

**UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PROJETO E PROCESSOS DE**  
**FABRICAÇÃO - MESTRADO PROFISSIONAL**

**Maira Andréia Luckmann Mores**

**AVALIAÇÃO DA VIBRAÇÃO APLICADA EM SECCIONADOR**  
**VERTICAL REVERSO UTILIZANDO O MÉTODO DOS**  
**ELEMENTOS FINITOS**

Passo Fundo  
2018

**Maira Andréia Luckmann Mores**

**AVALIAÇÃO DA VIBRAÇÃO APLICADA EM SECCIONADOR  
VERTICAL REVERSO UTILIZANDO O MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS**

Orientador: Prof. Dr. Agenor Dias de Meira Junior

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Projeto e Processos de Fabricação da Universidade de Passo Fundo, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Projeto e Processos de Fabricação.

Passo Fundo  
2018

Maira Andréia Luckmann Mores

**AVALIAÇÃO DA VIBRAÇÃO APLICADA EM SECCIONADOR  
VERTICAL REVERSO UTILIZANDO O MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Projeto e Processos de Fabricação da Universidade de Passo Fundo, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Projeto e Processos de Fabricação.

Data de aprovação: 05 de novembro de 2018.

Os componentes da Banca examinadora abaixo aprovaram a Dissertação:

Professor Doutor Agenor Dias de Meira Junior  
Orientador

Professor Doutor Ignácio Iturrioz  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - PROMEC/UFRGS

Professor Doutor Charles Leonardo Israel  
Universidade de Passo Fundo - FEAR/UPF

Professor Doutor Gustavo Prates Mezzomo  
Universidade de Passo Fundo - FEAR/UPF

## AGRADECIMENTOS

A realização desta dissertação de mestrado contou com importantes apoios e incentivos sem os quais não se teria tornado uma realidade e aos quais estarei eternamente grata.

Agradeço a Deus por me proporcionar as condições físicas, financeiras e emocionais para iniciar e completar esse curso de mestrado, e que em todos os momentos é o maior Mestre que alguém pode conhecer.

Agradeço ao meu orientador, Professor Doutor Agenor Dias de Meira Junior, por sua disponibilidade e total colaboração na solução de problemas que surgiram ao longo do trabalho. Todo o tempo dedicado e sua orientação conhecedora tornaram este um trabalho de qualidade.

Agradeço à minha família, em especial à pessoa mais próxima, meu esposo, por seu apoio constante e incondicional, para seguir em frente e não desanimar com as dificuldades.

Agradeço à equipe de trabalho de P&D da CEEE/UPF, pela oportunidade de fazer parte desta pesquisa, pelo empenho demonstrado na realização do modelamento e do ensaio experimental, e pelo auxílio prestado sempre que solicitado.

Agradeço a esta universidade, aos docentes e funcionários, que proporcionaram o melhor dos ambientes para que esse trabalho fosse realizado.

## RESUMO

O Seccionador é um equipamento de manobra utilizado em Subestações, que conecta o circuito elétrico na Subestação e permite a proteção do sistema. Dentro de uma Subestação, o ideal é que os equipamentos tenham acionamento remoto. Mas no caso do Seccionador, seu acionamento é parcialmente automatizado, pois pode acontecer da manobra de fechamento não ser completada. Para concluir o fechamento dos contatos elétricos remotamente, apresenta-se uma solução que consiste em fixar um motor de vibração eletromecânica à estrutura do Seccionador. A vibração produzida por esse dispositivo é transmitida aos contatos principais, reduzindo o atrito e as tensões residuais dos mecanismos, promovendo o seu fechamento. Para testar essa solução, foi feito um modelo tridimensional detalhado da estrutura, e a análise foi feita com um programa que utiliza o Método dos Elementos Finitos. O objetivo das análises foi estudar com que frequências de excitação ocorreria o encaixe do contato elétrico do seccionador, avaliar como a estrutura de suporte do seccionador se comporta com a excitação que provoca o encaixe dos contatos, e determinar a frequência de acionamento do motor de vibração eletromecânica. Após o modelo tridimensional ser finalizado, foram aplicadas as condições de contorno com o *Software Ansys Workbench Ls-Dyna*, e foram identificadas as frequências naturais do sistema. Com o intuito de validar o modelo, foi realizado um ensaio experimental de verificação das frequências naturais. Os valores de frequências naturais foram utilizados para estudar as excitações de encaixe do contato elétrico, e chegou-se a um valor de frequência que produziu bons resultados em deslocamento do contato móvel, que foi utilizado para fazer diversas simulações no *Software*. E com as simulações foi possível avaliar o comportamento da estrutura com a vibração, e determinar a frequência de acionamento e o momento torçor do motor de vibração eletromecânica.

Palavras-chave: Seccionador. Contatos Elétricos. Vibração. Método dos Elementos Finitos.

## ABSTRACT

The Disconnecter is a switching device used in Substations, which connects the electrical circuit to the Substation and allows the protection of the system. Within a Substation, the ideal is that the equipment has remote activation. But in the case of the Disconnecter, its drive is partially automated, as it may happen that the closing maneuver is not completed. In order to complete the closing of the electrical contacts remotely, there is a solution which consists in to fix an electromechanical vibration motor to the disconnecter structure. The vibration produced by this device is transmitted to the main contacts, reducing the friction and residual stresses of the mechanisms, promoting their closure. To test this solution, a detailed three-dimensional model of the structure was made, and the analysis was done with a program that uses the Finite Element Method. The objective of the analyzes was to study the frequency of excitation of the electrical contact of the disconnecter, to evaluate how the support structure of the disconnecter behaves with the excitation that causes the contacts to fit, and to determine the frequency of the activation of the vibration motor electromechanical. After the three-dimensional model was finalized, the boundary conditions were applied with the Ansys Workbench Ls-Dyna Software, and the natural frequencies of the system were identified. In order to validate the model, an experimental test was carried out to verify the natural frequencies. The values of natural frequencies were used to study the excitation of the electric contact, and a frequency value was obtained that produced good results in the displacement of the mobile contact, which was used to make several simulations in the Software. And with the simulations it was possible to evaluate the behavior of the structure with the vibration, and to determine the drive frequency and torque of the electromechanical vibration motor.

Keywords: Disconnecter. Electrical contacts. Vibration. Finite Element Method.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Imagem de um Seccionador Vertical Reverso. ....	20
Figura 2 – Diagrama unifilar de um sistema elétrico de potência. ....	25
Figura 3 – Tipos construtivos de seccionadores. ....	26
Figura 4 – Partes constituintes em modelos de Seccionador de Abertura Lateral e Vertical. ...	28
Figura 5 – Seccionador Vertical Reverso nas posições fechada e aberta. ....	29
Figura 6 – Detalhe do contato elétrico. ....	30
Figura 7 – Ilustração de um contato aparente e da formação das áreas de contato efetivo. ....	31
Figura 8 – Estrutura real cuja massa, sob a ação de uma força, vibra em torno do ponto de equilíbrio. Modelo para estudo onde a mola representa a rigidez da viga. ....	36
Figura 9 – Gráfico que representa uma vibração livre amortecida. ....	37
Figura 10 – Corpo em trajetória circular: direção de $v$ e $acp$ . ....	41
Figura 11 – Discos com massas excêntricas que provocam desbalanceamento rotativo. ....	42
Figura 12 – Massas desbalanceadas em rotação. ....	42
Figura 13 – Imagem externa e em corte de um motovibrador. ....	45
Figura 14 – Exemplos dos tipos de carga dinâmica. ....	48
Figura 15 – Sistema de um grau de liberdade com Massa, Mola, Amortecedor e Força Externa. ....	50
Figura 16 – Caixa de mensagem mostrada em uma interação típica. ....	55
Figura 17 - Comportamento típico do resolvidor não linear de equações. ....	57
Figura 18 – Curvas de carga. ....	58
Figura 19 - Malha normal (esquerda), malha com <i>hourglassing</i> (direita). ....	62
Figura 20 – Fotografia do Seccionador Vertical Reverso. ....	63
Figura 21 - Sequência das atividades para análise de vibração no Seccionador Vertical Reverso. ....	64
Figura 22 – Imagem do modelo 3D do Seccionador Vertical Reverso. ....	65
Figura 23 – Região em que ocorre o contato. ....	66
Figura 24 - Imagem dos apoios da estrutura. ....	68
Figura 25 - Espessuras dos perfis em casca. ....	68
Figura 26 - Mecanismo de acionamento. ....	70
Figura 27 - Local onde foram feitas algumas simplificações no modelo do seccionador. ....	70
Figura 28 - Junta cilíndrica que substitui o mancal de rolamento. ....	70
Figura 29 - Junta cilíndrica que substitui os suportes das molas. ....	71

Figura 30 - Junta cilíndrica no mancal do eixo motor. ....	72
Figura 31 - Junta cilíndrica no mancal do mecanismo de acionamento da lâmina. ....	72
Figura 32 - Detalhe das colunas isoladoras. ....	73
Figura 33 - Restrições nas colunas isoladoras. ....	74
Figura 34 - Base e sub-base com perfis em casca e sem parafusos. ....	75
Figura 35 - Modelo simplificado do contato móvel. ....	76
Figura 36 - Comparação do movimento de desacoplamento da lâmina principal e do contato móvel. ....	78
Figura 37 - Mecanismo da lâmina no ponto $t = 0,0$ s. ....	79
Figura 38 - Mecanismo da lâmina no ponto $t = 1,55$ s. ....	79
Figura 39 - Rotação prescrita. ....	83
Figura 40 - Movimento de abertura da lâmina principal e contato móvel ( $t = 1,475$ s, $0,75$ s e $0,0$ s). ....	84
Figura 41 - Movimento de fechamento da lâmina principal e contato móvel ( $t = 2,05$ s, $3,0$ s e $3,65$ s). ....	84
Figura 42 - Variação do momento torçor total durante o evento. ....	85
Figura 43 - Deslocamento prescrito. ....	85
Figura 44 - Deslocamento prescrito para parte 9. ....	85
Figura 45 - Tensões de Von Mises em $t = 0,00625$ s. ....	86
Figura 46 - Variação das tensões de Von Mises do elemento 817646. ....	87
Figura 47 - Deslocamento do nó 236371. ....	87
Figura 48 - Deslocamento da lâmina principal no contato elétrico. ....	87
Figura 49 - Condições de contorno. ....	88
Figura 50 – Deslocamentos. ....	88
Figura 51 - Tensões de Von Mises ( <i>Top/Bottom</i> ). ....	89
Figura 52 - Posição dos acelerômetros. ....	90
Figura 53 - Equipamento experimental utilizado para medições de acelerações. ....	91
Figura 54 – Forma dos sinais obtidos com o impacto da marreta no centro da lâmina vertical. ....	91
Figura 55 - Frequências naturais (acelerômetro eixo $x$ e paralelo ao impacto). ....	92
Figura 56 - Frequências naturais (acelerômetro eixo $y$ e transversal ao impacto). ....	92
Figura 57 - Frequências naturais (acelerômetro eixo $z$ e vertical). ....	92

Figura 58 - Frequências naturais (acelerômetro eixo $x$ e paralelo ao impacto da terceira batida). .....	93
Figura 59 – Vibração horizontal do balanço: $fn = 6,2633 \text{ Hz}$ .....	96
Figura 60 - Vibração horizontal do balanço: $fn = 16,635 \text{ Hz}$ . ....	96
Figura 61 - Vibração horizontal do balanço: $fn = 17,137 \text{ Hz}$ . ....	96
Figura 62 - Primeiros quatro modos de vibração. ....	97
Figura 63 - Modos de vibração 5°, 6°, 7° e 8°. ....	98
Figura 64 - Modos de vibração 9°, 10°, 11° e 12°. ....	98
Figura 65 - Modos de vibração $f = 37,709 \text{ Hz}$ , $f = 48,356 \text{ Hz}$ e $f = 79,733 \text{ Hz}$ . ....	99
Figura 66 – Posição dos pontos de aplicação da vibração.....	101
Figura 67 - Sentido de geração de vibração do disco excêntrico de um motovibrador.....	102
Figura 68- Curvas de carga 1 e 2 para $f = 10 \text{ Hz}$ . ....	102
Figura 69 - Primeiro modo de vibração da estrutura e deslocamento do contato elétrico. ....	103
Figura 70 - Curva de deslocamento para $f = 20 \text{ Hz}$ . ....	103
Figura 71 - Tensões de Von Mises. ....	104
Figura 72 - Eixo de torção. ....	105
Figura 73 – Excitação: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $0,01 \text{ mm}$ . ....	105
Figura 74 - Deslocamentos no contato elétrico. ....	106
Figura 75 - Deslocamento do contato elétrico: $f = 40 \text{ Hz}$ , amplitude de $0,01 \text{ mm}$ e rotação de $1,5 \text{ rad}$ . ....	106
Figura 76 - Momento torçor para acionamento do eixo motor.....	107
Figura 77 - Tensões nos elementos de transmissão do movimento.....	107
Figura 78 - Acionamento através de rotação do eixo motor e vibração na direção $x$ . ....	108
Figura 79 - Deslocamento no contato elétrico: torção no eixo associada com vibração na base. .....	108
Figura 80 - Momento torçor em simulação de acionamento no eixo motor.....	109
Figura 81 - Deslocamento no contato elétrico: nova formulação de elementos.....	109
Figura 82 - Momento torçor em simulação com nova formulação de elementos. ....	110
Figura 83 – Tensões de Von Mises elevadas nos elementos de transmissão. ....	110
Figura 84 - Curva de carregamento de velocidade. ....	111
Figura 85 – Deslocamento no contato elétrico: curva de velocidade vibrada. ....	111
Figura 86 - Momento torçor a partir de simulação com curva de velocidade vibrada. ....	112
Figura 87 - Deslocamento no contato elétrico no tempo $0,07 \text{ s}$ e Tensões de Von Mises. ....	112

Figura 88– Deslocamento do contato elétrico: velocidade vibrada e passo de tempo constante. .....	113
Figura 89 - Momento torçor: velocidade vibrada e passo de tempo constante. ....	113
Figura 90 - Tensões de Von Mises elevadas nos elementos de transmissão.....	114
Figura 91 - Ponto de aplicação da carga.....	116
Figura 92 - Deslocamento prescrito por função senoidal.....	116
Figura 93 - Deslocamento da lâmina principal: $f = 20 \text{ Hz}$ e amplitude de $1 \text{ mm}$ . ....	117
Figura 94 - Deslocamento da lâmina principal: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $1 \text{ mm}$ . ....	117
Figura 95 – Tensões de Von Mises com melhoria na geometria.....	118
Figura 96 – Local de aplicação dos deslocamentos prescritos. ....	119
Figura 97 - Deslocamentos da lâmina principal: $f = 20 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ .....	119
Figura 98 - Curva de saída dos deslocamentos prescritos. ....	120
Figura 99 - Tensões de Von Mises no elemento 817646: $f = 20 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ . 120	
Figura 100 - Tensões de Von Mises: $f = 20 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ . ....	120
Figura 101 – Deslocamentos da lâmina principal: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $2 \text{ mm}$ . ....	121
Figura 102 - Curva de saída dos deslocamentos prescritos: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $2 \text{ mm}$ . .....	121
Figura 103 - Tensões de Von Mises no elemento 817646: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $2 \text{ mm}$ . .....	122
Figura 104 - Tensões de Von Mises: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $2 \text{ mm}$ . ....	122
Figura 105 – Deslocamentos da lâmina principal: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ . ....	123
Figura 106 – Impacto no contato elétrico: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ .....	123
Figura 107 – Curva de saída dos deslocamentos prescritos. ....	123
Figura 108 – Tensões de Von Mises no elemento 817646: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ . .....	124
Figura 109 – Tensões de Von Mises no elemento 817646: $f = 40 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ . .....	124
Figura 110 – Deslocamento da lâmina principal: $f = 80 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ .....	125
Figura 111 – Choque contra os contatos elétricos: $f = 80 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ .....	125
Figura 112 – Curva de saída dos deslocamentos prescritos: $f = 80 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ . .....	126
Figura 113 - Tensões de Von Mises no elemento 817646: $f = 80 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ . .....	126

Figura 114 - Tensões de Von Mises: $f = 80 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ .	126
Figura 115 - Deslocamento prescrito para avaliação das tensões.	127
Figura 116 - Tensões de Von Mises na coluna dos isoladores, lâmina principal e contatos.	128
Figura 117 - Tensões de Von Mises nos contatos: $f = 40 \text{ Hz}$ e $80 \text{ Hz}$ e amplitude de $3 \text{ mm}$ .	128
Figura 118 - Movimento de abertura da lâmina principal e contato móvel ( $t = 1,475 \text{ s}$ , $0,75 \text{ s}$ e $0,0 \text{ s}$ ).	130
Figura 119 - Movimento de fechamento da lâmina principal e contato móvel ( $t = 2,05 \text{ s}$ , $3,0 \text{ s}$ e $4,0 \text{ s}$ ).	130
Figura 120 - Variação do momento torçor total durante o evento.	130
Figura 121 - Tensões de Von Mises durante abertura e fechamento da lâmina principal.	132
Figura A.1 – Movimento oscilatório de uma mola em torno da posição de equilíbrio.	138
Figura A.2 – Diagrama do corpo livre de um corpo preso à extremidade de uma mola.	140
Figura A.3 – Móvel em trajetória circular.	142
Figura A.4 – Deslocamento do móvel.	142
Figura A.5 – Projeção do movimento circular para obter $u$ .	144
Figura C.1 – Diagrama do corpo livre de um elemento finito, e sua matriz de rigidez.	153

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Lista de materiais do seccionador, com respectivas propriedades mecânicas.....	67
Tabela 2 - Comparação entre modos de vibração experimental e numérico.....	94

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

CEEE Companhia Estadual de Energia Elétrica

MCU Movimentos Circular Uniforme

MHS Movimento Harmônico Simples

BFGS Broyden Fletcher Goldfarb Shanno Algorithm

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Aceleração, $m/s^2$
$a_{cp}$	Aceleração centrípeta, $m/s^2$
$A$	Amplitude no MHS, $m$
$c$	Constante de amortecimento, -
$c_c$	Amortecimento crítico, -
$e$	Excentricidade, $m$
$f$	Frequência, $Hz$
$f_n$	Frequência natural, $Hz$
$F$	Força, $N$
$F_{am}$	Força que um amortecedor aplica sobre um corpo, $N$
$F_{elast}$	Força que uma mola aplica em um corpo, $N$
$F_R$	Força restauradora elástica, $N$
$F(t)$	Força externa aplicada sobre um corpo no instante $t$ , $N$
$H$	Dureza do material do contato, $N/m^2$
$k$	Constante elástica ou rigidez de uma mola, $N/m$
$m$	Massa de um corpo, $kg$
$M$	Massa da estrutura, $kg$
$n$	Número de contatos elementares na área de contato, unidades
$N$	Rotação do motor, $rpm$
$p$	Taxa de decaimento da amplitude, -
$P$	Potência do motor, $W$
$r$	Relação entre frequência de excitação e frequência natural de um sistema, -
$R$	Raio, $m$
$\vec{R}$	Resultante de forças, $N$
$R_a$	Raio constante médio dos contatos elementares, $m$
$R_c$	Resistência de contato, $\Omega$
$S$	Trajectoria percorrida por um móvel, $m$
$S_a$	Área de contato total, $m^2$
$t$	Tempo, $s$
$T$	Período, $s$
$T_n$	Período natural, $s$

$u$	Deformação de uma mola, ou deslocamento, ou alongação, $m$
$\dot{u}$	Velocidade, $m/s$
$\ddot{u}$	Aceleração, $m/s^2$
$U$	Amplitude na vibração forçada, $m$
$v$	Velocidade, $m/s$
$v_m$	Velocidade média, $m/s$
$\delta$	Decremento logarítmico, -
$\varphi$	Ângulo de fase, radianos
$\xi$	Coefficiente de achatamento, -
$\rho$	Resistividade, $\Omega m$
$\sigma_o$	Resistividade de superfície, $\Omega m^2$
$\zeta$	Fator de amortecimento, -
$\tau$	Torque, $Nm$
$\Phi$	Ângulo de fase na vibração forçada, radianos
$\chi$	Amplificação dinâmica, -
$\psi$	Ângulo de fase na vibração livre amortecida, radianos
$\omega$	Velocidade angular, ou pulsação do movimento, ou frequência circular, $rad/s$
$\omega_d$	Frequência natural amortecida, $rad/s$
$\omega_m$	Velocidade angular média, $rad/s$
$\omega_n$	Frequência circular natural, $rad/s$

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
<b>1.1 Justificativa .....</b>	<b>21</b>
<b>1.2 Objetivos.....</b>	<b>22</b>
<b>1.3 Organização do Trabalho .....</b>	<b>22</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>24</b>
<b>2.1 Seccionadores .....</b>	<b>24</b>
<b>2.1.1 Operação do Seccionador .....</b>	<b>28</b>
<b>2.1.2 Contatos elétricos .....</b>	<b>31</b>
<b>2.1.3 Fatores de degradação do contato elétrico.....</b>	<b>33</b>
<b>2.2 Vibração mecânica.....</b>	<b>35</b>
<b>2.2.1 Vibrações com amortecimento .....</b>	<b>35</b>
<b>2.2.2 Solução das vibrações livres amortecidas .....</b>	<b>37</b>
<b>2.2.3 Solução das vibrações forçadas .....</b>	<b>39</b>
<b>2.2.4 Excitadores mecânicos .....</b>	<b>41</b>
<b>2.2.5 Amortecimento .....</b>	<b>43</b>
<b>2.2.6 Motovibradores .....</b>	<b>45</b>
<b>2.3 Elementos Finitos .....</b>	<b>46</b>
<b>2.3.1 Carregamentos atuantes .....</b>	<b>47</b>
<b>2.3.2 Análise dinâmica.....</b>	<b>49</b>
<b>2.3.3 Sistemas de vários graus de liberdade.....</b>	<b>51</b>
<b>2.3.4 Métodos de integração direta implícita .....</b>	<b>53</b>
<b>3 DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>63</b>
<b>3.1 Características do Seccionador Vertical Reverso .....</b>	<b>64</b>
<b>3.2 Condições de contorno.....</b>	<b>67</b>
<b>3.3 Descrição e limitações do modelo.....</b>	<b>69</b>
<b>4 CALIBRAÇÃO DO MODELO DO SECCIONADOR VERTICAL REVERSO.</b>	<b>76</b>
<b>4.1 Determinação dos valores esperados de momento torçor utilizando um modelo simples .....</b>	<b>76</b>
<b>4.2 Avaliação qualitativa de movimentos e cinematismos.....</b>	<b>77</b>
<b>4.3 Avaliação quantitativa e calibração do modelo.....</b>	<b>79</b>
<b>4.3.1 Parâmetros de controle utilizados no projeto .....</b>	<b>79</b>

4.3.2	Parâmetros de controle utilizados na calibração do modelo .....	81
4.3.2.1	Primeira análise: calibração através do momento torçor .....	83
4.3.2.2	Segunda análise: verificação das tensões e acionamento da lâmina principal .....	85
4.3.2.3	Terceira análise: verificação das tensões com outro <i>software</i> .....	88
4.3.2.4	Avaliação experimental.....	89
4.4	Ensaio experimental: medição das frequências naturais .....	89
4.4.1	Metodologia para realização do ensaio .....	89
4.4.2	Metodologia para realização do ensaio .....	90
4.4.3	Sinais obtidos e frequências naturais geradas .....	91
4.5	Conclusões parciais .....	94
5	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	95
5.1	Análise dos modos naturais de vibração .....	95
5.2	Análise das frequências naturais considerando os parâmetros de calibração .....	97
5.3	Análise dinâmica .....	99
5.3.1	Simulações sem a calibração do modelo .....	100
5.3.1.1	Excitação na direção $x$ e $z$ .....	100
5.3.1.2	Excitação na direção $x$ no eixo motor com torção.....	104
5.3.1.3	Excitação em $x$ na base com torção no eixo motor.....	108
5.3.1.4	Excitação em $x$ na base com torção no eixo motor e baixa rotação.....	109
5.3.1.5	Excitação com velocidade vibrada sem a calibração do modelo .....	111
5.3.1.6	Excitação com velocidade vibrada, sem a calibração do modelo e com passo de tempo constante .....	113
5.3.1.7	Avaliação das simulações sem a calibração do modelo .....	114
5.3.2	Simulações com a calibração e melhorias do modelo.....	116
5.3.2.1	Análises para frequência de 20 Hz e 40 Hz sem parâmetros de calibração .....	116
5.3.2.2	Análises para frequência de 20 Hz com a aplicação dos parâmetros de calibração .....	118
5.3.2.3	Análises para frequência de 40 Hz com a aplicação dos parâmetros de calibração .....	121
5.3.2.4	Análises para frequência de 80 Hz com a aplicação dos parâmetros de calibração .....	125

5.3.2.5 Avaliação de tensões nos isoladores, lâmina principal e contatos móvel e fixo .....	127
5.3.3 Avaliação do efeito da vibração sobre o momento torçor .....	129
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	133
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	135
APÊNDICE A – CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE TEORIA DA VIBRAÇÃO .....	138
APÊNDICE B - DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO PARA CHEGAR À SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO (14) .....	147
APÊNCIDE C – CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE ELEMENTOS FINITOS .....	151
APÊNDICE D – PRINCIPAIS COMANDOS UTILIZADOS NO MODELO NUMÉRICO DO SECCIONADOR .....	155
APÊNDICE E – PROGRAMA PARA AS CURVAS DE VIBRAÇÃO .....	156

## 1 INTRODUÇÃO

O sistema elétrico brasileiro é composto por centenas de usinas e uma vasta rede de transmissão estendida em todo o território nacional. O órgão que regulariza e fiscaliza toda essa cadeia produtiva é a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). O sistema elétrico brasileiro opera de forma interligada, formando o Sistema Interligado Nacional (SIN).

A distribuição de energia elétrica é regulada por leis e decretos, e é operada por concessionárias, que são o elo entre o setor elétrico e a sociedade. O ponto de proteção, controle, transmissão e distribuição de energia de alta potência da fonte geradora à consumidora é chamado de Subestação. Nas Subestações encontram-se conjuntos de máquinas, aparelhos e circuitos cuja finalidade é modificar os níveis de tensão e corrente, permitindo a distribuição de energia a sistemas e linhas diversas (GEDRA, BARROS E BORELLI, 2014).

Dentro das subestações, que manipulam e processam grandes blocos de energia, o processo de automação é uma realidade e necessidade, e essa solução traz melhorias no processo de fornecimento de energia, aumenta a confiabilidade do sistema e reduz o número de interrupções, além de reduzir custos operacionais. Com a automação, o controle é feito com o mínimo de intervenção do usuário, resultando na eficiência da operação em pequeno tempo.

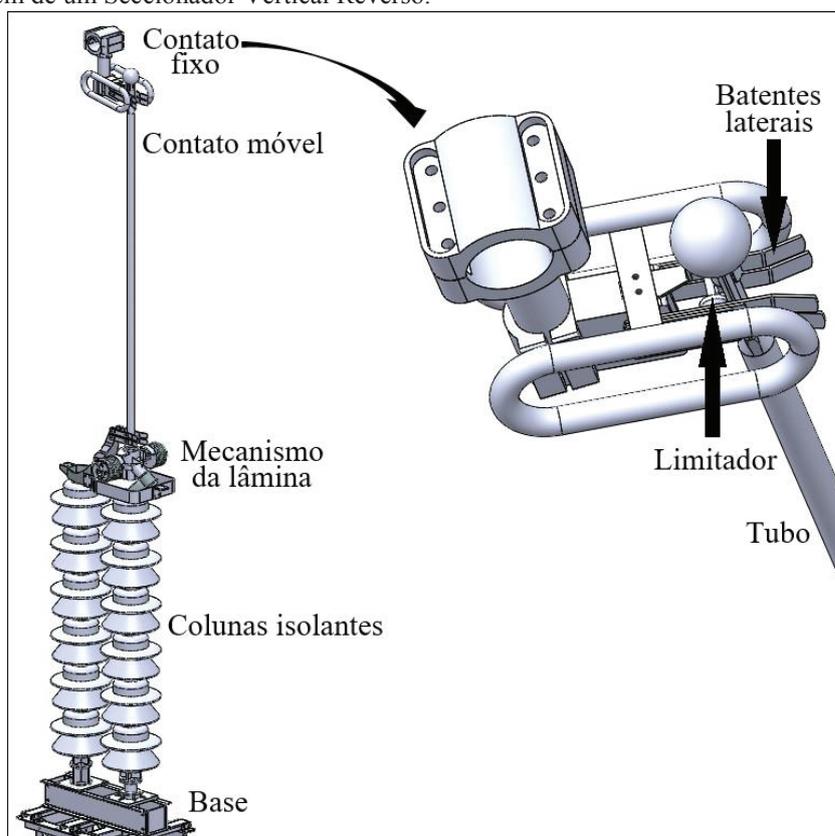
Apesar das vantagens não é possível automatizar todos os equipamentos de forma desassistida em uma subestação. O Seccionador faz parte desse contexto. Esse equipamento é responsável por conectar o circuito elétrico e proteger o sistema na subestação. Os seccionadores normalmente estão posicionados a uma altura elevada, para evitar acidentes, e a sua manobra é comandada remotamente. É um equipamento de fundamental importância, mas tem gerado problemas nas manobras de fechamento dos contatos principais. Ao ser acionado remotamente para fechar o contato elétrico, frequentemente o fechamento não acontece. Em função disso, a presença de um operador no local é necessária para concluir o fechamento dos contatos manualmente, com a ajuda de um bastão. Quando o contato elétrico não é concluído, podem surgir nos contatos arco voltaico, desgaste e oxidação, que prejudicam ainda mais a efetivação do fechamento, e reduzem a vida útil de estruturas e equipamentos (ROCHA, 2014).

As dificuldades de operação do seccionador a distância foi assunto pesquisado na dissertação de Rocha (2014), que apresentou como solução para o problema anexar um motor de vibração eletromecânica à estrutura do seccionador, e através da vibração produzida por esse dispositivo e transmitida aos contatos principais promover o seu fechamento. Essa solução foi aplicada experimentalmente por Rocha (2014) para um Seccionador Horizontal de Dupla Abertura Lateral, comprovando-se a eficiência da proposta apresentada.

Nesse trabalho se apresenta uma análise dinâmica de um Seccionador Vertical Reverso sob ação de vibração gerada por motovibrador, visando determinar com precisão a frequência necessária para o êxito da conexão, e sua influência em toda a estrutura do seccionador, avaliando se a vibração gerada para facilitar a conexão não irá prejudicar os demais elementos acessórios do seccionador.

Para que se tenha um conhecimento do que é e como funciona um seccionador vertical reverso, apresenta-se uma imagem do mesmo na Figura 1.

Figura 1 – Imagem de um Seccionador Vertical Reverso.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 1 apresenta o Seccionador Vertical Reverso na posição fechada, ou seja, quando ocorreu o fechamento completo dos contatos principais. Resumidamente, o equipamento é composto por base, colunas isolantes, mecanismo da lâmina, contato móvel e contato fixo. Fechamento dos contatos principais significa que o tubo indicado na figura, chamado de lâmina principal, ficou fixo entre os batentes laterais e encostado no limitador mecânico. Se não ocorrer o fechamento completo dos contatos principais, não ocorre a passagem prevista de energia elétrica. Quando o motovibrador aplicar uma excitação na base do Seccionador, na condição em que não ocorreu o fechamento completo dos contatos principais, ocorrerá a transmissão dessa vibração através das colunas isolantes e mecanismo da

lâmina até chegar à lâmina principal e ao contato móvel, deslocando-o e promovendo o fechamento completo dos contatos principais.

### **1.1 Justificativa**

As subestações são responsáveis pela manipulação de grandes blocos de energia, tendo que adequar os níveis de tensão de acordo com os padrões estabelecidos em legislação vigente, para atender aos consumidores. A confiabilidade nesse sistema é aumentada quando a atuação das subestações é rápida e eficiente, e para isso tem se tornado muito importante a automação desenvolvida em todas as etapas do processo.

Hoje não é possível automatizar as subestações por completo, devido à falta de confiabilidade na manobra de fechamento dos seccionadores. O acionamento da manobra de abertura ou fechamento de um seccionador normalmente é feito remotamente, e um sinalizador de posição indica a conclusão da manobra. Este sinalizador pode indicar que o fechamento não foi completado ou, pior, passar uma informação errada, havendo a necessidade de um operador deslocar-se até o local e verificar a efetiva conclusão da manobra. Caso isso tenha ocorrido, o operador deve ajustar o fechamento dos contatos de forma manual, com a ajuda de um bastão.

Além dos contatos ficarem fechados, também os contatos móveis devem ficar encostados no limitador mecânico. Se isso não ocorrer, irão aparecer pontos quentes que oxidarão todas as partes que ficam expostas no contato.

É importante ressaltar que, mesmo com toda a evolução tecnológica implementada nas subestações de energia nos últimos anos, os seccionadores continuam sem muitas alterações, e muitos estão em operação por mais de vinte anos. Isso quer dizer que a substituição por seccionadores mais eficientes demandaria altos investimentos, já que o número desses equipamentos em operação é alto.

Desta forma, estudos que promovam um aumento da confiabilidade no processo de conclusão da manobra de fechamento dos seccionadores verticais, como proposta deste trabalho, pode contribuir de forma significativa para aumentar a automação dos processos de uma subestação, otimizando recursos humanos e reduzindo custos.

Esta dissertação de mestrado ainda justifica-se por tratar de um problema vivenciado por empresas do setor elétrico. A empresa CEEE - Companhia Estadual de Energia Elétrica está participando desse projeto, juntamente com a UPF, para realizar esta pesquisa, tendo como proposta predeterminada de avaliar os efeitos da vibração mecânica para a manobra de fechamento dos seccionadores.

## 1.2 Objetivos

Nesse trabalho será gerada uma análise dinâmica da estrutura do Seccionador Vertical Reverso para avaliar os efeitos da vibração sobre a estrutura e determinar os parâmetros de projeto do sistema de acionamento por motovibrador.

Para alcançar esse intuito, o método de pesquisa utilizado e a organização dos estudos incluirá:

- Realizar a avaliação utilizando uma análise dinâmica, determinando o momento torçor e a frequência de acionamento do sistema;
- Estudar as frequências de excitação auxiliares para o encaixe do contato elétrico do seccionador e a amplitude máxima de deslocamento que pode ser produzida pela ação do motovibrador aplicado na base, sem causar dano estrutural;
- Avaliar o comportamento da estrutura de suporte do Seccionador Vertical Reverso devido a excitação produzida por motovibrador;
- Avaliar a proposta de projeto predeterminada de movimentação do encaixe do contato elétrico através de excitação por vibração e determinar a frequência de acionamento;
- Avaliar a proposta predeterminada de acionamento por movimento de torção no eixo motor associado com vibração da base da estrutura do seccionador;
- Avaliar alternativas para o acionamento do contato elétrico.

## 1.3 Organização do Trabalho

Esta dissertação está dividida em seis capítulos organizados de modo a apresentar melhor o tema em estudo. O primeiro capítulo apresenta e descreve o Seccionador Vertical Reverso, a dificuldade de acionamento remoto do mesmo e as consequências disso para o sistema elétrico brasileiro. Também apresenta uma proposta de solução para esse problema, a importância de solucioná-lo, os objetivos e justificativa do trabalho.

O capítulo dois apresenta a fundamentação teórica sobre seccionadores, incluindo sua operação, contatos elétricos e fatores que o degradam e ainda sobre mecanismos de verificação do seu fechamento. Em continuação abordam-se questões como vibração mecânica, vibrações com amortecimento e vibrações forçadas, excitadores mecânicos, amortecimento e motovibradores, o Método dos Elementos Finitos, análise dinâmica incluindo sistemas com vários graus de liberdade e análise implícita.

O terceiro capítulo mostra o modelo numérico do Seccionador Vertical Reverso, os materiais que o compõem, as condições de contorno aplicadas para a análise dinâmica, a descrição e as limitações do modelo e como contorná-las.

O capítulo quatro apresenta a calibração do modelo, a determinação dos valores de momento torçor esperados utilizando um modelo simples, a avaliação qualitativa de movimentos e cinematismos, a avaliação quantitativa e calibração do modelo, os parâmetros de controle utilizados no projeto e parâmetros de controle utilizados na calibração do modelo, e ainda é apresentada a determinação experimental das frequências naturais da estrutura.

No capítulo cinco são apresentadas as análises dos modos naturais de vibração, as análises dinâmicas envolvendo simulações sem a calibração do modelo através de excitação na direção  $x$  e  $z$ , excitação na direção  $x$  no eixo motor com torção, excitação em  $x$  na base com torção no eixo motor, excitação em  $x$  na base com torção no eixo motor e baixa rotação, excitação com velocidade vibrada sem a calibração do modelo, excitação com velocidade vibrada, passo de tempo constante, sem a calibração do modelo e as conclusões sobre essas primeiras análises dinâmicas. Ainda são apresentadas simulações com a calibração e melhorias do modelo como: análises para frequência de 20 Hz e 40 Hz sem parâmetros de calibração, análises para frequência de 20 Hz, análises para frequência de 40 Hz, análises para frequência de 80 Hz, avaliação de tensões nos isoladores, lâmina principal e contato móvel e fixo, avaliação do efeito da vibração sobre o momento torçor e conclusões sobre essas segundas análises dinâmicas.

No capítulo seis são apresentadas as considerações finais e apresentadas possibilidades de trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo faz uma revisão em bibliografias existentes sobre tópicos importantes para entendimento do tema em estudo. Apresenta a fundamentação teórica sobre seccionadores incluindo sua operação, contatos elétricos e fatores que o degradam, e ainda sobre mecanismos de verificação do seu fechamento. Em continuação, abordam-se questões como vibração mecânica, vibrações com amortecimento e vibrações forçadas, excitadores mecânicos, amortecimento e motovibradores, o Método dos Elementos Finitos, análise dinâmica incluindo sistemas com vários graus de liberdade e análise implícita.

A revisão sobre seccionadores traz seu conceito e importância dentro da subestação. Também identifica o tipo de seccionador a ser trabalhado nesta dissertação dentro da classificação existente. Identifica as principais partes constituintes de um seccionador e como ele funciona. Mostra como ocorre o contato elétrico e quais os fatores que influenciam para aumentar a área de contato. E por fim, identifica os problemas que surgem no contato elétrico com o uso do equipamento. Esta revisão faz o leitor conhecer um pouco mais o seccionador e os fatores que influenciam em seu mau funcionamento.

A revisão sobre vibração mecânica traz conceitos fundamentais de vibração, associa a sistemas de um grau de liberdade, inicia o equacionamento da vibração no MHS para chegar na equação do movimento e a solução em vibrações forçadas, que é o tipo de vibração utilizada para completar a manobra de fechamentos dos contatos elétricos no seccionador em estudo. Ainda faz um equacionamento da força resultante do movimento de excitadores mecânicos, que é a força de saída em motovibradores, que é um dispositivo que será utilizado para provocar a vibração da estrutura do seccionador em estudo, e vai gerar as curvas de excitação na prática.

E por fim, a revisão sobre elementos finitos traz conceitos fundamentais intrínsecos ao assunto, inicialmente relacionados à análise estática, e a partir desses conceitos fundamentais aprofunda o assunto para a análise dinâmica e análise implícita. Conclui apresentando o *LS-Dyna*, que é o *software* a ser utilizado para a análise dinâmica implícita desenvolvida nesta dissertação.

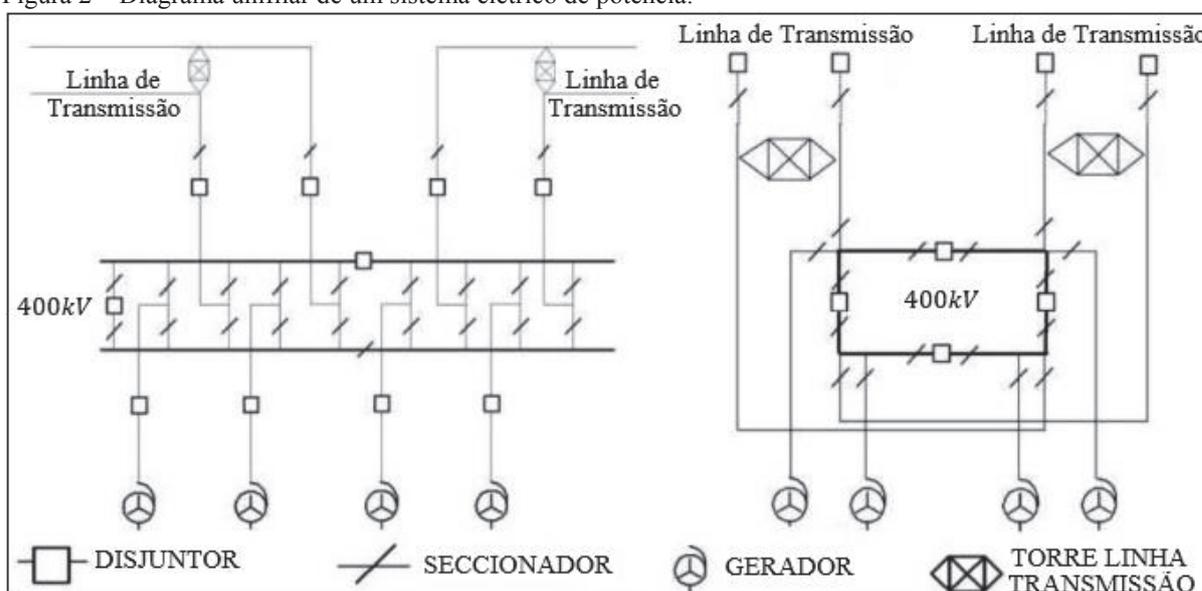
### 2.1 Seccionadores

Chave seccionadora é um equipamento de manobra utilizado no sistema elétrico, e desempenha algumas funções: interligar geradores, transformadores e linhas de transmissão, permitindo a continuidade do circuito elétrico; isolar componentes das subestações para que a

manutenção dos mesmos seja feita; e realizar manobras de transferência de fluxo elétrico de potência. Ou seja, conecta o circuito elétrico na subestação e permite a proteção do sistema (GONÇALVES, 2012).

O seccionador é um equipamento imprescindível em uma subestação de energia elétrica, pois ele é o primeiro e o último equipamento de manobra por onde circula o fluxo de potência. A Figura 2 mostra o diagrama genérico de um sistema elétrico, e pode-se perceber que a localização do seccionador é estratégica, para permitir abertura e fechamento do circuito (ROCHA, 2014).

Figura 2 – Diagrama unifilar de um sistema elétrico de potência.



FONTE: Rocha (2014).

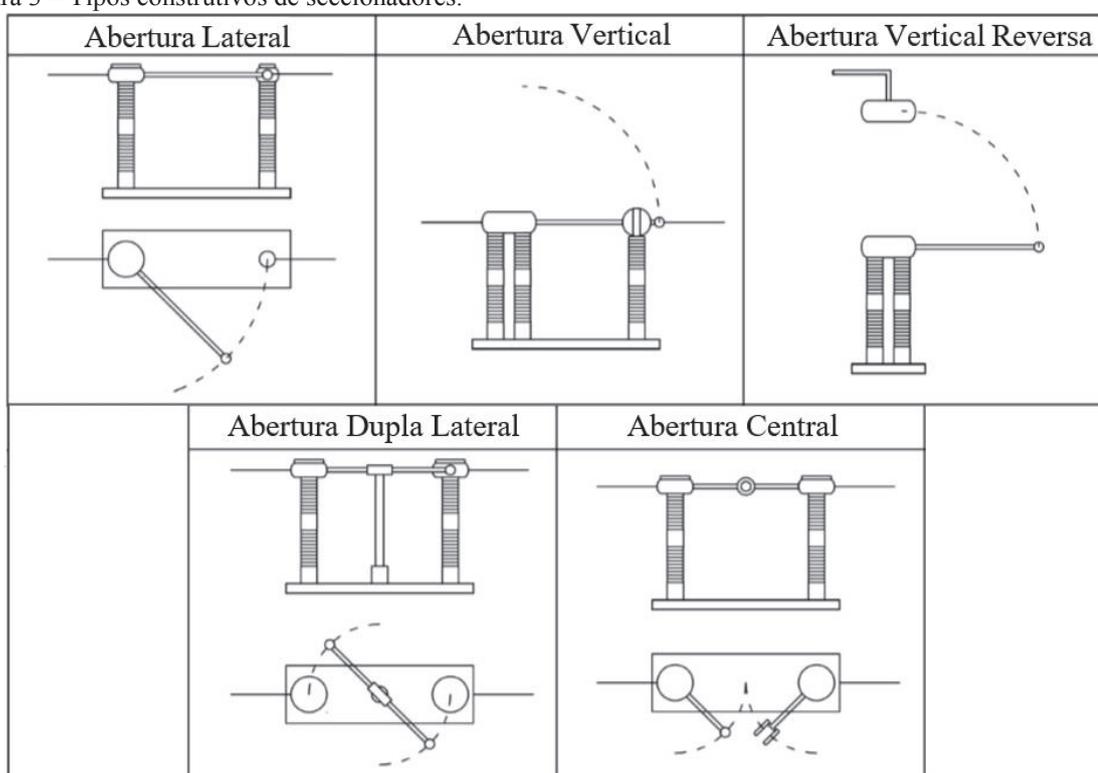
Segundo a norma ABNT NBR 7571 (2011), os seccionadores são classificados por tipo construtivo:

- a) **Seccionadores de operação lateral:** quando o contato móvel se desloca paralelo ao plano da base. Os seccionadores de operação lateral podem ter abertura lateral (AL) e neste caso são constituídos de duas colunas isolantes, sendo uma de suporte do contato fixo e a outra de suporte do contato móvel; podem ter abertura central (AC) e nesse caso são constituídos de duas colunas isolantes, suportes dos contatos móveis, e o acoplamento ocorre no centro da distância de abertura; e podem ser de dupla abertura (DA) sendo constituídos de três colunas isolantes, duas nas laterais e suportes dos contatos fixos, e uma coluna central suporte dos contatos móveis, onde a abertura da chave ocorre duplamente em suas extremidades.
- b) **Seccionadores de operação vertical:** quando o contato móvel se desloca em um plano normal ao plano da base. Os seccionadores de operação vertical podem ter abertura vertical

(AV) sendo constituídos de três colunas isolantes, sendo duas suportes de contatos fixos, e uma suporte do contato móvel; podem ser chamados vertical reverso (VR) quando é constituído por colunas isolantes que suportam o conjunto do contato móvel, e uma delas deve acionar o conjunto, e ainda é constituído por um contato fixo superior, onde ocorre o acoplamento; e podem ser chamados seccionador de Faca (SF) sendo nesse caso constituído por duas colunas isolantes fixas, uma de suporte da articulação do contato móvel (faca), com argola para operação com vara de manobra.

A Figura 3 apresenta um esquema construtivo das chaves.

Figura 3 – Tipos construtivos de seccionadores.



FONTE: Adaptado de Gonçalves (2012).

De acordo com Souza (2002), as principais partes constituintes de um seccionador, de qualquer tipo construtivo, são:

- **Polo:** é a parte do seccionador, que juntamente com a base, as colunas isolantes e o circuito principal (responsável por comandar a abertura e o fechamento da chave), é associada a um único caminho condutor eletricamente separado. Para seccionadores com mais de um polo, exclui os elementos que possibilitam a operação de todos os polos simultaneamente.
- **Base:** é a parte onde são fixadas as colunas isolantes. Normalmente construída em aço laminado, galvanizado a quente, com perfis U, I, treliça ou tubos de aço de parede reforçada.

- **Mancal:** é a parte rotativa da base do seccionador, onde é fixada a coluna rotativa. A caixa do mancal é construída em ferro maleável (ou modular galvanizado), com vedação feita por borracha resistente ao tempo.

- **Coluna isolante:** É uma das partes fundamentais no isolamento da chave. Ela mantém a isolamento entre a parte viva e a base da chave seccionadora. A coluna isolante deve suportar as diversas formas de solicitações dielétricas, térmicas e mecânicas, de acordo com a especificação da chave, sem produzir muito ruído. Em um projeto do seccionador, o correto dimensionamento do isolador é fator preponderante na qualidade do produto final. Atualmente, a indústria nacional dispõe de amplos recursos com sofisticada tecnologia para produzir isoladores em porcelana, vidro, resina epóxi ou poliéster.

- **Lâmina principal:** é uma peça móvel feita de material altamente condutor, geralmente cobre ou alumínio, com formato de barra ou tubo. Sua função é conduzir a corrente quando estiver na posição fechada, e assegurar uma distância de isolamento quando estiver aberta. É a parte mais crítica do seccionador, pois deve ter alta condutividade, boa rigidez mecânica, e deve ser leve o suficiente para permitir a sua operação sem grande esforço.

- **Contatos:** é a parte do seccionador onde duas ou mais peças condutoras, destinadas a assegurar a continuidade do circuito, se tocam, e dependendo da operação, fecham ou abrem esse circuito. Num seccionador, é chamado de contato fixo a parte do contato que fica imóvel, e de contato móvel a parte que fica nas extremidades da lâmina móvel. Geralmente, sua superfície, onde é realizado o contato propriamente dito, é revestida com prata e a pressão realizada nos mesmos é dada por molas de aço inox, bronze fosforoso ou cobre-berílio. Existem também os contatos prata-cobre e cobre-cobre, este último em chaves de menor capacidade de condução de corrente.

- **Suporte dos contatos:** são construídos de forma que resistam aos esforços de operação, com uma seção suficientemente grande para não se aquecerem com a passagem das correntes nominais e de curto-circuito. São feitos em ligas de cobre ou alumínio.

- **Mecanismo da lâmina:** é o conjunto que opera a lâmina, após receber o comando através da coluna isolante rotativa, e lhe transmite os movimentos necessários para cumprir a sua função.

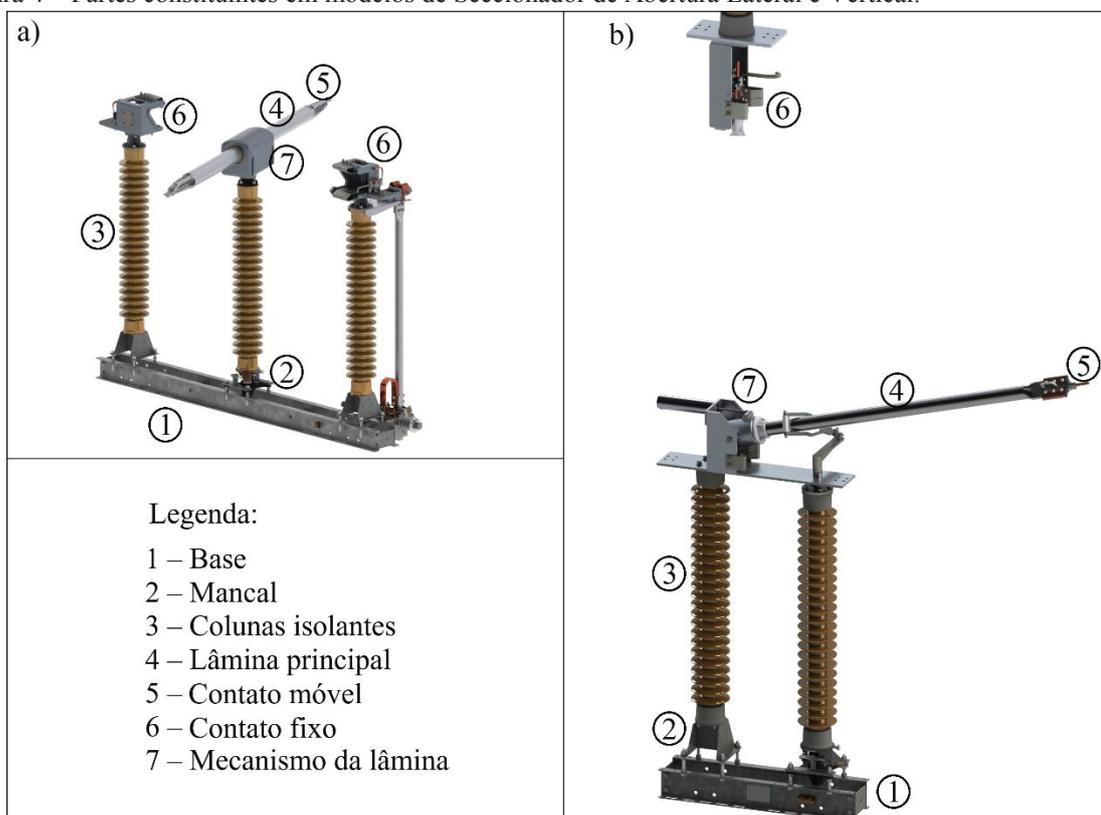
- **Lâmina de terra:** é uma chave de terra acoplada ao seccionador, que tem a função de aterrar a parte do circuito seccionado e desenergizado, mas que pode estar com carga capacitiva ou ainda ter uma tensão induzida por linhas energizadas próximas ao circuito aberto. A lâmina de terra possui um comando independente ao comando do seccionador, e ambas devem ser intertravadas mecanicamente para evitar que a lâmina de terra seja fechada quando o

seccionador estiver fechado e vice-versa. A lâmina de terra não precisa ter capacidade de condução de uma corrente nominal, mas deve ter capacidade para suportar corrente de curta duração.

- **Terminal:** é a parte condutora da chave seccionadora destinada a fazer a sua ligação elétrica a um circuito externo.

A Figura 4 apresenta dois modelos de Seccionadores com a indicação das principais partes constituintes: em a) é apresentado um Seccionador de operação lateral de dupla abertura, e em b) um Seccionador de operação vertical reverso. As partes constituintes são indicadas pelos números conforme legenda.

Figura 4 – Partes constituintes em modelos de Seccionador de Abertura Lateral e Vertical.



FONTE: Adaptado de Weg (2018).

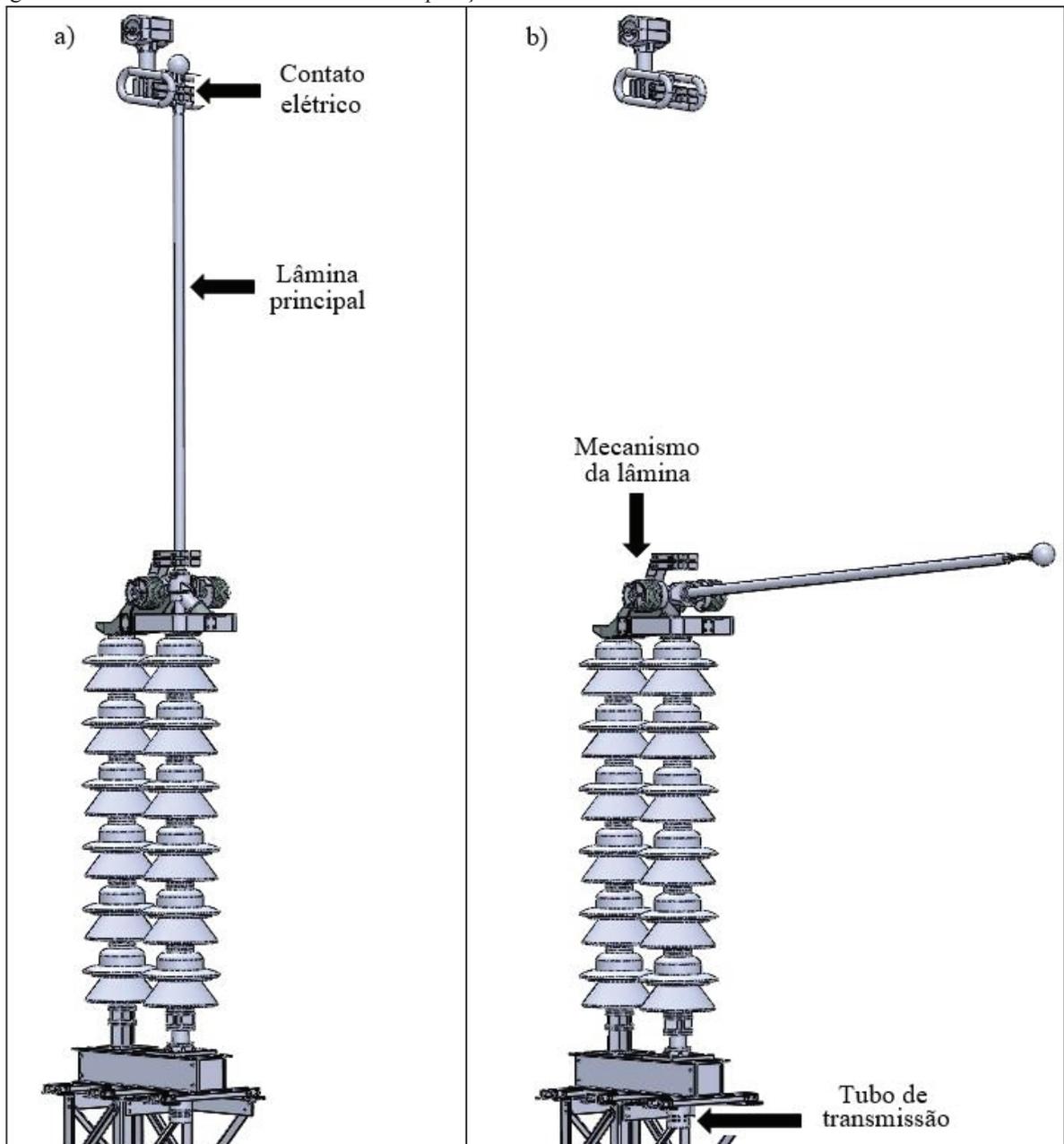
### 2.1.1 Operação do Seccionador

Observadas as características específicas dos diversos tipos de seccionadores, o princípio de funcionamento pode ser considerado único: o mecanismo de operação mecânica é normalmente instalado em um cubículo, junto ao qual está um painel de controle elétrico.

