



**UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO
FACULDADE DE ENGENHARIA E ARQUITETURA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
Área de Concentração: Infraestrutura e Meio Ambiente**

DEISE BOITO

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DA BUSCA HARMÔNICA
NA OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS DE
CONCRETO ARMADO**

**Passo Fundo
2016**

DEISE BOITO

APLICAÇÃO DO MÉTODO DA BUSCA HARMÔNICA
NA OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS DE
CONCRETO ARMADO

Orientador: Prof. Dr. Moacir Kripka

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, para obtenção do grau de Mestre em Engenharia.

Passo Fundo
2016

DEISE BOITO

APLICAÇÃO DO MÉTODO DA BUSCA HARMÔNICA
NA OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS DE
CONCRETO ARMADO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo Fundo, para obtenção do grau de Mestre em Engenharia.

Data de Aprovação: 27 de maio de 2016.

Doutor Moacir Kripka
Orientador

Doutor Herbert Martins Gomes
Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Doutor Zacarias Martin Chamberlain Pravia
Universidade de Passo Fundo – UPF

Doutor Pedro Domingos Marques Prietto
Universidade de Passo Fundo – UPF

Passo Fundo
2016

AGRADECIMENTOS

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por ser essencial em minha vida, por não me deixar desanimar com as dificuldades, por me dar saúde e por permitir que eu concluísse esta dissertação, autor do meu destino, meu Mestre.

Aos meus pais, pessoas mais que especiais, minha base, minha vida, meu tudo, sempre me guiando e me orientando para seguir os caminhos certos da vida. Principais responsáveis pela minha boa formação, sempre apoiando e incentivando nos momentos mais difíceis da minha vida e, principalmente, compreendendo os meus momentos de ausência durante todo o mestrado. Sem eles eu nada seria.

À minha querida irmã, pelo amor, incentivo, confiança e apoio constante durante toda a realização deste trabalho, sempre muito preocupada comigo e com minha saúde.

À minha amada afilhada, pelas horas de estudo juntas, compartilhadas durante as férias, fazendo com que os momentos difíceis fossem mais divertidos.

Ao meu noivo, que soube compreender minha dedicação que, por vezes, foi maior para este trabalho, pois vários feriados e finais de semana não foram possíveis estarmos juntos. Por demonstrar atenção, ser sempre amoroso e paciente nos momentos mais difíceis que enfrentei, e principalmente, por existir em minha vida.

Em especial ao meu orientador, pelo desafio assumido, dedicação constante e paciência desde o início da dissertação, conduzindo sempre o trabalho de forma tranquila, principalmente quando tudo parecia impossível. Orientador sempre muito presente, me ajudando em todos os momentos na realização deste trabalho. Agradeço pelos ensinamentos e pela confiança, sem sua ajuda este trabalho não teria sido possível. Será sempre pra mim um exemplo a seguir.

Agradeço ao meu amigo e colega de trabalho, Professor Guilherme por toda a ajuda prestada.

Agradeço aos professores, membros da banca examinadora, por todas as contribuições efetuadas.

Agradeço a CAPES e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia, da Universidade de Passo Fundo pela bolsa de mestrado concedida.

E a todos àqueles que contribuíram para a realização desta dissertação, meu agradecimento.

RESUMO

Na construção civil os métodos construtivos e os projetos estruturais têm evoluído constantemente na busca da racionalização do consumo de materiais e na eficiência do aproveitamento de recursos, porém ainda é um dos setores que mais utiliza, em suas atividades, recursos naturais, causando impactos ao meio ambiente. Na busca por um melhor equacionamento destes fatores torna-se imprescindível a aplicação de técnicas e soluções para a realização de projetos mais eficazes e menos dispendiosos. As técnicas de otimização de estruturas se inserem neste contexto para substituição do método convencional de projeto baseado na intuição e experiência do engenheiro, através do processo de tentativa e erro, possibilitando-se desta forma, o dimensionamento de estruturas mais econômicas visando à sustentabilidade. Este trabalho apresenta o desenvolvimento e implementação de uma formulação para minimização dos custos de pórticos planos em concreto armado, mediante otimização da seção transversal de vigas e pilares e da aplicação do método heurístico de otimização Busca Harmônica. Com o intuito de se comprovar a eficiência da formulação matemática e do método de otimização empregado foi realizada uma série de análises numéricas. O método heurístico de otimização Busca Harmônica bem como a formulação desenvolvida apresentaram bons resultados, comprovando-se a eficiência de ambos na obtenção do custo mínimo e apresentando-se diferentes parâmetros para o dimensionamento otimizado de pórticos planos.

Palavras-chave: busca harmônica, concreto armado, otimização, pórticos planos.

ABSTRACT

In civil construction, the constructive methods and structural designs have been constantly evolving in search of rationalizing the consumption of materials and resource use efficiency, however, it is still one of the sectors that most uses natural resources in its activities, causing impacts to the environment. In the search for a better solution to these factors, it is essential the application of techniques and solutions for conducting more effective and less costly projects. The structures optimization techniques in this context are inserted to replace the conventional design method based on intuition and experience of the engineer, through trial and error process, thus enabling, a more economical dimensioning of structures aiming towards sustainability. This paper introduces the development and implementation of a formulation for minimizing the costs of reinforced concrete plane frames through the optimization of the cross section of beams and columns and the application of the heuristic method of optimization Harmony Search. In order to prove the efficiency of mathematical formulation and employed optimization method, a series of numerical analyses were performed. The heuristic method Harmony Search as well as the developed formulation presented good results, proving the efficiency of both in obtaining the minimum cost and presenting different parameters for optimal sizing of plane frames.

Keywords: harmony search, reinforced concrete, optimization, plane frames.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma de dimensionamento otimizado _____	23
Figura 2 - Fluxograma de dimensionamento convencional _____	32
Figura 3 - Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto _____	34
Figura 4 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas _____	35
Figura 5 - Espaçamentos limites das barras longitudinais _____	44
Figura 6 - Síntese da Formulação Matemática _____	51
Figura 7 - Dados de entrada do programa de otimização de pórticos planos _____	52
Figura 8 - Etapas do processo de determinação dos esforços solicitantes _____	53
Figura 9 - Variáveis de projeto referentes à geometria da seção dos pilares _____	55
Figura 10 - Variável de projeto referente à seção transversal das vigas _____	56
Figura 11 - Modelo do Pórtico Plano formado por um único pavimento e um único vão ____	69
Figura 12 - Relação Vão/Altura da Viga _____	70
Figura 13 - Comparativo das alturas das vigas _____	70
Figura 14 - Alturas das vigas otimizadas para diferentes vãos _____	71
Figura 15 - Custo ótimo total do Pórtico Plano para diferentes comprimentos de vãos ____	72
Figura 16 - Custo Ótimo por comprimento de estrutura e de viga _____	72
Figura 17 - Custo Ótimo por comprimento de viga e de pilar _____	73
Figura 18 - Custo percentual de cada elemento no pórtico plano _____	74
Figura 19 - Representatividade dos materiais no Pórtico Plano _____	74
Figura 20 - Pórtico Plano com um pavimento e “n” números vãos _____	75
Figura 21 - Relação Vão/Altura Viga para Pórticos de Múltiplos Vãos _____	76
Figura 22 - Comparativo das alturas das vigas para Pórticos Planos de Múltiplos Vãos ____	76
Figura 23 - Custo ótimo total do Pórtico Plano _____	77
Figura 24 - Custo percentual de cada elemento estrutural no pórtico plano _____	78
Figura 25 - Representatividade dos materiais no Pórtico Plano _____	78
Figura 26 - Pórticos Planos com pavimentos variáveis _____	79
Figura 27 - Custo ótimo dos Pórticos Planos de múltiplos pavimentos (por pavimento) ____	80
Figura 28 - Pórtico Plano com cinco pavimentos e vão único _____	81
Figura 29 - Custo ótimo total do Pórtico Plano formado por cinco pavimentos e um único vão _____	81
Figura 30 - Custo ótimo total do Pórtico Plano com reutilização de fôrmas _____	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas _____ 49

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Justificativa	12
1.2 Objetivos	13
1.2.1 Objetivo Geral	13
1.2.2 Objetivos Específicos	13
1.3 Estrutura da Dissertação	13
2 REVISÃO DA LITERATURA	15
2.1 Otimização de Estruturas em Concreto Armado.....	15
2.2 Otimização	22
2.2.1 Introdução	22
2.2.1.1 Conceitos e Etapas do Processo de Otimização	22
2.2.1.2 Terminologia dos Problemas de Otimização.....	24
2.2.1.2.1 Função Objetivo.....	24
2.2.1.2.2 Variáveis de Projeto	24
2.2.1.2.3 Restrições de Projeto.....	24
2.2.1.2.4 Espaço de Busca ou Região Factível	25
2.2.1.2.5 Ponto ótimo.....	25
2.2.1.2.6 Valor ótimo.....	25
2.2.1.2.7 Solução Ótima.....	25
2.2.2 Otimização Estrutural: Classes de Aproximação	26
2.2.3 Técnicas de Otimização	26
2.2.4 Método de otimização Busca Harmônica	27
2.3 Dimensionamento de Pórticos Planos em Concreto Armado	31
2.3.1 Introdução	31
2.3.2 Análise Estrutural	32
2.3.2.1 Características dos Materiais	34
2.3.2.1.1 Concreto	34
2.3.2.1.2 Aço	35
2.3.3 Dimensionamento Estrutural.....	36
2.3.3.1 Dimensionamento de Pilares à Flexo-compressão Reta	37
2.3.3.1.1 Esforços Solicitantes de Cálculo.....	37
2.3.3.1.2 Esforços Resistentes de Cálculo	40

2.3.3.1.3 Disposições Construtivas - Limites Normativos para Pilares	41
2.3.3.1.3.1 Dimensões Mínimas dos Pilares	41
2.3.3.1.3.2 Armaduras longitudinais	42
2.3.3.1.3.3 Taxa de Armadura.....	42
2.3.3.1.3.4 Distribuição das Armaduras longitudinais dos Pilares.....	43
2.3.3.1.3.5 Armaduras Transversais dos Pilares (Estribos)	44
2.3.3.1.3.6 Distribuição das Armaduras Transversais dos Pilares	44
2.3.3.2 Dimensionamento de Vigas.....	45
2.3.3.2.1 Armadura Longitudinal das Vigas	45
2.3.3.2.2 Armadura Transversal de Cisalhamento	46
2.3.3.2.3 Armadura Longitudinal de Pele	48
2.3.3.2.4 Disposições Construtivas - Limites Normativos para Vigas	49
2.3.3.2.4.1 Taxa de Armadura.....	49
3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO.....	50
3.1 Introdução	50
3.2 Análise Estrutural	51
3.3 Formulação Matemática de Otimização de Pórticos Planos.....	54
3.3.1 Variáveis de Projeto.....	55
3.3.2 Função Objetivo	56
3.3.3 Restrições Impostas	61
4 ANÁLISES NUMÉRICAS E RESULTADOS	67
4.1 Exemplo I.....	69
4.2 Exemplo II.....	75
4.3 Exemplo III	79
4.4 Exemplo IV	80
5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	84
5.1 Conclusões	84
5.2 Sugestões Para Trabalhos Futuros.....	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86

1 INTRODUÇÃO

À medida que a engenharia e a construção civil foram evoluindo, as edificações passaram a ser construídas com maior quantidade de pavimentos e com maiores alturas, de modo que as ligações entre vigas e pilares, formando estruturas apertadas foram ganhando grande importância, permitindo bons projetos e desempenho seguro. Costa (1997) afirma que a evolução do processo construtivo começa pela qualidade dos projetos e entre os custos da construção civil, destaca-se o estrutural, o qual responde por uma parcela significativa da construção.

Segundo John (2000), nenhuma sociedade poderá atingir o desenvolvimento sustentável sem que a construção civil, que lhe dá suporte passe por profundas transformações. O autor ainda argumenta que a cadeia produtiva da construção civil apresenta importantes impactos ambientais em todas as etapas de seu processo: extração de matérias-primas, produção de materiais, construção, uso e demolição. Qualquer sociedade seriamente preocupada com esta questão deve colocar o aperfeiçoamento da construção civil como prioridade. Estes impactos são decorrentes de diversos fatores como: o enorme peso do macro complexo da construção civil na economia (14% do PIB, no Brasil); o grande consumo de matérias-primas naturais sendo que algumas dessas têm, em suas reservas, estoques bastante limitados ou esgotados próximo aos locais de sua aplicação, implicando o transporte de longas distâncias, com enormes consumos de energia, geração de poluentes e impactos negativos sobre a circulação urbana; o consumo de grandes quantidades de materiais com significativo conteúdo energético no seu processamento, como o alumínio, plástico e cobre, e que precisam ser transportados a grandes distâncias; a geração de resíduos, ruídos, poeira e poluentes industriais, presentes em quase todas as suas atividades, desde a extração da matéria-prima, transporte, produção de materiais como cimento e concreto e a execução de atividades em canteiro; a produção de cimento e cal – materiais intensamente utilizados em nossas obras – envolvendo a calcinação do calcário, lançando grandes quantidades de CO₂ na atmosfera.

O mercado de trabalho da construção civil também se apresenta cada vez mais exigente em relação a prazos. Assim, construir de maneira rápida, com economia, segurança e qualidade passou a ser um grande desafio para o setor da engenharia, por isso a busca por soluções mais enxutas e econômicas, visando à sustentabilidade enfatizam a aplicação dos processos de otimização.

As técnicas de otimização têm por objetivo auxiliar o engenheiro projetista a lançar e dimensionar a estrutura da forma mais econômica possível, atendendo às condições construtivas e às especificações impostas pelas normas sem comprometer sua segurança, obtendo-se uma estrutura resistente, estável, durável e com o menor custo. Com a utilização de técnicas de otimização, objetiva-se encontrar a melhor solução possível através de um processo sistemático constituído de parâmetros, variáveis e restrições de projeto, uma vez definido o objetivo que se almeja alcançar.

Buscando-se a adoção de um modelo que reproduzisse de forma mais realista o comportamento de estruturas de concreto armado, e com o intuito de se obter um projeto ótimo, foi desenvolvida e implementada neste trabalho uma formulação de minimização dos custos de pórticos planos, mediante otimização da seção transversal de vigas e pilares com a utilização do método heurístico de otimização Busca Harmônica.

1.1 Justificativa

Com o passar dos anos, os engenheiros de estruturas vêm buscando cada vez mais o dimensionamento de estruturas mais econômicas. Contudo, ainda desenvolvem seus projetos utilizando-se de métodos convencionais, baseados na intuição e experiência através do processo de tentativa e erro, o que leva a projetos seguros, no entanto não conduz necessariamente a estruturas mais econômicas. Por isso, na atualidade, os escritórios de cálculo estrutural que visam à competitividade, necessitam reduzir o custo dos seus empreendimentos, ou seja, desenvolver projetos otimizados, tornando-se, portanto, imprescindível a inserção de métodos de otimização, pois além de se obter uma estrutura mais econômica, possibilita aos engenheiros agilidade em seus projetos, proporcionando uma redução substancial de tempo.

Dentre os diversos métodos para a otimização de estruturas, os heurísticos vêm sendo amplamente empregados, devido principalmente a sua versatilidade. Dentre estes, destacam-se: Busca Tabu, *Simulated Annealing*, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Exame de Partículas e Busca Harmônica. Para o desenvolvimento do presente trabalho, o método da Busca Harmônica foi escolhido devido ao seu emprego em estudos anteriores, onde apresentou bons resultados, especialmente quando comparado a resultados obtidos por outros métodos (MEDEIROS E KRIPKA, 2012; MEDEIROS E KRIPKA, 2014).

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Minimizar os custos de pórticos planos de concreto armado, mediante otimização da seção transversal de vigas e pilares, através do processo heurístico de otimização Busca Harmônica.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho foram os seguintes:

- a) Formular um problema de minimização de estruturas de concreto armado, tratados como pórticos planos, obedecendo às restrições de funcionalidade e segurança da ABNT NBR 6118 (2007), considerando-se os custos de concreto, aço e fôrmas;
- b) Implementar a formulação com o emprego do método heurístico de otimização Busca Harmônica;
- c) Realizar análises numéricas com o objetivo de comprovar a eficiência do método utilizado, bem como da formulação empregada;
- d) Analisar os resultados obtidos, buscando subsidiar o projeto otimizado de pórticos planos em concreto armado.

1.3 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos cujos conteúdos são os seguintes:

No capítulo 1 encontra-se uma breve introdução sobre a temática do trabalho, bem como a justificativa e os respectivos objetivos.

O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre o tema otimização de estruturas em concreto armado, compilando referenciais teóricos necessários para a compreensão do trabalho. No contexto encontram-se citadas diversas pesquisas desenvolvidas e publicadas por outros autores, descrevendo-se para cada citação uma resenha onde são abordadas as funções objetivo a serem minimizadas, as variáveis envolvidas nos cálculos, as restrições do problema e as conclusões alcançadas, mediante realização de análises numéricas,

implementando-se técnicas de otimização. Este capítulo abrange também o dimensionamento de pórticos planos em concreto armado, a otimização matemática e o método da Busca Harmônica, explanando-se conceitos e definições para um melhor entendimento do método empregado para a otimização de pórticos planos em concreto armado.

O capítulo três descreve a formulação matemática do problema embasado na otimização de pórticos planos de concreto armado através da minimização das seções transversais de vigas e pilares.

No capítulo quatro apresenta-se uma série de análises numéricas com o intuito de se comprovar a eficiência da formulação matemática proposta, bem como da escolha do algoritmo do método da Busca Harmônica.

Por fim, o capítulo cinco apresenta as conclusões finais do trabalho, bem como sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Otimização de Estruturas em Concreto Armado

O interesse pela área de pesquisa em otimização de estruturas de concreto armado teve início na década de 50, destacando-se o trabalho de J. Heyman que utilizou programação linear para aperfeiçoar estruturas no regime plástico. Posteriormente, na década de 60, pode-se destacar o trabalho de L. A Schimit que utilizou técnicas de programação não linear em otimização de projetos estruturais. No entanto, foi na década de 70 que diversos trabalhos relevantes foram desenvolvidos, sendo estes estudos os principais responsáveis pela difusão dos processos de otimização pela comunidade mundial (BASTOS, 2004).

De acordo com Bastos (2004), o primeiro trabalho de destaque ocorreu em 1974, quando Friel realizou um estudo sobre otimização de vigas retangulares de concreto armado. Neste estudo, o autor propôs uma equação para representar os valores ótimos da taxa geométrica de armadura longitudinal e da altura útil de uma viga simplesmente apoiada. Para a formulação do problema, Friel estabeleceu uma função de custo por metro linear da viga formada por três parcelas, as quais representam os custos de concreto, de aço e de fôrmas. O autor acrescentou ainda uma quarta parcela, representando o custo indireto relativo ao acréscimo de custo da edificação devido ao eventual aumento do número de andares da estrutura. Friel utilizou o Método dos Multiplicadores de Lagrange e chegou à conclusão de que as parcelas relativas ao custo das fôrmas e ao custo devido ao aumento da altura da edificação tinham pouca influência na variação do custo total das estruturas.

Adamu e Karihaloo (1994) aplicaram o método do critério de otimalidade do tipo contínuo (COC) para o projeto de vigas de concreto armado. A função objetivo definida pelos autores foi a minimização dos custos, levando-se em conta os custos de aço, concreto e fôrma, de uma viga isolada de concreto armado de seção retangular variável. Como variáveis do problema de otimização foram considerados três casos distintos. O primeiro considerava como variável somente a altura, o segundo, a altura e a largura e o terceiro, a altura e a taxa de armadura. Comparando-se os três casos, os autores concluíram que a estrutura mais econômica foi a que apresentava como variáveis a largura e a altura, isto porque a contribuição do custo da fôrma com relação ao custo total foi maior que a de aço e de concreto.

Adamu e Karihaloo (1995) estudaram uma solução para a minimização dos custos para pórticos planos de concreto armado levando-se em conta os custos de aço, concreto e

fôrmas. Para resolução do problema proposto foram desenvolvidos algoritmos, baseados na discretização da versão do método do critério de otimalidade do tipo contínuo (DCOC). Foram consideradas como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal e a taxa de armadura, bem como as restrições de projeto, os limites máximos de deslocamentos para um determinado nó, a resistência à flexão e ao cisalhamento para vigas e a resistência à flexão para pilares. Vários exemplos foram apresentados pelos autores para demonstrar a versatilidade da técnica baseada no DCOC para grandes estruturas de concreto armado. Os autores concluíram que os algoritmos baseados no DCOC são extremamente eficientes devido à pequena quantidade de tempo necessária para o processamento.

Balling e Yao (1997) abordaram a otimização de pórticos tridimensionais retangulares de concreto armado, objetivando minimizar o custo total de vigas e pilares de seção transversal retangular considerando os custos de material, fabricação e mão de obra. Como variáveis adotaram-se a altura e a largura da seção transversal de concreto para vigas e pilares retangulares, disposição longitudinal da armadura, número de barras, diâmetro das barras, posicionamento das barras, quantidade, dimensões e espaçamentos dos estribos. Variáveis adicionais como o número de camadas, se referem somente para pilares e os pontos de corte e dobra para vigas. Quanto às restrições, adotaram os limites impostos pela norma *American Concrete Institute* (ACI 318-89). No processo de otimização, os autores realizaram uma comparação entre estruturas otimizadas pelo método multinível com estruturas otimizadas pelo método tradicional, abordando também um novo método referido como método simplificado. O método multinível aperfeiçoa simultaneamente o número, o diâmetro, a disposição longitudinal das barras armadas juntamente com as dimensões das seções transversais de vigas e pilares, utilizando o método heurístico *Simulated Annealing* para a otimização proposta. Em contrapartida, o método tradicional propõe a otimização de uma única variável, a área de aço total da armadura, juntamente com as dimensões das seções aplicando-se para a realização da otimização métodos baseados em gradiente, tais como o algoritmo de Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) e o algoritmo de Programação Quadrática Sequencial (SQP). O novo método apresentado como método simplificado é uma melhoria do método tradicional, baseado na hipótese de que as restrições de resistência ou armadura mínima controlam os valores ótimos das variáveis de projeto, área de aço total da armadura, fazendo com que seja possível eliminar estas variáveis do método tradicional sendo resolvida muito mais rapidamente, mas mantendo-se a mesma qualidade na otimização. A comparação dos resultados obtidos entre o método multinível e o tradicional mostrou que o primeiro não produz modelos significativamente melhores do que os produzidos pelo método

tradicional, sendo o custo de otimização no método tradicional surpreendentemente próximo ao custo do método primeiro, concluindo-se, portanto, que os valores ótimos das dimensões da seção são indiferentes ao número, diâmetro e disposição longitudinal das barras. O método simplificado mostrou que produz modelos ótimos cujo custo é praticamente o mesmo que aqueles produzidos pelo método tradicional, porém em muito menos tempo. Este, portanto, é o método no qual os autores recomendam como o mais eficiente para a otimização de estruturas de concreto armado tridimensionais.

Argolo (2000) estudou o dimensionamento ótimo de seções retangulares de concreto armado, submetidas à flexo-compressão reta, buscando obter o menor custo total dos materiais, assim como o custo mínimo de formas. Algoritmos Genéticos foi o método de otimização adotado. Embasados no detalhamento da seção, as variáveis de projeto consideradas foram altura e largura da seção transversal de concreto, o número de camadas de aço dentro da seção de concreto, o número de barras em uma mesma camada de aço, e o diâmetro das barras em uma mesma camada. As restrições impostas pelo autor foram relativas ao critério de resistência relacionado aos esforços solicitantes, aos esforços resistentes e às exigências da norma quanto aos limites da armadura, sendo empregada no tratamento destas restrições a técnica das funções de penalização. As conclusões obtidas pelo autor foram realizadas a partir de comparações entre os resultados do dimensionamento ótimo com o dimensionamento tradicional, através de ábacos de iteração e com outras técnicas de otimização encontradas em exemplos da literatura. Concluiu-se que o algoritmo genético é o mais eficaz na busca de soluções ótimas e que a elevação do preço da fôrma é o que mais afeta no custo ótimo das seções.

