelo Base (L_{25/80/12}), sob um carregamento de 2,5 kN/m², para cada uma das modelagens, podem ser vistos na Tabela 6.

Tabela 6 – Deslocamento vertical e diferença percentual das modelagens variando-se a altura das nervuras

		MEF 1	MEF 2	MEF 3	GRELHA
L_{25/80/12}	Deslocamento (cm)	0,57	0,589	0,544	0,62
	Diferença (%)	-	-	-	-
L_{8_{26/80/12}}	Deslocamento (cm)	0,5591	0,554	0,521	0,57
	Diferença (%)	2%	3%	4%	8%
L_{9_{27/80/12}}	Deslocamento (cm)	0,5436	0,533	0,499	0,54
	Diferença (%)	5%	6%	8%	13%
L_{10_{28/80/12}}	Deslocamento (cm)	0,5283	0,518	0,480	0,50
	Diferença (%)	7%	9%	12%	19%
L_{11_{29/80/12}}	Deslocamento (cm)	0,5134	0,504	0,460	0,47
	Diferença (%)	10%	12%	15%	24%
L_{12_{30/80/12}}	Deslocamento (cm)	0,4989	0,490	0,441	0,44
	Diferença (%)	12%	14%	19%	29%
L_{13_{31/80/12}}	Deslocamento (cm)	0,4846	0,476	0,423	0,41
	Diferença (%)	15%	16%	22%	34%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Observando os resultados da Tabela 6, é possível notar que, através da alteração na altura da nervura, foi possível obter uma redução de até 15% pela modelagem em MEF 1, 16% em MEF 2, 22% em MEF 3 e, através da modelagem em grelha, foi onde se obteve a maior redução, até 34%.

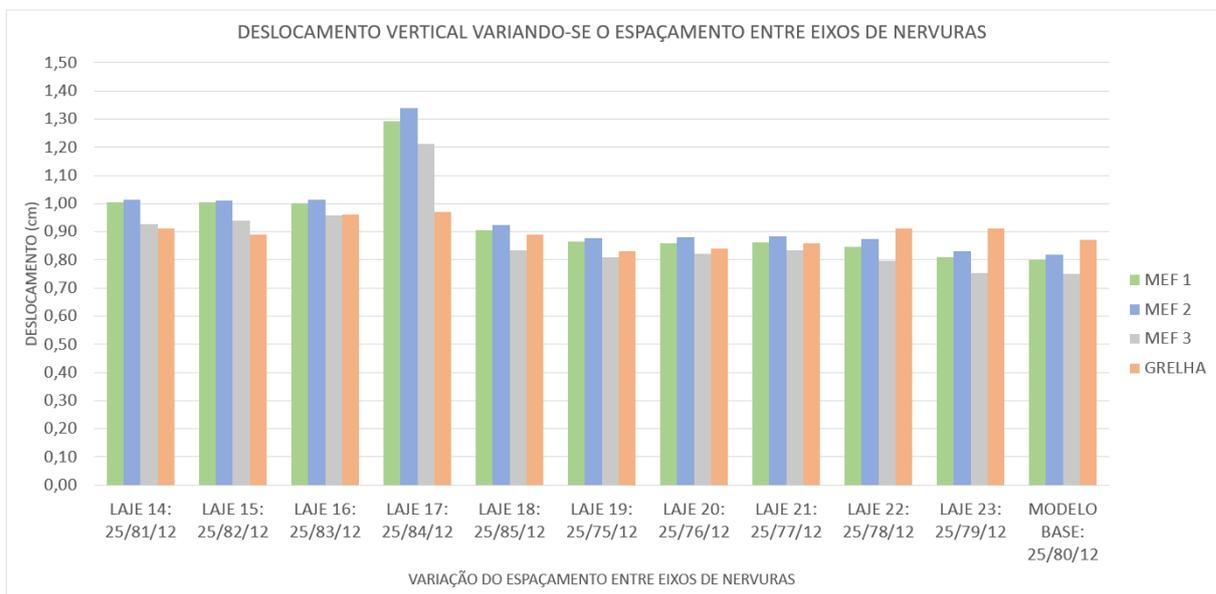
Levando-se em consideração a alteração da altura das nervuras, observa-se um comportamento bastante similar entre as Modelagens MEF 1 e MEF 2, tal qual a análise anterior da alteração da largura das nervuras. A Modelagem MEF 3 também apresentou menores deslocamentos que as demais modelagens em elementos finitos. Diferentemente da variação na