Um comando de abertura ou fechamento é dado a partir de uma botoeira no painel de controle, o motor é energizado e começa a girar, movimentando seu eixo. Seu eixo está

acoplado a uma caixa de engrenagem que gira um eixo sem fim, e este, por sua vez, irá provocar o movimento do tubo de transmissão que faz girar o conjunto do mecanismo da lâmina, localizado acima da coluna isolante, movimentando assim a(s) lâmina(s) principal(s), e abrindo ou fechando o seccionador. O acionamento da chave seccionadora pode ser manual ou motorizado (SOUZA, 2002). A Figura 5 apresenta um Seccionador Vertical Reverso em a) na posição fechada, e em b) na posição aberta. O modo normal de trabalho do Seccionador é na posição fechada, quando existe corrente elétrica sendo transmitida pelos contatos principais ou elétricos. O Seccionador estará na posição aberta quando for necessário cortar a passagem de corrente elétrica, como por exemplo, em manutenções.

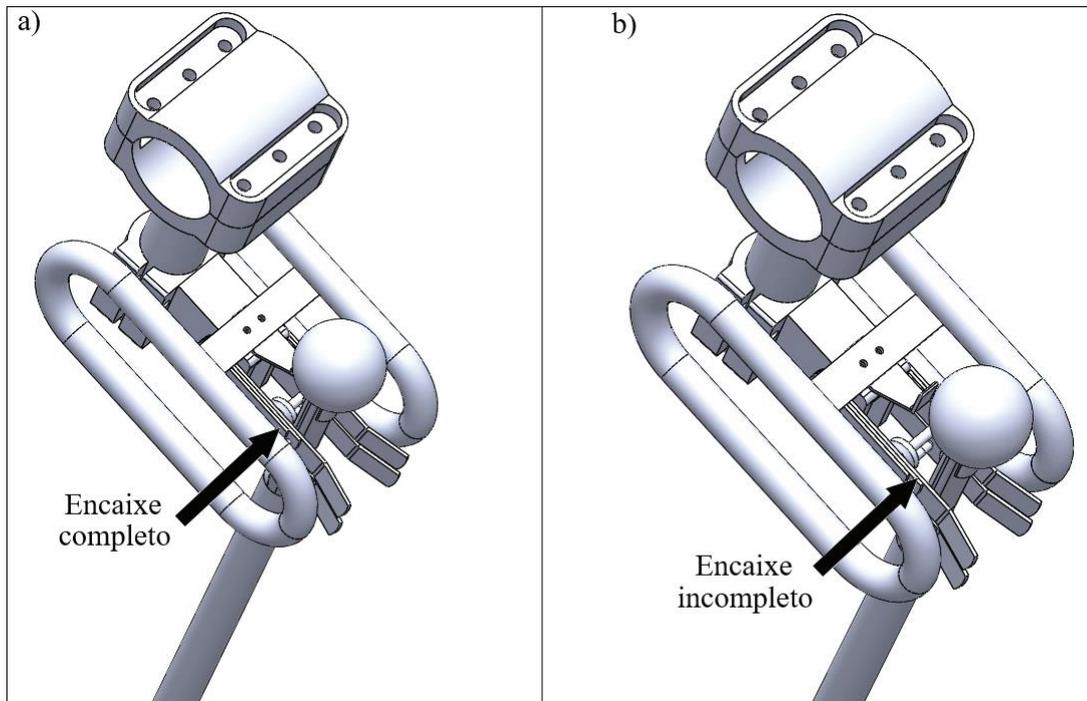
Figura 5 – Seccionador Vertical Reverso nas posições fechada e aberta.



FONTE: O autor (2019).

O acionamento de um seccionador em um sistema de alta tensão é feito remotamente. E a informação de que o mecanismo de abertura ou fechamento do seccionador foi completado é dada por um sinalizador de posição, ou seja, o monitoramento da posição da lâmina principal é feito à distância. Mas muitas vezes a informação de posição que o sinalizador passa não é real, pois a lâmina não penetra perfeitamente no contato fixo. A Figura 6 mostra o contato fixo e a ponta da lâmina principal, e indica o contato elétrico: em a) quando o encaixe foi completado, e em b) quando o encaixe está incompleto.

Figura 6 – Detalhe do contato elétrico.



FONTE: O autor (2019).

Para garantir que a manobra seja bem-sucedida, segundo Rocha (2014), é necessário que um profissional na função de operador verifique, por vídeo ou indo até o local, se o fechamento da chave foi completado. Caso a lâmina não esteja na posição correta, comanda-se a reabertura do seccionador e tenta-se novamente seu fechamento. Se ainda não ocorrer o fechamento completo, o operador utiliza um bastão isolado de manobra e empurra o contato móvel para a posição correta. Este procedimento, apesar de parecer muito simples, se torna difícil porque se tratam de contatos muito altos, e dependendo do tipo de seccionador, o operador estará distante até cinco metros do contato móvel.

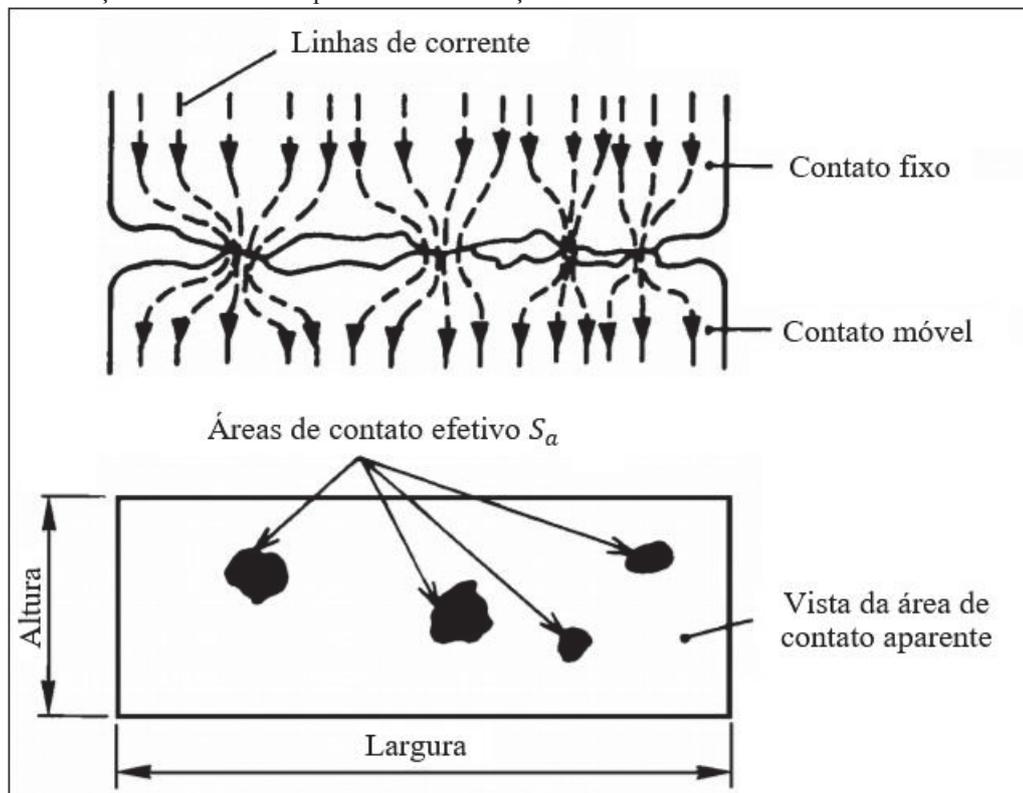
Esta situação tem sido um gargalo para a automação das subestações. O fechamento incorreto da chave causa um aquecimento que diminui sua vida útil, e em casos mais graves, pode até derreter as partes condutoras e desligar o sistema (SOUZA, 2002).

### 2.1.2 Contatos elétricos

Sempre que existe uma diferença de potencial originada por campos elétricos opostos, naturalmente ocorre a busca de um caminho para equilibrar ou neutralizar a diferença dessas cargas. O fluxo que percorre esse caminho é a corrente elétrica. E a interligação entre a fonte de diferença de potencial e o caminho é chamado *contato elétrico* ou terminal (ROCHA, 2014).

De acordo com a norma IEC/TR 60943 (2009), o contato elétrico, em sua configuração mais simples e geral, resulta do contato estabelecido entre duas peças de material condutor, geralmente metálico. A corrente passa de uma peça para outra na interface de contato. É nesta área que ocorre a resistência de contato. A resistência de contato é definida como a resistência à circulação de corrente elétrica. Quando uma peça de metal é aplicada sobre a outra, o contato não é feito em toda a área de contato aparente, mas apenas em um certo número de pontos chamados *contatos elementares*. Isso ocorre em função do grau de rugosidade existente em qualquer material manufaturado. A Figura 7 mostra uma ilustração de um contato aparente e as efetivas áreas de contato.

Figura 7 – Ilustração de um contato aparente e da formação das áreas de contato efetivo.



FONTE: Adaptado de Norma IEC/TR 60943: 2009.

A área de seção transversal dos contatos elementares é a área de contato total  $S_a$ , e ela é calculada a partir de uma suposição simplificadora de que existem  $n$  contatos elementares na

área de contato aparente, uniformemente distribuída, e de raio constante médio  $R_a$  (considerando a seção transversal redonda). Assim, pode-se calcular  $S_a$  através da equação (1):

$$S_a = n \cdot \pi \cdot R_a^2 \quad (1)$$

O raio de contato  $a$ , que representa a área efetiva é calculado com a equação (2):

$$R_a = \sqrt{\frac{F}{n \cdot \pi \cdot \xi \cdot H}} \quad (2)$$

Onde:

$F$  = força de compressão entre os contatos.

$H$  = dureza do material do contato.

$\xi$  = coeficiente de achatamento, que é um valor de correção em função do grau de acabamento da superfície: se a superfície for extremamente polida, o valor do  $\xi$  será baixo, e a área de contato será maior, reduzindo a resistência do contato (IEC/TR 60943,2009).

A equação (2) mostra que a área de contato efetiva depende da dureza do material e da compressão entre os contatos: quanto maior a compressão e quanto menor for a dureza do material, maior é o raio de contato, e maior é a área de contato total.

A resistência do contato pode ser calculada pela equação (3):

$$R_c = \frac{\rho}{2 \cdot n \cdot R_a} + \frac{\sigma_o}{2 \cdot n \cdot R_a^2} \quad (3)$$

A equação (3) mostra que a resistência de contato será menor quanto maior for o raio de contato. A resistência de contato também depende da resistividade  $\rho$ , que é dada em função do material aplicado no contato e a oposição que ele oferece ao fluxo da corrente elétrica, e da resistividade de superfície  $\sigma_o$ , utilizada para caracterizar as propriedades condutoras da camada de óxido (impurezas) formada na superfície de contato em reação com a atmosfera (IEC/TR 60943,2009). Quanto maior as resistividades  $\rho$  e  $\sigma_o$ , maior é a resistência de contato  $R_c$ .

Em um seccionador, os terminais do contato elétrico são feitos de cobre, operam com grande diferença de potencial, na ordem de milhares de Volts, e intensidade de corrente na ordem de centenas de Amperes. A associação dessas duas grandezas é inevitável, e são os dois principais fatores que degradam o contato elétrico. A alta intensidade de corrente é responsável por aquecer a interface de contato, dissipando parte da energia elétrica através do calor, em um processo chamado de Efeito Joule. E a grande diferença de potencial é responsável pelo Efeito Corona (ROCHA, 2014).

### 2.1.3 Fatores de degradação do contato elétrico

Alguns fatores prejudicam os terminais do contato elétrico de um seccionador. O atrito é o principal problema dos contatos elétricos deslizantes. Quanto maior for o atrito entre as superfícies, menores serão as áreas de contato efetivo, aumentando assim a resistência de contato. A utilização de lubrificantes é a alternativa mais conhecida para o alívio da força de atrito. Para os contatos elétricos, os lubrificantes devem ter propriedades condutivas, o que reduz significativamente a gama de lubrificantes existentes no mercado, e aqueles que tem essa propriedade inicialmente funcionam perfeitamente, mas como o equipamento é instalado desabrigado, há um ressecamento do lubrificante, e o que era solução passa a ser problema em função da aderência indesejada do contato móvel com o fixo (ROCHA, 2014).

Outro fator de degradação dos contatos elétricos é o Efeito Joule. Como as áreas de contato na interface é reduzida, ocorre o aumento da resistência e que, por efeito Joule, tende a se aquecer. O aquecimento aumenta a resistência no ponto de mau contato que, por sua vez, contribui para aquecimento adicional. Some-se a isso que uma temperatura maior favorece a reação com o oxigênio ou outro elemento, gerando mais oxidação e esta irá reduzir a área de contato elétrico, que irá aumentar a resistência, que elevará a temperatura e forma-se assim reação em cadeia, que poderá originar interrupções, mais ou menos importantes, no fornecimento de energia elétrica (BOLOTINHA, 2017).

O Efeito Corona também é um fator de degradação dos contatos elétricos de seccionadores. Ele aparece nas superfícies dos condutores de uma linha aérea de transmissão quando o valor da diferença de potencial aí existente excede o valor crítico, e com isso poderá surgir junto às superfícies um campo elétrico de tal valor que o ar ao seu redor seja ionizado. O campo será mais intenso quanto maior for a diferença de potencial. O ar ionizado pode formar uma luminescência envolvendo o condutor como uma coroa azul violeta, ou dar origem a sons ou ruídos audíveis e geração de ondas eletromagnéticas de baixa frequência (rádio ruído). O efeito Corona também libera energia para a molécula de oxigênio ( $O_2$ ) presente no ar se transformar em ozônio ( $O_3$ ) (MACEDO, 2011).

De acordo com Bolotinha (2016), a amplitude do Efeito Corona depende de vários fatores: do valor do campo elétrico, e conseqüentemente da tensão da instalação, pois o gradiente do campo elétrico é maior na superfície de um condutor, devido ao efeito pelicular; do diâmetro dos condutores e seu posicionamento relativo e distância, pois o Efeito Corona verifica-se sobretudo quando a distância entre condutores é grande se comparada com o seu diâmetro; do aumento da altitude, já que aumenta a rarefação do ar, intensificando o Efeito

Corona; das condições ambientais e atmosféricas, pois a presença de poeiras, umidade, gotas de chuva, neve, nevoeiro, geada e condensações na superfície dos condutores são fatores que tornam o ar mais condutivo e contribuem para o aparecimento ou aumento do Efeito Corona; do estado dos condutores, isoladores e outros acessórios, pois a existência de zonas irregulares nos condutores e acessórios, tais como protuberâncias, pontos de desgaste mais pronunciado e arestas pontiagudas provocam uma concentração do campo elétrico.

Segundo Bolotinha (2016), o Efeito Corona tem várias consequências prejudiciais. Para as pessoas, além do ruído produzido que pode ser incômodo, as suas consequências mais graves são a produção de ozônio, um gás corrosivo que destrói equipamentos de linhas de potência e coloca em perigo a saúde humana e também dos animais. O Efeito Corona prejudica também o funcionamento dos marcapassos.

Nas instalações onde se verifica o fenômeno, há um aumento das perdas de energia nos condutores das linhas aéreas, perdas que podem se dissipar por diversas formas – calor, luz, som e reações químicas. Verifica-se também possibilidade de descargas eletrostáticas entre condutores e entre condutores e partes metálicas normalmente sem tensão, que podem dar origem a arcos elétricos, e conseqüentemente a curto circuitos e destruição dos isoladores e outros elementos da linha aérea, além da diminuição da rigidez dielétrica do isolamento dos equipamentos elétricos (geradores, transformadores, motores e baterias de condensadores).

Para instalações e sistemas que se encontram na vizinhança da linha aérea, pode induzir a correntes em estruturas metálicas, tais como vedações, veículos e coberturas metálicas. Essas correntes podem representar perigo de eletrocussão para pessoas e animais.

E ainda, como consequência prejudicial, pode-se citar a rádio interferência nos sistemas de telecomunicações, e também para as próprias instalações em que é gerado.

Contudo, o Efeito Corona reduz os efeitos dos fenômenos transitórios que acontecem durante as descargas atmosféricas, pois devido à ionização do ar à volta de um condutor, aquele meio torna-se condutor, aumentando virtualmente o diâmetro dos condutores, o que reduz o esforço eletrostático entre os referidos condutores.

As linhas de alta tensão e de muito alta tensão utilizam, nas cadeias de isoladores de suspensão, dispositivos em forma de anel, de forma toroidal, conhecidos como anel anticorona, para dispersar as linhas de força do campo elétrico e diminuir a diferença de potencial para valores inferiores aos necessários para produzir o Efeito Corona. Além da utilização dos anéis, para evitar o Efeito Corona procura-se regularizar as superfícies, evitando ou minimizando pontos singulares, ou ainda aumentar o espaçamento entre condutores e o seu diâmetro (BOLOTINHA, 2016).

## 2.2 Vibração mecânica

“Vibração é o movimento periódico de um corpo ou sistema de corpos deslocados de uma posição de equilíbrio” (HIBBELER, 2011).

Estudar vibração significa estudar o movimento de oscilação de corpos e as forças associadas a ele (RAO, 2008). Se um sistema possui massa e elasticidade, então ele é capaz de vibração (THOMSON, 1978).

A vibração pode ser livre ou forçada. Uma vibração é livre quando ao sofrer uma perturbação provocada por força externa, o movimento de um sistema mecânico é mantido por forças gravitacionais ou elásticas, como por exemplo a oscilação de um pêndulo. Uma vibração é forçada quando uma força periódica externa e de longo tempo é aplicada ao sistema. Os dois tipos de vibração podem ser amortecidos ou não amortecidos. Na prática, todos os corpos em movimento de vibração são amortecidos, pois forças de atrito interna e externa sempre estão presentes (HIBBELER, 2011).

De modo geral, um sistema vibratório é composto por um meio que armazena energia potencial (mola ou elasticidade), um meio que armazena energia cinética (massa ou inércia) e um meio de perda gradual de energia (amortecedor). Na vibração, ocorre uma transferência alternada de energia potencial em energia cinética e vice-versa. E em cada ciclo de vibração, uma quantidade de energia é dissipada por amortecimento. Os exemplos mais simples desse fenômeno são o pêndulo e a mola (RAO, 2008).

O Apêndice A apresenta uma revisão dos conceitos fundamentais que são base da teoria da vibração, e importantes para entendimento dos tópicos a seguir.

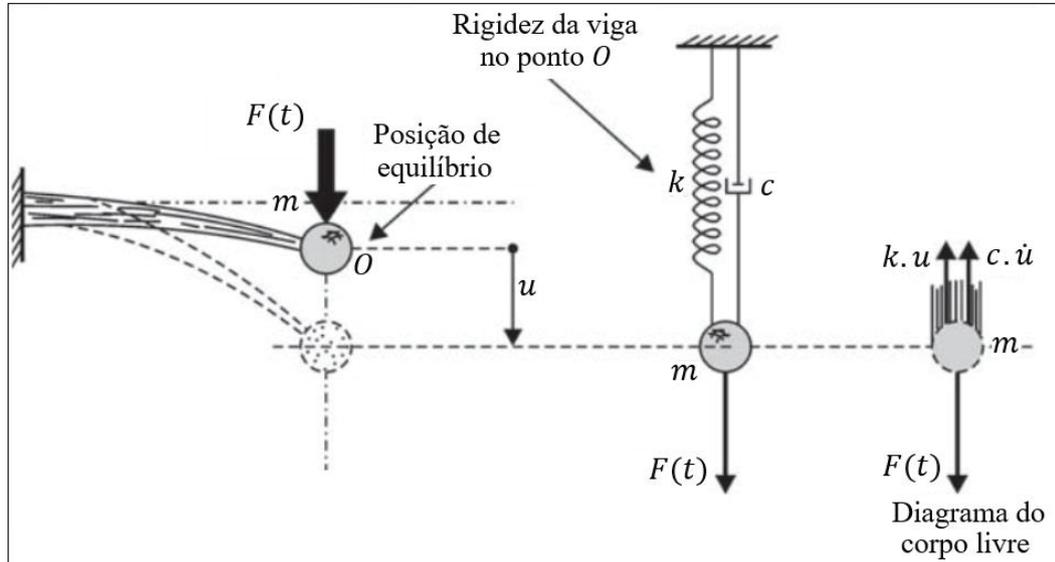
### 2.2.1 Vibrações com amortecimento

Os exemplos vistos no Apêndice A são sistemas massa – mola e massa – mola – amortecedor de um grau de liberdade. De acordo com Alves Filho (2008), esses três elementos devem ser considerados em caráter mais amplo, onde eles possam representar qualquer estrutura; a massa  $m$  representa a inércia, a mola representa a rigidez da estrutura, e o amortecedor é o mecanismo de perda de energia  $c$  em um grau de liberdade.

A Figura 8 representa uma estrutura real composta por uma massa presa à extremidade de uma viga. Essa estrutura está vibrando sob a ação de uma força externa, e ela vai oscilar em torno do ponto de equilíbrio  $O$ . Esse sistema pode ser representado pelo modelo de estudo composto por massa – mola – amortecedor. Nesse conjunto, a massa é a inércia, a rigidez do

extremo da viga é a constante  $k$  da mola, e a perda de energia durante o movimento é o amortecedor  $c$ .

Figura 8 – Estrutura real cuja massa, sob a ação de uma força, vibra em torno do ponto de equilíbrio. Modelo para estudo onde a mola representa a rigidez da viga.



FONTE: Alves Filho (2008).

Considerando o diagrama do corpo livre, chega-se à resultante das forças:

$$\vec{R} = m \cdot a \quad \text{e} \quad \vec{R} = F(t) - k \cdot u - c \cdot \dot{u}$$

E igualando as equações e isolando  $F(t)$ :

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = F(t) \quad (4)$$

A equação (4) permite determinar o comportamento do sistema massa-mola-amortecedor nas condições de vibração impostas para cada grau de liberdade. Sua solução consiste em conhecer a função  $u(t)$ , fazer as derivadas de primeira e segunda ordem, e substituir na equação.

Antes de detalhar como chegar à solução da equação (4) serão consideradas três situações de aplicação de carga, que estão presentes na maioria das análises dinâmicas (ALVES FILHO, 2008):

1º) A massa  $m$  é deslocada da posição de equilíbrio e abandonada, vibrando livremente até parar, por atuação do amortecedor. Neste caso, não há a presença da força externa, a massa é simplesmente abandonada, logo  $F(t) = 0$ . A equação que representa esse comportamento é um caso particular da equação (4), e é descrito na equação (5).

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = 0 \quad (5)$$

Esta equação resolve problemas de vibração livre com amortecimento.

2º) A massa  $m$  está em repouso no ponto de equilíbrio, e é submetida a uma vibração forçada. Esta situação é representada pela equação (4). Ela resolve problemas de vibração forçada com amortecimento. E a resposta vai depender do tipo de carga que é aplicada. Se a carga for senoidal, é uma função do tipo  $F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega t)$ .

3º) Os dois casos anteriores ocorrem simultaneamente: a massa  $m$  é deslocada da posição de equilíbrio e abandonada, e a partir de determinado instante uma carga externa é aplicada, iniciando a vibração forçada, ou seja, a massa  $m$  será obrigada a vibrar segundo a carga imposta e ainda sofrer com os efeitos da vibração livre. A vibração livre irá se extinguir após certo tempo, e só a vibração forçada permanecerá. Este caso pode ser solucionado somando as forças de cada tipo de carga aplicada. Como uma das cargas aplicadas é nula, pois a vibração é livre com amortecimento, será somado o valor nulo com a força que é a resposta da vibração forçada com amortecimento. Essa situação é representada matematicamente pela equação (6):

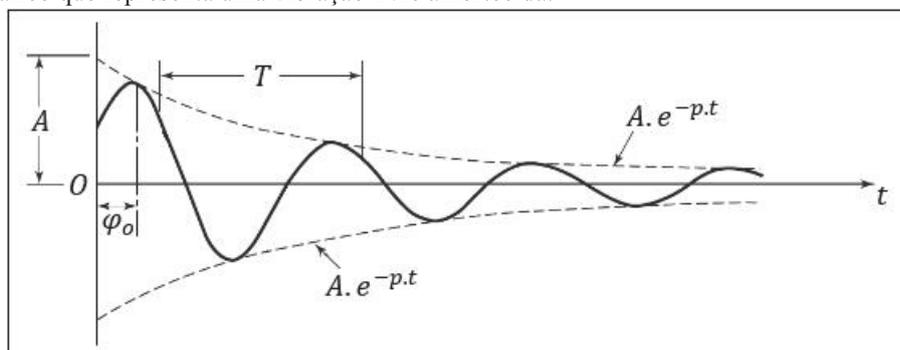
$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = 0 + F(t) \quad (6)$$

### 2.2.2 Solução das vibrações livres amortecidas

Rao (2008) diz que quando uma estrutura é submetida a vibrações livres, elas tendem a perder amplitude devido ao amortecimento presente, e a amplitude irá diminuir até que a estrutura atinja o repouso. É possível descrever essa redução da amplitude matematicamente, através da lei exponencial.

A Figura 9 representa um movimento oscilatório de um sistema massa-mola-amortecedor e como a elongação varia com o tempo. Em  $t = 0$  foi iniciado a vibração livre amortecida e o movimento foi registrado em cada unidade de tempo.

Figura 9 – Gráfico que representa uma vibração livre amortecida.



FONTE: Adaptado de Rao (2008).

A linha cheia do gráfico representa como a elongação varia com o tempo, e a linha pontilhada representa o decaimento da amplitude com o passar do tempo. O decaimento, por

seguir a lei exponencial, pode ser representado por uma função do tipo  $A \cdot e^{-p \cdot t}$ , onde  $p$  é a taxa de decaimento da amplitude ou também chamada de constante de decaimento.

A solução geral da vibração livre com amortecimento é dada pela equação (5), que é uma equação diferencial linear de 2ª ordem homogênea. A solução desta equação é  $u$ , pois conhecendo  $u$  pode-se derivar duas vezes e a igualdade pode ser verificada. Para conhecer  $u$  é preciso utilizar algumas propriedades das equações diferenciais, que não serão aqui detalhadas. A solução da equação (5) é (ALVES FILHO, 2008):

$$u = e^{-\zeta \cdot \omega_n \cdot t} \cdot A \cdot \sin(\omega_d \cdot t + \psi) \quad (7)$$

Onde:

$A$  = amplitude

$\psi$  = ângulo de fase

$\omega_d$  é a *frequência de vibração amortecida* do sistema, e é definida pela equação (8) (RAO, 2008).

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \cdot \omega_n \quad (8)$$

$\zeta$  é o *fator de amortecimento*, que é um valor adimensional e que representa a razão entre a constante de amortecimento presente no sistema e a constante de amortecimento crítico do mesmo sistema. O fator de amortecimento  $\zeta$  pode ser calculado pela equação (9) (RAO, 2008).

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad \rightarrow \quad \zeta = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega_n} \quad (9)$$

O amortecimento crítico  $c_c$  é o valor limite entre a vibração e a não vibração, e sua equação é resultante da seguinte relação (ALVES FILHO, 2008):

$$\left(\frac{c}{2 \cdot m}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad (10)$$

Se o primeiro termo da igualdade, que tem a constante de amortecimento, for maior que o segundo termo, então o sistema é amortecido, e não vibra. Se o segundo termo da igualdade, que tem a constante de rigidez, for maior que o primeiro termo, então ocorrem vibrações no sistema. Quando a igualdade (10) for verdadeira, diz-se que o sistema é criticamente amortecido, ou seja, está no limite entre a vibração e a não vibração, e o amortecimento  $c$  é o amortecimento crítico  $c_c$ . Da equação (A. 15), a relação (10) pode ser escrita como:

$$\left(\frac{c}{2 \cdot m}\right)^2 = \omega_n^2$$

O amortecimento crítico pode ser calculado pela equação (11):

$$c_c = 2 \cdot m \cdot \omega_n \quad (11)$$

Analisando a relação entre o amortecimento  $c$  presente no sistema e o amortecimento crítico  $c_c$ , três situações podem ocorrer (RAO, 2008):

- Se  $c > c_c$ , então  $\zeta > 1$ , e não ocorrem vibrações, o sistema é superamortecido;
- Se  $c = c_c$ , então  $\zeta = 1$ , e não ocorrem vibrações, o sistema é criticamente amortecido;
- Se  $c < c_c$ , então  $\zeta < 1$ , e ocorrem vibrações, o sistema é subamortecido.

### 2.2.3 Solução das vibrações forçadas

A equação (4) resolve problemas de vibração forçada com amortecimento.

Segundo Thomson (1978), se a vibração for consequência de uma carga senoidal, a força pode ser escrita como:

$$F(t) = F_o \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

E a equação (4) pode ser escrita como a equação (12):

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = F_o \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (12)$$

Onde  $\omega$  representa a frequência de excitação imposta pelo agente externo ao sistema massa – mola – amortecedor, diferente de  $\omega_n$  que é a frequência natural do sistema.

Ainda segundo Thomson (1978), a frequência de excitação  $\omega$  e a frequência natural do sistema  $\omega_n$  podem ser relacionadas. Essa relação adimensional é chamada  $r$  e é expressa pela equação (13):

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (13)$$

Aplicando os valores das frequências na equação (13), o resultado para  $r$  será maior ou igual a zero, e de acordo com Alves Filho (2008), pode-se identificar três situações:

- Quando  $0 < r < 1$ : nessa situação a frequência de excitação é menor que a frequência natural, e as vibrações do sistema serão lentas, pois as forças de inércia e de amortecimento são pequenas. Quanto mais próximo de zero for o valor de  $r$ , mais lentas serão as vibrações. Aqui se diz que o movimento é dominado pela força restauradora.
- Quando  $r = 1$ : se a frequência de excitação é igual a frequência natural, então ocorre ressonância.

▪ Quando  $r > 1$ : nessa situação a frequência de excitação é maior que a frequência natural, e a força de inércia será contrabalançada com  $F_o$ . Aqui se diz que o movimento é dominado pela força de inércia.

A equação (12) é uma equação diferencial linear não-homogênea de 2ª ordem. Para solucionar esta equação parte-se da função horária do MHS, representada pela equação (A.11), pois a vibração forçada de uma carga senoidal é um movimento oscilatório de amplitude constante (THOMSON, 1978). A equação (14) é a mesma equação (A.11), mas  $A$  foi substituído por  $U$  e  $\varphi_o$  foi substituído por  $\Phi$  para diferenciar do MHS.

$$u = U \cdot \sin(\omega t + \Phi) \quad (14)$$

O desenvolvimento matemático para chegar à solução da equação (14) é apresentado no Apêndice B.

A equação (15) calcula  $U$ :

$$U = F_o \cdot \frac{1}{\sqrt{(k - m \cdot \omega^2)^2 + (c \cdot \omega)^2}} \quad (15)$$

E substituindo essa constante na equação (14), obtém-se a equação (16) (ALVES FILHO, 2008):

$$u = \frac{F_o}{\sqrt{(k - m \cdot \omega^2)^2 + (c \cdot \omega)^2}} \cdot \sin(\omega t + \Phi) \quad (16)$$

A equação (15) pode ser reduzida e em função de  $r$  e  $\zeta$ :

$$U = \frac{F_o}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}} \quad (17)$$

Segundo Alves Filho (2008), a equação (17) é a principal conclusão da análise dinâmica.  $U$  representa o deslocamento do sistema corpo-mola. Se dividir a equação (17) em duas partes,  $F_o/k$  representa o deslocamento máximo que ocorreria se a força agisse estaticamente  $F = -k \cdot u$ , e a segunda parte  $1/\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}$  é o fator que corrige a resposta estática ao valor máximo da carga, pois ela atua dinamicamente. O termo  $1/\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}$  contém a relação de frequências  $r$ , e contém as forças de inércia presentes no sistema. Este termo é chamado de Fator de Amplificação Dinâmica, e é representado por  $\chi$ . Portanto, a equação (17) pode ser expressa pela equação (18):

$$U = \frac{F_o}{k} \cdot \chi \quad (18)$$

Onde 
$$\chi = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}}$$

#### 2.2.4 Excitadores mecânicos

Um corpo se move em MCU quando sua trajetória é uma circunferência e o valor da sua velocidade linear não muda. Na trajetória, a velocidade linear  $\vec{v}$  aponta para fora da circunferência, na direção tangencial da posição que o corpo está num determinado instante (Figura 10). Isso quer dizer que a tendência é que o corpo siga em linha reta (direção tangencial) saindo da trajetória curva. O corpo irá permanecer na trajetória circular a partir de um componente de aceleração apontado para o centro da circunferência, mostrado na Figura 10, cuja função principal é manter o corpo em trajetória circular, e esse componente é chamado aceleração centrípeta. Para manter a velocidade constante, a aceleração centrípeta  $a_{cp}$  assumirá um valor igual a:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \quad (19)$$

Se existe uma aceleração no movimento de um corpo de massa  $m$ , pode-se calcular uma força, a partir da 2ª lei de *Newton*, voltada para o centro da trajetória circular, assim como a aceleração centrípeta:  $F = m \cdot a_{cp}$ .

E com a equação (19), a 2ª lei de *Newton* pode ser escrita como:

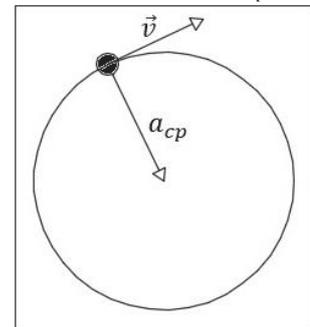
$$F = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Pela equação (A.8), pode-se escrever a força de um corpo em MCU pela equação (20) (YOUNG E FREEDMAN, 2015).

$$F = m \cdot \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} = m \cdot \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R}$$

$$F = m \cdot \omega^2 \cdot R \quad (20)$$

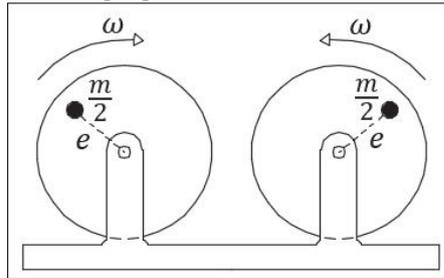
Figura 10 – Corpo em trajetória circular: direção de  $\vec{v}$  e  $a_{cp}$ .



FONTE: O autor (2019).

Uma situação em que se observa massa em MCU é o motor de vibração eletromecânica. A vibração é consequência de um desbalanceamento criado por duas massas que giram à mesma velocidade e em sentidos opostos, que atuam como excitadores mecânicos. Um esboço dessa situação é apresentado na Figura 11, que mostra dois discos girando à velocidade  $\omega$ , e cada disco possui uma massa excêntrica  $\frac{m}{2}$ .

Figura 11 – Discos com massas excêntricas que provocam desbalanceamento rotativo.



FONTE: Adaptado de Rao (2008).

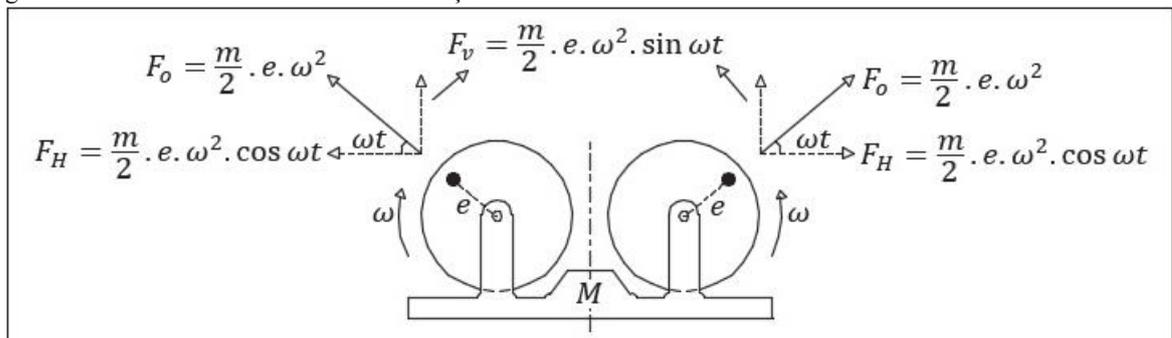
A distância do centro da circunferência até a massa  $\frac{m}{2}$  é chamada excentricidade, e é representada por  $e$ .

A força resultante desse movimento  $F(t)$  é aplicada à estrutura sobre a qual o motor de vibração estiver fixado.

A força gerada pela massa  $\frac{m}{2}$  em um determinado instante terá uma componente vertical e uma horizontal. As componentes horizontais das duas massas  $\frac{m}{2}$  se cancelam, já que as massas, a velocidade e a distância  $e$  são iguais, e a força horizontal resultante é zero.

As componentes verticais da excitação somam-se e formam a força resultante  $F(t)$  que atua sobre a estrutura de massa  $M$  na qual está fixada. A Figura 12 mostra as massas desbalanceadas e as componentes das forças resultantes do movimento.

Figura 12 – Massas desbalanceadas em rotação.



FONTE: Adaptado de Rao (2008).

Da equação (20), a força do corpo de massa  $\frac{m}{2}$  em MCU é expresso por:

$$F_0 = \frac{m}{2} \cdot e \cdot \omega^2$$

E a força resultante das duas massas  $\frac{m}{2}$  desbalanceadas é dada pela equação (21):

$$F(t) = 2 \cdot \left( \frac{m}{2} \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t \right)$$

$$F(t) = m \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t \quad (21)$$

Para determinar o comportamento massa – mola – amortecedor da estrutura de massa  $M$ , é utilizada a equação (4), que pode ser reescrita pela equação (22) substituindo a equação (21) em  $F(t)$ .

$$M \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = m \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t \quad (22)$$

A solução da equação (22) é muito parecida com a equação (16), só que  $m$  deve ser substituída por  $M$ , e  $F_0$  deve ser substituída por  $m \cdot e \cdot \omega^2$ . A equação (23) mostra essa substituição:

$$u = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{\sqrt{(k - M \cdot \omega^2)^2 + (c \cdot \omega)^2}} \cdot \sin(\omega t + \Phi) \quad (23)$$

O ângulo de fase  $\Phi$  pode ser calculado com a relação da tangente, na equação (24):

$$\tan \Phi = \frac{-c \cdot \omega}{k - M \cdot \omega^2} \quad (24)$$

RAO (2008).

### 2.2.5 Amortecimento

Quando um sistema sofre uma vibração livre, a tendência é que essa vibração seja extinguida após certo tempo. Um dos fatores que contribuem para que isso aconteça é o amortecimento presente no sistema.

O amortecimento é uma propriedade dinâmica que tem efeito sobre a resposta de uma estrutura, e é facilmente observado quando associado a uma vibração livre. Suponha uma barra engastada excitada perpendicularmente em relação ao seu eixo, retirando-a de sua posição de equilíbrio, como o exemplo mostrado na Figura 8. Ela começa a oscilar regularmente, e sua amplitude diminui a cada oscilação. Caso não houvesse amortecimento nesse sistema, a oscilação, uma vez provocada, continuaria indefinidamente. O amortecimento se relaciona com a mensuração da dissipação de energia de uma estrutura em vibração, trazendo-a ao estado de

equilíbrio. A capacidade de amortecimento de um sistema estrutural é uma razão entre a energia dissipada em um ciclo de oscilação pela máxima quantidade de energia acumulada na estrutura, naquele ciclo (CARVALHO, 2002).

O principal efeito do amortecimento em estruturas excitadas por um carregamento dinâmico qualquer é a atenuação dos picos de aceleração e deslocamento da estrutura. Esse efeito é mais significativo quando a estrutura trabalha em ressonância, pois, caso não houvesse amortecimento, os valores de aceleração e deslocamento da estrutura tenderiam a infinito (CARVALHO, 2002). Sistemas de vários graus de liberdade possuem vários modos possíveis de vibrar, e o amortecimento depende de cada modo natural de vibração. Isso quer dizer que diferentes modos de vibração se extinguem de modos diferentes, com maior ou menor rapidez. Um sistema que vibra em um modo natural com frequência mais alta é mais amortecido e se extingue mais rapidamente (ALVES FILHO, 2008).

O amortecimento de um sistema não é um fenômeno físico único, ele está relacionado a muitos mecanismos. Os mais importantes são o amortecimento do material e o amortecimento interfacial. O amortecimento do material depende do tipo do material e é resultado de uma complexa interação intramolecular do material. As equações de movimento da dinâmica geralmente descrevem comportamentos macroscópicos, enquanto que o amortecimento do material se processa em função de fenômenos microscópicos. Essa diferença de escalas leva à pesquisa de teorias que descrevam e quantifiquem os fenômenos acerca do amortecimento do material. Já o mecanismo de amortecimento interfacial resulta da fricção entre os elementos e as ligações de um sistema estrutural. Outro tipo de amortecimento é aquele em que o elemento está submerso em um meio fluido, chamado de amortecimento viscoso. Além desses, existem muitos outros mecanismos pelos quais a energia de um sistema é dissipada, o que torna a estimativa do amortecimento uma tarefa difícil (CARVALHO, 2002).

Alves Filho (2008) sugere que, como o amortecimento de um sistema está associado à perda de amplitude nas oscilações livres, o amortecimento seja quantificado experimentalmente a partir da perda de amplitude em oscilações livres, entre dois ciclos consecutivos. A Figura 9 é uma representação gráfica de uma vibração livre amortecida. A linha pontilhada do gráfico representa o decaimento da amplitude com o passar do tempo. Essa taxa de decaimento é uma forma conveniente de determinar a quantidade de amortecimento presente, pois o que interessa é quantificar a energia dissipada por ciclo de oscilação. A taxa de decaimento é exponencial, e pode relacionar duas amplitudes consecutivas por intermédio dos logaritmos naturais. O

*Decremento Logarítmico* é representado pela letra grega  $\delta$ , está expresso na equação (25), e é o logaritmo natural do quociente de duas amplitudes consecutivas quaisquer.

$$\delta = \ln \frac{U_1}{U_2} \quad (25)$$

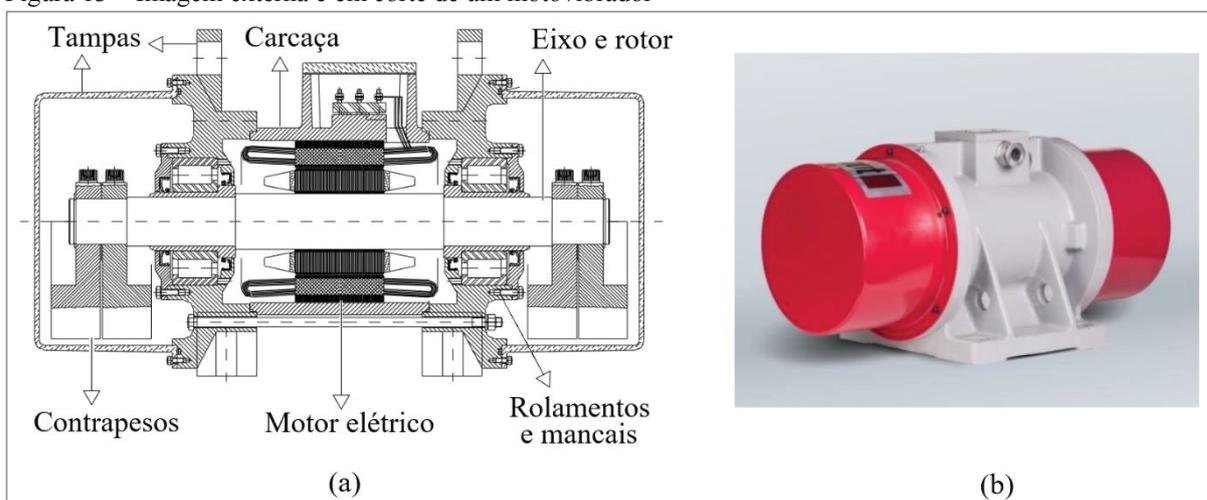
Onde  $U_1$  é a amplitude da oscilação anterior à  $U_2$ , o que torna sempre  $U_1 > U_2$  e o  $\delta$  um valor positivo. As amplitudes  $U_1$  e  $U_2$  estão separadas por um período  $T$  completo. A partir do decremento logarítmico, é possível calcular o fator de amortecimento  $\zeta$ . A equação (25) pode ser desenvolvida substituindo os valores de  $U_1$  e  $U_2$  na equação (7), resultando na equação (26):

$$\delta = \frac{2\pi \cdot \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (26)$$

### 2.2.6 Motovibradores

Motovibradores ou motores de vibração eletromecânica são dispositivos eletromecânicos cuja função é provocar a vibração em máquinas e equipamentos em processos variados para que atinjam determinados objetivos. A forma construtiva de um motovibrador consiste basicamente em: motor elétrico, rolamentos e mancais, carcaça, tampas laterais internas e externas, eixo e rotor, isoladores e contrapesos (MAVI, 2017). A Figura 13 mostra uma vista em corte de um motovibrador com a indicação das principais partes que o compõe em (a), e sua imagem externa em (b).

Figura 13 – Imagem externa e em corte de um motovibrador



FONTE: Catálogo Mavi (2017).

O motor elétrico é assíncrono, ou seja, a velocidade de rotação do motor não é proporcional à frequência de alimentação e deve ter um bobinamento especial para suportar vibrações (MAVI, 2017).

Os contrapesos são massas inerciais reguláveis em sua excentricidade, são colocadas nas extremidades dos eixos e podem ter formato de meia circunferência ou circunferência completa. Quando tem formato de meia circunferência, a regulagem da excentricidade é feita através do posicionamento relativo entre si; e quando o formato é de circunferência completa, a regulagem da excentricidade é feita acrescentando pequenas barras em furos pré-fabricados nas circunferências.

Os contrapesos podem ser fabricados em material fundido ou em chapas de aço. Os contrapesos devem ser dimensionados para cada tamanho de motovibrador, com o intuito de gerar o impacto vibratório necessário em cada tipo de tarefa (MAVI, 2017).

A carcaça protege a região central do motovibrador, deve ser fabricada em material resistente às vibrações, assim como as tampas laterais, que protegem os contrapesos. O conjunto do motovibrador normalmente é totalmente fechado, isso permite que o conjunto tenha resistência a vapores e materiais em suspensão na atmosfera, além de proteger o operador (MAVI, 2017).

Segundo MVL (2018), o motovibrador é um motor trifásico especialmente projetado para vibrar, por isso ele tem algumas características que o distinguem de um motor trifásico comum, relacionadas principalmente à diferenças construtivas: rolamentos super dimensionados, eixo de maior diâmetro, carcaça maior para dissipação do calor, fixação mais resistente, proteção mais severa das bobinas elétricas.

O motovibrador pode ser de corrente contínua ou de corrente alternada. Motores de corrente contínua são utilizados em casos especiais, pois são de alto custo, mas podem funcionar com velocidade ajustável e tem grande flexibilidade e precisão. Motores de corrente alternada são os mais utilizados porque a rede de distribuição é geralmente em corrente alternada. Motovibradores com velocidade fixa são usados somente para grandes potências (VIBROFLEX, 2018).

### **2.3 Elementos Finitos**

Nas atividades diárias de engenheiros e projetistas, são colocados problemas técnicos que deverão ser resolvidos satisfatoriamente. Para solucioná-los, utilizam-se equações, tabelas

e conhecimentos adquiridos nos anos de estudo e de trabalho. E não basta conhecimento matemático, é preciso entender a natureza física do fenômeno que se propõe a resolver.

Quando se trata de sistemas de geometria simples, com condições de carregamento bem-comportados, obtém-se soluções exatas a partir de equações práticas e bem conhecidas. Mas na maioria dos casos reais, peças e estruturas são muito complexas para serem analisadas por técnicas clássicas. O Método dos Elementos Finitos é um caminho alternativo para a resolução de problemas de engenharia, buscando soluções aproximadas, dentro da precisão aceitável para engenharia. O Apêndice C apresenta alguns conceitos fundamentais do Método dos Elementos Finitos.

### 2.3.1 Carregamentos atuantes

Ao iniciar o projeto de uma estrutura, entre tantos fatores que devem ser analisados, um dos principais é a carga ou as cargas atuantes. De acordo com Alves Filho (2008), a carga que atua em uma estrutura pode ser:

- Estática: onde a carga sobre uma estrutura não varia com o tempo ou a estrutura é carregada lentamente, até atingir um valor máximo, e a resposta da estrutura pode ser calculada por análise estática em qualquer instante. Os modelos estáticos de elementos finitos determinam a resposta estrutural a partir da condição deformada determinada pela rigidez da estrutura, representado de forma compacta pela equação (27). Ou seja, as forças externas são absorvidas pelas forças elásticas características de cada material, resultando na condição deformada da estrutura.

$$\{F\} = [K].\{U\} \quad (27)$$

- Dinâmica: onde a estrutura está sujeita a cargas que variam rapidamente com o tempo, e que apresentam particularidades que podem afetar o comportamento da estrutura. A estrutura se movimenta apresentando variações de velocidade e, portanto, de aceleração, e como a estrutura tem massa, conforme o princípio fundamental da Dinâmica, surge a *Força de Inércia*, expressa pela equação (28):

$$F = m. a \quad (28)$$

Onde  $F$  é a força de inércia,  $m$  é a massa e  $a$  é a aceleração da estrutura.

A força de inércia não estava presente na análise estática, mas está presente na análise dinâmica, e junto com as forças elásticas, ocorre o fenômeno da *vibração*, que está presente em grande parte dos projetos mecânicos. Adotar um modelo estático de elementos finitos para

representar situações como esta traz resultados inadequados. Na prática, deve-se considerar no projeto tanto as estruturas estáticas como as dinâmicas.

Segundo Alves Filho (2008), as cargas dinâmicas podem ser:

- Cíclicas ou periódicas: são cargas que se repetem em tempos iguais, e se essas cargas forem impostas a uma estrutura, ocasionará sua vibração.

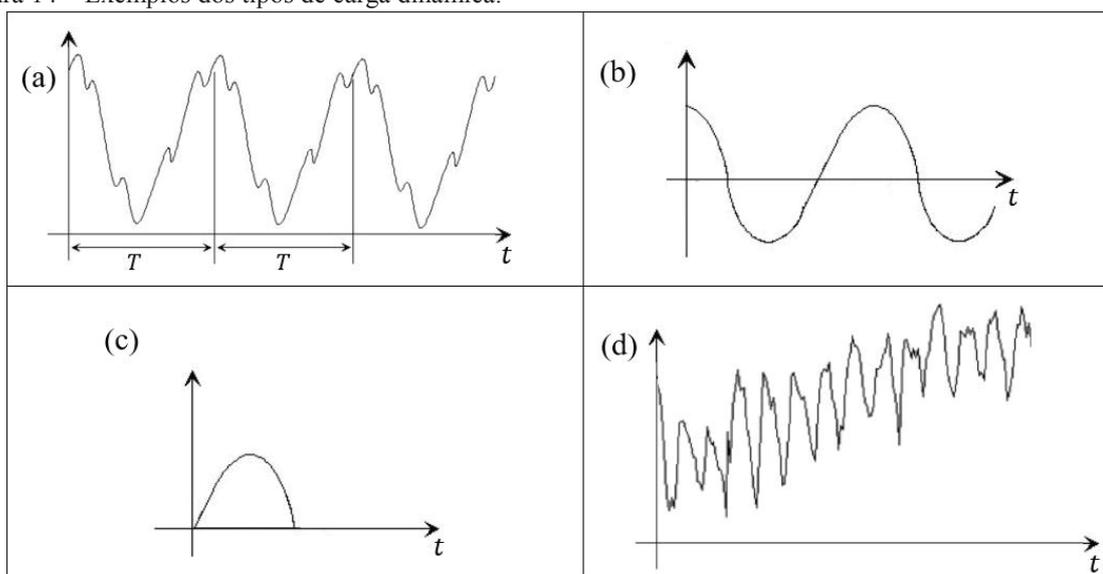
- Senoidais: é um tipo de carga periódica, mas a variação é senoidal. Também chamada de harmônica.

- Impulsivas ou de impacto: carga que atua em um pequeno intervalo de tempo.

- Carregamento dinâmico geral: são cargas de longa duração e não são periódicas.

A Figura 14 apresenta um exemplo de cada tipo de carga dinâmica. O gráfico (a) é um exemplo de carga cíclica; o gráfico (b) é uma carga senoidal; (c) é uma carga de impacto; e (d) é uma carga dinâmica geral.

Figura 14 – Exemplos dos tipos de carga dinâmica.



FONTE: O autor (2019).

Alves Filho (2008) também classifica as cargas atuantes como Carregamentos Determinísticos e Carregamentos Aleatórios. Carregamentos determinísticos são aqueles cujo carregamento atuante é definido por uma função matemática de tempo, onde os valores da carga são determinados em qualquer instante  $t$ . Conhecendo a carga em qualquer instante, pode-se prever o comportamento da estrutura ao longo do tempo. A função matemática pode ser uma equação, uma tabela ou um gráfico Força x Tempo. Um exemplo de carregamento determinístico seria o carregamento senoidal atuante em máquinas. Os carregamentos aleatórios ocorrem quando é impossível prever o valor instantâneo de carregamento em uma estrutura.

Nesses casos, o que se faz é observar o fenômeno e verificar a probabilidade de carregamento que a situação pode assumir, por exemplo as flutuações do vento que afetam estruturas.

### 2.3.2 Análise dinâmica

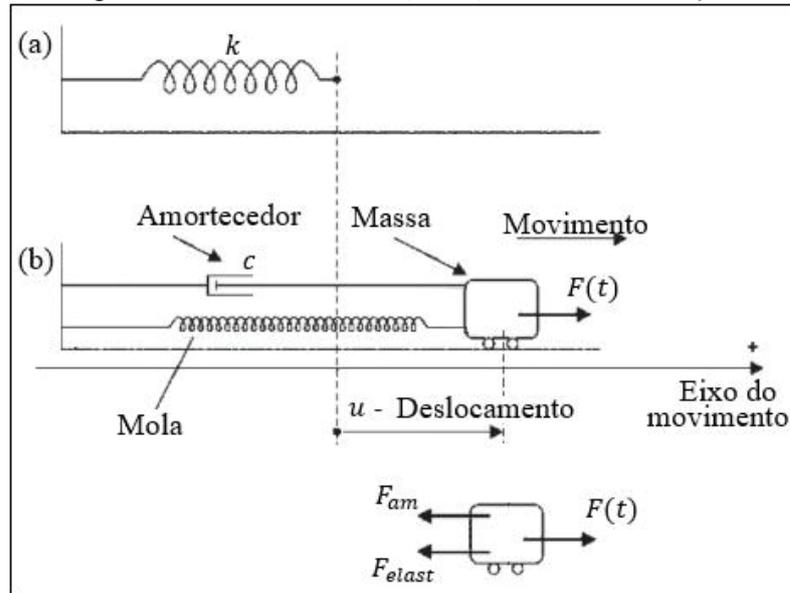
Para prever o comportamento de uma estrutura ou componente onde atuam cargas dinâmicas, a equação (27) não é suficiente, pois aqui surge a força de inércia e a massa. O comportamento estático da estrutura é verificado a partir do estudo da força – deslocamento dos inúmeros elementos de mola. O comportamento dinâmico da estrutura é representado por inúmeros sistemas corpo – mola, ou massa – mola, compostos por rigidez e massa. Cada grau de liberdade é representado por um sistema corpo – mola (ALVES FILHO, 2008).