Camp et al. (2003) apresentaram um procedimento para otimização de pórticos planos de concreto armado respeitando as limitações e especificações da norma *American Concrete Institute* (ACI 318-89). A função objetivo correspondeu à minimização do custo estrutural considerando concreto, aço e fôrmas. Para a minimização da função, os autores empregaram o método dos Algoritmos Genéticos. As variáveis de projeto consideradas foram dimensões, o número de barras e a topologia da armadura. Os autores também apresentaram vários exemplos de projetos demonstrando a eficácia e eficiência do método e relataram que as verificações automáticas e sistemáticas das limitações e restrições da ACI podem proporcionar um aumento no nível de confiança na integridade de um projeto.

Vianna (2003) desenvolveu um programa para a otimização do pré-dimensionamento de estruturas de edifícios em concreto armado tratadas como pórticos planos, por meio da minimização dos custos da seção transversal de vigas e pilares, computando-se custos de

concreto, aço e fôrmas, com suas respectivas mãos-de-obra. A solução exata do problema é alcançada através da resolução analítica do sistema de equações não linear gerado a partir da aplicação do método dos multiplicadores de Lagrange, no qual se considerou ainda, separadamente, a otimização das vigas e dos pilares. Como variáveis adotaram-se as dimensões da seção transversal e as áreas de aço. Verificou-se que as seções mais econômicas para as vigas encontravam-se próximas à seção normalmente armada, com uma taxa de armadura comprimida próxima de zero. Contudo, conforme o carregamento vai aumentando, torna-se mais econômico a utilização da armadura de compressão de forma a garantir a segurança da peça e a reduzir os custos com fôrma e concreto. Para pilares foi constatado que as seções ótimas encontradas tendiam a se manter com uma taxa de armadura próxima da taxa mínima. E por fim, o autor concluiu que para pórticos planos as seções ótimas encontradas pelo programa encontravam-se próximas as seções usualmente adotadas pela prática de projetistas e que os pilares, quando submetidos a esforços verticais, tendiam à forma quadrada e quando submetidos a maiores excentricidades, a uma forma mais alongada.

Bastos (2004) implementou um programa computacional de dimensionamento ótimo de seções retangulares de concreto armado submetidas a esforços de flexo-compressão oblíqua, levando-se em conta os preços do aço, concreto e fôrmas. O programa consistiu em integrar um algoritmo genético simples a um programa de análise da seção submetida à flexão oblíqua, utilizando-se a linguagem de programação *Visual Basic*. As variáveis consideradas foram altura e largura da seção transversal de concreto, o número de barras em uma camada de aço e o diâmetro das barras em uma mesma camada. As restrições impostas foram relativas ao critério de resistência ao limite das armaduras. Exemplos comparativos entre o dimensionamento ótimo e o cálculo tradicional foram realizados e, apesar do grande número de análises comparativas a serem realizadas e do tempo de processamento ser elevado, o algoritmo genético mostrou-se extremamente robusto e eficaz na busca de soluções ótimas. Ficou evidenciada também que quando as dimensões da seção transversal são consideradas como incógnitas é possível obter-se uma economia de até 30%.

Guerra e Kioussis (2006) desenvolveram uma formulação com o objetivo de se obter o projeto ideal de estruturas de concreto armado. A função objetivo considerada foi a minimização do custo de uma estrutura de concreto armado, levando-se em conta os custos de formas, armaduras e concreto e sua respectiva mão de obra. As variáveis a serem otimizadas para vigas e pilares foram dimensões das seções transversais e área de armadura tracionada e área de armadura comprimida das seções. As restrições impostas referem-se à geometria e armaduras dos pilares. Para a resolução da formulação matemática de minimização do

problema, os autores utilizaram um algoritmo chamado de SQP - Algoritmo de Programação Quadrática Sequencial. Três exemplos de projetos ideais foram apresentados pelos autores para demonstrar a eficiência do método. O primeiro exemplo refere-se a um pórtico composto por um pavimento e diferentes comprimentos de vão. O segundo exemplo trata-se de um pórtico de um pavimento variando-se a quantidade de vãos. E o terceiro, trata-se de dois pórticos com vão único de 4 metros e 10 metros de comprimento, variando-se a quantidade de pavimentos. Os autores então concluíram que, para pórticos com pequenos vãos, as vigas apresentaram maiores dimensões que os pilares e, para pórticos com grandes vãos, as vigas e pilares apresentaram as mesmas proporções de rigidez. Para pórticos com vários vãos concluíram que alguns comprimentos de vãos tornavam o projeto inviável, devido a alguns elementos estruturais serem controlados pela norma. E por fim, para pórticos com vários pavimentos, os autores concluíram que os pórticos apresentavam características semelhantes ao primeiro exemplo.

Payá-Zaforteza *et al.* (2006) testaram, através de um exemplo, cinco métodos heurísticos para otimização de pórticos de concreto armado utilizados em edificações. O *Simulated Annealing* mostrou-se o método mais robusto e eficaz para obtenção do projeto ótimo, ou seja, de menor custo sendo, portanto, o método adotado para os demais exemplos. Baseado nos exemplos realizados o autor concluiu que a utilização de concretos com resistência à compressão superior a 25 MPa, conduzia uma economia considerável na estrutura e que as formas representavam a maior parcela do custo, em consecutivo encontravam-se o concreto e a armadura. Contudo, verificou-se que com o aumento do número de pavimentos do edifício diminuía-se a importância relativa das fôrmas e aumentava-se a do aço.

Bordignon e Kripka (2012) aperfeiçoaram por meio do método heurístico de otimização *Simulated Annealing*, o custo de pilares retangulares de concreto armado submetidos à flexo-compressão reta, levando-se em conta os preços do aço, concreto e fôrmas. Como variáveis consideram as dimensões da seção de concreto, assim como a quantidade e o diâmetro das barras de aço para as diferentes camadas da seção, totalizando sete variáveis de projeto. Quanto às restrições, adotaram-se os critérios de resistência e as restrições construtivas atendendo-se aos preceitos estabelecidos pela norma brasileira ABNT NBR 6118 (2007). Para demonstrar a validade da implementação empregada, foram realizados vários exemplos numéricos comparando-se o custo final do projeto de um pilar otimizado com projetos elaborados por técnicas convencionais de dimensionamento. De acordo com os resultados obtidos, o método empregado mostrou-se mais eficiente na busca

por seções de menor custo quando comparado ao dimensionamento convencional realizado, através de ábacos de iteração e com outras técnicas de otimização. As seções em que foram utilizadas classes de resistência inferiores apresentaram elevados custos em razão da maior demanda de materiais, sendo, portanto, mais econômico a utilização de concretos com maior resistência. A variação nos diâmetros de armadura também contribuiu para a redução no custo final e as seções ótimas tenderam a apresentar baixas taxas de armadura, ficando muito próximas aos valores mínimos estabelecidos pela norma, evidenciando-se em seções com resistência do concreto baixas. Já as fôrmas mostraram-se como o maior contribuinte no custo final das seções otimizadas, seguido pelo concreto e pelo aço. E por fim, os autores ainda concluíram que a topologia da seção transversal ótima pouco se altera quando a variação é de 20% no custo unitário dos materiais, sofrendo maiores alterações quando a variação dos custos é de 50%.

Medeiros e Kripka (2012) apresentaram alguns dos principais métodos heurísticos de otimização existentes, bem como verificaram, em estudos recentes, quais métodos têm sido mais utilizados, e quais têm apresentado melhor desempenho na resolução de problemas de otimização estrutural. Os métodos heurísticos estudados foram: Busca Tabu, *Simulated Annealing*, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Exame de Partículas e Busca Harmônica. Os autores concluíram que os Algoritmos Genéticos e o *Simulated Annealing* eram os dois métodos mais consolidados, sendo aplicados em diversas teses, dissertações e artigos científicos; os métodos Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas e Exame de Partículas, mais recentes, mostraram-se bastante eficientes, e por último analisou-se o método da Busca Harmônica, o qual também apresentou resultados satisfatórios.

Medeiros e Kripka (2013) desenvolveram um software de otimização que associa a análise de estruturas pelo modelo de grelha, o dimensionamento em concreto armado e o método heurístico de otimização *Simulated Annealing* com o objetivo de otimizar o custo de vigas de edifícios em concreto armado, bem como propor parâmetros de pré-dimensionamento. A função objetivo considerada foi a minimização dos custos das vigas de concreto armado, considerando a contribuição das fôrmas, do concreto e das armaduras transversais e longitudinais. A principal variável do problema de otimização constituiu-se na altura da seção transversal das vigas e a principal restrição ao Estado Limite de Serviço à flecha. Os exemplos numéricos realizados pelos autores consistiram na análise e dimensionamento de vigas biapoiadas e no estudo de um pavimento tipo composto por 33 vigas. Os autores então chegaram às seguintes conclusões: conforme aumentavam os comprimentos dos vãos das vigas biapoiadas, a variação da altura ótima tendia à linearidade, porém em vigas com vãos entre 5 e 7 m, as alturas ótimas estacionaram em

valores abaixo de 60 cm, de modo a evitar a armadura de pele. Relações vão/altura para vigas biapoiadas apresentaram um custo mínimo na faixa entre 9,5 e 13,5, para classes de resistência entre 20 a 45 MPa, servindo, portanto, como parâmetro para o pré-dimensionamentos; e por fim, o aço apresentou-se como o material de maior representatividade no custo total das vigas, seguido pelo concreto e fôrmas. O método heurístico de otimização Simulated Annealing, portanto mostrou-se bastante eficiente na obtenção de estruturas de custo mínimo, em torno de 23%, constituído numa importante ferramenta para o pré-dimensionamento de grelhas de pavimentos de concreto armado, assim como de vigas de maneira individual.

Medeiros e Kripka (2014) propuseram a minimização dos custos monetários e ambientais das seções de pilares retangulares de concreto armado, submetidos à flexo-compressão reta. Para a resolução do problema de otimização utilizou-se o método de otimização Busca Harmônica. Os custos computados foram de concreto, aço e fôrmas. As variáveis adotadas foram dimensões da seção transversal, a quantidade e os diâmetros das barras das armaduras para diferentes camadas da seção e as classes de resistência do concreto (f_{ck}). O desenvolvimento do algoritmo foi realizado em linguagem *Fortran*, o qual foi empregado em uma série de análises numéricas de forma a comprovar sua eficiência, bem como do algoritmo do método da Busca Harmônica. Os resultados finais foram comparados aos obtidos por processos convencionais de dimensionamento e por outros métodos de otimização. As conclusões obtidas pelos autores foram: com relação aos custos monetários o método aplicado obteve soluções ótimas, melhores aos resultados alcançados pelo dimensionamento convencional e por outros métodos de otimização, as taxas de armadura tenderam à mínima, as dimensões da base da seção ficaram acima de 19 cm, ou seja, não é vantajoso utilizar dimensões de seções entre 12 e 19 cm, bem como quanto maior o f_{ck} maior foi a economia obtida; com relação aos custos ambientais as melhores soluções foram aquelas que empregaram menores quantidades de concreto, maiores quantidades de aço e permitiram maior uso de fôrmas e assim, como na otimização de custos monetários, a utilização de concreto de maior f_{ck} também levaram a soluções mais interessantes em termo de custos ambientais.

2.2 Otimização

2.2.1 Introdução

Após a Segunda Guerra Mundial ocorreram os maiores progressos nas técnicas e nos modelos de otimização e, concomitantemente, houve também o avanço na área da computação, o que propiciou o uso de técnicas cada vez mais avançadas para solução de problemas de otimização.

A otimização pode então ser utilizada como uma ferramenta de auxílio ao engenheiro projetista, para a determinação do projeto mais econômico de modo eficiente, identificando a melhor solução dentre as inúmeras disponíveis.

2.2.1.1 Conceitos e Etapas do Processo de Otimização

A otimização ou programação matemática pode ser definida como a técnica para encontrar a melhor solução de problemas matematicamente definidos, que são frequentemente a modelagem de um problema físico (MEDRANO, 1994).

A modelagem é o primeiro passo num processo de otimização e talvez o mais importante de todos, pois é a fase em que se realiza a identificação dos objetivos, das variáveis e das restrições envolvidas no problema.

Um problema clássico de otimização pode ser definido da seguinte forma:

Minimizar:

$$f(x_i), \text{ sendo } i = 1, n \quad (1)$$

Sujeito a:

$$g_j(x_i) \leq 0, \text{ sendo } j = 1, m \quad (2)$$

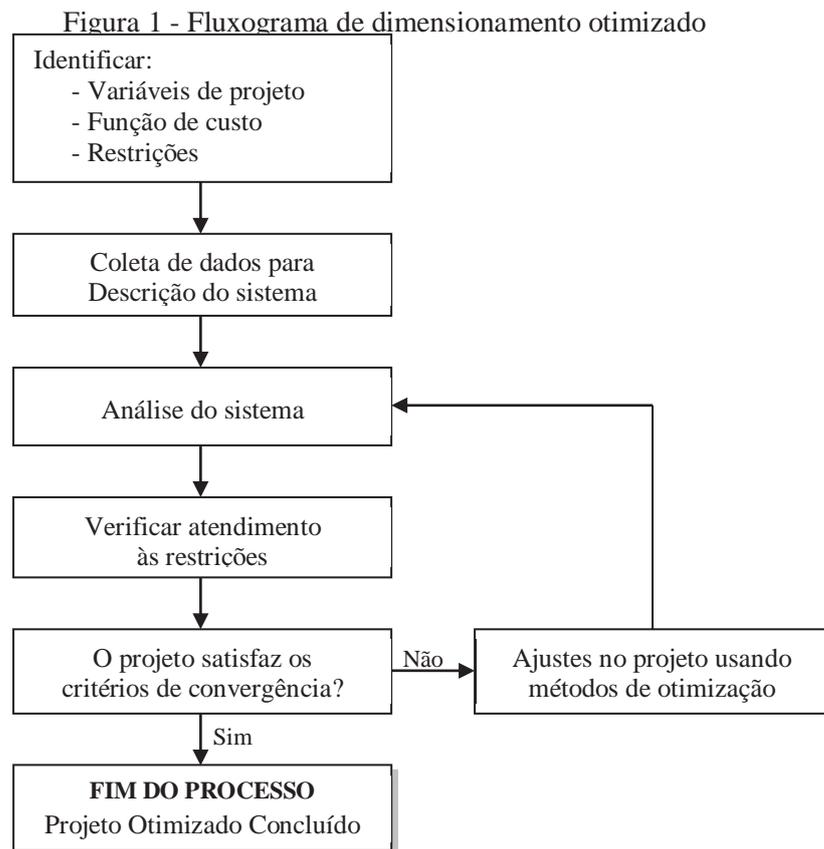
$$h_k(x_i) = 0, \text{ sendo } k = 1, l \quad (3)$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad (4)$$

Conforme a Equação 1, a função objetivo a ser minimizada no problema de otimização é representada por f e os parâmetros adotados para descrever o projeto de uma estrutura, são denominados variáveis de projeto, onde $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ é o vetor dessas variáveis sujeitos às restrições laterais. A Equação 2 representa as restrições de desigualdade e a Equação 3, as restrições de igualdade impostas ao problema. Já a Equação 4 representa as restrições laterais, através das quais são impostas às variáveis limites inferiores e superiores.

De forma geral, busca-se na otimização estrutural, minimizar os custos das estruturas obedecendo-se às condições de funcionalidade e segurança estabelecidos pelas correspondentes normas técnicas.

A Figura 1 apresenta as etapas do dimensionamento otimizado de estruturas de concreto armado.



Fonte: Adaptado de Vianna (2003).

2.2.1.2 Terminologia dos Problemas de Otimização

2.2.1.2.1 Função Objetivo

É a função de uma ou mais variáveis de projeto que se deseja otimizar, minimizando-a ou maximizando-a. A função objetivo é chamada de multiobjetivo, quando vários critérios a serem otimizados são considerados. É unimodal, quando apresenta apenas um ponto de ótimo e multimodal quando for mais do que um. Pode também ser função de uma única ou mais variáveis de projeto, classificado como otimização uni e multidimensional, respectivamente. Normalmente associa-se ao peso, volume ou custo da estrutura.

2.2.1.2.2 Variáveis de Projeto

São as características de projeto que se alteram durante o processo de otimização e são definidas como os parâmetros que influenciam no valor final da função a ser otimizada. Elas podem ser contínuas (podem assumir qualquer valor real em um intervalo dado), inteiras ou discretas (podem assumir apenas alguns valores específicos de um conjunto), porém em problemas de otimização estrutural a utilização de variáveis discretas é usual.

Do ponto de vista físico, as variáveis de projeto podem representar as seguintes informações:

- Propriedades do material;
- A topologia da estrutura, por exemplo, a topologia de armadura de uma viga é a distribuição longitudinal da sua armadura;
- A configuração ou a forma geométrica da estrutura e;
- As dimensões das seções transversais ou comprimento dos elementos.

2.2.1.2.3 Restrições de Projeto

São funções de igualdade ou desigualdade que descrevem situações indesejáveis de projeto. Podem ser divididas em restrições laterais, efetuadas diretamente sobre as variáveis, limitando seus valores ou em restrições de comportamento, que são as condições desejáveis de limites de tensões, deslocamentos, etc.

Na engenharia, a maioria dos problemas de otimização estrutural estão sujeitos a restrições, por isso é fundamental a sua compreensão. As restrições de desigualdade são de grande importância, pois definem uma fronteira entre uma região factível e uma infactível. Diz-se que uma restrição de desigualdade $g_j(x_i) \leq 0$ é ativa em um ponto x , se $g_j(x_i) = 0$, ou seja, quando um ponto estiver sobre esta fronteira e ela é inativa em x , quando $g_j(x_i) < 0$, então o ponto se encontra no interior da região factível e por fim, quando um ponto estiver fora desta região é dito então que esta restrição está violada. Já as restrições de igualdade $h_k(x_i) = 0$ são sempre ativas em qualquer ponto factível da solução. As restrições ativas em um ponto factível x diminuem a viabilidade nas suas proximidades, enquanto que as restrições inativas não exercem nenhuma influência sobre as proximidades.

2.2.1.2.4 Espaço de Busca ou Região Factível

É a região que compreende as soluções possíveis do problema a ser otimizado, sendo delimitado pelas funções de restrições.

2.2.1.2.5 Ponto ótimo

É o ponto formado pelas variáveis de projeto que extremam a função objetivo e satisfazem as restrições impostas.

2.2.1.2.6 Valor ótimo

É o valor da função objetivo no ponto ótimo.

2.2.1.2.7 Solução Ótima

É o par formado pelo ponto ótimo e valor ótimo. Podendo ser do tipo:

- Local: Quando o valor ótimo é localizado;
- Global: Quando o valor ótimo for global na região factível, ou seja, não existe a possibilidade de outra solução melhor;
- Restrita: Quando o valor ótimo atende a todas as restrições e;

- Irrestrita: Quando não atende a alguma das restrições.

2.2.2 Otimização Estrutural: Classes de Aproximação

Segundo Kirsch (1993) pode-se dividir a otimização estrutural em três classes de aproximação: a aproximação global, onde a estrutura é analisada como um todo, sendo a função objetivo formulada para todos os pontos da estrutura e, dessa forma, seus resultados são válidos em todos os pontos espaciais; a aproximação local, onde as funções objetivo e as restrições são definidas para trechos isolados da estrutura, garantindo um resultado bastante eficiente para os trechos estudados podendo, porém, não gerar resultados satisfatórios para a estrutura global; e a aproximação combinada, que vem para preencher essa dificuldade da aproximação local, transpondo os resultados encontrados com as aproximações locais para toda a estrutura, de forma a garantir um resultado com qualidades globais, utilizando aproximações locais.

Neste trabalho optou-se por utilizar a aproximação global de modo a reproduzir um modelo mais real de pórticos planos de concreto armado sendo, portanto, a estrutura analisada como um todo que é o real comportamento deste tipo de estrutura.

2.2.3 Técnicas de Otimização

Segundo Camp *et al.* (1998) as técnicas de otimização podem ser divididas em três categorias: programação matemática, método dos critérios de otimalidade e métodos de buscas heurísticas. Portanto, após o término da modelagem do problema físico de otimização parte-se para escolha de um método ou algoritmo que seja o mais adequado para se obter a solução ótima.

Os algoritmos de otimização de forma geral são iniciados através de uma estimativa inicial dos valores ótimos, através de um processo iterativo, gerando uma sequência de estimativas, sendo estas refinadas até o encontro da melhor solução.

Os algoritmos usados para a solução de problemas de otimização são classificados em determinísticos ou probabilísticos.

Os métodos de otimização baseados em algoritmos determinísticos ou Métodos de Programação Matemática, visam que nenhuma decisão de caráter aleatório seja possível. Em problemas práticos de engenharia dificilmente são aplicados, pois encontram dificuldades em

tratar o problema, quando o mesmo envolve variáveis discretas. Requer, na maioria das vezes, que a função objetivo seja contínua e diferenciável, apresentando problemas na identificação das soluções ótimas globais, em problemas multimodais e também obtendo o valor mínimo local da função, o que em alguns casos não necessariamente representam o valor ótimo da função.

Os métodos de otimização baseados em algoritmos probabilísticos ou metaheurísticos são aqueles em que elementos aleatórios são introduzidos dentro do próprio algoritmo com o intuito de testar novas direções para a obtenção de novas soluções, sendo esta busca realizada dentro de toda a região factível disponível e trabalhando-se com ambos os parâmetros, contínuos e discretos considerados, portanto, como algoritmos de otimização global.

2.2.4 Método de otimização Busca Harmônica

A partir de 1970 foram desenvolvidos muitos algoritmos heurísticos imitando fenômenos naturais. Em 2001, Geem, Kim e Loganathan propuseram um algoritmo heurístico de otimização com o objetivo de produzir soluções melhores do que outros algoritmos existentes, porém com um menor número de iterações. O novo algoritmo heurístico foi chamado de Harmony Search (HS), traduzindo-o para o português “Busca harmônica”, o qual foi concebido em analogia ao processo musical, buscando-se um perfeito estado de harmonia.

Segundo Geem, Kim e Loganathan (2001) um fenômeno artificial, imitando a harmonia musical, pode servir como modelo para a elaboração de uma nova técnica. A música, de acordo com os autores, é um dos processos mais satisfatórios gerados pela atividade humana, por isso um novo algoritmo heurístico, derivado a partir de um fenômeno artificial, encontrado no desempenho musical (por exemplo, um trio de jazz), ou seja, o processo de busca de uma melhor harmonia pode ser introduzido.

Harmonia da música é a combinação dos sons considerados aprazíveis a partir de um ponto de vista estético, já a harmonia da natureza é a relação entre as várias ondas sonoras com diferentes frequências. Apresentações musicais procuram um melhor estado (harmonia perfeita) determinado por estimativa estética, assim como os algoritmos de otimização buscam um melhor estado (ótimo global - custo mínimo ou máximo benefício ou eficiência) determinado pela avaliação da uma função objetivo. A estimativa estética é determinada pelo conjunto dos sons reproduzidos pela união dos instrumentos, e pode ser melhorada através da prática.