largura das nervuras, ao utilizar a Modelagem em grelha, variando-se a altura das nervuras, essa apresentou deslocamentos verticais menores, para a maioria dos casos, quando se compara com os métodos em elementos finitos. Ao considerar as nervuras com alturas de 29, 30 e 31 centímetros, a Modelagem em grelha mostrou-se mais rígida que as modelagens em MEF 1 e MEF 2, independente do carregamento considerado. Já comparando a Modelagem em grelha e a Modelagem MEF 3, é possível notar que, conforme houve o aumento na altura das nervuras, as duas análises se aproximaram.

4.4.3 Resultados dos deslocamentos a partir da variação geométrica – espaçamento entre eixos das nervuras

Com o objetivo de ilustrar o comportamento das variações do espaçamento entre eixos de nervuras, apresentam-se na Figura 63 os gráficos dos valores de deslocamentos verticais obtidos numericamente para um carregamento de 5 kN/m², em centímetros, para cada modelagem.

Figura 57 – Resultados variando o espaçamento entre eixos das nervuras: Modelagem MEF 1



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Analisando-se os gráficos dos deslocamentos, observa-se que, a variação no espaçamento entre eixos de nervuras não segue o mesmo padrão quando a largura e altura das nervuras variam. Ou seja, as modelagens não apresentaram um comportamento unânime quanto aos deslocamentos.

Quanto à capacidade de carga das estruturas, através do *software* Eberick, observou-se que apenas a Laje L19_{25/75/12} suportou 3 kN/m², sem que houvesse a necessidade de alterações na geometria para estar de acordo com as prescrições contidas na ABNT NBR 6118 (2014). As demais lajes analisadas apresentaram necessidade de alterações na geometria para ser possível o dimensionamento da armadura principal. Sendo assim, as lajes com variação entre eixos de nervuras serão comparadas com o carregamento de 2,5 kN/m², uma vez que o Modelo Base (L_{25/80/12}) suportou esse carregamento, seguindo-se as percepções da subseção 4.4.1.

Os deslocamentos finais das lajes e a diferença percentual para cada uma das lajes analisadas, quando comparadas com o Modelo Base (L_{25/80/12}), sob um carregamento de 2,5 kN/m², para cada uma das modelagens, podem ser observados na Tabela 7.

Tabela 7 – Deslocamento vertical e diferença percentual das modelagens variando-se o espaçamento entre eixos de nervuras

		MEF 1	MEF 2	MEF 3	GRELHA
L_{25/80/12}	Deslocamento (cm)	0,5760	0,589	0,544	0,62
	Diferença (%)	-	-	-	-
L14_{25/81/12}	Deslocamento (cm)	0,7506	0,75	0,695	0,65
	Diferença (%)	-30%	-27%	-28%	-5%
L15_{25/82/12}	Deslocamento (cm)	0,7490	0,75	0,703	0,63
	Diferença (%)	-30%	-27%	-29%	-2%
L16_{25/83/12}	Deslocamento (cm)	0,7472	0,75	0,7124	0,68
	Diferença (%)	-30%	-27%	-31%	-10%
L17_{25/84/12}	Deslocamento (cm)	0,927	0,95	0,8718	0,69
	Diferença (%)	-61%	-61%	-60%	-11%
L18_{25/85/12}	Deslocamento (cm)	0,6486	0,662	0,6021	0,63
	Diferença (%)	-13%	-12%	-11%	-2%
L19_{25/75/12}	Deslocamento (cm)	0,6255	0,635	0,590	0,59
	Diferença (%)	-9%	-8%	-8%	5%
L20_{25/76/12}	Deslocamento (cm)	0,6217	0,637	0,596	0,60
	Diferença (%)	-8%	-8%	-10%	3%
L21_{25/77/12}	Deslocamento (cm)	0,6231	0,639	0,604	0,61
	Diferença (%)	-8%	-8%	-11%	2%
L22_{25/78/12}	Deslocamento (cm)	0,6110	0,633	0,578	0,65