Segundo Meireles (2007, apud MOAVENI, 2003), um sistema dinâmico pode ser definido como um conjunto de elementos que possuem massa e que são capazes de movimentos relativos. Devido à variação de velocidade que ocorre durante os movimentos, e como os elementos possuem massa e inércia não desprezíveis, somado à aplicação de forças externas, a energia cinética do sistema pode variar com o tempo. Para a análise do sistema dinâmico pelo Método dos Elementos Finitos, a discretização do sistema proporcionará a descrição dos deslocamentos de um número limitado de parâmetros associados aos nós da estrutura. Cada um desses parâmetros é designado *grau de liberdade*.

As relações matemáticas que permitem a solução do problema dinâmico utilizam as três leis fundamentais: a lei da compatibilidade de deslocamentos, a lei do comportamento do material e a lei do equilíbrio de forças. Mas na análise dinâmica a lei do equilíbrio de forças considera as condições do equilíbrio dinâmico. E para isso são utilizadas as equações do movimento, que podem ser obtidas a partir da segunda Lei de *Newton* (ALVES FILHO, 2008).

A Figura 15 representa um sistema corpo – mola para um grau de liberdade, e o seu diagrama do corpo livre. Neste exemplo, o corpo é movimentado a partir de uma força externa esticando a mola e provocando um deslocamento  $u$ . A mola é a rigidez da estrutura ou do elemento, a massa é a força de inércia, e o amortecedor  $c$  é a perda de energia sofrida pelo sistema. A Figura 15 - (a) mostra a mola na condição indeformada, e em (b) mostra a mola deformada após movimento aplicado pela força  $F(t)$ . Para solução do problema se aplica a segunda Lei de *Newton*, resultante das forças é igual ao produto da massa pela aceleração.

Figura 15 – Sistema de um grau de liberdade com Massa, Mola, Amortecedor e Força Externa.



FONTE: Alves Filho (2008).

O diagrama do corpo livre destaca três forças atuando sobre o corpo na direção horizontal:

1)  $F(t)$  = é a força externa aplicada sobre o corpo, em função do tempo, que provocou o esticamento da mola.

2)  $F_{elast}$  = é a força que a mola aplica no corpo, chamada de força elástica, e tem sentido contrário à  $F(t)$ , pois a tendência é que a mola puxe o corpo de volta para a posição de equilíbrio. A intensidade da força elástica é proporcional à deformação da mola:  $F_{elast} = k \cdot u$ .

3)  $F_{am}$  = é a força que o amortecedor aplica sobre o corpo, chamada de força de amortecimento, e também tem sentido contrário à  $F(t)$ . A intensidade da força de amortecimento é proporcional à velocidade:  $F_{am} = c \cdot v$ .

A resultante das forças pode ser expressa pela equação (29):

$$F(t) - F_{elast} - F_{am} = m \cdot a \quad \text{ou}$$

$$F(t) - k \cdot u - c \cdot v = m \cdot a \quad (29)$$

Onde:

$m$  = massa do corpo

$a$  = aceleração

$c$  = constante de amortecimento

$v$  = velocidade

Segundo Knight (2009), por definição, a velocidade e a aceleração são derivadas do espaço (ou deslocamento do corpo) em relação ao tempo. A velocidade  $v$  é a derivada de 1º ordem do deslocamento  $u$ , assim obtém-se a equação (30):

$$v = \frac{du}{dt} = \dot{u} \quad (30)$$

E a aceleração é a derivada de 2º ordem do deslocamento  $u$ , ou de 1º ordem da velocidade  $v$ , resultando na equação (31):

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2} = \ddot{u} \quad (31)$$

Logo, a equação (29) pode ser reescrita como:

$$F(t) - k \cdot u - c \cdot \dot{u} = m \cdot \ddot{u}$$

Reorganizando:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = F(t) \quad (32)$$

A equação (32) representa o comportamento dinâmico de uma estrutura de um grau de liberdade, e é a mesma conclusão que se chegou na equação (4).

### 2.3.3 Sistemas de vários graus de liberdade

Para vários graus de liberdade, a equação (32) seria aplicada para cada um deles, formando várias equações simultâneas, e a solução dessas equações não é tão simples, já que se tratam de equações diferenciais, e para esta resolução também são utilizados computadores eletrônicos, e a forma que os *softwares* processam as equações é por técnicas matriciais, onde cada informação sobre cada elemento é disposta na respectiva matriz (ALVES FILHO, 2008):

$$[M] \cdot \{\ddot{U}\} + [C] \cdot \{\dot{U}\} + [K] \cdot \{U\} = \{F(t)\} \quad (33)$$

A equação (33) representa o comportamento dinâmico de uma estrutura com vários graus de liberdade, onde:

$[M]$  = é a matriz que contabiliza as massas nodais de toda a estrutura.

$\{\ddot{U}\}$  = é a matriz coluna que contém as acelerações nodais dos graus de liberdade que se movimentam.

$[C]$  = é a matriz que contabiliza os amortecimentos presentes em toda a estrutura.

$\{\dot{U}\} =$  é a matriz coluna que contém as velocidades nodais dos graus de liberdade que se movimentam.

$[K] =$  é a matriz de rigidez da estrutura correspondente aos graus de liberdade que se movimentam.

$\{U\} =$  é a matriz coluna que contém os deslocamentos nodais dos graus de liberdade que se movimentam.

$\{F(t)\} =$  é a matriz coluna que contém as forças nodais dos graus de liberdade que se movimentam.

Se um sistema com dois graus de liberdade for movimentado, as matrizes de massa  $[M]$ , de amortecimento  $[C]$  e de rigidez  $[K]$  terão dimensão  $2 \times 2$ . Para problemas encontrados no dia-a-dia com aplicações em elementos finitos, o número de graus de liberdade pode ser muito maior. Generalizando, para  $N$  graus de liberdade, as matrizes  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  terão dimensão  $N \times N$ .

As inúmeras ou até milhares de equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico de uma estrutura são representadas de forma compacta pela equação (33). Se para resolver uma equação diferencial exige um certo trabalho, resolver “milhares” de equações diferenciais em uma mesma estrutura exige um procedimento adequado. Se tratando de uma mesma estrutura, estas equações diferenciais não são independentes entre si, pois elas traduzem matematicamente o movimento dos nós, que estão acoplados uns aos outros. De acordo com Alves Filho (2018), há dois grandes caminhos que podem ser utilizados para solucionar o sistema de equações diferenciais:

**1º)** Integrar o sistema de equações diferenciais de forma direta, simultaneamente, respeitando os acoplamentos entre as equações. Iniciar o processo de integração sem fazer transformação no sistema de equações. Os métodos de *Integração Direta* são melhores aplicados em problemas não lineares.

**2º)** Desacoplar o sistema de equações, isso quer dizer que antes de iniciar a integração do sistema de equações, com todas as equações simultaneamente, antes deve-se transformar o sistema e apresentá-lo de forma equivalente. Resolve-se vários problemas independentes uns dos outros, depois superpõe esses resultados para obter a resposta de interesse. Esse método é chamado de *Superposição Modal*.

É interessante utilizar o método da superposição modal em casos onde o número de modos de vibrar é pequeno, em relação ao número total de modos do modelo. Em outros casos, como o problema de propagação de ondas, onde a excitação de componentes tem um período

de atuação muito curto, ou de alta frequência, é indicado trabalhar com o método da integração direta, pois, do contrário, seria necessário incluir um grande número de modos de vibrar para obter uma resposta adequada. A escolha do método da integração numérica é feita pela sua efetividade numérica.

#### 2.3.4 Métodos de integração direta implícita

O *LS-Dyna* é um *software* avançado de elementos finitos, desenvolvido e controlado pela *Livermore software Technology Corporation* (LSTC). Ele é utilizado para analisar a resposta não linear de estruturas, fazendo análise explícita ou implícita com integração direta no tempo.

O programa é capaz de simular desde problemas muito simples até os mais complexos e reais. É utilizado por diversos setores: automobilístico, aeroespacial, construção, militar, manufatura e bioengenharia. Engenheiros podem utilizar o programa para tratar de situações que envolvem grandes deformações, contatos entre peças que mudam com o tempo, diferentes tipos de materiais, acidentes automotivos, explosões, fabricação de peças mecânicas, falhas de materiais, modelos com grande quantidade de peças, e mais uma numerosa quantidade de aplicações que podem ser adaptadas. O *LS-Dyna* é um dos programas de análise por elementos finitos, disponíveis no mercado, mais flexíveis.

O *LS-Dyna* compõe-se de um arquivo executável orientado por linha de comandos, e para executar o programa é necessário um arquivo executável, um arquivo de entrada e um computador com espaço suficiente para executar o cálculo. Os arquivos de entrada podem ser preparados em qualquer editor de texto, pois estão em formato ASCII simples, e também por pré processadores gráficos. O pré processador desenvolvido pela LSTC é o *LS-PrePost* (LSTC, 2018). O Apêndice D apresenta alguns comandos importantes utilizados nos arquivos.

Essa seção foi escrita a partir do *Ls-Dyna - Keyword User's Manual, Version 970* (2003). Os termos *implícito* e *explícito* se referem ao algoritmo de tempo de integração. Na análise explícita, forças internas e externas são somadas para cada ponto nodal, e a aceleração nodal é calculada dividindo pela massa nodal. A solução é obtida pela integração dessa aceleração no tempo. O máximo tamanho de passo de tempo é limitado pela condição de *Courant*, produzindo um algoritmo que tipicamente requer muitos passos de tempo relativamente de baixo custo.

No método implícito, uma matriz de rigidez global é calculada, invertida, e aplicada ao balanço de forças desequilibrado para obter um incremento de deslocamento. A vantagem desse

método é que o tamanho do passo de tempo pode ser selecionado pelo usuário. A desvantagem é o grande esforço numérico requerido para armazenar e fatorizar a matriz de rigidez. Portanto, simulações implícitas tipicamente envolvem um relativo pequeno número de passos de tempo de alto custo computacional. Para uma melhor performance implícita, é importante prover memória computacional suficiente para permitir a fatorização da matriz de rigidez. Em muitos casos, a memória padrão precisa ser aumentada. No *Ansys Ls-dyna* essa condição é possível, no menu preferências de customização/preferências, onde é possível definir o tamanho da memória em palavras de memória, tamanho de arquivo e número de CPUs disponível.

Para configurar uma análise implícita no *Ls-dyna* a palavra-chave (*keyword*) *\*CONTROL\_IMPLICIT\_GENERAL* é usada para ativar o método implícito. O *software Ls-dyna* pode realizar uma análise implícita linear ou não linear. A palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_SOLUTION* é usada para selecionar entre esses tipos de análise implícita. Em adição, uma análise de autovalores pode ser realizada para extrair as frequências e as formas modais.

Para realizar uma análise implícita linear, é utilizada a palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_GENERAL* para ativar o método implícito e para especificar o tamanho do passo de tempo. A entrada com o tempo de conclusão da análise é feita usando a palavra-chave *\*CONTROL\_TERMINATION*. Para uma análise de passo de tempo única, deve ser selecionado o tamanho de passo de tempo igual ao tempo de conclusão da análise. Para requerer uma análise linear a palavra-chave é *\*CONTROL\_IMPLICIT\_SOLUTION*. As formulações de elementos lineares podem ser selecionadas usando a palavra-chave *\*SECTION\_SOLID* e/ou *\*SECTION\_SHELL*. Para melhor precisão, uma versão do *Ls-dyna* com dupla precisão pode ser utilizada para análise linear. Para tal, no menu customização/preferências em *ANSYS Mechanical APDL Product Launcher*, deve ser habilitado análise com dupla precisão. Outra forma de realizar a análise com dupla precisão é utilizar a palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_SOLVER* e selecionar o método de solução do sistema de equações #5 ou #6, que são de dupla precisão. Esse método provem a matriz global de rigidez com dupla precisão antes da fatoração, para reduzir o erro numérico por truncamento.

Para realizar uma análise de autovalores, é utilizada a palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_GENERAL* para ativar o método implícito e especificar o passo de tempo. A entrada do tempo de conclusão da análise é feita usando a palavra-chave *\*CONTROL\_TERMINATION* (o passo de tempo e o tempo de conclusão da análise precisam ser diferentes de zero pois, caso contrário, o *Ls-Dyna* apresentará somente o cálculo dos

autovalores e encerrará a análise). A palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_EIGENVALUE* é utilizada para indicar o número de autovalores e frequências de interesse. Para melhor precisão, utilizar uma versão do *Ls-dyna* de dupla precisão.

Uma simulação implícita não linear é tipicamente dividida em vários passos. Numa simulação dinâmica, estes passos são os passos de tempo. Numa simulação estática, estes passos são os passos de carregamento. Passos múltiplos podem ser usados para dividir o comportamento não linear em partes manejáveis, para obter resultados em estágios intermediários durante a simulação, ou possivelmente para resolver uma frequência particular de movimento numa simulação dinâmica. Em cada passo, uma geometria de equilíbrio é buscada com balanços de forças internos e externos no modelo. Um resolvidor (*solver*) de equações não linear realiza uma pesquisa interativa utilizando um dos vários métodos baseados no Método de *Newton*. A convergência desses processos iterativos é obtida quando a norma do deslocamento e/ou energia cai abaixo de tolerâncias prescritas pelo usuário.

Os parâmetros de controle para o resolvidor não linear de equações são fornecidas usando a palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_SOLUTION*. Por padrão, o progresso da pesquisa de equilíbrio não é mostrado na tela. Essa saída de dados pode ser ativada usando um ou outro parâmetro de carregamento *NLPRINT*, ou interativamente e de forma alternada ou desligando pela entrada do comando “<ctrl-c> *nlprint*”. A caixa de mensagem da Figura 16 mostra uma sequência de interação típica, onde a norma de deslocamento ( $du/u$ ) e energia ( $Ei/E0$ ) são mostradas. Quando essas normas são reduzidas pelas prescrições do usuário (padrão é  $1.0E - 3$  e  $1.0E - 2$ , respectivamente), o equilíbrio é encontrado com suficiente precisão, e o processo de interação é dito ter convergido, e o processo de solução avança para o próximo passo de tempo.

Figura 16 – Caixa de mensagem mostrada em uma interação típica.

```

BEGIN time step      3
=====
                time =  1.50000E-01
    current step size =  5.00000E-02
Iteration:   1      *|du|/|u| =  3.4483847E-01      *Ei/E0 =  1.0000000E+00
Iteration:   2      *|du|/|u| =  1.7706435E-01      *Ei/E0 =  2.9395439E-01
Iteration:   3      *|du|/|u| =  1.6631174E-03      *Ei/E0 =  3.7030904E-02
Iteration:   4      *|du|/|u| =  9.7088516E-05      *Ei/E0 =  9.6749731E-08

```

FONTE: LSTC (2003).

Dentro de cada iteração de equilíbrio, precisa ser resolvido um sistema de equações linear na forma  $K\Delta u = R$ . Para fazer isso, a matriz de rigidez  $K$  é invertida e é aplicado uma carga desbalanceada ou residual  $R$ , produzindo um incremento de deslocamento  $\Delta u$ . Armazenar e resolver esse sistema linear representa um custo grande de memória e CPU para análise implícita. O controle dos parâmetros do resolvidor de sistemas lineares para a equação  $K\Delta u = R$  são fornecidos usando a palavra-chave `*CONTROL_IMPLICIT_SOLVER`. Diversos métodos diferentes para resolver equações lineares estão disponíveis, incluindo diretos (eliminação de *Gauss*) e iterativos (gradiente conjugado de *Lanczos*). Um esquema de armazenagem esparsa é utilizado para minimizar as exigências de memória computacional. Duas opções estão disponíveis para reordenação matricial, permitindo que nós e elementos sejam numerados arbitrariamente pelo usuário. É muito importante alocar suficiente memória para a fatorização da matriz de rigidez. O procedimento para alocar memória adicional no *Ansys Ls-dyna* já foi apresentado nos parágrafos anteriores.

Diversos resolvidores de equações não lineares estão disponíveis no *Ls-dyna* para encontrar o equilíbrio em cada passo de tempo. Todos iterativos por natureza. No Método de *Newton* completo (*full Newton method*), uma nova matriz de rigidez é formada e invertida em cada iteração de equilíbrio. Este é o método mais custoso, mas pode requerer poucas iterações para alcançar o equilíbrio. No Método de *Newton* modificado (*modified Newton method*), várias iterações são realizadas usando a mesma matriz de rigidez. Após cada iteração, a geometria é atualizada usando  $\Delta u$  e um novo  $R$  é calculado. Essa aproximação reduz custo evitando a formação e fatorização da matriz de rigidez  $K$ , mas usualmente exige mais iterações para alcançar o equilíbrio.

O resolvidor de equações padrão é o BFGS, que utiliza um quase Método de *Newton*. Nesse método, uma matriz de rigidez  $K$  é utilizada em várias iterações, mas é melhorada a cada iteração usando um algoritmo de atualização. Se a convergência não é alcançada após dez iterações, ou se divergência (aumento de  $R$ ) é detectada, então uma nova matriz de rigidez é automaticamente formada e invertida. Esse método híbrido combina a eficiência do Método de *Newton* modificado com a confiabilidade do Método de *Newton* completo. O número de iterações entre as reformulações da matriz de rigidez é um dado de carregamento do usuário, o padrão é dez. Se um outro valor é escolhido, então o Método de *Newton* completo é retomado.

Os *prints* de saída da Figura 17 mostra o comportamento típico do resolvidor não linear de equações. Reformulações automáticas da matriz de rigidez são realizadas, inicialmente de acordo com a divergência, e mais tarde quando o limite padrão de dez iterações é excedido. Por

padrão, o progresso da pesquisa do equilíbrio não é mostrado na tela. Essa saída é ativada usando o comando *NLPRINT*.

Figura 17 - Comportamento típico do resolvidor não linear de equações.

```

BEGIN time step      1
=====
                time =  1.00000E+00
        current step size =  1.00000E+00

Iteration:   1      *|du|/|u| =  2.5517753E+00      *Ei/E0 =  1.0000000E+00

DIVERGENCE (increasing residual norm) detected:
  |{Fe}-{Fi}| ( 7.5426269E+03) exceeds |{Fe}| ( 5.0000000E+00)
automatically REFORMING stiffness matrix...

Iteration:   2      *|du|/|u| =  6.0812935E-01      *Ei/E0 =  4.0526413E-01
Iteration:   4      *|du|/|u| =  1.0974191E-02      *Ei/E0 =  2.3907781E-04
Iteration:   5      *|du|/|u| =  1.0978787E-02      *Ei/E0 =  1.7910795E-04
Iteration:   6      *|du|/|u| =  4.2201181E-03      *Ei/E0 =  4.2557768E-05
Iteration:   7      *|du|/|u| =  4.1142219E-03      *Ei/E0 =  3.0658711E-05
Iteration:   8      *|du|/|u| =  1.9794757E-03      *Ei/E0 =  9.1215551E-06
Iteration:   9      *|du|/|u| =  1.7957653E-03      *Ei/E0 =  6.1669480E-06
Iteration:  10      *|du|/|u| =  1.2022830E-03      *Ei/E0 =  2.9031284E-06

ITERATION LIMIT reached, automatically REFORMING stiffness matrix...

Iteration:  11      *|du|/|u| =  5.4011414E-04      *Ei/E0 =  1.0553019E-06

```

FONTE: LSTC (2003).

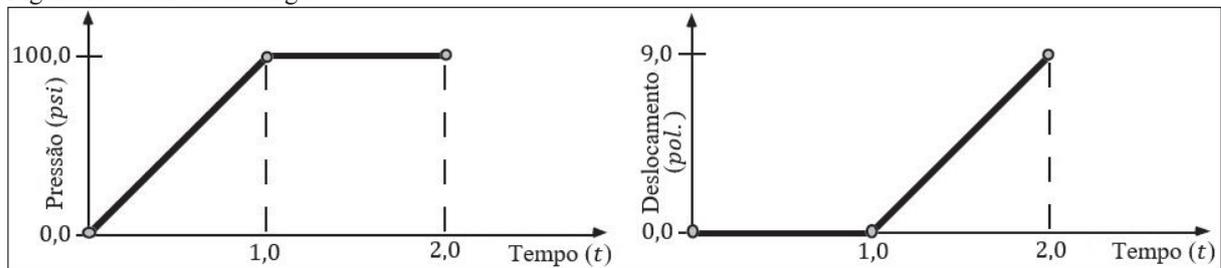
Os elementos padrões do *Ls-dyna* são altamente eficientes, usando um único ponto de integração. Para análise implícita é geralmente mais efetivo o uso de formulações mais caras que são menos suscetíveis à instabilidade por *hourglass*. O elemento de *Hughes-Liu #2*, o elemento de casca #6 e o elemento de casca rápido #16 são boas escolhas para análise implícita. Formas de controle de *hourglass* são recomendadas, como *hourglass* tipo #6, requerido para o uso com problemas implícitos com elementos sólidos.

O carregamento numa análise implícita é aplicado usando as mesmas palavras-chave da análise explícita. Curvas de carga são usadas para controlar a magnitude de cada carregamento no processo de simulação. Tipicamente, a magnitude de cada carga começa em zero, e é aumentada até o seu valor total no final no último passo de tempo da simulação. Nesse caso, a curva de carga pode ser definida usando somente dois pontos. Por exemplo, considerando uma análise estática onde a pressão é de 100 *psi* deve ser aplicada em quatro passos. Desde que a análise seja estática, o passo de tempo pode ser escolhido arbitrariamente. Por conveniência, é

escolhido o passo de tempo de 0,25, e um tempo terminal de 1,0. Para esse problema, a curva de carga pode ter somente dois pontos: (0,0; 0,0) e (1,0; 100,0). O *Ls-dyna* automaticamente usa uma interpolação linear para determinar a magnitude de carga em cada passo de tempo intermediário.

Em um caso mais complexo, é considerado um problema estático com dois tipos de carregamento. Primeiro, uma pressão estática de 100 *psi* é aplicada, seguida por um deslocamento prescrito de 9,0 polegadas. Duas curvas de carga são usadas para esse problema, uma para controlar a pressão, e outra para o deslocamento, como mostrado na Figura 18. Percebe-se que o deslocamento é prescrito para ser zero enquanto a pressão é aplicada, então a pressão é feita constante enquanto o deslocamento é aplicado.

Figura 18 – Curvas de carga.



FONTE: LSTC (2003).

As curvas de carga da Figura 18 são um exemplo de aplicação com dois tipos de eventos. Por conveniência, nesta simulação estática, o carregamento de pressão é especificado para iniciar num tempo inicial de 0,0 e tem um tempo final de 1,0. O deslocamento começa no tempo 1,0 e termina no tempo 2,0.

O controle automático de passo de tempo é executado da seguinte forma: nas mais simples análises implícitas de multipasso de tempo, o usuário especifica o tempo de conclusão da análise usando a palavra-chave *\*CONTROL\_TERMINATION*, e o passo de tempo usando a palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_GENERAL*, e cada passo de tempo é do mesmo tamanho. Mas para muitas simulações, o grau de não linearidade varia durante o curso da análise. Nesse caso, o tamanho do passo ideal varia tal que a solução para encontrar o equilíbrio em cada passo de tempo é muito difícil. Esse problema pode ser resolvido introduzindo a palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_AUTO*.

Existem duas vantagens em usar o controle de passo de tempo automático. Primeiro, o tamanho do passo de tempo é automaticamente aumentado e/ou diminuído em função da resposta da não linearidade da análise. A não linearidade é medida pelo número de iterações requerida para encontrar o equilíbrio. Uma vantagem adicional é que se o equilíbrio falhar

durante o passo de tempo, o *Ls-dyna* não encerra a análise. Em vez disso, o passo de tempo é repetido utilizando um diferente passo de tempo. Esse processo de tentativa e erro aumentando e diminuindo o passo de tempo torna o processo automático, melhor do que acertar o passo de tempo manualmente. Os parâmetros de entrada para o controle automático do passo de tempo permitem a especificação do número ótimo de iterações por passo de tempo. Ele indica quão duro o *Ls-dyna* trabalhará em cada passo de tempo. Se o equilíbrio é encontrado em poucas iterações, o tamanho do passo de tempo aumenta, e se a pesquisa de equilíbrio requer mais do que o número ótimo de iterações, então o próximo passo de tempo diminui. Os valores mínimos e máximos para os limites de passo de tempo são também fornecidos como dados de entrada.

A convergência nos processos não lineares de iteração é o grande desafio na utilização de análise implícita no *Ls-dyna*. Abaixo apresenta-se alguns problemas usuais:

a) Análise de autovalores

Muitos problemas de convergência em análise implícita estática são causados por modos de corpo rígido não restringidos. Eles são criados quando um número insuficiente de restrições é aplicado ao modelo, ou quando partes individuais do modelo não estão conectados. A análise de autovalores é uma excelente ferramenta de diagnóstico para checar esse tipo de problema. Para realizar uma análise de autovalores, simplesmente adiciona-se a palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_EIGENVALUE* no arquivo de carregamento de palavras-chave. Utiliza-se o primeiro parâmetro *NEIFV=20* para calcular os primeiros vinte modos. Então verifica-se as frequências no arquivo de texto “*eigout*” e os modos animados no arquivo de saída “*d3eigv*” usando o *Ls-prepost*, e se existem frequências próximas de zero. Adiciona-se as restrições para eliminar partes do modelo sem vinculação ou restrições (partes soltas).

b) *D3ITER* dados de plotagem

Para diagnosticar problemas de convergência que se desenvolvem no meio das simulações, deve-se obter a figura da malha deformada. Então ajusta-se o intervalo de saída para o “*d3plot*” para produzir o estado de saída depois de cada passo que leva ao tempo problemático. Um arquivo adicional binário de dados para plotagem denominado “*d3iter*” estará disponível e mostrará a malha deformada durante cada iteração de equilíbrio. Entra-se neste arquivo de saída com o comando *<ctrl-c>*. Esses dados podem ser visualizados usando o *Ls-prepost*. Pode-se observar que os dados de tensão não estão incluídos. Frequentemente o problema torna-se óbvio, especialmente se a deformada é ampliada.

De acordo com Cook, Malkus e Plesha (1988), muitos dos métodos implícitos são incondicionalmente estáveis e não tem restrição ao valor do passo de tempo a não ser as

exigências para a acuracidade e precisão da análise. Desde que o método seja estável para qualquer passo de tempo, a seleção do passo de tempo é baseada na acuracidade. Comparado com o método explícito, o custo computacional é mais baixo. Assim, os métodos implícitos são economicamente atrativos somente quando o passo de tempo possa ser maior do que o passo de tempo utilizado em análises explícitas. Incondicionalmente estável (o que não implica precisão incondicional) aliado com a economia da utilização de passos de tempo grande tenta muitos analistas a usar passos de tempo muito grandes.

Para garantir acuracidade nos resultados, o *software Ls-Dyna* apresenta os seguintes recursos através dos comandos (LSTC, 2003):

1) *\*CONTROL\_IMPLICIT\_GENERAL*: Tem como propósito ativar a análise implícita dinâmica e define os parâmetros de controle associados.

2) *\*CONTROL\_IMPLICIT\_SOLUTION*: Tem como propósito especificar se uma solução linear ou não linear é desejada. Nas análises deste trabalho foi selecionado o parâmetro 2 que implica análise não linear. É a opção padrão do *software*. Adotou-se também como tolerância para convergência de deslocamento o valor de 0.001 (valor padrão do *software*).

3) *\*CONTROL\_IMPLICIT\_SOLVER*: O resolvidor linear de equações realiza a inversão de matriz de rigidez *CPU-intensive* para cada iteração. Foi utilizada o valor padrão 4 denominado *SMP parallel multi-frontal sparse solver (double precision)*.

4) *\*CONTROL\_IMPLICIT\_AUTO*: Define parâmetros para controle automático de passo de tempo durante a análise implícita.

5) *\*CONTROL\_IMPLICIT\_DYNAMICS*: Ativa análise implícita dinâmica e define constantes de integração no tempo. Foi utilizado o parâmetro 2, que define análise dinâmica por superposição modal.

6) *\*CONTROL\_IMPLICIT\_STABILIZATION*: Esta opção define estabilização artificial para análise multi-passo não fornecida. Essa opção foi selecionada como do tipo 1, ou seja, ativa. Foram utilizados fator 1 para o fator de escala para a estabilização artificial (padrão).

7) *\*CONTROL\_IMPLICIT\_EIGENVALUE*: Ativa análise implícita de autovalores e define os parâmetros de entrada, como o número de frequências naturais a serem extraídas. O método de extração dos autovalores utilizado pelo programa é denominado “*Block Shift and Invert Lanczos*”. Para realizar a análise é necessário ativar a análise como implícita selecionando *IMFLAG=1* através do comando *\*IMPLICIT\_GENERAL*, e indicar um valor não zero como número de autovalores a extrair. Por definição padrão, os valores menores de autovalores serão encontrados. Quando um valor maior do que zero for especificado para o

número de autovalores a ser extraído, a extração será realizada no tempo zero e o *Ls-dyna* encerrará.

O código *Block Shift and Invert Lanczos* é obtido a partir da *BCSLIB-EXT*, a biblioteca matemática *Extreme da Boeing*.

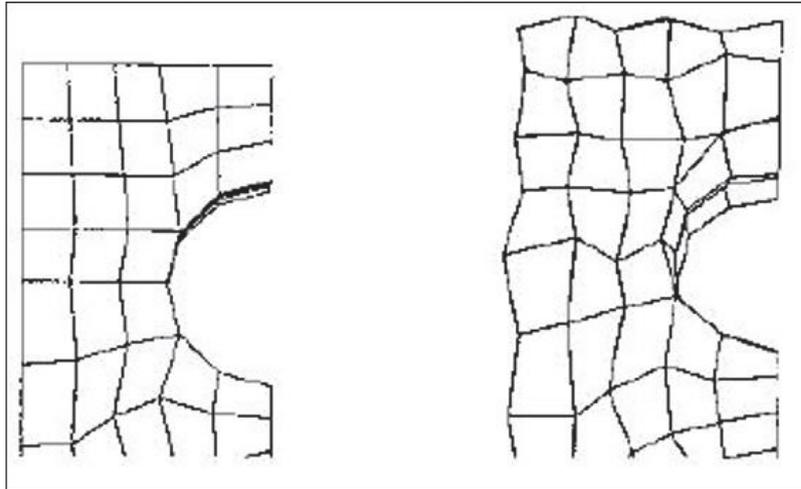
Os autovetores são escritos numa base de dados auxiliar binária chamada “*d3eigv*”, que é automaticamente gerada. Estes dados podem ser visualizados utilizando um pós-processador (*Ls-prepost*). O valor de tempo associado com cada autovetor plotado através do *Ls-prepost* é a correspondente frequência circular. Uma tabela síntese dos valores dos resultados dos autovetores é apresentado no arquivo “*eigeout*”.

O método de *Lanczos* (COOK, MALKUS E PLESHA, 1988) é provavelmente o algoritmo existente mais eficiente. Esse método utiliza a metodologia de transformação tridiagonal. A extração pelo método de cálculo *Block Lanczos* é utilizada para problemas de autovalores de grande porte. O algoritmo *Block shifted Lanczos* é uma variação do algoritmo clássico de *Lanczos*, onde a extração é realizada utilizando um bloco de vetores, e não um único vetor. Detalhes adicionais sobre a teoria do método clássico de *Lanczos* podem ser encontrados em Rajakumar e Rogers (1991). O algoritmo de *block shift Lanczos*, como mostrado por Grimes, Lewis e Simon (1996), é a base teórica para a solução do problema de extração de autovalores e autovetores.

Segundo Weimar (2001), certos modos de deformação do *Ls-Dyna* para elementos sólidos e de casca são modos de energia zero e não tem rigidez (*hourglassing*). Esses modos dão uma aparência típica de zig-zag para a malha conforme mostrado na Figura 19. Este efeito pode prejudicar os resultados da análise. *Hourglassing* pode afetar elementos hexaédricos sólidos e elementos quadriláteros de casca, mas não elementos triangulares de casca ou vigas. Modos de deformações por *hourglassing* são impedidos pela viscosidade. A viscosidade é calculada automaticamente pelo código do programa. Mesmo assim, é possível alterar os valores padrões no comando do *Ls-Dyna* \**HOURGLASS* (cartão 1 de cada material), mas isto é muito raramente necessário ou desejável de ser feito. Boas práticas de modelagem normalmente previnem *hourglassing*. O princípio geral é evitar cargas concentradas sobre um único nó – espalhando a carga sobre vários nós vizinhos. *Hourglassing* podem ser um problema com situações de pequenos deslocamentos, particularmente quando é usada relaxação dinâmica. Nesses casos é frequentemente um benefício para a análise optar por métodos de controle ao invés do método de controle automático da viscosidade. Entretanto, esta prática pode gerar resultados de ampliação da rigidez do modelo em problemas de grandes

deformações. Uma solução geralmente mais aplicada para problemas de *hourglassing* é optar por elementos com formulação com integração cheia que podem ser especificadas nos comandos do *Ls-Dyna* `*SECTION_SOLID` ou `*SECTION_SHELL`. Isto, entretanto, exige um custo computacional muito maior do que a utilização da formulação de elementos padrão.

Figura 19 - Malha normal (esquerda), malha com *hourglassing* (direita).



FONTE: Weimar (2001).

Nesse trabalho também foram feitas tentativas utilizando análise explícita. Essa análise foi sem sucesso devido a exigência de passo de tempo na ordem de E-08, o que exige tempo para processamento excessivamente longo (na ordem de semanas).

### 3 DESENVOLVIMENTO

Este trabalho estuda especificamente um tipo de seccionador: é um Seccionador Vertical Reverso, de tensão 230 KV. É monopolar, e possui tanto acionamento remoto quanto local. A Figura 20 apresenta o seccionador a ser estudado, que está instalado no pátio do Parque Científico e Tecnológico da UPF. Este seccionador foi cedido pela CEEE para que posteriormente sejam feitos testes experimentais avaliando o efeito da excitação de vibração sobre o mesmo.

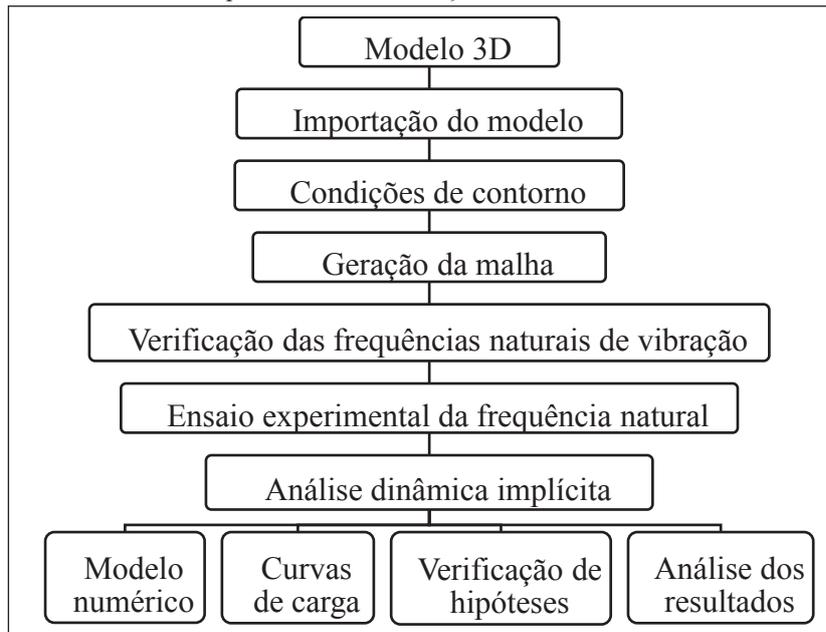
Figura 20 – Fotografia do Seccionador Vertical Reverso.



FONTE: O autor (2019).

O trabalho desenvolvido nesta dissertação se inicia com o *modelamento em 3D* do Seccionador Vertical Reverso. Após a conclusão do modelo 3D, é feita a *importação* para o *software* de análise dinâmica, depois a verificação de possíveis erros no modelo, e a sua simplificação com a retirada de algumas peças que não influenciam na análise. Em seguida são aplicadas as *condições de contorno*: materiais das peças, espessura das peças em casca, as propriedades dos materiais, os apoios, especificação de juntas, os contatos entre peças e a interação entre os corpos. Com isso pronto, a *malha* é gerada, e as análises podem ser iniciadas. A primeira análise se refere à verificação das *frequências naturais* da estrutura, e posterior verificação in loco com um *ensaio experimental*. A seguir se inicia a *análise dinâmica implícita*, com a preparação das curvas de carga que produzirão a vibração da estrutura, e os estudos de caso a serem analisados. A Figura 21 apresenta um fluxograma da sequência das atividades até a conclusão desta dissertação.

Figura 21 - Sequência das atividades para análise de vibração no Seccionador Vertical Reverso.

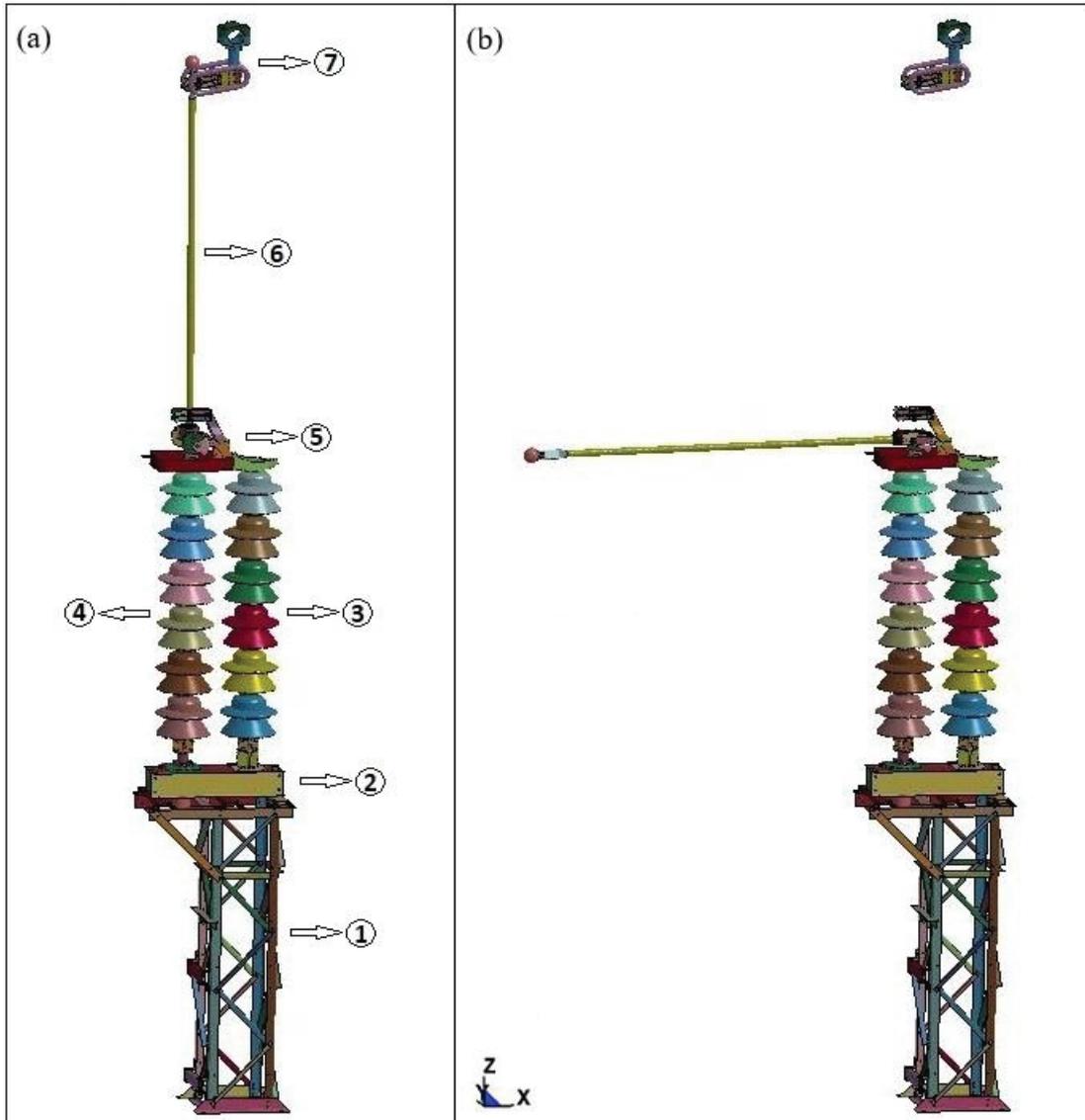


FONTE: O autor (2019).

### 3.1 Características do Seccionador Vertical Reverso

A primeira fase do trabalho foi construir o modelo completo 3D, e para isso foi utilizado *software* específico de modelagem. Abaixo seguem as características e dimensões do Seccionador Vertical Reverso. A Figura 22 mostra uma imagem completa do modelo 3D do seccionador em (a) na posição fechada com a indicação de suas partes constituintes, e em (b) na posição aberta.

Figura 22 – Imagem do modelo 3D do Seccionador Vertical Reverso.



FONTE: O autor (2019).

O equipamento é composto pela seguinte estrutura:

- A sub-base é uma estrutura metálica que eleva o seccionador, e tem o objetivo de evitar acidentes com alta tensão. A sub-base é fabricada em perfis laminados *L* e *U* de aço carbono, com espessuras de  $5\text{ mm}$ ,  $7\text{ mm}$  e  $10\text{ mm}$ , e tem as seguintes dimensões: base de  $63,5\text{ cm} \times 66,4\text{ cm}$ , e altura de  $2,55\text{ m}$ . Na Figura 22 (a), a sub-base é indicada pelo número 1.
- A base do seccionador é fabricada em perfil *U* laminado, de aço carbono, com espessura de  $7\text{ mm}$ , altura de  $19,8\text{ cm}$  e comprimento de  $1,08\text{ m}$ . Na Figura 22 (a), a base é indicada pelo número 2.
- As duas colunas isolam a base da parte superior que está energizada. Elas são fabricadas em ferro fundido e porcelana e tem altura de  $2,46\text{ m}$ . As duas colunas suportam o contato

móvel, mas uma coluna é fixa, indicada pelo número 3 na Figura 22 (a), e a outra promove a rotação do contato móvel, indicada pelo número 4 na mesma Figura.

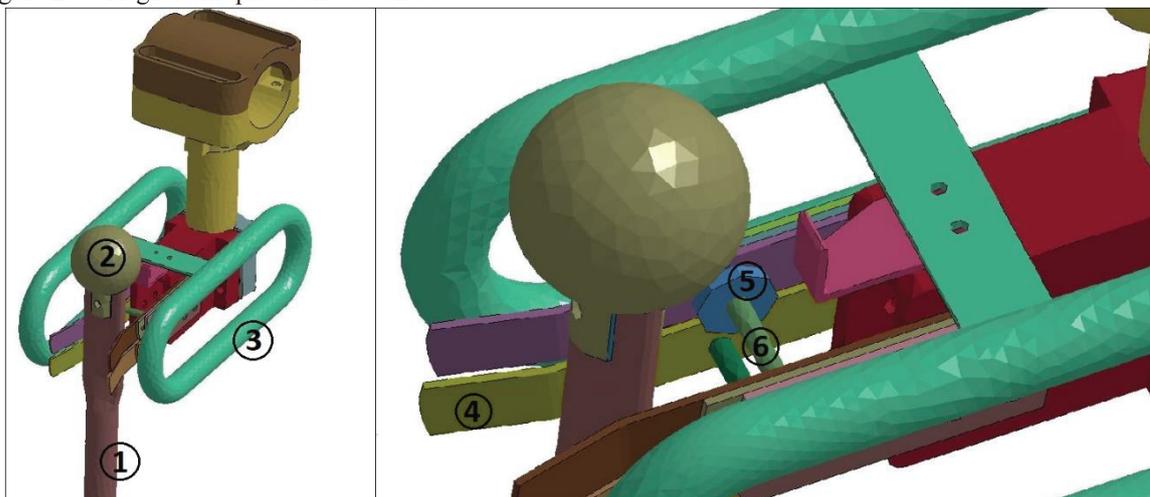
- O acionamento da lâmina principal tem peças fabricadas em aço carbono e ferro fundido, e possui ainda mola e mancais responsáveis pela movimentação da lâmina. Na Figura 22 (a), o acionamento da lâmina é indicado pelo número 5.

- A lâmina principal ou contato móvel é um tubo com diâmetro externo  $57\text{ mm}$  e espessura  $5\text{ mm}$ , fabricada em cobre. Seu comprimento é de  $3,18\text{ m}$ . A ponta superior da lâmina é achatada para fazer o encaixe no contato fixo, e possui uma esfera parafusada fabricada em alumínio fundido. Na Figura 22 (a), a lâmina principal é indicada pelo número 6.

- O contato fixo possui peças fabricadas em aço carbono, ferro fundido, cobre, alumínio e nylon. Ele é fixo por uma estrutura externa ao seccionador. Na Figura 22 (a), o contato fixo é indicado pelo número 7.

A Figura 23 mostra a região em que ocorre o contato entre a lâmina principal e o contato fixo, e a identificação dos materiais. O material indicado pelos números 1 (lâmina principal) e 4 (batente do contato fixo) é cobre; o material indicado pelos números 2 (esfera parafusada à lâmina principal) e 3 (anel anticorona) é alumínio; o material indicado pelo número 5 (batente) é nylon; e o material indicado pelo número 6 (suporte) é aço carbono.

Figura 23 – Região em que ocorre o contato.



FONTE: O autor (2019).

A altura total do seccionador, desde a sub-base até o contato da lâmina principal com o contato fixo é de  $8,4\text{ m}$ .

O seccionador funciona da seguinte forma: quando o sistema está energizado, a lâmina principal está na posição fechada, ou seja, está fixa no contato fixo, como mostrado na Figura 22 (a). Na Figura 23, a lâmina está na posição parcialmente fechada, ou seja, não passa corrente

elétrica. Quando o seccionador deve ser aberto ou fechado, um comando remoto ou local é dado pelo operador. O mecanismo da lâmina faz com que a coluna isoladora promova um movimento no sentido anti-horário do suporte da lâmina principal, fazendo-a girar a um ângulo de 90°, ficando na posição horizontal – aberta, como mostrado na Figura 22 (b). Para voltar à posição fechada, deve ser dado o comando pelo operador, e a coluna isoladora movimentará o suporte da lâmina principal no sentido horário, e o fechamento ocorrerá.

### 3.2 Condições de contorno

Com o modelo finalizado, as condições de contorno foram aplicadas. Com relação aos materiais utilizados e suas propriedades, a Tabela 1 detalha os valores da densidade, do módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson de cada material do seccionador (EGUIA, 2018).

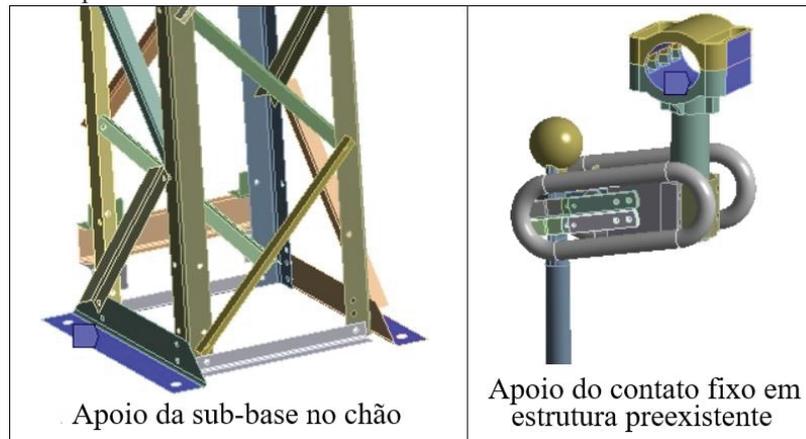
Tabela 1 – Lista de materiais do seccionador, com respectivas propriedades mecânicas.

Materiais	Densidade ( $kg/m^3$ )	Módulo de elasticidade (GPa)	Coefficiente de Poisson	Localização
Aço carbono	7.850	200	0,3	Sub-base, base, e algumas peças do mecanismo da lâmina.
Ferro fundido	7.200	110	0,28	Parte interna das colunas isolantes, peças do mecanismo da lâmina e do contato fixo.
Cobre	8.300	110	0,34	Chapas do contato móvel e fixo, e lâmina principal.
Alumínio	2.770	71	0,33	Anel anticorona e esfera da lâmina principal.
Porcelana	3.200	230	0,24	Saia das colunas isolantes.
Nylon	1.140	3	0,4	Batente do contato fixo.

FONTE: O autor (2019).

Com relação aos apoios, os quatros pontos de apoio da sub-base foram fixados no chão, impedindo translação nas direções de  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e rotações em torno dos mesmos eixos. O contato fixo, que é suspenso por estrutura externa, foi fixado também impedindo translação das direções de  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e rotações em torno dos mesmos eixos. A Figura 24 mostra os locais que foram considerados apoio.

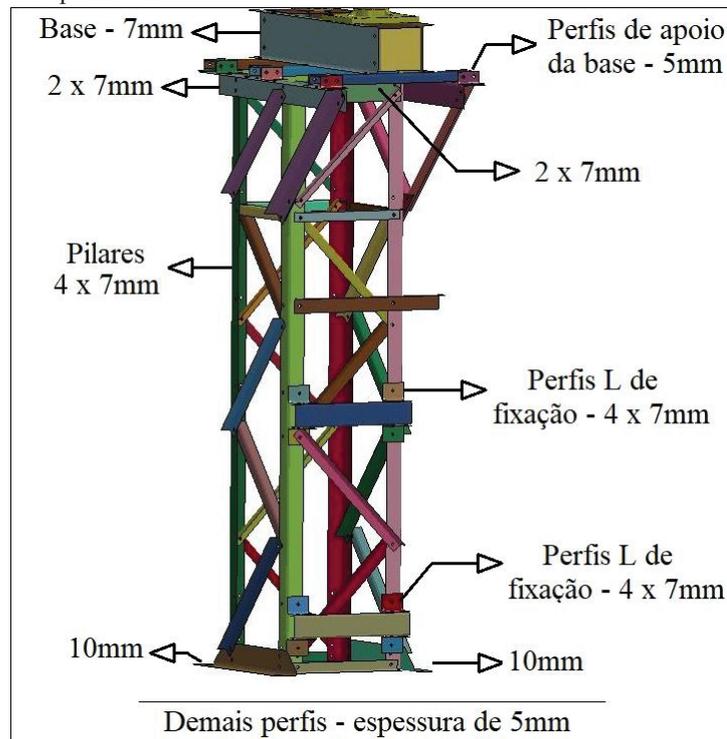
Figura 24 - Imagem dos apoios da estrutura.



FONTE: O autor (2019).

As espessuras dos perfis laminados são de  $5\text{ mm}$ ,  $7\text{ mm}$  e  $10\text{ mm}$ . Os dois perfis de apoio da sub-base são de  $10\text{ mm}$ . Os perfis da base, dos quatro pilares, dos quatro perfis superiores da sub-base e de alguns perfis  $L$  utilizados para fixação, são de  $7\text{ mm}$ . Os demais perfis são de  $5\text{ mm}$ . A Figura 25 faz a identificação das espessuras dos perfis.

Figura 25 - Espessuras dos perfis em casca.



FONTE: O autor (2019).

Os contatos entre peças dos perfis laminados, modelados em casca, que seriam uniões parafusadas, foram realizadas através da utilização de barras rígidas entre os nós dos furos nas análises apresentadas na seção 5.3.1, no primeiro modelo utilizado. Nas análises da seção 5.3.2 houve uma melhoria no modelo inicial (modelo final da análise) e os contatos utilizados foram

do tipo colado através de comandos e palavras-chave de contato. Os contatos entre as demais peças, em geral, foram considerados colados (*Bonded*), e alguns contatos com atrito (*Frictional*) e obtidos a partir de comandos e palavras-chave que especificam contato.

### 3.3 Descrição e limitações do modelo

O modelo 3D foi importado para o *software Ansys Workbench Ls-Dyna* e através deste foram gerados os arquivos \*.k necessários para rodar o *solver* desse *software*. Foi feita uma verificação para possíveis erros, que são comuns quando modelos são importados de outro programa. Devido à complexidade do modelo, muitas simplificações foram adotadas, com o objetivo de reduzir o esforço computacional para a simulação. Como o número de peças é grande, o modelo geométrico simplificado diminui consideravelmente o número de nós e torna a análise mais rápida.

A malha foi gerada pelo *software Ansys Workbench Ls-dyna*. A formulação do elemento de casca utilizado foi a de número 1 (*Hughes-Liu*), a de número 2 (*Belytschko-Tsay*) e a de número 6 (*S/R Hughes-Liu*) com quatro nós. Todos esses elementos incluem deformações de membrana, flexão e cisalhamento. A formulação de *Belytschko-Tsay* é a mais econômica e deve ser a utilizada, a não ser que alguma característica particular seja requerida na análise. A formulação de *Hughes-Liu* pode trabalhar com o semiplano em *offset*. A formulação S/R corrotacional de *Hughes-Liu* é de integração completa, assim deformações devidas ao efeito de *hourglass* não ocorrem, porém o custo computacional é maior. O termo *hourglass* significa uma instabilidade de malha e também pode ser chamada de modo singular espúrio, um mecanismo, um modo cinemático ou um modo de energia zero. O termo *hourglass* refere-se a um vetor deslocamento nodal que não é um movimento de corpo rígido, mas, não obstante, produz um estado de energia de deformação zerada. Essa instabilidade produz falhas no processo de formulação do elemento, semelhante ao que ocorre ao utilizar uma regra de quadratura de *Gauss* de baixa ordem (COOK, MALKUS E PLESHA, 1988). A malha foi gerada automaticamente pelo *software*, incluindo a escolha da formulação dos elementos.

O restante da estrutura do Seccionador Vertical Reverso foi discretizada utilizando elementos sólidos com formulação número 10 (tetraedro com um ponto de integração) e formulação número 2 (sólido S/R com integração completa, imune ao efeito de *hourglass*). São elementos sólidos de oito nós que por *default* usa um ponto de integração. A malha foi gerada automaticamente pelo *software*, incluindo a escolha da formulação dos elementos.

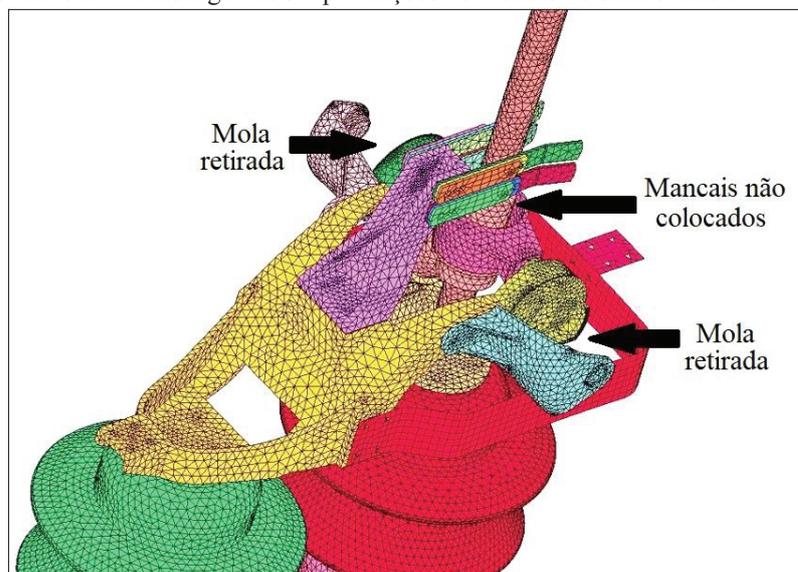
A malha foi gerada com 841.746 nós em 245.439 elementos. Para simplificação do modelo, foram retirados as molas e o rolamento, conforme mostrado na Figura 27 no modelo inicial utilizado nas análises da seção 5.3.1. Para as análises da seção 5.3.2 o modelo inicial foi melhorado, colocando-se no lugar do mancal de rolamentos uma junta cilíndrica, conforme mostrado na Figura 28. A Figura 26 mostra uma foto do mecanismo de acionamento da lâmina principal.

Figura 26 - Mecanismo de acionamento.