O Método da Busca Harmônica consiste num algoritmo baseado em memorização e improviso onde os músicos, através de seu conhecimento prévio, devido às experiências de tentativas anteriores, tentam encontrar através de repetidas tentativas, a melhor harmonia possível. No presente método, o conjunto de variáveis compreendem os instrumentos musicais que, combinados da melhor forma, levam a uma harmonia perfeita (ótimo global).

É proposto então, no início do algoritmo, um conjunto inicial de harmonias (soluções) proveniente do conhecimento dos músicos. Após procede-se à obtenção do valor da função objetivo, denominada no algoritmo como estimativa estética, onde se avalia o conjunto formado pelos sons (valor numérico) de cada instrumento (variável). E por fim então, as piores harmonias (piores soluções) vão sendo descartadas ao longo do procedimento, sendo substituídas por outras de melhor qualidade a cada ensaio ou iteração.

A seguir apresenta-se de forma sucinta as etapas do método de otimização Busca Harmônica.

Etapa 1: Definição da função objetivo, do conjunto de restrições e dos parâmetros do algoritmo.

Os principais parâmetros são:

- O tamanho da memória harmônica (*Harmony Memory Size – HMS*);
- A taxa de escolha de um valor da memória (*Harmony Memory Considering Rate – HMCR*);
- A taxa de ajuste dos valores (*Pitch Adjusting Rate – PAR*) e;
- Número máximo de improvisos ou iterações (*Maximum Improvisation – MI*).

Etapa 2: Definição do conjunto inicial de soluções, ou seja, definição da primeira memória harmônica (*Harmony Memory – HM*) o qual é representada por uma matriz onde cada linha corresponde a um vetor solução. Esta matriz possui número de linhas igual ao tamanho da memória harmônica (HMS) e número de colunas igual o número de variáveis do problema (N). Essas harmonias podem ser geradas aleatoriamente ou serem inicialmente sugeridas.

Etapa 3: A partir da solução inicial é gerada uma nova harmonia, um novo vetor solução, denominado pelo referido método de improvisação, realizado através de uma seleção

aleatória dentro do intervalo possível de soluções. A partir de cada variável da nova solução, deve-se gerar um número aleatório entre 0 e 1 que, posteriormente, é comparado ao valor do HMCR. Se o número aleatório for menor (probabilidade igual à HMCR), o valor da respectiva variável no novo vetor solução é retirado da memória harmônica já existente. Se for maior (probabilidade igual a $1 - \text{HMCR}$), é criado um novo valor para a respectiva variável do vetor solução. A escolha desse novo valor pode ser feita gerando-se um novo número aleatório entre 0 e 1, o qual é comparado à taxa de ajuste dos valores (PAR). Portanto, se o número for menor que essa taxa, considera-se a memória harmônica, porém com pequenos ajustes, sendo o valor da variação definido por bw (passo máximo de ajuste para o tom) e por um número aleatório sorteado $rand$. Caso seja maior que a taxa de ajuste dos valores (PAR) o novo valor para a variável é gerado aleatoriamente dentro de todo o intervalo possível de soluções.

Etapa 4: Atualização da Memória Harmônica onde se verifica se a nova harmonia improvisada é melhor do que a pior harmonia já obtida. Caso seja esta nova harmonia, então substituirá a pior harmonia da Memória Harmônica.

Etapa 5: Verificação do critério de parada onde a execução é terminada quando se verifica que a melhor harmonia satisfaz o critério de parada após o término de cada iteração. Caso a melhor harmonia não satisfaça o critério de parada, então o algoritmo retorna ao terceiro passo até atingir o critério de parada.

Geem, Kim e Loganathan (2001) concluíram que o método da Busca harmônica possui vantagens com relação aos outros métodos tais como: obtenção de um novo vetor depois de considerar todos os vetores existentes em vez de considerar apenas dois como no algoritmo genético, não necessita definir valores iniciais para decisão das variáveis e utilizam a busca aleatória em vez da busca do gradiente, desconsiderando-se assim, as informações da derivada. Estas vantagens ajudam a Busca Harmônica no aumento da flexibilidade e na busca de melhores soluções.

Vários melhoramentos para Busca Harmônica foram propostos por outros autores: Mahdavi, Fesanghary e Damangir (2007) desenvolveram o algoritmo de Busca Harmônica Melhorado (*Improved Harmony Search – IHS*), onde os parâmetros PAR e bw variam conforme as iterações, ou seja, PAR cresce linearmente, enquanto que o parâmetro bw decresce exponencialmente.

O parâmetro PAR é dado pela Equação 5.

$$PAR(gn) = PAR_{mín} + (PAR_{máx} - PAR_{mín}) \frac{gn}{MI} \quad (5)$$

Onde:

gn : número da iteração atual;

MI: número máximo de iterações (improvisações);

PAR_{mín}: A menor probabilidade de ajuste de notas, parâmetro definido pelo usuário;

PAR_{máx}: A maior probabilidade de ajuste de notas, parâmetro definido pelo usuário;

PAR(gn): Probabilidade de ajuste de nota em cada geração gn .

O parâmetro bw é dado pela Equação 6.

$$bw(gn) = bw_{máx} e^{\left\{ \left[\ln \left(\frac{bw_{mín}}{bw_{máx}} \right) \right] \frac{gn}{MI} \right\}} \quad (6)$$

Onde:

$bw_{mín}$: valor máximo utilizado para ajuste de notas em todo o processo;

$bw_{máx}$: valor máximo utilizado para ajuste de notas em todo o processo;

$bw(gn)$: valor utilizado para ajuste das notas na iteração gn ;

MI: número máximo de iterações (improvisações).

Além dos aprimoramentos propostos por Mahdavi, Fesanghary e Damangir (2007) outras alterações no algoritmo original foram propostas e incorporadas por Medeiros e Kripka (2015) tais como:

Possibilidade de inserir uma solução inicial pré-definida na memória harmônica, ao invés de gerar todas as soluções aleatoriamente. A utilidade desse procedimento depende do grau de conhecimento a respeito do problema abordado.

Reinicialização da memória harmônica, quando todas as harmonias assumirem um mesmo valor. Tal processo pode, eventualmente, acarretar aumento demasiado no número de iterações. Por outro lado, pode evitar a convergência prematura para um mínimo local, fato observado nos exemplos analisados. Esse valor para o qual as soluções convergiram deve integrar a nova memória harmônica, com o objetivo de preservar a melhor solução até então obtida;

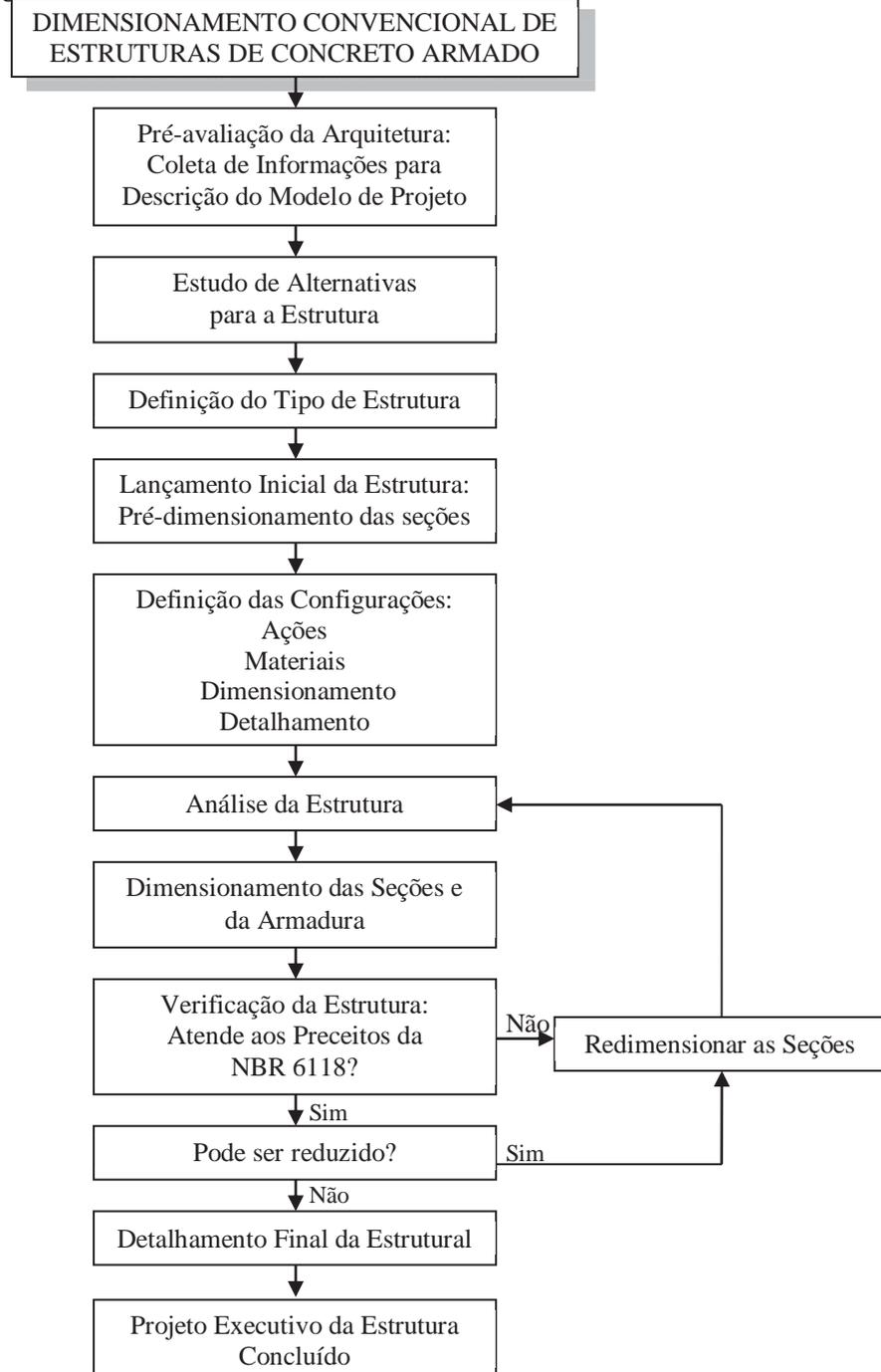
Introdução de critério de parada adicional ao número máximo de improvisos MI. Se após repetidas reinicializações, a melhor solução encontrada não se alterar, o processo é encerrado antes de serem efetuadas todas as MI de avaliações da função objetivo.

2.3 Dimensionamento de Pórticos Planos em Concreto Armado

2.3.1 Introdução

O dimensionamento convencional de estruturas de concreto armado é realizado a partir de um pré-dimensionamento, de modo a obter-se uma estrutura que seja capaz de suportar todas as solicitações a que está submetida durante sua execução e utilização, ou seja, durante toda a sua vida útil. Para isto a norma ABNT NBR 6118 (2007) estabelece uma série de restrições referentes aos critérios de segurança, os chamados estados limites, que devem ser obedecidos rigorosamente no dimensionamento de estruturas. O fluxograma de dimensionamento de projetos convencionais de estruturas de concreto armado encontra-se detalhado na Figura 2.

Figura 2 - Fluxograma de dimensionamento convencional



Fonte: do autor.

2.3.2 Análise Estrutural

Para modelar estruturas compatíveis com as situações reais é imprescindível o conhecimento das bases teóricas sobre análise estrutural.

Segundo a norma ABNT NBR 6118 (2007) item 14.2.1, o objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar

verificações de estados limites últimos e de serviço. A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos em uma parte ou em toda a estrutura. Segundo Soriano (2006) a deformação de uma estrutura tem caráter puramente geométrico, é função de seus apoios, geometria, propriedades de material e ações externas.

Esta etapa, portanto antecede o dimensionamento, e dentre as técnicas existentes para análise de estruturas, uma das mais importantes é a análise matricial de estruturas de barras.

Análise matricial é uma técnica matemática, utilizada para adaptar soluções de problemas conhecidos para aplicações computacionais.

Os principais métodos matriciais para análise de estruturas compostas por elementos unidimensionais (elementos de barras) são o Método das Forças e o Método dos Deslocamentos, sendo este último de mais fácil sistematização. As estruturas compostas por elementos unidimensionais podem ser divididas em cinco grupos: pórticos planos, pórticos espaciais, treliças planas, treliças espaciais e grelhas. O que difere estes grupos entre si no Método dos Deslocamentos são os graus de liberdade de cada um, ou seja, são os movimentos possíveis em um nó, e as incógnitas são os deslocamentos nodais. Nos pórticos planos, modelo empregado no presente estudo, têm-se os seguintes graus de liberdade: translação na direção horizontal, translação na direção vertical e rotação em torno do eixo perpendicular ao plano.

Para o cálculo dos deslocamentos nodais utiliza-se a seguinte equação linear de equilíbrio da estrutura:

$$\{F\} = [K].\{u\} \quad (07)$$

onde $[K]$ é matriz de rigidez global da estrutura obtida através da contribuição das matrizes de rigidez dos elementos de barra (função das características do material, da seção transversal e do comprimento de cada elemento, bem como de sua orientação no plano ou espaço relativamente aos demais elementos) e $\{F\}$ é o vetor de cargas nodais correspondentes à soma das forças vindas dos elementos com as forças aplicadas aos nós da estrutura. Resolvendo-se o sistema obtêm-se os deslocamentos dos nós da estrutura $\{u\}$, os quais consistem nas incógnitas do sistema e, a partir destes, determinam-se os deslocamentos nos nós dos elementos em coordenadas locais e seus devidos esforços, ou seja, momentos fletores, esforços normais e esforços cortantes.

2.3.2.1 Características dos Materiais

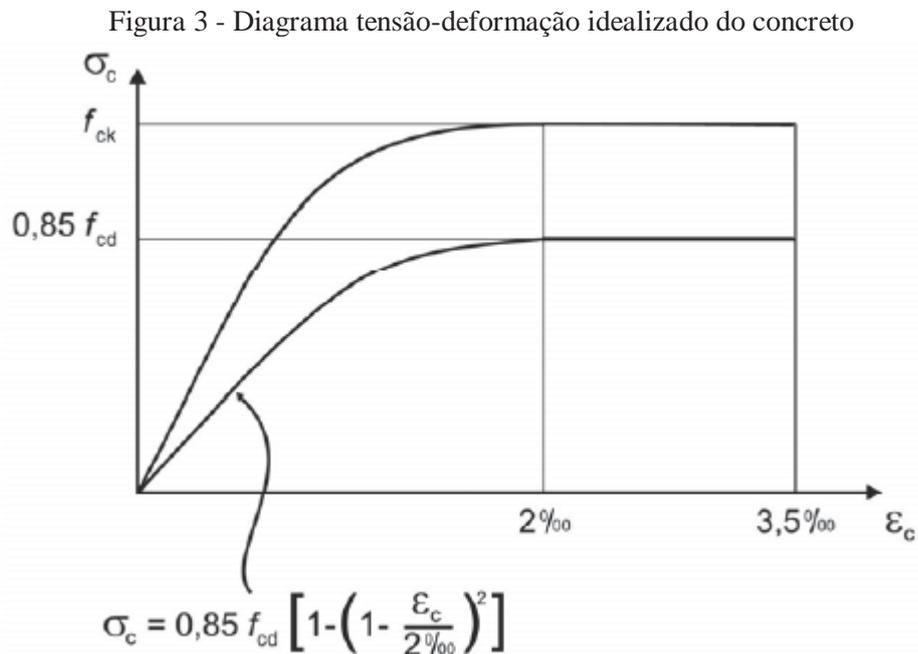
2.3.2.1.1 Concreto

A principal característica do concreto é a resistência à compressão, a qual segundo a norma ABNT NBR 6118 (2007), deve ser determinada de acordo com a idade do concreto. Para uma idade igual ou superior a 28 dias, a resistência de cálculo do concreto (f_{cd}) deve ser calculada pela seguinte expressão (ABNT NBR 6118, 2007):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (08)$$

Onde f_{ck} é a resistência à compressão do concreto aos 28 dias e γ_c é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto sendo que para combinações normais assume o valor de 1,40. Para idades inferiores há 28 dias, no cálculo da resistência à compressão do concreto deve-se proceder de acordo com o item 12.3.3 da norma ABNT NBR 6118 (2007).

Na Figura 3 apresenta-se o diagrama tensão-deformação a compressão do concreto para análises no estado limite últimos (Figura 8.2, item 8.2.10.1, ABNT NBR 6118, 2007).



Fonte: Norma ABNT NBR 6118 (2007).

Através da relação entre tensão (σ) e deformação (ε) do concreto apresentado na Figura 3, obtém-se o módulo de elasticidade do concreto (E_c) (equação 9).

Quando não há informações precisas sobre o concreto a ser utilizado pode-se estimar o módulo de elasticidade através da aplicação da equação 10, onde E_{ci} é módulo de elasticidade inicial. E por fim, para se determinar os esforços solicitantes e verificar estados limites de serviço em análises elásticas de projeto, utiliza-se, de acordo com a inclinação da curva tensão-deformação do concreto, o módulo de elasticidade secante (E_{cs}), do qual o valor é 85% do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}), conforme equação 11.

$$E_c = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (09)$$

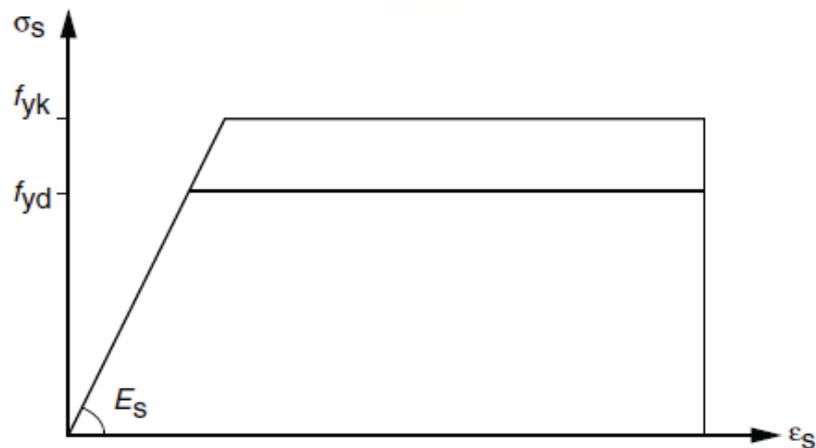
$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}, \text{ em MPa} \quad (10)$$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci}, \text{ em MPa} \quad (11)$$

2.3.2.1.2 Aço

A característica mais importante do aço é a resistência característica de escoamento do aço à tração (f_{yk}) que se refere à tensão máxima em que o aço pode suportar. A Figura 4 mostra o diagrama tensão-deformação para aços com e sem patamar de escoamento (Figura 8.4, item 8.3.6, ABNT NBR 6118, 2007).

Figura 4 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas



Fonte: Norma ABNT NBR 6118 (2007).

A equação 12 apresenta a deformação específica de cálculo do aço (ε_{yd}).

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (12)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (13)$$

Onde:

E_s Módulo de elasticidade do aço, admitindo-se o valor igual a $2,1 \times 10^5$ MPa;

f_{yd} Resistência característica de escoamento do aço, calculada através da equação 13;

f_{yk} Resistência característica do aço à atração e;

γ_s Coeficiente de ponderação da tensão de escoamento do aço que, para combinações normais, assume o valor 1,15;

2.3.3 Dimensionamento Estrutural

O dimensionamento de uma estrutura consiste em impedir a ruína (falha) da estrutura ou de determinadas partes dela. Por ruína não se entende apenas o perigo à ruptura, que ameaça a vida dos ocupantes, mas também as situações em que a edificação não apresenta um perfeito estado para utilização, por causa de deformações excessivas, fissuras inaceitáveis, etc. (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2009).

De acordo com a norma ABNT NBR 6118 (2007) item 12.5, na verificação da segurança de estruturas de concreto, devem ser atendidas as condições construtivas e as condições analíticas de segurança. Com relação às condições construtivas de segurança devem-se atender às exigências referentes aos critérios de detalhamento, controle de materiais e controle de execução da obra, conforme normas específicas (ABNT NBR 6118, 2007 item 12.5.1). Quanto às condições analíticas de segurança, a norma (ABNT NBR 6118, 2007 item 12.5.2) estabelece que as resistências não possam ser menores que as solicitações e devam ser verificadas em relação a todos os estados limites e todos os carregamentos específicos para o tipo de construção considerado, ou seja, em qualquer caso deve ser respeitada a seguinte condição:

$$R_d \geq S_d \quad (14)$$

Onde R_d é o esforço resistente e S_d é o esforço solicitante.

No dimensionamento de estruturas de concreto armado a verificação dos estados limites corresponde ao estado limite de utilização (ou de serviço) e ao estado limite último. O estado limite de utilização diz respeito à durabilidade e às exigências funcionais da estrutura que devido a deformações, deslocamentos e vibrações excessivas podem interferir na aparência, na utilização e na durabilidade da estrutura, afetando até mesmo, o conforto dos usuários. Já o estado limite último refere-se ao colapso (ruína) da estrutura, decorrente do esmagamento da capacidade resistente da estrutura, ocasionado por perda de equilíbrio, deformação elástica ou plástica, deformação lenta e fissuração do concreto estrutural, por problemas de flambagem, instabilidade dinâmica, resistência à fadiga dentre vários outros fenômenos que possam vir a ocorrer.

2.3.3.1 Dimensionamento de Pilares à Flexo-compressão Reta

2.3.3.1.1 Esforços Solicitantes de Cálculo

A flexo-compressão reta caracteriza-se pela ação concomitante das solicitações normais, compostas por esforços solicitantes que produzem tensões normais de tração e de compressão nas seções. Assim, engloba a força normal e o momento fletor, cujo plano de ação é perpendicular a um eixo de simetria da seção e à linha neutra.

Os esforços atuantes de cálculo N_{sd} e M_{sd} são obtidos pela multiplicação dos esforços característicos, obtidos através da Análise Matricial de Estruturas, conforme item 5.2 Análise Estrutural, pelos respectivos coeficientes parciais de segurança (γ_f), fornecidos pela norma ABNT NBR 8681 (2003) para as diferentes ações e combinações envolvidas no projeto.

Em virtude dos pilares receberem ações predominantemente de compressão deve-se proceder à verificação das deformações relativas à flambagem, fenômeno que causa desequilíbrio na barra, influenciando nos seus esforços internos, denominado de efeito de segunda ordem.

No dimensionamento de pilares a verificação da flambagem está diretamente relacionada ao índice de esbeltez do pilar (λ), pois dependendo do seu valor os efeitos de segunda ordem podem ou não serem desprezados. Se desprezados os efeitos de segunda ordem, a estrutura é analisada somente a partir dos de primeira ($M_{sd} = M_{1d}$), onde o equilíbrio da estrutura é analisado na sua configuração geométrica inicial. Caso contrário,

somam-se os efeitos de primeira ordem com os de segunda, onde o equilíbrio passa a ser verificado a partir da configuração deformada ($M_{sd} = M_{1d} + M_{2d}$).

De acordo com o índice de esbeltez (λ), os pilares podem ser classificados da seguinte maneira:

- Pilares curtos ou pouco esbeltos – $\lambda \leq \lambda_1$
- Pilares mediantemente esbeltos – $\lambda_1 < \lambda \leq 90$
- Pilares esbeltos – $90 < \lambda \leq 140$
- Pilares muito esbeltos – $140 < \lambda \leq 200$
- Pilares com $\lambda > 200$ – A norma ABNT NBR 6118 (2007) não admite nenhum caso com índice de esbeltez superior a 200.