L23 _{25/79/12}	Diferença (%)	-6%	-7%	-6%	-5%
	Deslocamento (cm)	0,5841	0,60	0,548	0,65
	Diferença (%)	-1%	-2%	-1%	-5%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Os resultados da Tabela 7 revelam grandes aumentos no deslocamento final na laje nervurada para as modelagens em elementos finitos. As modelagens em MEF 1 e MEF 3 chegam a apresentar um acréscimo no deslocamento de aproximadamente 61%, e a modelagem em MEF 2 de 60%. A modelagem em grelha também apresentou acréscimo no deslocamento para boa parte das variações, destacando-se a Laje L16_{25/83/12} e Laje L17_{25/84/12} cujo aumento é de praticamente 11% no deslocamento final. Em contrapartida, ao recorrer-se à Laje L19_{25/75/12}, o deslocamento final pode ser reduzido em até 5%.

Considerando-se a alteração no espaçamento entre eixos de nervuras, observa-se um comportamento análogo àqueles evidenciados nas Modelagens em MEF 1 e MEF 2. Para este caso de variação geométrica, a modelagem em MEF 3 também apresentou maior rigidez que as demais modelagens em elementos finitos. Isso resulta em deslocamentos verticais inferiores, quando comparado aos resultados de MEF 1 e MEF 2. Com relação à Modelagem em grelha, observa-se que a rigidez da estrutura variou bastante de acordo com a variação no espaçamento entre as nervuras, mostrando-se mais rígida em relação à Modelagem MEF 3, quando se recorreu ao espaçamento entre eixos de nervuras com 81, 82, 83 e 84 centímetros. Para a Laje L18_{25/85/12}, mesmo havendo um aumento no espaçamento entre as nervuras, a Modelagem em grelha aproximou-se bastante das Modelagens MEF 1 e MEF 2, apresentando uma rigidez intermediária entre essas duas modelagens e a Modelagem em MEF 3. Entretanto, ao recorrer-se a espaçamentos inferiores ao espaçamento do Modelo Base, a Modelagem em grelha apresentou-se menos rígida, chegando a apresentar maiores deslocamentos que aqueles obtidos pelas modelagens em MEF 1 e MEF 2.

4.4.4 Resultados do consumo de materiais a partir da variação geométrica

Os valores do consumo de concreto e aço, assim como o respectivo custo de cada laje analisada, foram obtidos através do *software* Eberick e são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Consumo de materiais e custo da estrutura para cada variação geométrica

CONSUMO DE MATERIAL E CUSTO DE CADA LAJE					
LAJE	Consumo de concreto (m ³)	Consumo de aço (kg/m ³)	Custo do m ³ de concreto (R\$)	Custo do kg de aço (R\$)	Custo total da estrutura
L 25/80/12	22,1	39,4	441,98	0,57 ¹	R\$ 18.971,48
L4 25/80/13	22,9	43,5	441,98	10,57	R\$ 20.650,65
L5 25/80/14	23,6	42	441,98	10,57	R\$ 20.907,71
L6 25/80/15	24,4	41,5	441,98	10,57	R\$ 21.487,49
L7 25/80/16	25,2	42,1	441,98	10,57	R\$ 22.351,82
L8 26/80/12	22,5	38,9	441,98	10,57	R\$ 19.195,94
L9 27/80/12	22,9	38,7	441,98	10,57	R\$ 19.488,79
L10 28/80/12	23,4	37,9	441,98	10,57	R\$ 19.716,44
L11 29/80/12	23,8	39,1	441,98	10,57	R\$ 20.355,35
L12 30/80/12	24,2	38,7	441,98	10,57	R\$ 20.595,14
L13 31/80/12	24,7	37,5	441,98	10,57	R\$ 20.707,37
L19 25/75/12	22,7	35,9	441,98	10,57	R\$ 18.646,76