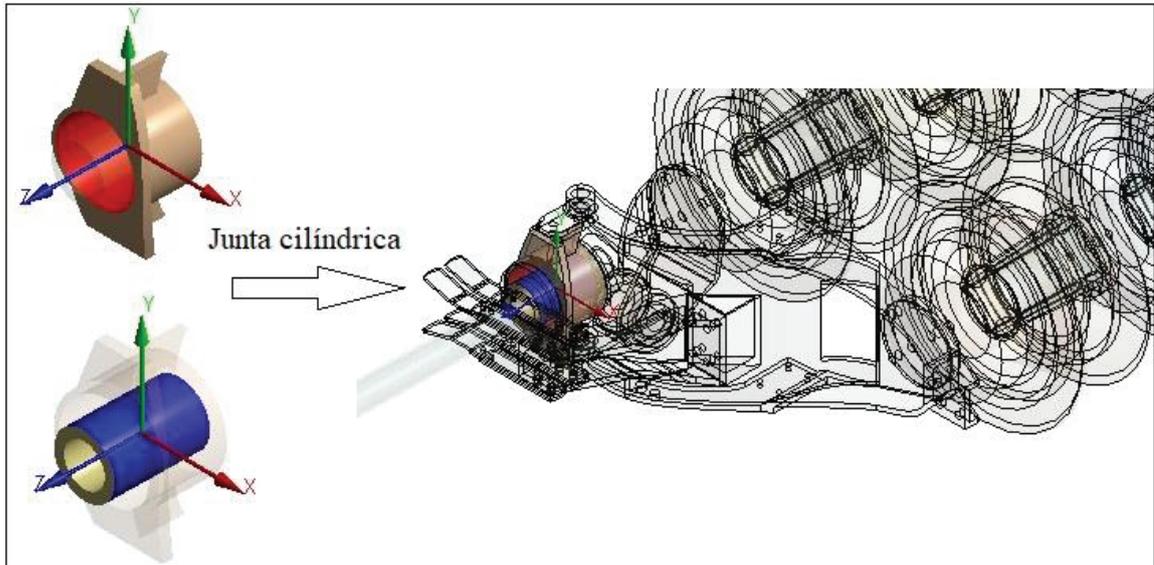
FONTE: O autor (2019).

Figura 27 - Local onde foram feitas algumas simplificações no modelo do seccionador.



FONTE: O autor (2019).

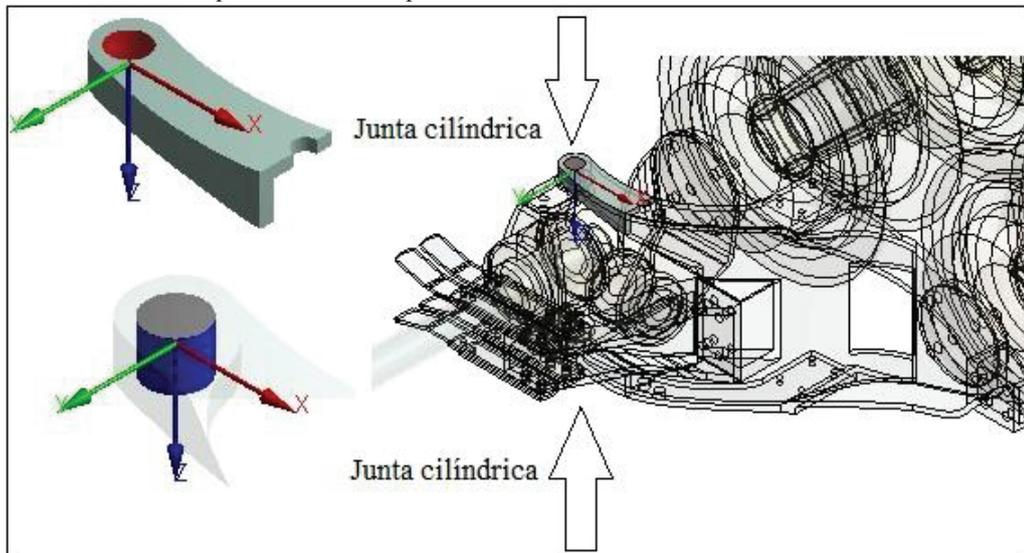
Figura 28 - Junta cilíndrica que substitui o mancal de rolamento.



FONTE: O autor (2019).

No modelo inicial as molas não foram colocadas, e o modelo foi analisado com parte da estrutura de suporte das molas, conforme mostrado na Figura 27. No modelo final, foram retiradas as estruturas suportes das molas, e para representá-las foram utilizadas duas juntas cilíndricas, conforme mostrado na Figura 29, uma na parte superior (mostrada) e outra na parte inferior (não visível).

Figura 29 - Junta cilíndrica que substitui os suportes das molas.

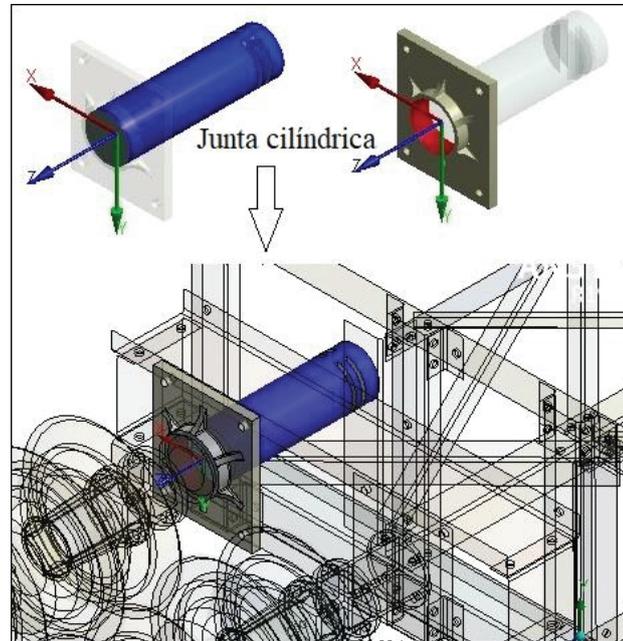


FONTE: O autor (2019).

A transmissão do movimento através do eixo motor também foi melhorada no modelo final. No modelo inicial, a transmissão de movimento ocorria como mancal de deslizamento. Devido a imperfeições na geometria, isso gerava na análise implícita penetrações iniciais e

problemas de contato. Para solucionar o problema, foi colocada nessa região uma junta cilíndrica, conforme mostrado na Figura 30.

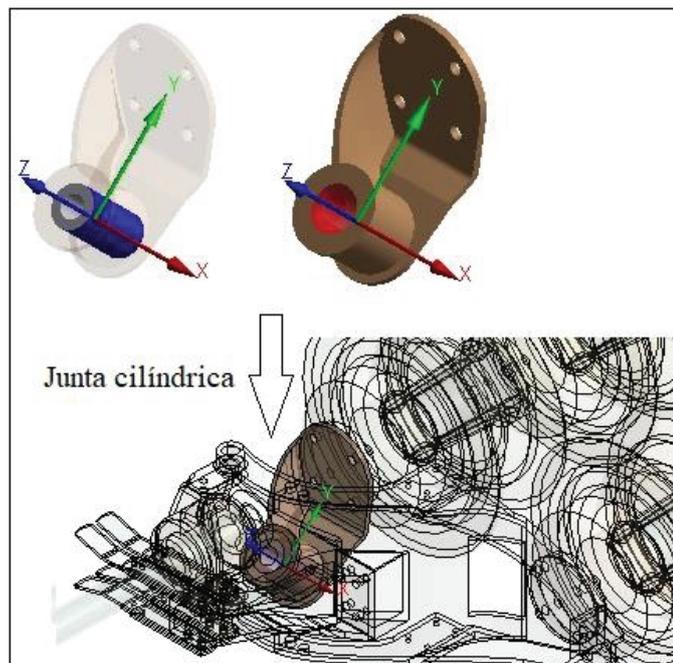
Figura 30 - Junta cilíndrica no mancal do eixo motor.



FONTE: O autor (2019).

Outra região de transmissão de movimento fica no mecanismo de acionamento da lâmina principal. Ali também se utilizava o conceito de mancal de deslizamento, ocorrendo os mesmos problemas verificados no mancal de acionamento do eixo motor, penetrações iniciais e problemas de contato. A Figura 31 mostra a junta cilíndrica utilizada nesse local.

Figura 31 - Junta cilíndrica no mancal do mecanismo de acionamento da lâmina.



FONTE: O autor (2019).

Com as melhorias executadas nos componentes de transmissão de movimento conforme mostrado nas Figuras 27, 28 29, 30 e 31, conseguiu-se melhorar a estabilidade do modelo numérico.

Outra simplificação adotada foi a executada nas colunas isoladoras, conforme mostrado na Figura 32. Os elementos reais de porcelana e ferro fundido são colados com uma membrana fina de cimento, e isso aumenta a área de contato entre as peças. No modelo 3D não foi possível simular a condição de união semelhante ao modelo real, que utiliza a membrana fina de cimento. Dessa forma a união ficou menor, utilizando apenas as áreas de efetivo contato entre as partes, conforme mostrado na Figura 32. Devido à complexidade da geometria e da modelagem ter sido feita a partir de medições manuais das peças do conjunto das colunas dos isoladores, o encaixe entre as mesmas não ficou perfeito, com folgas excessivas nas laterais e interpenetrações na união interna. Esse fato gera um problema na geração de malha e para a análise implícita, que são as penetrações iniciais. No modelo inicial, para solucionar os problemas de contato entre as peças, citados acima, utilizou-se barras rígidas para a união entre as peças. Para isso, foi utilizado o comando *\*CONSTRAINED\_GENERALIZED\_WELD\_SPOT* do *Ls-Dyna*. Deve-se destacar que esta simplificação foi feita somente na coluna isoladora que faz o movimento de rotação para girar a lâmina principal. No modelo final da análise, alterou-se essa condição, e optou-se por utilizar contato do tipo colado, obtido através de palavras-chave e comandos que definem o contato. O problema das penetrações iniciais foi tratado no modelo final, através dos comandos do *software* de suavização dos contatos e os que definem para a análise que sejam ignoradas as penetrações iniciais. Através das duas opções, esse problema foi contornado.

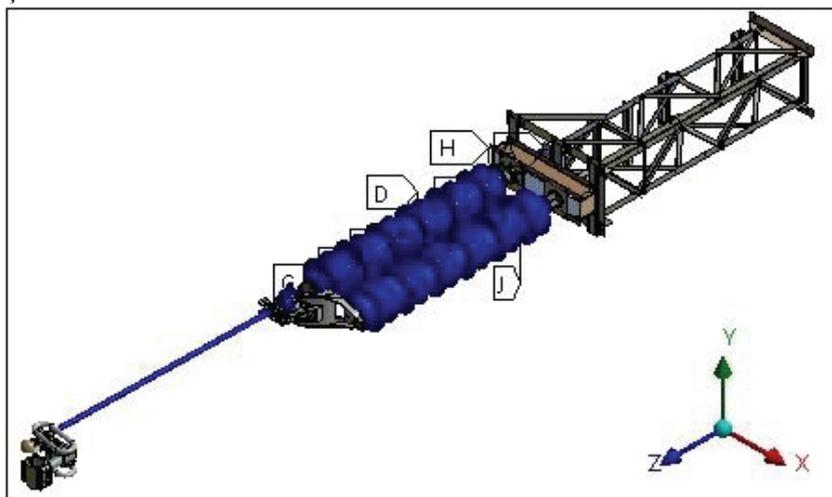
Figura 32 - Detalhe das colunas isoladoras.



FONTE: O autor (2019).

As colunas isoladoras, quando do acionamento da lâmina principal, na estrutura real, tendem a sofrer um movimento lateral na direção  $y$ . Esse efeito também aparece na análise implícita realizada, causando um movimento não centralizado e deslocado para a lateral da lâmina principal, e também prejudica a busca da convergência e do equilíbrio em cada passo de tempo da análise implícita. Mesmo reduzindo o tamanho do passo de tempo, esse efeito não era eliminado. Para o modelo final, como solução para esse problema, optou-se por colocar restrições nos componentes das colunas isoladoras e nos demais elementos de transmissão de movimento ao movimento na direção transversal  $y$ , conforme mostrado na Figura 33. Os componentes na cor azul têm restrição ao movimento em  $y$ .

Figura 33 - Restrições nas colunas isoladoras.

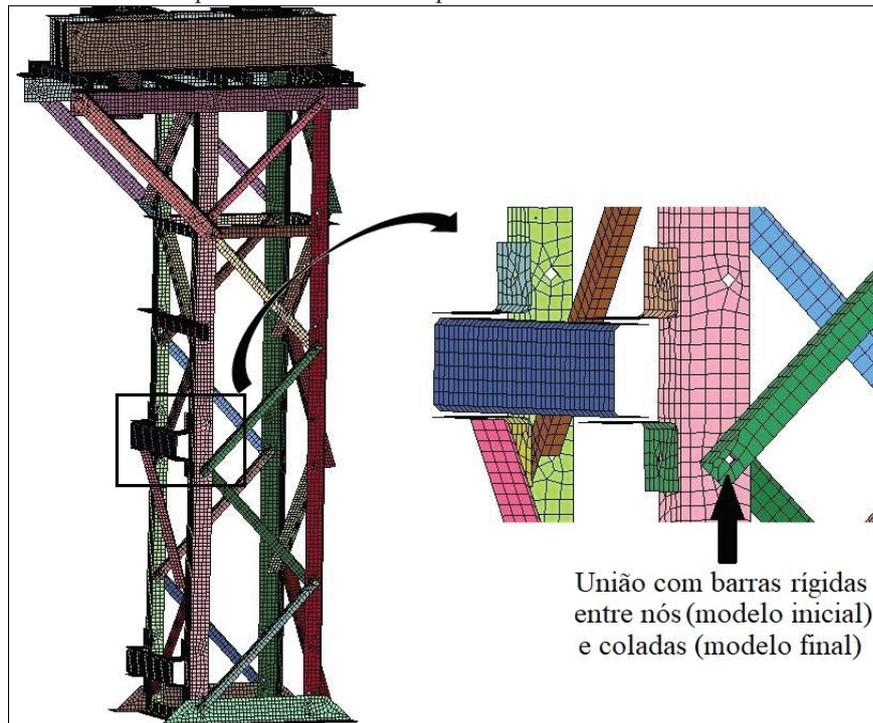


FONTE: O autor (2019).

No modelo inicial, com o objetivo de reduzir o número de elementos e nós, a estrutura da sub-base e da base, fabricadas com perfis estruturais, foi representada por elementos de casca (restante do modelo ficou como sólido). Além disso, os parafusos de união foram eliminados e as uniões foram realizadas através da utilização de barras rígidas entre os nós dos furos, através do comando *\*CONSTRAINED\_GENERALIZED\_WELD\_SPOT* do *Ls-Dyna*. No modelo final, optou-se por utilizar estas uniões como coladas (*bonded*), por especificação de contato utilizando os comandos e palavras-chave do *software*. A Figura 34 apresenta a sub-base e a base do Seccionador Vertical Reverso, mostrando no detalhe os perfis em casca sem a colocação de parafusos.

Outra simplificação adotada no modelo foi a discretização da malha, utilizando uma malha de tamanho médio, para reduzir o tempo de processamento. Na medida que se tenham mais recursos computacionais, uma malha mais fina poderia ser utilizada.

Figura 34 - Base e sub-base com perfis em casca e sem parafusos.



FONTE: O autor (2019).

Outra limitação importante do modelo é o intervalo de tempo utilizado. Devido à análise ser implícita, onde o passo de tempo varia ao longo da análise, isso pode distorcer os resultados, no caso passo de tempo da curva de carregamento ser excedida. Para contornar esse problema, deve-se controlar o passo de tempo máximo, limitando o mesmo, através dos comandos de controle do passo de tempo máximo permitido na análise. Alternativa seria a utilização de uma análise explícita. No entanto, os passos de tempo exigidos seriam na ordem de  $E - 08$ , o que tornaria o tempo de processamento muito elevado e não haveria recursos computacionais para realizá-lo.

#### 4 CALIBRAÇÃO DO MODELO DO SECCIONADOR VERTICAL REVERSO

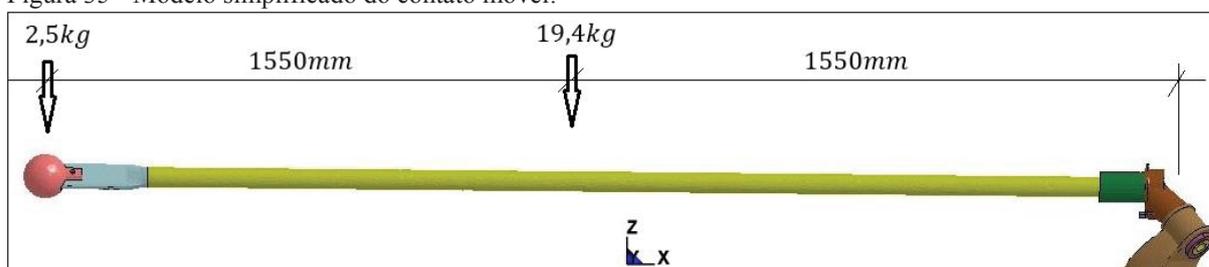
Primeiramente, é realizada a determinação dos valores de momento torçor esperado pelo acionamento do seccionador utilizando um modelo simples e cálculo de mão. A seguir, se apresenta uma avaliação qualitativa do comportamento da estrutura do Seccionador Vertical Reverso quando acionado, simulando o movimento de giro do contato móvel, comparando os movimentos e cinematismos do modelo com a estrutura real. Depois, se apresenta uma avaliação quantitativa e a calibração do modelo, os parâmetros de controle utilizados no projeto e os parâmetros de calibração do mesmo, bem como é apresentada uma avaliação quantitativa determinando os valores exigidos de momento torçor, utilizando o modelo de elementos finitos e os valores obtidos e esperados para esse valor através de modelos simplificados para acionamento do mesmo. Os valores de tensão gerados no acionamento do seccionador são utilizados como critério de validação da calibração.

Finalmente, são mostrados a metodologia e os resultados do procedimento experimental realizado para avaliar as frequências naturais da estrutura através da medição das acelerações nas direções longitudinal ( $x$ ), transversal ( $z$ ) e vertical ( $y$ ). As frequências medidas experimentalmente serão comparadas com as frequências naturais da estrutura obtidas por meio de modelo numérico. Por último, apresentam-se conclusões parciais sobre o modelo e a análise.

##### 4.1 Determinação dos valores esperados de momento torçor utilizando um modelo simples

A Figura 35 apresenta um modelo simplificado do Seccionador Vertical Reverso, que possibilita calcular a ordem de grandeza do valor esperado do momento torçor exigido para movimentar a lâmina principal e o contato móvel.

Figura 35 - Modelo simplificado do contato móvel.



FONTE: O autor (2019).

A partir do cálculo do momento em relação ao ponto de giro, pode-se ter uma ideia da ordem de grandeza do valor esperado do momento torçor. O peso do tubo de cobre é de 19,4 kg

e o peso da ponteira e da esfera na extremidade do mesmo é de  $2,5 \text{ kg}$ . O momento torçor obtido em relação ao ponto de giro é de  $355.641,0 \text{ Nmm}$ .

Outra forma de obter uma estimativa de grandeza do momento torçor esperado é através do cálculo do momento torçor disponibilizado no motor de acionamento do eixo motor. A potência do motor elétrico de acionamento da caixa redutora é de  $0,5 \text{ CV}$ , numa rotação de  $950 \text{ rpm}$ , com uma redução de 450 vezes. Através da equação (34):

$$\tau = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi N} \quad (34)$$

onde  $\tau$  representa o torque,  $\omega$  a velocidade angular,  $N$  a rotação, pode-se calcular o momento torçor disponível no eixo motor. Substituindo os valores na equação (34), chega-se a um torque máximo disponível no eixo motor de  $1.664.000,0 \text{ Nmm}$ .

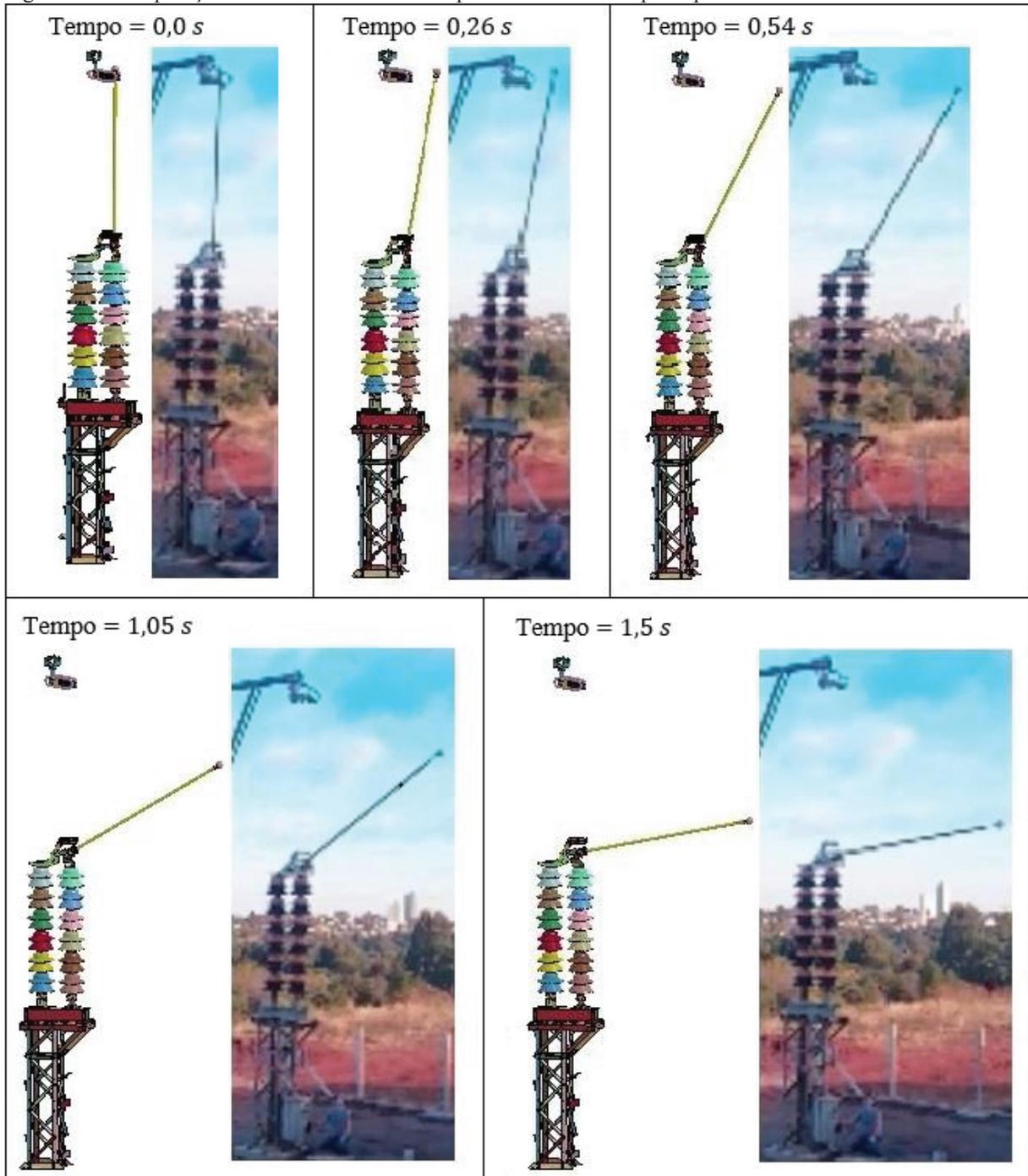
Desta forma, estima-se que a ordem de grandeza do momento torçor esperado a ser obtido pelo modelo deve ser um valor entre  $355.641,0 \text{ Nmm}$  e  $1.664.000,0 \text{ Nmm}$ .

## 4.2 Avaliação qualitativa de movimentos e cinematisms

Através da filmagem do Seccionador Vertical Reverso com uma câmara de 24 posições por segundo, observa-se que o tempo necessário para o desacoplamento da lâmina principal e do contato móvel é de  $1,475 \text{ s}$ . O tempo para o movimento de fechamento da lâmina principal e do contato móvel é de  $2,175 \text{ s}$ . O tempo total para desacoplar e acoplar é de  $3,65 \text{ s}$ , sem considerar o tempo para que a lâmina principal pare de oscilar em função do movimento de queda, que é de  $4,375 \text{ s}$ . O tempo para estabilizar a lâmina principal não será considerado devido à falta de capacidade do *software* de capturar esse efeito, devido às limitações do modelo e da forma de aplicação das condições de contorno através de prescrição de rotação, além do tempo de processamento exigir um esforço computacional muito grande.

A Figura 36 apresenta uma comparação entre o modelo de elementos finitos e o real, obtido através da filmagem do movimento de desacoplamento do Seccionador Vertical Reverso nos tempos de  $0 \text{ s}$ ,  $0,26 \text{ s}$ ,  $0,54 \text{ s}$ ,  $1,05 \text{ s}$  e  $1,5 \text{ s}$ . Observa-se na Figura 36 que o modelo de elementos finitos consegue aproximar o evento de desacoplamento de forma satisfatória. O movimento de fechamento do contato móvel ocorre em  $2,175 \text{ s}$  e apresenta comportamento similar, por isso não foi apresentado.

Figura 36 - Comparação do movimento de desacoplamento da lâmina principal e do contato móvel.



FONTE: O autor (2019).

As Figuras 37 e 38 apresentam uma comparação do movimento do mecanismo da lâmina do modelo de elementos finitos e o Seccionador Vertical Reverso real no tempo de 0,0 s e 1,55 s. Observa-se uma boa aproximação da posição inicial do mecanismo da lâmina no modelo de elementos finitos e a estrutura real.

Figura 37 - Mecanismo da lâmina no ponto  $t = 0,0$  s.



FONTE: O autor (2019).

Figura 38 - Mecanismo da lâmina no ponto  $t = 1,55$  s.



FONTE: O autor (2019).

### 4.3 Avaliação quantitativa e calibração do modelo

#### 4.3.1 Parâmetros de controle utilizados no projeto

Nessa seção são apresentados os parâmetros de controle utilizados nos comandos palavras-chave do *Ls Dyna*, com foco nas escolhas possíveis para o usuário, que melhor se adaptaram à solução do problema em questão. Não serão apresentados os comandos padrão (*default*) do programa.

A palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_GENERAL* ativa a análise como implícita e define parâmetros de controle associados. O parâmetro *IMFLAG* com valor “1” ativa análise implícita. O parâmetro *DT0* define o passo de tempo inicial para a análise implícita e nesse trabalho foi adotado o passo de tempo de  $1,25E - 03$ . Os demais parâmetros de controle da palavra-chave são *default*.

A palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_SOLUTION* é utilizada para especificar se uma análise linear ou não linear é desejada. O parâmetro de controle *NSOLVR* define o método de solução para a análise implícita, sendo utilizado o valor igual a “2” que define análise não linear com atualização *BFGS*. É o parâmetro padrão do programa. O parâmetro de controle *ILIMIT* define o limite de iteração entre as reformas automáticas da matriz de rigidez. Nesse trabalho foi utilizado o parâmetro igual a “1”, o que define a utilização pelo programa do método de solução não linear de Newton cheia (*Full Newton*) quando utilizada com o parâmetro *NSOLVR* = 2. O parâmetro de controle *MAXREF* utilizado foi o padrão do programa para o Método de Newton, e igual a 165. Os demais parâmetros dessa palavra-chave são os padrões do programa.

A palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_SOLVER* define o método de solução de equações lineares. Nesse trabalho foram utilizados como parâmetro para *LSOLVR* o valor “5” que define “*SMP parallel multi-frontal sparse solver*” com dupla precisão.

A palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_AUTO* define os parâmetros de controle para o passo de tempo durante a análise implícita. Foi utilizado para o parâmetro *IAUTO* o valor “1” que define ajuste automático de passo de tempo. Como passo de tempo mínimo foi utilizado o valor de  $1,0E - 04$ , menor do que a recomendação máxima do programa que é  $DT/1000$ . Para o valor superior do passo de tempo foi adotado o valor de 0,25 s nos primeiros 1,475 s e de 0,0125 s para o tempo entre 1,5 s e 4,0 s (tempo final do evento).

A palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_DYNAMICS* ativa análise implícita dinâmica e define as constantes de passo de integração. É interessante utilizar o método da superposição modal em casos onde o número de modos de vibrar é pequeno em relação ao número total de modos do modelo. Em outros casos, como o problema de propagação de ondas, onde a excitação de componentes tem um período de atuação muito curto, ou de alta frequência, é indicado trabalhar com o método da integração direta (*IMASS* = 1), pois, do contrário, seria necessário incluir um grande número de modos de vibrar para obter uma resposta adequada. A utilização dessa palavra-chave definindo uma análise implícita dinâmica não linear se justifica para uma análise completa dinâmica não linear (incluindo contatos, não linearidades materiais e grandes deformações, etc.), com propósito óbvio de realização de uma análise completamente não linear, análise dinâmica transiente e que também pode ser utilizada para quando as fases iniciais “perdem” partes da estrutura. Não é o caso do presente trabalho, por isso se justifica a utilização de *IMASS* igual a “2”. A escolha do método da integração numérica é feita pela sua efetividade numérica. O método da superposição modal foi o que se mostrou mais efetivo numericamente.

A palavra-chave *\*CONTROL\_IMPLICIT\_STABILIZATION* define estabilização artificial. Recomenda-se utilizar quando ocorrem passos de tempo com carga e descarga. Devido a forma de atuação do mecanismo do seccionador reverso vertical, com movimento de acoplamento e desacoplamento da lâmina principal, optou-se por ativar essa palavra-chave. Para tal utilizou-se para o parâmetro de controle *IAS* o valor igual a “1”.

#### 4.3.2 Parâmetros de controle utilizados na calibração do modelo

Nessa seção se apresentam os parâmetros de controle utilizados para calibrar o modelo. Como o modelo do Seccionador Vertical Reverso foi construído a partir de medições da estrutura real, que foi desmontada e medida peça a peça, existem muitas imperfeições na geometria que prejudicam a análise, gerando penetrações iniciais (apresentadas como “*warnings*”, advertências no arquivo *messag* gerado pelo programa) entre as peças que constituem a estrutura e os mecanismos de transmissão de movimento. Para solucionar esses problemas se faz necessário a definição de parâmetros de controle relacionados aos contatos entre as partes dos componentes. A função dos contatos é de permitir que os elementos interajam uns com os outros. Dessa forma, esses elementos levam em conta peças que impactam, empurram, deslizam ou se esfregam ou ainda partes que devam ser amarradas umas com as outras. Uma forma de caracterizar um algoritmo de contato é o método da procura por penetrações, que é o método utilizado pelo programa. Os contatos utilizados nesse trabalho foram gerados a partir o *software Ansys Workbench Ls-Dyna* e são os seguintes: *\*CONTACT\_TIED\_SURFACE\_TO\_SURFACE\_OFFSET\_ID* (*soft* = 0), *\*CONTACT\_AUTOMATIC\_SINGLE\_SURFACE\_ID* (*soft* = 2), sendo todos esses contatos gerados para segmentos específicos de contato entre componentes do equipamento. A palavra-chave de contato para iteração entre corpos e partes utilizada foi *\*CONTACT\_AUTOMATIC\_SURFACE\_TO\_SURFACE*, com definição de coeficiente de atrito estático de 0,74 e coeficiente de atrito dinâmico de 0,57 (valores para aço de baixo carbono).

Outra palavra-chave importante é *\*CONTROL\_CONTACT*. Essa palavra-chave é utilizada para modificar os valores padrão dos parâmetros que governam os vários aspectos do comportamento do contato. Para reduzir a severidade dos contatos iniciais pode-se diminuir o fator de escala para penalidade por contato deslizante *SLSFAC*. Outro fator importante é *IGNORE* que uma vez definido com valor “2”, define que o programa ignore penetrações iniciais para as opções de contato automático, que é o caso desse trabalho. O termo “penetrações

iniciais” se refere ao primeiro passo de tempo em que a penetração é encontrada. Os valores padrão modificados aplicam-se a todos os contatos, mas os parâmetros de contato fornecidos em cada comando de contato individual sempre terão precedência sobre esses padrões para esse contato específico. O parametro de controle *SOFT* é uma alternativa baseada em penalidade para cascas, sólidos e cascas espessas. É recomendado como contato entre materiais com diferentes propriedades, o que às vezes pode causar problemas. No caso da análise do seccionador, foi utilizado com valor “2”, o que causa que a rigidez do contato seja determinada baseada em considerações de estabilidade, levando em conta o passo de tempo e as massas nodais.

Para a calibração do modelo foi utilizado como dado de saída de referência o momento torçor fornecido pelo eixo motor. Os valores obtidos na seção 4.1 definem os limites de valor entre 355.641,0 *Nmm* e 1.664.000,0 *Nmm*. Através de tentativa e erro, definiu-se para *SLSFAC* o valor 0,0001, o que trouxe o valor do momento torçor para dentro do intervalo calculado esperado, numa primeira análise do modelo do seccionador. Para que essa calibração possa ser checada, se faz necessário outro fator de controle, que nesse trabalho foi definido a partir das tensões, ou seja, calibra-se com o momento torçor e verifica-se o resultado através das tensões e do movimento da lâmina principal geradas a partir de outro tipo de carregamento no mesmo modelo do seccionador com os mesmos parâmetros de controle, gerando-se uma segunda análise. Para valor de comparação, gera-se uma terceira análise de um componente simples da estrutura do seccionador com condições de contorno retiradas do modelo da segunda análise, e daí tem-se o valor de checagem da calibração. Se os valores das duas análises forem aproximados, considera-se o modelo do seccionador validado, sob ponto de vista puramente numérico.

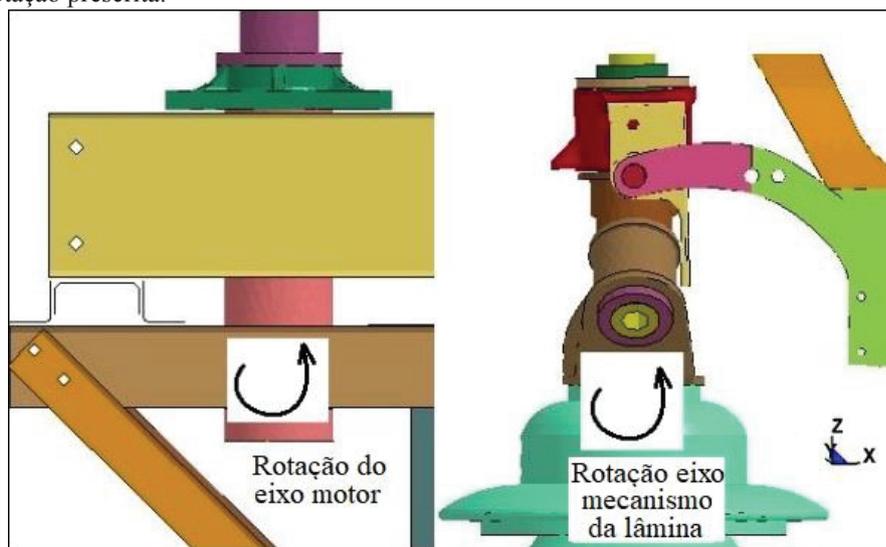
Outra forma de calibração se define através das análises experimentais realizadas na estrutura real, através da aplicação de vibração na estrutura utilizando o equipamento desenvolvido denominado motovibrador, que excita a estrutura e produz movimentos na lâmina principal e fechamento dos contatos.

Nas subseções seguintes, são apresentados os procedimentos de calibração citados acima.

#### 4.3.2.1 Primeira análise: calibração através do momento torçor

Para simular o movimento de fechamento e abertura do Seccionador Vertical Reverso, são prescritas rotações no eixo motor e eixo do mecanismo de lâmina, conforme mostrado na Figura 39.

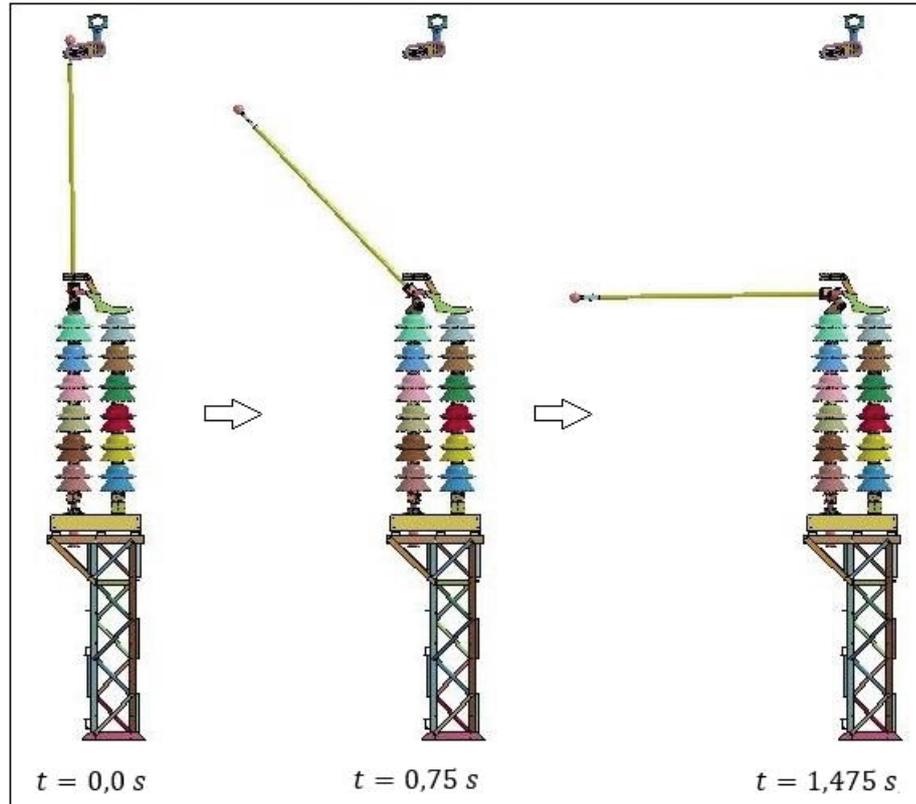
Figura 39 - Rotação prescrita.



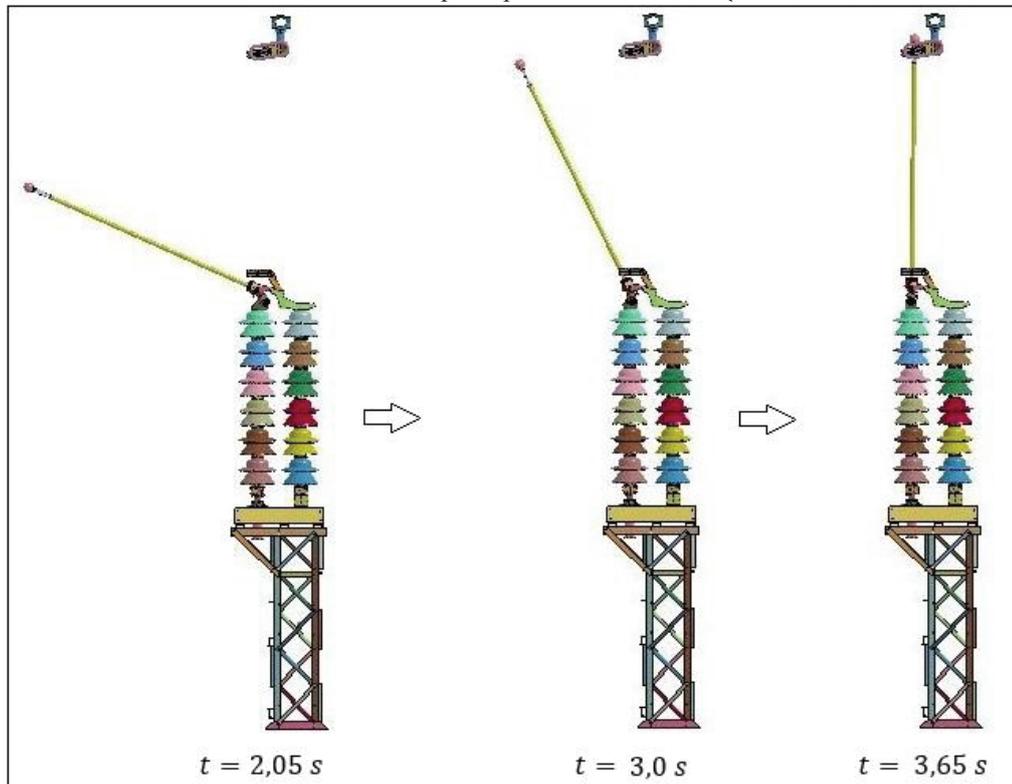
FONTE: O autor (2019).

No eixo motor foram prescritos rotação de 0,88 radianos num tempo de 1,475 s para abertura da lâmina principal. Para fechamento da mesma, foram prescritos 1,08 radianos num tempo de 2,175 s. Para o eixo do mecanismo da lâmina foram prescritos 1,48 radianos para abertura da lâmina principal num tempo de 1,475 s. Para o fechamento da mesma foram prescritos 1,58 radianos num tempo de 2,525 s, considerando o tempo total do evento de 4,0 s. Os valores dos tempos e rotação prescrita foram estimados através do vídeo gerado de abertura e fechamento do Seccionador Vertical Reverso real. Há necessidade de prescrição de rotação em dois eixos, uma vez que o modelo tem simplificações e retirada de parte dos mecanismos que produzem o efeito de rotação do eixo do mecanismo da lâmina, conforme já apresentado no Capítulo 3 que descreve o modelo.

As Figura 40 e 41 apresentam o movimento de abertura da lâmina principal e contato móvel para os tempos  $t = 1,475\text{ s}$ ,  $0,75\text{ s}$  e  $0,0\text{ s}$ , e movimento de fechamento da lâmina principal e contato móvel para os tempos  $t = 2,05\text{ s}$ ,  $3,0\text{ s}$  e  $3,65\text{ s}$ . O tempo total de processamento é de 4,0 s.

Figura 40 - Movimento de abertura da lâmina principal e contato móvel ( $t = 1,475\text{ s}$ ,  $0,75\text{ s}$  e  $0,0\text{ s}$ ).

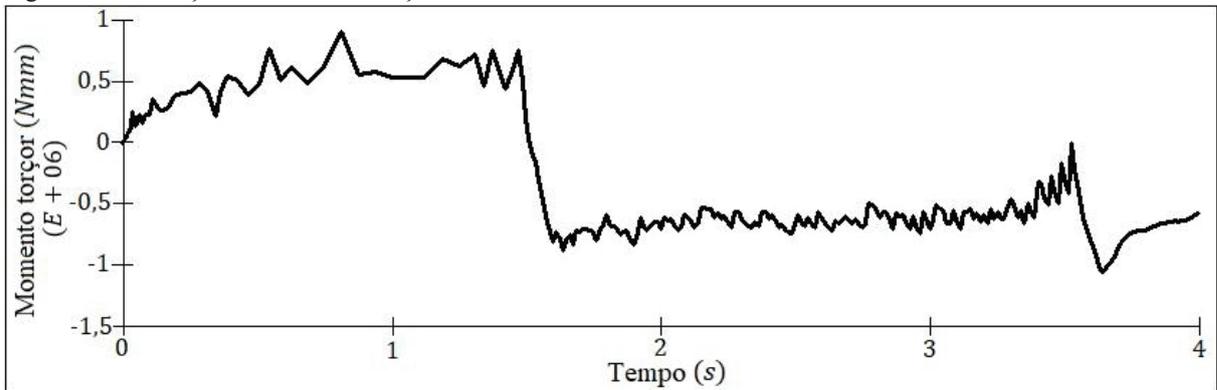
FONTE: O autor (2019).

Figura 41 - Movimento de fechamento da lâmina principal e contato móvel ( $t = 2,05\text{ s}$ ,  $3,0\text{ s}$  e  $3,65\text{ s}$ ).

FONTE: O autor (2019).

O momento torçor total exigido para a realização das rotações prescritas é obtido pela soma do módulo dos momentos torçores em ambos os eixos e é apresentado na Figura 42.

Figura 42 - Variação do momento torçor total durante o evento.



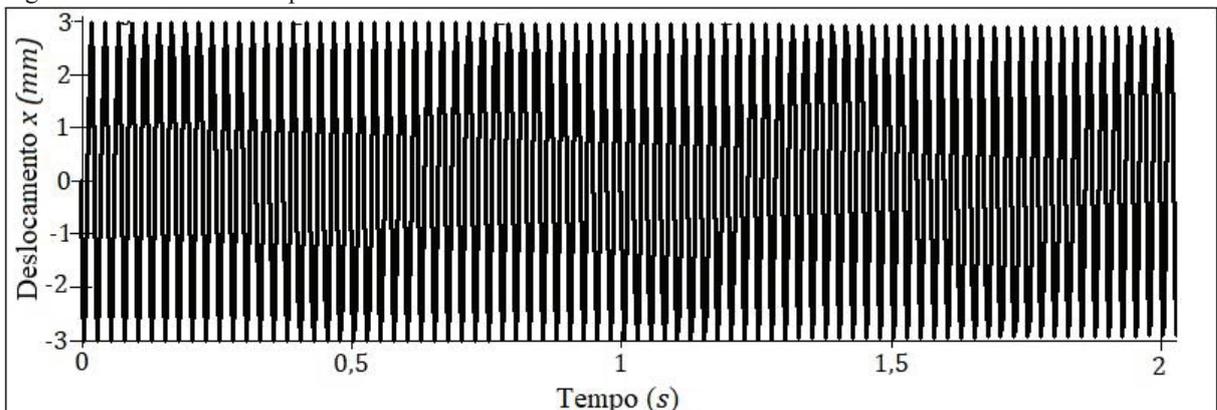
FONTE: O autor (2019).

Observa-se na Figura 42 que o momento torçor máximo do evento é de 918.000,0 *Nmm* e ocorre no tempo de 0,815 s. Não há uma variação significativa no valor do momento torçor durante o evento, que se mantém praticamente constante no movimento de descida e subida da lâmina principal. O valor esperado calculado do momento torçor deve ficar entre 355.641,0 *Nmm* e 1.664.000,0 *Nmm*.

#### 4.3.2.2 Segunda análise: verificação das tensões e acionamento da lâmina principal

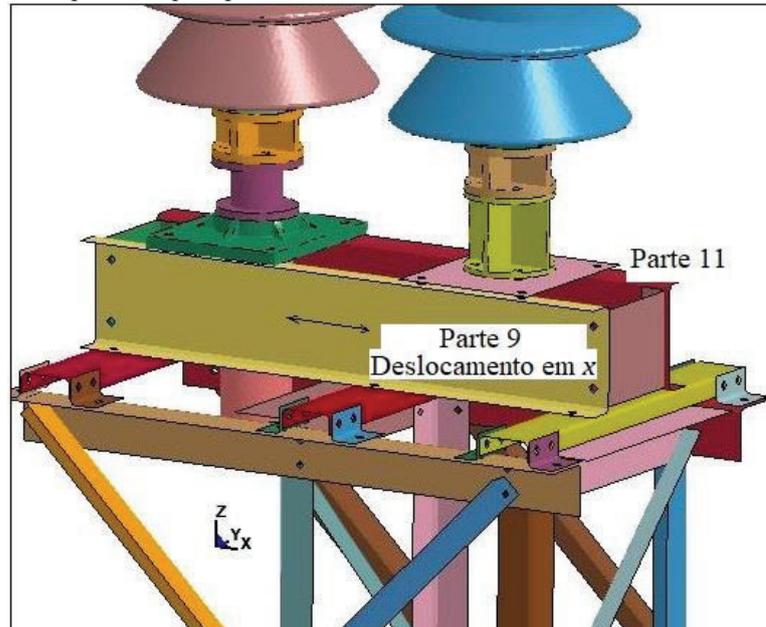
Realiza-se uma análise diferente da apresentada em 4.3.2.1, utilizando o mesmo modelo com os mesmos parâmetros de controle. O carregamento é prescrito na forma de deslocamentos senoidais com amplitude de 3 *mm*, a ser aplicado nas partes 9 e 11 do modelo. O carregamento prescrito tem a forma apresentada na Figura 43. A Figura 44 ilustra a aplicação do carregamento. A parte 11 indicada na Figura 44 é a viga *U* paralela à parte 9.

Figura 43 - Deslocamento prescrito.



FONTE: O autor (2019).

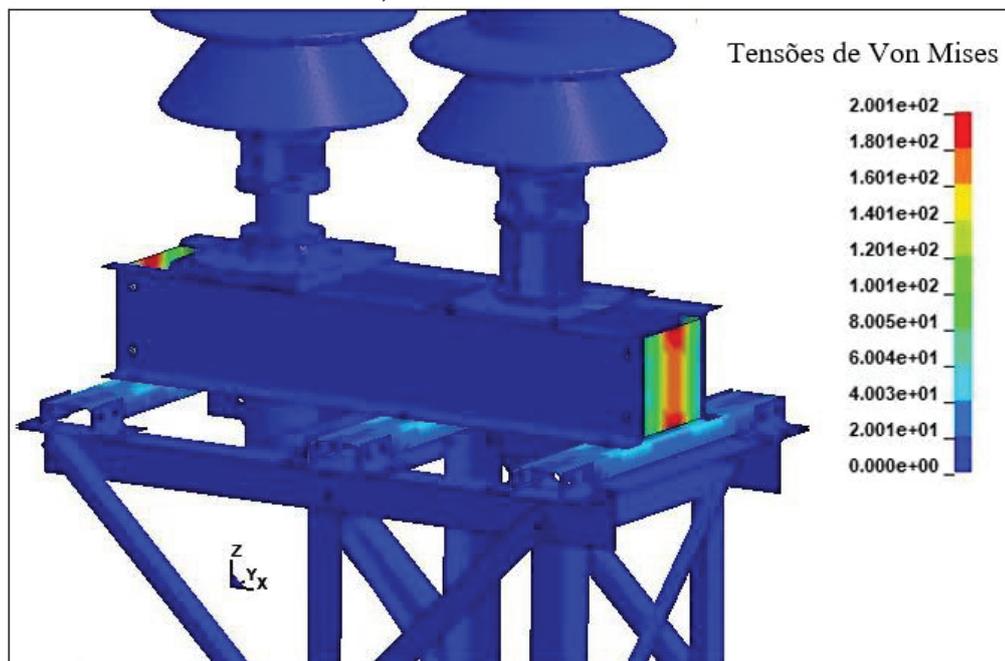
Figura 44 - Deslocamento prescrito para parte 9.



FONTE: O autor (2019).

As tensões de Von Mises geradas pela ação do deslocamento prescrito são apresentadas na Figura 45 para o tempo de evento de 0,00625 s.

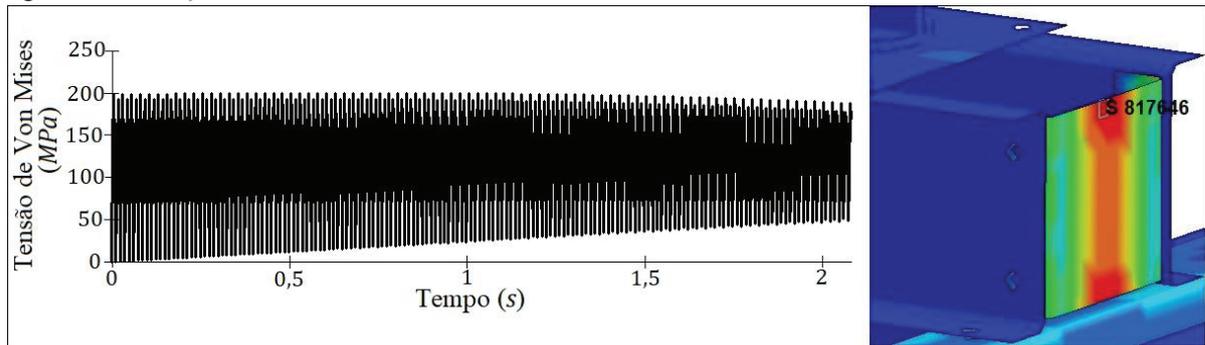
Figura 45 - Tensões de Von Mises em  $t = 0,00625$  s.



FONTE: O autor (2019).

A variação das tensões de Von Mises ao longo do evento para o elemento 817646 é apresentada na Figura 46.

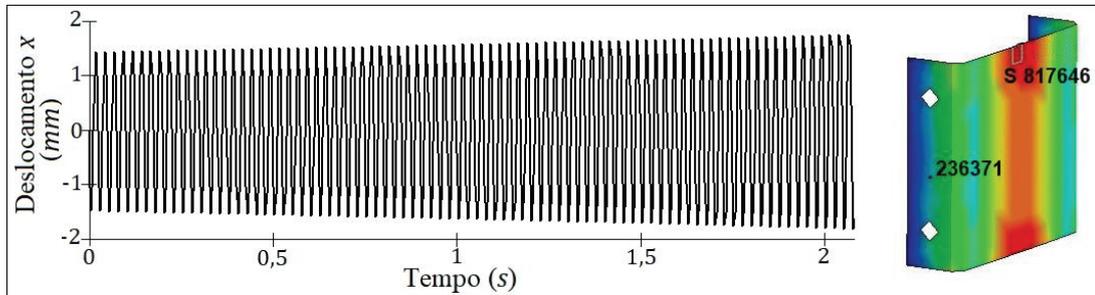
Figura 46 - Variação das tensões de Von Mises do elemento 817646.



FONTE: O autor (2019).

O deslocamento no nó 236371 ao longo do evento é apresentado na Figura 47. No tempo de 0,00625 s o valor do deslocamento é de 1,48 mm.

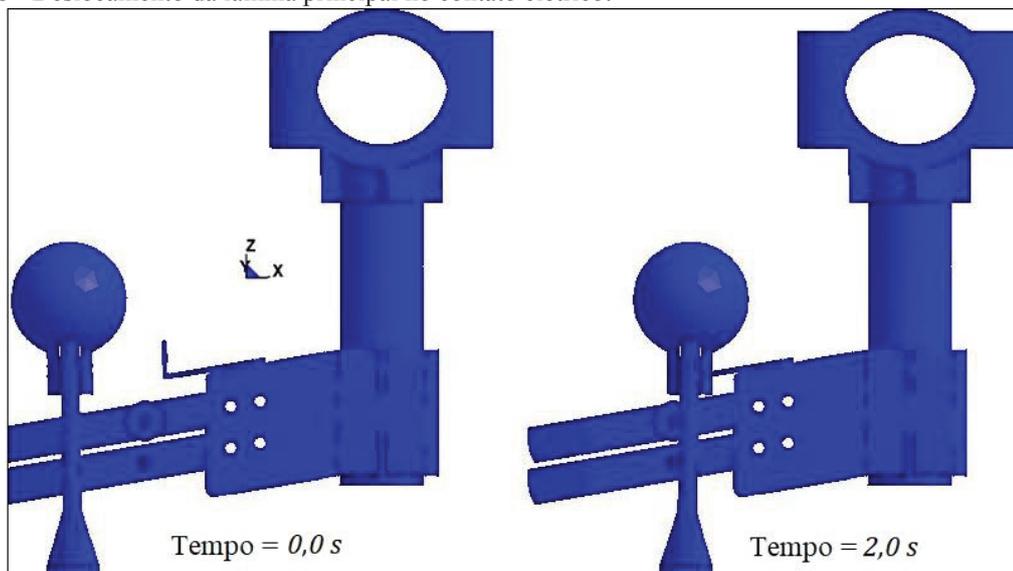
Figura 47 - Deslocamento do nó 236371.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 48 apresenta os deslocamentos no início e no final do evento. Observa-se que devido a excitação senoidal de amplitude 3 mm, a lâmina principal se choca com impacto no contato elétrico.

Figura 48 - Deslocamento da lâmina principal no contato elétrico.

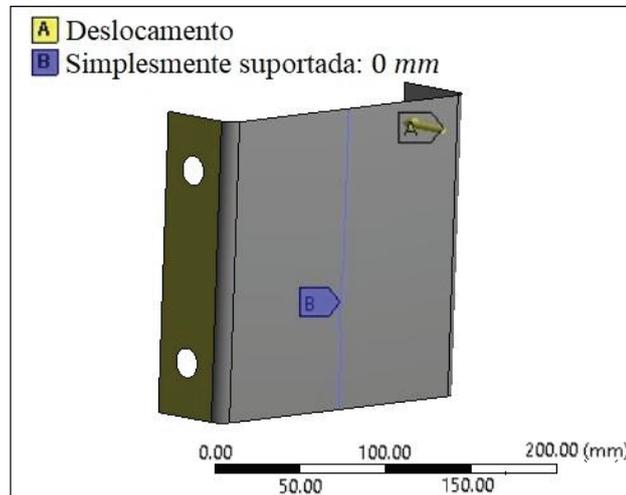


FONTE: O autor (2019).