Segundo a ABNT NBR 6118 (2007), os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez (λ) for menor que o valor-limite λ_1 , calculados pelas equações 15 e 16.

Índice de esbeltez (λ)

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (15)$$

Onde:

l_e – Comprimento equivalente do elemento comprimido, suposto vinculado em ambas às extremidades, e deve ser o menor dos seguintes valores:

$$l_e \leq \left\{ \begin{array}{l} l_0 + h \\ l \end{array} \right\}$$

l_0 – Distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;

h – Altura da seção transversal do pilar;

l – Distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

i – Raio de giração mínimo da seção bruta de concreto.

Índice de esbeltez limite (λ_1)

$$\lambda_1 = \frac{(25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h})}{\alpha_b} \quad (16)$$

$$e_{1d} = \frac{M_{1d}}{N_d} \quad (17)$$

$$M_{1d,mín} = N_d \cdot (0,015 + 0,03 \cdot h) \quad (18)$$

Se o valor do momento solicitante (M_{1d}) for menor que o valor do momento mínimo de 1ª ordem ($M_{1d,mín}$), utiliza-se o valor do M_{1d} igual ao valor do $M_{1d,mín}$.

Onde:

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

e_1/h – Excentricidade relativa de 1ª ordem na extremidade do pilar onde ocorre o momento de 1ª ordem de maior valor absoluto;

α_b – Depende da vinculação dos extremos do pilar e do carregamento atuante, conforme item 15.8.2 da norma ABNT NBR 6118 (2007);

e_{1d} – Excentricidade inicial ou excentricidade de 1ª ordem;

M_{1d} – Momento de 1ª ordem, momento solicitante;

N_d – Esforço normal de cálculo.

$M_{1d,mín}$ – Momento mínimo de 1ª ordem;

h – Altura total da seção transversal, em metros;

0,015 – Valor em metros.

A determinação dos efeitos locais de 2ª ordem, em barras submetidas à flexo-compressão normal, pode ser obtida pelo método geral ou por métodos aproximados (ABNT NBR 6118, 2007).

Para pilares curtos ou medianamente esbeltos podem-se determinar os esforços locais de 2ª ordem por métodos aproximados, como o método do pilar-padrão com curvatura aproximada, próprio para pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica. Nesse caso, o momento total máximo no pilar ($M_{d,tot}$), considerando-se os esforços de 1ª e 2ª ordem, é calculado pela seguinte expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10r} \geq M_{1d,A} \quad (19)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (20)$$

$$\nu = N_d / (A_c \cdot f_{cd}) \quad (21)$$

Onde:

$\frac{1}{r}$ – Curvatura na seção crítica;

h – Altura da seção na direção considerada;

ν – Força normal adimensional.

2.3.3.1.2 Esforços Resistentes de Cálculo

Os esforços resistentes de cálculo N_{rd} e M_{rd} são obtidos a partir dos valores das deformações específicas do concreto (ε_c) e do aço (ε_s) relacionados aos diversos domínios de deformação. Considerando-se pilares com seções retangulares e armadura simétrica em duas faces, obtemos os esforços resistentes N_{rd} e M_{rd} , através das seguintes equações de equilíbrio:

$$N_{rd} = \int_{AC} \sigma_{cd} \cdot dA_c + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{sdi} \quad (22)$$

$$M_{rd} = \int_{AC} \sigma_{cd} \cdot y_c \cdot c dA_c + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{sdi} \cdot y_{si} \quad (23)$$

Onde:

N_{rd} – Esforço normal resistente de cálculo;

M_{rd} – Momento resistente de cálculo;

σ_{cd} – Tensão na área de concreto comprimida A_c ;

σ_{sdi} – Tensão na área de aço A_{si} ;

y_c – Distância do centro da área de concreto comprimida, em relação ao centro de gravidade da seção;

y_{si} – Distância da barra de aço i , em relação ao centro de gravidade da seção.

Para resolver as equações de equilíbrio acima referidas deve-se primeiramente conhecer a profundidade da linha neutra (x_0), podendo ser obtida através da equação 24. A determinação da linha neutra (x_0) constitui-se em um processo iterativo onde os valores de esforço normal resistente de cálculo N_{rd} devem ser no mínimo iguais aos valores dos esforços normais solicitantes N_{sd} .

$$f(x_0) = N_{sd} - A_{cc} \cdot \sigma_{cd} - \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{sdi} \quad (24)$$

Conhecida a profundidade x_0 da linha neutra, as Equações 22 e 23 ficam da seguinte forma (Equações 25 e 26):

$$N_{rd} = A_{cc} \cdot \sigma_{cd} + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{sdi} \quad (25)$$

$$M_{rd} = S_c \cdot \sigma_{cd} + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{sdi} \cdot y_{si} \quad (26)$$

Onde:

A_{cc} – Área de concreto comprimida;

S_c – Momento estático da parte de concreto comprimida da seção.

Obtidos os esforços resistentes de cálculo N_{rd} e M_{rd} verifica-se se os valores são iguais ou maiores que os esforços solicitantes N_{sd} e M_{sd} , caso não sejam deve-se proceder ao redimensionamento da seção.

2.3.3.1.3 Disposições Construtivas - Limites Normativos para Pilares

As disposições construtivas consideradas para os pilares referem-se aos aspectos relativos às dimensões e às armaduras longitudinais e transversais.

2.3.3.1.3.1 Dimensões Mínimas dos Pilares

Com o intuito de obter um bom desempenho das seções transversais de pilares e propiciar condições adequadas para sua devida execução, a norma ABNT NBR 6118 (2007) estabelece que qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19

cm. Em casos especiais, a norma permite dimensões entre 19 cm e 12 cm, desde que se multipliquem as ações a serem consideradas no dimensionamento por um coeficiente adicional γ_n , de acordo com a tabela 13.1 da referida norma. Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm².

Para se evitar casos de pilar-parede impôs-se a seguinte condição: que a altura h (maior dimensão da seção transversal) não exceda cinco vezes a largura da base b (menor dimensão da seção transversal).

2.3.3.1.3.2 Armaduras longitudinais

A norma ABNT NBR 6118 (2007) estabelece que as armaduras longitudinais devem dispor-se de forma a garantir a adequada resistência do elemento estrutural. Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice; em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas ao longo do perímetro. E os diâmetros das barras longitudinais não devem ser inferiores a 10 mm nem superiores a 1/8 da menor dimensão da seção transversal.

2.3.3.1.3.3 Taxa de Armadura

A taxa de armadura longitudinal de pilares (ρ) é calculada pela seguinte expressão:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} \quad (27)$$

A taxa de armadura longitudinal mínima para pilares limita-se à seguinte equação:

$$\rho_{min} = 0,15 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \nu \geq 0,40\% \quad (28)$$

Onde:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (29)$$

A partir das equações 28 e 29 tem-se a expressão para obtenção da armadura longitudinal mínima dos pilares (Equação 30):

$$A_{s,mín} = \left(0,15 \cdot \frac{N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 \cdot A_c \quad (30)$$

A taxa de armadura máxima para pilares limita-se a 8% da área de concreto, inclusive nas regiões de emenda por transpasse.

$$\rho_{máx} = \frac{A_s}{A_c} = 8\% \quad (31)$$

$$A_{s,máx} = 8\% A_c \quad (32)$$

2.3.3.1.3.4 Distribuição das Armaduras longitudinais dos Pilares

O espaçamento mínimo ($e_{mín}$) livre entre as faces das barras deve assumir um valor igual ou superior aos seguintes:

20 mm

Maior diâmetro das barras

1,2 vez o diâmetro máximo do agregado

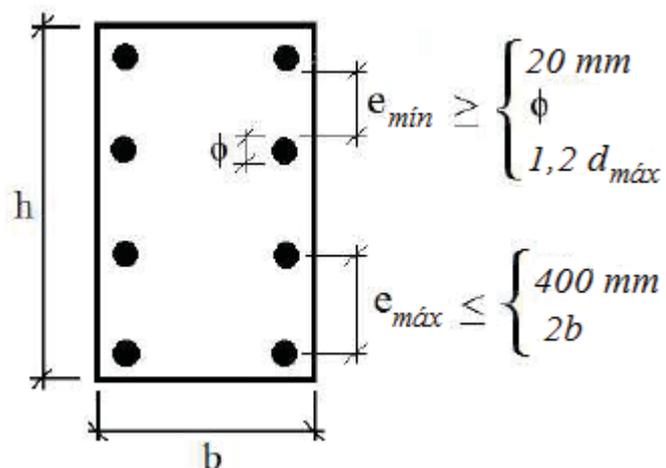
E o espaçamento máximo ($e_{máx}$) entre eixos das barras longitudinais deve ser menor ou igual aos seguintes valores:

2 vezes a menor dimensão (b)

400 mm

A Figura 5 apresenta os espaçamentos limites das barras longitudinais.

Figura 5 - Espaçamentos limites das barras longitudinais



Fonte: Medeiros e Kripka, 2014.

2.3.3.1.3.5 Armaduras Transversais dos Pilares (Estribos)

Os diâmetros dos estribos em pilares não podem ser inferiores a 5 mm nem a $\frac{1}{4}$ do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal (ABNT NBR 6118, 2007).

2.3.3.1.3.6 Distribuição das Armaduras Transversais dos Pilares

A armadura transversal de pilares, constituída por estribos, deve ser colocada em toda a altura do pilar, sendo obrigatória sua colocação na região de cruzamento com vigas e lajes.

O espaçamento longitudinal entre estribos deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

200 mm

Menor dimensão da seção (b)

24 ϕ para CA-25

12 ϕ para CA-50

2.3.3.2 Dimensionamento de Vigas

As vigas exercem uma função muito importante em projetos estruturais, pois juntamente com os pilares formam pórticos rígidos, responsáveis por garantir a segurança estrutural do edifício.

Os esforços que atuam nas vigas são essencialmente esforços solicitantes de flexão: momento fletor e força cortante.

De acordo com a norma ABNT NBR 6118 (2007), a seção transversal das vigas não deve apresentar largura menor que 12 cm, este limite pode ser reduzido, respeitando-se um mínimo absoluto de 10 cm em casos excepcionais, sendo obrigatoriamente respeitadas as seguintes condições: alojamento das armaduras e suas interferências com as armaduras de outros elementos estruturais, respeitando os espaçamentos e coberturas estabelecidos pela referida norma; e lançamento e vibração do concreto de acordo com a ABNT NBR 14931.

Para se obter o valor da altura da seção transversal das vigas precisa-se partir de um valor pré-estabelecido, portanto Pinheiro *et al* (2005), apresenta uma estimativa para se obter essa altura inicial:

- Tramos intermediários: $h_{est} = \frac{l_0}{12}$
- Tramos extremos ou vigas biapoiadas: $h_{est} = \frac{l_0}{10}$
- Balanços: $h_{est} = \frac{l_0}{5}$

2.3.3.2.1 Armadura Longitudinal das Vigas

As armaduras longitudinais de flexão são calculadas de modo a resistir os momentos fletores solicitados, onde as tensões normais são resistidas pelo concreto comprimido e pela armadura longitudinal tracionada, e no caso de armadura dupla por uma armadura longitudinal comprimida. Além de absorver essas tensões a armadura longitudinal contribui para a montagem dos estribos de modo a evitar fissuras nas dobras dos estribos onde as concentrações das tensões são elevadas.

Segundo Pinheiro *et al* (2005), o dimensionamento de uma seção de concreto armado a flexão deve ser realizada, considerando o Estádio III. Nesse estágio, a zona comprimida encontra-se plastificada e o concreto dessa região está na iminência da ruptura.

A armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela equação 33, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15% (ABNT NBR 6118, 2007).

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (33)$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (34)$$

$$W_0 = \frac{b_w \cdot h^2}{6} \quad (35)$$

Onde:

W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto à tração;

f_{ck} em *MPa*.

O dimensionamento para $M_{d,min}$ pode ser considerado atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura da tabela 17.3 da norma ABNT NBR 6118 (2007).

A área de aço é calculada pela seguinte expressão:

$$A_s = \frac{0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot X}{f_{yd}} \quad (36)$$

Onde:

X é a altura da linha neutra.

2.3.3.2 Armadura Transversal de Cisalhamento

O dimensionamento da armadura transversal de cisalhamento baseia-se na analogia da treliça de Ritter-Mörsch, onde a viga deve ser dimensionada de forma a não romper por meio das bielas comprimidas (bielas de concreto entre as fissuras), nem pelas diagonais tracionadas (armadura transversal de cisalhamento).

A verificação das bielas comprimidas deve ser realizada de modo que a força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) seja menor que a força resistente de cálculo das bielas comprimidas (V_{Rd2}), obtida a partir da Equação 37.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (37)$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (38)$$

Onde:

f_{cd} É a resistência de cálculo do concreto;

α_{v2} Coeficiente;

f_{ck} Em MPa.

A verificação das bielas tracionadas deve ser realizada conforme a seguinte condição:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (39)$$

Parcela absorvida pelo concreto:

$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (40)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (41)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (42)$$

Parcela absorvida pelo cisalhamento:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad (43)$$

Em que:

V_{sd} Esforço solicitante;

V_{Rd3} Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

- V_c Parcela absorvida pelo concreto;
- V_{sw} Parcela de força cortante resistida pela armadura transversal (cisalhamento).
- R Resistência característica inferior do concreto à tração;
- f_{ck} em *MPa*.

Em vista disso, o dimensionamento da armadura transversal mínima e da armadura transversal total das vigas, por espaçamento de estribos ($A_{sw,min/s}$ e $A_{sw/s}$), é obtido pelas expressões 44 e 45, respectivamente.

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \cdot b_w \quad (44)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad (45)$$

Onde:

Resistência média à tração do concreto é dada por: $f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$, f_{ck} em *MPa*.

A tensão resistente de cálculo é dada por: $f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$.

2.3.3.2.3 Armadura Longitudinal de Pele

Segundo a norma ABNT NBR 6118 (2007), a mínima armadura lateral (A_{pele}) deve ser igual a 0,10% da área da seção transversal da viga (equação 46), em cada face da alma da viga, e composta por barras de aderência ($\eta_1 \geq 2,25$) com espaçamento não maior que 20 cm. Portanto, quando a altura da viga ultrapassar 60 cm, deve-se dispor a armadura de pele de modo a evitar que haja desprendimento do cobrimento de concreto e fissurações.

$$A_{pele} = 2 * 0,001 * b_w * h \quad (46)$$

2.3.3.2.4 Disposições Construtivas - Limites Normativos para Vigas

As disposições construtivas consideradas para vigas referem-se somente às taxas de armadura longitudinais e transversais.

2.3.3.2.4.1 Taxa de Armadura

As taxas mínimas de armadura de flexão para vigas devem ser respeitadas de acordo com a Tabela 17.3 da norma ABNT NBR 6118 (2007) representada pela Tabela 1.

Tabela 1 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}^{1)}$ ($A_{s,min}/A_c$)							
	f_{ck} ω_{min}	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

¹⁾ Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado com base no valor de ω_{min} dado.

NOTA Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

Fonte: Norma ABNT NBR 6118 (2007).

A taxa de armadura de flexão máxima para vigas corresponde à soma das armaduras de tração e de compressão ($A_s + A'_s$) não excedendo 4% da área de concreto (A_c), calculada na região fora da zona de emendas (equação 47).

$$A_s + A'_s \leq 4\%A_c \quad (47)$$

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

3.1 Introdução

A implementação computacional do programa de otimização de pórticos planos em concreto armado foi realizada a partir da adaptação de formulações matemáticas para minimização de vigas e pilares. A implementação deu-se através da linguagem de programação *Fortran 90*.

A formulação matemática de otimização de pilares procedeu-se utilizando a formulação de seções transversais de pilares retangulares, desenvolvida por Medeiros e Kripka (2014) a partir do trabalho de Bordignon e Kripka (2012). No estudo de Medeiros e Kripka (2014) foi efetuada a minimização de custos pelo método da Busca Harmônica, chegando aos mesmos resultados obtidos por Bordignon e Kripka (2012), empregando o método Simulated Annealing, porém com um número significativamente menor de iterações.

Como, no presente trabalho, abordam-se estruturas analisadas como pórticos planos, ao invés de considerar como dados de entrada os esforços axial e de flexão previamente calculados, ou seja, definidos como parâmetros fixos para otimização de pilares retangulares de seções variáveis, considerando-se a seção transversal de um único elemento, para o modelo de pórticos planos calcularam-se estes esforços a partir dos dados topológicos e dos dados de carregamento (Figura 7) da estrutura através da aplicabilidade do método dos deslocamentos em formulação matricial, considerando-se pilares de mesma seção.

Já para a otimização de vigas adaptou-se à formulação matemática de otimização específica para grelhas, previamente desenvolvida por Kripka (2003) e complementada por Medeiros e Kripka (2013).

Para garantir que os resultados dos esforços estivessem corretos foram realizados vários exemplos numéricos comparando-se os valores dos esforços obtidos pelo programa de otimização com os valores obtidos pelos softwares *Ftool* e *Pacon*, garantindo assim a validação dos resultados.

A partir da associação das formulações matemáticas de otimização de pilares e vigas formou-se o programa de otimização de pórticos planos.

A formulação é composta por parâmetros fixos, variáveis, função objetivo e restrições de projeto, desenvolvendo-se, portanto, uma rotina de otimização conforme resumido na Figura 6.

Figura 6 - Síntese da Formulação Matemática



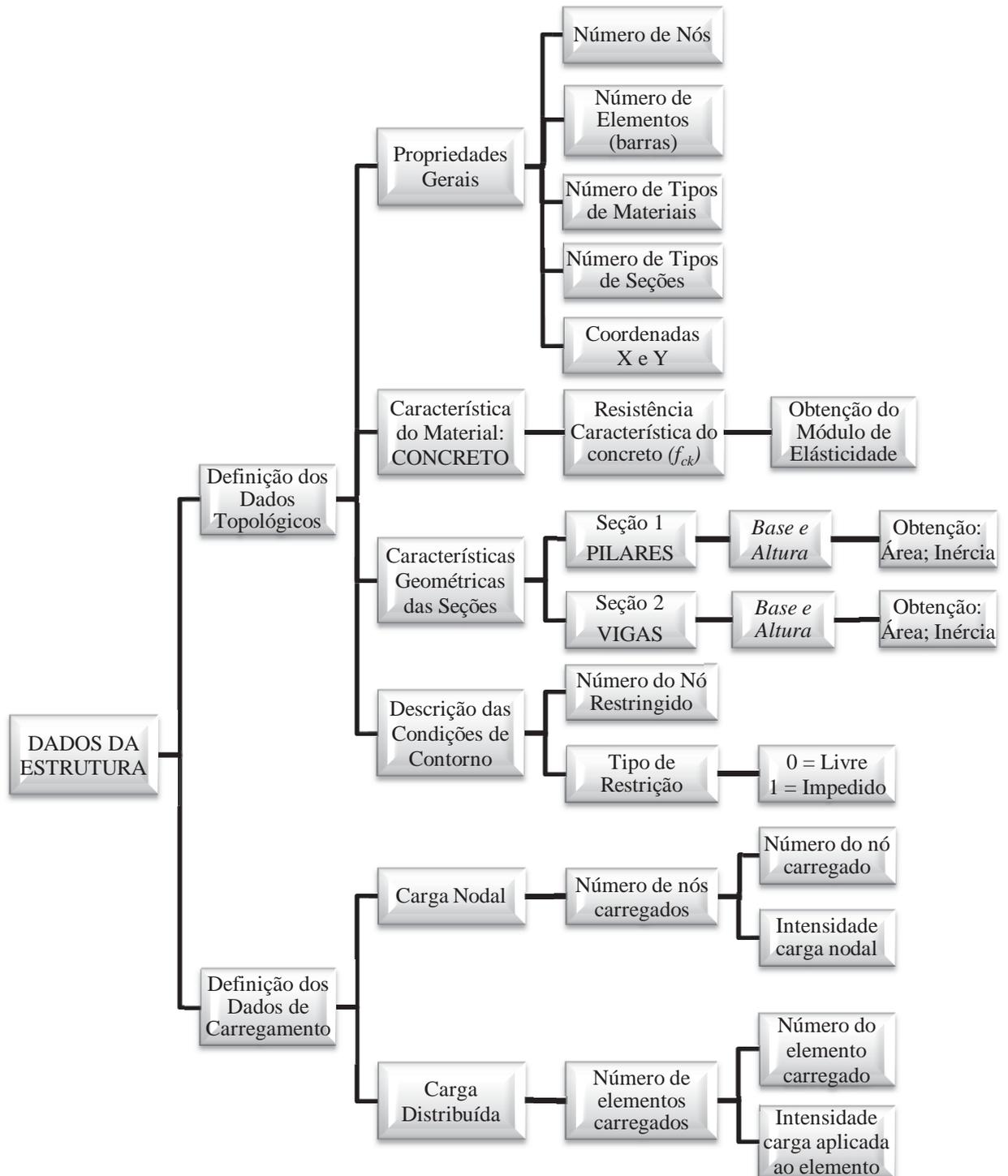
Fonte: do autor.

3.2 Análise Estrutural

Para a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos da estrutura utilizou-se a Análise Matricial empregando-se o Método dos Deslocamentos. Os deslocamentos e os esforços solicitantes de uma estrutura são obtidos exclusivamente da sua geometria, propriedades dos materiais, tipos de vinculações (apoios) e ações externas (carregamentos) a que a estrutura está sujeita, compreendendo assim, os dados de entrada do programa de otimização de pórticos planos. As dimensões iniciais dos elementos a serem otimizados são informadas no programa para obtenção das características geométricas iniciais dos elementos. A cada nova iteração estas características são atualizadas realimentando o processo até obter-se a melhor solução.

Os dados de entrada do programa de otimização de pórticos planos estão apresentados na Figura 7.

Figura 7 - Dados de entrada do programa de otimização de pórticos planos



Fonte: do autor.

Para a obtenção dos esforços criou-se uma sub-rotina dentro do programa de otimização de pórticos planos (Figura 8), onde primeiro são obtidos os deslocamentos e, por conseguinte, os esforços atuantes na estrutura.

Figura 8 - Etapas do processo de determinação dos esforços solicitantes



Fonte: do autor.

- a) Dados da estrutura: Inicialmente são fornecidos no programa todos os dados referentes à estrutura, os quais são: o número de nós, número de elementos, número de tipos de material, número de tipos de seções, coordenadas dos nós (x e y), incidência dos elementos, características dos materiais, características geométricas da seção, descrição das condições de contorno especificando-se o número do nó restringindo e o tipo de restrição, cargas nodais e cargas nos elementos (Figura 7).
- b) Matriz de rigidez da estrutura: Calcula-se a matriz de rigidez de cada elemento no referencial local e efetua-se a rotação do respectivo elemento para transformar a matriz de rigidez dos elementos do referencial local para o referencial global da estrutura.
- c) Vetor de ações nodais: A determinação do vetor de ações nodais fez-se a partir da soma das cargas nodais com as ações nodais de engastamento perfeito no referencial global.

- d) Condições de contorno: As condições geométricas de contorno têm como função impedir os deslocamentos de corpo rígido da estrutura. No programa optou-se pela técnica de zeros e um.
- e) Resolução do sistema: Fornece através da resolução do sistema de equações os deslocamentos nodais não restringidos na ordem da numeração global. Optou-se pelo Método de Cholesky para a resolução do sistema, pois é um dos métodos mais adequados ao armazenamento por alturas efetivas de coluna, requerendo que a matriz dos coeficientes seja simétrica positivo-definida (SORIANO, 2006).
- f) Resultados finais da análise: A partir dos deslocamentos nas extremidades de cada elemento, rotacionados para o referencial local, obtêm-se os esforços de cada elemento. Para a otimização de pórticos planos é pesquisado o maior valor do esforço axial (N_{sd}), bem como o correspondente esforço de flexão (M_{sd}), ambos obtidos nos extremos da barra. Já para vigas utilizou-se o maior valor do esforço cortante (V_{sd}) o qual foi obtido nos extremos da viga, e o maior valor do esforço de flexão (M_{sd2}) obtido através de uma análise feita pelo programa entre o momento máximo da viga no meio do vão e o momento máximo da viga nos seus extremos.