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A partir dos resultados do consumo de materiais, observa-se que o consumo médio de concreto aumenta aproximadamente 0,8m³ para o aumento unitário na largura das nervuras, cerca de 0,5 m³ para o aumento da altura das nervuras, e, aproximadamente, 0,1 m³ de concreto na variação unitária entre eixos de nervura. Referente ao consumo de aço, diversas variações na geometria acarretaram erro no cálculo da armadura, ou seja, a consideração de cubetas com algumas dimensões em específico faz com que a armadura não possa ser calculada seguindo as recomendações normativas da ABNT NBR 6118 (2014), e por isso não foram apresentadas na Tabela 8. Quanto ao custo dos materiais para cada laje, o Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil – SINAPI, da Caixa Econômica Federal, fornece os valores dos insumos que compõem a estrutura: aço e concreto. Assim, as alterações geométricas da largura e altura das nervuras acarretaram aumento no valor final da laje nervurada. Em contrapartida, a diminuição no espaçamento entre eixos de nervuras para 75 cm, L19 25/75/12, proporcionou uma redução de aproximadamente 2% no custo final dos materiais.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

As considerações finais desta dissertação partem das análises realizadas ao longo desta pesquisa. Além disso, serão apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros que possam contribuir para o avanço deste estudo.

5.1 CONCLUSÃO

Este trabalho dedicou-se a analisar as melhores formas de modelagem das lajes nervuradas, avaliando a influência da consideração da região maciça adjacente ao viga de borda nos modelos numéricos e a influência da geometria da estrutura no deslocamento final da laje nervurada. A partir da revisão bibliográfica desenvolvida no Capítulo 2, foi possível determinar os principais modelos de cálculo para as lajes nervuradas em elementos finitos para, então, reproduzir pesquisas analíticas, numéricas e experimentais capazes de consolidar validação desses modelos.

Uma vez constituídas a validação das análises numéricas e a definição do modelo de cálculo mais próximas do comportamento real da estrutura, 23 lajes nervuradas de concreto armado sob carregamento estático foram analisadas, recorrendo-se, para tanto, a três formas de modelagem em elementos finitos e à modelagem em grelha, variando a altura, largura e espaçamento entre eixos de nervuras, tendo como base o Estudo de caso 1 de Schwetz (2011).

Com base nos resultados obtidos, no Capítulo 4, e através da revisão bibliográfica, os modelos numéricos utilizados para validação das análises numéricas se apresentaram significativamente eficientes para a discretização da laje nervurada, destacando-se o Modelo 4. O Modelo 4 é composto de elementos de casca para representação da placa de concreto, nervura e vigas, e considera a excentricidade entre a capa de concreto e a nervura. Entre os modelos utilizados no Capítulo 4, o Modelo 4 foi o que apresentou resultados mais próximos do real comportamento das lajes, apresentando deslocamentos similares àqueles encontrado no trabalho experimental usado para escolha do modelo.

A partir das análises feitas no Capítulo 5, pode-se destacar os resultados obtidos a partir da variação geométrica da laje nervurada, ou seja, a influência do espaçamento entre eixos de nervuras, da largura e altura das nervuras. Uma vez estabelecidos os resultados encontrados, observou-se ao variar o espaçamento entre eixos de nervuras, que o deslocamento final da laje nervurada não está diretamente relacionado com o aumento ou com a diminuição no espaçamento entre eixos de nervuras, mas, sim, com a largura e com o comprimento da laje

nervurada. Quanto ao consumo de materiais, ao utilizar cubetas com espaçamento entre eixos de nervuras de 75 cm, foi possível economizar aproximadamente 2% no custo total dos materiais, apresentando-se, portanto, como a solução mais econômica. Referente a variação na largura e altura das nervuras, observou-se que houve um acréscimo no consumo de materiais para qualquer alteração geométrica, tornando a estrutura menos econômica.