#### 4.3.2.3 Terceira análise: verificação das tensões com outro *software*

Para checar os valores de tensão observados em 4.3.2.2 e na Figura 45, realiza-se uma terceira análise, somente da chapa *U* onde ocorrem as tensões máximas, utilizando-se como condições de contorno os deslocamentos gerados pela carga senoidal de amplitude de 3 *mm*, apresentada na Figura 47 no tempo de 0,00625 s com o valor de 1,48 *mm*. Será realizada uma análise estática com o mesmo material utilizado na segunda análise, material plástico cinemático, aço com tensão de escoamento de 250 *MPa*, módulo tangente de 1450 *MPa*, coeficiente de Poisson de 0,3 e Módulo de Elasticidade de 200.000 *MPa*. As condições de contorno são apresentadas na Figura 49.

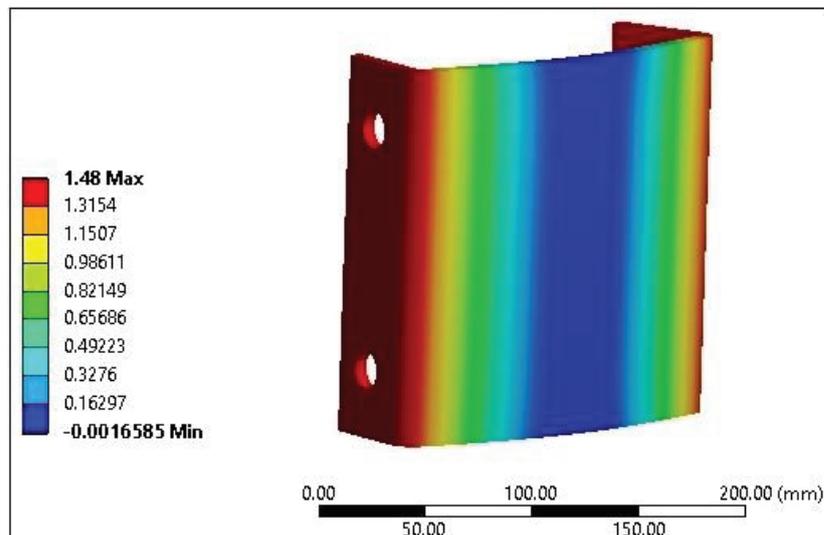
Figura 49 - Condições de contorno.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 50 apresenta o resultado em termos de deslocamentos.

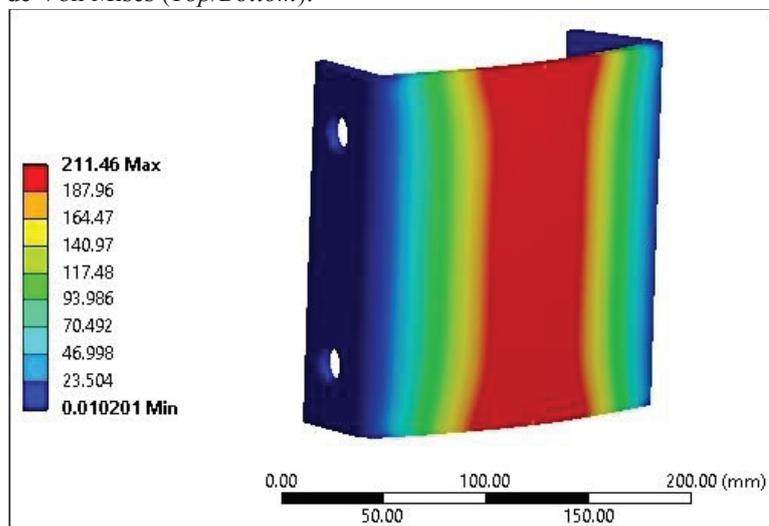
Figura 50 – Deslocamentos.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 51 apresenta os resultados em termos de tensões de Von Mises.

Figura 51 - Tensões de Von Mises (*Top/Bottom*).



FONTE: O autor (2019).

Observa-se comparando os valores obtidos na segunda análise (em 4.3.2.2), tensão de Von Mises máxima de 200,1 MPa e o valor obtido na análise estática da terceira análise (em 4.3.2.3), 211,46 MPa, uma aproximação boa, com diferença percentual na ordem de 5,67%. Dessa forma, sob o ponto de vista numérico, considera-se a calibragem realizada pela configuração dos parâmetros de controle do *software* adequada.

#### 4.3.2.4 Avaliação experimental

Os ensaios experimentais pela aplicação de vibração senoidal utilizando um motovibrador realizados na estrutura real apresentaram um comportamento semelhante ao apresentado na Figura 48, a partir de frequências de 40 Hz. A lâmina principal se chocou com violência contra o contato elétrico, destruindo o mesmo. Esse efeito, apresentado na Figura 48, ocorre no modelo numérico a partir de frequências de excitação de 40 Hz, com amplitude de deslocamento prescrito de 3 mm.

### 4.4 Ensaio experimental: medição das frequências naturais

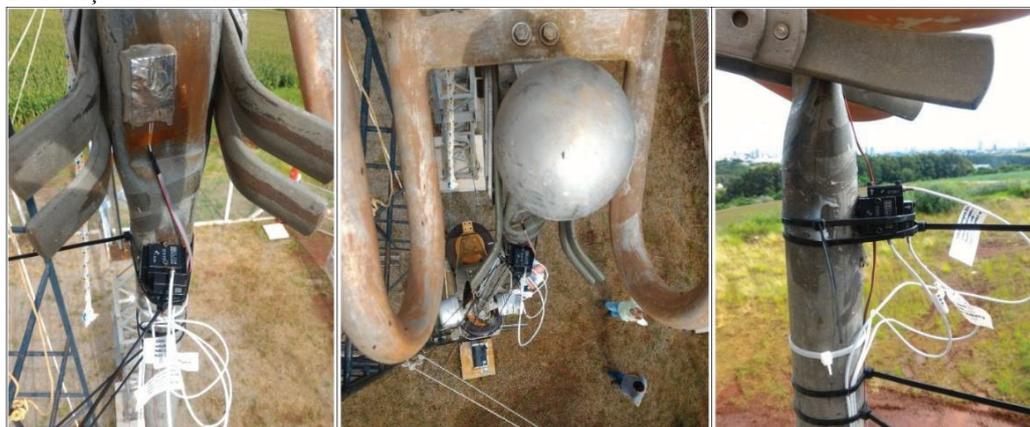
#### 4.4.1 Metodologia para realização do ensaio

Com o objetivo de validar o modelo numérico proposto para representar a estrutura do seccionador, foi realizado um ensaio experimental, através de um impacto com marreta no

centro da lâmina vertical, na direção de abertura do contato ( $x$ ) e na direção transversal ( $y$ ) para obter as acelerações nas duas situações, a fim de comparar com os modos naturais de vibração obtidos por meio do modelo numérico.

Para realização do ensaio foram instalados acelerômetros na extremidade da lâmina principal, próximo ao contato elétrico. Foi escolhido este ponto pelo fato de os modos naturais obtidos numericamente apresentarem maior tendência ao movimento neste local. Foram fixados três acelerômetros, posicionados com os eixos na direção  $x$  (400  $g$  paralelo ao impacto), na direção  $z$  (100  $g$  vertical) e na direção  $y$  (50  $g$  transversal) com o objetivo de captar as acelerações nas três direções, conforme os movimentos dos modos naturais de vibração da lâmina principal. A Figura 52 mostra os acelerômetros utilizados.

Figura 52 - Posição dos acelerômetros.



FONTE: O autor (2019).

A taxa de aquisição do sinal foi de 24.000  $Hz$ , com a utilização de 10 mil pontos para representar o recorte do sinal durante a duração do impacto.

#### 4.4.2 Metodologia para realização do ensaio

O equipamento experimental utilizado para medir as acelerações na estrutura do Seccionador Vertical Reverso é mostrado na Figura 53. Foram utilizados três acelerômetros, uma placa de aquisição e um computador portátil.

O sistema de aquisição de dados utilizado é o ADS 1800, um sistema de aquisição de dados com 24 bits de resolução e entrada universal fabricado pela Lynx Tecnologia Eletrônica Ltda. O ADS1800 é um sistema de aquisição de dados de alta performance com entradas analógicas universais configuráveis individualmente por *software*.

A medição da aceleração foi realizada na extremidade da lâmina principal usando três tipos de acelerômetros: modelo 2220-050, serial 31219, part 153-00098-03 Idd 7.5 mV, Bias

8.4 mV, SF 79.49mV/g; modelo 2210-100, serial 31041, part 153-00097-04, Idd 8.3 mA, Bias -1.3 mV, SF 40.08 mV/g; modelo 2210-400, serial 26675, part 153-00097-10, Idd 7.6 mA, Bias -5.3 mV, SF 10.01 mV/g, fornecidos pela Silicon Designs Inc.

Figura 53 - Equipamento experimental utilizado para medições de acelerações.



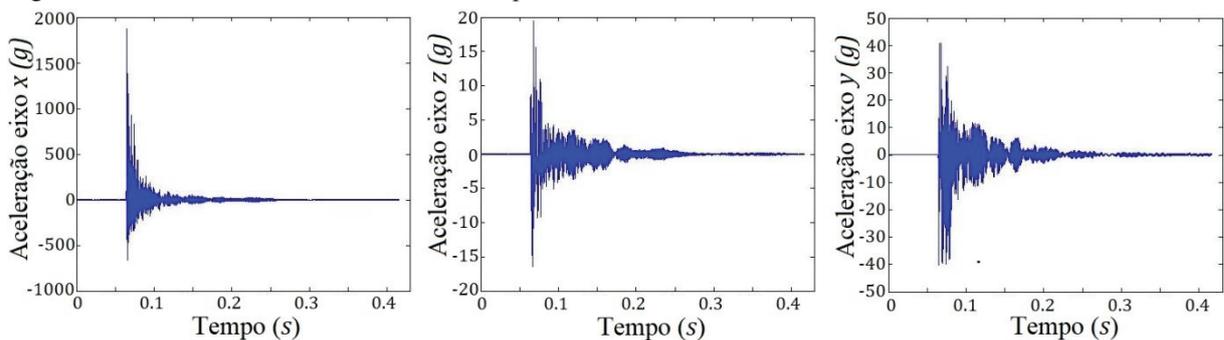
FONTE: O autor (2019).

Com a obtenção dos sinais, o próximo passo foi a geração das frequências naturais utilizando o *software Matlab* e aplicando uma sub-rotina de geração da *FFT (Fast Fourier Transform)*.

#### 4.4.3 Sinais obtidos e frequências naturais geradas

A Figura 54 apresenta a forma dos sinais obtidos martelando o centro da lâmina principal, para os eixos  $x$ ,  $z$  e  $y$ .

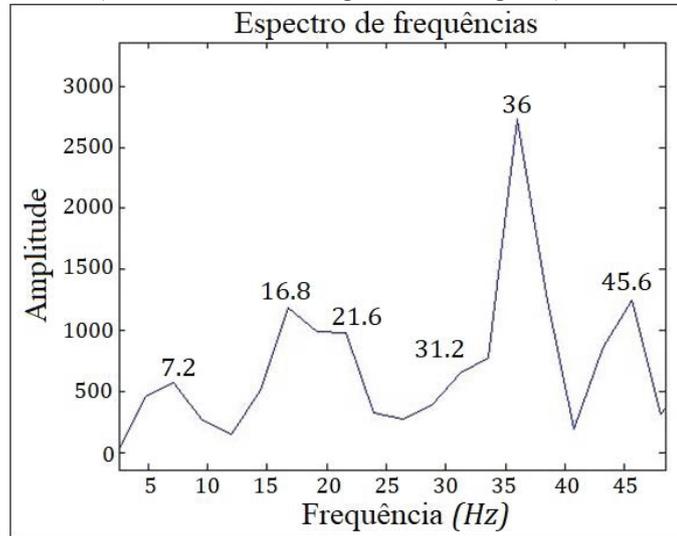
Figura 54 – Forma dos sinais obtidos com o impacto da marreta no centro da lâmina vertical.



FONTE: O autor (2019).

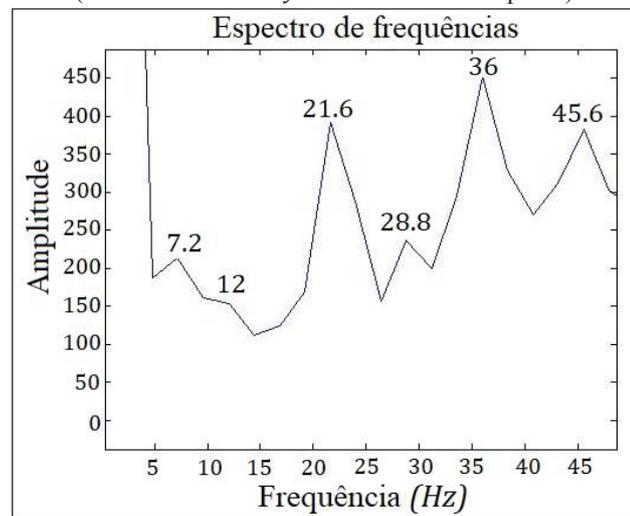
As Figuras 55, 56, 57 e 58 mostram as magnitudes das acelerações no domínio da frequência para as direções vertical, transversal e longitudinal, mostrando as faixas de frequência até 45 Hz.

Figura 55 - Frequências naturais (acelerômetro eixo x e paralelo ao impacto).



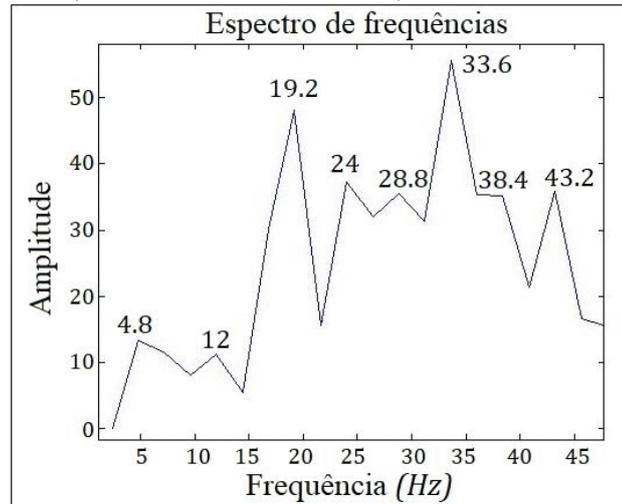
FONTE: O autor (2019).

Figura 56 - Frequências naturais (acelerômetro eixo y e transversal ao impacto).



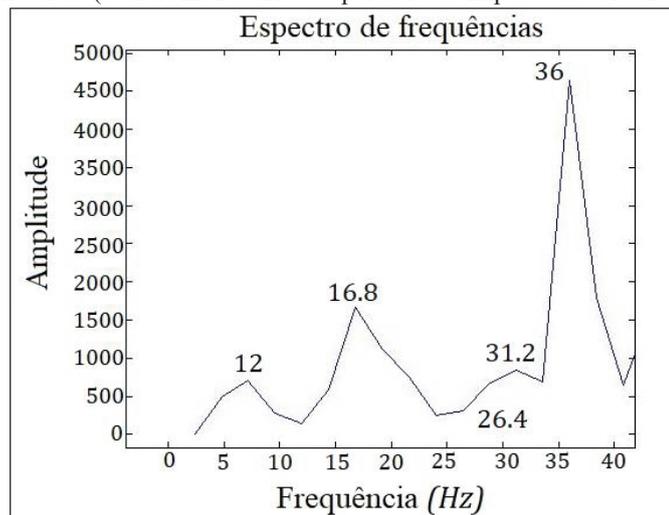
FONTE: O autor (2019).

Figura 57 - Frequências naturais (acelerômetro eixo z e vertical).



FONTE: O autor (2019).

Figura 58 - Frequências naturais (acelerômetro eixo x e paralelo ao impacto da terceira batida).



FONTE: O autor (2019).

A Tabela 2 apresenta as frequências obtidas nos ensaios, colocadas em ordem crescente. Frequências muito baixas, abaixo de 4 Hz, foram desprezadas, pois estão abaixo da capacidade de aquisição do equipamento utilizado. A Tabela 2 também mostra uma comparação entre os resultados obtidos experimentalmente com os obtidos pelo Método dos Elementos Finitos, que são apresentados também no Capítulo 5, na seção 5.2. As diferenças percentuais entre os resultados são pequenas, com exceção para o 2º, 5º, 6º e 14º modo de vibração, o que valida o modelo numérico utilizado do ponto de vista de avaliação modal.

Tabela 2 - Comparação entre modos de vibração experimental e numérico.

Modo de vibração	Experimental (Hz)	Numérico (Hz)	Diferença %
1º	4.8	4.72	2%
2º	7.2	5.57	23%
3º	12	12.14	-1%

Continuação da Tabela 2.

Modo de vibração	Experimental (Hz)	Numérico (Hz)	Diferença %
4°	16.8	16.77	0%
5°	19.2	17.11	10.9%
6°	21.6	17.65	18.3%
7°	24	24.91	-3.8%
8°	26.4	27.57	-4.4%
9°	28.8	30.42	-5.6%
10°	31.2	32.12	-2.9%
11°	33.6	33.29	0.9%
12°	36	36.18	-0.5%
13°	38.4	37.70	1.8%
14°	43.2	48.35	-11.9%
21°	76.9	79.73	-3.7%

FONTE: O autor (2019).

#### 4.5 Conclusões parciais

A partir das avaliações e calibrações realizadas nesse capítulo, conclui-se pela adequação do modelo numérico na representação do comportamento do modelo real para as condições de análises apresentadas. Tanto a validação puramente numérica através dos valores do momento torçor, tensões e a medição experimental das frequências naturais são coerentes com o modelo numérico apresentado.

## 5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A primeira análise realizada foi a determinação das frequências naturais da estrutura do Seccionador Vertical Reverso. Em seguida, se apresentam a simulação da movimentação do contato elétrico, desde uma posição intermediária (em torno de 50 *mm* antes do ponto de contato efetivo) até a posição de contato efetivo entre a lâmina principal e o contato fixo, por meio de movimento de vibração e/ou rotação do eixo motor do Seccionador Vertical Reverso. O objetivo das análises é determinar as curvas de deslocamento versus tempo do contato elétrico, e as curvas de momento torçor versus tempo no eixo motor, e determinar as melhores frequências de excitação que produzam o deslocamento da lâmina principal de encontro ao contato fixo e também determinar o nível de tensões a que ficam sujeitos os isoladores e componentes do mecanismo de acionamento da lâmina principal e do contato fixo.

Nesse Capítulo se apresentam as análises de acordo com a ordem cronológica de obtenção dos resultados. Num primeiro momento se apresentam os resultados obtidos trabalhando com um modelo mais simples e sem a utilização dos parâmetros de controle e calibração apresentados no Capítulo 4. Num segundo momento, se apresenta um modelo mais evoluído, conforme apresentado nos Capítulos 3 e 4, e com a utilização dos parâmetros de calibração e controle. Decidiu-se por essa abordagem com o intuito de mostrar a evolução do trabalho, preservando o histórico de dificuldades encontradas até a obtenção da solução final.

### 5.1 Análise dos modos naturais de vibração

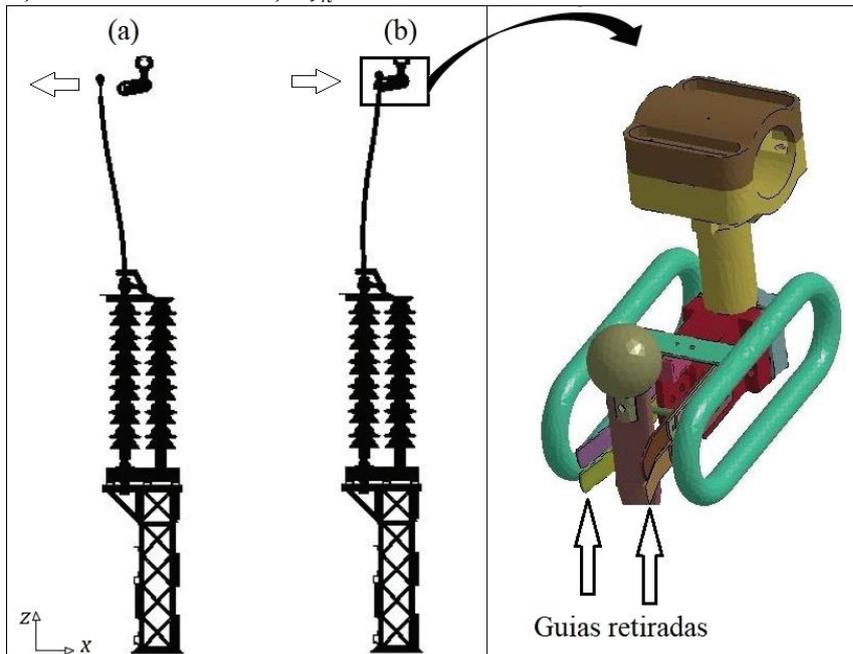
Buscando avaliar o comportamento dinâmico da estrutura do seccionador, foram realizadas análises modais para identificar as diferentes frequências naturais do sistema. Um dos objetivos é identificar as frequências naturais que deslocam a ponta da lâmina principal no sentido de  $x$  ou  $z$ , na presença de atrito entre a lâmina e o contato fixo, identificando a frequência mais adequada para o projeto do motovibrador.

A primeira frequência natural identificada no programa foi de 6,2633 *Hz* (sem a calibração do modelo e melhorias na geometria) e mostrava uma vibração horizontal no sentido do eixo  $x$ , concentrada na lâmina principal. A ponteira da lâmina principal não se movia, aparentando estar fixa nas guias batentes do contato fixo, como pode ser observado na Figura 59 (b). Também foi realizada uma análise retirando as guias do contato fixo. Somente retirando as guias, ocorre movimento na direção  $x$  (Figura 59 (a)). A segunda frequência natural

identificada foi  $16,635 \text{ Hz}$ , e mostrava uma vibração horizontal no sentido do eixo  $x$ , mostrado na Figura 60. A terceira frequência natural identificada foi  $17,137 \text{ Hz}$ , e mostrava uma vibração horizontal no sentido do eixo  $y$  conforme apresentado na Figura 61.

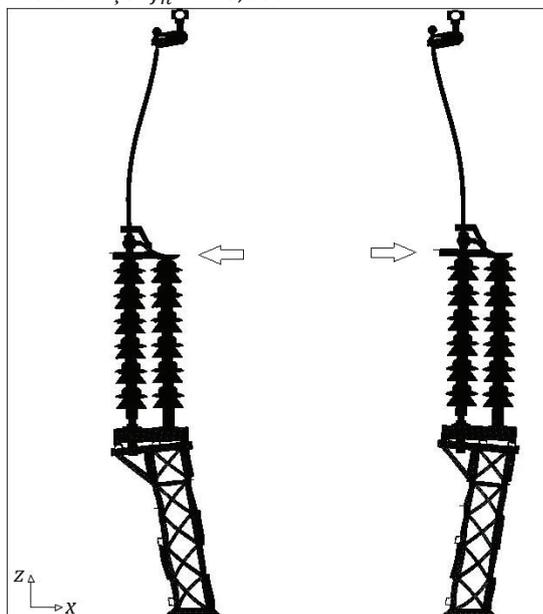
A severidade dos contatos iniciais e as penetrações iniciais prejudicaram a análise, que não apresentou corretamente o comportamento das frequências naturais do seccionador. Em função disso, foram refeitas as análises na seção 5.2 a seguir, considerando os parâmetros de calibração do modelo.

Figura 59 – Vibração horizontal do balanço:  $f_n = 6,2633 \text{ Hz}$ .



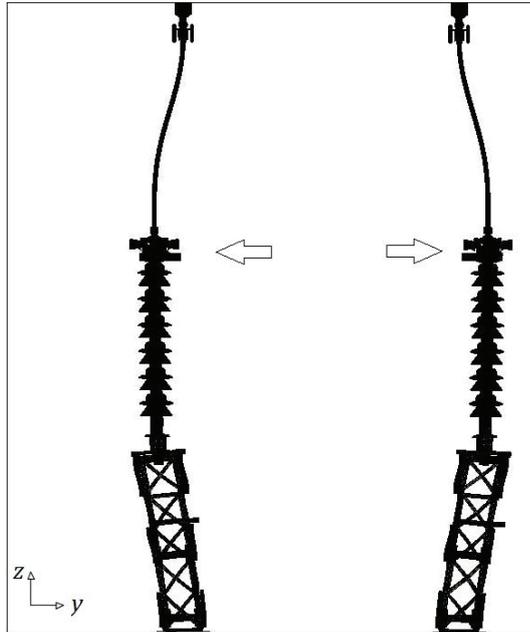
FONTE: O autor (2019).

Figura 60 - Vibração horizontal do balanço:  $f_n = 16,635 \text{ Hz}$ .



FONTE: O autor (2019).

Figura 61 - Vibração horizontal do balanço:  $f_n = 17,137 \text{ Hz}$ .

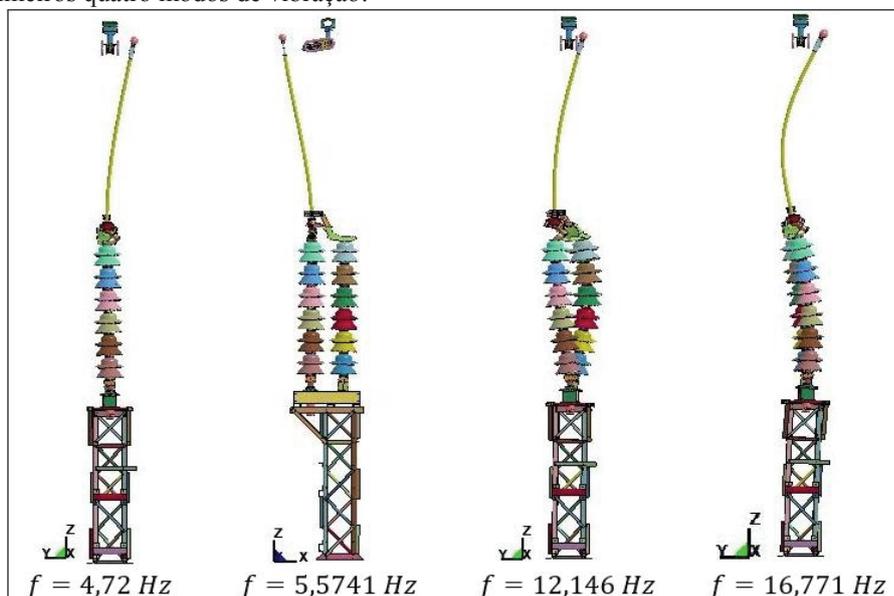


FONTE: O autor (2019).

## 5.2 Análise das frequências naturais considerando os parâmetros de calibração

Nesta seção apresenta-se a análise para determinar as frequências naturais utilizando o modelo melhorado. O primeiro modo de vibração foi  $f = 4,72 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $y$ . O segundo modo de vibração foi  $f = 5,5741 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $x$ . O terceiro modo foi  $f = 12,146 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $y$  com torção. E o quarto modo foi  $f = 16,771 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $y$ . Esses quatro modos são de flexão e são apresentados na Figura 62.

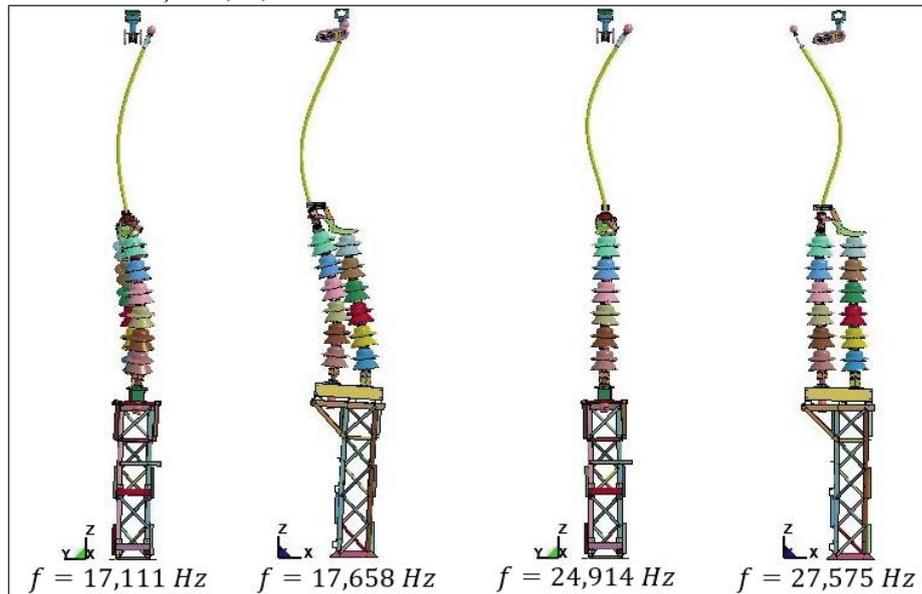
Figura 62 - Primeiros quatro modos de vibração.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 63 apresenta os próximos quatro modos de vibração para  $f = 17,111 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $y$ ,  $f = 17,658 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $x$ ,  $f = 24,914 \text{ Hz}$  na direção  $y$ ,  $f = 27,575 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $y$ .

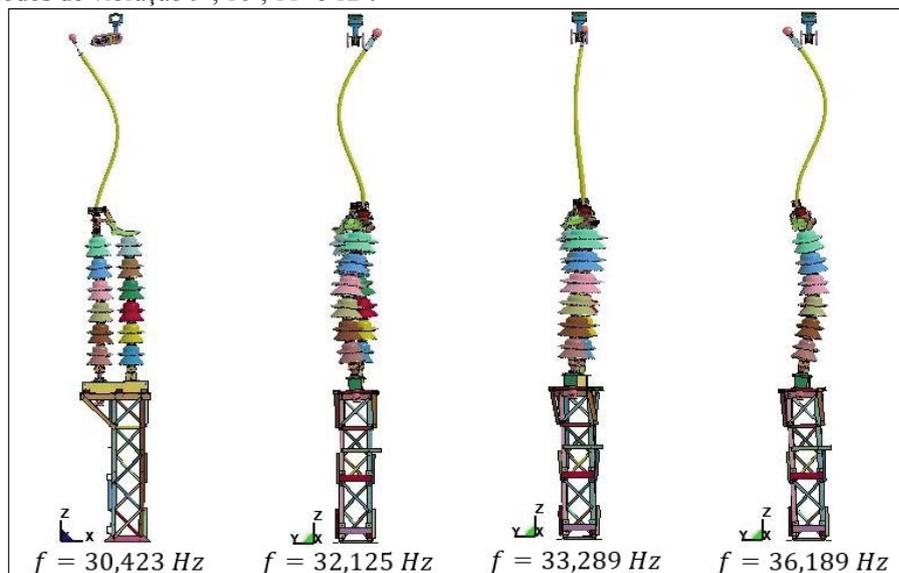
Figura 63 - Modos de vibração 5°, 6°, 7° e 8°.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 64 apresenta os modos de vibração para  $f = 30,423 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $x$  e vertical,  $f = 32,125 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $y$  associada a torção,  $f = 33,289 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $y$ , e para  $f = 36,189 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $y$ , colocadas lado a lado para facilitar a compreensão da tendência de vibração.

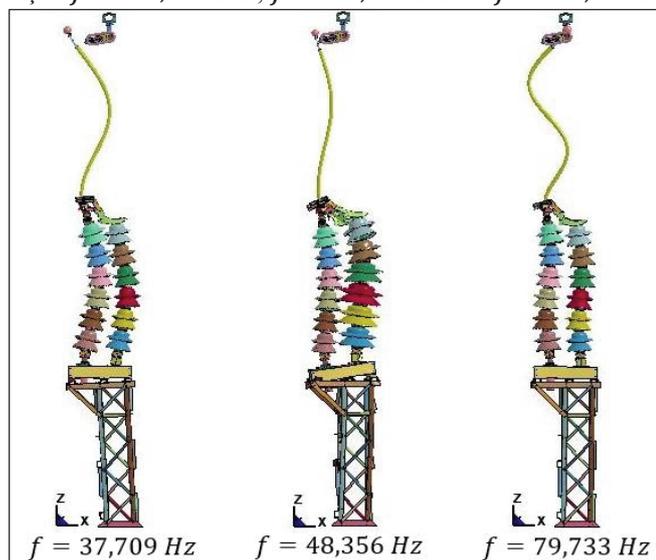
Figura 64 - Modos de vibração 9°, 10°, 11° e 12°.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 65 apresenta as frequências  $f = 37,709 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $x$ ,  $f = 48,356 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $x$  e  $f = 79,733 \text{ Hz}$  com vibração na direção  $x$ .

Figura 65 - Modos de vibração  $f = 37,709 \text{ Hz}$ ,  $f = 48,356 \text{ Hz}$  e  $f = 79,733 \text{ Hz}$ .



FONTE: O autor (2019).

Como o motovibrador a ser projetado pretende trabalhar com frequências entre  $20 \text{ Hz}$  e  $80 \text{ Hz}$ , é interessante avaliar esses quatro modos de frequência. Nas proximidades de  $20 \text{ Hz}$  (ver Figura 63) a tendência predominante de vibração é na direção  $y$  ou na direção  $x$  com flexão nas colunas dos isoladores. Não é uma frequência, portanto, em que se esperem resultados promissores para aplicação no motovibrador. Para a frequência de  $30 \text{ Hz}$  (Figura 64) predomina vibração na direção  $x$  e vertical, o que também a desqualifica. Nas proximidades da frequência de  $40 \text{ Hz}$  (Figura 65), predomina flexão com torção na estrutura da sub-base e colunas dos isoladores, sendo, portanto, uma frequência a ser avaliada. Para a frequência de  $80 \text{ Hz}$ , predomina flexão na lâmina principal, sendo também uma frequência a ser avaliada. As frequências de  $30 \text{ Hz}$ ,  $40 \text{ Hz}$  e  $80 \text{ Hz}$  tendem a fazer vibrar a lâmina principal, atuando também sobre as duas colunas dos isoladores, o que as torna como opções a serem estudadas. Também deve-se ressaltar que são frequências distantes do primeiro modo de vibração do seccionador, que é  $f = 4,72 \text{ Hz}$ .

### 5.3 Análise dinâmica

Os tópicos seguintes apresentam os resultados das simulações efetuadas para a movimentação do contato móvel, com o objetivo de encaixar a lâmina principal nas guias do contato fixo, por meio de movimento de vibração e/ou rotação do eixo motor do Seccionador,

e proporcionar o contato elétrico efetivo. Foram realizadas simulações com e sem a calibração do modelo através dos parâmetros de controle dos comandos palavras chave *\*CONTROL\_CONTACT* e *\*CONTACT* conforme apresentado na seção 4.3.2, com o objetivo de eliminar o efeito de penetrações iniciais e reduzir a severidade dos contatos iniciais. Num primeiro momento as simulações realizadas sem a calibração do modelo são apresentadas. Através delas se identificou e foram sendo corrigidos problemas de contato, geometrias incorretas e interferências entre os elementos. Também através delas foi possível identificar pontos onde juntas cilíndricas deveriam ser colocadas, bem como restrições de movimento deveriam ser aplicadas para obtenção de equilíbrio na análise implícita. Como foi observado no modelo real, a estrutura é muito flexível e sujeita às oscilações laterais indesejadas (na direção  $y$ ) que dificultam a obtenção do equilíbrio na análise implícita. Esgotadas as possibilidades de ajustes no modelo, procurou-se aí então, utilizar os recursos de calibragem dos parâmetros de controle do *software*.

### 5.3.1 Simulações sem a calibração do modelo

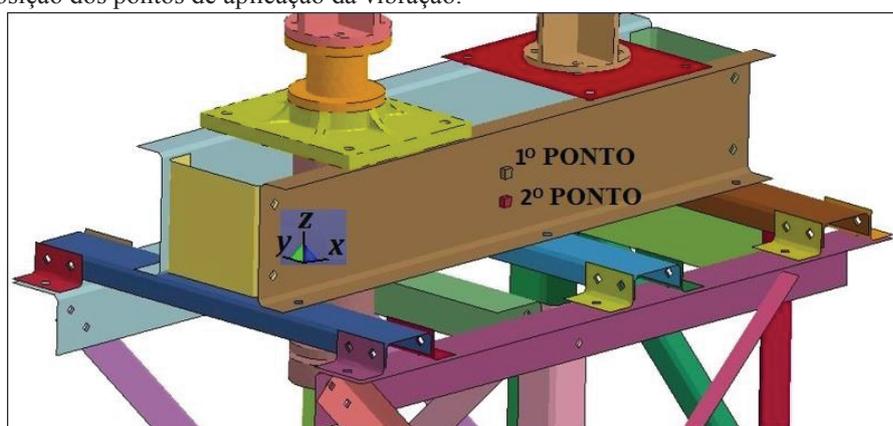
Nessa seção se apresentam as primeiras simulações executadas com o modelo gerado através de medições na estrutura real. Devido à metodologia empregada na geração do modelo, através da desmontagem da estrutura e realização das medições, componente a componente, da estrutura e do mecanismo de transmissão de movimento, o modelo ficou sujeito a imperfeições, interferências, penetrações entre peças e problemas de contato. Também foi necessário simplificações no modelo para realizar as análises implícitas, retirando-se componentes da transmissão do movimento como molas, rolamentos e batentes. Nas simulações apresentadas nesta seção procurou-se identificar os problemas existentes na construção da geometria, acertar contatos, fazer simplificações, observar os valores gerados de deslocamento do contato elétrico, momento torçor exigido no eixo motor e valores de tensões, para posteriormente calibrar o modelo através dos parâmetros de contato disponíveis no *software* de simulação por análise implícita.

#### 5.3.1.1 Excitação na direção $x$ e $z$

Com o objetivo de avaliar a proposta predeterminada de movimentar o encaixe do contato elétrico através de excitação por vibração, e determinar a melhor frequência de

acionamento, foi construído um modelo da estrutura. Na discretização da malha foram utilizados os elementos de menor custo computacional, a casca de número 2 (*Belytschko-Tsay*) e o elemento sólido de número 10 (tetraedro com um ponto de integração), uma vez que o objetivo da análise é a busca de movimento horizontal do contato elétrico, o que não exige elementos de alta ordem. A Figura 66 apresenta a localização dos pontos de aplicação da vibração. Estes dois pontos foram construídos com dois elementos sólidos feitos de material rígido. A vibração pode ser aplicada na direção  $x$ ,  $y$  ou  $z$ , isoladamente ou simultaneamente.

Figura 66 – Posição dos pontos de aplicação da vibração.



FONTE: O autor (2019).

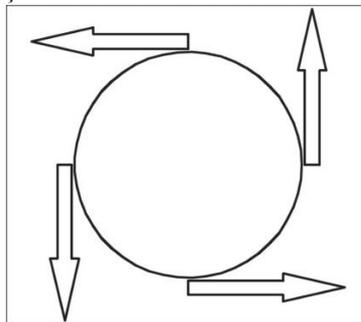
A vibração pode ser aplicada como deslocamento através do comando *\*BOUNDARY\_PRESCRIBED\_MOTION\_RIGID* do *LS-Dyna*. Este comando impõe um movimento nodal a um nó ou a um conjunto de nós. Deslocamentos também podem ser impostos a corpos rígidos como conjuntos de nós e elementos (partes). A vibração na direção  $x$  é calculada pela equação (35) e aplicada no ponto 1 como *Curva 1*, e na direção  $z$  pela equação (36) aplicada no ponto 2 como *Curva 2*. Foi colocada uma defasagem de  $\pi/2$  para a direção vertical, em função da rotação do disco do motovibrador, conforme apresentado na Figura 67.

$$v = \sin(\omega t) \quad (35)$$

$$v = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (36)$$

Onde  $\omega$  é a velocidade angular, e pode ser calculada pela equação (A.8),  $t$  é o tempo e  $v$  é o deslocamento.

Figura 67 - Sentido de geração de vibração do disco excêntrico de um motovibrador.

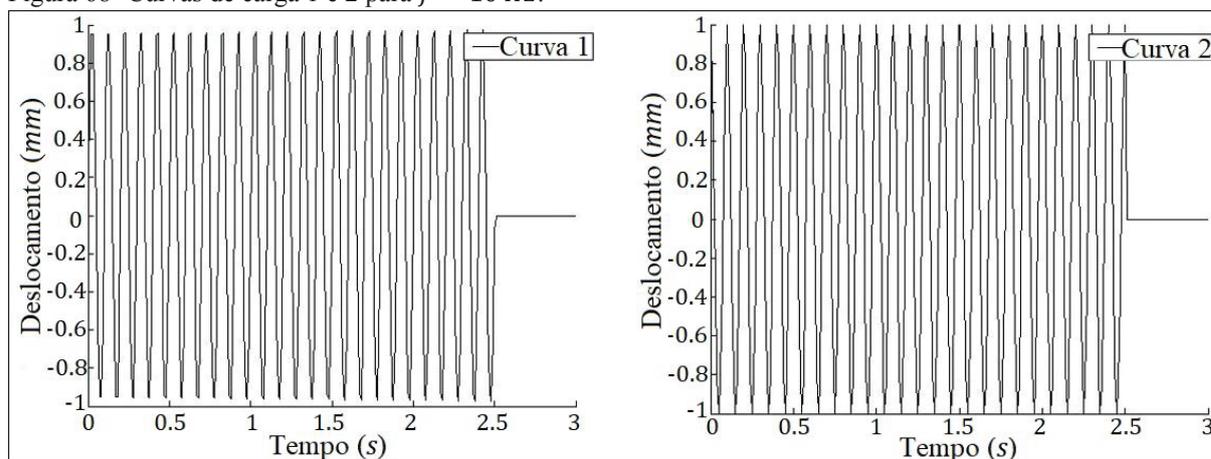


FONTE: O autor (2019).

Foram testadas frequências de excitação de  $f = 6,26 \text{ Hz}$ ,  $10 \text{ Hz}$ ,  $16,6 \text{ Hz}$ ,  $20 \text{ Hz}$ ,  $41,7 \text{ Hz}$ ,  $93,8 \text{ Hz}$ ,  $173,9 \text{ Hz}$ ,  $233,8 \text{ Hz}$ ,  $277,55 \text{ Hz}$ ,  $296,42 \text{ Hz}$ , baseando-se na análise de frequência natural anterior. Estas frequências foram escolhidas por serem as que tendiam a excitar o contato móvel na direção  $x$ , de fechamento do contato elétrico.

As curvas de carregamento impostas tem o formato apresentado na Figura 68. O Apêndice E traz os programas utilizados para a geração de curvas.

Figura 68- Curvas de carga 1 e 2 para  $f = 10 \text{ Hz}$ .

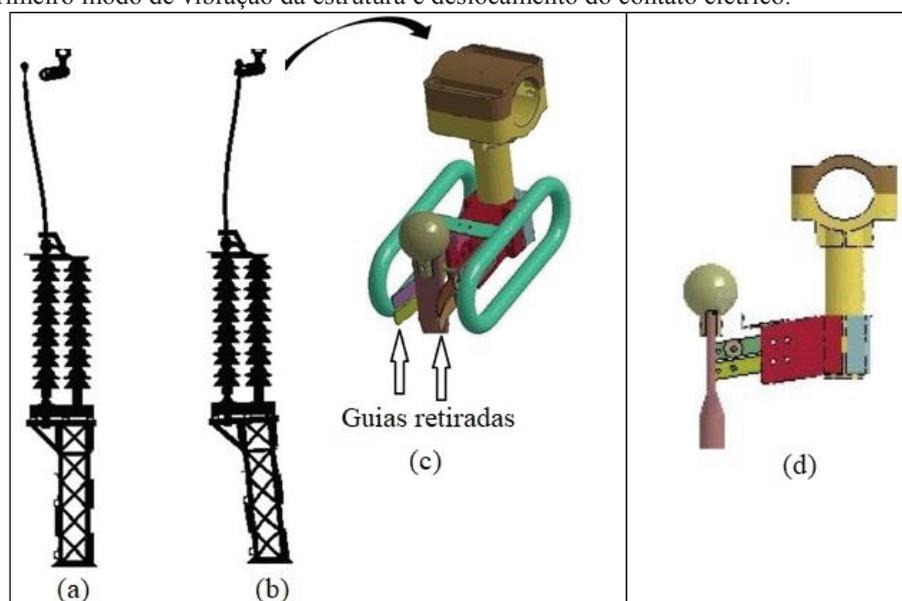


FONTE: O autor (2019).

As frequências foram testadas (de  $5 \text{ Hz}$  a  $300 \text{ Hz}$ ), primeiro retirando o apoio (as guias) da extremidade da lâmina principal, e depois mantendo o apoio na extremidade, e em todos os casos a estrutura se comportou da mesma forma, ou seja, a extremidade da lâmina principal só tem deslocamento significativo quando não existe apoio na extremidade da lâmina principal. Quando existe apoio, a estrutura toda sofre vibração mas não movimentam a ponta da lâmina principal. Essa situação é mostrada na Figura 69 para uma frequência de vibração de  $20 \text{ Hz}$ . Em (a), o contato fixo está sem as guias, deixando a extremidade da lâmina sem apoio, produzindo movimento na ponta da lâmina, e mantendo o restante da estrutura mais estável; e em (b), o contato fixo está com as guias, deixando a extremidade da lâmina com apoio,

conforme a estrutura real, e provocando instabilidade no corpo do seccionador. Em (c) se apresenta um detalhe mostrando as guias que foram retiradas e em (d) o movimento do contato elétrico.

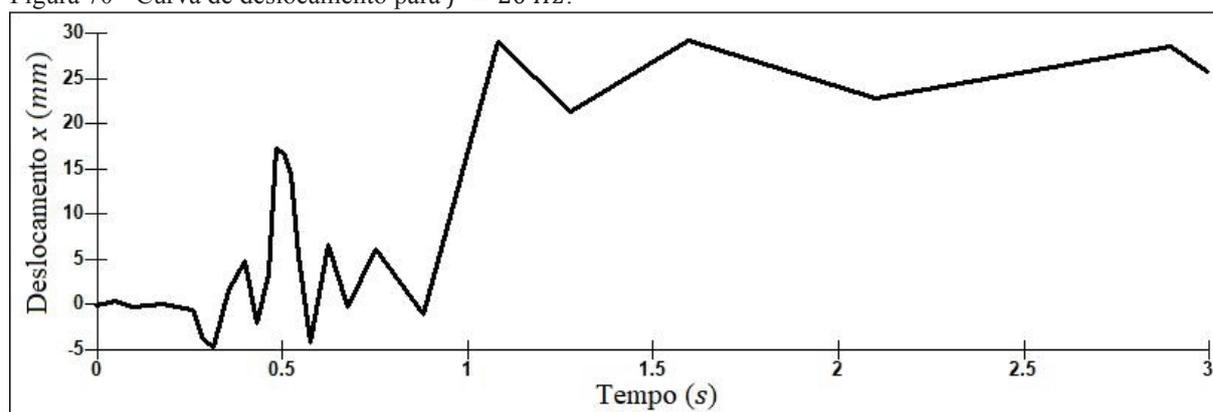
Figura 69 - Primeiro modo de vibração da estrutura e deslocamento do contato elétrico.



FONTE: O autor (2019).

A frequência que produziu melhor resultado foi a de 20 Hz, com a extremidade da lâmina principal sem apoio, com 29,2 mm de deslocamento em 1,6 s, quando excitada por uma carga senoidal de valor unitário na direção  $x$  e na direção  $z$  simultaneamente. A curva de deslocamento é apresentada na Figura 70.

Figura 70 - Curva de deslocamento para  $f = 20$  Hz.

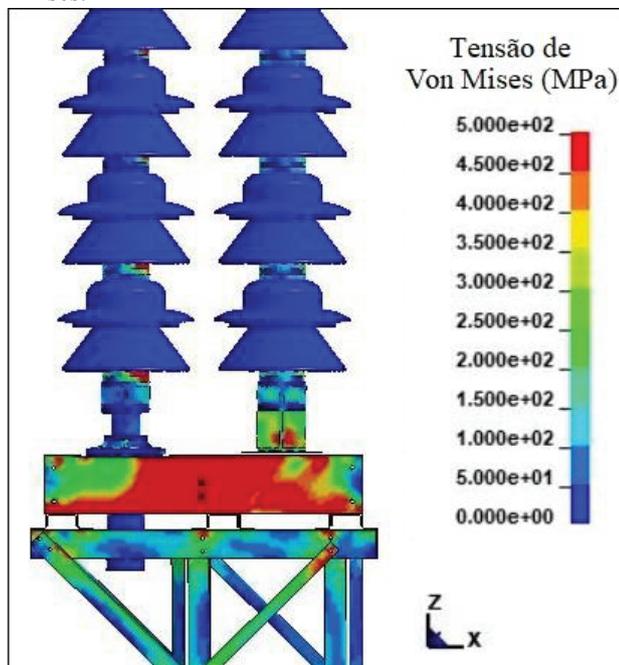


FONTE: O autor (2019).

Este resultado só foi possível retirando as guias do contato fixo, e deixando a ponta da lâmina principal livre para se movimentar. A presença das guias atua como se fosse um apoio para o contato móvel da lâmina principal. Esse efeito das guias trabalharem como um apoio é

gerado pelas interpenetrações entre componentes e pela severidade dos contatos iniciais entre as guias do contato fixo e o contato móvel.

Figura 71 - Tensões de Von Mises.



FONTE: O autor (2019).

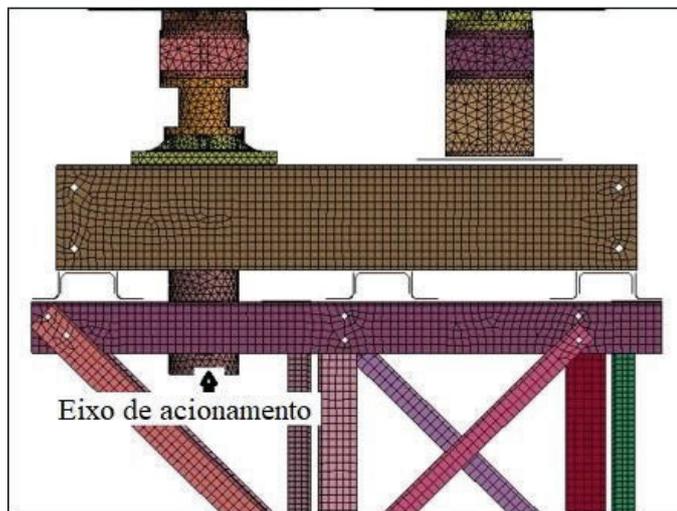
Ao avaliar as tensões de Von Mises geradas no modelo pela aplicação da excitação senoidal, mostrado na Figura 71, observa-se valores muito elevados. Não ocorre ruptura dos materiais devido a não prescrição de encruamento e deformação específica final na definição das propriedades dos materiais utilizados. Isso demonstra uma descalibragem do modelo, reforçando a conclusão de que as interpenetrações entre componentes devem ser corrigidos e atenuados pelos parâmetros de controle das palavras chaves que controlam os contatos, conforme apresentado no Capítulo 4. Nessa seção serão mantidos os parâmetros de controle e trabalhado na correção dos contatos e verificação das interpenetrações iniciais, com correções na geometria do modelo.

### 5.3.1.2 Excitação na direção $x$ no eixo motor com torção

A Figura 72 apresenta o eixo de acionamento do Seccionador Vertical Reverso, no qual se aplica uma rotação em torno do eixo vertical  $z$  de 1,5 radianos em 0,3 s e simultaneamente uma vibração na direção  $x$  de forma senoidal, com valor máximo de amplitude de 0,01 mm conforme mostrado na Figura 73. Na discretização da malha foram utilizados os elementos de

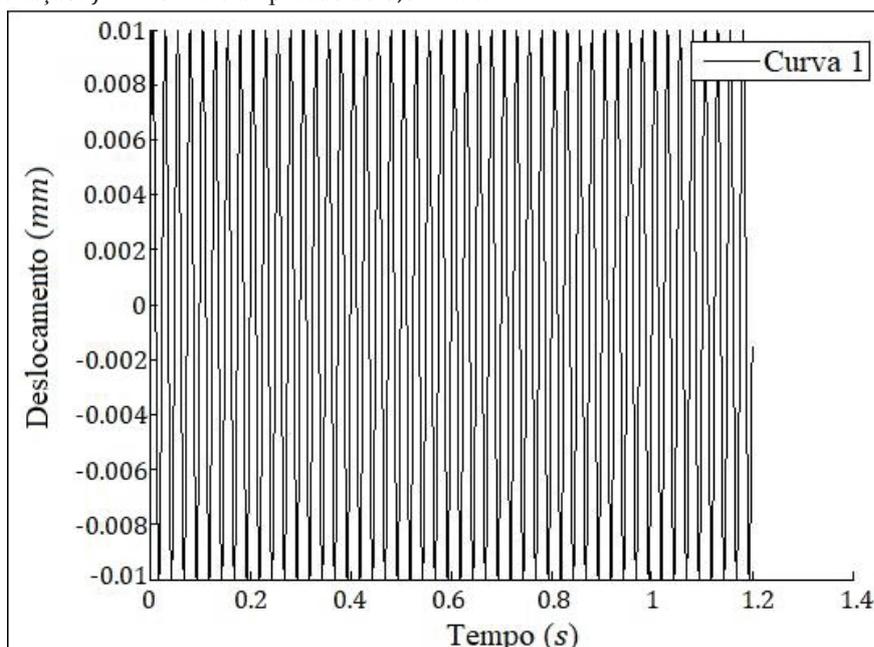
menor custo computacional, a casca de número 2 (*Belytschko-Tsay*) e o elemento sólido de número 10 (tetraedro com um ponto de integração).

Figura 72 - Eixo de torção.



FONTE: O autor (2019).

Figura 73 – Excitação:  $f = 40 \text{ Hz}$  e amplitude de  $0,01 \text{ mm}$ .



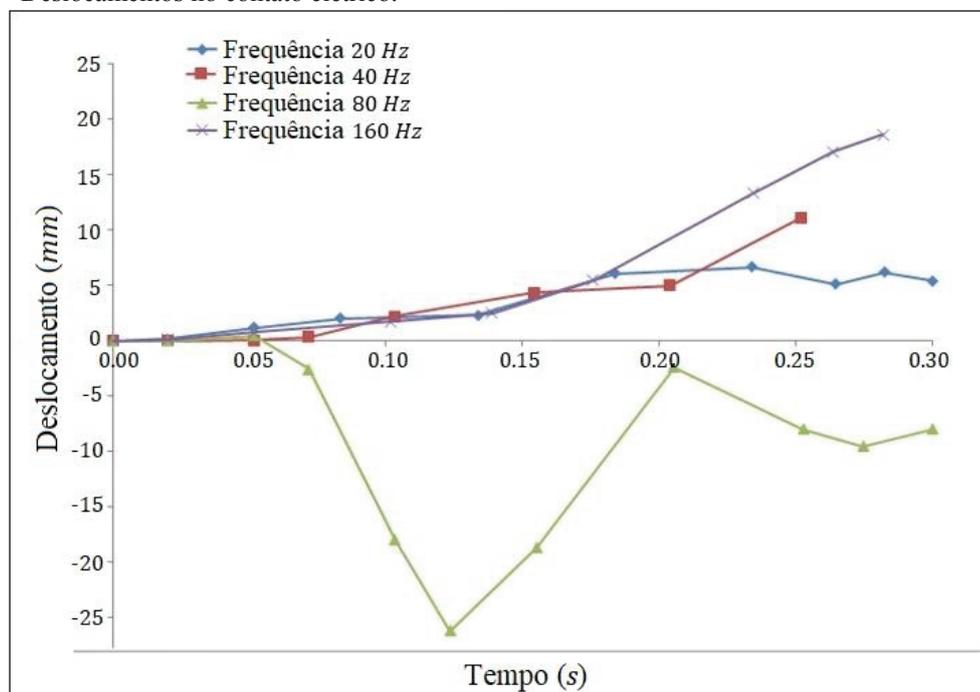
FONTE: O autor (2019).