3.3 Formulação Matemática de Otimização de Pórticos Planos

Na sequência, são explicitados todos os itens da rotina de otimização os quais compreendem a formulação matemática do problema de otimização de pórticos planos.

A etapa inicial do problema de otimização consiste na definição dos parâmetros fixos de projeto:

da – Diâmetro máximo do agregado;

c – Cobrimento da armadura;

f_{yk} – Tensão característica de escoamento do aço;

f_{ck} – Resistência característica do concreto;

b_w – Largura da Viga;

q – Carga Distribuída;

E_s – Módulo de elasticidade do aço;

C_c – Custo referente ao volume de concreto;

C_s – Custo referente à massa de aço;

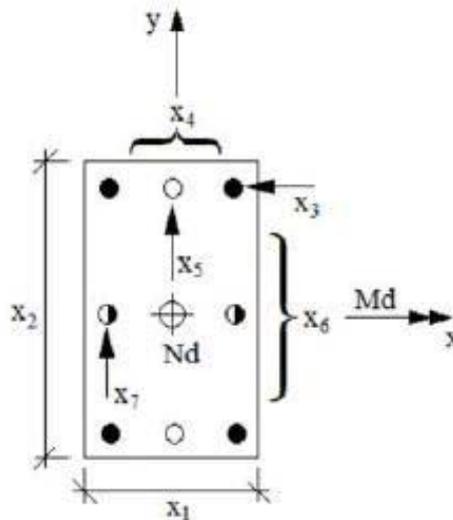
C_f – Custo referente à área de forma.

3.3.1 Variáveis de Projeto

As variáveis de projeto determinadas para otimização de pórticos planos referem-se aos pilares e as vigas da estrutura aperticada, sendo estas variáveis compreendidas pelas dimensões da seção transversal e taxa de armadura. Ao total se estabeleceu para a referida formulação matemática oito variáveis de projeto, as quais são analisadas e otimizadas concomitantemente de modo a se obter a solução ótima de todo o conjunto de elementos. As variáveis relativas à geometria e à área de aço das seções dos pilares vão desde a variável x_1 até a variável x_7 e encontram-se detalhadas na Figura 9. Já a variável x_8 refere-se somente à altura da seção transversal das vigas (Figura 10), sendo a área de aço determinada a partir dessa altura. De forma simplificada, considera-se uma única seção de pilar e uma única seção de viga para toda a estrutura.

Ainda referente às variáveis de projeto optou-se por considerá-las como sendo discretas (valores inteiros compreendidos dentro de um conjunto fixo) e decidiu-se por variar as dimensões das seções transversais a cada 5 cm de modo a otimizar os custos relativos às fôrmas.

Figura 9 - Variáveis de projeto referentes à geometria da seção dos pilares



Fonte: Medeiros e Kripka, 2014.

Especificação das variáveis de projeto a serem otimizadas relativas aos pilares:

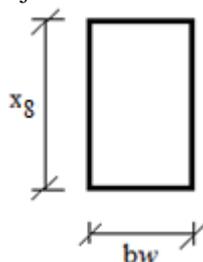
x_1 : Representa a largura da seção transversal (b);

x_2 : Representa a altura da seção transversal (h);

- x_3 : Representa o diâmetro das quatro barras dos cantos;
- x_4 : Representa o número de barras nas duas camadas paralelas a x_1 ;
- x_5 : Representa o diâmetro nas duas camadas paralelas a x_1 ;
- x_6 : Representa o número de camadas com duas barras paralelas a x_2 ;
- x_7 : Representa o diâmetro das barras nas camadas paralelas a x_2 ;

Para a largura das vigas partiu-se de um valor inicial pré-estabelecido baseado nas práticas de escritórios de engenharia civil, os quais adotam como largura inicial as espessuras das paredes (alvenarias de vedação) especificadas nos projetos arquitetônicos, de modo a respeitá-los.

Figura 10 - Variável de projeto referente à seção transversal das vigas



Fonte: do autor.

Especificação da variável de projeto a ser otimizada referente às vigas:

x_8 : Representa a altura útil da seção transversal (h_{vig}).

3.3.2 Função Objetivo

O objetivo do problema abordado consiste na minimização dos custos de pórticos planos em concreto armado, ou seja, encontrar os valores das áreas de aço, de concreto e de fôrmas de modo a minimizar o custo e, concomitantemente, que as seções transversais de vigas e pilares, obtidas a partir do processo de otimização resistam aos esforços solicitantes atuantes na estrutura.

As equações que abrangem a função objetivo são apresentadas na sequência. Primeiramente são apresentadas as equações referentes aos pilares e sucessivamente as equações referentes às vigas e, por fim, a formulação final do processo de otimização de pórticos planos em concreto armado.

Especificação das nomenclaturas utilizadas nas equações para obtenção da função objetivo.

$V_{concreto\ pilar}$	⇒	Volume de concreto dos pilares, por metro linear de pilar;
$V_{aço\ long.\ pilar}$	⇒	Volume de armadura longitudinal dos pilares, por metro linear de pilar;
$V_{aço\ trans.\ pilar}$	⇒	Volume de armadura transversal dos pilares (estribos), por metro linear de pilar;
$P_s\ pilar$	⇒	Quantidade total de aço para pilares, expresso por unidade de peso (kg);
$A_{forma\ pilar}$	⇒	Área de fôrma dos pilares, por metro linear de pilar;
f_{pilar}	⇒	Formulação final do processo de otimização de pilares, por metro linear;
$V_{concreto\ viga}$	⇒	Volume de concreto das vigas, por metro linear de viga;
$V_{aço\ total\ viga}$	⇒	Volume de armadura das vigas, por metro linear de viga;
$P_s\ viga$	⇒	Quantidade total de aço para vigas, expresso por unidade de peso (kg);
$A_{forma\ viga}$	⇒	Área de fôrma das vigas, por metro linear de viga;
f_{viga}	⇒	Formulação final do processo de otimização de vigas, por metro linear;
F	⇒	Formulação final de otimização de Pórticos Planos, por metro linear de estrutura;
C_C	⇒	Custo unitário do concreto dos por unidade de volume (m^3) de acordo com a resistência do concreto adotada (f_{ck});
C_s	⇒	Custo unitário de aço, por unidade de peso (kg);
C_f	⇒	Custo unitário de fôrmas, por unidade de área (m^2);
$COMPRTOTP$	⇒	Comprimento total dos pilares da estrutura, em metros;
$COMPRTOTV$	⇒	Comprimento total das vigas da estrutura, em metros.

A equação 48 representa o cálculo do volume de concreto dos pilares por metro linear de pilar (1m).

$$V_{concreto\ pilar} = (x_1 * x_2) * 1 \quad (48)$$

As equações 49 e 50 referem-se ao volume de armadura longitudinal e transversal (estribos) dos pilares, respectivamente. Para o cálculo do volume da armadura transversal dos

pilares (equação 50), adotou-se para as barras a bitola de diâmetro 5 mm, espaçadas a cada 15 cm, valores normalmente utilizados em projetos estruturais. Considerando um metro linear de pilar (1m), obedecendo-se ao espaçamento adotado, tem-se aproximadamente 7 barras transversais por metro linear de pilar (1m).

$$V_{aço\ long.\ pilar} = (\pi * (x_3^2 + 0,5 * x_4 * x_5^2 + 0,5 * x_6 * x_7^2)) * 1 \quad (49)$$

$$V_{aço\ trans.\ pilar} = \left(7 * \left(\frac{\pi * 0,5^2}{4} \right) * (2 * x_1 + 2 * x_2) \right) * 1 \quad (50)$$

Sintetizando-se a equação 50 é obtida a seguinte expressão (equação 51):

$$V_{aço\ trans.\ pilar} = (0,875 * x_1 + 0,875 * x_2) * 1 \quad (51)$$

A equação 52 consiste na quantidade total de aço para pilares ($P_s\ pilar$), ou seja, armadura longitudinal mais armadura transversal, sendo expressa por unidade de peso. O peso específico do aço (γ_s) utilizado foi de 78,5 kN/m³.

$$P_s\ pilar = \gamma_s * \pi * ((x_3^2 + 0,5 * x_4 * x_5^2 + 0,5 * x_6 * x_7^2) + (0,875 * x_1 + 0,875 * x_2)) \quad (52)$$

A equação 53 fornece a área de fôrmas dos pilares em metros quadrados por metro linear de pilar.

$$A_{forma\ pilar} = 2 * (x_1 + x_2) \quad (53)$$

A formulação final do processo de otimização de pilares por metro linear é dada pela equação 54, sendo que a primeira parcela compreende o custo de concreto, onde C_c corresponde ao custo do material por unidade de volume (m³) e está diretamente ligado à classe de resistência do concreto (f_{ck}) utilizado. A segunda parcela representa o custo total da armadura utilizada, armadura longitudinal aço CA-50 e armadura transversal aço CA-60, onde C_s refere-se ao custo total de aço por unidade de peso (kg). E por fim, a última parcela que corresponde ao custo das fôrmas, onde C_f é o custo do material por unidade de área (m²).

$$f_{pilar}(x) = (V_{concreto\ pilar} * C_c) + (P_{s\ pilar} * C_s) + (A_{forma\ pilar} * C_f) \quad (54)$$

Substituindo-se a nomenclatura das variáveis a serem otimizadas na equação 54 é obtida a seguinte função objetivo para pilares (equação 55).

$$f_{pilar}(x) = (x_1 * x_2) * C_c + \gamma_s * \pi * ((x_3^2 + 0,5 * x_4 * x_5^2 + 0,5 * x_6 * x_7^2) + (0,875 * x_1 + 0,875 * x_2)) * C_s + 2 * (x_1 + x_2) * C_f \quad (55)$$

Conforme mencionado anteriormente, adaptações foram realizadas na formulação matemática de Medeiros e Kripka (2013) para otimização de vigas. Portanto, neste trabalho, não se considerou o dimensionamento do momento torsor, nem suas devidas restrições.

A Equação 56 refere-se ao cálculo do volume de concreto das vigas por metro linear de viga (1m), o qual é obtido através do produto do parâmetro fixo b_w pela variável x_9 (altura da viga).

$$V_{concreto\ viga} = (b_w * x_9) * 1 \quad (56)$$

A Equação 57 relaciona-se ao volume total de armadura das vigas, sendo composta por armadura longitudinal de flexão, armadura de cisalhamento e armadura de pele.

$$V_{aço\ total\ viga} = (A_{FLEXÃO} + A_{SW_S} + A_{PELE}) \quad (57)$$

As armaduras longitudinais de flexão das vigas foram calculadas de modo a resistir aos momentos fletores solicitados. Sendo as seções calculadas, conforme a necessidade, com armadura simples composta por uma armadura inferior tracionada (A_s), ou com armadura dupla, composta por uma armadura inferior tracionada (A_s) e uma armadura superior comprimida (A'_s). Na armadura simples considerou-se além da armadura de tração (A_s) uma armadura construtiva na área de concreto comprimido (A_c) composta por duas barras longitudinais de diâmetro 6,3 mm.

Para o cálculo das armaduras transversais das vigas (A_{SW_S}) fez-se primeiramente a verificação ao cisalhamento, ou seja, a verificação das bielas de concreto comprimidas de modo que o esforço resistido por estas bielas (V_{Rd2}) fosse maior do que o esforço resistente do concreto (V_{sd}) e, a verificação das bielas tracionadas (V_{Rd3}) de modo que a soma da parcela do

esforço cortante absorvido pelo concreto com a parcela do esforço cortante resistido pela armadura transversal fossem maiores do que o esforço solicitante (V_{sd}). Após calculou-se a armadura transversal mínima e, por conseguinte, obteve-se a área de aço transversal (ASW_S), considerando-se estribos simples fechados com 90° de angulação colocados em toda a extensão das vigas.

A área de aço da armadura de pele foi calculada obedecendo-se aos critérios da norma ABNT NBR 6118 (2007), item 17.3.5.2.3, considerando-se a armadura mínima lateral igual a 0,10% da $A_{c,alma}$, para cada face da alma da viga e somente para vigas com altura igual ou superior a 60 cm.

Para a obtenção da quantidade total de aço das vigas ($P_{s\ viga}$) por unidade de peso, multiplicou-se a equação 57 pelo peso específico do aço, resultando na equação 58.

$$P_{s\ viga} = (A_{FLEXÃO} + ASW_S + A_{PELE}) * \gamma_s \quad (58)$$

A equação 59 representa a área de fôrmas das vigas em metros quadrados por metro linear de viga, considerando-se uma vez a dimensão da base (b_w) e duas vezes a dimensão da altura da viga (x_9).

$$A_{forma\ viga} = (b_w + 2 * x_9) \quad (59)$$

A formulação para a otimização de vigas por metro linear é dada pela equação 60 e as suas parcelas são similares àquelas da função objetivo descritas aos pilares, quais sejam, custo de concreto por unidade de volume C_c (m³), custo de aço por unidade de peso C_s (kg), e custo de fôrmas por unidade de área C_f (m²).

$$f_{viga}(x) = (V_{concreto\ viga} * C_c) + (P_{s\ viga} * C_s) + (A_{forma\ viga} * C_f) \quad (60)$$

A formulação final de otimização de Pórticos Planos em concreto armado foi gerada a partir da incorporação da função objetivo de pilares e da função objetivo de vigas gerando-se, portanto, uma única função objetivo a ser otimizada (equação 61). A primeira parcela refere-se à função objetivo dos pilares sendo esta multiplicada pelo comprimento total de pilares $COMPRTOTP$. A segunda parcela representa a função relacionada às vigas, também multiplicada pelo comprimento total das vigas que compõem a estrutura ($COMPRTOTV$).

$$f(x) = \left[(V_{concreto\ pilar} * C_c) + (P_s\ pilar * C_s) + (A_{forma\ pilar} * C_f) \right] * COMPRTOTP + \left[(V_{concreto\ viga} * C_c) + (P_s\ viga * C_s) + (A_{forma\ viga} * C_f) \right] * COMPRTOTV \quad (61)$$

3.3.3 Restrições Impostas

A fim de se obter a solução ótima no processo de minimização da função custo, devem-se respeitar os critérios construtivos e de resistência impostos pela norma, os quais são definidos como restrições de projeto nos problemas de otimização.

A cada iteração no processo de minimização da função objetivo eram geradas novas soluções a partir de soluções existentes. As soluções que violavam as restrições, consideradas como não viáveis ao problema de otimização, não foram descartadas durante o processo de otimização, porém aplicaram-se às mesmas uma penalização, acrescentando à função objetivo $f(x)$ uma função de penalidade $P(x)$ (equação 62).

$$F(x) = f(x) + P(x) \quad (62)$$

Onde:

$F(x)$ - função objetivo penalizada;

$f(x)$ - função objetivo original;

$P(x)$ - função de penalização imposta às restrições violadas.

A função de penalidade $P(x)$ é calculada multiplicando-se o conjunto de restrições não atendidas $g(x)$ pelo fator de penalização r (equação 63).

$$P(x) = \sum_{i=1}^m r \cdot g_i(x) \quad (63)$$

Na sequência encontram-se especificados os intervalos com variáveis do problema de otimização limitadas.

Variáveis x_1 e x_2 referem-se às dimensões dos pilares, podendo ser discretizadas a cada 5 cm, devendo pertencer aos seguintes conjuntos de intervalos:

$$x_1 \in [20; 25 \dots; 300], \text{ em cm}$$

$$x_2 \in [20; 25 \dots; 300], \text{ em cm}$$

Variáveis x_3, x_5 e x_7 referem-se aos diâmetros das barras longitudinais dos pilares, limitando-se a diâmetros das armaduras a valores comerciais e pertencentes ao seguinte intervalo:

$$x_3, x_5, x_7 \in [10; 12,5; 16; 20; 22; 25], \text{ em mm}$$

Variáveis x_4 e x_6 : x_4 representado pelo número de barras nas duas camadas paralelas a x_1 , e x_6 pelo número de camadas com duas barras paralelas a x_2 .

$$x_4, x_6 \in [0; \dots; 18]$$

E por fim, a variável, x_8 que representa a altura útil da seção transversal das vigas, podendo ser discretizadas a cada 5 cm, pertencendo ao seguinte intervalo:

$$x_8 \in [10; 15 \dots; 300], \text{ em cm.}$$

As restrições referentes aos critérios de resistência são consideradas as mais importantes, quando impostas ao problema de otimização de estruturas, pois se relacionam diretamente aos esforços solicitantes e aos esforços resistentes de cálculo.

A equação 64 impõe a restrição relativa aos esforços normais, sendo que os esforços normais solicitantes (N_{sd}) devem ser inferiores aos esforços normais resistentes (N_{rd}) das seções de concreto.

$$g_1 = 1 - \frac{N_{rd}}{N_{sd}} \leq 0 \tag{64}$$

A equação 66 é equivalente à equação 64, porém a restrição refere-se aos momentos, onde os momentos solicitantes (M_{sd}) devem ser inferiores aos momentos resistentes (M_{rd}) das seções de concreto.

O momento solicitante (M_{sd}), ou seja, o momento total máximo no pilar ($M_{d,tot}$) foi calculado de acordo com o índice de esbeltez do pilar, ver restrição 14 (equação 78), portanto verificando-se a dispensa dos efeitos locais de segunda ordem o momento total máximo no pilar ($M_{d,tot}$) corresponde ao momento total de primeira ordem (M_{1d}). Porém constatando-se a necessidade da análise dos efeitos locais de segunda ordem, o valor do momento total máximo no pilar ($M_{d,tot}$) corresponde à soma do momento de primeira ordem (M_{1d}) mais o momento de segunda ordem (M_{2d}).

$$M_{sd} = M_{d,tot} \quad (65)$$

$$g_2 = 1 - \frac{M_{rd}}{M_{sd}} \leq 0 \quad (66)$$

A equação 67 visa garantir que a dimensão da base da seção seja inferior à dimensão da altura.

$$g_3 = 1 - \frac{x_2}{x_1} \leq 0 \quad (67)$$

A equação 68 estabelece que a dimensão da altura da seção não ultrapasse o limite de até cinco vezes a dimensão da base.

$$g_4 = 1 - \frac{5 \cdot x_1}{x_2} \leq 0 \quad (68)$$

O valor mínimo limitado para armaduras longitudinais encontram-se descritas nas equações 69 e 70, as quais definem as taxas de armaduras mínimas ($A_{s,min} = 0,15 \frac{N_{sd}}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c$) de acordo com o item 17.3.5.3 da norma ABNT NBR 6118 (2007).

$$g_5 = 1 - \frac{f_{yd} \cdot A_{aço}}{0,15 \cdot N_{sd}} \leq 0$$

$$g_6 = 1 - \frac{\rho}{\rho_{min}} \leq 0 \quad (70)$$

A equação 71 define a taxa de armadura máxima para armaduras longitudinais determinadas pela norma ABNT NBR 6118 (2007) ($A_{s,máx} \leq 0,08 A_c$).

$$g_7 = 1 - \frac{\rho_{máx}}{\rho} \leq 0 \quad (71)$$

Os espaçamentos mínimos e máximos para armaduras longitudinais e transversais são respeitados impondo-se às restrições descritas nas equações 72 e 73.

$$g_8 = 1 - \frac{e}{e_{mín}} \leq 0 \quad (72)$$

$$g_9 = 1 - \frac{e}{e_{máx}} \leq 0 \quad (73)$$

A restrição imposta pela equação 74 impede que a seção transversal do pilar tenha área inferior a 360 cm².

$$g_{10} = 1 - \frac{x_1 \cdot x_2}{AC_{mín}} \leq 0 \quad (74)$$

As equações 75, 76 e 77 restringem os diâmetros das barras de aço para que não se obtenha diâmetros superiores a 1/8 da menor dimensão transversal estabelecidos pela norma ABNT NBR 6118 (2007).

$$g_{11} = 1 - \frac{x_1}{8 \cdot x_3} \leq 0 \quad (75)$$

$$g_{12} = 1 - \frac{x_1}{8 \cdot x_5} \leq 0 \quad (76)$$

$$g_{13} = 1 - \frac{x_1}{8 \cdot x_7} \leq 0 \quad (77)$$

E por fim, a última equação de restrição de pilares (equação 78) que os classifica quanto ao índice de esbeltez. Limitou-se, neste trabalho, a pilares curtos ou medianamente esbeltos.

$$g_{14} = 1 - \frac{90}{\lambda} \leq 0 \quad (78)$$

As restrições do problema de otimização impostas às vigas relacionam-se somente aos momentos fletores e taxas de armadura. As verificações das seções transversais também representam algumas das restrições impostas na otimização às vigas.

Ao contrário do trabalho de Medeiros e Kripka (2013), não foram consideradas restrições relativas aos estados limites de utilização, ou seja, restrições referentes aos deslocamentos (flechas) e aberturas de fissuras.

A equação 79 foi elaborada visando respeitar os critérios construtivos. A equação permite garantir que não ocorram aglomerações de armadura de modo a impossibilitar a perfeita concretagem dos elementos, limitando a razão entre o momento fletor da armadura comprimida e da armadura tracionada (armadura dupla) em até no máximo 30%.

$$g_{15} = 1 - \frac{0,30M_{AS}}{M_{AS'}} \leq 0 \quad (79)$$

A equação 80 estabelece a taxa de armadura mínima de flexão para vigas, obtida a partir da classe de resistência do concreto (f_{ck}), conforme os critérios estabelecidos pela norma NBR 6118/2007.

$$g_{16} = 1 - \frac{\rho}{\rho_{min}} \leq 0 \quad (80)$$

A taxa de armadura máxima longitudinal está restringida pela equação 81, a qual não permite que a soma das armaduras de tração e de compressão ($A_S + A_{S'}$) sejam superiores a 4% da área de concreto.

$$g_{17} = 1 - \frac{\rho_{máx}}{\rho} \leq 0 \quad (81)$$

As verificações das seções transversais ao cisalhamento estão representadas pelas equações de restrição 82 e 83. A equação 82 impede que os esforços resistidos pelas bielas comprimidas de concreto (V_{Rd2}) sejam menores que os esforços de solicitação de cálculo (V_{sd}) nas seções. Já a equação 83 impede que a força cortante resistente de cálculo relativa à

ruína por tração diagonal (V_{Rd3}), esforço resistente absorvido pelo concreto (V_c) mais a parcela resistida pela armadura transversal (V_{sw}), seja inferior ao esforço solicitante (V_{sd}).

$$g_{18} = 1 - \frac{V_{Rd2}}{V_{sd}} \leq 0 \quad (82)$$

$$g_{19} = 1 - \frac{V_{Rd3}}{V_{sd}} \leq 0 \quad (83)$$

A taxa de armadura transversal mínima também foi restringida estabelecendo-se, portanto a última restrição imposta às vigas (equação 84).

$$g_{20} = \rho_{sw_{\min}} = \frac{A_{sw}}{bw.s} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad (84)$$

4 ANÁLISES NUMÉRICAS E RESULTADOS

Neste capítulo é apresentada uma série de análises numéricas com o intuito de se comprovar a eficiência da formulação matemática proposta, bem como da escolha do Método da Busca Harmônica.