A Modelagem em MEF 1, foi a primeira maneira utilizada nas análises. Essa modelagem, muitas vezes, acaba por não representar com fidelidade a geometria da laje nervurada, visto que, por vezes, as cubetas disponíveis para a modulação da laje não são compatíveis com as dimensões arquitetônicas. Os resultados obtidos para esta modelagem apresentaram-se coerentes quando comparados com as demais modelagens, apontando uma rigidez intermediária entre a Modelagem em MEF 3 e Modelagem em grelha.

A Modelagem em MEF 2 foi a segunda maneira utilizada nas análises. Os resultados obtidos para esta modelagem foram muito similares, para praticamente todas variações geométricas, com a Modelagem em MEF 1, apontando uma rigidez semelhante e também intermediária entre a Modelagem em MEF 3 e a Modelagem em grelha.

A Modelagem em MEF 3, considerando a região maciça adjacente ao vigamento de borda modelada separadamente como maciço de concreto, foi a terceira maneira utilizada nas análises. Os resultados apresentaram-se mais rígidos que as demais análises em elementos finitos, apresentando menores deslocamentos verticais.

Ao recorrer a modelagem através do *software* Eberick, os resultados apresentaram-se menos rígidos que àqueles encontrados através do método dos elementos finitos na maioria das situações analisadas.

Por fim, a escolha do modelo de cálculo e das formas de modelagens se mostraram importantes na hora de realizar a análise estrutural. Através de análises mais trabalhosas, com maior grau de detalhamento e refinamento, a Modelagem em MEF 3 apresentou-se como uma excelente solução para análise, considerando fatores que são negligenciados por outras modelagens. Em contrapartida, ao recorrer-se à Modelagem em grelha, apesar de subestimar a rigidez da estrutura, destaca-se tanto a praticidade e como a facilidade durante a análise estrutural desse modelo, visto que possibilita análises mais rápidas e que representam muito bem o comportamento real da estrutura.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, alguns tópicos foram identificados e podem ser abordados de forma mais profunda em pesquisas futuras, servindo de complementação para a pesquisa realizada, observe-se:

- a. sugere-se que, em trabalhos futuros, a análise estrutural estática seja feita considerando a não-linearidade física e geométrica da estrutura.
- b. Sugere-se, para trabalhos futuros, um estudo a respeito da influência das condições de contorno no deslocamento final da laje nervurada.
- c. Outrossim, sugere-se um estudo a respeito da influência dos capitéis no deslocamento final da laje nervurada.

REFERÊNCIAS

ABDUL-WAHAB, H. M. S.; KHALIL, M. H. Rigidity and strength of orthotropic reinforced concrete waffle slabs. **Journal of Structural Engineering**, v. 126 n.2, p. 219-227, feb. 2000.

ADETIFA B.; POLAK M. A. Retrofit of slab column interior connections using shear bolts. **ACI Struct Journal**, v. 102, n. 2, p. 74-268, 2005.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building Code Requirements for Structural Concrete. USA: 2014

ANSYS. (23 de novembro de 2019). **ANSYS WorkBench**. Disponível em: <https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v191/ans_elem/Hlp_E_ElemLib.html>

ARAÚJO, J. M. Considerações sobre a rigidez à torção das lajes nervuradas de concreto armado. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, n.7, p.1-8, set., 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: 1980.

BANDEIRA, M. S. **Análise não-linear de lajes de concreto armado pelo método dos elementos finitos**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2006.

BARBIRATO, C.B.C. (1997). **Contribuições à análise de pavimento de edifício em laje nervurada**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1997.

BARBOZA, A.S.R. (1992). **Contribuição à análise estrutural de sistemas lajes-vigas de concreto armado mediante analogia de grelha**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1992

BOCCHI JÚNIOR, C. F. (1995). **Lajes nervuradas de concreto armado**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1995.

Caixa Econômica Federal. **Relatório de Insumos e Composições – DEZ/21 - COM DESONERAÇÃO**. 2021. Disponível em: https://www.caixa.gov.br/site/Paginas/downloads.aspx#categoria_660. Acesso em: 04 fev. 2022.

CAMPAGNOLO, J. L. **Análise experimental das deformações devido à flexão em lajes de concreto armado**. 1980. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1980.