Foram realizadas simulações para as frequências de  $20 \text{ Hz}$ ,  $40 \text{ Hz}$ ,  $80 \text{ Hz}$  e  $160 \text{ Hz}$ , com resultados de deslocamento no contato elétrico mostrados na Figura 74.

Observa-se na Figura 74 que a frequência com melhor comportamento é a de  $80 \text{ Hz}$ , seguida pela frequência de  $160 \text{ Hz}$  e pela de  $40 \text{ Hz}$ . Para a aplicação no projeto do motovibrador recomenda-se a utilização da frequência de  $40 \text{ Hz}$  e a de  $80 \text{ Hz}$ , uma vez que a

frequência de 160 Hz é considerada alta para este tipo de aplicação (exige uma rotação muito alta para o motovibrador).

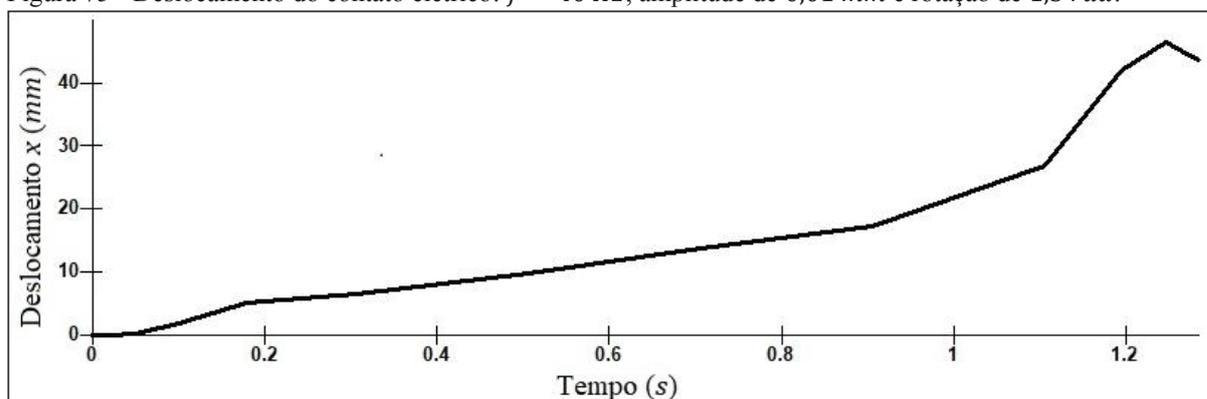
Figura 74 - Deslocamentos no contato elétrico.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 75 apresenta o deslocamento para um tempo total de evento de 1,3 s, com rotação prescrita de 1,5 rad (em 1,3 s), excitação senoidal de amplitude de 0,01 mm e uma frequência de excitação de 40 Hz. Observa-se que o resultado obtido pela superposição dos dois movimentos produziu um deslocamento de 46,6 mm, no tempo de 1,25 s.

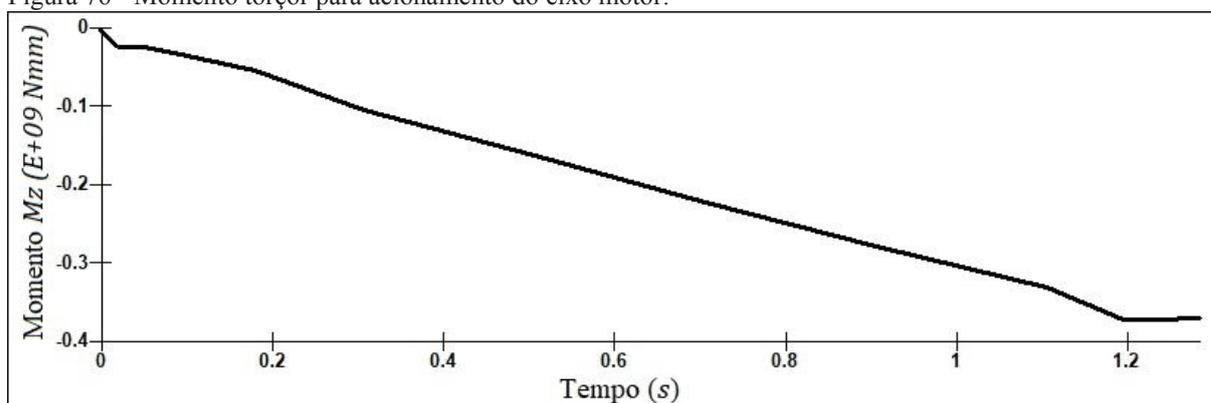
Figura 75 - Deslocamento do contato elétrico:  $f = 40$  Hz, amplitude de 0,01 mm e rotação de 1,5 rad.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 76 apresenta o momento torçor necessário para o acionamento do eixo motor.

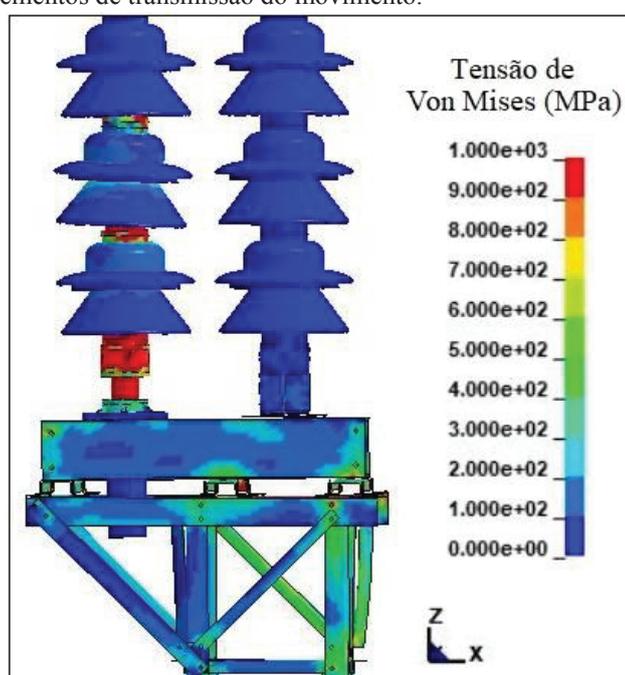
Figura 76 - Momento torçor para acionamento do eixo motor.



FONTE: O autor (2019).

Observa-se na Figura 76 um momento torçor de valor crescente ao longo do tempo e de valor elevado, muito além dos valores esperados calculados, conforme mostrado no Capítulo 4. As tensões nos elementos de transmissão do movimento se apresentam também muito elevadas nas interfaces dos elementos de contato localizados nos isoladores, e nas interfaces de contato entre os demais componentes com função de transferir movimento a partir do eixo motor, indicando interpenetrações e/ou severidades nos contatos iniciais entre os componentes nesses locais, conforme apresentado na Figura 77.

Figura 77 - Tensões nos elementos de transmissão do movimento.

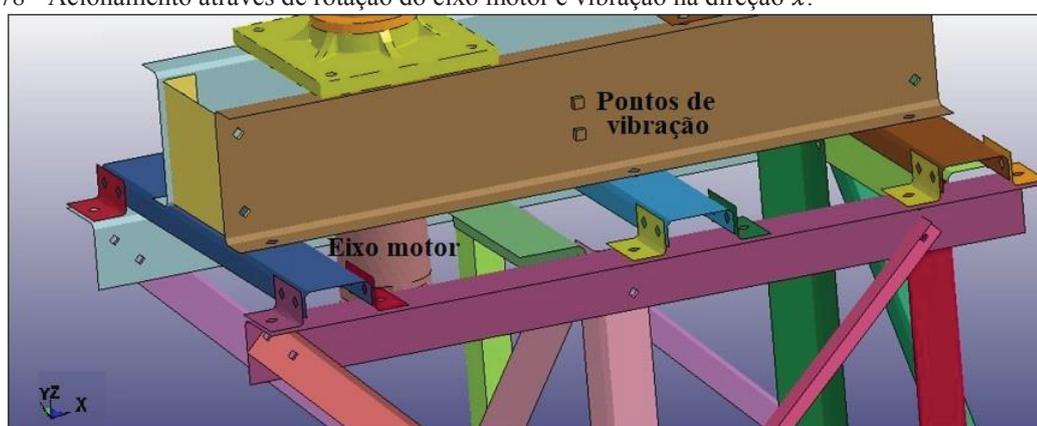


FONTE: O autor (2019).

### 5.3.1.3 Excitação em $x$ na base com torção no eixo motor

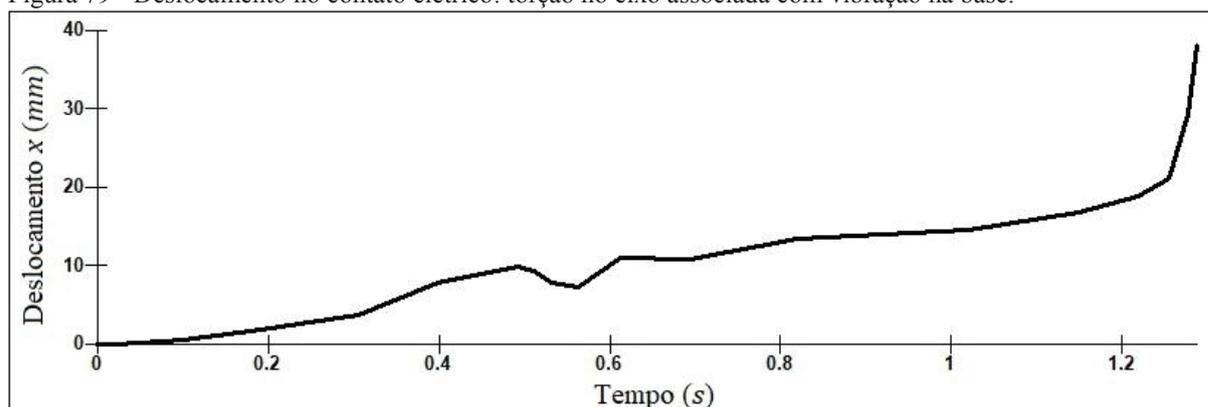
A Figura 78 apresenta uma outra possibilidade de combinar a rotação do eixo motor (rotação prescrita de  $1,5 \text{ rad}$  em  $1,3 \text{ s}$ ) com a vibração horizontal de forma senoidal na direção  $x$  (amplitude de  $0,01 \text{ mm}$ , Figura 73) aplicada na viga horizontal nos dois pontos de vibração indicados. A frequência de trabalho é  $40 \text{ Hz}$ . Na discretização da malha, foram utilizados os elementos de menor custo computacional, a casca de número 2 (*Belytschko-Tsay*) e o elemento sólido de número 10 (tetraedro com um ponto de integração). A Figura 79 apresenta a evolução do deslocamento do contato elétrico. O deslocamento máximo é  $35,08 \text{ mm}$  no tempo de  $1,3 \text{ s}$ .

Figura 78 - Acionamento através de rotação do eixo motor e vibração na direção  $x$ .



FONTE: O autor (2019).

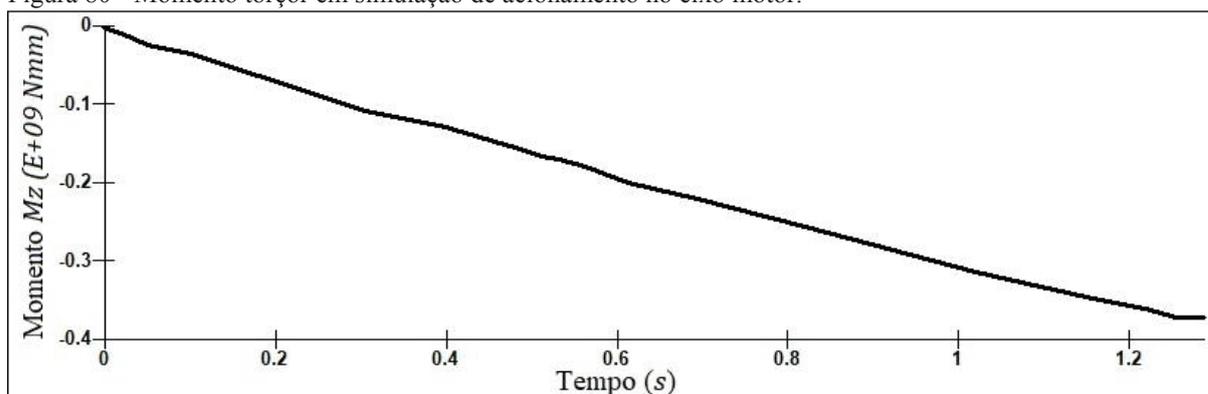
Figura 79 - Deslocamento no contato elétrico: torção no eixo associada com vibração na base.



FONTE: O autor (2019).

O momento torçor exigido para acionar o eixo motor é apresentado na Figura 80. Observa-se mais uma vez um elevado valor de torção exigido para acionar o conjunto, decorrente do efeito das penetrações iniciais e da severidade dos contatos iniciais. No tempo de  $1,3 \text{ s}$ , tempo para atingir o deslocamento máximo, o valor de momento torçor é de  $371,8 \text{ kNm}$ .

Figura 80 - Momento torçor em simulação de acionamento no eixo motor.



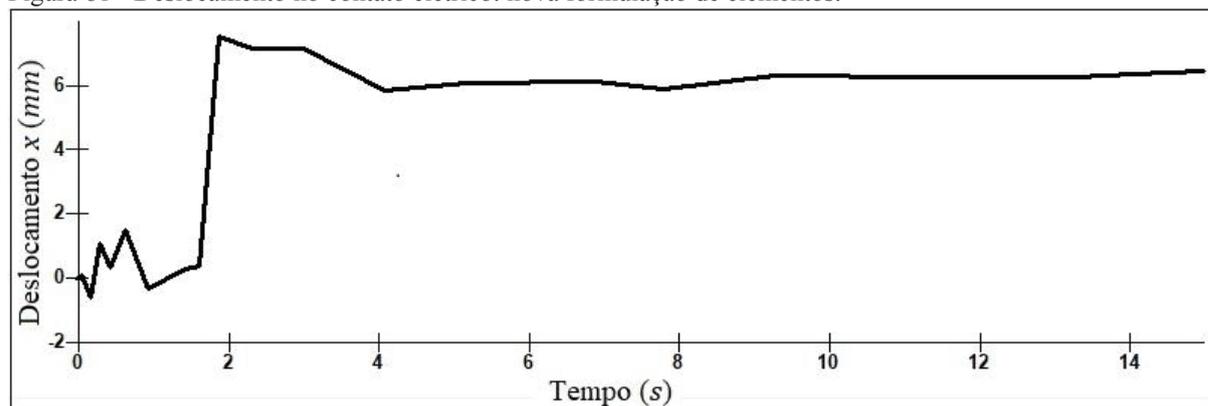
FONTE: O autor (2019).

### 5.3.1.4 Excitação em $x$ na base com torção no eixo motor e baixa rotação

Nessa seção se apresenta uma combinação de velocidade de rotação do eixo motor de valor baixo,  $0,032 \text{ rad/s}$  num tempo de  $15 \text{ s}$  e movimento de deslocamento senoidal horizontal, num tempo de  $1,3 \text{ s}$  com frequência de  $40 \text{ Hz}$ . O deslocamento horizontal tem amplitude de  $0,02 \text{ mm}$  e a carga tem a forma senoidal.

A formulação dos elementos de casca é a de número 6 (S/R *Hughes-Liu*) e a formulação dos elementos sólidos é a de número 2 (sólido S/R), ambos com integração cheia. A Figura 81 apresenta os deslocamentos.

Figura 81 - Deslocamento no contato elétrico: nova formulação de elementos.

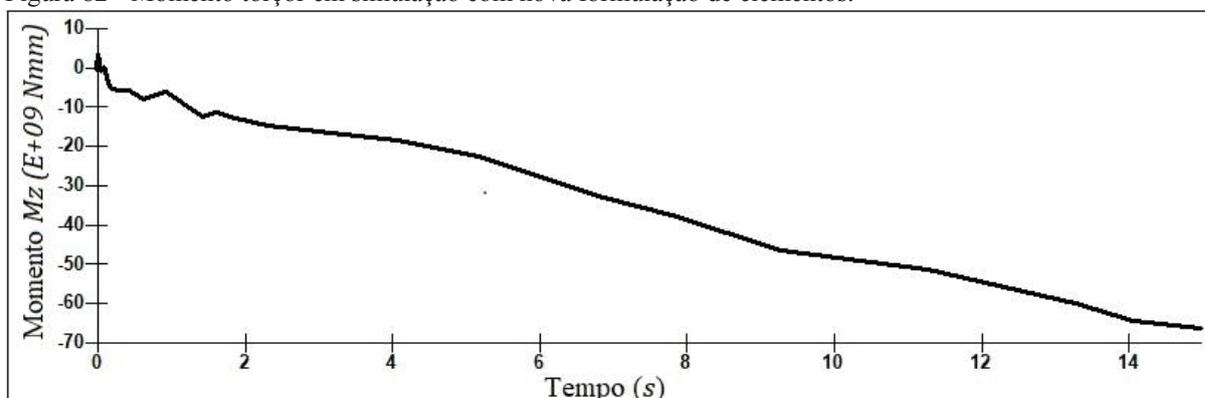


FONTE: O autor (2019).

O deslocamento máximo ocorre no tempo de  $1,9 \text{ s}$  e é de  $7,59 \text{ mm}$ . O momento torçor  $M_z$  é apresentado na Figura 82. No tempo de  $1,9 \text{ s}$  o momento torçor máximo é de  $12,7 \text{ KNm}$ . Observa-se na Figura 82 que o momento torçor continua crescendo até o tempo de  $15 \text{ s}$ . No entanto, o deslocamento permanece aproximadamente constante a partir de  $1,9 \text{ s}$ . Isso se deve

ao fato de encontrar resistência ao deslocamento na direção  $x$ , devido às penetrações iniciais e severidade nos contatos.

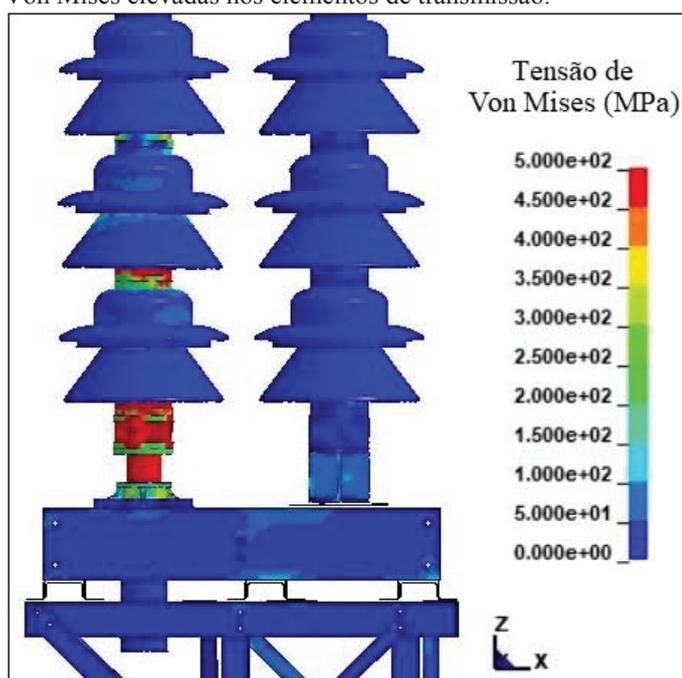
Figura 82 - Momento torçor em simulação com nova formulação de elementos.



FONTE: O autor (2019).

Apesar de utilizar elementos de maior ordem e custo computacional e os resultados obtidos apresentarem um valor de momento torçor muito menor do que nas análises anteriores, o modelo continua muito rígido. A tensão nos contatos entre elementos apresenta-se muito elevada. A Figura 83 apresenta as tensões de Von Mises, ilustrando o elevado valor das tensões nos elementos de transmissão de movimento. Novamente a conclusão é de que os contatos iniciais estão muito severos e ainda há penetrações iniciais que estão levando à produção desse efeito.

Figura 83 – Tensões de Von Mises elevadas nos elementos de transmissão.

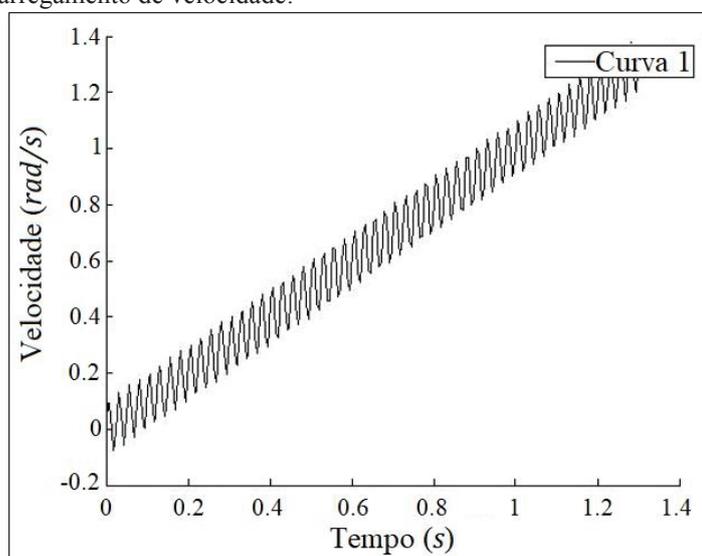


FONTE: O autor (2019).

### 5.3.1.5 Excitação com velocidade vibrada sem a calibração do modelo

Nessa seção se apresenta a discretização da malha com a formulação dos elementos de casca de número 6 (S/R *Hughes-Liu*) e a formulação dos elementos sólidos para formulação número 2 (sólido S/R) do *Ls-Dyna*. Na análise se prescreve para o eixo motor a velocidade de rotação vibrada conforme apresentado na Figura 84. A amplitude de variação da velocidade de rotação é de  $0,2 \text{ rad/s}$ . O tempo de execução da análise é de  $1,3 \text{ s}$ , a velocidade de rotação varia de zero até  $1,3 \text{ rad/s}$ .

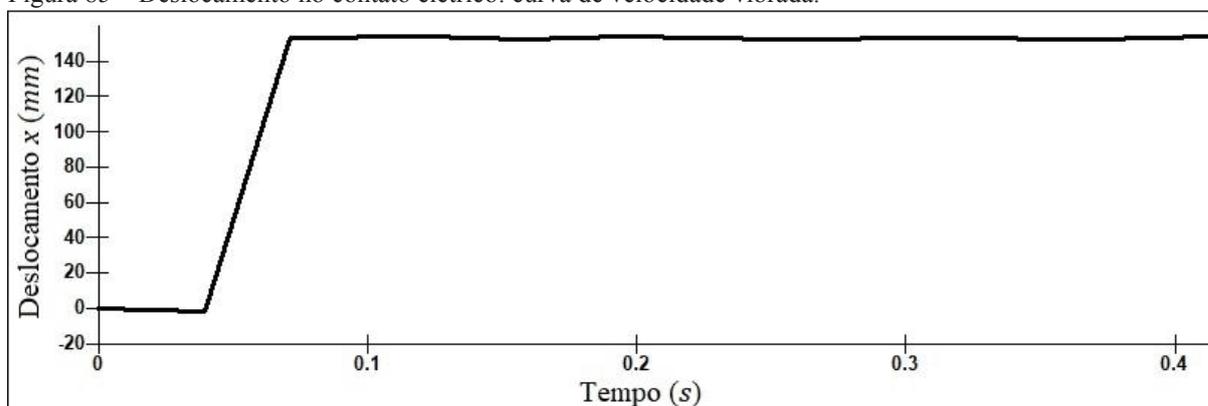
Figura 84 - Curva de carregamento de velocidade.



FONTE: O autor (2019).

O deslocamento gerado é mostrado na Figura 85. Observa-se no tempo de  $0,07 \text{ s}$  um deslocamento de  $154 \text{ mm}$ .

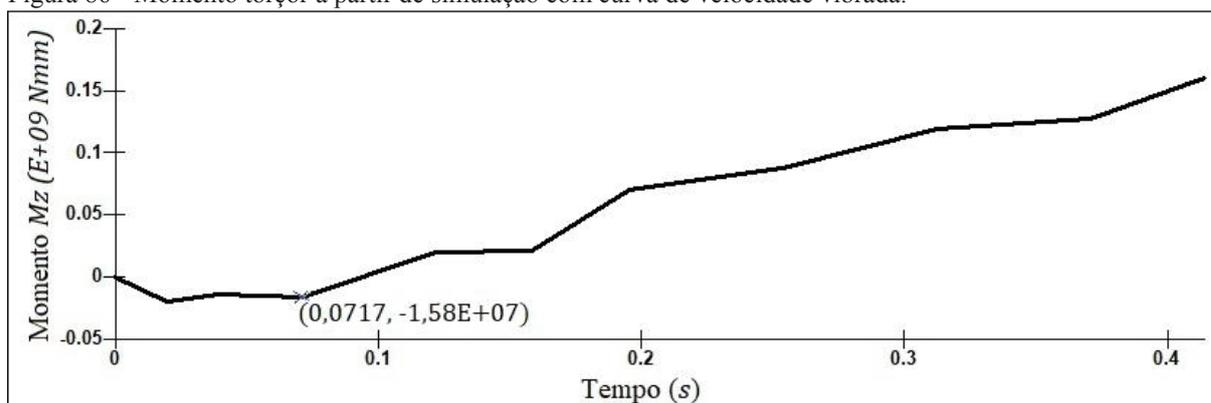
Figura 85 – Deslocamento no contato elétrico: curva de velocidade vibrada.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 86 apresenta o comportamento do momento torçor. No tempo de deslocamento máximo de  $154 \text{ mm}$ , o momento torçor atinge o valor de  $15,8 \text{ KNm}$ .

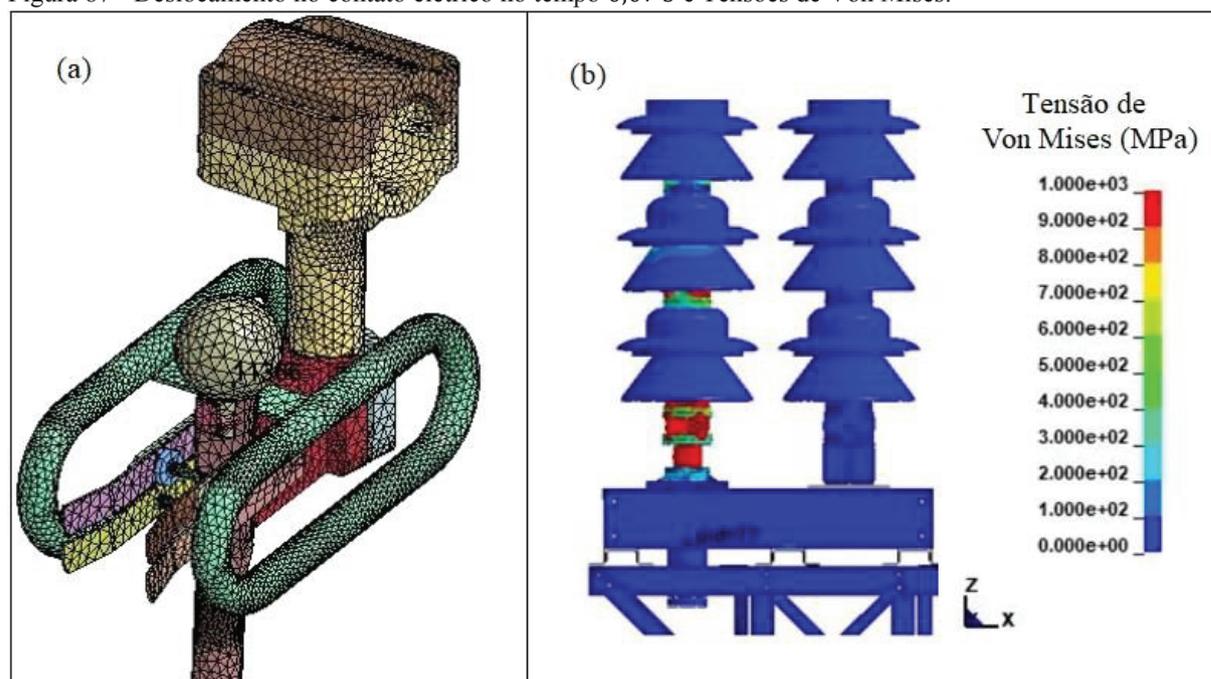
Figura 86 - Momento torçor a partir de simulação com curva de velocidade vibrada.



FONTE: O autor (2019).

Na Figura 87(a) apresenta-se o deslocamento no contato elétrico do tempo de 0,07 s. Observa-se que o contato elétrico se choca com impacto contra os pinos e batentes do contato ultrapassando-os, o que é coerente com a curva de deslocamento no tempo da Figura 85.

Figura 87 - Deslocamento no contato elétrico no tempo 0,07 s e Tensões de Von Mises.



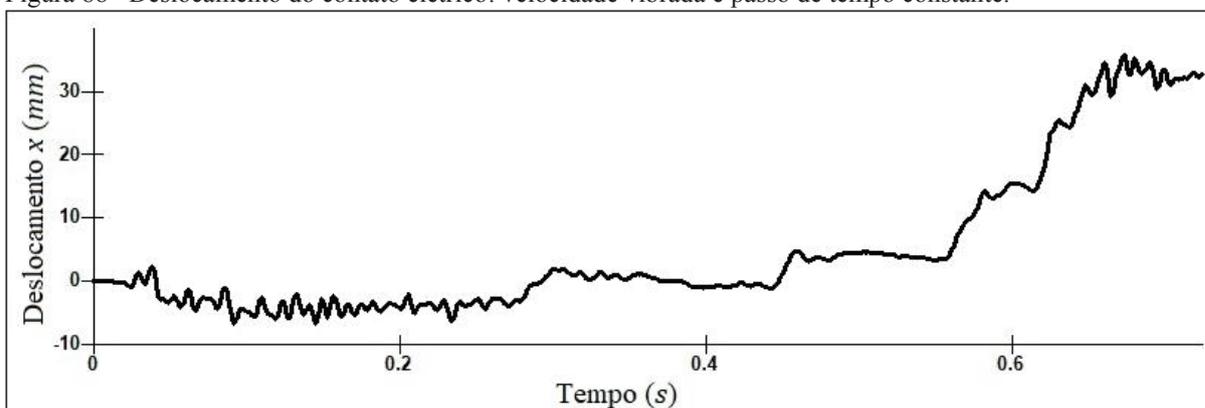
FONTE: O autor (2019).

O momento torçor continua com valor muito elevado. Os valores de tensão de Von Mises atingem valores elevadíssimos, como pode ser observado na Figura 87(b). Esses valores elevados ocorrem nos elementos encarregados da transmissão do movimento, o que indica que o modelo está muito rígido e a severidade dos contatos muito elevada.

### 5.3.1.6 Excitação com velocidade vibrada, sem a calibração do modelo e com passo de tempo constante

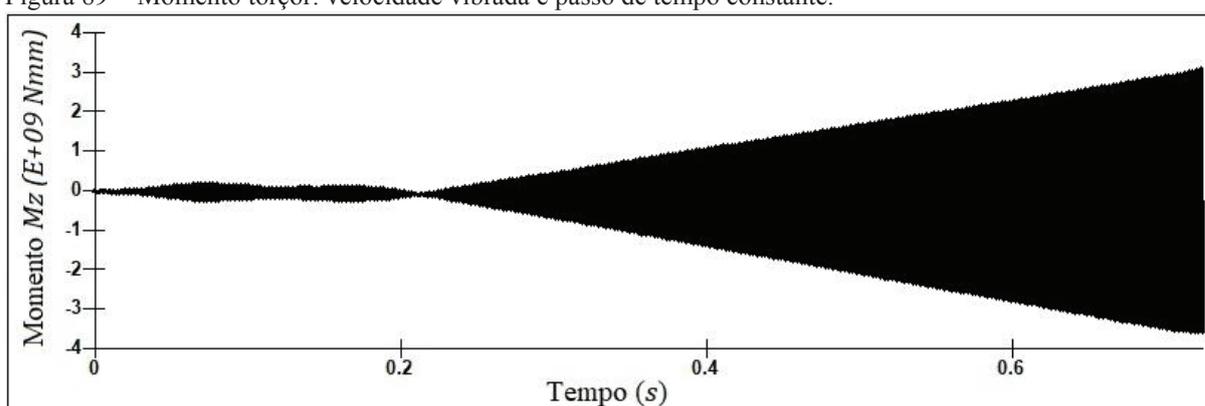
Nessa seção se apresenta a discretização da malha com a formulação dos elementos de casca de número 6 (S/R *Hughes-Liu*) e a formulação dos elementos sólidos para formulação número 2 (sólido S/R) do *Ls-Dyna*. Na análise se prescreve a velocidade de rotação vibrada com 1000 pontos para geração da curva, como apresentado na Figura 84. O tempo de execução da análise é de 1,3 s e o passo de tempo constante utilizado foi de  $1,3E - 03$  s. A Figura 88 apresenta o deslocamento do contato elétrico. O valor máximo de deslocamento ocorre em 0,67 s e tem valor de 35,78 mm.

Figura 88– Deslocamento do contato elétrico: velocidade vibrada e passo de tempo constante.



FONTE: O autor (2019).

Figura 89 - Momento torçor: velocidade vibrada e passo de tempo constante.

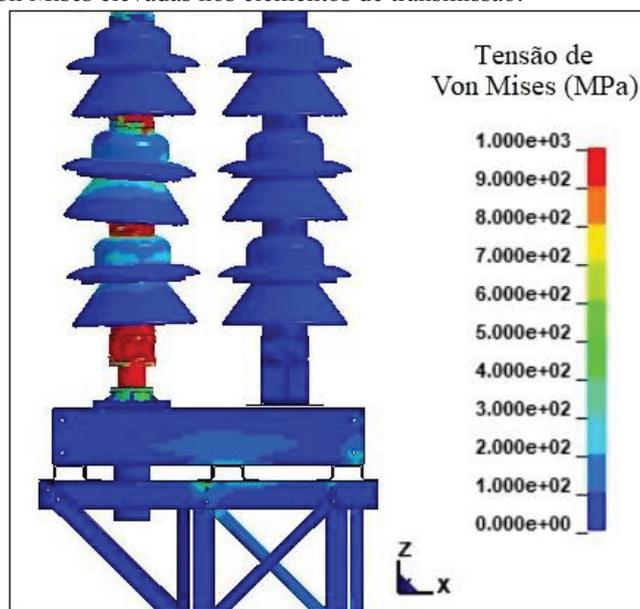


FONTE: O autor (2019).

A Figura 89 apresenta a evolução da exigência de momento torçor ao longo do evento. Em 0,718 s o momento torçor atinge o valor de  $3,07E + 09$  Nmm, um valor muito elevado considerando o momento torçor esperado e calculado apresentado no Capítulo 4. As tensões de Von Mises são apresentadas na Figura 90, onde observa-se valores de tensões muito elevados

nos elementos de transmissão de movimento. Isso evidencia mais uma vez a severidade dos contatos iniciais e o problema gerado pelas penetrações iniciais e a necessidade de calibração dos parâmetros de controle das palavras chaves que comandam os contatos.

Figura 90 - Tensões de Von Mises elevadas nos elementos de transmissão.



FONTE: O autor (2019).

### 5.3.1.7 Avaliação das simulações sem a calibração do modelo

Nessa seção foram apresentados os desenvolvimentos iniciais para geração de um modelo que represente o comportamento do Seccionador Vertical Reverso. Foram verificados muitos problemas no modelo, evidenciado através da dificuldade de obter o movimento da lâmina principal e do contato elétrico, que exigiu momentos torçores elevadíssimos e geraram nos componentes de transmissão de movimento tensões muito altas. As análises realizadas foram mantidas nesse trabalho, para mostrar o histórico de evolução do mesmo e porque a partir das conclusões geradas avaliando os resultados, melhorias no modelo e nos parâmetros de controle da análise implícita foram implementadas e apresentadas na sequência, na seção 5.3.2. As alterações no modelo e nos parâmetros de controle da análise já foram apresentadas nos Capítulos 3 e 4, sempre preservando o trabalho inicial feito, com o intuito de mostrar a evolução e o histórico de construção do modelo. De positivo, até aqui, pode-se concluir que as curvas geradas para deslocamento versus tempo demonstram que a excitação na forma senoidal utilizada na forma de prescrição de deslocamento ou de velocidade produz o deslocamento da lâmina principal e do contato elétrico, com o fechamento do circuito elétrico. Na seção 5.3.2 se

apresentam análises semelhantes às já apresentadas, com mudanças significativas no modelo, conforme já apresentado nos Capítulos 3 e 4.

Comenta-se de forma breve, nesta seção, as alterações principais. Na estrutura real do seccionador, nos elementos isoladores, existem encaixes com preenchimento com um elemento de ligação que as une (massa tipo epóxi), essa é uma condição que o modelo gerado para representar a estrutura não consegue reproduzir. Dessa forma, essa correção será executada via parâmetros de controle através das palavras chave que controlam os contatos, via *software*. Nos componentes responsáveis pela transmissão de movimento foram colocadas juntas cilíndricas, o que facilita a transmissão do movimento, eliminando atritos e deslocamentos não desejados. A estrutura real tem oscilações muito elevadas na direção transversal quando do movimento de abertura e fechamento da lâmina principal. Esse efeito, no modelo numérico, gera instabilidades numéricas na análise implícita, que encontra dificuldades de atingir o equilíbrio em cada passo de tempo. Dessa forma, para eliminar esse efeito, optou-se por colocar restrições a esse movimento transversal, para os elementos de transmissão de movimento. Outra alteração importante feita nas análises foi a definição do passo de tempo. Na análise implícita, o *software* define o passo de tempo mínimo para atingir o equilíbrio. Essa avaliação é executada a cada passo de tempo, e o *software* procura ampliar o passo de tempo de forma automática, sempre que for possível atingir o equilíbrio. Nas análises apresentadas a seguir, haverá um parâmetro de controle do tempo máximo, restringindo a escolha do *software* e eliminando a possibilidade de trabalhar com passos de tempo grandes. Também se procurou controlar o passo de tempo, levando em conta o passo de tempo utilizado nas curvas de carregamento de deslocamento ou velocidade prescrita, restringindo o passo de tempo máximo ao limite superior definido pelo passo de tempo de geração as curvas de carregamento de deslocamento ou velocidade. Assim melhora-se a transferência de carregamento prescrito.

Outra necessidade que se concluiu importante fazer foi a de realização de uma análise com o modelo executando uma abertura e fechamento da lâmina principal e do contato elétrico, semelhante ao que ocorre no seccionador real. Através dessa simulação, todos os problemas da modelagem ficariam expostos, facilitando a sua correção. Isso foi feito e foi apresentado no Capítulo 4. A partir dessa análise, muitas correções e alterações foram geradas no modelo, aproximando o comportamento do mesmo ao do Seccionador Vertical Reverso real.

### 5.3.2 Simulações com a calibração e melhorias do modelo

A primeira análise apresentada nessa seção é realizada com as melhorias na geometria e sem a utilização da calibração dos parâmetros de controle. Na sequência se apresentam análises utilizando o modelo com correções na geometria conforme apresentado no Capítulo 3 e Capítulo 4 e com calibração dos parâmetros de controle dos contatos, suavizando os contatos e penetrações iniciais.

Executa-se a avaliação do comportamento da estrutura sob ação de carregamento prescrito de forma senoidal nas frequências de 20 Hz, 40 Hz e 80 Hz, com variação na amplitude dos deslocamentos entre 1 mm, 2 mm e 3 mm.

Na discretização da malha foram utilizados os elementos de menor custo computacional, a casca de número 2 (*Belytschko-Tsay*) e o elemento sólido de número 10 (tetraedro com um ponto de integração) para todas as análises apresentadas nas seções seguintes.

#### 5.3.2.1 Análises para frequência de 20 Hz e 40 Hz sem parâmetros de calibração

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos para a frequência de 20 Hz e 40 Hz com amplitude 1 mm e tempo de excitação de 4 s, deslocamento prescrito, sem a aplicação dos parâmetros de controle, apenas com as melhorias realizadas na geometria, conforme apresentado no Capítulo 3.

A Figura 92 apresenta a forma de aplicação da vibração, através da prescrição de uma curva de deslocamento harmônico descrito por uma função senoidal aplicado na cantoneira localizada em P1 (Figura 91), na direção  $x$ , obtida a partir das equações (35) e (36).

Figura 91 - Ponto de aplicação da carga.

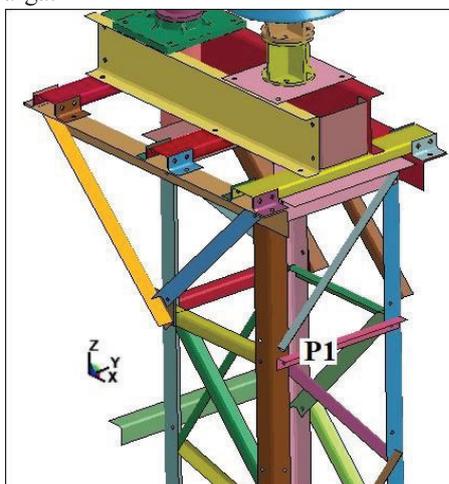
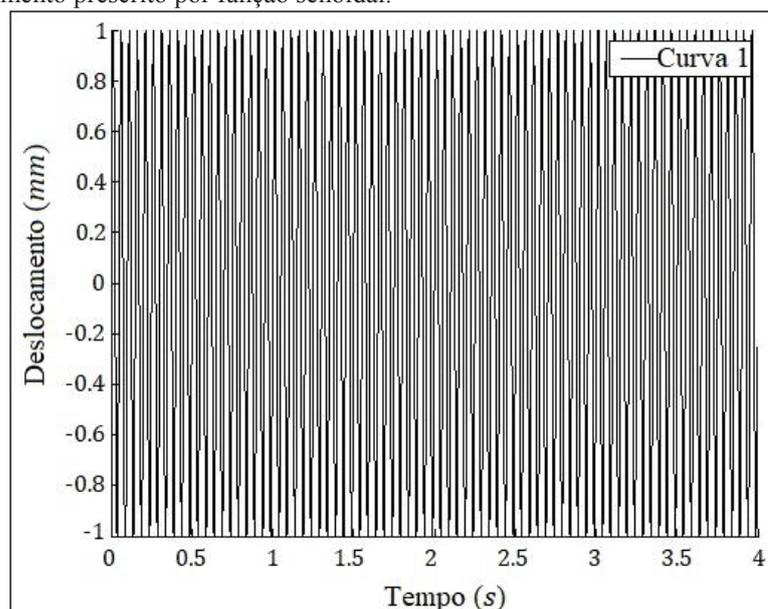


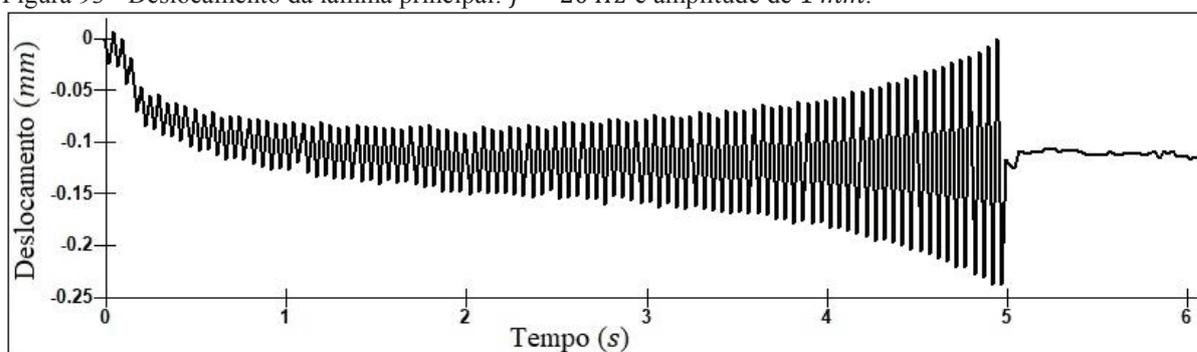
Figura 92 - Deslocamento prescrito por função senoidal.



FONTE: O autor (2019).

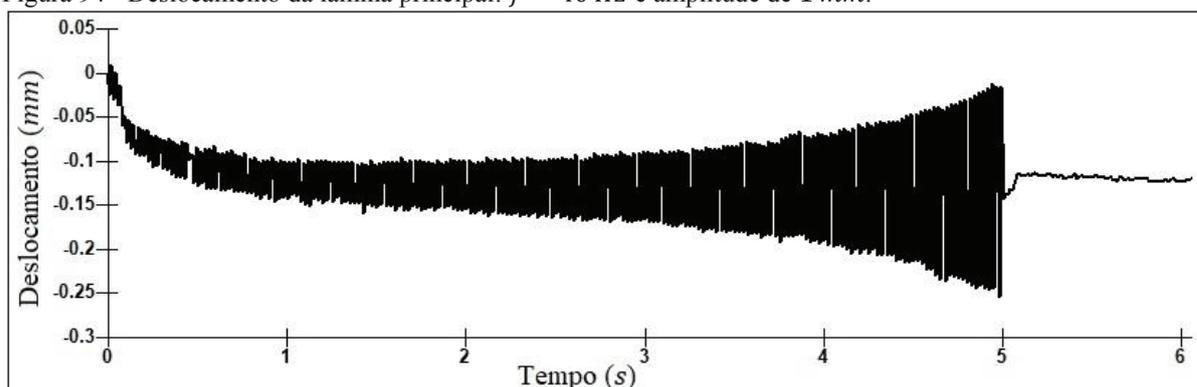
A curva de deslocamento para  $f = 20 \text{ Hz}$ , amplitude de  $1 \text{ mm}$  e sem aplicação dos parâmetros de calibração apresentados na seção 4.3.2 é apresentada na Figura 93, e para  $f = 40 \text{ Hz}$  na Figura 94. Observa-se que o deslocamento obtido é da ordem de décimos de milímetros, o que não é suficiente para o acionamento do contato elétrico.

Figura 93 - Deslocamento da lâmina principal:  $f = 20 \text{ Hz}$  e amplitude de  $1 \text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

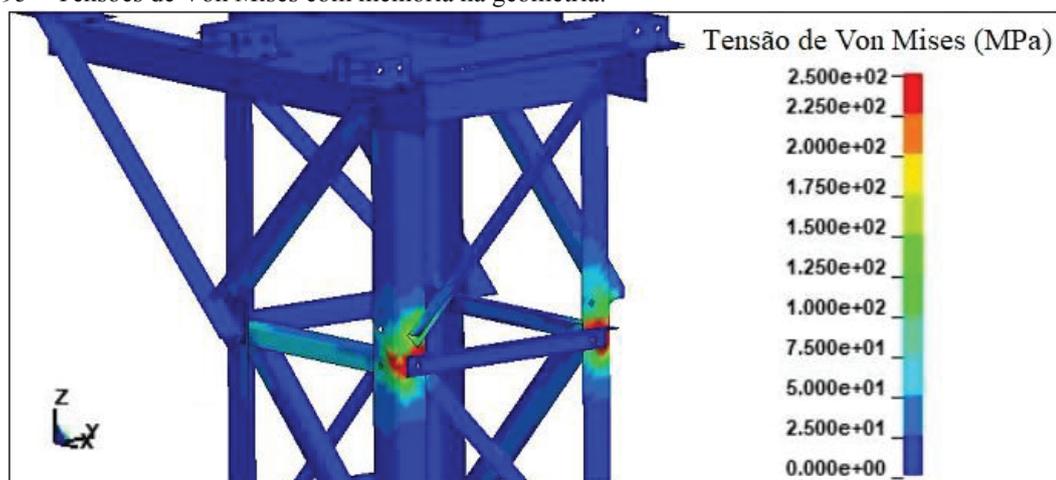
Figura 94 - Deslocamento da lâmina principal:  $f = 40 \text{ Hz}$  e amplitude de  $1 \text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

A Figura 95 apresenta as tensões de Von Mises nos pontos de fixação da cantoneira identificada como P1 e parte 57. Observa-se que para o deslocamento senoidal prescrito, os valores gerados de tensão atingem o valor da tensão de escoamento do aço estrutural utilizado, que é de 250 MPa, ou seja, estão no limite superior do valor de deslocamento que é possível de ser aplicado. Os demais componentes de transmissão de movimento (não mostrados na figura) continuam apresentando valores de tensões muito elevados.

Figura 95 – Tensões de Von Mises com melhoria na geometria.



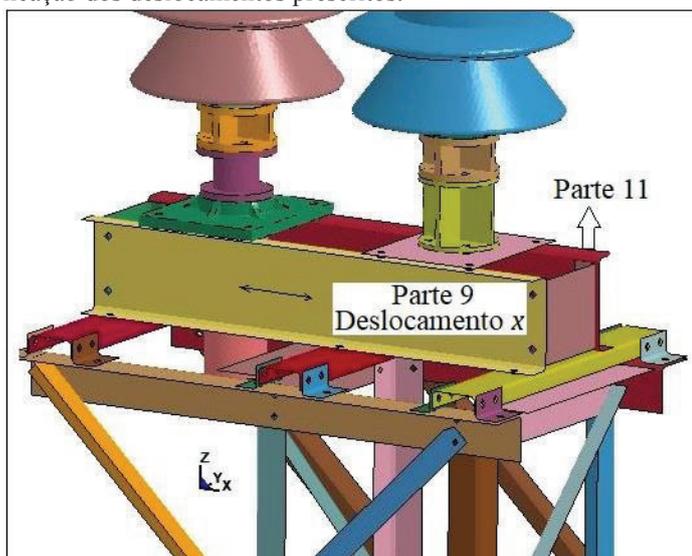
FONTE: O autor (2019).

Conclui-se que o modelo, somente com as melhorias na geometria, ainda continua muito rígido, sendo necessário a utilização de parâmetros de calibração que atenuem o efeito da severidade dos contatos iniciais e das penetrações iniciais entre componentes de transferência do movimento.

### 5.3.2.2 Análises para frequência de 20 Hz com a aplicação dos parâmetros de calibração

Nesta seção se apresentam resultados das análises para a frequência de 20 Hz, com suavização dos contatos, melhorias da geometria e com amplitude de 3 mm. A amplitude de 1 mm também foi testada, apresentando deslocamentos da lâmina principal e do contato elétrico pequenos, insuficientes para o fechamento do contato elétrico e por isso não é apresentada. A amplitude limite em termos de tensões geradas foi de 3 mm, e é apresentada a seguir. Os deslocamentos foram prescritos para as duas vigas *U* paralelas (parte 9 e parte 11 do modelo) conforme mostrado na Figura 96. Escolheu-se um ponto mais alto e um perfil mais rígido da estrutura para garantir uma transmissão mais efetiva dos deslocamentos prescritos.

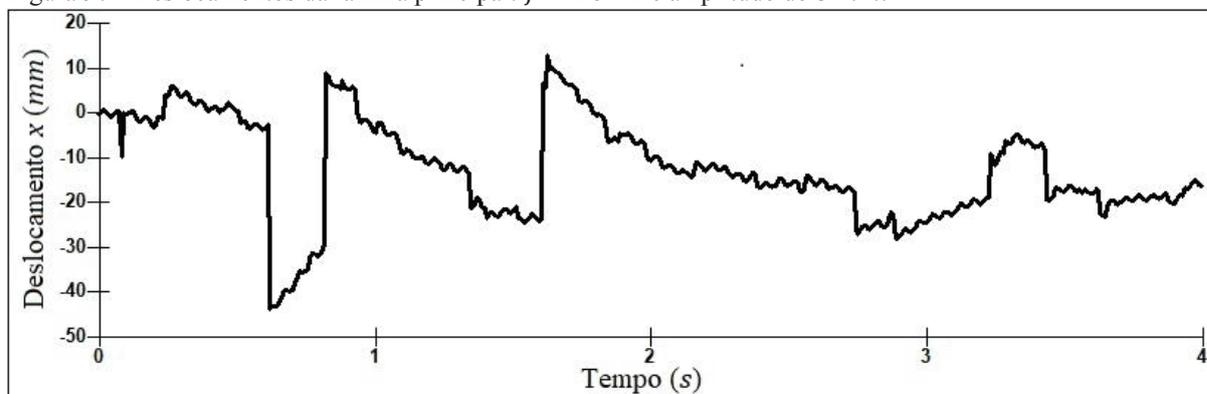
Figura 96 – Local de aplicação dos deslocamentos prescritos.



FONTE: O autor (2019).

A Figura 97 mostra que o deslocamento máximo ocorre na direção de abertura da lâmina principal e do contato elétrico, e tem valor de  $43,7 \text{ mm}$  no tempo de  $0,621 \text{ s}$ . O valor de deslocamento máximo na direção do fechamento do contato elétrico é de  $13,2 \text{ mm}$  no tempo de  $1,63 \text{ s}$ .

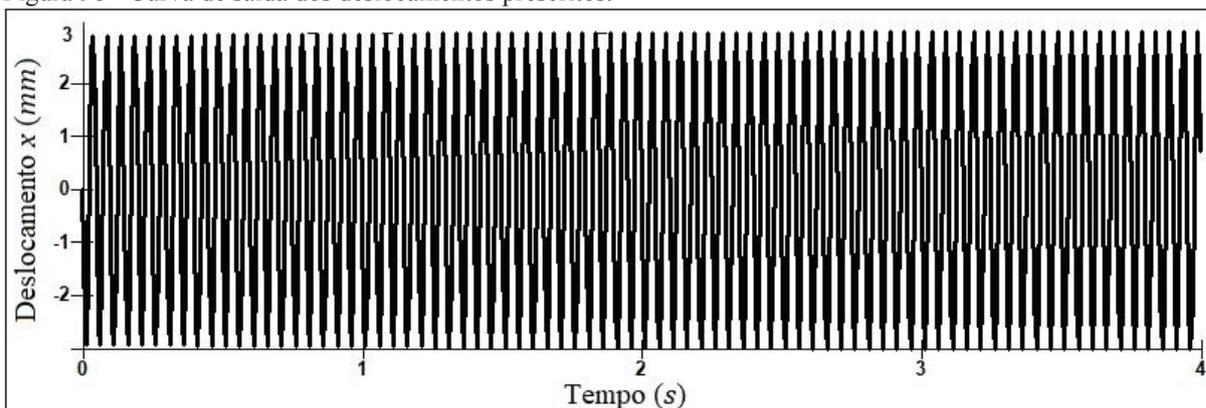
Figura 97 - Deslocamentos da lâmina principal:  $f = 20 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

Na Figura 98 se apresenta os deslocamentos de saída (o que o programa realmente aplicou no modelo) do *software*, mostrando os deslocamentos ao longo do tempo efetivamente utilizados. Observa-se a correção na utilização do carregamento de entrada e a correta prescrição dos limites superiores de passo de tempo na análise implícita realizada. A curva de entrada foi gerada com 2560 pontos e um passo de tempo de  $1,5625E - 03$ . A análise foi realizada com um passo de tempo máximo de  $6,25E - 03$ , suficiente para a representação da curva com no mínimo 3 pontos a cada quarto de período.

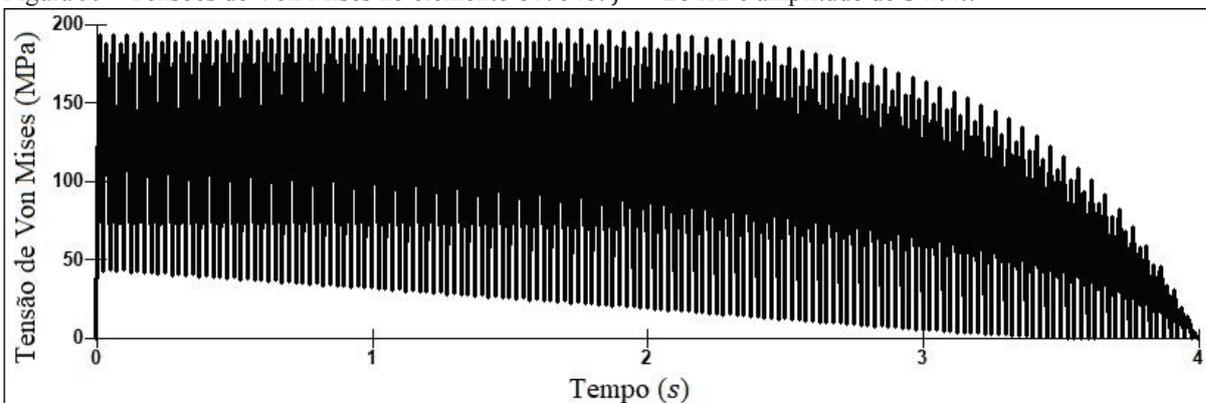
Figura 98 - Curva de saída dos deslocamentos prescritos.