Os exemplos utilizados foram adaptados de Guerra e Kiouisis (2006), os quais se mantiveram os mesmos modelos estruturais dos Pórticos Planos, porém realizando-se algumas alterações como características dos materiais utilizados, carregamentos e custos dos materiais empregados.

Quatro exemplos foram analisados, consistindo em pórticos planos de múltiplos vãos ou de múltiplos pavimentos.

O primeiro exemplo apresenta a otimização de um pórtico plano, possuindo um único pavimento, porém variando-se o comprimento do vão. O segundo exemplo analisa um pórtico plano também constituído de um único pavimento, porém variando-se a quantidade de vãos para um comprimento total de viga de 20 metros. O terceiro compara três pórticos planos de único vão e quantidade de pavimentos variável, sendo que para cada exemplo considerou-se um comprimento de vão diferente. E por fim, o quarto exemplo otimiza também pórticos planos de concreto armado com vários pavimentos e um único vão, porém variando-se o f_{ck} .

Abaixo são apresentados os dados de entrada (parâmetros fixos) comuns a todos os exemplos analisados.

Diâmetro do Agregado [d_a] = 19 mm

Cobrimento da armadura [c] = 4 cm

Pé-direito entre pavimentos = 3 m

Dimensões iniciais arbitradas para pilares: $b_w = 20 \text{ cm}$ e $h = 20 \text{ cm}$

Dimensões iniciais arbitradas para vigas: $b_w = 20 \text{ cm}$ e $h = 80 \text{ cm}$

Carregamento distribuído atuante na Estrutura (Q) = 23 kN/m. Tomou-se como base o carregamento máximo utilizado por Medeiros e Kripka (2013), onde os autores consideraram para este carregamento máximo uma carga permanente de 16 kN/m e uma carga acidental de 7 kN/m, visando abranger uma faixa de carregamento a qual esteja submetida à maioria de vigas de obras residenciais.

Parâmetros Iniciais do Algoritmo

Com relação aos parâmetros iniciais do algoritmo optou-se por utilizar os mesmos de Medeiros e Kripka (2014).

Tamanho da memória harmônica [HMS] = 50 Memórias

Probabilidade de consideração da memória harmônica [$HMCR$] = 0,90 [90%]

Probabilidade máxima de ajuste do passo [$PAR_{MÁX.}$] = 0,50 [50%]

Probabilidade mínima de ajuste do passo [$PAR_{MÍN.}$] = 0,30 [30%]

Tamanho mínimo do passo [$BW_{MÍN.}$] = 1

Tamanho máximo do passo [$BW_{MÁX.}$] = 2

Número Máximo de Improvisações (iterações) [$NI_{LIM.}$] = 500.000

Custos

Concreto usinado bombeável:

- ▶ Resistência Característica do Concreto [f_{ck}] = 20 MPa – 320,00 R\$/m³
- ▶ Resistência Característica do Concreto [f_{ck}] = 25 MPa – 333,47 R\$/m³
- ▶ Resistência Característica do Concreto [f_{ck}] = 30 MPa – 344,70 R\$/m³
- ▶ Resistência Característica do Concreto [f_{ck}] = 35 MPa – 357,05 R\$/m³
- ▶ Resistência Característica do Concreto [f_{ck}] = 40 MPa – 370,52 R\$/m³
- ▶ Resistência Característica do Concreto [f_{ck}] = 45 MPa – 416,56R\$/m³
- ▶ Resistência Característica do Concreto [f_{ck}] = 50 MPa – 494,03 R\$/m³

Aço CA-50 incluindo corte, dobra e armação de pilares ou vigas de uma estrutura convencional de concreto armado (média dos custos das bitolas utilizadas no trabalho): 10,04 R\$/kg

Fôrmas em chapa de madeira compensada resinada para concreto estrutural, inclusive montagem e desmontagem: 59,00 R\$/m²

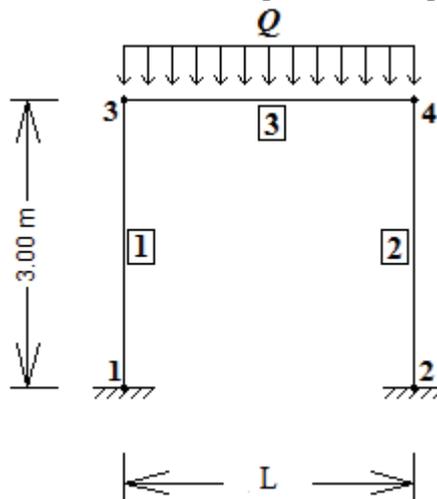
* Fonte: Site Informativo: www.caixa.gov.br – Sinapi - Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil - Custos de Composição Sintético Não-

Desonerado, Dezembro de 2015, localidade: Porto Alegre/RS, com dados atualizados e publicados em 15 de Janeiro de 2016.

4.1 Exemplo I

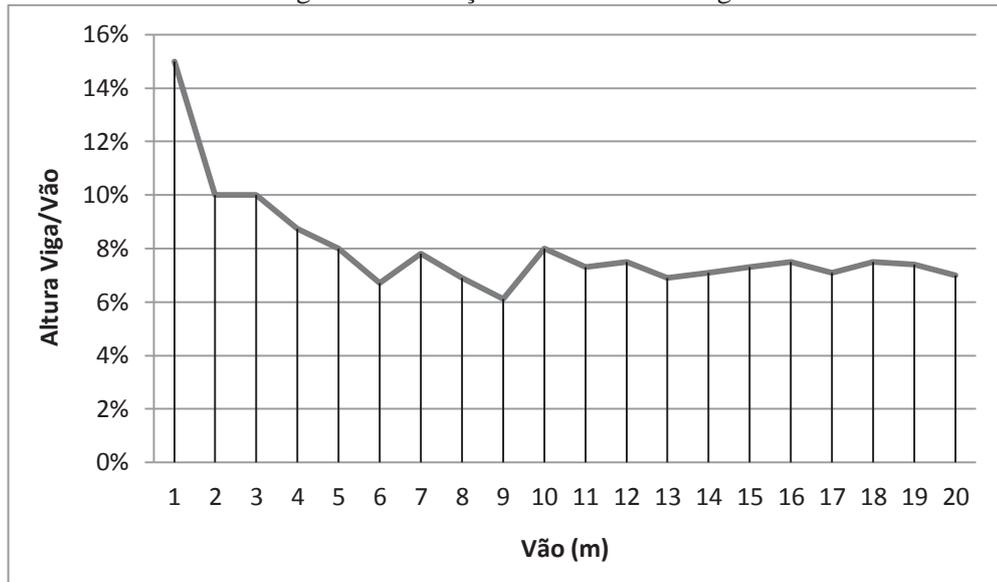
O primeiro exemplo consiste em analisar os efeitos do comprimento do vão no custo ótimo da estrutura. O exemplo é composto por um pórtico plano, formado por um único pavimento de pé-direito igual a 3,0 metros e um único vão de comprimento variável (L), com extensão máxima de 20 metros de comprimento. O pórtico em estudo foi submetido a um carregamento vertical (Q) de 23 kN/m distribuído ao longo de toda a extensão da viga e a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) adotada foi de 25 MPa. O modelo estrutural do referido exemplo encontra-se na Figura 11. Na Figura 11 a numeração externa refere-se aos nós que compreendem a estrutura {1, 2, 3 e 4} e a numeração interna os elementos (viga e pilar) que compõem o pórtico.

Figura 11 - Modelo do Pórtico Plano formado por um único pavimento e um único vão



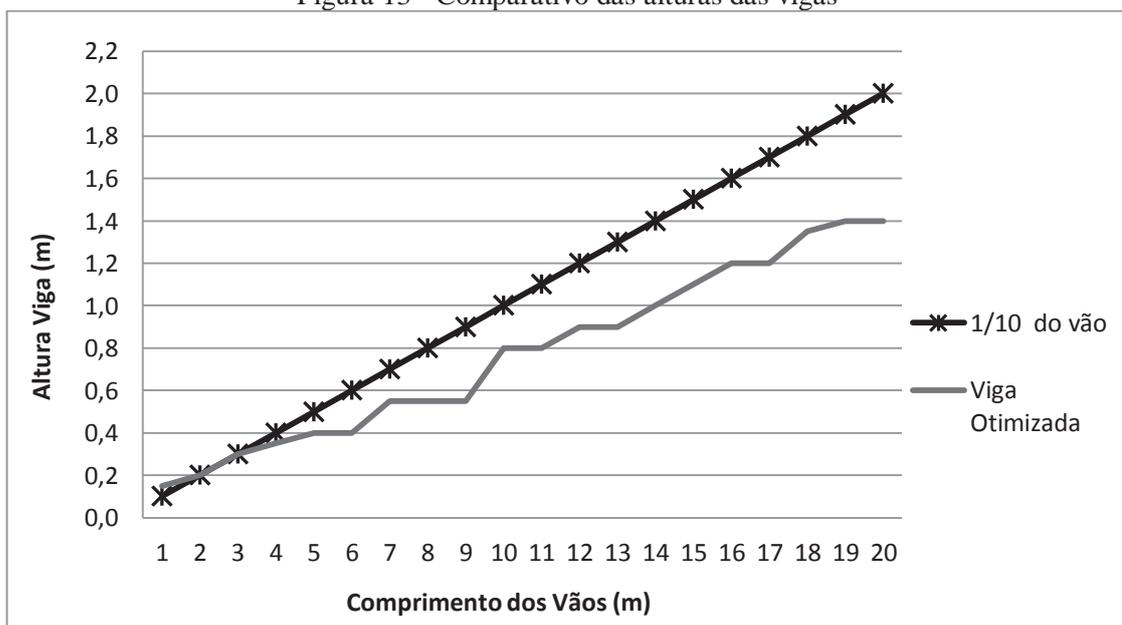
A primeira análise realizada neste exemplo foi relativa à altura ótima da viga com relação à variação no comprimento do vão. As alturas otimizadas apresentaram uma média de 8% do comprimento do vão, valor este que se encontra dentro da faixa de valores de pré-dimensionamento utilizado pelos projetistas estruturais (8% a 10%) (Figura 12).

Figura 12 - Relação Vão/Altura da Viga

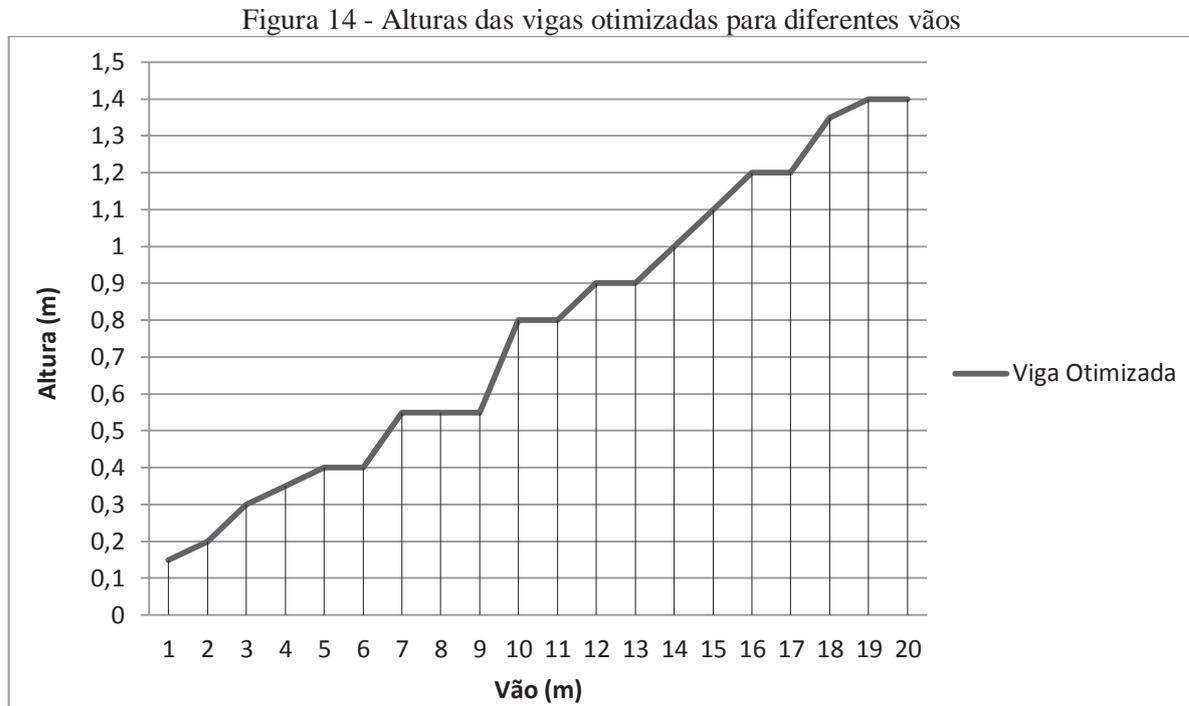


Segundo Pinheiro *et al* (2005) o valor usual de pré-dimensionamento de vigas corresponde a 1/10 do vão. Fez-se então um comparativo das alturas das vigas, utilizando este parâmetro com os valores ótimos das alturas das vigas obtidas no processo de otimização. Este comparativo pode ser verificado pela Figura 13. Nota-se, a partir da Figura, que os valores das alturas ótimas das vigas obtidas no processo de otimização são bem inferiores aos valores normalmente utilizados em pré-dimensionamentos de projetos estruturais, exceto para vãos até 5 m.

Figura 13 - Comparativo das alturas das vigas



A Figura 14 apresenta os resultados das alturas ótimas para cada comprimento de vão do pórtico plano analisado.



Observou-se que, para vigas, as alturas correspondentes aos vãos de 7 a 9 metros mantiveram-se constantes, isto pelo fato da solução ótima tentar manter a altura da viga abaixo de 60 cm, para se evitar necessidade de armadura de pele, o que acarretaria aumento substancial na armadura e no aumento da função custo.

O custo total do pórtico plano para cada comprimento de vão analisado encontra-se apresentado na Figura 15. Os custos ótimos por comprimento de estrutura e por comprimento de viga estão representados na Figura 16.

Figura 15 - Custo ótimo total do Pórtico Plano para diferentes comprimentos de vãos

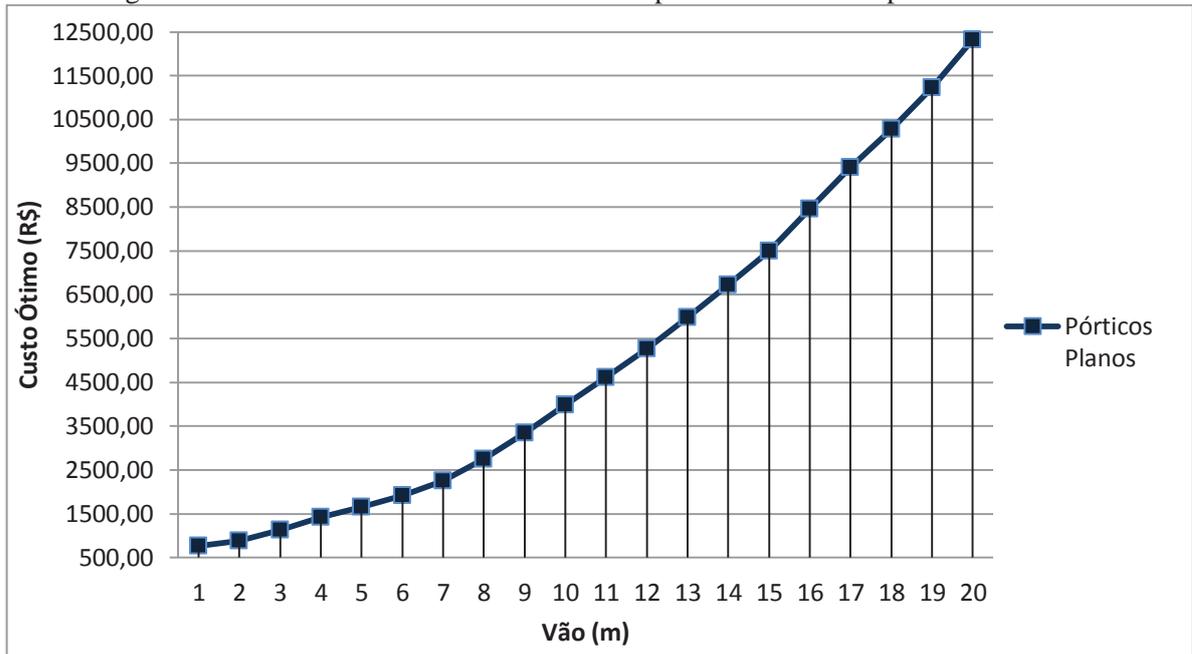
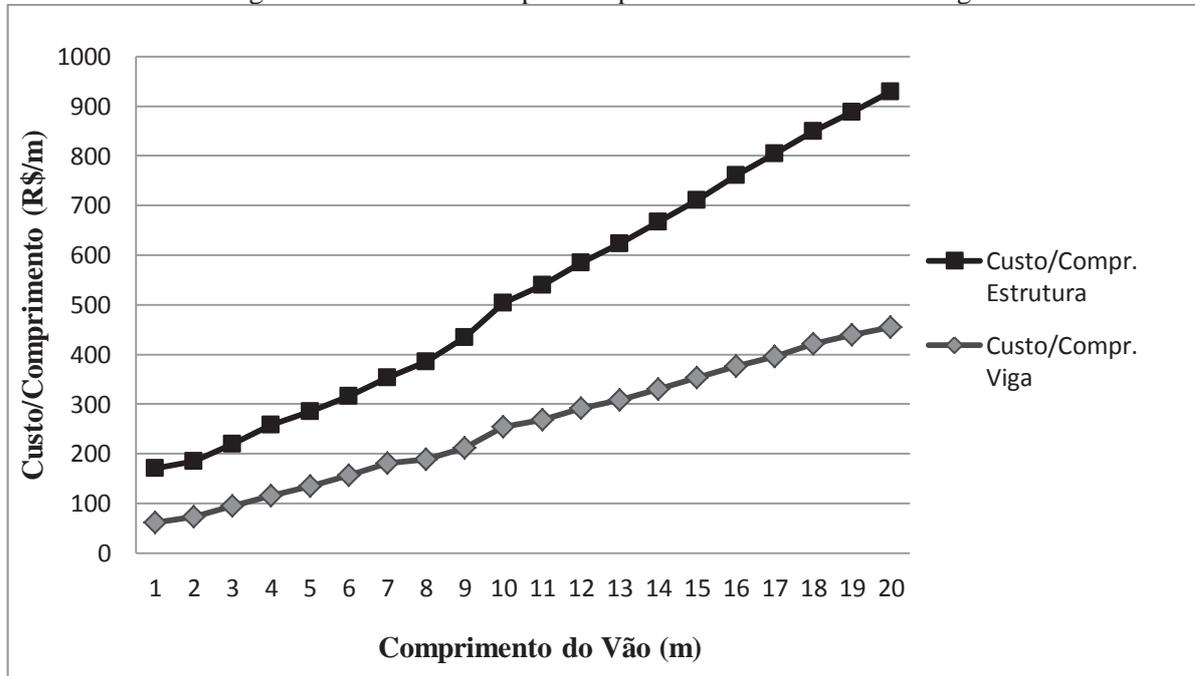
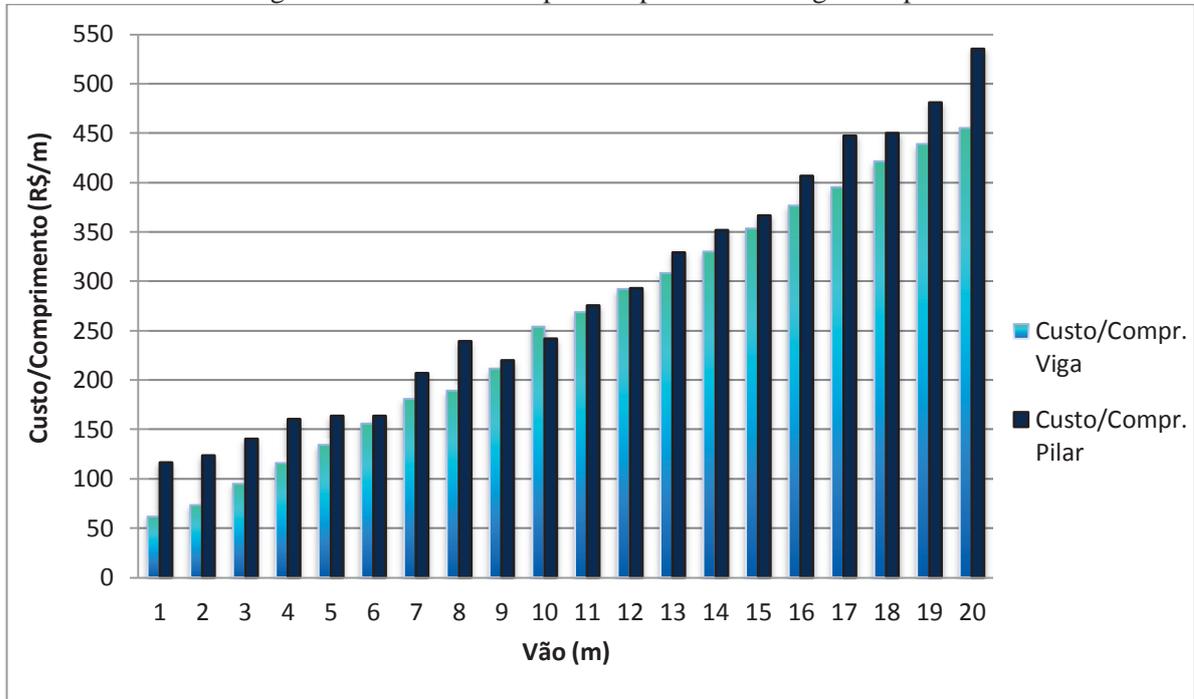


Figura 16 - Custo Ótimo por comprimento de estrutura e de viga



O custo ótimo de todos os elementos que compõem a estrutura analisada encontra-se representado na Figura 17.