CAMPOS, C. O. **Análise experimental de lajes de concreto armado reforçadas pela face superior**. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2000.

CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. [s.l: s.n.], 2009.

COELHO, J. A. **Modelagem de lajes de concreto armado por analogia de grelha - conceitos iniciais**. 2013. Disponível em: < http://faq.altoqi.com.br/content/245/600/pt-br/modelagem-de-lajes-de-concreto-armado-por-analogia-de-grelha_-conceitos-iniciais.html>. Acesso em: 17 nov. 2019.

DIAS, R. H. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

DIAS, R. H.; PAIVA, PAIVA, J. B. Modelagens de lajes nervuradas considerando a excentricidade entre as nervuras e a capa. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, v. 9, n. 37, p. 1-26, 2007.

DONIN, C. **Análise numérica de lajes nervuradas por meio do método dos elementos finitos**. 2007. Dissertação Pós-Graduação em Engenharia Civil, Área de Concentração em Construção Civil, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.

IBRAHIM, A.; SALIM, H.; EL-DIN, H. S. Moment coefficients for design of waffle slabs with and without openings. **Engineering Structures**, v. 33, n. 9, p. 2644–2652, 2011.

LATHA, M.S.; PRATIBHA K. Analysis and comparison of conventional slab and grid slab for symmetric and asymmetric structures. **Materials Today: Proceedings**, v. 46, p. 1860-1869, 2020

NAVARRO, M.; IVORRA, S.; VARONA, F. B. Parametric computational analysis for punching shear in RC slabs. **Engineering Structures**, v. 165, p. 254-263, 2018

NITHYAMBIGAI, G. Behaviour of waffle slab. **Materials Today: Proceedings**. 2021

OLIVEIRA, R. S.; ARAÚJO, D. L.; CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO, M. A.; Avaliação da deformação de lajes nervuradas considerando a não-linearidade física: comparação entre valores teóricos e experimentais. **Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural**. 2000.

PENG-CHENG, S.; DADE, H.; ZONGMU, W. Static vibration and stability analysis of stiffened plates using B spline functions. **Computers and Structures**, v. 27, n. 1, p. 73-78

PIRES, E. F. **Comportamento e desempenho do reforço à flexão de lajes de concreto armado através do aumento da seção na região comprimida**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

Polak, M. A. Modeling punching shear of reinforced concrete slabs using layered finite elements. **ACI Struct Journal**, v. 95, n. 1, p. 71-80, 1998.

REAL, M. V. **Análise estática de lajes de concreto armado incluindo não-linearidade física e geométrica.** 1990. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1990.

RECALDE, B. R. B.; GASTAL, F. P. S. L.; BESSA, V. R. D'A.; SCHWETZ, P. F.; Numerical analysis of waffle slabs in flexure considering the effects of concrete cracking. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 8, n. 2, p. 225–247, 2015.

SCHWETZ, P. F.; GASTAL, F. P. S. L.; SILVA, L. C. P. Numerical and Experimental Study of a Real Scale Waffle Slab. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 2, n. 4, p. 380-403, 2009

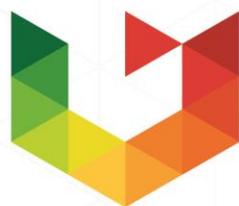
SCHWETZ, P. F. **Análise numérico-experimental de lajes nervuradas sujeitas a cargas estáticas de serviço.** 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

SCHWETZ, P. F.; GASTAL, F. P. S. L.; SILVA F^o, L. C. P. Numerical and experimental study of a waffle slab designed to serve as a tennis court floor. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 6, n. 3, p. 375–391, 2013.

SILVA, M. A. F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado.** 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

SILVA, H. B. S. **Análise numérica da influência da excentricidade na ligação placa-viga em pavimentos usuais em edifícios.** 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKI-KRIEGER, S. **Theory of plates and shells.** 2.ed. New York: McGraw-Hill, 1959.



UPF

UNIVERSIDADE
DE PASSO FUNDO

UPF Campus I - BR 285, São José
Passo Fundo - RS - CEP: 99052-900
(54) 3316 7000 - www.upf.br