FONTE: O autor (2019).

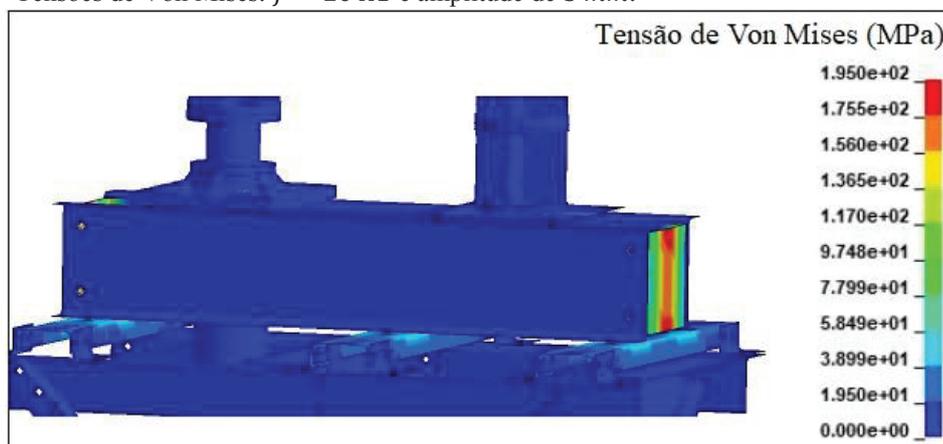
Na Figura 99 se apresentam os valores de tensão de Von Mises ao longo dos 4 s de duração do evento para o elemento 817646 localizado na chapa lateral na região de valores máximos de tensão, conforme mostrado em vermelho na Figura 100. Observa-se na Figura 100 que as tensões de Von Mises máximas ocorrem na chapa lateral das vigas  $U$  de sustentação dos isoladores, e com valor máximo de 195 MPa.

Figura 99 - Tensões de Von Mises no elemento 817646:  $f = 20$  Hz e amplitude de 3 mm.



FONTE: O autor (2019).

Figura 100 - Tensões de Von Mises:  $f = 20$  Hz e amplitude de 3 mm.



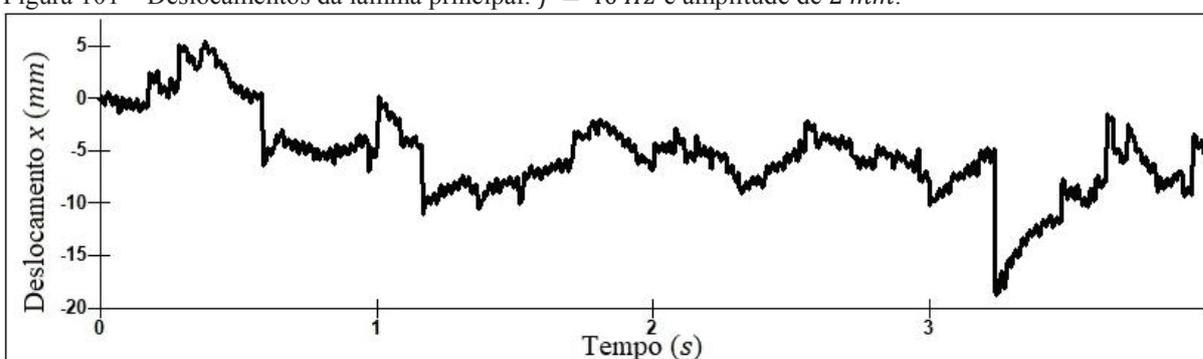
FONTE: O autor (2019).

Conclui-se que com amplitude de  $3\text{ mm}$  obtém-se uma solicitação de tensões dentro da capacidade do material utilizado, que possui tensão de escoamento de  $250\text{ MPa}$ .

### 5.3.2.3 Análises para frequência de $40\text{ Hz}$ com a aplicação dos parâmetros de calibração

Os deslocamentos foram aplicados da mesma forma que para a frequência de  $20\text{ Hz}$  conforme apresentado na Figura 98. A Figura 101 apresenta os deslocamentos obtidos na lâmina principal e contato elétrico para frequência de  $40\text{ Hz}$  e amplitude de  $2\text{ mm}$ . Observa-se que o deslocamento máximo ocorre no tempo  $3,24\text{ s}$  e tem valor de  $18,4\text{ mm}$  no sentido de abertura do contato elétrico.

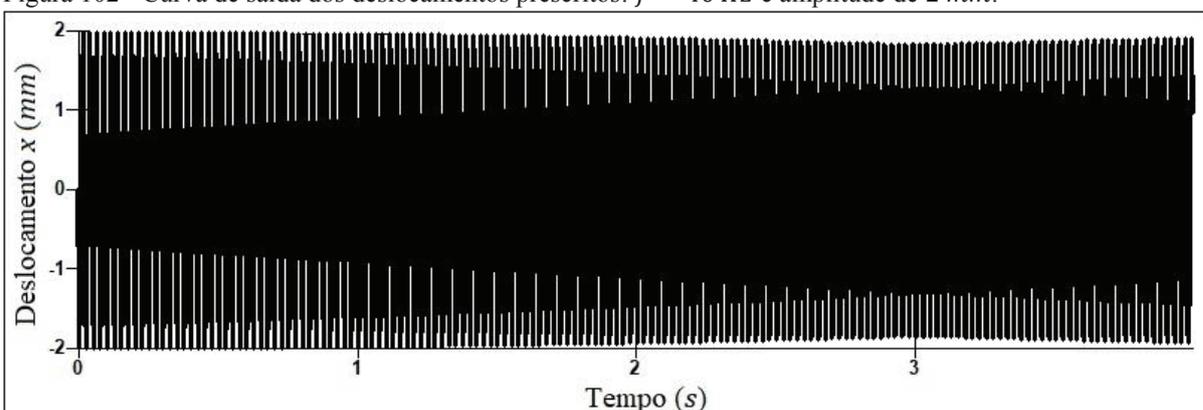
Figura 101 – Deslocamentos da lâmina principal:  $f = 40\text{ Hz}$  e amplitude de  $2\text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

Na Figura 102 se apresenta os deslocamentos de saída do *software*, mostrando os deslocamentos ao longo do tempo efetivamente utilizados. Observa-se a correção na utilização do carregamento de entrada e a correta prescrição dos limites superiores de passo de tempo na análise implícita realizada. A curva de entrada foi gerada com 2560 pontos e um passo de tempo de  $1,5625E - 03$ . A análise foi realizada com um passo de tempo máximo de  $3,125E - 03$ , suficiente para a representação da curva com no mínimo 3 pontos a cada quarto de período.

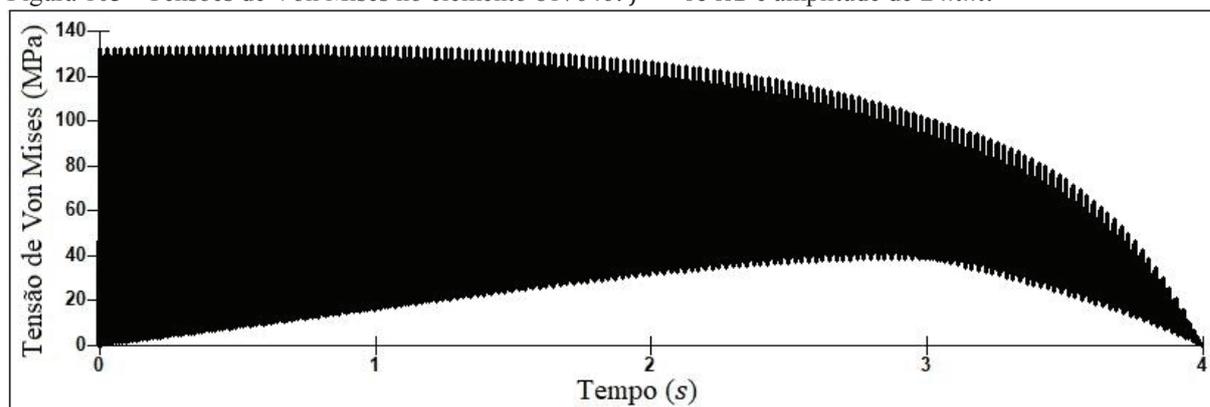
Figura 102 - Curva de saída dos deslocamentos prescritos:  $f = 40\text{ Hz}$  e amplitude de  $2\text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

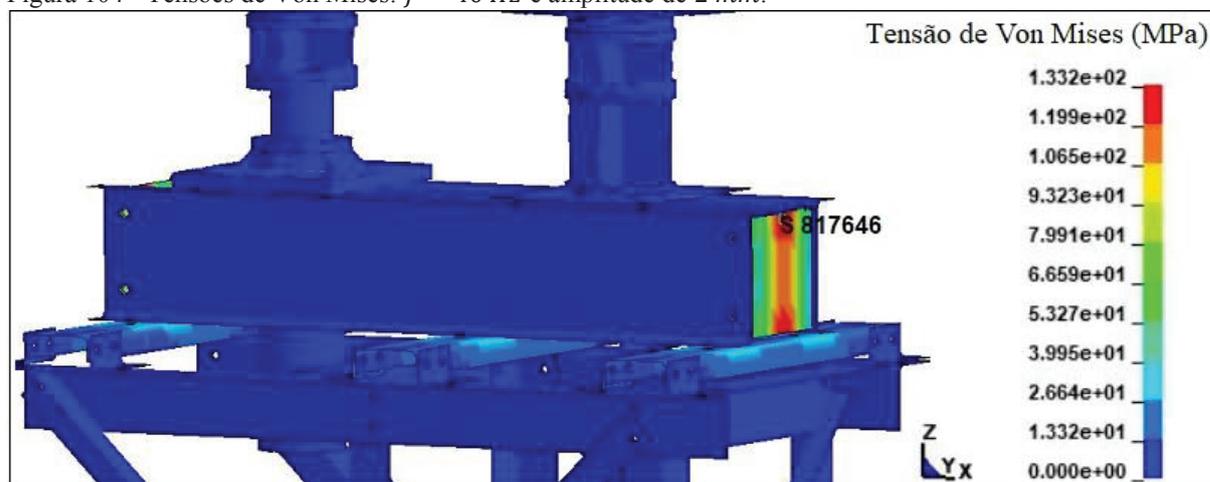
Na Figura 103 se apresentam os valores de tensão de Von Mises ao longo dos 4 s de duração do evento para o elemento 817646, localizado na chapa lateral na região de valores máximos de tensão, conforme mostrado em vermelho na Figura 104. Observa-se na Figura 104 que as tensões de Von Mises máximas ocorrem na chapa lateral das vigas *U* de sustentação dos isoladores e com valor máximo de 133 MPa.

Figura 103 - Tensões de Von Mises no elemento 817646:  $f = 40 \text{ Hz}$  e amplitude de 2 mm.



FONTE: O autor (2019).

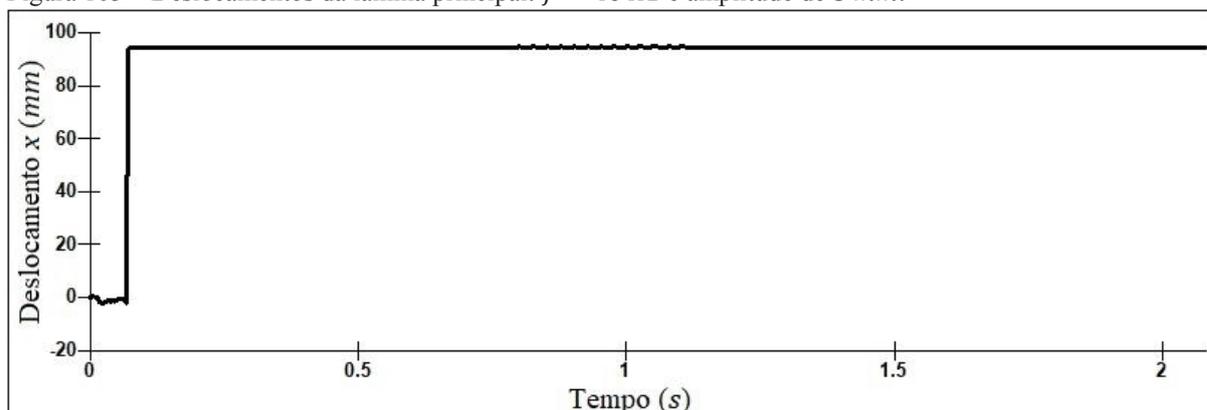
Figura 104 - Tensões de Von Mises:  $f = 40 \text{ Hz}$  e amplitude de 2 mm.



FONTE: O autor (2019).

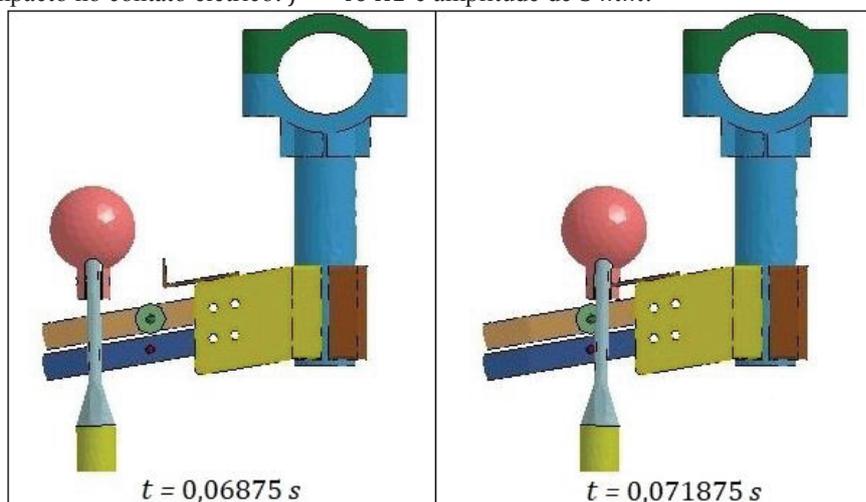
A Figura 105 apresenta os deslocamentos obtidos na lâmina principal e contato elétrico para frequência de 40 Hz e amplitude de 3 mm. Observa-se que o deslocamento máximo ocorre no tempo 0,0719 s e tem valor de 94,4 mm. O movimento de acionamento da lâmina principal e do contato elétrico ocorre subitamente, com um choque violento contra os contatos elétricos, como pode ser observado na Figura 106. Isso tem sido observado nos ensaios experimentais e tem causado danos aos contatos elétricos.

Figura 105 – Deslocamentos da lâmina principal:  $f = 40 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

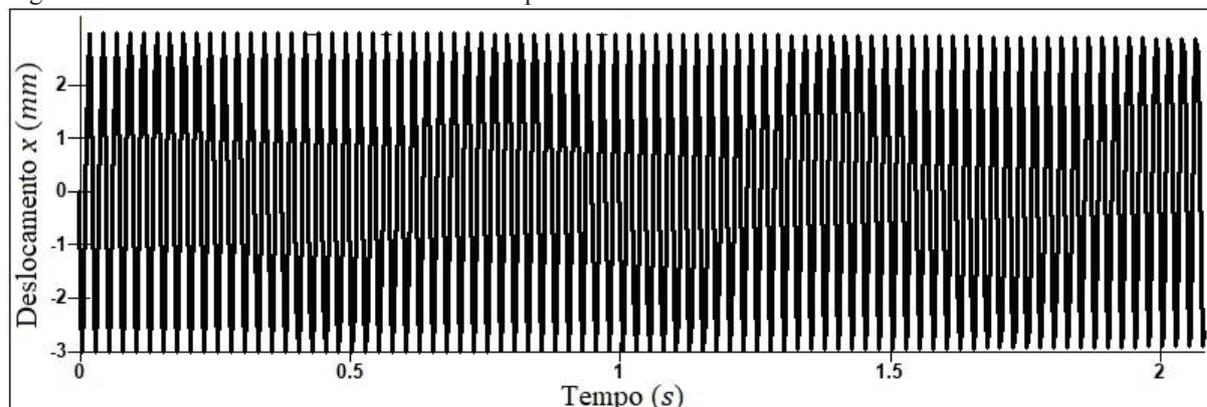
Figura 106 – Impacto no contato elétrico:  $f = 40 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

Na Figura 107 se apresenta os deslocamentos de saída do *software*, mostrando os deslocamentos ao longo do tempo efetivamente utilizados.

Figura 107 – Curva de saída dos deslocamentos prescritos.



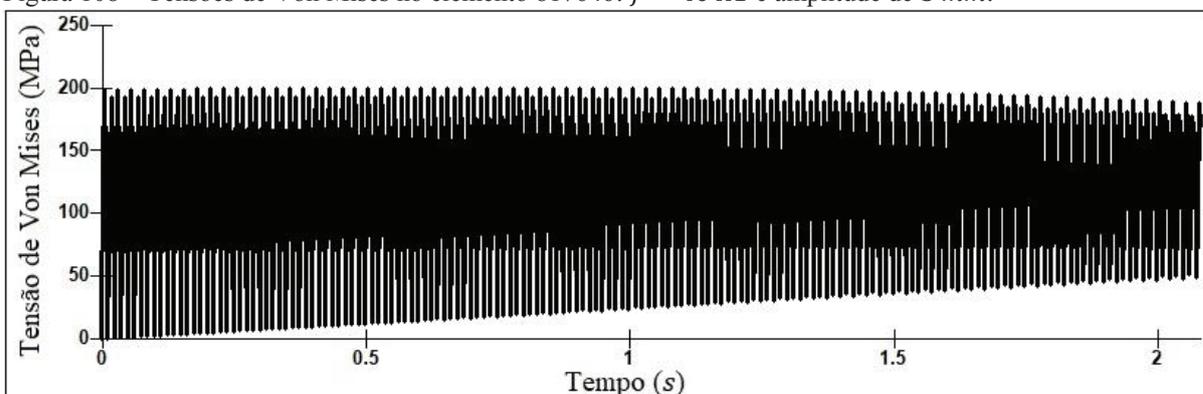
FONTE: O autor (2019).

Na Figura 107 observa-se a correção na utilização do carregamento de entrada e a correta prescrição dos limites superiores de passo de tempo na análise implícita realizada. A curva de

entrada foi gerada com 2560 pontos e um passo de tempo de  $1,5625E - 03$ . A análise foi realizada com um passo de tempo máximo de  $3,125E - 03$ , suficiente para a representação da curva com no mínimo 3 pontos a cada quarto de período.

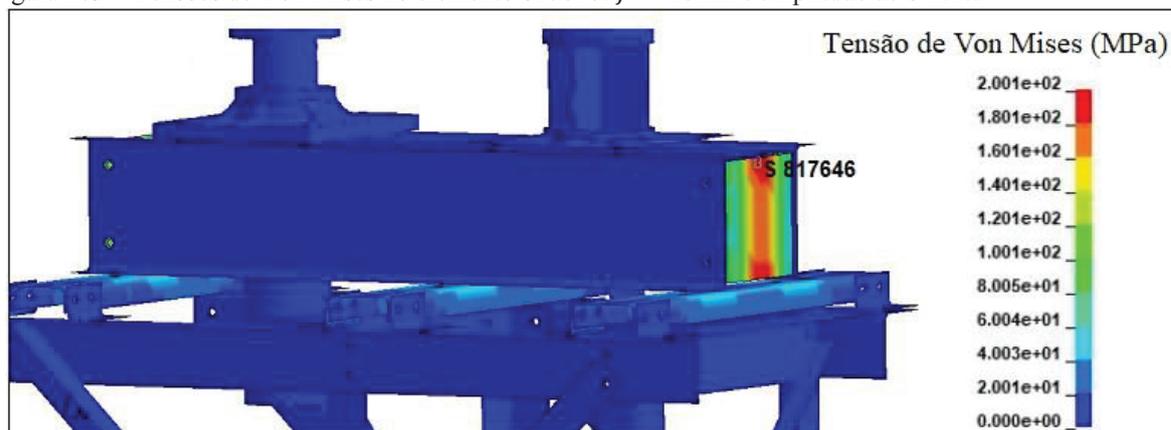
Na Figura 108 se apresenta os valores de tensão de Von Mises ao longo dos 4 s de duração do evento para o elemento 817646, localizado na chapa lateral na região de valores máximos de tensão, conforme mostrado em vermelho na Figura 109. Observa-se na Figura 109 que as tensões de Von Mises máximas ocorrem na chapa lateral das vigas *U* de sustentação dos isoladores e com valor máximo de  $200 \text{ MPa}$ . Observa-se que esses valores são aproximadamente os mesmos dos observados para a frequência de  $20 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ , já que os valores das tensões não dependem da frequência e sim dos deslocamentos prescritos.

Figura 108 – Tensões de Von Mises no elemento 817646:  $f = 40 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

Figura 109 – Tensões de Von Mises no elemento 817646:  $f = 40 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ .

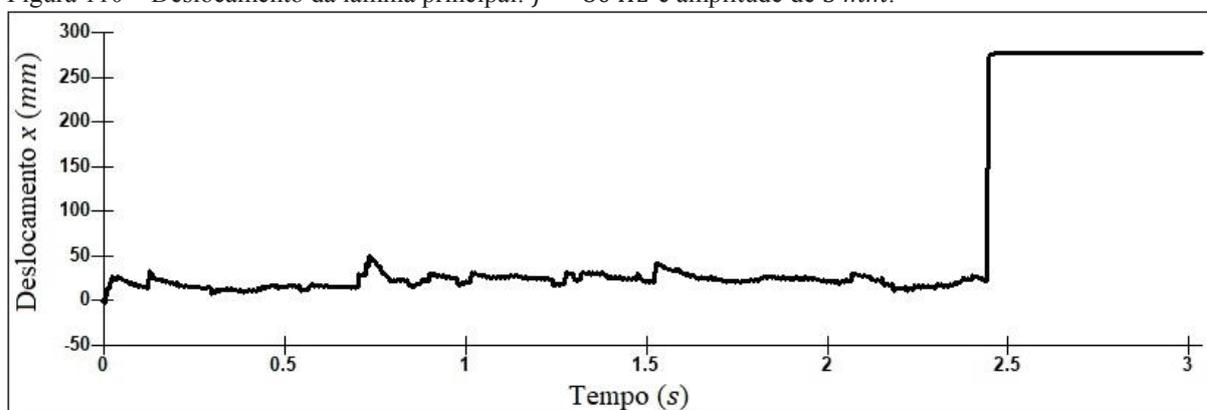


FONTE: O autor (2019).

### 5.3.2.4 Análises para frequência de 80 Hz com a aplicação dos parâmetros de calibração

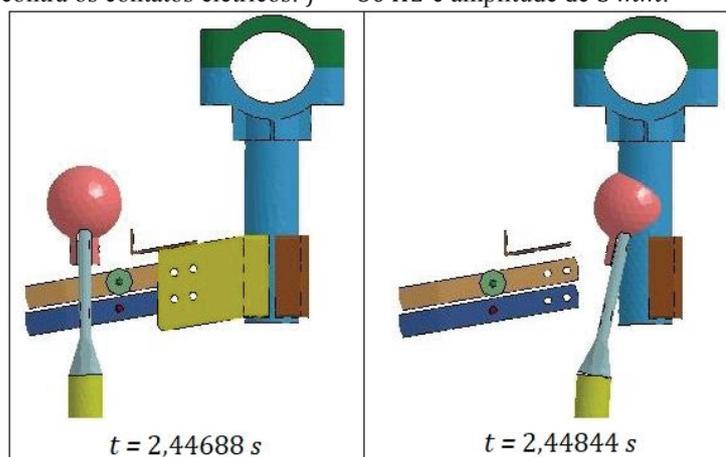
A Figura 110 apresenta os deslocamentos obtidos na lâmina principal e contato elétrico para frequência de 80 Hz e amplitude de 3 mm. Observa-se que o deslocamento máximo ocorre no tempo 2,45 s e tem valor de 274 mm. O movimento de acionamento da lâmina principal e do contato elétrico ocorre subitamente, com um choque violento contra os contatos elétricos. Isso tem sido observado nos ensaios experimentais, e tem causado danos nos contatos elétricos, como pode ser visualizado na Figura 111, onde foram retirados os elementos que obstruíam a visibilidade desse efeito.

Figura 110 – Deslocamento da lâmina principal:  $f = 80 \text{ Hz}$  e amplitude de 3 mm.



FONTE: O autor (2019).

Figura 111 – Choque contra os contatos elétricos:  $f = 80 \text{ Hz}$  e amplitude de 3 mm.

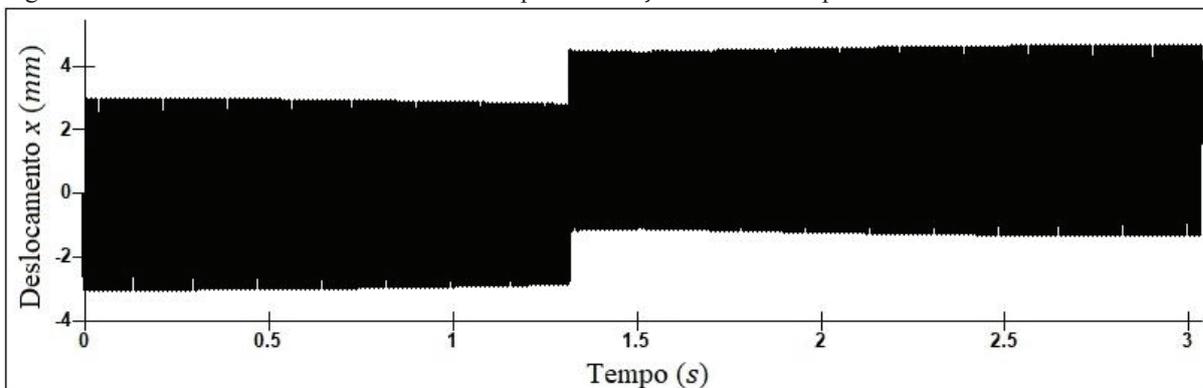


FONTE: O autor (2019).

Na Figura 112 se apresenta os deslocamentos de saída do *software*, mostrando os deslocamentos ao longo do tempo efetivamente utilizados. Observa-se a correção na utilização do carregamento de entrada e a correta prescrição dos limites superiores de passo de tempo na análise implícita realizada. A curva de entrada foi gerada com 2560 pontos e um passo de tempo

de  $1,5625E - 03$ . A análise foi realizada com um passo de tempo máximo de  $1,5625E - 03$ , suficiente para a representação da curva com no mínimo 3 pontos a cada quarto de período.

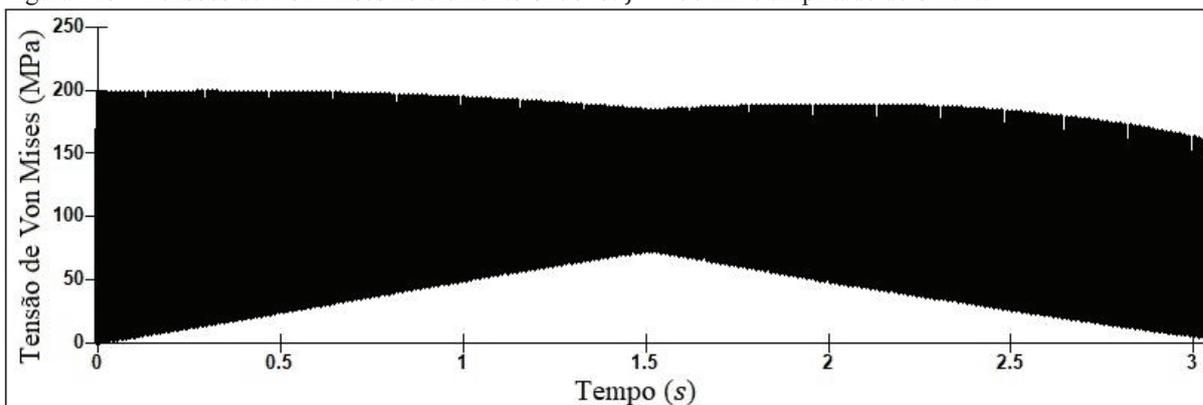
Figura 112 – Curva de saída dos deslocamentos prescritos:  $f = 80 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

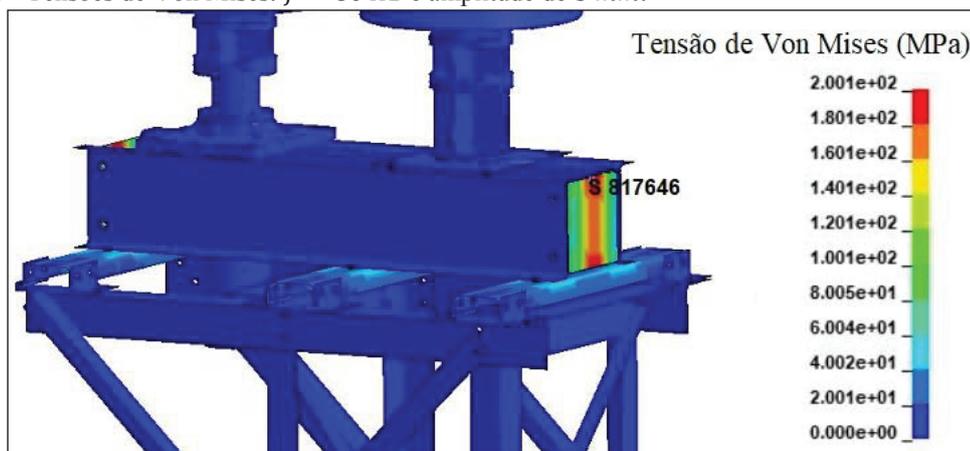
Na Figura 113 se apresentam os valores de tensão de Von Mises ao longo dos 4 s de duração do evento para o elemento 817646, localizado na chapa lateral na região de valores máximos de tensão, conforme mostrado em vermelho na Figura 114. Observa-se na Figura 114 que as tensões de Von Mises máximas ocorrem na chapa lateral das vigas  $U$  de sustentação dos isoladores e com valor máximo de  $200 \text{ MPa}$ . Observe-se que esses valores são aproximadamente os mesmos dos observados para a frequência de  $20 \text{ Hz}$  e  $40 \text{ Hz}$  com amplitude de  $3 \text{ mm}$ , já que os valores das tensões não dependem da frequência e sim dos deslocamentos prescritos.

Figura 113 - Tensões de Von Mises no elemento 817646:  $f = 80 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ .



FONTE: O autor (2019).

Figura 114 - Tensões de Von Mises:  $f = 80 \text{ Hz}$  e amplitude de  $3 \text{ mm}$ .

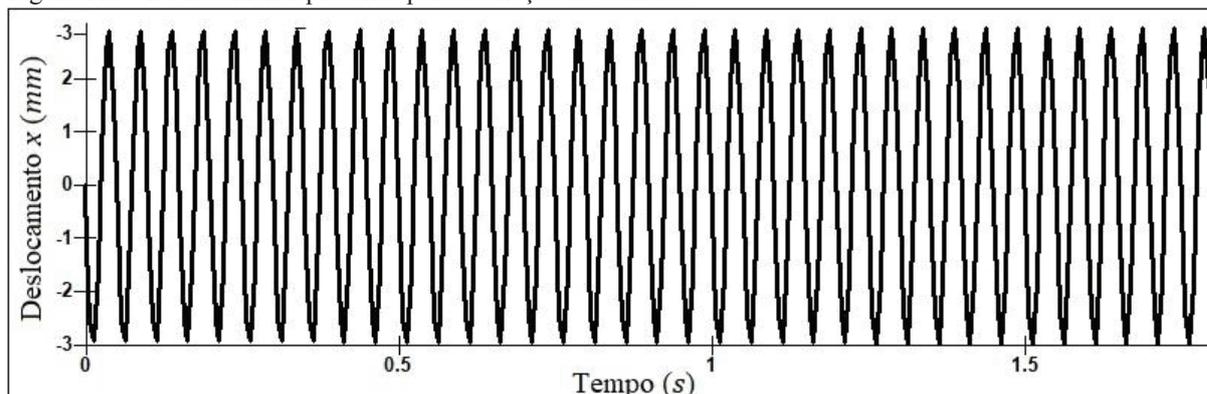


FONTE: O autor (2019).

### 5.3.2.5 Avaliação de tensões nos isoladores, lâmina principal e contatos móvel e fixo

Nessa seção se apresenta uma avaliação das tensões originadas na estrutura sob ação do carregamento prescrito na forma senoidal de amplitude de  $3 \text{ mm}$  durante um tempo de evento de  $1,79 \text{ s}$ . Como a frequência não influencia nos resultados, apresenta-se a avaliação para a frequência de  $20 \text{ Hz}$ , por ser de menor custo computacional. O carregamento aplicado na forma de deslocamento prescrito é apresentado na Figura 115.

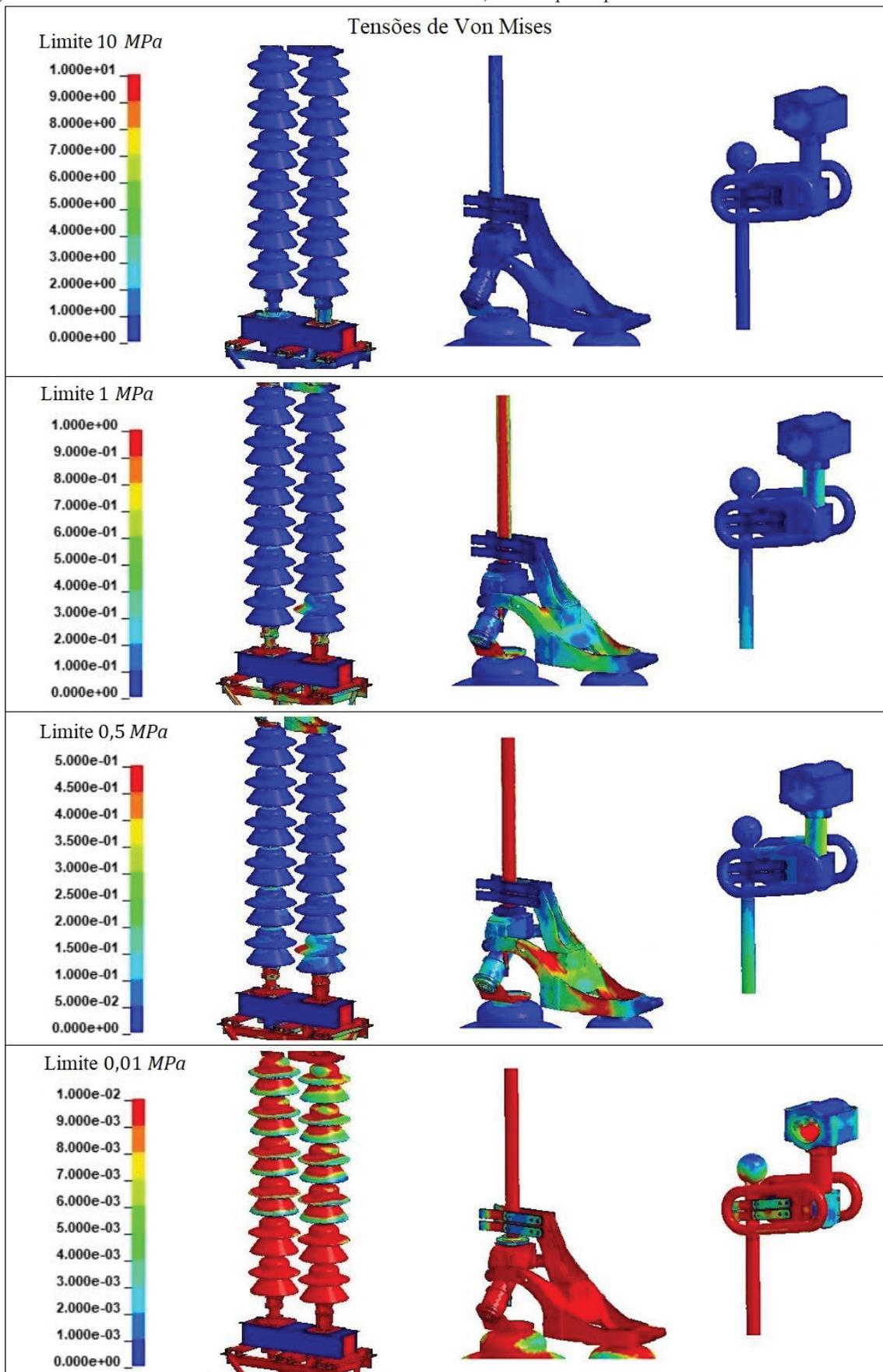
Figura 115 - Deslocamento prescrito para avaliação das tensões.



FONTE: O autor (2019).

As tensões de Von Mises atuantes sobre os isoladores, mecanismo de acionamento da lâmina principal e contatos móvel e fixo é apresentada na Figura 116. Foram apresentadas figuras com ponto de corte (limite superior) em  $10 \text{ MPa}$ ,  $1 \text{ MPa}$ ,  $0,5 \text{ MPa}$  e  $0,01 \text{ MPa}$ . Observa-se que os isoladores, o mecanismo de acionamento da lâmina principal e os contatos fixo e móvel sofrem tensões muito baixas com o carregamento aplicado. Acima de  $10 \text{ MPa}$  os isoladores ficam inteiramente azuis, ou seja, sem sofrer tensões acima desse valor.

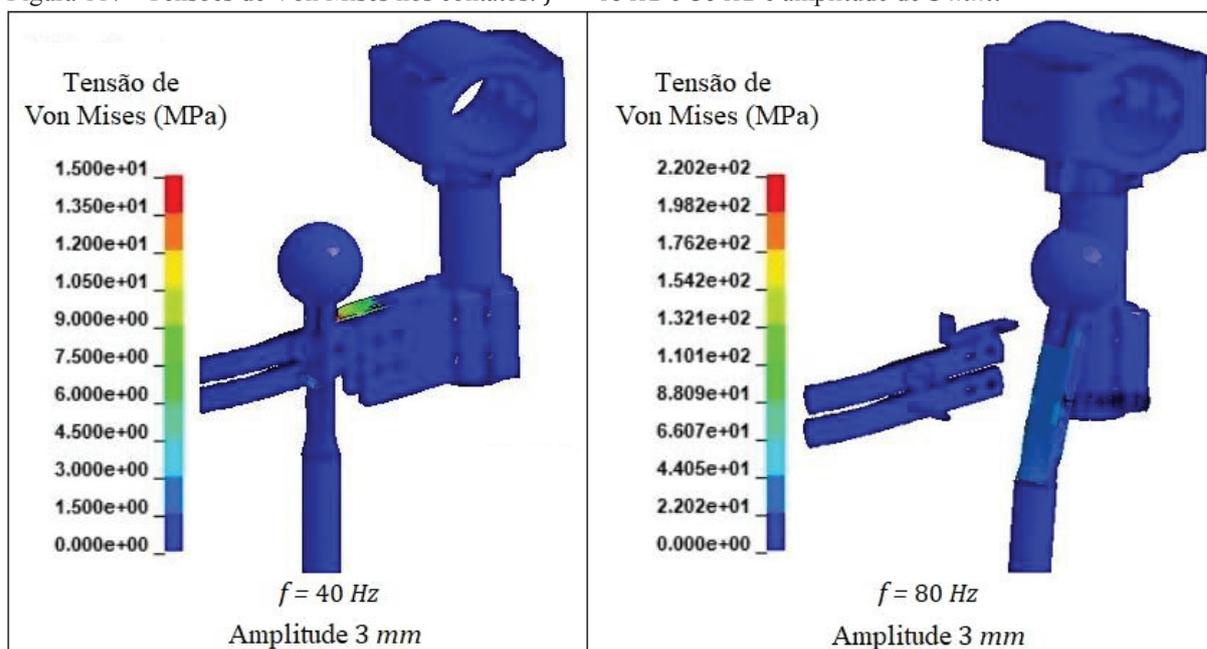
Figura 116 - Tensões de Von Mises na coluna dos isoladores, lâmina principal e contatos.



FONTE: O autor (2019).

Com relação ao contato móvel, cabe destacar que para a frequência de acionamento de 80 Hz, com o impacto gerado contra o contato fixo, as tensões são significativamente altas. Nesse caso a tensão de Von Mises chega a 220 MPa no elemento número 749639, conforme indicado na Figura 117, um pouco inferior ao valor da tensão limite de escoamento do cobre, que é de 280 MPa. Já para a frequência de 40 Hz o valor de tensão de Von Mises chega a um valor em torno de 15 MPa.

Figura 117 - Tensões de Von Mises nos contatos:  $f = 40$  Hz e 80 Hz e amplitude de 3 mm.



FONTE: O autor (2019).

### 5.3.3 Avaliação do efeito da vibração sobre o momento torçor

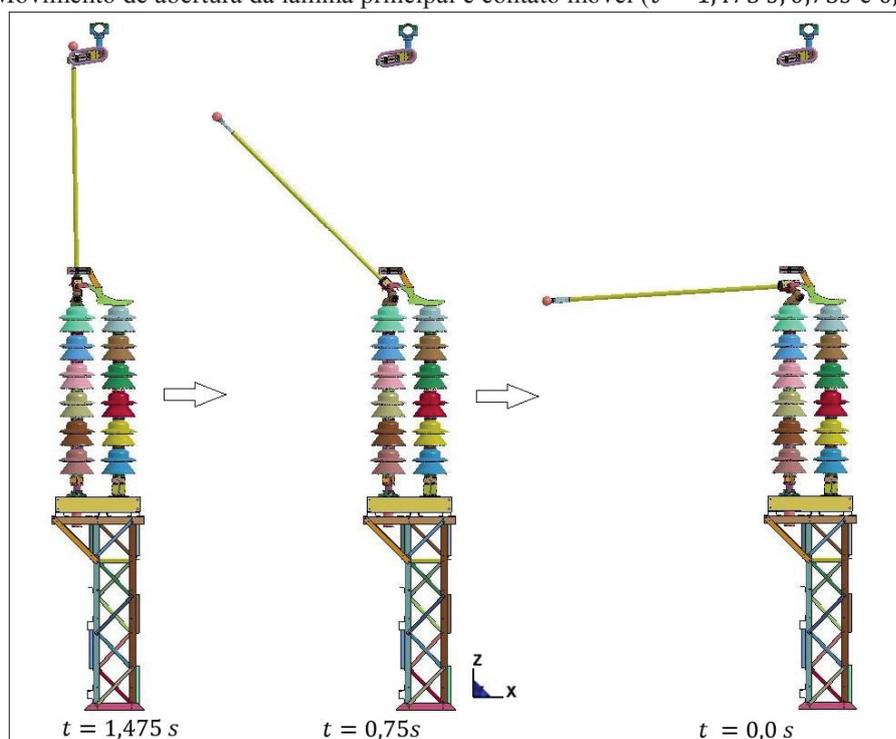
Nesta seção se apresenta uma simulação do movimento de rotação da lâmina principal conforme mostrado na Figura 39 (rotação prescrita), acompanhado de movimento de vibração prescrito através de deslocamento senoidal na direção  $x$  com amplitude de 3 mm, aplicado nas duas vigas  $U$  da base conforme mostrado na Figura 96, semelhante ao que foi apresentado na seção 4.3.2.1 (que não tem o deslocamento prescrito). Os valores prescritos de rotação são os mesmos da seção 4.3.2.1. A Figura 118 apresenta o movimento de abertura da lâmina principal nos tempos de 1,475 s, 0,75s e 0,0 s.

Observa-se na Figura 118 que há um pequeno adiantamento no avanço do movimento de deslocamento de abertura da lâmina principal quando comparado com o apresentado na Figura 40 da seção 4.3.2.1.

Na Figura 119 apresenta-se os movimentos de fechamento da lâmina principal para os tempos de 2,05 s, 3,0 s e 4,0 s. O movimento é muito semelhante ao apresentado na Figura 41.

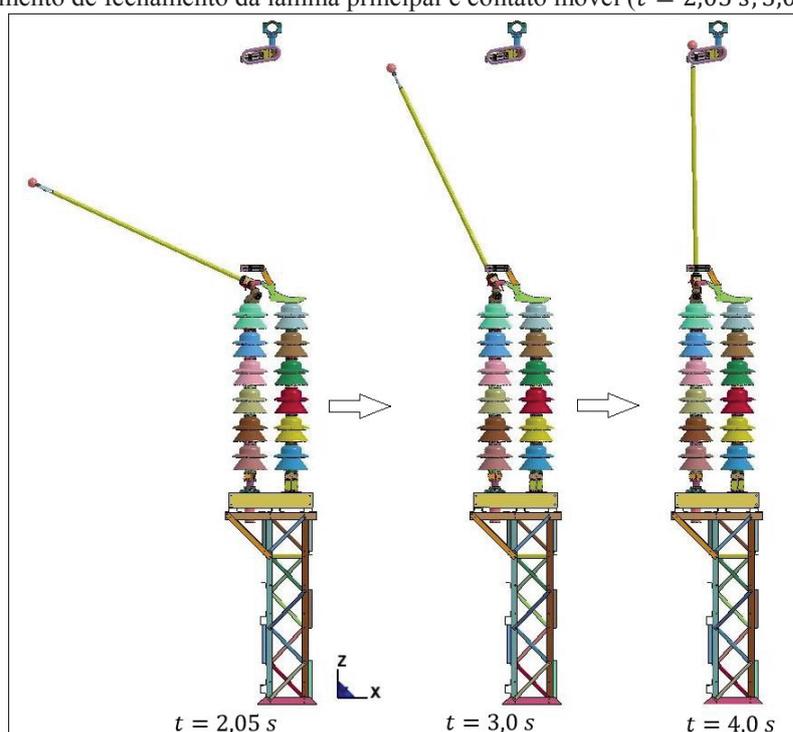
O momento torçor total exigido para a realização das rotações prescritas é obtido pela soma do módulo dos momentos torçores em ambos os eixos e é apresentado na Figura 120.

Figura 118 - Movimento de abertura da lâmina principal e contato móvel ( $t = 1,475\text{ s}$ ,  $0,75\text{ s}$  e  $0,0\text{ s}$ ).



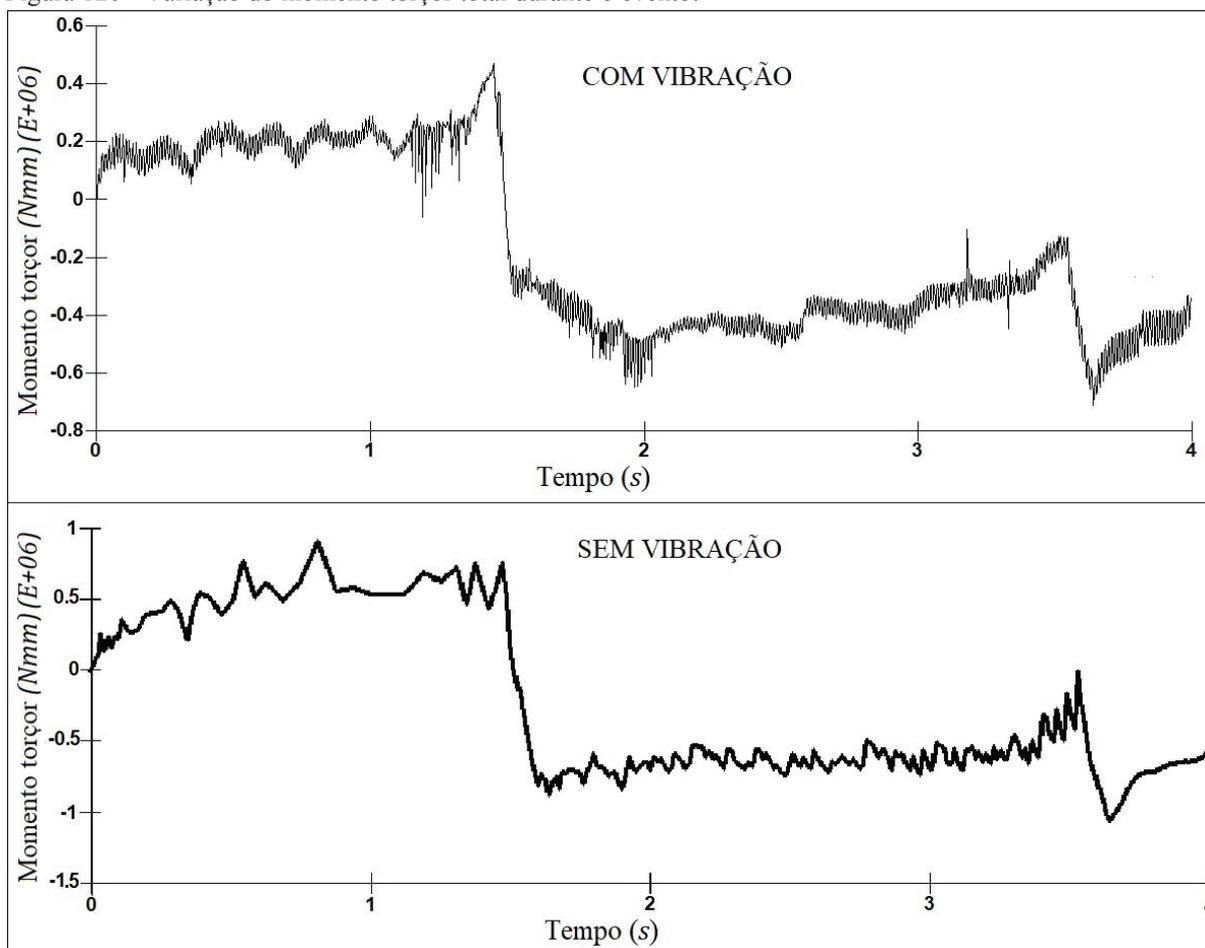
FONTE: O autor (2019).

Figura 119 - Movimento de fechamento da lâmina principal e contato móvel ( $t = 2,05\text{ s}$ ,  $3,0\text{ s}$  e  $4,0\text{ s}$ ).



FONTE: O autor (2019).

Figura 120 - Variação do momento torçor total durante o evento.

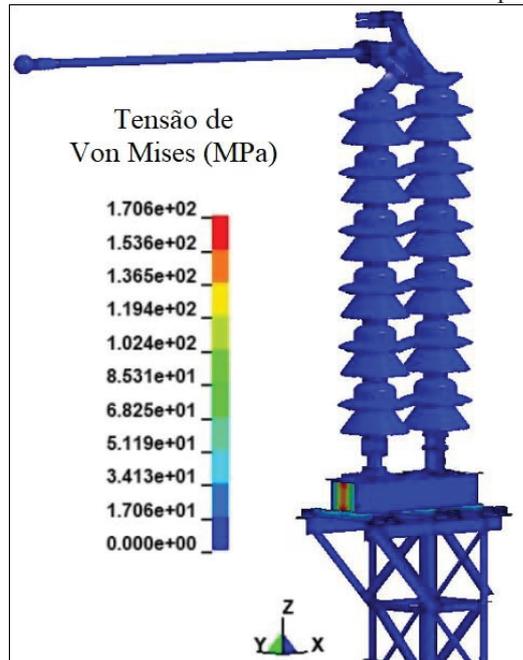


FONTE: O autor (2019).

Observa-se na Figura 120 sem vibração que o momento torçor na maior parte do evento oscila entre os valores de  $0,5E + 06 \text{ Nmm}$  e  $-0,9E + 06 \text{ Nmm}$ . Já na Figura 120 com vibração o momento torçor oscila entre os valores de  $0,2E + 06 \text{ Nmm}$  e  $-0,45E + 06 \text{ Nmm}$ , uma redução de exigência de momento torçor superior a 50 %. Atribui-se essa redução ao efeito da prescrição de vibração durante todo o tempo do evento.

As tensões de Von Mises geradas durante o evento são apresentadas na Figura 121. O valor máximo de tensões que se verifica na análise é de  $170 \text{ MPa}$  (abaixo da tensão de escoamento do material que é de  $250 \text{ MPa}$ ) e ocorre na chapa de união dos perfis  $U$  da base do seccionador, conforme mostrado na cor vermelha na Figura 121. Conclui-se que a aplicação de vibração durante todo o evento de abertura e fechamento da lâmina principal tem um efeito benéfico de reduzir as exigências de momento torçor e facilitar a abertura e o fechamento do contato elétrico.

Figura 121 - Tensões de Von Mises durante abertura e fechamento da lâmina principal.



FONTE: O autor (2019).

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral de gerar um modelo numérico da estrutura do Seccionador Vertical Reverso utilizando o *Ls-Dyna* e do estudo dos momentos exigidos no eixo motor de acionamento para acionar o fechamento e abertura da lâmina principal, para servir de subsídios na determinação de parâmetros de projeto e de configuração de parâmetros de uso do *software* de análise do sistema de acionamento por motovibrador, foi atingido, conforme apresentado em detalhes no Capítulo 4.

A determinação das frequências naturais do Seccionador Vertical Reverso foi apresentada no Capítulo 4 (medições experimentais) e no Capítulo 5 (por análise numérica). Uma comparação entre os resultados experimentais de medição das frequências naturais e os obtidos por análise numérica foi apresentado no Capítulo 4, com boa aproximação, o que valida o modelo numérico construído sob ponto de vista da análise modal.

A avaliação do comportamento da estrutura de suporte do Seccionador Vertical Reverso, sob ação da excitação provocada pela ação do motovibrador sobre a estrutura, foi apresentada no Capítulo 5 para diferentes valores de frequência natural e amplitudes de deslocamento prescrito, concluindo-se que a faixa de frequência ideal está entre 30 Hz e 80 Hz, e que a amplitude limite dos deslocamentos horizontais produzidos pelo motovibrador deve ficar no limite de 3 mm.

Também foi avaliada a proposta de acionamento do encaixe do contato elétrico através de excitação por vibração na base do seccionador e a determinação da frequência de acionamento. Conclui-se que essa proposta é viável para frequências de excitação de 30 Hz e 80 Hz, com amplitude de oscilação no ponto de aplicação da vibração de 3 mm. Com essa amplitude, a tensão máxima desenvolvida no ponto de aplicação da vibração chega a 200 MPa. Não são desenvolvidas tensões significativas nos demais componentes da estrutura, como as colunas dos isoladores, no mecanismo da lâmina vertical, na própria lâmina vertical ou nos contatos elétricos fixo e móvel.

A avaliação da proposta da equipe de trabalho de acionamento por movimento de torção associado com vibração na direção  $x$  direto no eixo motor não apresentou bons resultados e não é recomendada.

Foram propostas outras alternativas de acionamento para movimentar o contato móvel e efetuar a conclusão da manobra de fechamento do contato elétrico 3 mm no Capítulo 5. Os

melhores resultados de deslocamento obtidos foram com a aplicação de rotação no eixo motor simultaneamente com vibração na viga da base.

Recomenda-se fortemente que uma análise experimental de tensões seja realizada na estrutura do seccionador, através de extensometria, quando da realização dos ensaios experimentais com o acionamento do motorreductor. Também se recomenda fortemente a medição dos deslocamentos horizontais na direção  $x$  no ponto de aplicação da vibração, ou seja, no ponto de posicionamento do motovibrador, tomando-se o cuidado de limitar os deslocamentos horizontais provocados pelo motovibrador nesse ponto em 3  $mm$ .

Outro cuidado importante quando do acionamento do motovibrador é o de não danificar os contatos elétricos fixo e móvel. As análises numéricas demonstram a tendência de impacto violento entre o contato móvel e fixo para as frequências de 40  $Hz$  e 80  $Hz$ . Quanto maior a frequência maior o impacto, podendo provocar a ruptura do contato elétrico fixo.

Recomenda-se também, para trabalhos futuros, que quando da geração do modelo haja a integração das equipes de modelagem e de análise, para corrigir na origem interpenetrações iniciais entre peças e componentes do modelo. As penetrações iniciais foram um grande problema para a análise implícita, somente contornada através de parâmetros de controle disponíveis no *software*. A condição ideal é a inexistência de penetrações iniciais, resolvendo-as na origem. Compreende-se a dificuldade de geração do modelo, da forma como foi feito, através de medições individuais das peças, com posterior montagem dos conjuntos, através do *software* de modelagem, mas com a integração das equipes esse problema não ocorreria. Tanto os *softwares* de modelagem como o de análise aceitam as penetrações entre componentes e peças, mas com custo computacional alto no momento da análise.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**. 6.ed. São Paulo: Érica, 2013.

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos: Análise Dinâmica**. 2.ed. São Paulo: Érica, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. IEC/TR 60943 **Guidance concerning the permissible temperature rise for parts of electrical equipment, in particular for terminals**. 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7571 – Seccionadores: Características Técnicas e Dimensionais**. 2011.