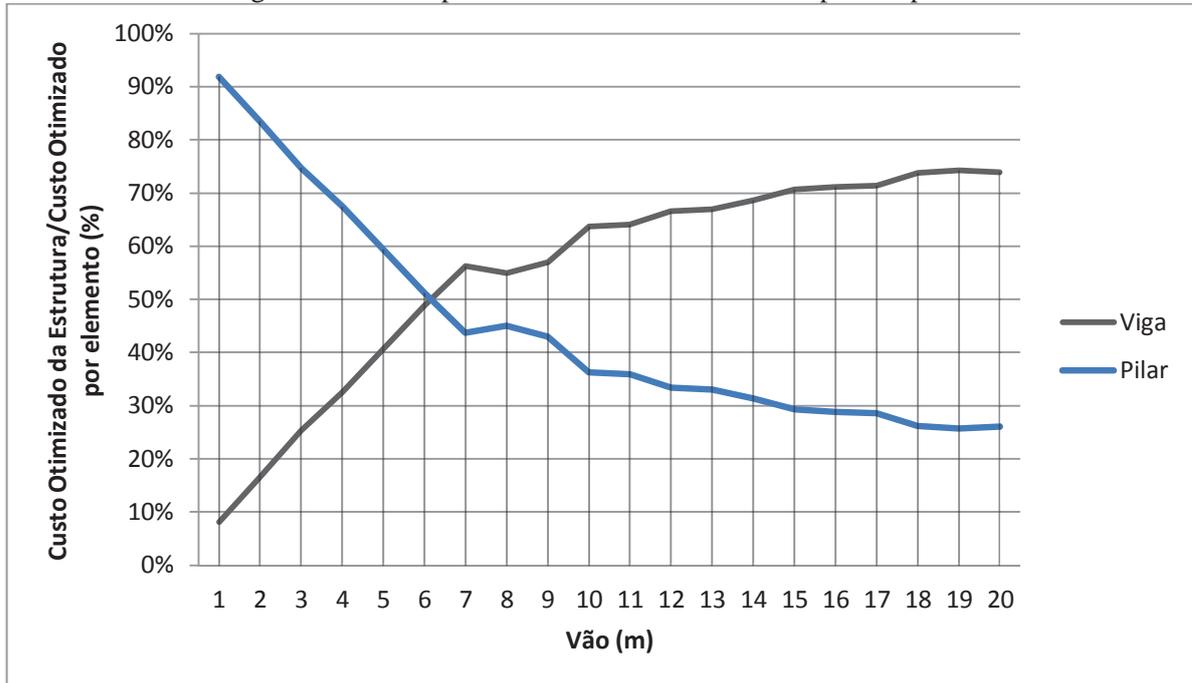
Figura 17 - Custo Ótimo por comprimento de viga e de pilar



Pode-se notar pela Figura 17 que o custo por metro de pilar para este tipo de pórtico plano foi o de maior valor, no entanto o custo por metro de viga apresentou o menor custo para os diferentes comprimentos de vãos com exceção do vão de 10 metros de comprimento. Para vãos de comprimento até 9 metros, as soluções ótimas resultaram em pilares e vigas de tamanhos muito próximos, isto devido à distribuição dos momentos de flexão da viga. Para vãos de 10 até 20 metros as soluções ótimas resultaram em pilares mais esbeltos e vigas de seções maiores.

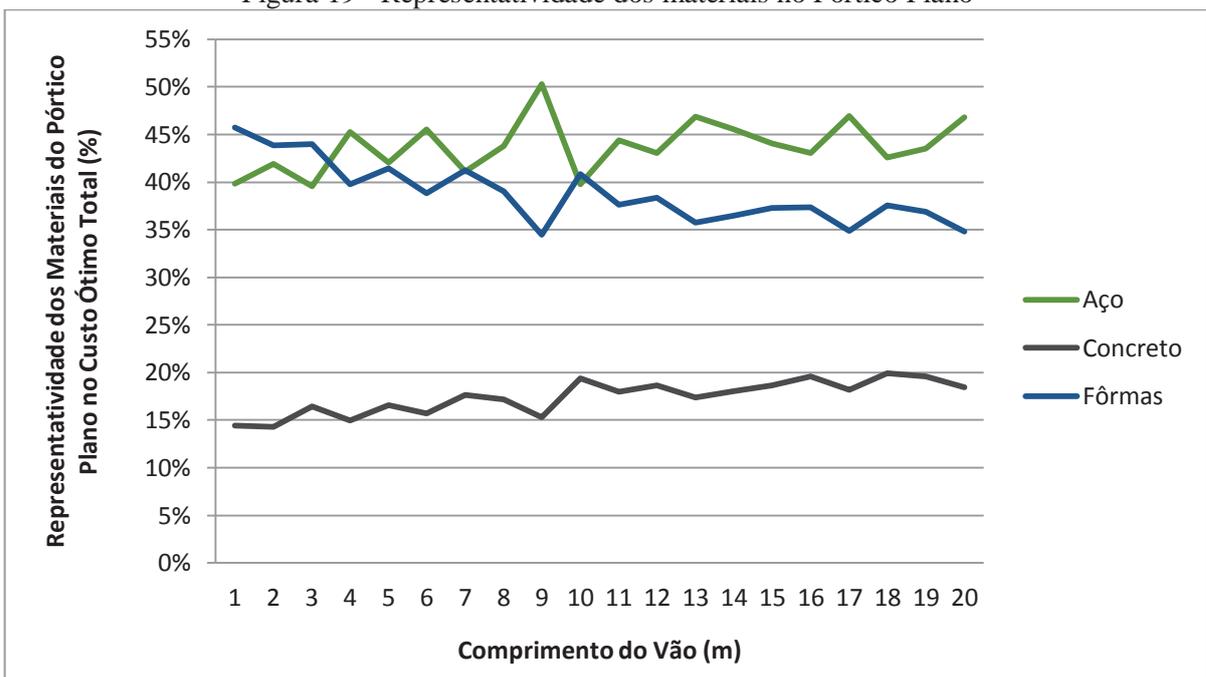
A Figura 18 apresenta a porcentagem do custo de cada elemento, viga e pilar, no custo total da estrutura.

Figura 18 - Custo percentual de cada elemento no pórtico plano



Com relação à representatividade de cada material sobre o custo ótimo total do pórtico plano para os diferentes comprimentos de vãos (Figura 19) pode-se observar que o aço representou a maior parcela no custo total dos pórticos planos para a maioria dos vãos, seguido pelas fôrmas e por último pelo concreto.

Figura 19 - Representatividade dos materiais no Pórtico Plano

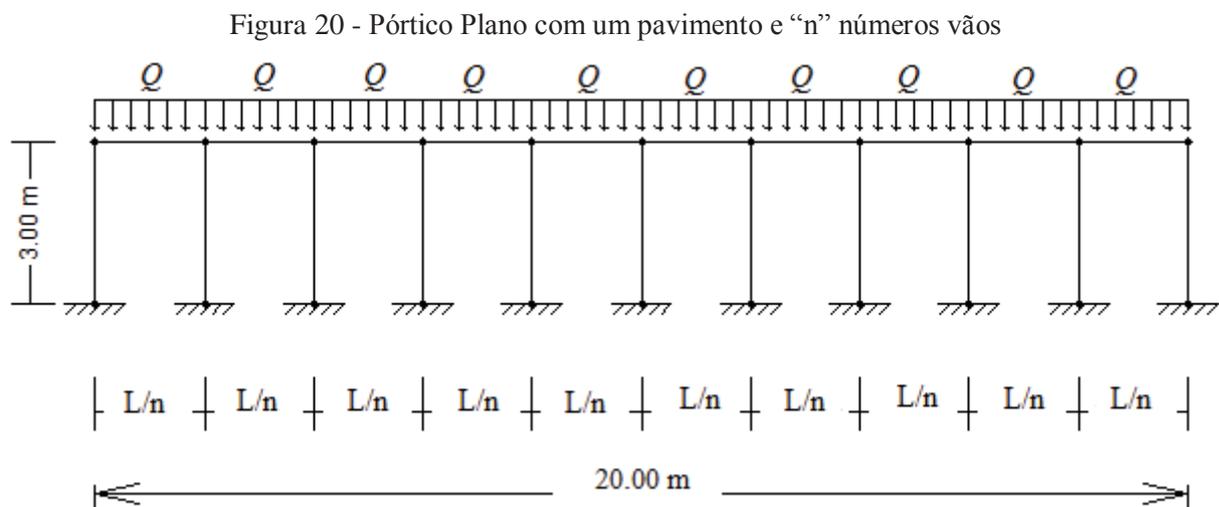


A contribuição de cada componente da função objetivo para o custo total dos pórticos planos apresentou uma média de 17,4% para o concreto, de 38,8% para a fôrma e de 43,8% para o aço. Uma análise da representatividade dos materiais para pilares e vigas também foi realizada. Constatou-se que, para pilares, o aço continua sendo o material mais significativo, seguido das fôrmas e do concreto. Já para vigas o custo do aço e das fôrmas apresentaram valores muito próximos, sendo que as fôrmas apresentaram uma contribuição de custo levemente maior.

Quanto às taxas de armadura para pilares estas oscilaram, ficaram entre 0,98% e 2%. Já para vigas, as taxas de armadura de flexão ficaram entre 0,58% e 1,13%.

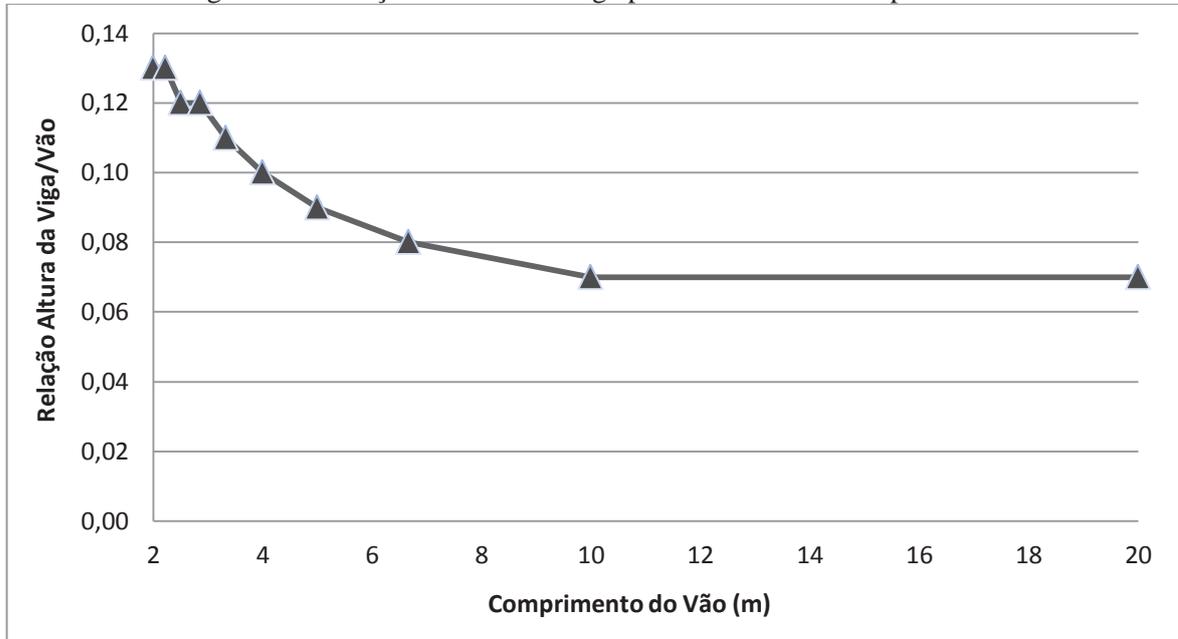
4.2 Exemplo II

Este exemplo consiste em um pórtico plano de 20 metros de comprimento composto por um único pavimento, de pé-direito igual a 3,0 metros, e com múltiplos vãos. O objetivo do exemplo é analisar a influência da quantidade de vãos na obtenção do custo ótimo da estrutura. As estruturas dos pórticos planos em análise variam de um pavimento com dois pilares e um único vão, de 20 metros de comprimento até onze pilares com dez vãos igualmente espaçados e com dois metros de comprimento em cada vão, sendo n o número de vãos. Um carregamento vertical (Q) de 23 kN/m é aplicado ao longo de toda a extensão da viga e a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) adotada foi de 25 MPa. O modelo estrutural do pórtico plano analisado encontra-se na Figura 20.



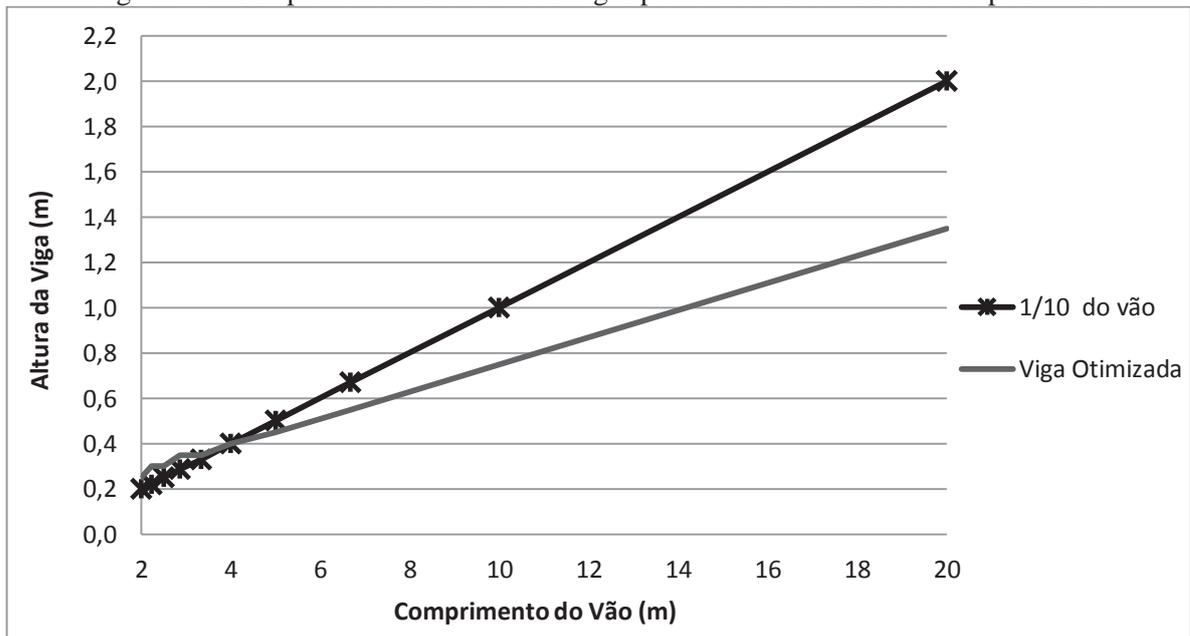
As alturas ótimas das vigas, obtidas em cada pórtico plano, apresentaram uma relação altura da viga por comprimento do vão de aproximadamente 10%, variando de 7 a 13%, conforme podemos observar na Figura 21.

Figura 21 - Relação Vão/Altura Viga para Pórticos de Múltiplos Vãos



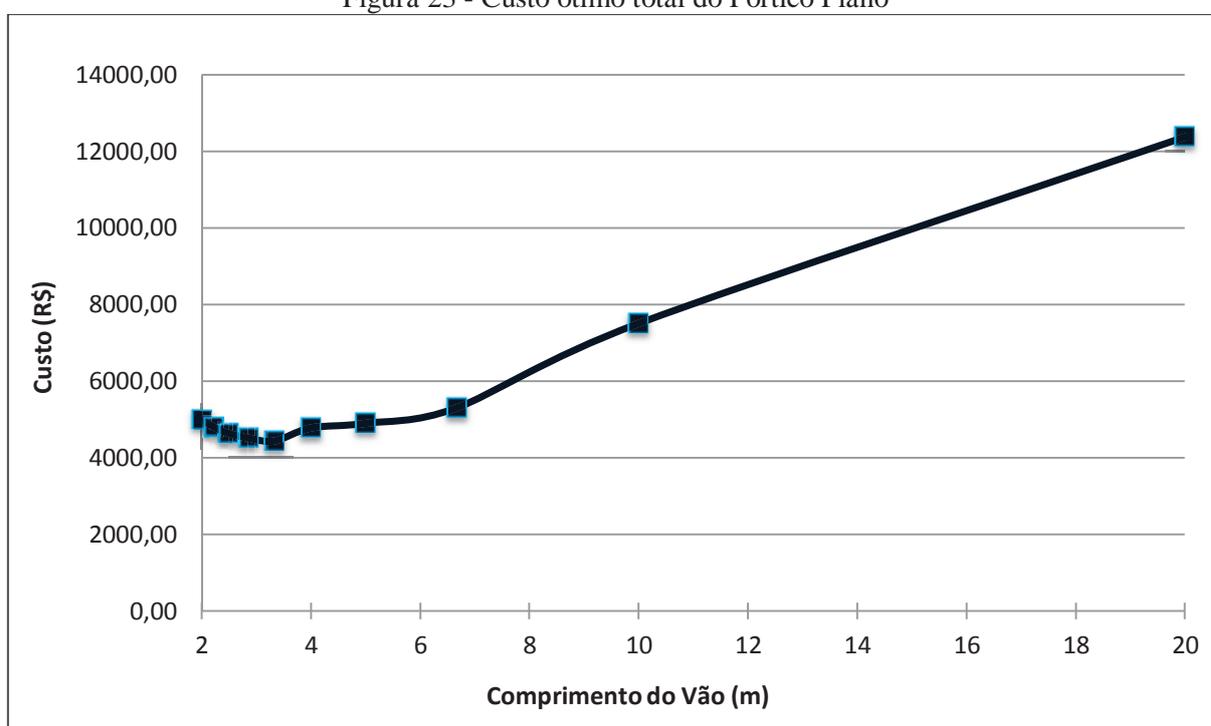
A comparação entre os valores das alturas das vigas obtidas com o programa de otimização de pórticos planos, pelo método da Busca Harmônica com os valores normalmente utilizados na etapa de pré-dimensionamento de vigas são mostrados na Figura 22.

Figura 22 - Comparativo das alturas das vigas para Pórticos Planos de Múltiplos Vãos



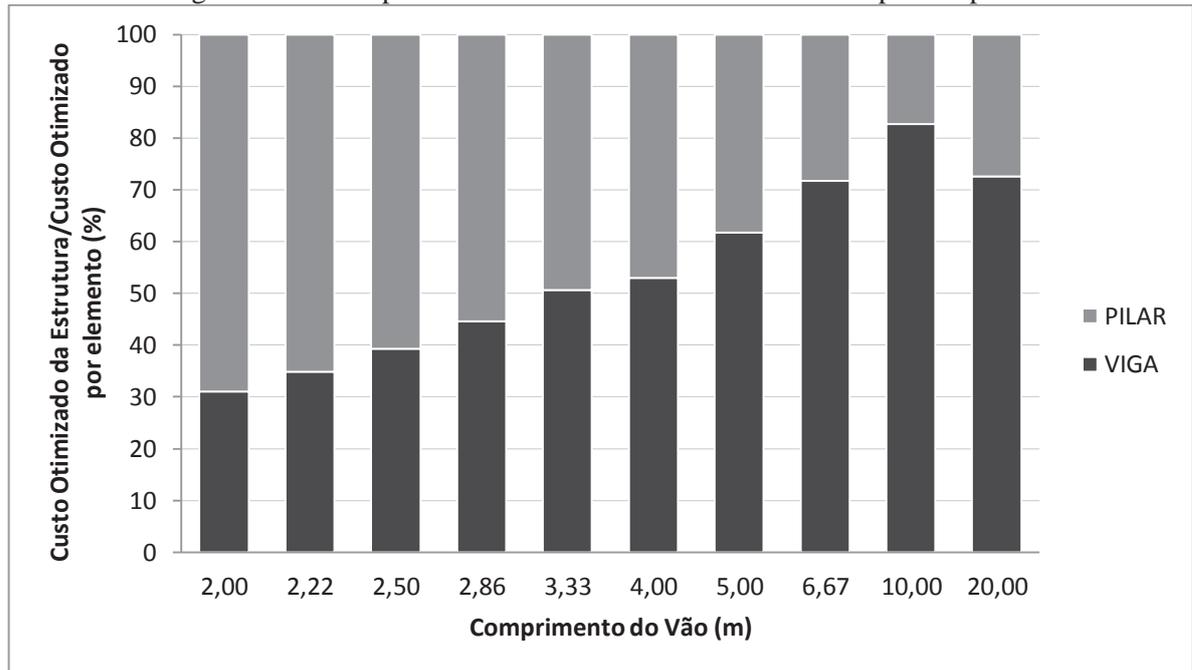
O custo total do pórtico plano de acordo com a quantidade de vãos e seus respectivos comprimentos encontram-se plotados na Figura 23. De acordo com os resultados obtidos verificou-se que o pórtico plano que apresentou menor custo foi o de seis vãos com 3,33 metros de comprimento cada. Observou-se também, um aumento extremamente grande nos custos dos pórticos com 1 e 2 vãos. Isso se deu pelo fato de obterem-se vigas com grandes dimensões de alturas, tais como 75 cm para o pórtico de dois vãos e 140 cm para o pórtico de um único vão. Destaca-se que os deslocamentos máximos nas vigas não foram considerados como restrição, fato que poderia alterar os resultados obtidos.

Figura 23 - Custo ótimo total do Pórtico Plano



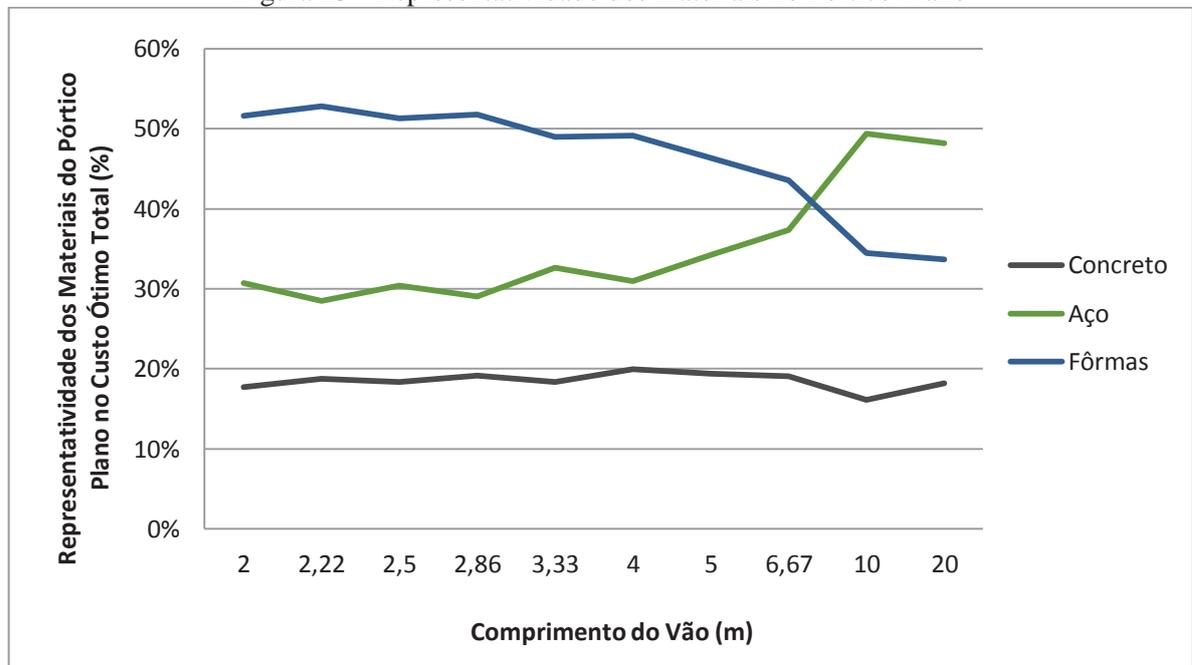
Na Figura 24 tem-se o gráfico das porcentagens dos custos relativos aos elementos estruturais para cada vão analisado. No pórtico plano de vão igual a 3,33 metros ocorre praticamente a equivalência dos custos entre ambos os elementos estruturais, vigas e pilares, ou seja, cada um representando aproximadamente 50% do custo total da estrutura (Figura 24). Nos vãos de 2 a 2,86 metros verifica-se que há um custo maior dos pilares e nos vãos de 4 a 20 metros um custo maior das vigas.

Figura 24 - Custo percentual de cada elemento estrutural no pórtico plano



A representatividade de cada material sobre o custo ótimo total do pórtico plano para os diferentes números de vãos encontram-se apresentados na Figura 25.

Figura 25 - Representatividade dos materiais no Pórtico Plano



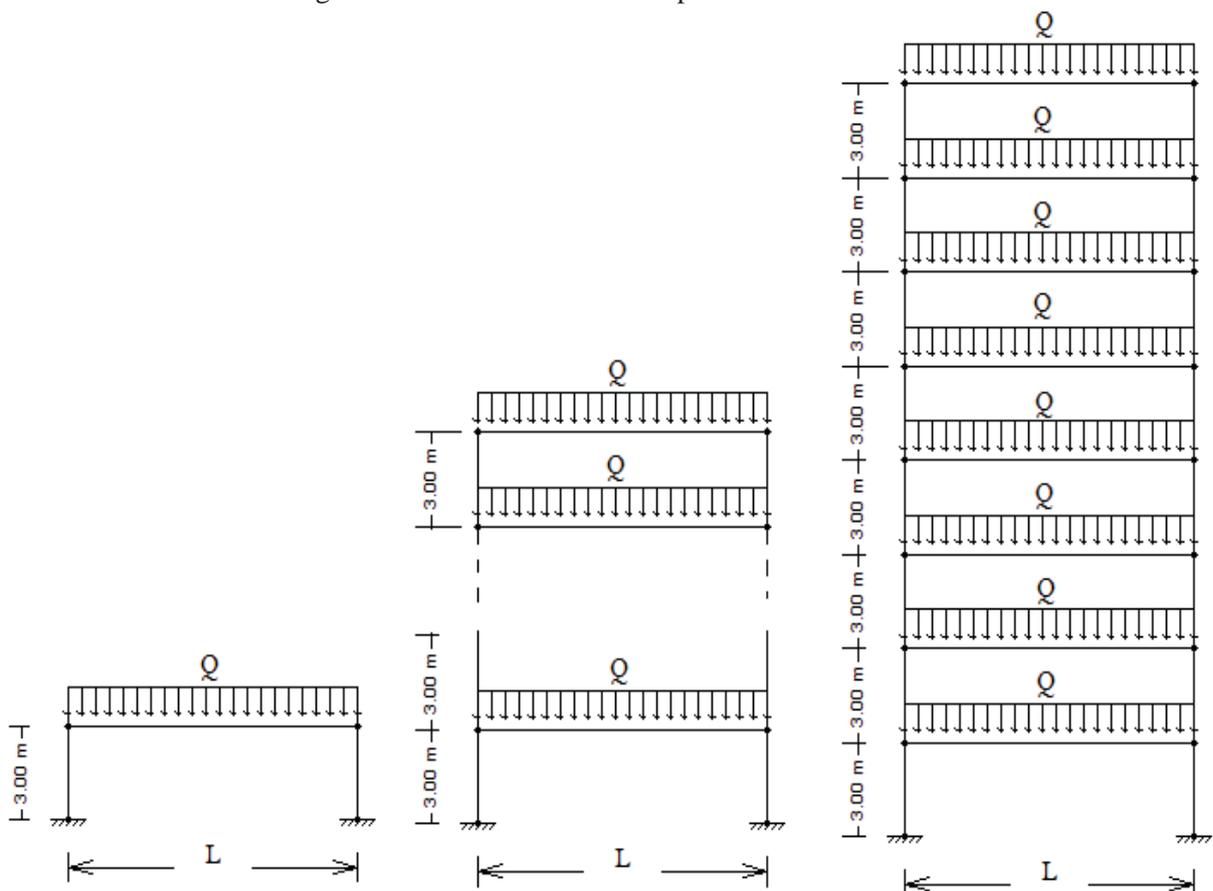
De modo geral, as fôrmas tendem a 46,36% de representatividade nos custos totais, seguido do aço com 35,13% e do concreto com 18,60%. O custo de fôrmas foi o material que apresentou uma maior contribuição no custo final, porém é importante ressaltar que neste

exemplo não se considerou a reutilização das fôrmas, o que reduziria a influência deste material no custo total da estrutura.

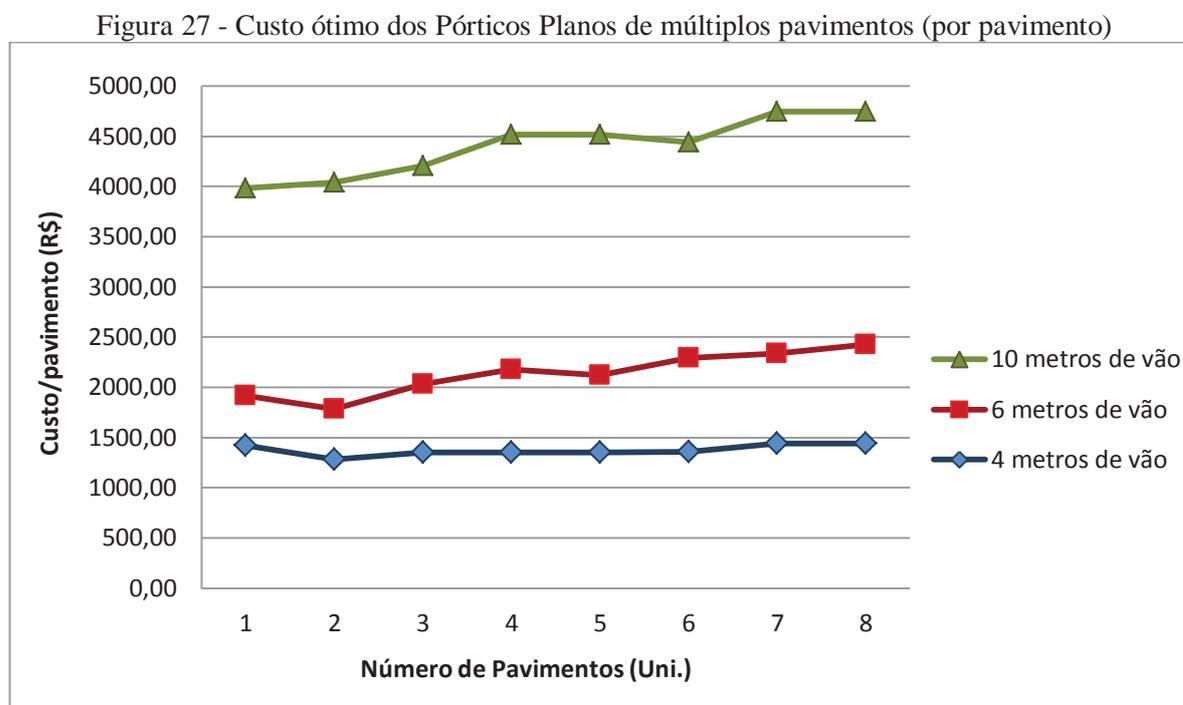
4.3 Exemplo III

O exemplo III aborda três pórticos planos com múltiplos pavimentos e vão único com diferentes comprimentos (L) para cada exemplo analisado. Objetiva-se com este exemplo analisar a influência no custo ótimo das estruturas, variando-se o número de pavimentos (um a oito pavimentos). Com essa finalidade, o primeiro pórtico compreende um vão único de comprimento igual a quatro metros e quantidade de pavimentos variáveis (um a oito pavimentos). O segundo e o terceiro pórticos analisados são iguais ao primeiro, porém com diferentes comprimentos de vãos (seis e dez metros, respectivamente). Os pórticos apresentam pé-direito de 3,0 metros e carga vertical (Q) de 23 kN/m distribuída ao longo de toda a extensão da viga. A representação dos modelos estruturais encontra-se na Figura 26.

Figura 26 - Pórticos Planos com pavimentos variáveis



Os custos ótimos por pavimento, obtidos para os três vãos de pórticos analisados, encontram-se representados na Figura 27.



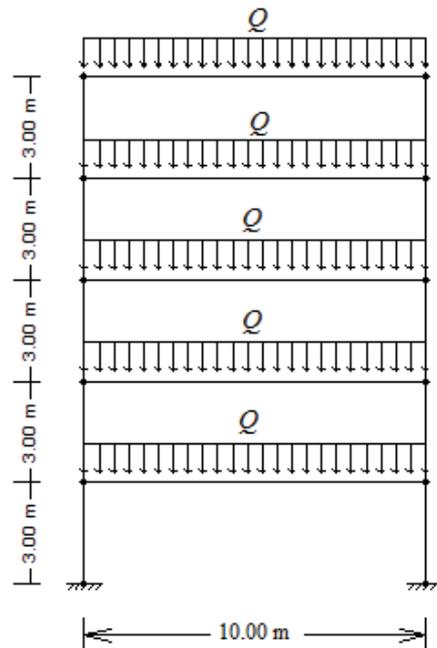
Ao longo do processo de otimização dos pórticos planos, variando-se a quantidade de pavimentos verificou-se que as dimensões das vigas mantiveram-se constantes, conseqüentemente, o seu custo também se manteve, enquanto que os pilares mostraram-se fortemente responsáveis pela rigidez da estrutura, isto devido às solicitações das cargas axiais aplicadas às vigas, representando assim, os elementos estruturais responsáveis pela variação e pela diferença dos custos obtidos para os três pórticos planos analisados. Portanto, o custo dos pilares em relação ao custo total otimizado variou de 64,21% a 67,97% para pórtico plano de 4 metros de vão; de 51,17% a 60,65% para pórticos planos de 6 metros de vãos e de 29,54% a 44,11% para pórticos de 10 metros de vão. Como o comprimento de cada pilar não varia, uma parcela maior do custo total corresponde às vigas quando se considera vãos maiores, tanto devido ao maior comprimento relativo como as maiores alturas das vigas.

4.4 Exemplo IV

Este exemplo tem o intuito de analisar a influência da resistência característica do concreto (f_{ck}) no custo ótimo da estrutura. O exemplo é composto por cinco pavimentos,

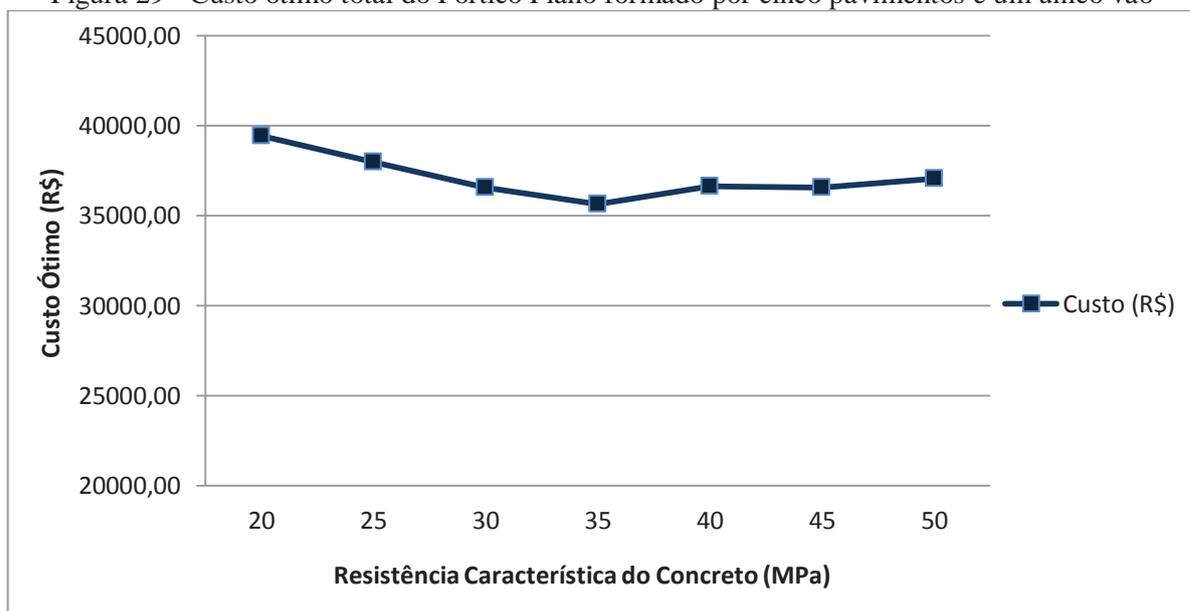
formado por um único vão de viga de comprimento L igual a 10 metros, unida a dois pilares de pé-direito igual a 3,0 metros. As classes de resistência característica do concreto (f_{ck}) consideradas foram: 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50 MPa. A representação do modelo estrutural encontra-se na Figura 28.

Figura 28 - Pórtico Plano com cinco pavimentos e vão único



Os custos ótimos obtidos no programa de otimização, para o exemplo analisado, encontram-se representados na Figura 29.

Figura 29 - Custo ótimo total do Pórtico Plano formado por cinco pavimentos e um único vão



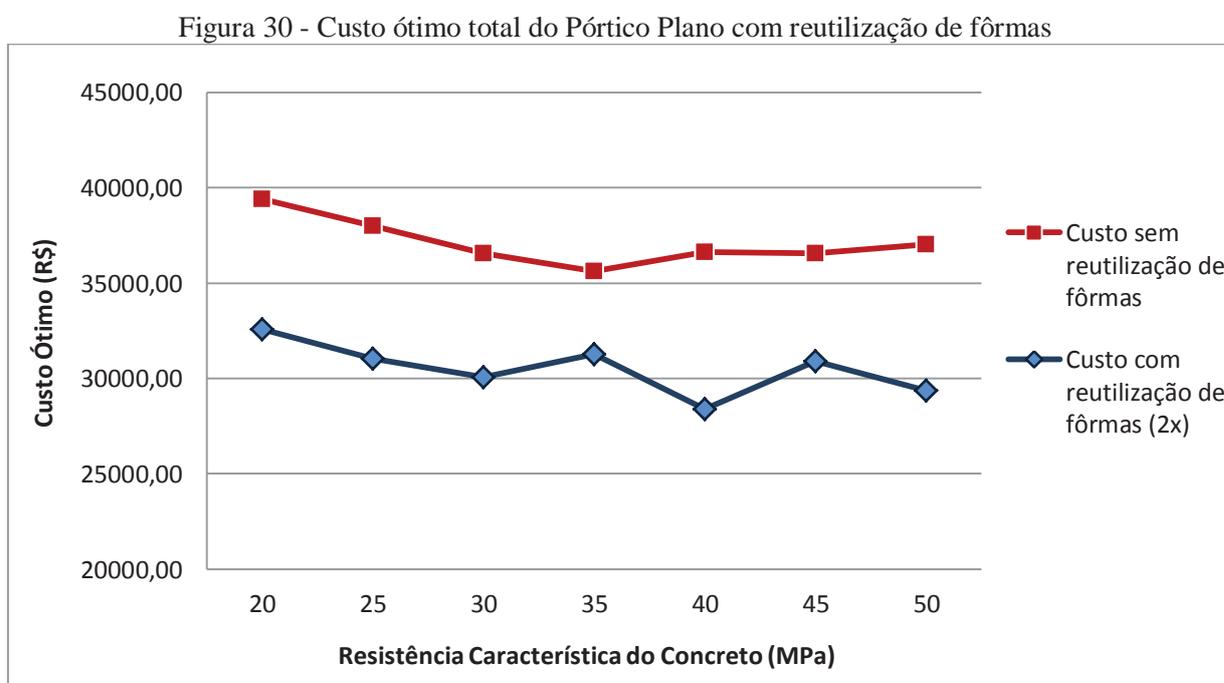
Ao se analisarem os resultados do gráfico da Figura 29 pode-se observar que, para o exemplo específico, o custo ótimo correspondeu à classe de resistência característica do concreto de 35 MPa, sendo o f_{ck} de 20 MPa o de maior custo.

De acordo com estudos realizados anteriormente sabe-se que, para o caso específico de vigas, os concretos de maior resistência (f_{ck}) levavam a estruturas mais caras (MEDEIROS; KRIPKA, 2013), pelo fato da parte tracionada da seção não ser considerada no cálculo. Em contrapartida, para o caso específico de pilares, os concretos de maior resistência (f_{ck}) levaram a se obter os custos ótimos (MEDEIROS; KRIPKA, 2014). Assim, a obtenção de uma resistência intermediária correspondendo ao menor custo do conjunto de vigas e pilares apresenta coerência com os estudos anteriores.

Cabe então destacar que o resultado obtido, para o pórtico plano como um todo é, portanto, dependente dos comprimentos relativos entre vigas e pilares.

Para o mesmo exemplo analisou-se também a consideração de reaproveitamento das fôrmas, podendo a mesma ser utilizada duas vezes.

A Figura 30 mostra os custos ótimos obtidos para os pórticos planos de cinco pavimentos e comprimento de vão igual a 10 metros e de f_{ck} variável, considerando-se então a reutilização das fôrmas.



Através da Figura 30 pode-se verificar que o custo ótimo diminui significativamente com a reutilização das fôrmas. Além disso, comparando a mesma estrutura, considerando-se a

reutilização ou não das fôrmas, os custos otimizados corresponderam a resistências diferentes. Como já observado, para os pórticos que não foram consideradas a reutilização de fôrmas, o custo ótimo foi obtido para resistência característica de 35 Mpa. Já com a reutilização das fôrmas, o custo ótimo deu-se para a resistência característica do concreto igual a 40 MPa.

Com relação ao método de otimização, verificou-se que, para todos os exemplos realizados neste trabalho, o número de iterações necessárias para a obtenção das soluções ótimas oscilou entre 60.000 e 500.000.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho abordou a minimização dos custos monetários de pórticos planos de concreto armado, mediante otimização da seção transversal de vigas e pilares, através do processo heurístico de otimização Busca Harmônica (*Harmony Search*).

Para apresentar o método de otimização utilizado, bem como a formulação desenvolvida para a obtenção dos custos ótimos, análises numéricas foram realizadas com diferentes tipos de pórticos planos.

Nos itens a seguir, serão apresentadas as principais conclusões obtidas através das análises numéricas desenvolvidas, assim como algumas sugestões para trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

O método heurístico de otimização Busca Harmônica, bem como a formulação desenvolvida, apresentaram bons resultados, comprovando-se a eficiência de ambos na obtenção do custo mínimo para estruturas de pórticos planos. Verificou-se também que, independente dos valores arbitrados inicialmente para as variáveis de projeto, todos os exemplos convergiram para as mesmas soluções.

Para pórticos planos formados por um único pavimento e um único vão de comprimento variável, obteve-se uma relação vão/altura da viga média de 8%. O material que apresentou maior contribuição no custo total foi o aço, seguido das fôrmas e do concreto.

Para pórticos planos de um único pavimento e múltiplos vãos obteve-se uma relação vão/altura na faixa de 7 a 13%. Para este exemplo, a solução de menor custo obtida foi de seis vãos com 3,33 metros de comprimento. De modo geral, as fôrmas apresentaram maior representatividade nos custos totais, seguido do aço e do concreto. Em média, as fôrmas tenderam a 46,36% de representatividade nos custos totais, seguido do aço com 35,13% e do concreto com 18,60%. O custo de fôrmas foi o que apresentou maior contribuição no custo final, porém é importante ressaltar que neste exemplo não se considerou a reutilização das fôrmas, portanto havendo o reaproveitamento das mesmas tem-se naturalmente uma influência menor deste material no custo final da estrutura.

Os pórticos planos com múltiplos pavimentos e vão único, cada um com comprimento de vão diferente, mostraram uma variação não linear no custo ótimo.

Por fim, para uma estrutura analisada segundo diferentes resistências características do concreto, o menor custo foi obtido para uma resistência intermediária, apresentando coerência com resultados obtidos em estudos anteriores.

5.2 Sugestões Para Trabalhos Futuros

Algumas propostas para dar continuidade à pesquisa são apresentadas a seguir:

- Atualizar o presente estudo segundo os critérios da norma ABNT NBR 6118/2014;
- Aperfeiçoar pórticos planos em concreto armado, considerando-se pilares com diferentes seções para um mesmo pórtico;
- Otimizar as armaduras das seções transversais das vigas;
- Considerar os estados limites de serviço (ELS) para vigas e;
- Considerar a não linearidade geométrica e física na otimização de Pórticos Planos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMU, A.; KARIHALOO, B. L. Minimum cost design of reinforced concrete beams using continuum-type optimality criteria. **Structural Optimization**, v.7, p. 91-102, Jun. 1994.
- ADAMU, A.; KARIHALOO B. L. Minimum cost design of RC frames using the DCOC method, Part I: Coluns under uniaxial bending actions. **Structural Optimization**, v. 10, n.1, p.16-32. Ago. 1995.
- ARGOLO, W. P. **Otimização de seções de concreto armado submetida à flexo-compressão reta utilizando algoritmos genéticos**. 2000. 160 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro: 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14931**: Execução de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: 2004.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: 2007.
- BALLING, R.; YAO, X. Optimization of reinforced concrete frames. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v. 123, n.2, p. 193-202, Feb. 1997.
- BASTOS, E. A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos**. 2004. 168 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.
- BORDIGNON, R.; KRIPKA, M. Optimum design of reinforced concrete columns subjected to uniaxial flexural compression. **Computers and Concrete, an International Journal (Print)**, v. 9, p. 327-340, 2012.
- CAMP, C.; PEZESHK, S.; CAO, G. Optimized design of two-dimensional structures using a genetic algorithm. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.124, n.5, p.551-559, Mai. 1998.
- CAMP, C. V.; PEZESHK, S.; HANSSON H. Flexural Design of Reinforced Concrete Frames Using a Genetic Algorithm. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, n. 1, p. 105-115, Jan. 2003.
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. F. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2003**. 3. ed. São Carlos, Editora da Universidade Federal de São Carlos (EdUFSCar), 2009.
- COSTA, O.V. **Estudo de alternativas de projetos estruturais em concreto armado para uma mesma edificação**. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 1997.

GEEM, Z. W.; KIM J. H.; LOGANATHAN G. V. A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search. **Simulation**, v. 76, n. 2, p. 60-68, fev. 2001.

GUERRA, A.; KIOUSIS, P. D. Design Optimization of Reinforced Concrete Structures. **Computers and Concrete**, v. 3, n. 5, p. 313-334, 2006.

JOHN, V M. **Reciclagem de resíduos na construção civil: Contribuição para metodologia de pesquisa e desenvolvimento**. 2000. 113p. Tese (Livre Docência) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

KIRSCH, U. Effective approximations for topological optimization. The World Congress on Optimal Design of Structural Systems. In: Rio de Janeiro COPPE/Federal University of Rio de Janeiro. v.1, p. 3-10, **Anais**, Rio de Janeiro, 1993.

KRIPKA, M. Otimização do Custo de Estruturas de Concreto Armado Analisadas pelo Modelo de Grelha. In: V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 2003, São Paulo. **Anais do V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto**, 2003.

MAHDAVI M.; FESANGHARY M.; DAMANGIR E. An improved harmony search algorithm for solving optimization problems. **Applied Mathematics and Computation**, v. 188, n. 2, p. 1567-1579, 2007.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Algumas Aplicações de Métodos Heurísticos na Otimização de Estruturas. **Revista CIATEC**, UPF, vol. 4, n. 1, p.19-32, 2012.

MEDEIROS, G.; KRIPKA, M. Structural optimization and proposition of pre-sizing parameters for beams in reinforced concrete buildings. **Computers and Concrete, an International Journal (Print)**, v. 11, p. 253-270, 2013.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Optimization of reinforced concrete columns according to different environmental impact assessment parameters. **Engineering Structures**, v. 59, p. 185-194, 2014.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Método da Busca Harmônica Aplicado na Otimização de Seções de Pilares em Concreto Armado. **CILAMCE 2015 - XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, Rio de Janeiro, 2015.

MEDRANO, M.S. **Aplicações de programação matemática em análise estrutural**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.

PAYÁ-ZAFORTEZA, I.; YEPES V.; CLEMENTE, J. J.; GONZÁLEZ-VIDOSA F. Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 22, n.3, p. 241-259, 2006.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO C. D.; SANTOS, S. P. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. Apostila – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

SORIANO, H. L. **Análise de estruturas: Formulação Matricial e Implementação Computacional**. Rio de Janeiro, Editora Ciência Moderna, 2006.

VIANNA, L. C. C. **Otimização de seções transversais de concreto armado: aplicação a pórticos**. 2003. 143 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.