BOLOTINHA, Manuel. **Efeito de Coroa em Alta Tensão**. Universo Lambda: 2016. Disponível em: <<http://universolambda.com.br/manuel-bolotinha>>. Acesso em: Ago. 2018.

BOLOTINHA, Manuel. **Controle Térmico**. Universo Lambda: 2017. Disponível em: <<http://universolambda.com.br/manuel-bolotinha>>. Acesso em: Ago. 2018.

CARVALHO, Fábio Wagner Leão de. **Procedimento Experimental para Avaliação do Fator de Amortecimento em Estruturas**. Dissertação submetida à Universidade Federal de Minas Gerais para o Mestrado em Engenharia de Estruturas. Orientador Prof. Dr. Fernando Amorim de Paula. Belo Horizonte, 2002.

CHANDRUPATLA, Tirupathi R. BELEGUNDU, Ashok D. **Elementos Finitos**. 4.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2014. P. 1-5.

COOK, D. R. MALKUS, D. S. PLESHA, E. M. **Concepts and applications of finite element analysis**. John Wiley & Sons, 1988.

EGUIA, Fernando. **Propriedades dos Materiais**. Disponível em: <[https://www.fernandoegui.com/uploads/6/4/0/5/6405834/propriedades\\_dos\\_materiais\\_em\\_423\\_unicamp.pdf](https://www.fernandoegui.com/uploads/6/4/0/5/6405834/propriedades_dos_materiais_em_423_unicamp.pdf)>. Acesso em: Jul.2018.

FISH, Jacob. BELYTSCHKO, Ted. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos**. Rio de Janeiro: LTC, 2009. P. 1-31.

GEDRA, Ricardo Luís. BARROS, Benjamim Ferreira de. BORELLI, Reinaldo. **Geração, Transmissão, Distribuição e Consumo de Energia Elétrica**. São Paulo: Érica, 2014. P. 11-46.

GONÇALVES, Renato Masago. **Guia de Projeto para Subestações de Alta Tensão**. Monografia apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para o curso de Engenharia Elétrica com Ênfase em Eletrônica. Orientador Dr. Ruy Alberto Corrêa Altafim. São Carlos, 2012.

GRIMES, R.G. LEWIS, J.G. SIMON, H.D. **A Shifted Block Lanczos Algorithm for Solving Sparse Symmetric Generalized Eigenproblems**. Vol.1. SIAM Journal Matrix Analysis Applications, 1996. P.228-272.

HIBBELER, R.C. **Dinâmica: Mecânica para Engenharia**. 12.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011. P. 504-510.

KNIGHT, Randall D. **Física – Uma Abordagem Estratégica**. 2.ed. São Paulo: Bookman, 2009. P. 107-112 e 420-434.

LSTC, Livermore Software Technology Corporation. **LS-Dyna**. Disponível em: <[www.lstc.com/products/ls-dyna](http://www.lstc.com/products/ls-dyna)>. LSTC: 2018. Acesso em: Out.2018.

LSTC, Livermore Software Technology Corporation. **LS-dyna – Keyword User`s Manual. Version 970**. LSTC: Califórnia, 2003.

MACEDO, Emméry. **Ruído das Linhas de Transmissão de Energia Elétrica**. Angola Power Services: 2011. Disponível em: <<http://angolapowerservices.blogspot.com/2011/02/ruído-das-linhas-de-transmissao-de.html>>. Acesso em Ago.2018.

MAVI, Máquinas Vibratórias. **Catálogo: Vibradores Eletromecânicos Vimot**, 2017. Disponível em: <[www.mavi.com.br](http://www.mavi.com.br)>. Acesso em Jul.2018.

MEIRELES, José Filipe Bizarro de. **Análise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente**. Tese submetida à Universidade do Minho, para o Doutorado em Engenharia Mecânica. Guimarães: 2007. P. 1-56.

MVL, Vibradores Industriais. **Manual de Serviços para Motovibrador**. Disponível em: <<http://www.mvlmaquinas.com.br/produtos/motovibradores/motovibrador-ip55>>. Acesso em: Jul.2018.

RAJAKUMAR, C. ROGERS, C.R. **The Lanczos Algorithm Applied to Unsymmetric Generalized Eigenvalue Problems**. Vol. 32. International Journal for Numerical Method in Engineering, 1991. P. 1009-1026.

RAO, Singiresu S. **Vibrações Mecânicas**. 4.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

ROCHA, Luciano Favretto da. **Desenvolvimento de um Sistema para Manobras de Seccionadores de Alta Tensão visando seu Processo de Automação**. Dissertação submetida à UPF para o Mestrado em Projetos e Processos de Fabricação. Orientador Prof. Dr. Jocarly Patrocínio de Souza. Passo Fundo: 2014.

SOUZA, Antônio Fernando de. **Sistema para Monitoração da Operação de Chaves Seccionadoras de Alta Tensão Baseado na Análise das Correntes do Motor de Acionamento**. Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para o Mestrado Profissional em Engenharia Elétrica. Orientador Prof. Jefferson Luiz Brum Marques, Ph D. Florianópolis, 2002.

THOMSON, William T. **Teoria da Vibração**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. P. 1-55.

TIPLER, Paul A. MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros**. Vol.1. 6.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011. P. 465-489.

VIBROFLEX, Máquinas Vibratórias. **Motovibrador**. Disponível em: <<https://www.vibroflex.com.br/cat-logo-de-motovibradores>>. Acesso em: Jul.2018.

WEG. Catálogo: Geração, Transmissão e Distribuição. Disponível em: <<https://www.weg.net>>. Acesso em: Nov.2018.

WEIMAR, Klaus (Compiled). **Ls-Dyna – User’s Guide**. Rev. 1.19. PWS e CAD-FEM GmbH: 2001.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física I: Mecânica**. 14.ed. São Paulo: Pearson Education, 2015.

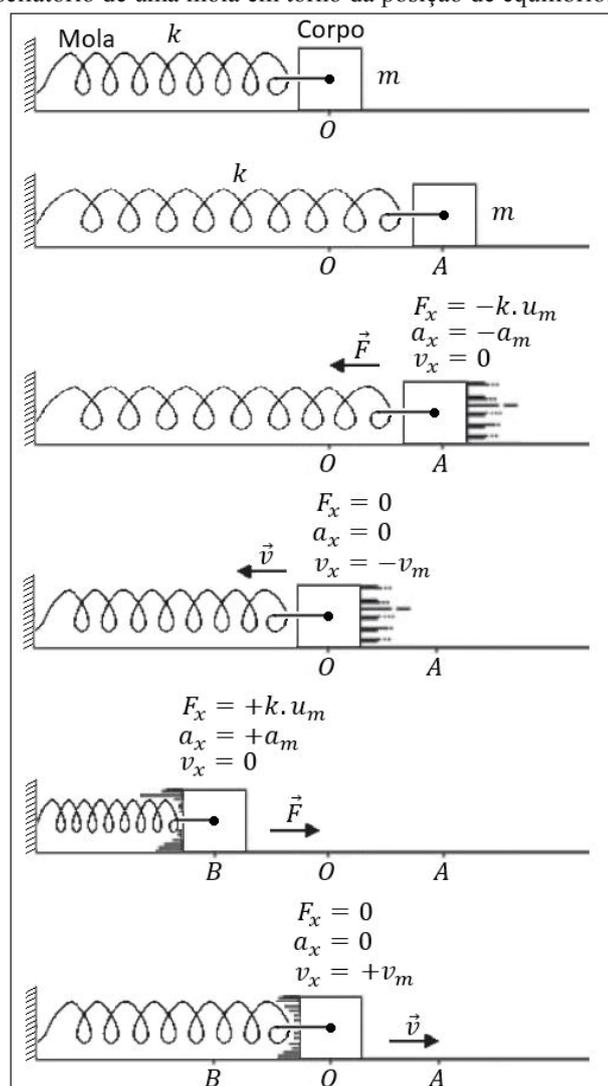
YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física II: Termodinâmica e Ondas**. 14.ed. São Paulo: Pearson Education, 2015. P. 41-69.

## APÊNDICE A – CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE TEORIA DA VIBRAÇÃO

Para iniciar o estudo da vibração, é indicado trabalhar com um sistema simples de um grau de liberdade. O sistema da Figura A.1 representa um corpo de massa  $m$ , preso a uma mola de massa desprezível e que pode ser comprimida e esticada. A mola, por sua vez, está fixa no lado esquerdo. A força da mola é a única força que atua sobre o corpo. A massa presa à extremidade da mola é retirada de sua posição de equilíbrio e em seguida é abandonada, e o movimento oscilatório se inicia.

O ponto  $O$  é o ponto de equilíbrio, onde a mola não está nem esticada e nem comprimida. Quando o corpo é deslocado da sua posição de equilíbrio, a mola exerce uma força restauradora que faz o corpo voltar à posição de equilíbrio. Quando existe essa força restauradora, então existe uma oscilação.

Figura A.1 – Movimento oscilatório de uma mola em torno da posição de equilíbrio.



FONTE: Adaptado de Alves Filho (2013).

Analisando as oscilações desse sistema, quando o corpo é liberado de uma posição  $A$ , a força resultante e a aceleração são orientadas para a esquerda. A velocidade aumenta até atingir a posição de equilíbrio, mas em razão de seu movimento, o corpo ultrapassa o ponto  $O$  e segue para a esquerda. A velocidade está seguindo para a esquerda, mas a força resultante e a aceleração estão orientadas para a direita, então o corpo atinge um ponto  $B$  e retorna, e vai oscilando até parar. Em um sistema ideal, a oscilação continuaria eternamente, e o corpo oscilaria entre  $A$  e  $-A$ .

A distância, em módulo, do ponto de equilíbrio  $O$  até  $A$  é chamada de *Amplitude*. A unidade de medida no SI é o metro ( $m$ ). Uma vibração completa é chamada de *Ciclo*, que é o percurso completo de ida e volta do corpo, partindo de  $O$  até  $A$ , voltando para  $B$ , e finalizando em  $O$ .

O *Período*  $T$  é o tempo correspondente a um ciclo. A unidade no SI é segundos ( $s$ ). A *Frequência*  $f$  é o número de ciclos por unidade de tempo. A unidade no SI é *Hertz* ( $Hz$ ). Tanto o período quanto a frequência são valores positivos. Por definição, o período é expresso pela equação (A. 1):

$$T = \frac{1}{f} \quad (A. 1)$$

E a frequência pode ser calculada pela equação (A. 2):

$$f = \frac{1}{T} \quad (A. 2)$$

(YOUNG E FREEDMAN, 2015).

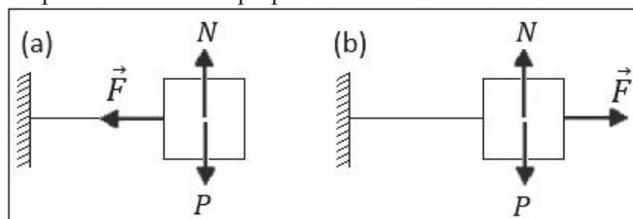
## Movimento Harmônico Simples

Toda vibração livre ou forçada sofre amortecimento. Para o entendimento das vibrações com amortecimento é fundamental estudar vibrações livres sem amortecimento, que é chamado Movimento Harmônico Simples (MHS), ou seja, quando o corpo é retirado de sua posição de equilíbrio e abandonado, realizando oscilações em torno do ponto de equilíbrio  $O$ .

A Figura A.1 mostra um corpo preso à extremidade de uma mola, que é retirado de sua posição de equilíbrio até o ponto  $A$ , esticando a mola. Neste ponto, a tendência é que a mola puxe o corpo para o ponto  $O$ . E quando o corpo está à esquerda do ponto  $O$ , a tendência é que a mola empurre o corpo para o ponto  $O$ . A força restauradora  $\vec{F}$  que a mola exerce sobre o corpo na direção de  $O$  é chamada *Força Elástica*, e pelo diagrama do corpo livre (Figura A.2), é a

própria força resultante que age no corpo (YOUNG E FREEDMAN, 2015). A Figura A.2 mostra o diagrama do corpo livre em (a) quando a mola está esticada, e em (b) quando a mola está comprimida.

Figura A.2 – Diagrama do corpo livre de um corpo preso à extremidade de uma mola.



Fonte: O autor (2019).

Quando o corpo está em equilíbrio, a mola não exerce força sobre o corpo. E quando desloca-se o corpo a uma distância  $u$ , a mola exerce sobre ele, segundo a Lei de Hooke, uma força de  $-k \cdot u$  (TIPLER E MOSCA, 2011):

$$F_R = -k \cdot u$$

Onde:

$F_R$  = é a força restauradora elástica que atua sobre o corpo.

$k$  = constante de força da mola.

$u$  = deformação da mola = espaço que o corpo se movimenta em relação ao ponto de equilíbrio  $O$ .

A  $F_R$  e  $u$  tem sinais contrários, pois quando o corpo está em um sentido, a força está atuando no sentido contrário.

Em Alves Filho (2008), o princípio fundamental da dinâmica diz que quando a resultante das forças  $\vec{R}$  que agem sobre um ponto material de massa  $m$  não é nula, num determinado instante, é produzida uma aceleração  $\vec{a}$  que tem a mesma direção e sentido da força resultante. Este princípio é conhecido como a segunda Lei de Newton:  $\vec{R} = m \cdot \vec{a}$ .

Segundo Tipler e Mosca (2011),  $F_R$  é a projeção da força resultante que age sobre o corpo, então a expressão  $F_R = -k \cdot u$  pode ser reescrita como:

$$F_R = -k \cdot u = m \cdot a$$

Onde  $a$  é a aceleração escalar, e a equação (A.3) pode ser expressa por:

$$a = \frac{-k}{m} \cdot u \quad (A.3)$$

A massa do corpo e a constante elástica da mola não modificou durante o movimento, logo  $k/m$  é uma constante, portanto:

$$a = -\alpha \cdot u \quad (A.4)$$

Onde  $\alpha = k/m$ .

A expressão (A.4) calcula a aceleração escalar em torno do ponto de equilíbrio  $O$  quando um corpo está preso à uma mola.  $u$  é também chamado *elongação*. Esta expressão é a propriedade fundamental do MHS, ou seja, é o movimento em que a aceleração escalar é proporcional à elongação mas com sinal inverso (ALVES FILHO, 2008).

Quando o corpo está no ponto  $O$ , a força resultante é nula, pois  $u = 0$ , e por isso é chamada de posição de equilíbrio. Quando o corpo está oscilando e chega no ponto de equilíbrio, o movimento não pára, a oscilação continua, devido à inércia do corpo (TIPLER E MOSCA, 2011).

### Relação entre MCU e MHS

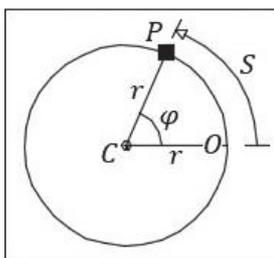
De acordo com Alves Filho (2008), no estudo das oscilações, interessa saber a posição, a velocidade e a aceleração do corpo que está oscilando, ou no exemplo da Figura A.1, do corpo que está preso à extremidade da mola. Para obter esses valores, em qualquer instante, são utilizadas as funções horárias do MHS, que são:

- Função horária da elongação;
- Função horária da velocidade;
- Função horária da aceleração.

Para obter essas funções e explorar as propriedades do MHS, deve-se representar a elongação  $u$  de um corpo que oscila em função do tempo  $t$ . Para deduzir uma expressão  $u(t)$ , é feita uma correspondência entre o Movimento Circular Uniforme (MCU) e o MHS. Um corpo descreve um movimento circular e uniforme quando sua trajetória é uma circunferência e sua velocidade escalar é constante (YOUNG E FREEDMANN, 2015).

Seja um móvel que está em trajetória circular. Esse móvel parte de um ponto  $O$  e segue a trajetória até  $P$ , conforme Figura A.3. O espaço  $S$  é a trajetória percorrida pelo móvel, que também pode ser determinado pelo ângulo de fase  $\varphi$  (KNIGHT, 2009).

Figura A.3 – Móvel em trajetória circular.



FONTE: Adaptado de Alves Filho (2013).

O ângulo é medido em radianos. Uma volta completa na circunferência equivale a  $2\pi$  radianos. E 1 radiano equivale ao raio:

$$1 \text{ volta} \rightarrow 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} \rightarrow r$$

$$\varphi \text{ rad} \rightarrow S$$

E por regra de três, calcula-se o ângulo  $\varphi$ , expresso da equação (A. 5):

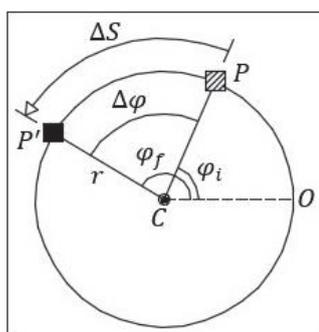
$$\varphi = \frac{S}{r} \quad (\text{A. 5})$$

Ou seja, o deslocamento do móvel pode ser quantificado por  $S$ , chamado *deslocamento linear*; e pode ser quantificado pelo ângulo  $\varphi$ , sendo chamado *deslocamento angular* (KNIGHT, 2009).

O deslocamento do móvel de  $P$  até  $P'$  pode ser quantificado pela diferença entre os ângulos de fase final  $\varphi_f$  e inicial  $\varphi_i$ , conforme mostra a Figura A.4:

$$\Delta\varphi = \varphi_f - \varphi_i$$

Figura A.4 – Deslocamento do móvel.



FONTE: Adaptado de Alves Filho (2013).

Como a trajetória percorrida  $\Delta S$  pode ser determinada pelo ângulo  $\Delta\varphi$ , a mesma relação feita na equação (A. 5) é utilizada para escrever o deslocamento angular, na equação (A. 6):

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta S}{r} \quad (\text{A. 6})$$

Assim como o deslocamento linear tem uma velocidade linear  $v$ , o deslocamento angular tem uma velocidade angular  $\omega$ . A velocidade média relaciona a distância percorrida ( $\Delta S$ ) com o tempo ( $\Delta t$ ) (KNIGHT, 2009):

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Então a equação (A. 7) pode ser escrita como:

$$\omega_m = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad (A. 7)$$

Substituindo a equação (A. 6) em (A. 7), pode-se relacionar a velocidade linear com a velocidade angular:

$$\omega_m = \frac{\frac{\Delta S}{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{r} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \cdot \frac{1}{r} = v_m \cdot \frac{1}{r} \quad \rightarrow \quad \omega_m = \frac{v_m}{r}$$

Esta expressão, no instante  $t$ , é reescrita pela equação (A. 8):

$$\omega = \frac{v}{r} \quad \rightarrow \quad v = \omega \cdot r \quad (A. 8)$$

O intervalo de tempo, no MCU, para que o móvel dê uma volta completa na circunferência – um ciclo completo – é chamado *período* ( $T$ ). E o número de voltas (ciclos) dadas pelo móvel em uma unidade de tempo é chamado *frequência* ( $f$ ). Essas duas variáveis podem ser expressas pelas equações (A. 1) e (A. 2). Se o móvel percorre uma volta completa na circunferência, a sua variação de ângulo é  $2\pi \text{ rad} \rightarrow \Delta \varphi = 2\pi$  (KNIGHT, 2009):

Por esta igualdade, a equação (A. 7) pode ser reescrita como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

E utilizando a relação expressa na equação (A. 2), a velocidade angular pode ser expressa pela equação (A. 9):

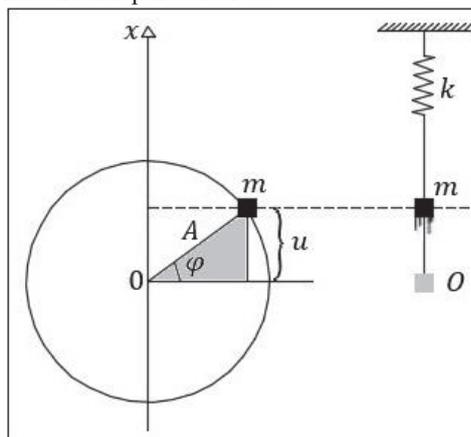
$$\omega = 2\pi \cdot f \quad (A. 9)$$

E de que forma pode ser relacionado o MCU com o MHS?

A Figura A.5 representa um disco com um corpo girando em MCU, a uma velocidade  $\omega$  constante. Colocando uma fonte de luz à esquerda do disco, o corpo fará uma sombra à direita do disco em uma parede. Enquanto o corpo gira em MCU, a sombra descreve um movimento de sobe e desce, e se este movimento obedecer à propriedade expressa na equação (A. 4), então

a sombra descreve um MHS, e nesse caso, a amplitude do movimento do corpo é igual ao raio  $r$  do disco. Cada posição do corpo, que pode ser descrita pelo ângulo de fase, equivale a uma posição da sombra na parede. Isso quer dizer que o ângulo de fase pode ser associado ao movimento oscilatório da sombra (YOUNG E FREEDMAN, 2015).

Figura A.5 – Projeção do movimento circular para obter  $u$ .



FONTE: Adaptado de Alves Filho (2013).

Para escrever a função horária da elongação, parte-se da função horária do espaço, do estudo da Cinemática (KNIGHT, 2009):

$$S = S_o + v \cdot t$$

Dividindo todos os termos por  $r$  obtém-se a equação (A. 10):

$$\varphi = \varphi_o + \omega \cdot t \quad (\text{A. 10})$$

Na Figura A.5, um corpo está em MCU, numa posição definida pelo ângulo de fase  $\varphi$ . Pelas relações trigonométricas no triângulo retângulo sabe-se que:

$$\sin \varphi = \frac{u}{A} \quad \rightarrow \quad u = A \cdot \sin \varphi$$

Como  $\varphi$  é expresso pela equação (A. 10), pode-se obter a equação (A. 11), que indica a posição do corpo em cada instante do MHS (YOUNG E FREEDMAN, 2015):

$$u = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_o) \quad (\text{A. 11})$$

A constante  $\omega$ , no MHS, é chamada de pulsação do movimento ou frequência circular no MHS, e sua unidade é radianos por segundo ( $rad/s$ ).

Como a velocidade e a aceleração são derivadas da posição do móvel, conforme as equações (30) e (31), obtém-se as funções horárias (A. 12) e (A. 13).

$$v = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi_o) \quad (\text{A. 12})$$

Esta equação é a função horária da velocidade e indica a velocidade do corpo em cada instante no MHS.

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega t + \varphi_o) \quad (A.13)$$

Esta equação é a função horária da aceleração e indica a aceleração do corpo em cada instante no MHS.

De acordo com Young e Freedman (2015), a partir da equação (A.12), a função horária da aceleração também pode ser expressa pela equação (A.14):

$$a = -\omega^2 \cdot u \quad (A.14)$$

Nesta equação  $\omega^2$  é uma constante. Logo, a aceleração é proporcional à elongação e de sinal contrário, que é a propriedade fundamental do MHS. Isso prova que o movimento da sombra da manivela em MCU é um MHS.

O movimento oscilatório da sombra equivale ao movimento de um corpo suspenso por uma mola que executa um MHS vertical em torno de um ponto de equilíbrio  $O$ . Isso quer dizer que é sempre possível associar um movimento do sistema corpo-mola com um MCU.

A aceleração já foi equacionada anteriormente (equação (A.3)). Comparando as equações (A.3) e (A.14), pode-se escrever uma equação para  $\omega$  (YOUNG E FREEDMAN, 2015):

$$a = \frac{-k}{m} \cdot u = -\omega^2 \cdot u$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Da equação (A.9) e com a conclusão acima, obtém-se nova equação para frequência  $f$ :

$$2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

E pela relação (A.1), obtém-se nova equação para o período  $T$ :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Essas duas equações mostram que o período e a frequência de oscilação do sistema corpo-mola não dependem da amplitude. Dependem apenas das características do próprio

sistema: da massa  $m$ , que representa a inércia do móvel, e da elasticidade  $k$ . Por isso o período e a frequência são chamados de *Período Natural* e *Frequência Natural* do sistema. As expressões acima serão atualizadas para o índice  $n$ , e serão expressas pelas equações (A. 15) e (A. 16) (ALVES FILHO, 2008).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \rightarrow \quad \omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (\text{A. 15})$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \quad e \quad T_n = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{A. 16})$$

Observando a Figura A.5 e o MCU, onde o corpo está com velocidade angular constante, facilmente percebe-se que a velocidade é máxima no ponto de equilíbrio, e que a aceleração é máxima nos pontos de inversão de sentido. Pelas funções horárias, também é possível perceber isso (YOUNG E FREEDMAN, 2015):

- $v = \omega_n \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi_o)$  → Em um instante  $t$ , quanto mais próximo de 0 ou 180° estiver o móvel, maior é o valor do cosseno em módulo, e maior é a velocidade. E quando o móvel estiver passando por estes ângulos, a sombra estará passando pelo ponto de equilíbrio.
- $a = -\omega_n^2 \cdot A \cdot \sin(\omega t + \varphi_o)$  → Em um instante  $t$ , quanto mais próximo de 90° ou 270° estiver o móvel, maior é o valor do seno em módulo, e maior é a aceleração. E quando o móvel estiver passando por estes ângulos, a sombra estará passando pelos pontos de inversão.

O MHS é um movimento periódico. Após um período  $T$ , os valores da elongação, da velocidade e da aceleração começam a se repetir, formando mais um ciclo do movimento. É possível representar graficamente as três funções horárias, e como elas são senoidais e cossenoidais multiplicadas por constantes, seus gráficos serão senoides e cossenoides, mostrando justamente o movimento periódico da oscilação.

Para resolver um problema dinâmico, é preciso saber o tipo de carregamento que solicita a estrutura. O entendimento de como a estrutura se comporta sob a ação de cargas senoidais é a base para estudar o comportamento de estruturas sob a ação de outros tipos de carregamento.

## APÊNDICE B - DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO PARA CHEGAR À SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO (14)

Para solucionar a equação (12), parte-se da função horária do MHS, representada pela equação (A. 11), pois a vibração forçada de uma carga senoidal é um movimento oscilatório de amplitude constante (THOMSON, 1978). A equação (14) é a mesma equação (A. 11), mas  $A$  foi substituído por  $U$  e  $\varphi_0$  foi substituído por  $\Phi$  para diferenciar do MHS.

$$u = U \cdot \sin(\omega t + \Phi) \quad (14)$$

Pela propriedade trigonométrica:  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$ , pode-se reescrever a equação (14) (ALVES FILHO, 2008):

$$u = U \cdot (\sin \omega t \cdot \cos \Phi + \sin \Phi \cdot \cos \omega t)$$

Efetuada a multiplicação pela constante  $U$ , a equação (14) fica:

$$u = U \cdot \cos \Phi \cdot \sin \omega t + U \cdot \sin \Phi \cdot \cos \omega t \quad (B. 1)$$

$\Phi$  é o ângulo inicial que indica a posição do móvel no início do movimento, ou seja, é um valor fixo. Então  $U \cdot \cos \Phi$  e  $U \cdot \sin \Phi$  são constantes, e podem ser escritos de forma reduzida como  $B_1$  e  $B_2$ , respectivamente. A equação (B. 1) fica reescrita na equação (B. 2):

$$u = B_1 \cdot \sin \omega t + B_2 \cdot \cos \omega t \quad (B. 2)$$

A equação (B. 2) é uma solução da equação (12). Para verificar esta solução, primeiro deriva-se a equação (B. 2) com relação a  $t$  duas vezes:

$$\dot{u} = B_1 \cdot \omega \cdot \cos \omega t - B_2 \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

$$\ddot{u} = -B_1 \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t - B_2 \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t$$

Substituindo estas derivadas na equação (12):

$$m \cdot (-B_1 \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t - B_2 \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t) + c \cdot (B_1 \cdot \omega \cdot \cos \omega t - B_2 \cdot \omega \cdot \sin \omega t) + k \cdot (B_1 \cdot \sin \omega t + B_2 \cdot \cos \omega t) = F_0 \cdot \sin \omega t$$

Multiplicando os termos em evidência:

$$-m \cdot B_1 \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t - m \cdot B_2 \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t + c \cdot B_1 \cdot \omega \cdot \cos \omega t - c \cdot B_2 \cdot \omega \cdot \sin \omega t + k \cdot B_1 \cdot \sin \omega t + k \cdot B_2 \cdot \cos \omega t = F_0 \cdot \sin \omega t$$

Agrupando os coeficientes a partir das funções seno e cosseno:

$$(k \cdot B_1 - c \cdot B_2 \cdot \omega - m \cdot B_1 \cdot \omega^2) \cdot \sin \omega t + (k \cdot B_2 + c \cdot B_1 \cdot \omega - m \cdot B_2 \cdot \omega^2) \cdot \cos \omega t = F_0 \cdot \sin \omega t$$

Igualando os coeficientes chega-se à um sistema de duas equações:

[1]

$$k.B_1 - c.B_2.\omega - m.B_1.\omega^2 = F_o$$

[2]

$$k.B_2 + c.B_1.\omega - m.B_2.\omega^2 = 0$$

São duas equações com duas incógnitas,  $B_1$  e  $B_2$ , então é um sistema possível determinado. Resolvendo este sistema, é possível conhecer  $B_1$  e  $B_2$ :

$$B_1.(k - m.\omega^2) = F_o + c.\omega.B_2$$

$$B_2.(k - m.\omega^2) = -c.\omega.B_1$$

$$B_1 = \frac{F_o + c.\omega.B_2}{(k - m.\omega^2)}$$

$$B_2 = \frac{-c.\omega.B_1}{(k - m.\omega^2)}$$

Substituindo  $B_2$  em  $B_1$ :

$$B_1 = \frac{F_o + c.\omega.\left(\frac{-c.\omega.B_1}{(k - m.\omega^2)}\right)}{(k - m.\omega^2)} = \frac{(k - m.\omega^2).F_o - (c.\omega)^2.B_1}{(k - m.\omega^2)^2}$$

$$B_1.(k - m.\omega^2)^2 + (c.\omega)^2.B_1 = (k - m.\omega^2).F_o$$

$$[(k - m.\omega^2)^2 + (c.\omega)^2].B_1 = (k - m.\omega^2).F_o$$

$$B_1 = \frac{(k - m.\omega^2).F_o}{(k - m.\omega^2)^2 + (c.\omega)^2}$$

Conhecendo  $B_1$ , substitui-se seu valor na equação de  $B_2$ :

$$B_2 = \frac{-c.\omega}{(k - m.\omega^2)} \cdot \frac{(k - m.\omega^2).F_o}{(k - m.\omega^2)^2 + (c.\omega)^2} \quad e \quad B_2 = \frac{-c.\omega.F_o}{(k - m.\omega^2)^2 + (c.\omega)^2}$$

Conhecendo  $B_1$  e  $B_2$  substitui-se seus valores na equação (14), e encontra-se o deslocamento da massa em função do tempo com a aplicação da força senoidal.

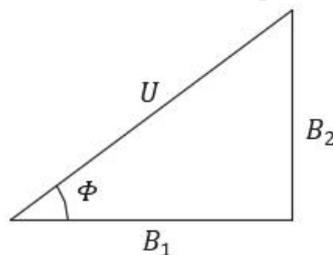
Trabalhando um pouco mais a relação entre a equação (12) e a equação (14), obtém-se novas equações (ALVES FILHO, 2008):

$$u = U.\sin(\omega t + \Phi) \quad \xrightarrow{\text{Equivalentes}} \quad u = B_1.\sin \omega t + B_2.\cos \omega t$$

As constantes  $B_1$  e  $B_2$  estão relacionadas com  $U$ , como visto anteriormente, e esta relação pode ser representada geometricamente, a partir das relações trigonométricas no triângulo retângulo:

$$B_1 = U.\cos \Phi$$

$$B_2 = U.\sin \Phi$$



$$\cos \Phi = \frac{B_1}{U}$$

$$\sin \Phi = \frac{B_2}{U} \qquad \tan \Phi = \frac{B_2}{B_1}$$

E utilizando o Teorema de Pitágoras, é possível escrever a equação (B.3):

$$U = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \quad (B.3)$$

Como os valores de  $B_1$  e  $B_2$  são conhecidos, podem ser substituídos da equação (B.3):

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\left(\frac{(k - m. \omega^2). F_o}{(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2}\right)^2 + \left(\frac{-c. \omega. F_o}{(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2}\right)^2} \\ U &= \sqrt{\frac{(k - m. \omega^2)^2. F_o^2}{[(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2]^2} + \frac{(c. \omega)^2. F_o^2}{[(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2]^2}} \\ U &= \sqrt{\frac{F_o^2. [(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2]}{[(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2]^2}} = F_o. \sqrt{\frac{(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2}{[(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2]^2}} \\ U &= F_o. \frac{1}{\sqrt{(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2}} \quad (B.4) \end{aligned}$$

A equação (B.4) calcula  $U$ , e substituindo esta constante na equação (14), obtém-se a equação (B.5) (ALVES FILHO, 2008):

$$u = \frac{F_o}{\sqrt{(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2}}. \sin(\omega t + \Phi) \quad (B.5)$$

O ângulo de fase  $\Phi$  pode ser calculado a partir da relação da tangente:

$$\tan \Phi = \frac{B_2}{B_1}$$

Substituindo as equações de  $B_1$  em  $B_2$ :

$$\tan \Phi = \frac{\frac{-c. \omega. F_o}{(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2}}{\frac{(k - m. \omega^2). F_o}{(k - m. \omega^2)^2 + (c. \omega)^2}}$$

Simplificando, obtém-se a equação (B.6):

$$\tan \Phi = \frac{-c. \omega}{k - m. \omega^2} \quad (B.6)$$

A equação (B.6) também pode ser escrita em função da relação de frequências  $r$ , expresso na equação (13), e o fator de amortecimento  $\zeta$ , expresso na equação (9) (THOMSON, 1978). Sabendo que  $\omega_n^2 = \frac{k}{m} \rightarrow m = \frac{k}{\omega_n^2}$  e  $k = m \cdot \omega_n^2$ :

$$\tan \Phi = \frac{-c \cdot \omega}{k - \frac{k}{\omega_n^2} \cdot \omega^2} = \frac{-c \cdot \omega}{k \cdot \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)} = \frac{-c \cdot \omega}{m \cdot \omega_n^2 \cdot (1 - r^2)}$$

$$\tan \Phi = \frac{-c \cdot \omega}{m \cdot \omega_n \cdot \omega_n \cdot (1 - r^2)} \rightarrow \tan \Phi = \frac{-2 \cdot \zeta \cdot r}{(1 - r^2)} \quad (B.7)$$

Com a equação (B.7), calcula-se o ângulo de fase  $\Phi$  em função de  $r$  e  $\zeta$ .

*Observação:* é comum encontrar as equações (B.5) e (B.6) expressas levando em consideração as propriedades trigonométricas:  $\tan \Phi = -\tan(-\Phi)$  e  $\sin \Phi = -\sin(-\Phi)$ . Com essas propriedades as equação (B.5) e (B.6) são reescritas como  $u = \frac{F_o}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2+(c\omega)^2}} \cdot \sin(\omega t - \Phi)$  e  $\tan \Phi = \frac{c\omega}{k-m\omega^2}$ .

A partir da relação (13) e da equação (9), pode-se desenvolver a equação (B.4) para chegar a uma equação reduzida e em função de  $r$  e  $\zeta$ . Inicialmente divide-se a equação (B.4) por  $k$ , e desenvolvendo esta operação (ALVES FILHO, 2008):

$$U = \frac{F_o/k}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2+(c\omega)^2}/k} = \frac{F_o/k}{\sqrt{\frac{(k-m\omega^2)^2+(c\omega)^2}{k^2}}} = \frac{F_o/k}{\sqrt{\left(\frac{k-m\omega^2}{k}\right)^2 + \left(\frac{c\omega}{k}\right)^2}}$$

Sabendo que  $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$  e  $k = m \cdot \omega_n^2$ :

$$U = \frac{F_o/k}{\sqrt{\left(1 - \frac{m\omega^2}{m\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{c\omega}{m\omega_n^2}\right)^2}} = \frac{F_o/k}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta \cdot \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

$$U = \frac{F_o}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta \cdot r)^2}} \quad (B.8)$$

## APÊNCIDE C – CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos é utilizado para resolver uma grande variedade de problemas como análise de tensão e deformação em estruturas automotivas, aeronaves, prédios, pontes, peças e conjuntos mecânicos. Também trabalha com transferência de calor, escoamento de fluidos, problemas de fluxo, análises dinâmicas... Nesse método, um problema complexo é transformado em formas geométricas simples e discretas, chamadas elementos finitos. No processo de montagem, considera-se as propriedades dos materiais, o carregamento, os vínculos e as relações governantes, que resulta em um conjunto de equações. A solução dessas equações dá o comportamento aproximado do problema (CHANDRUPATLA E BELEGUNDU, 2014).

O Método dos Elementos Finitos faz uma divisão de um meio contínuo em regiões menores com geometria mais simples que o problema original. Cada uma dessas regiões tem tamanho finito e um número de pontos chamados *nós*. Todo esse processo de divisão é chamado de *discretização*. Na montagem dos finitos elementos, são usadas funções de forma própria para exprimir os deslocamentos desses elementos. Para que isso aconteça, é necessário escrever um número finito de equações para o movimento de cada nó (MEIRELES, 2007).

Quando a estrutura ou componente é solicitado por forças externas, estas são aplicadas diretamente nos nós e os deslocamentos da estrutura são expressos através dos *deslocamentos nodais*, ou seja, o cálculo dos deslocamentos de uma estrutura, no Método dos Elementos Finitos, considera apenas os deslocamentos dos nós do modelo. Então é importante que as propriedades atribuídas aos elementos sejam bem definidas, para que o comportamento da estrutura, quando solicitada, seja corretamente representado pelos nós (ALVES FILHO, 2013).

Ao analisar um componente ou estrutura, para obter uma solução razoavelmente exata, milhares de nós são geralmente necessários, logo, os computadores são essenciais para resolver o problema. Normalmente, a exatidão da solução melhora com o aumento do número de nós, mas o tempo computacional e o custo também aumentam (FISH E BELYTSCHKO, 2009).

O conjunto de elementos que a estrutura foi subdividida é chamado de *malha* de elementos finitos. É importante destacar que os finitos elementos da malha devem ser apropriados, pois eles devem representar trecho a trecho o que ocorre na estrutura real. Então deve-se preocupar com o tamanho adequado da malha e com o tipo de elemento (triangular, quadriláteros, tetraedros, ...) (ALVES FILHO, 2013).

De acordo com Fish e Belytschko (2009), o Método dos Elementos Finitos consiste em cinco passos. O primeiro é o *pré-processamento*, onde ocorre a subdivisão do domínio do problema em elementos finitos, e é executado automaticamente por geradores de malhas em

*softwares* específicos. O segundo passo é a *formulação dos elementos*, onde ocorre o desenvolvimento de equações que descrevem o comportamento dos elementos, geralmente equações diferenciais parciais. O terceiro passo é a *montagem*, onde obtém-se o sistema global de equações a partir das equações individuais dos elementos. O quarto passo é a *resolução das equações*. E o quinto passo é o *pós-processamento*, onde os resultados de interesse são apresentados, na forma de valores e também com a visualização da configuração deformada do domínio.

### **Matriz de rigidez**

No Método dos Elementos Finitos, o meio que os computadores utilizam para armazenar e processar as informações é a notação matricial, que apresenta as equações de forma compacta e elegante. A matriz de rigidez é a matriz mais importante dentro do método, pois é o local onde são colocadas as principais informações para solucionar o problema, ou seja, a matriz de rigidez traduz o comportamento do sistema. Ela é uma relação entre as forças nodais e os deslocamentos nodais de cada elemento, formando a matriz de rigidez do elemento, e a partir desta matriz é montada a matriz de rigidez da estrutura. Essa relação entre força e deslocamento está associada ao conceito de rigidez de uma mola, expressa pela constante elástica da mola  $k$ . A mola é um dispositivo mecânico capaz de suportar somente esforços axiais, e a sua deformação é diretamente proporcional à força aplicada  $F$ . Essa relação é expressa pela equação (C.1) (ALVES FILHO, 2013):

$$F = k \cdot u \quad (C.1)$$

Onde  $u$  é a deformação da mola.

A rigidez da mola  $k$  é uma relação entre força-deslocamento da mola. Em um elemento finito a ideia é a mesma, porém em caráter mais amplo, pois o elemento finito não transfere somente forças axiais, os componentes de rigidez de um elemento estão relacionados a diversos componentes de forças e deslocamentos presentes. E é por causa destes componentes que ocorre o equilíbrio de cada elemento do modelo.

Cada elemento pode ser comparado a uma mola, e cada um dos nós da mola está conectado a outros elementos da estrutura. O estudo do comportamento físico do elemento se faz pelo diagrama do corpo livre do elemento de mola. Se a estrutura estiver em equilíbrio, cada elemento também está, e isso é representado pelas forças internas. Como a mola se movimenta somente no sentido axial, um elemento de mola vai representar um sentido de deslocamento.

Se houver vários sentidos de deslocamento, cada um será representado por um elemento de mola, representando, então, uma estrutura com vários graus de liberdade. E a partir da formulação matemática de um elemento, constrói-se a base para montagem de todos elementos.

Segundo Alves Filho (2013), a discretização de um problema e a obtenção das relações matemáticas que permitem solucioná-lo parte de três leis fundamentais:

1º) Equilíbrio de forças: a estrutura deve estar em equilíbrio, então são aplicadas as equações de equilíbrio de forças para cada elemento. Se cada elemento está em equilíbrio, a estrutura também está.

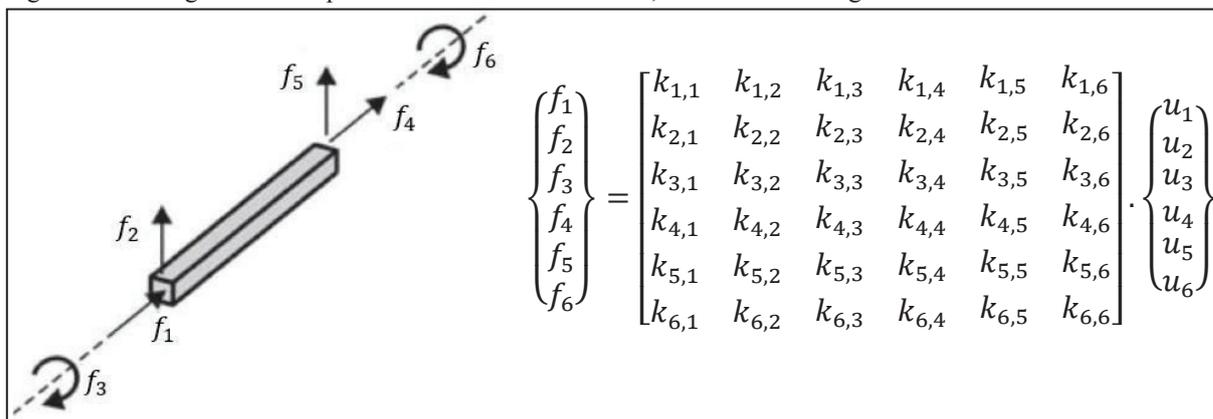
2º) Compatibilidade de deslocamentos: os elementos são conectados por nós. Se um determinado número de elementos está conectado a um nó na condição normal da estrutura, estes mesmos elementos deverão permanecer conectados ao mesmo nó na condição deformada, pois o contrário, a estrutura romperia neste nó.

3º) Lei do comportamento do material: quando são aplicadas forças externas na estrutura, ela se deforma. Cada elemento transmite os esforços para outros elementos através dos esforços internos. Se os esforços forem coerentes com a resistência do material, então as forças internas crescem proporcionais às deformações, respeitando a lei de Hooke, expressa na equação (C. 1).

A representação matemática que relaciona as forças e os deslocamentos nodais de cada elemento é expressa por uma matriz que representa as forças que atuam nos nós do elemento, mais uma matriz que contém os coeficientes de rigidez do elemento e uma matriz onde são representados os deslocamentos associados aos nós do elemento. A equação (C. 2) é a relação geral linear entre as forças e os deslocamentos nodais de um elemento, expressa em notação matricial. A Figura C.1 mostra um elemento com diversas forças atuando sobre ele, e um esquema da equação (C. 2) desenvolvida para este elemento (ALVES FILHO, 2013).

$$\{f\} = [k].\{u\} \quad (C. 2)$$

Figura C.1 – Diagrama do corpo livre de um elemento finito, e sua matriz de rigidez.



FONTE: ALVES FILHO, 2013 (Adaptado).

A partir da rigidez de cada elemento, é montada a rigidez de toda a estrutura. A equação matricial que representa a rigidez da estrutura é expressa na equação (C. 3).

$$\{F\} = [K].\{U\} \quad (C. 3)$$

Onde a matriz  $\{F\}$  representa todas as cargas nodais da estrutura. A matriz  $[K]$  é a matriz de rigidez de toda a estrutura, com os coeficientes que relacionam as forças e os deslocamentos nodais. E a matriz  $\{U\}$  contém todos os deslocamentos nodais da estrutura.

Na prática, ao fazer a análise de um sistema estrutural ou componente pelo Método dos Elementos Finitos, onde este sistema será composto por um grande número de elementos, fica inviável fazer o trabalho manualmente, por isso são utilizados *softwares* específicos, que montam a matriz de rigidez da estrutura, e calculam os deslocamentos, as tensões e as deformações da estrutura.

FONTE: O Autor (2019).

## APÊNDICE D – PRINCIPAIS COMANDOS UTILIZADOS NO MODELO NUMÉRICO DO SECCIONADOR

- \* SECTION\_SHELL: define as propriedades das seções dos elementos de casca.
- \* MAT\_ELASTIC: é o material Tipo 1. É um material elástico isotrópico, válido para vigas, cascas e elementos sólidos.
- \* PART: define partes, combina informação de materiais, propriedades de seções, propriedades térmicas, e partes adaptáveis.
- \* NODE: define um nó e suas coordenadas no sistema de coordenadas global. O número de cada nó deve ser único em relação aos outros nós.
- \* ELEMENT\_SOLID: define elementos sólidos tridimensionais.
- \* ELEMENT\_SHELL: define elementos de 3 ou 4 nós para cascas, membranas, tensões planas.
- \* BOUNDARY\_SPC\_SET: define restrições a nós individuais.
- \* DEFINE\_CURVE: define a curva, por exemplo, para cada tempo define o deslocamento correspondente.
- \* CONSTRAINED\_GENERALIZES\_WELD\_SPOT: define pontos, filetes e outros tipos de solda.
- \* SET\_NODE\_LIST: define um conjunto de nós que possuem atributos idênticos.
- \* ELEMENT\_MASS: define um elemento de massa concentrada atribuído a um nó.

FONTE: O Autor (2019).

## APÊNDICE E – PROGRAMA PARA AS CURVAS DE VIBRAÇÃO

### PROGRA MA 1

```

%cria a curva de carregamento de vibração 1
clear;
format long;
x=1;
x2=2;
npt=300;
t=1.3;
d=t/npt;
f=40;
pi=3.14;
w=2*pi*f
%calculo da curva
for i=2:(npt+1)
    tempo(1)=0.0;
    tempo(i)=tempo(i-1)+ d;
    %if tempo(i)<= 2.5;
    %v(1)=0.0;
    %v2(1)=0.0;
    v(i)= tempo(i) + 0.10*sin(w*tempo(i));
    %v(i)= 0.01*sin(w*tempo(i));
    %else
    %   v(i)=0.0;
    %   v2(i)=0.0;
    %end
end
%cria o arquivo de carregamento
fileID = fopen('curvas1','w');
fprintf(fileID,'%s\r\n ','*DEFINE_CURVE');
fprintf(fileID,'%9d\r\n',x);
fprintf(fileID,'%s %18s %20s\r\n','$','TEMPO','DESLOCAMENTO');
for i=1:npt+1;
    fprintf(fileID,'%20e %20e \r\n',tempo(i),v(i));
end
status = fclose(fileID);
hold off;
figure(1);
hold on;
plot(tempo,v,'-k','LineWidth',1);
grid off;
xlabel('tempo (s)');
ylabel('velocidade (mm/s)');
%axis([0.0 3.3 -0.12 4.312]);
legend('curva1');
hold off;
%cria o arquivo de carregamento 2
%fileID = fopen('curvas2','w');
%fprintf(fileID,'%s\r\n ','*DEFINE_CURVE');
%fprintf(fileID,'%9d\r\n',x2);
%fprintf(fileID,'%s %18s %20s\r\n','$','TEMPO','DESLOCAMENTO');
%for i=1:npt+1;
%   fprintf(fileID,'%20e %20e \r\n',tempo(i),v2(i));
%end
%status = fclose(fileID);
%figure(2);
%hold on;
%plot(tempo,v2,'-k','LineWidth',1);

```

```

%grid off;
%xlabel('tempo(s)');
%ylabel('deslocamento(mm)');
%axis([0 3.0 -1 1]);
%legend('curva 2')
%hold off;

```

## PROGRAMA 2

```

%cria a curva de carregamento de vibração 2
clear;
format long;
x=1;
x2=2;
npt=400;
t=2.1;
d=t/npt;
f=40;
pi=3.14;
w=2*pi*f
%calculo da curva
for i=2:(npt+1)
    tempo(1)=0.0;
    tempo(i)=tempo(i-1)+ d;
    if tempo(i) <= 0.15;
        v(1)=0.0;
        v(i)= 0 - 0.044*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>0.15 & tempo(i) <= 0.6;
        v(i)= -tempo(i);
    end
    if tempo(i)>0.6 & tempo(i) <= 0.75;
        v(i)= -0.5 - 0.044*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>0.75 & tempo(i) <= 1.2;
        v(i)= -tempo(i);
    end
    if tempo(i)>1.2 & tempo(i) <= 1.35;
        v(i)= -1.0 - 0.044*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>1.35 & tempo(i) <= 2.1;
        v(i)= -tempo(i);
    end
end

%cria o arquivo de carregamento
fileID = fopen('curvas1','w');
fprintf(fileID,'%s\r\n ','*DEFINE_CURVE');
fprintf(fileID,'%9d\r\n',x);
fprintf(fileID,'%s %18s %20s\r\n','$','TEMPO','DESLOCAMENTO');
for i=1:npt+1;
    fprintf(fileID,'%20e %20e \r\n',tempo(i),v(i));
end
status = fclose(fileID);
hold off;
figure(1);
hold on;
plot(tempo,v,'-k','LineWidth',1);
grid off;
xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Velocidade (mm/s)');
axis([0.0 2.5 0.30 -3.0]);

```

```

legend('curva1');
hold off;
%cria o arquivo de carregamento 2
%fileID = fopen('curvas2','w');
%fprintf(fileID,'%s\r\n ','*DEFINE_CURVE');
%fprintf(fileID,'%9d\r\n',x2);
%fprintf(fileID,'%s %18s %20s\r\n','$','TEMPO','DESLOCAMENTO');
%for i=1:npt+1;
%   fprintf(fileID,'%20e %20e \r\n',tempo(i),v2(i));
%end
%status = fclose(fileID);
%figure(2);
%hold on;
%plot(tempo,v2,'-k','LineWidth',1);
%grid off;
%xlabel('tempo(s)');
%ylabel('deslocamento(mm)');
%axis([0 3.0 -1 1]);
%legend('curva 2')
%hold off;

```

### PROGRAMA 3

```

%cria a curva de carregamento de vibração
clear;
format long;
x=1;
x2=2;
npt=500;
t=1.35;
d=t/npt;
f=40;
pi=3.14;
w=2*pi*f
%calcula da curva
for i=2:(npt+1)
    tempo(1)=0.0;
    v(1)=0.0;
    tempo(i)=tempo(i-1)+ d;
    if tempo(i) <= 0.15;
        v(i)= 0 - 0.042*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>0.15 & tempo(i) <= 0.45;
        v(i)= -tempo(i)+ 0.05*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>0.45 & tempo(i) <= 0.75;
        v(i)= -0.6 - 0.042*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>0.75 & tempo(i) <= 1.05;
        v(i)= -tempo(i)+ 0.05*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>1.05 & tempo(i) <= 1.20;
        v(i)= -1.2 - 0.042*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>1.20 & tempo(i) <= 1.35;
        v(i)= -tempo(i)+ 0.05*sin(w*tempo(i));
    end
end
%cria o arquivo de carregamento
fileID = fopen('curvas1','w');
fprintf(fileID,'%s\r\n ','*DEFINE_CURVE');

```

```

fprintf(fileID, '%9d\r\n', x);
fprintf(fileID, '%s %18s %20s\r\n', '$', 'TEMPO', 'DESLOCAMENTO');
for i=1:npt+1;
    fprintf(fileID, '%20e %20e \r\n', tempo(i), v(i));
end
status = fclose(fileID);
hold off;
figure(1);
hold on;
plot(tempo, v, '-k', 'LineWidth', 1);
grid off;
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Velocidade (mm/s)');
%axis([0.0 0.3 -4.30 4.3]);
legend('curva1');
hold off;
%cria o arquivo de carregamento 2
%fileID = fopen('curvas2', 'w');
%fprintf(fileID, '%s\r\n ', '*DEFINE_CURVE');
%fprintf(fileID, '%9d\r\n', x2);
%fprintf(fileID, '%s %18s %20s\r\n', '$', 'TEMPO', 'DESLOCAMENTO');
%for i=1:npt+1;
%    fprintf(fileID, '%20e %20e \r\n', tempo(i), v2(i));
%end
%status = fclose(fileID);
%figure(2);
%hold on;
%plot(tempo, v2, '-k', 'LineWidth', 1);
%grid off;
%xlabel('tempo (s)');
%ylabel('deslocamento (mm)');
%axis([0 3.0 -1 1]);
%legend('curva 2')
%hold off;

```

#### PROGRAMA 4

```

%cria a curva de carregamento de vibração
clear;
format long;
x=1;
x2=2;
npt=500;
t=1.15;
d=t/npt;
f=40;
pi=3.14;
w=2*pi*f
%calculo da curva
for i=2:(npt+1)
    tempo(1)=0.0;
    v(1)=0.0;
    tempo(i)=tempo(i-1)+ d;
    if tempo(i) <= 0.15;
        v(i)= 0 - 0.084*sin(w*tempo(i));
    end
    if tempo(i)>0.15 & tempo(i) <= 1.15;
        v(i)= -2.5*tempo(i)+ 0.084*sin(w*tempo(i));
    end
    %if tempo(i)>0.45 & tempo(i) <= 0.75;
    %    v(i)= -0.6 - 0.042*sin(w*tempo(i));

```

```

%end
%if tempo(i)>0.45 & tempo(i) <= 0.50;
%   v(i)= -tempo(i)+ 0.10*sin(w*tempo(i))+ tempo(i);;
%end
%if tempo(i)>0.50 & tempo(i) <= 0.80;
%   v(i)= -2.5*tempo(i)+ 0.10*sin(w*tempo(i));
%end
%if tempo(i)>0.80 & tempo(i) <= 0.85;
%   v(i)= -tempo(i)+ 0.10*sin(w*tempo(i))+ tempo(i);;
%end
%if tempo(i)>0.85 & tempo(i) <= 1.15;
%   v(i)= -2.5*tempo(i)+ 0.10*sin(w*tempo(i));
%end
end
%cria o arquivo de carregamento
fileID = fopen('curvas1','w');
fprintf(fileID,'%s\r\n ','*DEFINE_CURVE');
fprintf(fileID,'%9d\r\n',x);
fprintf(fileID,'%s %18s %20s\r\n','$','TEMPO','DESLOCAMENTO');
for i=1:npt+1;
    fprintf(fileID,'%20e %20e \r\n',tempo(i),v(i));
end
status = fclose(fileID);
hold off;
figure(1);
hold on;
plot(tempo,v,'-k','LineWidth',1);
grid off;
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Velocidade (mm/s)');
%axis([0.0 0.3 -4.30 4.3]);
legend('curva1');
hold off;
%cria o arquivo de carregamento 2
%fileID = fopen('curvas2','w');
%fprintf(fileID,'%s\r\n ','*DEFINE_CURVE');
%fprintf(fileID,'%9d\r\n',x2);
%fprintf(fileID,'%s %18s %20s\r\n','$','TEMPO','DESLOCAMENTO');
%for i=1:npt+1;
%   fprintf(fileID,'%20e %20e \r\n',tempo(i),v2(i));
%end
%status = fclose(fileID);
%figure(2);
%hold on;
%plot(tempo,v2,'-k','LineWidth',1);
%grid off;
%xlabel('tempo (s)');
%ylabel('deslocamento (mm)');
%axis([0 3.0 -1 1]);
%legend('curva 2')
%hold off;

```

FONTE: O Autor (2019).